

NLO-QCD-Korrekturen zur WZ - und $W\gamma$ -Produktion am LHC

Diplomarbeit
von

Johannes Bellm

An der Fakultät für Physik
Institut für Theoretische Physik

Referent: Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Korreferent: Prof. Dr. M. Steinhauser

Bearbeitungszeit: 15. April 2011 – 15. April 2012

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und ausschliesslich die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Johannes Bellm
Karlsruhe, den 13. April 2012

Als Diplomarbeit anerkannt.

Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Karlsruhe, den 13. April 2012

1. Einleitung	1
2. Grundlagen	3
2.1. Quantenfeldtheorie	3
2.2. Gruppen des Standardmodells	9
2.3. Proton-Beschleuniger	10
2.4. Effektive Theorie	12
2.5. Anomale Kopplungen	12
2.5.1. \mathcal{CP} -erhaltende Operatoren	12
2.5.2. Formfaktoren	14
2.6. K -Faktor	14
2.7. Phasenraumschnitte	15
3. Berechnung und Implementierung	17
3.1. Die Monte-Carlo-Methode	17
3.2. Die führende Ordnung	19
3.2.1. Matrixelemente	19
3.2.2. Baumgraphen	20
3.2.3. Phasenraum	24
3.3. NLO-QCD	26
3.3.1. Divergenzen	26
3.3.2. Dipol-Formalismus und Kollinearer Rest	27
3.3.3. Isolation von Photonen	30
3.3.4. NLO-Implementierung	31
3.4. Implementierung der anomalen Kopplungen	34
4. Kontrolle und Vergleiche	37
4.1. Programminterne Kontrollen	37
4.2. Vergleiche mit unabhängigen Monte-Carlo-Programmen	38
4.2.1. SHERPA	38
4.2.2. MCFM	39
4.2.3. VBFNLO-Intern	40
4.2.4. ERGEBNIS	41

5. Phänomenologie und Analyse	43
5.1. Cuts	43
5.2. Die Ordnung α_s^0	44
5.2.1. „radiation zero“	44
5.2.2. Signifikante Bereiche	47
5.3. K -Faktor	49
5.4. Fehlerabschätzung	51
5.4.1. Inklusive Produktion	52
5.4.2. Exklusive Produktion	52
5.5. Inklusive Observablen	55
5.5.1. Verfahren zur Evaluation inklusiver Observablen	56
5.5.2. $W\gamma$ -Resultat	59
5.5.3. WZ -Resultat	62
5.5.4. Folgerung	64
6. Zusammenfassung	65
Literaturverzeichnis	69
Anhang	73
A. Tabellen des 95%-CL	73

Mit der Fertigstellung des Large Hadron Collider (LHC) steht der modernen Teilchenphysik ein neues und zugleich mächtiges Werkzeug zur Verfügung. Bis heute bestand zu keinem Zeitpunkt eine vergleichbare Möglichkeit, Hinweise auf sogenannte neue Physik zu messen. Die neue Physik schließt alle Phänomene ein, die nicht durch das Standardmodell der Teilchenphysik¹ beschrieben werden. Die Parameter des Standardmodells wurden in den letzten Jahrzehnten immer genauer bestimmt, wodurch Vorhersagen anhand des Standardmodells immer präziser wurden. Am LHC soll nun – neben der Suche nach dem Higgs-Teilchen, das den fehlenden, jedoch essentiellen Baustein des Standardmodells darstellt – geprüft werden, ob die Vorhersagen auch bei höheren Schwerpunktsenergien standhalten.

Das Higgs-Teilchen ist im Standardmodell für spontane Brechung der elektroschwache Symmetriegruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ zu einer $U(1)_{em}$ -Gruppe nötig. Diese $U(1)_{em}$ -Gruppe beschreibt in der Quantenelektrodynamik die Wechselwirkung zwischen z. B. Elektronen und Photonen. Die spontane Symmetriebrechung, die durch den Higgsmechanismus beschrieben wird, bewirkt, dass die W^\pm - und Z -Bosonen eine von Null unterschiedliche Masse erhalten. Auch die Masse von Leptonen und Quarks werden mithilfe des Higgs-Dubletts konstruiert.

Um die an den verschiedenen Detektoren am LHC neu gewonnenen experimentellen Daten mit Vorhersagen der Theorie vergleichen zu können, ist es erforderlich, die theoretischen Vorhersagen immer mehr zu präzisieren und zu verstehen. Im Rahmen dieser Arbeit soll dies für zwei sich grundsätzlich ähnelnde Prozesse geschehen.

Ziel dieser Arbeit ist es, die WZ - und $W\gamma$ -Produktion in Proton-Kollisionen auf QCD-Einschleifen-Niveau zu untersuchen. Dabei werden zwei elektroschwache Eichbosonen unter Beachtung der Erhaltungsgrößen aus der Schwerpunktsenergie zweier Partonen erzeugt. Aufgrund der Notwendigkeit mehrdimensionaler Integrationen und der bei Proton-Kollisionen notwendigen Beschreibung der Partonen durch Verteilungsfunktionen, werden dabei überwiegend computergestützte Rechnungen durchgeführt. Dazu wurden die beiden Prozesse in das Programm VBFNLO[1] integriert. Dieses adaptive Monte-Carlo-Programm wurde entwickelt, um Wirkungsquerschnitte auf Parton-Level und Einschleifen-Niveau zu berechnen.

Des Weiteren werden Wechselwirkungs-Operatoren der Dimension² 6 hinzugefügt, die die

¹Im Folgenden als Standardmodell bezeichnet

²Mit $\hbar = c = 1$ folgt für die Einheiten/Dimensionen $[\text{Energie}] = [\text{Masse}] = [\text{Zeit}^{-1}] = [\text{Länge}^{-1}]$

trilinearen Vektor-Boson-Wechselwirkung unter Berücksichtigung der Symmetrien des Standardmodells und der \mathcal{C}, \mathcal{P} -Erhaltung erweitern. Die \mathcal{C}, \mathcal{P} -Erhaltung fordert, dass die sich die physikalischen Gesetzmäßigkeiten nicht verändern, wenn alle Teilchen durch ihre Antiteilchen ersetzt werden oder eine Raumspiegelung durchgeführt wird. Diese effektiven Operatoren sind nicht im Standardmodell enthaltenen und werden darum als anomale Wechselwirkungen bezeichnet. Da gerade die Symmetrien des Standardmodells erhalten bleiben und die Operatoren auch mithilfe des Higgsfelds konstruiert werden, könnten sie den Higgsmechanismus prüfen. Sollten die Parameter, die diese eingeführten Wechselwirkungen beschreiben, am LHC einen vom Standardmodell abweichenden Wert zugewiesen bekommen, wäre dies nach der obigen Definition ein Hinweis auf neue Physik. Hierbei könnten bei den bisher erreichten Beschleunigerenergien noch nicht gefundene Teilchen eine neue Art von Wechselwirkung erzeugen. Im Niederenergielimes können die nicht renormierbaren Operatoren zur Beschreibung dienlich sein.

Das vergleichbare Monte-Carlo-Programm MCFM, das häufig bei experimentellen Analysen genutzt wird, fordern zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten mit anomalen Kopplungen die „narrow width“ Approximation, bei der die Produktion und der Zerfall der Teilchen getrennt wird. In der Implementierung in VBFNLO sind alle Breiteneffekte und die leptonischen Zerfälle berücksichtigt.

Da die im Zuge dessen bisher durchgeführten Rechnungen störungstheoretisch beschrieben werden, stellen die Ergebnisse Näherungen der zugrundliegenden Theorie dar. Im Rahmen dieser Arbeit wird zusätzlich auf die theoretische Unsicherheit des Resultats eingegangen. Dieser Schritt ist relevant, um die Möglichkeit mit der neue Physik entdeckt werden kann abzuschätzen. Erst wenn eine Erwartung bekannt ist, kann eine Abweichung hiervon gesehen werden.

Am LHC wurden bereits erste Messungen der Kopplungsparameter durchgeführt, die keine signifikante Abweichung zum Standardmodell zeigen. Da an Proton-Beschleunigern im Gegensatz zu e^+e^- -Beschleunigern die WZ - und $W\gamma$ -Produktion erst möglich ist und am Tevatron die Schwerpunktsenergie zu gering war, um die bei hohen Energien verstärkten anomalen Kopplungen stark einzuschränken, wird erwartet, dass die Grenzen stark verringert werden können.

Dieses Kapitel soll dazu dienen, die Grundbegriffe dieser Arbeit zu erläutern. Hierbei werden die Begriffe, die zur Beschreibung elektroschwacher Eichbosonen mit QCD-Korrekturen benötigt werden, in diesem Kapitel veranschaulichend eingeführt, um sie in den Gesamtzusammenhang zu setzen. Zu Beginn wird dabei auf die Quantenfeldtheorie eingegangen, die als mathematische Basis jeglicher Rechnungen der modernen Theoretischen Teilchenphysik verstanden werden kann.

An Proton-Beschleunigern wie dem LHC wechselwirken nicht die Protonen ansich, sondern deren Bausteine, die Partonen. Es wird auf die Beschreibung der Protonen mittels PDFs eingegangen und der Wirkungsquerschnitt eingeführt.

Die beiden Prozesse $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$, die in dieser Arbeit behandelt werden, eignen sich, um Modifikationen des bisher bekannten Modells zu messen. Quantifiziert wird dies durch anomale trilineare Vektorboson-Kopplungen, die durch eine effektive Theorie beschrieben werden. Die effektive Theorie der Vier-Fermion-Wechselwirkung wird hier zum Vergleich vorgestellt.

Des Weiteren wird die effektive Lagrangedichte für die allgemeine trilineare Vektorbosonkopplung, die die Symmetrien des Standardmodells berücksichtigt, \mathcal{C}, \mathcal{P} -erhaltend ist und zum Vertex WWV mit $V \in \{Z, \gamma\}$ beiträgt, eingeführt.

2.1. Quantenfeldtheorie

Die Physik als beschreibende Wissenschaft wurde über Jahrhunderte als Möglichkeit verstanden, bekannte Phänomene in mathematische Ausdrücke zu übersetzen und hiermit experimentelle Beobachtungen zu erklären. Das Bild der Physik veränderte sich als Dirac, die Antiteilchen vorhersagte. Ein Phänomen, das erst Jahre später nachgewiesen werden konnte.

Dirac versuchte, die spezielle Relativitätstheorie mit der Quantentheorie zu vereinigen. In der von ihm definierten Dirac-Gleichung treten jedoch Zustände negativer Energie auf, die als Antiteilchen interpretiert werden konnten. Das hierdurch entstandene Problem, dass Zustände negativer Energie, die die Existenz eines Grundzustandes verbieten, konnte erst in einer relativistischen Feldtheorie mit der Methode der zweiten Quantisierung behoben werden.

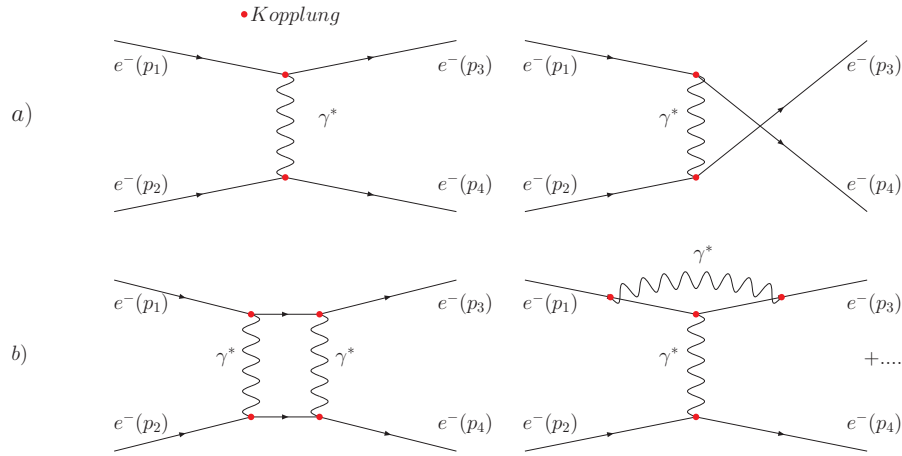


Abbildung 2.1.: Feynman-Diagramme für LO Elektron-Elektron-Streuung (a) und zwei Diagramme der NLO (b) in der QED.

Mathematische Grundlage der Beschreibung von Feldern der Quantenfeldtheorie ist die Lagrangedichte, die eine Verallgemeinerung der klassischen Lagrangefunktion darstellt. Das klassische Prinzip der extremalen Wirkung wird im Fall einer Quantenfeldtheorie neu interpretiert. In der klassischen Mechanik ist der Übergang von Zustand A zu Zustand B mit extremaler Wirkung S realisiert. So wird in der Quantenfeldtheorie jeder mögliche Übergang mit $e^{iS/\hbar}$ gewichtet. Im klassische Grenzfall für verschwindendes Wirkungsquant \hbar , interferieren die Übergangs-Amplituden durch die Phasen-Verschiebung der Wirkung dermaßen, dass der Übergang mit extremaler Wirkung übrig bleibt.

Die störungstheoretische Herangehensweise ist es, die Übergangs-Amplituden nach kleinen Parameter zu entwickeln.

Feynman führte die nach ihm benannten Feynmandiagramme ein. Sie beschreiben diagrammatisch den Übergang A nach B für Teilchenzustände. Die Diagramme lassen sich mit den sogenannten Feynmanregeln, die aus der Lagrangedichte abgeleitet werden können, in mathematische Ausdrücke übersetzen. Dabei müssen alle Möglichkeiten dieses Übergangs beachtet werden. Beispielsweise lässt sich der Stoß zweier Elektronen $e^-(p_1)e^-(p_2) \rightarrow e^-(p_3)e^-(p_4)$ innerhalb der Quantenelektrodynamik (QED) durch den Austausch von Photonen beschreiben. Der Stoß kann nun durch Diagramme wie in Abb. 2.1 dargestellt werden. Abb. 2.1 a) zeigt den Austausch eines virtuellen Photons¹. Da die Kopplung eines Photons an ein Elektron proportional zur elektrischen Ladung ist, aber mindestens der Austausch eines Photons von Nöten ist, um die Impulse p_1, p_2 in die Impulse p_3, p_4 durch Austausch des Photonimpulses ineinander zu überführen, wird von der führenden Ordnung oder üblicherweise die englische Bezeichnung Leading Order (kurz: LO) gesprochen.

Werden zwei Photonen ausgetauscht (siehe Abb. 2.1 b)), so treten vier Kopplungen auf. Dies entspricht einer Korrektur zum Austausch eines Photons, da der Beitrag nun proportional zu e^4 ist. Die entstehenden Interferenzterme von LO-Amplituden und alle Möglichkeiten mit vier Kopplungen tragen zur zweiten Ordnung oder Next to LO (kurz: NLO) bei. Mathematisch treten bei diesen Korrekturen unphysikalische Divergenzen auf, die zum einen Teil durch Renormierung zum anderen durch die Hinzunahme von realen Emissionen beseitigt werden können. Reelle Emission bezeichnet die Abstrahlung eines weiteren Photons vom Feynman-

¹Virtuelle Teilchenzustände müssen nicht die Einsteinsche Formel $E = \gamma mc^2$ erfüllen.

diagramm. Experimentell kann nicht aufgelöst werden, ob ein weiteres, sehr energiearmes oder zu einem der Elektronen kollineares Photon abgestrahlt oder absorbiert wird. Die Hinzunahme eines weiteren Photons zu den Teilchenzuständen A oder B vervollständigt die NLO. Dabei treten keine Interferenzterme mit unterschiedlichen Anzahlen von Teilchenzuständen auf. Es sind allerdings konsequent alle Feynmandiagramme der Ordnung e^4 zu betrachten.

Die vollständige Rechnung müsste alle Ordnungen, also den Austausch beliebig vieler Zwischenzustände, beinhalten. Jede Möglichkeit entspricht einer Vielzahl von Diagrammen. Die Terme, die die Diagramme beschreiben, sind allerdings proportional zu e^n , wobei n = (Anzahl der Kopplungen) ist. Ist e klein, ist der Begriff der Korrektur berechtigt. In der QED ist $\alpha_{em} = e^2/4\pi \approx 1/137$.² Bei Korrekturen der Quantenchromodynamik (QCD) nimmt $\alpha_s \approx 0.1$ die Rolle von α_{em} ein. QCD-Korrekturen sind deshalb a priori schwächer unterdrückt. Die hier eingeführten Begriffe lassen sich durch Austausch von Photon und Elektron durch Gluon und Quarks direkt in die QCD übersetzen.

Da die Anzahl an Diagrammen hin zu höheren Ordnungen stark ansteigt wird die Rechnung immer aufwendiger. Die Korrekturen können im Allgemeinen als klein angenommen werden, daher ist es in den meisten Fällen ausreichend, LO oder NLO zu berechnen um die Vorhersage mit dem experimentellen Ergebnis zu vergleichen.

Symmetrien und lokale Transformationen

Um eine Lagrangedichte aufzustellen, die die Natur beschreibt und aus der die Feynmanregeln abgeleitet werden können, werden einige Bedingungen getroffen. Die erste Bedingung, um eine relativistische Theorie aufzustellen, ist die Lorentzinvarianz. So müssen die Objekte, die die Teilchen beschreiben – Tensoren und Spinoren der Lorentzgruppe – so zusammengefügt werden, dass die Wirkung ein Lorentzskalar, also invariant unter Lorentztransformationen ist. Als weitere Bedingung sollen sich die Bewegungsgleichungen für die Felder – zum Beispiel die Dirac-Gleichung für Fermionen – durch Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichung für Felder ergeben. Um Wechselwirkungen formal zu ermöglichen und Symmetrien zu beschreiben, werden weitere lokale Gruppen eingeführt werden. Dadurch werden intrinsische Eigenschaften von Elementarteilchen, wie elektrische Ladung oder Farbladung, beschrieben. Zur Sicherstellung der Ladungserhaltung muss die Wirkung invariant unter diesen Gruppentransformationen sein. Wenn nun gefordert wird, dass eine solche Gruppentransformation auch lokal – Raum-Zeit-abhängig – möglich ist, muss eine sogenannte kovariante Ableitung³ eingeführt werden, um die lokale Transformation im Ladungsraum auszugleichen. So lautet die kovariante Ableitung der einer lokalen $SU(N)$ ⁴,

$$D_{ij}^\mu = \partial_\mu \delta_{ij} + ig_s \tau_{ij}^a G_\mu^a \quad (2.1)$$

wobei τ_{ij}^a mit den Farbindices (ij) die Erzeugenden der Gruppe, g_s die Kopplungskonstante und G_μ^a das eingeführte Eichfeld darstellen. Die Summe über a im zweiten Term impliziert die Anzahl und Transformationseigenschaft der Eichfelder.

Der Index μ am Eichfeld beschreibt einen Lorentzvektor, dem ein ganzzahliger Drehimpuls zugewiesen werden muss. Somit sind die Eichfelder von bosonischer Natur.

² $\hbar = c = 1$ gilt ab sofort, wenn nicht explizit angegeben, im Folgenden. Ausgenommen sind Angaben in Femtobarn (fb).

³ Der aus der Differentialgeometrie stammende Begriff wird auch in der allgemeinen Relativitätstheorie genutzt um hier die Ableitung auf einer gekrümmten Raumzeit auszuführen. Die Aufgabe der ortsabhängigen Christoffel-Symbole, die Krümmung der Oberfläche für die Ableitung auszugleichen, wird bei einer lokalen Eichtheorie von eingeführten Eichfeldern erfüllt.

⁴Spezielle Unitäre Gruppe in N Dimensionen.

Quantenchromodynamik

Die QCD beschreibt die starke Wechselwirkung. Sie erklärt damit sowohl den Zusammenhalt von Quarks zu Protonen und Neutronen als auch die starke Kernkraft. Das R -Verhältnis

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (2.2)$$

legt nahe, dass es eine weitere Quantenzahl gibt, deren Dimension $N=3$ ist (vgl. elektrische Ladung $\rightarrow \pm \rightarrow N=1$). Hadronen sind aus stark wechselwirkenden Teilchen (Quarks, Anti-Quarks und Gluonen) zusammengesetzte Objekte wie Baryonen oder Mesonen.

Der Name Chromo ergab sich historisch aus der anschaulichen Darstellung durch Farben und ermöglicht die Begriffe wie beispielsweise farblos, Farbladung oder Farbraum. Die $SU(3)$ -Eichgruppe, deren fundamentale Darstellung die Dimension $N=3$ hat, stellte sich bisher als beste Beschreibung der starken Kraft heraus. Für Rechnungen ist nun die Lagrangedichte von Nöten. Ohne die geforderte lokale Invarianz erfüllt

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_q \sum_{ij} \bar{q}_i (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \delta_{ij} q_j \quad (2.3)$$

für die Felder q_i eine globale $SU(3)$ -Invarianz, da δ_{ij} mit Farbindices (ij) die Symmetrie im Farbraum nicht beeinträchtigt. Die Gleichung ist so gewählt, dass nach Anwendung der Euler-Lagrange-Gleichung die Diracgleichung folgt. Zudem wird über die verschiedenen Quarkflavours $q = u, d, s, c, b, t$ summiert. Kommt allerdings eine lokale Abhängigkeit hinzu, so muss das vorher erwähnte Eichfeld die lokale Drehung im Farbraum ausgleichen und $\partial_\mu \delta_{ij}$ durch Gl. (2.1) ersetzt werden. Es entstehen Terme proportional zu $\bar{q}Gq$, die in dieser Form als *minimale Kopplung* von Gluonen an Quarks bezeichnet werden.

Zusätzlich wird für die Bewegungsgleichung der Eichbosonen ein Term hinzugefügt, der sowohl unter Lorentz- als auch lokalen $SU(3)$ -Transformationen invariant ist. Hierzu kann der Kommutator der kovarianten Ableitung – der Feldstärketensor – quadriert werden. In der QED reproduziert dieser Term die homogenen Maxwell-Gleichungen. Da die $SU(3)$ eine nicht-abelsche Gruppe ist, ergibt sich der Feldstärketensor zu

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c. \quad (2.4)$$

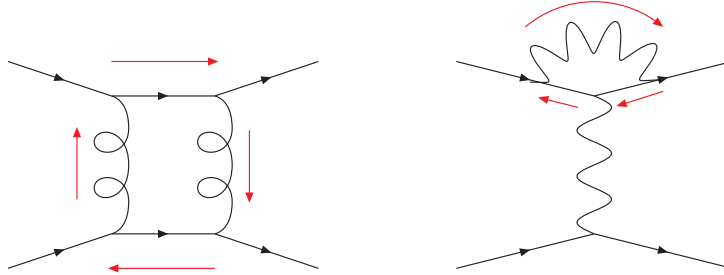
Bei einer abelschen Gruppe entfällt der letzte Term, da in diesem Fall die Strukturkonstanten f^{abc} identisch Null sind. Der hinzugekommene Term führt zu Selbstkopplungen der Austauschbosonen. Die Selbstwechselwirkung der Gluonen führt zu entgegengesetztem Laufen der starken Kopplung, im Vergleich zur elektromagnetischen Kopplung, auf das weiter unten eingegangen werden soll.

Feynmanregeln

Eine genaue Beschreibung, wie aus der Lagrangedichte die Regeln abgeleitet werden, findet sich in [2]. Anhand von Abb. 2.1 sollen beispielhaft die einzelnen benötigten Terme beschrieben werden, um die diagrammatische Darstellung in eine mathematische Formel zu übersetzen. Alle äußeren Beinen werden als frei angesehen. Sie werden als Spinoren (u, v) oder Tensoren der Lorentzgruppe im Impulsraum beschrieben und müssen die freien Bewegungsgleichungen der Felder erfüllen. Innere Verbindungen – Propagatoren – werden durch das Inverse der freien Bewegungsgleichung übersetzt.

Die Verbindungspunkte von drei oder mehr Linien werden Vertices (lat. Wendepunkte) genannt. Um Ausdrücke hierfür abzuleiten werden alle Terme der Lagrangedichte mit der

jeweiligen Anzahl an Feldern gesammelt und die mathematische Struktur der gewählten Darstellung extrahiert, indem die Felder entfernt werden. Ableitungen in der Lagrangedichte werden im Impulsraum zu Impulsen der ein- bzw. auslaufenden Felder multipliziert mit $(\pm i)$. Hierbei ist auf die Richtung zu achten. Zudem ergibt sich an jedem Vertex die Viererimpulserhaltung gegeben sein.



Treten in einem Diagramm geschlossene Schleifen auf, so ist es mit der Impulserhaltung verträglich, jeden beliebigen Impuls innerhalb der Schleife zuzulassen, ohne die äußeren Impulse zu verändern. Da im Sinne der Quantenfeldtheorie jeder Weg möglich ist, also hier jeder Impuls, muss über die verschiedenen Impulse integriert werden.

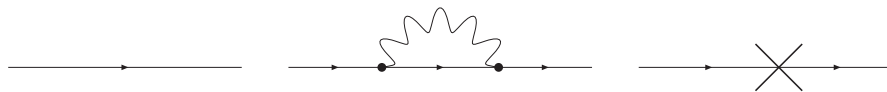
Regularisierung und Renormierung

Diese Integrale über alle möglichen Impulse können mathematisch divergent sein. Da physikalische Größen endliche Werte annehmen, müssen diese Divergenzen behoben werden. Diese unphysikalischen Divergenzen werden, um sie beschreiben zu können, *regularisiert*, d.h. mathematisch parametrisiert. Dazu können, wie es in „dimensionaler Regularisierung“ der Fall ist, die Integrale nicht in den vier Minkowski-Raum-Zeit-Dimensionen berechnet, sondern in $d = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen integriert werden. Die Divergenzen treten dann als Pole $1/\epsilon^n$ auf. Um diese Pole bzw. das Verhalten bei hohen Schleifenimpulsen auszugleichen, werden lokale Gegenterme eingeführt.⁵

Die Gegenterme entstehen, indem die sogenannten „nackten“ Größen \mathcal{X}_0 mit *Renormierungskonstanten* $Z_{\mathcal{X}}$ in der Lagrangedichte \mathcal{L} umdefiniert werden:

$$\mathcal{X}_0 = Z_{\mathcal{X}} \cdot \mathcal{X} \quad \text{mit} \quad Z_{\mathcal{X}} = 1 + \delta Z_{\mathcal{X}} . \tag{2.5}$$

\mathcal{X} werden dann als physikalische (renormierte) Größen wie Massen, Ladung oder Wellenfunktionen interpretiert. Formal ist $\delta Z_{\mathcal{X}}$ als Korrektur höherer Ordnung in den Kopplungskonstanten zu \mathcal{X} anzusehen. Die Lagrangedichte kann nun in den Kopplungskonstanten bis zur benötigten Ordnung der Schleifenrechnung entwickelt werden. Dabei entsteht ein Teil der dieselbe Form wie die ursprüngliche Lagrangedichte hat, mit $\mathcal{X}_0 \rightarrow \mathcal{X}$. Des Weiteren entstehen Terme, die ebenfalls dieselbe Struktur der Lagrangedichte haben und abhängig von den $\delta Z_{\mathcal{X}}$ sind. Diese Terme ergeben neue Feynmanregeln für die Berechnung der Störungsreihe in höherer Ordnung, die als Kreuze angezeigt werden.



Die $\delta Z_{\mathcal{X}_i}$ werden mittels Renormierungsbedingungen bestimmt. Dabei werden je nach Renormierungsschema unterschiedliche Bedingungen gefordert. So fordert z.B. das anschauliche

⁵Des weiteren treten sogenannte infrarote Divergenzen als Pole – in NLO – $1/\epsilon^2$ und $1/\epsilon$ auf, die durch Hinzunahme der reellen Emission verschwinden. Aus welchen Impulskonstellationen diese Divergenzen entstehen wird in Kapitel 3.3.1 beschrieben.

On-Shell-Schema, dass die renormierte Masse eines Teilchens, auch nach der Schleifenkorrektur, dem Realteil des Propagatorpols entspricht. Dabei heben sich die Divergenzen der Schleifen gegen die Beiträge der Feynmandiagramme mit $\delta Z_{\mathcal{X}_i}$ gerade weg. Mit den $\delta Z_{\mathcal{X}_i}$, die bis entsprechenden zur Ordnung der Schleifenrechnung bestimmt wurden, können im Folgenden alle erdenklichen Prozesse bis zu dieser Ordnung berechnet werden. Dabei beheben sich die Divergenzen.

Laufende Kopplung

Mit der Änderung der Dimension wird bei der dimensional Regularisierung eine Massenskala μ_R eingeführt, um die Dimension des Integrationsmaßes auszugleichen. Diese Skala findet sich durch die Renormierungsbedingungen in den physikalischen Größen wieder. Die Forderung, dass beobachtete Größen nicht von dieser mathematischen Hilfsgröße abhängen dürfen, führt unter anderem zur Renormierungsgruppengleichung für die Kopplungskonstanten. Die Lösung dieser Differentialgleichung enthält logarithmische Terme in μ_R . Wenn 1-Schleifen-Korrekturen in Betracht gezogen werden, ergibt sich für die abelsche QED durch Resummation der Logarithmen

$$\alpha_{em}(\mu^2) = \frac{\alpha_{em}(\mu_R^2)}{1 - \frac{\alpha_{em}(\mu_R^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_R^2}\right)}. \quad (2.6)$$

Die Interpretation von μ_R ist die einer Skala bei der $\alpha_{em}(\mu_R^2)$ bestimmt wird, also die physikalische Kopplung bei einer bestimmten Energieskala. Mit Gl. (2.6) lässt sich eine Angabe über die effektive Stärke der Kopplung bei anderen Energien μ^2 angeben. Die Veränderung der Kopplung hin zu neuen Energien wird als Laufen der Kopplung bezeichnet. In der QED nimmt die Kopplungsstärke mit wachsendem μ^2 zu.

In der QCD tritt wegen der Selbstwechselwirkung der Gluonen ein entgegengesetztes Verhalten auf. Hier gilt in 1-Schleifen-Näherung

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu_R^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \ln\left(\frac{\mu^2}{\mu_R^2}\right)}. \quad (2.7)$$

Für eine effektive Anzahl, im Vergleich zu μ_R , masseloser Quarkflavours n_f kleiner als 17, ist das Laufen von α_s entgegengesetzt zum Laufen von α_{em} .

Das entgegengesetzte Laufen hat Konsequenzen:

- Asymptotische Freiheit: Bei hohen Energien können die Quarks als frei angesehen werden, weswegen die Theorie sich bei hohen Impulsüberträgen perturbativ beschreiben lässt.
- „Parton Distribution Functions“⁶ (PDF): Bei kleinen Impulsen steigt die Kopplung stark an. Das bedeutet das PDFs nicht perturbativ beschrieben werden können.
- Confinement: Zwei farbgeladene Teilchen können nicht getrennt werden, da bei kleinem Impulsübertrag die Kopplung sehr groß wird. Reicht die Energie, die zwischen den zu trennenden Teilchen entstanden ist aus, werden Teilchenpaare aus dem Vakuum so

⁶Wahrscheinlichkeitsfunktionen, die angibt mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Impulsbruchteil des Hadronimpulses bei einem Parton zu erwarten ist. Siehe Kapitel 2.3

erzeugt, dass die neu zusammengesetzten Teilchen wieder Farbsingletts bilden. Aus diesem Grund können keine isolierten Quarks beobachtet werden.

Bei Prozessen, in denen schon in LO eine starke Kopplung auftritt, treten bei den Schleifenrechnungen wieder logarithmische Beiträge von μ_R auf. Diese kompensieren sich teilweise mit dem Logarithmus, der ausschlaggebend für das Einschleifen-Laufen von α_s bei Skalenvariation ist. Hierdurch kommt es zu einem Abflachen der Skalenvariation. Wird der Prozess in LO rein elektroschwach, wie $pp \rightarrow WZ$ oder $pp \rightarrow W\gamma$, beschrieben, dominiert der Logarithmus in Gl. (2.7) die Skalenvariation der NLO-Rechnung.

2.2. Gruppen des Standardmodells

Die QCD ist nicht die einzige intrinsische Gruppe unter der das Standardmodell invariant ist. Die Feynmanregeln des Standardmodells ergeben sich aus einer $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ invarianten Lagrangedichte. Die Indices C , L und Y beschreiben in dieser Reihenfolge die Farbe, den Isospin und die Hyperladung Y . Das L bezieht sich hierbei auf die Isospin-Quantenzahl, die nur linkshändige Fermionen führen. Auf die spontane Symmetriebrechung, die dazu führt, dass $SU(2)_L \times U(1)_Y$ zu einer $U_{em}(1)$ -Symmetrie wird, soll an dieser Stelle nicht weiter eingegangen werden. Das Ergebnis der Symmetriebrechung findet sich im übernächsten Abschnitt.

CKM-Matrix

Um die Felder den beobachteten Teilchen zuzuordnen, muss zwischen der Zuordnung zu den einzelnen Gruppen unterschieden werden. So können beispielsweise die Felder q und \bar{q} , die mit Gl. (2.3) beschrieben werden, als Masseneigenzustände der einzelnen Flavour interpretiert werden. Die Wechselwirkungseigenzustände der $SU(2)$ unterscheiden sich hiervon durch eine Drehung des Flavour-Raumes, die mithilfe der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM) beschrieben wird.

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_{SU(2)} = V_{CKM} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{SU(3)} = \begin{pmatrix} 0.974 & 0.225 & 0.003 \\ 0.225 & 0.973 & 0.041 \\ 0.008 & 0.040 & 0.999 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_{SU(3)}. \quad (2.8)$$

Die Matrix V_{CKM} wurde [3] entnommen. So kann der Masseneigenzustand des up-artigen (Isospin $+1/2$) top-Quarks mit unterschiedlicher Wahrscheinlichkeit in alle bisher beobachteten down-artigen (Isospin $-1/2$) Masseneigenzustände (d, s, b) zerfallen.

Der elektroschwache Sektor

In dieser Arbeit soll die paarweise Erzeugung von Vektorbosonen – explizit $W\gamma$ und WZ – berechnet werden. Diese Bosonen werden im elektroschwachen Sektor des Standardmodells beschrieben. Die drei Generatoren der $SU(2)_L$ benötigen drei Vektorbosonen $W^{1,2,3}$, die mit dem Eichboson B^0 der $U(1)_H$ mischen und nach der spontanen Symmetriebrechung [4, 5, 6] mit den massiven Bosonen der schwachen Wechselwirkung – W^\pm und Z – identifiziert werden. Als masseloses Boson der elektromagnetischen Wechselwirkung wird das Photon durch eine Linearkombination von B^0 und W^0 beschrieben. Diese Vereinheitlichung wurde im Glashow-Weinberg-Salam-Modell vorgestellt. Die Ladung der Teilchen ergibt sich als Kombination von Isospin und Hyperladung.

Mit der Mischung von nicht-abelscher und abelscher Gruppe $SU(2)_L \times U(1)_H$ kommt es, ähnlich⁷ wie in der QCD, zu Selbstwechselwirkungen der Eichbosonen. Die experimentelle Messung dieser Kopplungen ist eine wichtige Probe für die Eichstruktur des Standardmodells. Um eine allgemeinere Struktur dieser Kopplungen in der theoretischen Vorhersage zu ermöglichen, können anomale Kopplungen in Betracht gezogen werden (siehe Kapitel 2.5).

Da massive W - und Z -Bosonen instabil sind und eine Lebensdauer von etwa 10^{25} s vorweisen, können im Experiment nur die Zerfallsprodukte gemessen werden. Neben den Quarks bilden die *Leptonen*⁸ l den Hauptanteil der Zerfalls-Moden [3]:

W^+ Zerfalls-Moden	Anteil	Z Zerfalls-Moden	Anteil
$l^+ \nu_l$	32.4 %	$l^+ l^-$	10.1 %
Hadronen	67.6 %	Neutrinos	20.0 %
		Hadronen	69.1 %

In Proton-Kollidern wie dem LHC erzeugen leptonische Kanäle klare Signale für W - und Z -Bosonen. Der Untergrund für rein hadronische Prozesse ist wesentlich größer, da diese Endzustände auch durch reine QCD-Prozesse erzeugt werden können. Es ist daher sinnvoll, trotz der kleineren Anteile Prozesse mit Leptonen im Endzustand zu betrachten.

2.3. Proton-Beschleuniger

An Proton-Beschleunigern wie dem LHC werden Protonen durch elektrische Felder beschleunigt und mittels magnetischer Felder auf Kreisbahnen gelenkt. Hierbei werden allerdings nicht einzelne Protonen, sondern sogenannte Bunches (Englisch: Bündel), die aus etwa 10^{11} Protonen bestehen, beschleunigt. Kommt es zur Kollision, wechselwirkt nur ein Bruchteil der Protonen. Die aussagekräftigen Prozesse, die Aufschluss über die elementaren Kräfte liefern sollen, sind diejenigen, bei denen die Energie der Protonen umgewandelt wird und neue Teilchen entstehen.

PDF

Wenn Wirkungsquerschnitte für Prozesse an Proton-Beschleunigern berechnet werden, muss beachtet werden, dass die Protonen aus den Partonen aufgebaut sind. Partonen sind stark wechselwirkende Teilchen, also Quarks, Antiquarks und Gluonen. Protonen sind so einerseits aus Valenzquarks, die die intrinsischen Quantenzahlen des zusammengesetzten Protons bestimmen und andererseits aus Seequarks und Gluonen, die aufgrund der Stärke von α_s bei kleinen Energien aus dem Vakuum erzeugt werden. Der Gesamtimpuls des Protons wird auf die einzelnen Konstituenten verteilt. Die Wahrscheinlichkeit, ein Parton mit einem bestimmten Impulsbruchteil x des Protonimpulses anzutreffen, kann nicht perturbativ berechnet werden. Daher werden in theoretischen Rechnungen die experimentell bestimmten Wahrscheinlichkeitsfunktionen (PDFs) berücksichtigt.

⁷Ähnlich im Sinne der Mischung. Der Mechanismus der kovarianten Ableitung bleibt bestehen.

⁸elektroschwach, aber nicht stark wechselwirkende Teilchen: Elektron, Myon und Tauon und die jeweiligen Neutrinos und Antiteilchen.

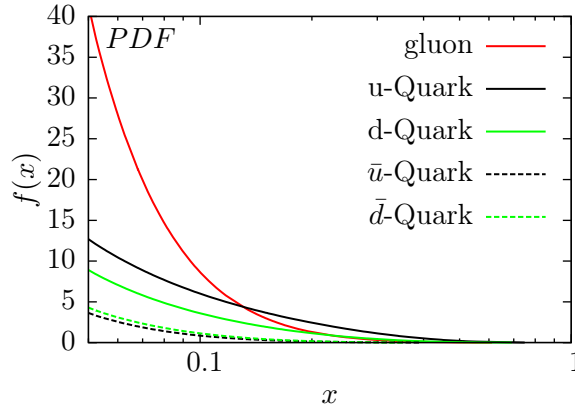


Abbildung 2.2.: Verteilungsfunktion PDF für unterschiedliche Flavours. `cteq611` mit $\mu_F = M_Z$

Wirkungsquerschnitt

Um Wirkungsquerschnitte mit zwei hadronischen Anfangszuständen zu berechnen, muss folgendes Integral gelöst werden:

$$\sigma = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a(x_1) f_b(x_2) \int_{PS} \frac{1}{F} |\mathcal{M}((x_1 P_1)_a (x_2 P_2)_b \rightarrow k_1 \dots k_n)|^2. \quad (2.9)$$

Die Summe $\sum_{a,b}$ bezieht sich auf alle möglichen Partonen des Protons. Die Faltung mit den PDFs $f_{a/b}(x_{1/2})$ umfasst die erreichbaren Impulsbruchteile $x_{1/2} \in [0, 1]$. Das Integral über den Phasenraum PS und der Flussfaktor F werden durch die Anzahl der Endzustände und die Impulsbeziehungen bestimmt. Letztendlich entsteht der Ausdruck für die Matrixelemente $\mathcal{M}((x_1 P_1)_a (x_2 P_2)_b \rightarrow k_1 \dots k_n)$ aus allen möglichen Feynmandiagrammen von Anfangs- zu Endzustand. Der Wirkungsquerschnitt kann als effektive Fläche betrachtet werden, in der zwei entgegenreisende Wellenpakete miteinander wechselwirken.

Observablen

In den Prozessen $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$ werden Neutrinos als Endzustände betrachtet. Die Anzahl an beobachtbaren Größen (Observablen) verringert sich – im Vergleich zu e^+e^- -Beschleunigern – an Proton-Beschleunigern, da nicht die Protonen selbst, sondern die Partonen miteinander wechselwirken. Bei den einzelnen Ereignissen kann die Schwerpunktsenergie nicht aus den Endzustandsimpulsen errechnet werden, da das Schwerpunktsystem entlang der Strahlachse, abhängig von $x_{1/2}$, geboostet ist. Da Neutrinos den Detektor verlassen ohne Spuren zu hinterlassen, ist insbesondere ihr longitudinaler Impuls nicht messbar. Der transversale Impuls der Neutrinos kann dank der Impulserhaltung aus den Impulsen der restlichen Teilchen berechnet werden. Aus dem gleichen Grund müssen die invarianten Massen der Zwischenzustände mit transversalen Massen angenähert werden⁹.

Da bei beiden in dieser Arbeit betrachteten Prozesse ausschließlich elektroschwach wechselwirkende Teilchen die Endzustände bilden, sind die Signale in Bezug auf Untergründe klar messbar. Erst ab NLO müssen Jets aus den reellen Emissionen (siehe Kapitel 3.3.1) in Betracht gezogen werden. Für den transversalen Impuls der Neutrinos müssen dann auch die hadronischen Endzustände vermessen werden.

⁹Siehe hierzu z.B. Gl. (5.1).

2.4. Effektive Theorie

Eine der ersten effektiven Theorien war die Vier-Fermion-Wechselwirkung, die Enrico Fermi zur Beschreibung des β -Zerfalls einführte. Da der Wirkungsquerschnitt mit einem Vier-Fermion-Vertex bei Teilchenkollisionen allerdings proportional zur Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ansteigt, kann die Wahrscheinlichkeit einer Wechselwirkung größer Eins werden, was zur Unitaritätsverletzung führt. Für kleine Energien $\sqrt{s} \ll M_W^2$ war die Theorie eine gute Beschreibung. Für Energien $\sqrt{s} \approx M_W$ oder größer musste das W-Boson eingeführt werden, damit der Propagator, der für $\sqrt{s} \gg M_W^2$ einen Beitrag

$$\sim \frac{1}{s} \quad (2.10)$$

liefert, die Unitarität erhält. Aus dem Vier-Fermion-Vertex mit Kopplungskonstante $G_F/\sqrt{2}$ wurden, vereinfacht beschrieben, zwei Vertices und ein Propagator $g^2/(M_W^2 - q^2)$. Für $q^2 \rightarrow 0$ ergibt sich $g^2/(M_W^2)$. Die Vier-Fermion-Wechselwirkung ist ein Niederenergielimes der Theorie mit W-Boson.

Effektive Theorien beschreiben die Natur in bestimmten Grenzfällen. Diese benötigen allerdings für Bereiche, an denen die Grenzfälle nichtig werden, neue Ansätze. So kann gezeigt werden, dass für Operatoren in der Lagrangedichte mit Dimension $N > 4$ eine Theorie nicht renormierbar ist.

Wenn das Standardmodell¹⁰ als Niederenergielimes einer übergeordneten Theorie betrachtet wird, wäre es möglich bei – seit dem LHC vorstellbaren – Energien im TeV-Bereich Anzeichen hierauf zu finden.

2.5. Anomale Kopplungen

Der bereits erwähnten Erweiterung der trilinearen Vektorboson-Kopplung durch anomale Kopplungen, wird hier ein eigener Abschnitt eingeräumt, da die Prozesse $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$ hauptsächlich dafür Verwendung finden, diese denkbare Abweichung vom Standardmodell zu untersuchen.

2.5.1. \mathcal{CP} -erhaltende Operatoren

Wenn das Standardmodell ein Niederenergielimes einer übergeordneten Theorie ist, kann es sein, dass diese „neue“ Physik die Wechselwirkungen des Standardmodells modifiziert. Um mögliche Modifikationen der trilinearen Vektorboson-Kopplung des elektroschwachen Sektors zu parametrisieren, wurde die Standardmodell-Lagrangedichte durch Operatoren der Dimension 6 zu einer effektiven Theorie erweitert.

Die allgemeinste¹¹, \mathcal{C} , \mathcal{P} -erhaltende Lagrangedichte mit zwei geladenen W-Bosonen und einem ungeladenen Vektorboson $V \in \{Z, \gamma\}$, wurde zu

$$\frac{\mathcal{L}_{WWV}^{tri}}{g_{WWV}} = ig_1^V (W_{\mu\nu}^\dagger W^{\mu\nu} V^\nu - W_\mu^\dagger V_\nu W^{\mu\nu}) + i\kappa_V W_\mu^\dagger W_\nu V^{\mu\nu} + \frac{i\lambda_V}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^\dagger W_\nu^\mu V^{\nu\lambda} \quad (2.11)$$

¹⁰Das Standardmodell wird durch Operatoren der Dimension $N \leq 4$ beschrieben und ist renormierbar.

¹¹Allgemein in Bezug auf die Lorentzstruktur der Felder und wenn die skalaren Komponenten der Felder $\partial_\mu V^\mu$ vernachlässigt werden.

konstruiert [7]. Dabei ist $X_{\mu\nu} = \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu$ für $X \in \{W, V\}$ und die Faktoren g_{WWV} sind durch $g_{WW\gamma} = -e$ bzw. $g_{WWZ} = -e \cot \theta_W$ definiert.¹² Terme mit gleicher Lorenzstruktur der Felder, aber z. B. einem weiteren d'Alembertoperator $\square = \partial^\mu \partial_\mu$, hätten ausschließlich Einfluss auf die Kopplungskonstanten und führten zu einer Impulsabhängigkeit der Konstanten. Die Lagrangedichte aus Gl. (2.11) enthält zwei Operatoren der Dimension 4 und einen der Dimension 6.

Eine andere Möglichkeit eine Lagrangedichte aufzustellen, ist es, von den Symmetrien des Standardmodells auszugehen und hiermit \mathcal{L}^{tri} mit Operatoren der Dimension 6 zu erweitern [8]. So sind die Operatoren der Dimension 6, die aus den $SU(2)_I$ - bzw. $U(1)_Y$ -Invarianten aufgebaut werden können und am WWZ - bzw. $WW\gamma$ -Vertex beitragen, gegeben durch:

$$\mathcal{O}_W = (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{W}^{\mu\nu} (D_\nu \Phi) \quad (2.12)$$

$$\mathcal{O}_B = (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{B}^{\mu\nu} (D_\nu \Phi) \quad (2.13)$$

$$\mathcal{O}_{WWW} = \text{Spur}(\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\rho} \hat{W}_\rho^\mu) . \quad (2.14)$$

Hier ist Φ das Higgs-Dublett $1/\sqrt{2}(0, v + H)^T$ in der unitären Eichung, D_μ die kovariante Ableitung der $SU(2) \times U(1)$ und

$$\hat{W}_{\mu\nu} = i \frac{g}{2} \sigma^a W_{\mu\nu}^a \quad \text{bzw.} \quad \hat{B}_{\mu\nu} = i \frac{g'}{2} B_{\mu\nu} \mathbf{1}$$

sind die Feldstärke-Tensoren mit den Ladungen und Erzeugenden der beiden Gruppen.

Mit diesen Operatoren lässt sich eine erweiterte, effektive Lagrangedichte für die trilineare Kopplung schreiben als:

$$\mathcal{L}_{eff}^{tri} = \mathcal{L}_{SM}^{tri} + \frac{f_W}{\Lambda^2} \mathcal{O}_W + \frac{f_B}{\Lambda^2} \mathcal{O}_B + \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{WWW} \quad (2.15)$$

Λ^2 gleicht die erhöhte Dimension der Operatoren aus, damit die f_i dimensionslose Parameter darstellen.¹³ \mathcal{L}_{SM}^{tri} entsteht aus den Quadraten der Feldstärketensoren, bzw. durch

$$\mathcal{L}_{SM}^{tri} = \mathcal{L}_{WWZ} + \mathcal{L}_{WW\gamma}$$

aus Gl. (2.11) mit $\kappa_V = g_1^V = 1$ und $\lambda_i = 0$. Die Abweichung von Standardmodell wird nun durch

$$\Delta\kappa_V = \kappa_V - 1 \quad \Delta g_1^V = g_1^V - 1 \quad (2.16)$$

parametrisiert. Der Zusammenhang der Kopplungskonstanten aus den unterschiedlichen Parametrisierungen ergibt sich durch die Eichinvarianz zu¹⁴

¹² θ_W bezeichnet den Weinberg-Winkel.

¹³ Λ^2 entspricht hier der Skala neuer Physik. Vergleichbar ist dies mit der W -Masse im Fall der Vier-Fermion-Wechselwirkung.

¹⁴ $\Delta g_1^\gamma = 0$ folgt aus der $U(1)_{em}$ -Eichinvarianz.

$$\Delta g_1^Z = \frac{f_W M_Z^2}{\Lambda^2 2} \quad (2.17)$$

$$\Delta \kappa_Z = \left(\cos^2 \theta_W \frac{f_W}{\Lambda^2} - \sin^2 \theta_W \frac{f_B}{\Lambda^2} \right) \frac{M_Z^2}{2} \quad (2.18)$$

$$\Delta \kappa_\gamma = \left(\frac{f_W}{\Lambda^2} + \frac{f_B}{\Lambda^2} \right) \frac{M_W^2}{2} \quad (2.19)$$

$$\lambda_Z = \lambda_\gamma = \frac{3M_W^2 e^2}{2 \sin^2 \theta_W} \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \quad (2.20)$$

$$\Delta \kappa_Z = \Delta g_1^Z - \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos^2 \theta_W} \Delta \kappa_\gamma. \quad (2.21)$$

Die Dimension 4 Operatoren in Gl. (2.11) enthalten also eichinvariante Operatoren der Dimension 6, die durch den Vakuumerwartungswert des Higgsfeldes auftreten.

In der Diplomarbeit von B. Feigl [9] wurde zu den Viererkopplungen von Vektorbosonen, die drei Operatoren \mathcal{O}_W , \mathcal{O}_B und \mathcal{O}_{WWW} in VBFNLO implementiert. In `anomV.dat` können beide Parametrisierungen gewählt und verändert werden. Die Parameter werden von der Einleseroutine auf die f_i übertragen.

Die in dieser Arbeit genutzte Parametrisierung aus Gl. (2.11) kann physikalisch als Veränderung des magnetischen Dipolmoments μ_W und des elektrischen Quadropolmoments q_W des W -Bosons interpretiert werden. In experimentellen Analysen wird meist diese Variante genutzt.

2.5.2. Formfaktoren

Die aufgeführten Terme führen zu Unitaritätsverletzung bei hohen Energien, falls die Kopplungsparameter nicht ihren Standardmodell-Wert, $(g_1^V, \kappa_V) = 1$ und $(\lambda, g_4^V, g_5^V, \tilde{\kappa}_V, \tilde{\lambda}_V) = 0$, annehmen. Um dieses unphysikalische Verhalten zu unterdrücken, wird üblicherweise ein Formfaktor eingeführt, der die Kopplungsstärke bei höheren Energien unterdrückt. Häufig wird dabei

$$\frac{1}{(1 + s/\Lambda^2)^n} \quad (2.22)$$

genutzt. Diese Wahl soll die Unterdrückung durch Propagatoren von Teilchen 'neuer' Physik, die bei Energien der Skala Λ auftreten, simulieren. Eine Untersuchung der Formfaktoren im Hinblick auf Unitaritätsverletzung findet sich ebenfalls in [9].

2.6. K -Faktor

Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte in NLO¹⁵ - und LO-Näherung bezeichnet man als K -Faktor, also

$$K = \frac{\sigma^{NLO}}{\sigma^{LO}} = \frac{\sigma^{LO} + \text{Korrektur in } \mathcal{O}(\alpha_s)}{\sigma^{LO}}. \quad (2.23)$$

Störungstheoretisch müsste davon ausgegangen werden, dass die Korrekturen aufgrund der höheren Ordnung in α_s klein sind. Im vorliegenden Fall sind die NLO-Korrekturen in der

¹⁵NLO beziehen sich von nun an auf QCD-Korrekturen. Da die Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung α_s etwa einen Faktor zehn größer ist als α_{em} , kann davon ausgegangen werden, dass diese Korrekturen den „Bärenanteil“ ausmachen.

gleichen Größenordnung wie die LO-Beiträge, da in LO keine Hadronen im Endzustand vorkommen. Damit werden die Anteile durch die reelle Emission groß. Hierauf wird in Kapitel 5.3 näher eingegangen. Zudem tritt bei $W\gamma$ - und, in abgeschwächter Form, auch bei WZ -Produktion das Phänomen der „radiation zero“ auf, das in Kapitel 5.2.1 besprochen wird und ebenfalls den K -Faktor anwachsen lässt.

In dieser Arbeit treten neben den in Gl. (2.23) definierten K -Faktoren auch solche auf, die das Verhältnis

$$K_{\partial}(\mathcal{O}) = \frac{d\sigma^{NLO}/d\mathcal{O}}{d\sigma^{LO}/d\mathcal{O}} \quad (2.24)$$

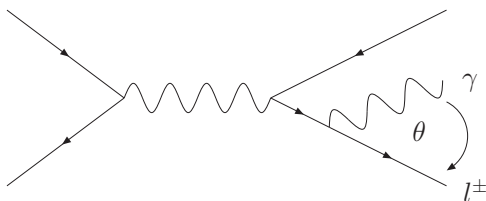
für differentielle Wirkungsquerschnitte einer Observablen \mathcal{O} angeben. Sie werden fortan durch den Index ∂ unterschieden.

2.7. Phasenraumschnitte

Ein weiterer Begriff, der die Messung von Observablen betrifft, ist der Phasenraumschnitt (Englisch: Cut). Cuts sind Bedingungen an die kinematischen Observablen der Endzustände. Cuts werden eingeführt, um den Aufbau des Detektors zu berücksichtigen, Untergründe zu beherrschen und mögliche Probleme zu umgehen.

Die Cuts, die für die Analyse der Prozesse $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$, werden im Kapitel 5.1 vorgestellt. Es wird hierbei gefordert, dass die transversalen Impulse der Endzustandsteilchen p^T oberhalb auflösbarer Energien liegen, sodass die Teilchen im Experiment als solche identifiziert werden können. Mit der R -Separation $R_{sep} = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$ kann sowohl in der Rechnung als auch im Experiment die Trennung unterschiedlicher Teilchen im Detektor gefordert werden. Hierbei ist $\Delta\phi$ und $\Delta\eta$ der Unterschied der azimuthalen Winkel bzw. der Rapidität der Endzustandsimpulse. Des Weiteren werden invariante Massen mit diesen Impulsen mittels $M = p_{1\mu}p_2^\mu$ gebildet und begrenzt. Diese können die Masse des Teilchens, das zerfallen ist, abbilden.

Mathematische Probleme treten auf, wenn Photonen von „masselosen“¹⁶ Leptonen oder Quarks abgestrahlt werden.



$$\frac{1}{p^2} = \frac{1}{(p_1 + p_2)^2} \stackrel{m_i=0}{\sim} \frac{1}{2(1 - \cos(\theta))} \quad (2.25)$$

Im Fall einer kollinearen Emission ($\theta \rightarrow 0$) des Photons divergiert das Ausdruck analog zur reellen QED-Strahlungskorrektur zum Prozess

$$q\bar{q} \rightarrow W^\pm \rightarrow l^\pm \nu^{(-)}$$

Da im kollinearen Bereich auch das Experiment kein Photon identifizieren kann, wird eine R -Separation zwischen Photon und Lepton eingeführt. Im Fall der Abstrahlung des Photons von einem auslaufenden Quark treten Probleme auf, die in Kapitel 3.3.3 behandelt werden.

¹⁶Im Vergleich zur Schwerpunktsenergie sind die Massen der Leptonen und leichten Quarks klein und werden in der Rechnung vernachlässigt.

Nachdem die grundlegenden Methoden der Berechnung von Wirkungsquerschnitten eingeführt wurden, werden nun die einzelnen Schritte, die zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte der WZ - und $W\gamma$ -Erzeugung nötig sind, genauer besprochen. Im Laufe dieser Arbeit wurden die beiden Prozesse in das Parton-Level-Monte-Carlo-Programm VBFNLO [1] implementiert. Daher wird an dieser Stelle die Monte-Carlo-Methode an sich und der Berechnung gleichzeitig auf die Umsetzung in VBFNLO eingegangen.

Es werden die Terme in LO, die genutzten Vereinfachungen und der dadurch entstehende Fehler beschrieben. Im Folgenden werden die Bausteine diskutiert, die zur Berechnung der Ordnung α_s nötig sind. Hierbei wird auf die Subtraktion von Catani und Seymour [10, 11] eingegangen und werden die Dipole für Prozesse ohne Partonen im Endzustand mit zugehöriger Tilde-Kinematik erläutert. Mit den endlichen kollinearen Resten, die bei Partonen im Anfangszustand auftreten, kommt es zur Renormierung der PDFs. Abschließend wird auf die Implementierung der anomalen Kopplungen eingegangen.

3.1. Die Monte-Carlo-Methode

Das in Gl. (2.9) eingeführte Integral

$$\sigma = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a(x_1) f_b(x_2) \int_{PS} \frac{1}{F} |\mathcal{M}((x_1 P_1)_a (x_2 P_2)_b \rightarrow k_1 \dots k_n)|^2 \quad (2.9)$$

ist zum Einen nicht analytisch lösbar, da die PDFs nicht analytisch bekannt sind, zum Anderen muss im Fall der $WZ(W\gamma)$ -Produktion in Born-Approximation ein neun – bzw. sechs – dimensionales Integral gelöst werden, was eine numerische Integration nahelegt. In NLO-Rechnungen muss zusätzlich über weitere drei Dimensionen bei der reellen Emission integriert werden, da die kinematischen Variablen des Jets hinzukommen. Um trotz der analytischen Unlösbarkeit Aussagen und Berechnungen durchführen zu können, werden computergestützte Monte-Carlo-Simulationen [12] durchgeführt. Es wird in diesem Vorgehen das Gesetz der großen Zahlen herangezogen, um numerische Ergebnisse zu erhalten. Dabei wird das Integrationsvolumen auf einen Einheitswürfel mit d Dimensionen – in LO $d = 9(6)$ – projiziert.

Anschließend werden in diesem Hyperwürfel zufällig N Punkte \vec{x}_i ausgewählt und der Integrand an diesen ausgewertet. Somit wird das ursprüngliche, schon auf den Würfel projizierten Integral

$$I = \int_{[0,1]^d} f(\vec{x}) d^d x \quad (3.1)$$

durch aufsummieren der N Punkte, näherungsweise zu

$$I \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\vec{x}_i) . \quad (3.2)$$

Da es sich um ein Einheitsvolumen handelt gilt $d^d x \rightarrow 1/N$. Das Gesetz der großen Zahlen besagt nun, dass für ansteigendes N sich der Wert der Summe dem Integral annähert und für

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\vec{x}_i) = I \quad (3.3)$$

ist.

Da unendlich viele Zufallspunkte in endlicher Zeit nicht auszuwerten sind, muss eine, wenn auch große, endliche Anzahl Punkte berechnet werden. In dieser Arbeit ist der Begriff 'große Zahl' im Bereich $[2^{24}, 2^{30}] \approx [10^7, 10^9]$ anzusiedeln. Der statistische Fehler, der bei einer solchen Methode auftritt, ist proportional zu $1/\sqrt{N}$, kann aber mittels „importance sampling“ verringert werden.

Im Gegensatz zur bisher beschriebenen Monte-Carlo-Methode, bei der die Zufallszahlen zufällig im Bereich $[0,1]$ 'gewürfelt' werden, wird bei „importance sampling“ das ursprüngliche Integrationsintervall nicht linear auf Einheitsgröße 'geschrumpft', sondern in mehreren Iterationen so verändert, dass Integrationsbereiche mit höheren Beiträgen mehr Zufallspunkte bekommen. Da *ohne Vorwissen* nicht klar ist, welche (Phasenraum-)Bereiche höhere Beiträge liefern, muss dies in Iterationsschritten geschehen. Das gewichtete Zusammenziehen des Integrationsintervalls wird in VBFNLO mithilfe eines modifizierten VEGAS-Algorithmus bewältigt.

Durch physikalische Überlegungen kann das oben erwähnte Vorwissen teilweise erlangt werden, auch wenn die Integration nicht ausgeführt wird. So kann schon das erste Zusammenziehen des Phasenraums durch geeignete Substitution (Mapping) so gewählt werden, dass in Bereichen, die bei massiven Zwischenzuständen resonant sind, schon in der ersten Iteration mehr Punkte ausgewertet werden. Diese Herangehensweise ist prinzipiell nicht nötig und im gewissen Sinne ein manuelles „importance sampling“. Sie beschleunigt allerdings die Konvergenz der Summe in Gl. (3.2). Die genannten resonanten Bereiche sind prozessabhängig, weswegen für die beiden in dieser Arbeit behandelten Prozesse ein Mapping in Phasenraum-Generatoren gestaltet werden musste. Siehe hierzu Kapitel 3.2.3.

Um das iterative Verhalten des „importance sampling“ zu illustrieren, sind in Abb. 3.1 verschiedene Anzahlen an Iterationsschritten, bei gleicher Anzahl an Zufallspunkten N abgebildet. Dargestellt ist eine der neun Zufallszahlen, die den Phasenraum der WZ -Produktion in LO aufspannen. Der Routine, die das „importance sampling“ durchführt, wurde der Integrand, also das Gewicht der Phasenraum-Routine und das Absolutquadrat des Matrixelements, übertragen. Im linken Graph von Abb. 3.1 wurde der Integrand der an die Histogrammroutine übergeben wird, durch den Wert 1 ersetzt. Dies führt dazu, dass die Anzahl

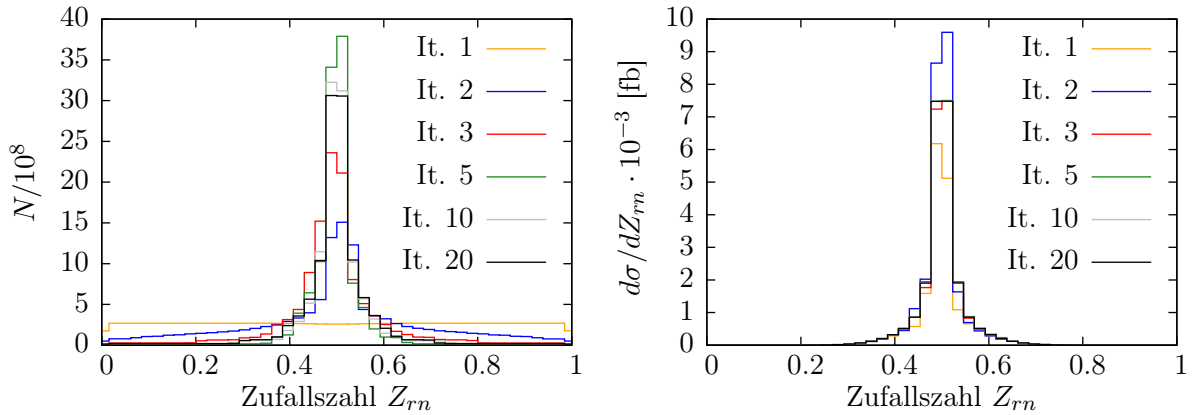


Abbildung 3.1.: Links: Anzahl der Zufallszahlen pro Bin Z_{rn} , Rechts: Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dZ_{rn}$. Die Verteilungen wurden mit gleicher Anzahl (2^{28}) an, Zufallspunkten, allerdings unterschiedlicher Anzahl an Iterationen berechnet. Dabei wird das iterative Verhalten des „importance sampling“ deutlich. In Bereichen des n -dimensionalen Einheitswürfels, in denen das Integral einen großen Beitrag liefert, werden mehr Zufallspunkte ausgewertet.

N der Zufallspunkte pro Bin wiedergegeben wird. Im rechten Graphen wurde der echte Integrand an die Histogramm-Routine übergeben. Ab der dritten Iteration ist der differentielle Wirkungsquerschnitt (rechter Graph) identisch im Rahmen statistischer Schwankungen. Die Verteilung im linken Graphen passt sich immer mehr der rechten Verteilung an. Mit anderen Worten werden in Bereichen des n -dimensionalen Einheitswürfels, in denen das Integral einen großen Beitrag liefert, mehr Punkte ausgewertet.¹

3.2. Die führende Ordnung

Um mit der numerischen Methode das Integral in Gl. (2.9) zu lösen, müssen die einzelnen Terme im Integranden bestimmt und berechnet werden. In der schon erwähnten Phasenraum-Routine werden mithilfe der Zufallszahlen und unter Ausnutzung der Impuls- und Energieerhaltung die Viererimpulse der auslaufenden Teilchen erzeugt (siehe Kapitel 3.2.3). Die Schwerpunktsenergie jedes einzelnen Phasenraumpunktes ergibt sich aus der eingestellten Strahlenergie und den ebenfalls zufällig erzeugten Feynman-Variablen $x_{1/2}$.

3.2.1. Matrixelemente

Der Term $|\mathcal{M}|^2$ im Integral in Gl. (2.9) soll nun in LO für die beiden Prozesse $q\bar{q} \rightarrow WZ \rightarrow l\nu l^+$ und $q\bar{q} \rightarrow W\gamma \rightarrow l\nu\gamma$ erläutert werden. Die Amplitude \mathcal{M} wird in LO als Summe über alle möglichen in Abb. 3.2 dargestellten Feynmandiagramme gebildet. Diese Feynmandiagramme lassen sich, wie in Kapitel 2.1 beschrieben, unter Verwendung von Feynmanregeln in mathematische Ausdrücke übersetzen. Die Summation bezieht sich zusätzlich auf die möglichen Quantenzahlen – wie Polarisation, Helizität oder Farbe – der Endzustände, wenn diese nicht gemessen werden. Zudem wird über die Quantenzahlen der einlaufenden Teilchen gemittelt.

¹Die Anzahlen in Abb. 3.1 links wurden, mit dem prozentualen Anteil eingetragener Ergebnisse (in LO: 'f_positive' im VBFNLO-Output) dividiert. Zum Vergleich der Kurven ist dies nötig, da die Cuts in bei unterschiedlichen Iterationsschritten bei variierenden prozentualen Anteilen von Zufallspunkten zu einem Verwerfen der Punkte führt.

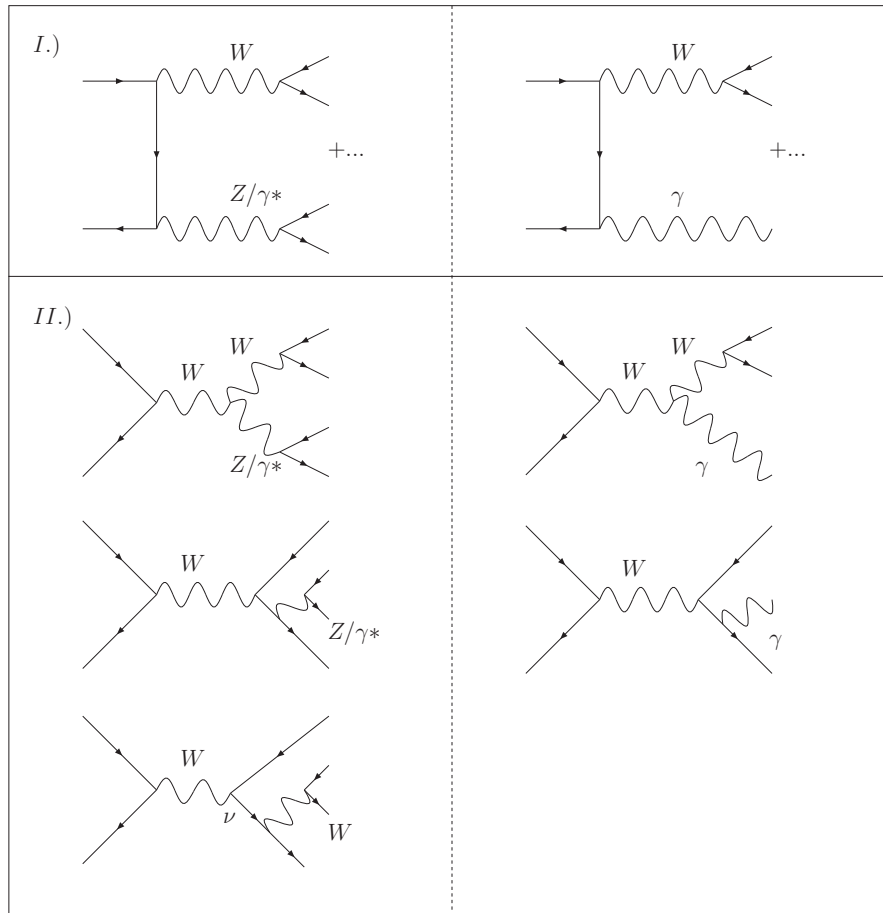


Abbildung 3.2.: LO-Feynman-Diagramme: links: $q\bar{q} \rightarrow WZ \rightarrow l\nu l^+l^-$, rechts: $q\bar{q} \rightarrow W\gamma \rightarrow l\nu\gamma$. Gezeigt sind die unterschiedlichen Topologien der Feynman-Diagramme, Topologie I mit zwei Bosonen, Topologie II mit einem Boson an der Quarklinie. Die Punkte bei Topologie I repräsentieren die Möglichkeit, die Reihenfolge der Boson-Ankopplung an der Quarklinie zu vertauschen. Das dritte Diagramm in Topologie II erzeugt die gleichen Endzustände, enthält allerdings weder ein virtuelles Photon noch ein Z -Boson. Trotz dieses Diagramms wird der Prozess $q\bar{q} \rightarrow l\nu l^+l^-$ weiterhin als WZ -Produktion bezeichnet.

3.2.2. Baumgraphen

Die beiden Prozesse $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$ haben zu großen Teilen die gleiche Struktur. Der Unterschied besteht hauptsächlich im Zerfall des Z -Bosons, bzw. des virtuellen Photons, das nicht unterscheidbar zur Z -Produktion ist und in die Rechnung einfließen muss. So konnte vorerst mit der Implementierung und Berechnung von $pp \rightarrow WZ$ begonnen und anschließend im Code die Wellenfunktion des virtuellen Z -Bosons durch die Wellenfunktion eines reellen Photons ersetzt werden. Die Struktur der Implementierung wurde dem Code von Vera Hankele zur W -Paar-Produktion nachempfunden.

Kanäle

Die möglichen Kanäle, unter Berücksichtigung von Erhaltungsgrößen wie Ladung und Fer-

mionenzahl, zur WZ - und $W\gamma$ -Produktion sind in LO

$$\begin{aligned} u\bar{d} &\rightarrow W^+Z \rightarrow l^+\nu l^+l^- \\ \bar{u}d &\rightarrow W^-Z \rightarrow l^-\bar{\nu}l^+l^- \\ u\bar{d} &\rightarrow W^+\gamma \rightarrow l^+\nu\gamma \\ \bar{u}d &\rightarrow W^-\gamma \rightarrow l^-\bar{\nu}\gamma. \end{aligned}$$

Wobei u und d stellvertretend für alle up- bzw. down-artigen Quarks stehen sowie l und ν für die unterschiedlichen Leptongenerationen.

Die LO-Diagramme können in sogenannte Topologien unterteilt werden (vgl. Abb. 3.2). Dabei wird unterschieden, wieviele Bosonen an die Quarklinie koppeln. Die Unterscheidung ist in NLO von Bedeutung, da die Topologie I mit zwei Vektorbosonen an der Quarklinie Korrekturen bekommt, die nicht proportional zum LO-Matrixelement sind.

Des Weiteren kann bei Topologie II mit *einem* an der Quarklinie gekoppelten W -Boson unterschieden werden zwischen zwei Subtopologien. Einerseits gibt es Graphen, bei denen das W zuerst in WZ bzw. $W\gamma^{(*)}$ zerfällt und diese anschließend in die Endzustände (vgl. Abb. 3.2 Topologie II oben) oder andererseits Graphen, bei denen das W zuerst in ein Neutrino und das assoziierte Lepton zerfällt und im Folgenden eine erneute Ankopplung eines Vektorbosons stattfindet (vgl. Abb. 3.2 Topologie II mitte und unten).

Elektroschwach Anteil

Sowohl für die Berechnung der Baumgraphen als auch der NLO-QCD-Korrekturen können die elektroschwachen Anteile gleichermaßen bestimmt werden, da die QCD-Korrekturen ausschließlich die Quarklinien verändern. Dafür werden die von den Phasenraumroutinen übergebenen Endzustands-Viererimpulse p_f genutzt, um Helizitätseigenzustände zu generieren. Dies geschieht mithilfe von HELAS-Routinen [13]. Dazu wird diesen Routinen neben dem Impuls zusätzlich die Masse, die Helizität und die Teilchenart übergeben:

- IXXXXX(p_f des Fermions, Masse, Helizität, Anti- oder Teilchen, χ_{ein})
- OXXXXX(p_f des Fermions, Masse, Helizität, Anti- oder Teilchen, χ_{aus})
- VXXXXX(p_f des Bosons, Masse, Helizität, Anti- oder Teilchen, A_μ)

Die Ausgabe dieser Routinen sind die Wellenfunktion $\chi_{ein/aus}$ oder A_μ . Der Anfangsbuchstabe der entsprechenden Routine gibt an, ob die Wellenfunktion eines ein- (In) oder auslaufenden (Out) Fermions² bzw. eines Vektorbosons (V) erzeugt wird. In dieser Arbeit werden die Quarks und Fermionen als masselos angenommen.

Sind nun zwei Fermionwellenfunktionen erzeugt worden, werden sie zu einem Strom J zusammengefügt. Das an den Strom koppelnde Boson B wird charakterisiert durch Masse und Zerfallsbreite. Mit dem Aufruf von

- JIOXXX(χ_{ein} , χ_{aus} , Kopplung, Masse von B , Zerfallsbreite von B , B_μ)

wird dieser Strom erzeugt und das Vektorboson in Form eines Propagators angehängt (kontrahiert). Das Resultat B_μ und auch A_μ kann nun an die Quarklinie gekoppelt werden (Topologie I).

²Einlaufende Antifermionen werden als auslaufende Fermionen erzeugt.

An dieser Stelle ist zu erkennen wie aus dem fertiggestellten WZ -Code der $W\gamma$ -Code auf Matrixelement-Niveau entwickelt werden konnte. Dazu mussten das virtuelle $\gamma^{(*)}$ aus JIOXXX konsequent durch γ aus VXXXXX ersetzt und die Z -Anteile entfernt werden.

Das Paket MADGRAPH [14] ermöglicht die automatisierte Erzeugung von LO-Feynman-Diagrammen. Hierbei werden die oben beschriebenen und zusätzliche HELAS-Routinen genutzt, um alle möglichen Feynman-Diagramme zu erzeugen. Zusätzlich wird über alle Helizität-Kombinationen summiert. Bei der manuellen Implementierung können die Helizität-Kombinationen stark reduziert werden, da zum Beispiel das W -Boson chiral koppelt. Außer wurde die Helizität der Fermionen, die aus dem Zerfall von Z bzw. γ^* entstehen, zufällig gewählt und das Ergebnis am Ende verdoppelt. Dies reduziert die Operationen pro Phasenraumpunkt und ermöglicht somit mehr Zufalls-Punkte pro Iteration bei gleicher Rechenzeit.

MADGRAPH wurde genutzt, um die Matrixelemente für den Zerfall eines W -Bosons in die möglichen Endzustände ($l^+l^-\nu$ oder $\gamma l\nu$) der Topologie II zu generieren. Die hieraus erhaltenen FORTRAN-Routinen wurden modifiziert, sodass als Resultat der Routine DIBOSwtowz bzw. DIBOSwtowa ein *leptonischer Tensor* erzeugt wird, der mitsamt des W -Propagators wiederum als Vektor an die Quarklinie gekoppelt werden kann (Topologie II). Dieser Routine wird bei der Implementierung der anomalen Kopplungen erneut verändert werden.

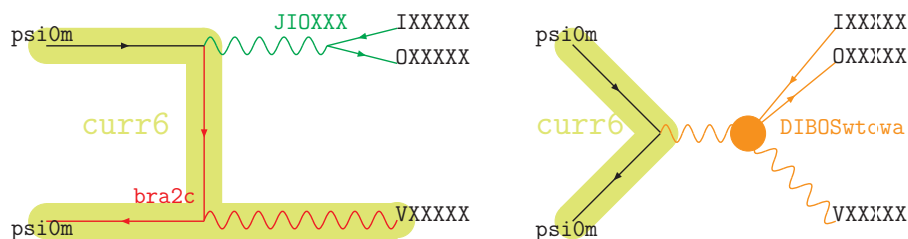
Quarklinien

Nach der Implementierung des elektroschwachen Anteils müssen die Ankopplungen an die Quarklinien erzeugt werden. Hierzu wurden die in VBFNLO implementierten Routinen psi0m, bra2c und curr6 genutzt.

- **psi0m**: Erzeugt zweidimensionale komplexe Vektoren für masselose Fermionen, die dann als Bra und Kets eingesetzt werden können, wie in Anhang A in [15] – dort (Gl. A.9) – beschrieben.
- **bra2c**: Führt ein Bra aus psi0m und einen der Vektoren aus dem elektroschwachen Anteil zusammen. Dabei ist, wie in (Gl. A.10) in [15], der Fermion-Propagator angehängt. Das Resultat ist weiterhin ein zweidimensionaler komplexer Vektor.
- **curr6**: In curr6 werden ein Bra und ein Ket wie in (Gl.2.20) in [15] mit den σ^μ -Matrizen zu einem Strom j^μ zusammengefasst.

Volle Matrixelemente

Mit den vorgestellten Routinen können die Matrixelemente zu erzeugt werden, indem der Strom j_μ mit der Wellenfunktion aus dem elektroschwachen Anteil kontrahiert wird. Abgerundet wird der vollständige Ausdruck durch Multiplikation mit den Kopplungsparametern der Bosonen an die Quarklinien.



Die Grafik stellt noch einmal den Zusammenhang der einzelnen Routinen für die $W\gamma$ -Matrixelemente graphisch dar. Hinzu kommt noch die Struktur, bei der JIOXXX und VXXXXX ver-

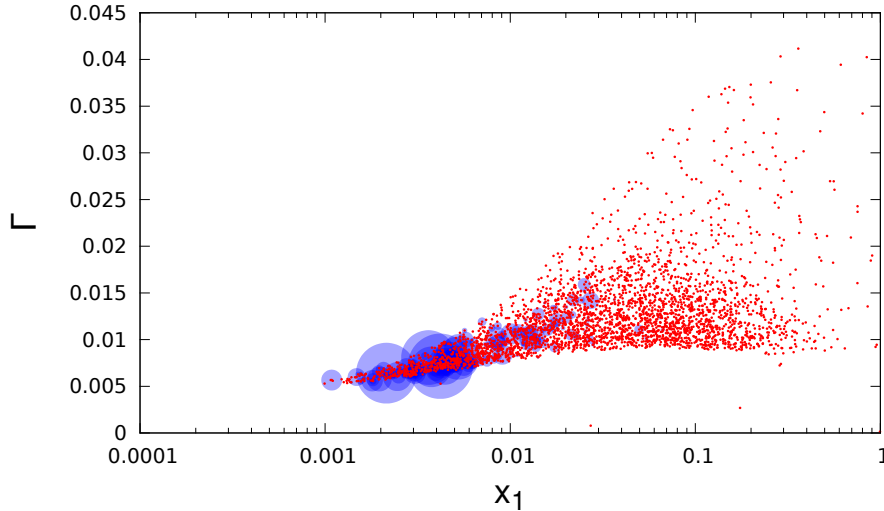


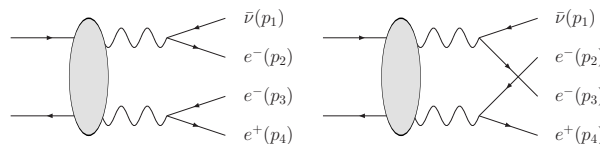
Abbildung 3.3.: $\Gamma = \sin^2\theta_C \cdot \left(1 - \frac{f_{c/p}(x_1)}{f_{u/p}(x_1)}\right) \left(1 - \frac{f_{\bar{s}/p}(x_2)}{f_{\bar{d}/p}(x_2)}\right)$ über x_1 ausgewertet an 3000 Zufallspunkten für $W\gamma$ -Produktion. x_2 variiert. Der Radius der transparent, blauen Kreise ist proportional zu $|\mathcal{M}_B(q\bar{q} \rightarrow (W\gamma))|^2 \times PDFs$ mit $V_{CKM} = \mathbf{1}$. Da die Anzahl an Zufallspunkten mit $\Gamma > 0.2$ gering ist und die Kreise dort nicht erkennbar, ist die Abschätzung $V_{CKM} = \mathbf{1}$ gerechtfertigt.

tauscht sind, und damit t -Kanal zu u -Kanal wird.

Im Gegensatz zur Implementierung der W -Paar-Produktion können die einlaufenden Quarks linkshändig fixiert werden, da bei beiden Topologien ein W -Boson an die Quarklinie koppelt.

Approximationen

In dieser Arbeit werden als Endzustände für die WZ -Produktion die leptonenischen Zerfallsprodukte des W -Bosons, zum Beispiel $e^-(k_1)\nu_e(k_2)$ und des Z -Bosons $\mu^+(k_3)\mu^-(k_4)$ betrachtet. Interferenzterme, die bei gleichen Endzuständen entstehen, falls das W - und Z -Boson in die gleiche Lepton-Familie zerfallen (Pauli-Interferenzterme), werden nicht in Betracht gezogen. Der Beitrag dieser Terme kann als klein angenommen werden, da gleichzeitig zwei unterschiedliche Lepton-Zuordnungen resonant sein müssen. Die Winkelbereiche, in denen dies der Fall ist, sind vernachlässigbar.



Neben der Vernachlässigung des Zerfalls in gleiche Familien wird als weitere Approximation angenommen, dass die CKM-Matrix (Kapitel 2.2) als Einheitsmatrix angenähert werden kann. Die Rechnung zum Abschätzen des Fehlers ist identisch für die WZZ -Produktion und wurde in [16] ausgeführt.

Das Ergebnis

$$\begin{aligned}
& |\mathcal{M}_B(q\bar{q} \rightarrow (WX))|^2 \times PDFs & (3.4) \\
& = |\mathcal{M}_B|_{(WX)}^2 \cdot \left\langle f_{u/p}(x_a) f_{\bar{d}/p}(x_b) + f_{c/p}(x_a) f_{\bar{s}/p}(x_b) \right. \\
& \quad \left. - \underbrace{f_{u/p}(x_a) f_{\bar{d}/p}(x_b) \cdot \sin^2 \theta_C \cdot \left(1 - \frac{f_{c/p}(x_a)}{f_{u/p}(x_a)}\right) \left(1 - \frac{f_{\bar{s}/p}(x_b)}{f_{\bar{d}/p}(x_b)}\right)}_{\Gamma} \right\rangle
\end{aligned}$$

lässt eine Abschätzung des Fehlers zu. Der unter Einfluss der CKM-Matrix hinzugekommene Term Γ , der in der durchgeführten Rechnung vernachlässigt wird, lässt sich mit VBFNLO darstellen. In Abb. 3.3 wurden für die $W\gamma$ -Produktion in der zehnten Iteration an 3000 Punkten die Funktion Γ (s. Gl. (3.4)) ausgewertet. Das „importance sampling“ hat also schon die Bereiche mit hohem Wirkungsquerschnitt ausgemacht. Da diese Bereiche, wie in der Abb. 3.3 zu erkennen ist, einen Wert für Γ von unter 0.02 erhalten, also nur 2% des ersten Terms in Gl. (3.4), kann die Approximation $V_{CKM} = \mathbb{1}$ als gerechtfertigt angenommen werden.

3.2.3. Phasenraum

Um das Integral aus Gl. (2.9) numerisch zu lösen, muss für die Phasenraumintegration das Phasenraumelement

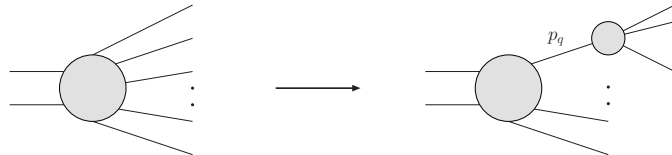
$$d\Phi_n = (2\pi)^4 \delta^4 \left(P - \sum_{i=1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} \quad (3.5)$$

aus den Zufallszahlen erzeugt werden. Hierin bezeichnet P den Impuls des Schwerpunktsystems, der durch die Feynmanparameter $x_{1/2}$ bestimmt wird. Die p_i entsprechen den Endzustandsimpulsen und die δ -Funktion bedingt die Energie-Impulserhaltung. Des Weiteren sollen in resonanten Bereichen der Vektorbosonen schon in der ersten Iteration mehr Zufallspunkte ausgewertet werden. Dies soll für eine Resonanz an dieser Stelle erläutert werden.

Das differentielle n -Teilchen Phasenraum-Volumen $d\Phi_n$ kann aufgespalten werden zu

$$d\Phi_n \left(P; \sum_{i=1}^n p_i \right) = d\Phi_{n-k+1} \left(P; p_q + \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \frac{dp_q^2}{2\pi} d\Phi_k \left(p_q; \sum_{i=1}^k p_i \right). \quad (3.6)$$

p_q entspricht dem Impuls eines ggf. resonanten Zwischenzustands. Das n -Teilchen Phasenraum-Volumen wurde in ein um k reduziertes und ein k -Teilchen Phasenraum-Volumen zerlegt, wobei die k Teilchen nun den Impuls des Übergangsteilchens p_q als Schwerpunktsimpuls erhalten. Hier findet also der Übergang



statt.

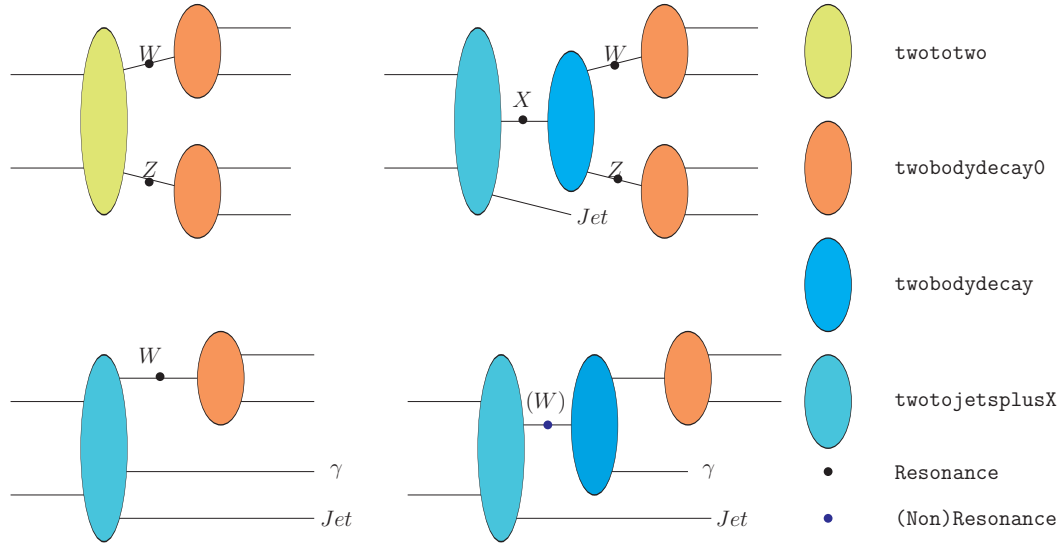


Abbildung 3.4.: Schematische Darstellung Phasenraum-Routinen. Links oben: LO-WZ-Kinematik; rechts oben: NLO-WZ-Kinematik; unten: LO/NLO- $W\gamma$ -Kinematik, dabei wird die Jetanzahl in `twotojetsplusX` für NLO um eins erhöht, in LO ist `#Jets=0`. Der Impuls des Photons wird links unten als Jetimpuls erzeugt.

Um die resonanten Bereiche zu approximieren, kann aus den Matrixelementen der quadrierte Propagator des Zwischenzustands extrahiert werden. Dieser Term ist gerade von der Variable p_q^2 abhängig. Für die Integration $dp_q^2/2\pi$ aus Gl. (3.6) mit diesem Term muss das Integral

$$\int_0^s \frac{dp_q^2}{2\pi} \frac{1}{(p_q^2 - M_q^2)^2 + M_q^2 \Gamma_q^2}, \quad (3.7)$$

gelöst werden, wobei M_q die Masse und Γ_q die Zerfallsbreite des Zwischenzustands sind. Durch Substitution erhalten wir hieraus

$$\frac{1}{2\pi M_q \Gamma_q} \int_{-M_q^2/M_q \Gamma_q}^{(s-M_q^2)/M_q \Gamma_q} \frac{dp_q^2}{1 + (p_q^2)^2} = \frac{1}{2\pi M_q \Gamma_q} \int_{-\arctan[M_q^2/M_q \Gamma_q]}^{\arctan[(s-M_q^2)/M_q \Gamma_q]} dx \quad (3.8)$$

$$= \frac{\Delta}{2\pi M_q \Gamma_q} \int_0^1 dx' . \quad (3.9)$$

Δ entspricht $\arctan[(s - M_q^2)/M_q \Gamma_q] + \arctan[M_q^2/M_q \Gamma_q]$. Es wurde also hier so substituiert, dass aus einem Teil des Phasenraumintegrals und dem resonanten Propagator die Integrationsvariable dp_q^2 verschwindet und hierfür die neue Variable x im Einheitsintervall entsteht. Mit der Substitution $p_q^2 = \tan x$ wurden die resonanten Bereiche in der x -Integration flach abgebildet. Da der Propagator nicht in der Phasenraum-, sondern in der Matrixelement-Routine in die Berechnung eingeht, muss in der Phasenraumgenerierung der Faktor $1 + \tan^2 x$ als Jacobifaktor mitgeführt werden. Der gesamte Jacobifaktor für diese beispielhaft durchgeführte Substitution ist

$$J = \frac{\Delta \cdot (1 + \tan^2 x) \cdot M_q \cdot \Gamma_q}{2\pi} . \quad (3.10)$$

Da solche Phasenraumzerlegungen, aber auch andere Operationen, in unterschiedlichsten Prozessen gebraucht werden, wurden in VBFNLO allgemeine Routinen bereitgestellt, um Phasenraumelemente zu erzeugen und Jacobifaktoren zu berücksichtigen. So findet zum Beispiel

das im vorigen Absatz beschriebene Aufspalten des n -Teilchen-Phasenraumelements mit der $\tan(x)$ -Substitution in der Subroutine `Resonance` statt. Die Ausgabe dieser Routine ist der Wert von p_q^2 , der dann weiter genutzt werden kann. Für die weiteren Subroutinen, die in der Implementierung der Phasenraum-Routine genutzt wurden, soll an dieser Stelle auf die Funktion eingegangen werden.

Auch `NonResonance` wird genutzt, um den n -Teilchen-Phasenraum aufzuspalten, allerdings ohne die $\tan(x)$ -Substitution. Die Routine ist nützlich, um die nicht-resonanten Bereiche des Phasenraums mit Zufallspunkten zu versehen.

Wenn die Resonanzen für massive Vektorbosonen mit der $\tan(x)$ -Substitution für die Zufallszahlen flach abgebildet wurden, können mit `TwoToJetsPlusX` oder `TwoToTwo` Viererimpulse für die Übergangsteilchen und Jets erzeugt werden. Dabei werden durch die Zufallszahlen auf Transversalimpulse, Azimutalwinkel und Rapiditäten erzeugt. Der Impuls des Photons im Prozess $pp \rightarrow W\gamma$ wird als Impuls eines zusätzlichen Jets erzeugt.

Mit den Viererimpulsen der Übergangsteilchen kann mit `TwoBodyDecay` oder `TwoBodyDecay0` der Zerfall in massive oder masselose Teilchen weitergeführt werden. Der Zerfall wird hier im Ruhesystem von p_q generiert und anschließend ein Lorentzboost durchgeführt.

In Abb. 3.4 sind die genutzten Phasenraum-Routinen für LO- und NLO-Kinematik schematisch dargestellt.

3.3. NLO-QCD

Um genauere Vorhersagen für Beschleunigerexperimente, wie sie am LHC durchgeführt werden, treffen zu können, ist es notwendig, nicht nur die führende Ordnung der Störungsreihe in Betracht zu ziehen, sondern auch Terme höherer Ordnung in α_s mit einzubeziehen. Zum Einen ist die Kopplungskonstante $\alpha_s \approx 0,1$ nur in begrenztem Maße kleiner 1, also die hierdurch erhaltene Unterdrückung in NLO nicht allzu groß, zum Anderen eröffnen sich – vor allem bei Prozessen, die in LO rein elektroschwach beschrieben werden – in NLO neue Anfangszustände, die einen erheblichen Anteil zum Wirkungsquerschnitt beitragen können.

3.3.1. Divergenzen

In Kapitel 2.1 wurden die Divergenzen erwähnt, die entstehen, wenn in einem Schleifendiagramm über alle Impulse integriert wird. Dabei entstehen bei hohen Schleifenimpulsen die genannten UV-Divergenzen, die in diesem Kapitel nicht betrachtet werden sollen. Für die numerische Berechnung von NLO-Wirkungsquerschnitten stellen die im Folgenden besprochenen infraroten Divergenzen eine größere Herausforderung dar, da die UV-Divergenzen analytisch regularisiert und renormiert werden können.

Die infraroten Divergenzen können bei der Integration auftreten, wenn masselose Teilchen beteiligt sind. Bei infraroten Divergenzen kann zwischen zwei Arten unterschieden werden:

- Weiche Divergenzen: Wenn zwischen zwei äußeren Beinchen ein masseloses Teilchen ausgetauscht wird, divergiert das Integral über den Schleifenimpuls bei kleinen Impulsüberträgen (λ -Singularität [17]).
- Kollineare Divergenzen: Falls ein masseloses äußeres Beinchen einen Vertex mit den Linien zweier masseloser Propagatoren teilt. In diesem Fall wird das Integral divergent, wenn der Schleifenimpuls kollinear zum äußeren Beinchen ist (m -Singularität [17]).

Das KLN-Theorem [17, 18], benannt nach Kinoshita, Lee und Naunberg, sagt aus, dass der NLO-Wirkungsquerschnitt endlich wird, wenn zu den Schleifendiagrammen die Diagramme hinzukommen, die ein zusätzliches Parton im Endzustand beinhalten, die sogenannte reelle Emission. Bei diesen Diagrammen treten ebenfalls weiche (verschwindender Impuls des zusätzlichen Partons) und kollineare Divergenzen (Aufspalten eines Partons mit kollinearen Impulsen der Tochter-Teilchen) auf, allerdings mit entgegengesetztem Vorzeichen im Vergleich zur virtuellen Korrektur. Die kinematischen Variablen des zusätzlichen Partons müssen hierbei ohne Einschränkungen integriert werden. Dies kann, wie in Kapitel 3.3.3 beschrieben, zu Problemen führen.

Ein neues Teilchen im Endzustand erhöht die Dimension der Phasenraumintegration und verändert damit die numerische Integration. Wie eine infrarot sichere, *numerische* Integration dennoch möglich ist, wird im folgenden Kapitel erläutert.

Sowohl die reelle Emissionsamplitude als auch die virtuellen Korrekturen werden bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten für Proton-Proton-Kollisionen mit den PDFs gefaltet. Die Anfangszustände sind durch diese Gewichtung exakt definiert. Dies führt zu einer nicht exakten Aufhebung der Divergenzen, also weiterhin zu vermeintlich unkontrollierbaren Ausdrücken. Die Lösung dieses Problems liefern die ebenfalls divergenten NLO-Korrekturen der PDFs. So können diese Divergenzen, die nur durch die Fixierung der Anfangszustände zustande kommen, auch diesen zugeschrieben werden. Das kollineare, divergente Aufspalten der Anfangszustände kann in eine Renormierung der PDFs absorbiert werden. Wie im Fall der α_s -Renormierung werden die PDFs skalenabhängig. Die Skala, die hierfür definiert wird, ist die Faktorisierungsskala μ_F , die als Skala eine betrachtet werden kann bei der das kollineare Aufspalten stattfindet. Die PDFs werden mithilfe der DGLAP-Gleichungen [19, 20, 21] von der Skala bei der sie gemessen wurden, zu anderen Skalen evolviert.

3.3.2. Dipol-Formalismus und Kollinearer Rest

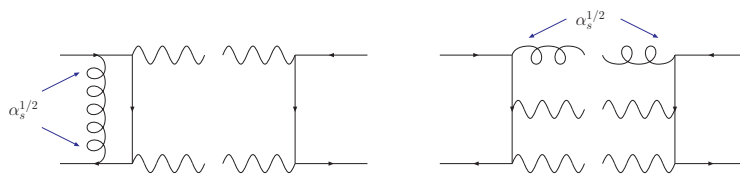
Bei der numerischen Berechnung von Wirkungsquerschnitten wird der Phasenraum punktweise ausgewertet. Im letzten Abschnitt wurde erläutert, dass neben den Schleifenbeiträgen

$$\sigma^V = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a(x_1) f_b(x_2) \int_{PS(n)} \frac{1}{F} 2Re[\mathcal{M}_B \mathcal{M}_V^*] \quad (3.11)$$

auch die Beiträge der reellen Emission

$$\sigma^R = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a(x_1) f_b(x_2) \int_{PS(n+1)} \frac{1}{F} |\mathcal{M}_R|^2 \quad (3.12)$$

berechnet werden müssen. Dabei ist $2Re[\mathcal{M}_B \mathcal{M}_V^*]$ der Interferenzterm in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ der Born-Matrixelemente \mathcal{M}_B mit den Matrixelementen \mathcal{M}_V , in denen eine Schleife vorkommt, und $|\mathcal{M}_R|^2$ das Betragsquadrat der Amplitude mit zusätzlicher hadronischer Abstrahlung. Beide Ausdrücke sind von der $\mathcal{O}(\alpha_s)$ wie aus den beispielhaften Feynmangraphen



abzulesen ist.

Der endliche Wirkungsquerschnitt wird geschrieben als

$$\sigma_n^{NLO} = \sigma_n^B + \sigma_n^V + \sigma_{n+1}^R + \sigma_n^C(\mu_F) . \quad (3.13)$$

Dabei bezeichnet n die Anzahl der Endzustands-Teilchen und $\sigma_n^C(\mu_F)$ die für sich divergenten Gegenterme, welche die kollinearen Divergenzen durch die Fixierung der Anfangszustände beseitigen. Erst die Summe der drei letzten Terme in Gl. (3.13) ist endlich.

Die Form von $\sigma_n^C(\mu_F)$ lässt sich berechnen [11] als³

$$\begin{aligned} \int_m d\sigma_{ab}^C(p, \bar{p}; \mu_F) &= \int_m \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{4\pi\mu^2}{\mu_F^2} \right)^\epsilon \\ &\cdot \sum_{cd} \int_0^1 \int_0^1 dz d\bar{z} d\sigma_{cd}^B(zp, \bar{z}\bar{p}) \\ &\cdot \left(\delta_{bd}\delta(1-\bar{z})P^{ac}(z) + \delta_{ac}\delta(1-z)P^{bd}(\bar{z}) \right) . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Dabei spiegelt die erste Zeile das divergente Verhalten, die μ_F -Abhängigkeit und die um eine (im Vergleich zur LO) Potenz erhöhte Ordnung in α_s wieder. Die dritte Zeile beschreibt das einseitige⁴ Aufspalten eines Partons mit Flavour $a(b)$ in ein Paar von Partonen, wobei das dabei entstehende kollineare Parton in die Born-Amplitude mit Flavour $c(d)$ geht. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Aufspaltens wird durch die Altarelli-Parisi-Funktion $P^{ac(bd)}$ beschrieben. Dabei trägt das 'neue' Parton mit Flavour $c(d)$ nur einen Impulsbruchteil $z(\bar{z})$. In Zeile zwei geht nun dieses 'neue' Parton mit reduziertem Impulsbruchteil in den Wirkungsquerschnitt ein. Da alle möglichen Impulsbruchteile, Aufspaltungen und Flavourkombinationen miteinbezogen werden müssen, wird hierüber integriert bzw. summiert.

Da nur die Summe der Terme in Gl. (3.13) endlich ist, die einzelnen Terme in numerischen Berechnungen allerdings auf Grund der unterschiedlichen Integrationen separat berechnet werden, wird eine Methode benötigt, die die einzelnen Terme in konsistenter Weise integrierbar machen. Catani und Seymour haben in [10] und [11] eine solche Methode beschrieben und die dafür nötigen Terme explizit vorgestellt.

Die Idee hierbei ist, zur rechten Seite von Gl. (3.13) eine Null hinzu zu addieren,

$$\sigma_n^{NLO} = \sigma_n^B + \sigma_n^V + \underline{\sigma_{n+1}^A} + \sigma_{n+1}^R - \underline{\sigma_{n+1}^A} + \sigma_n^C(\mu_F) , \quad (3.15)$$

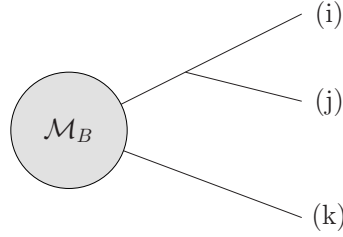
wobei der Term σ_{n+1}^A prinzipiell nur zwei Eigenschaften besitzen muss. Zum Einen muss er für die $(n+1)$ -Teilchenkonfiguration das gleiche singuläre Verhalten wie σ_{n+1}^R zeigen und zum Anderen muss die Integration des hinzugekommenen Partons analytisch in $d = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen möglich sein.

Die Hilfsterme σ^A lassen sich aus dem Born-Matrixelement und Termen, die die singuläre Struktur von σ^R im $(n+1)$ -Phasenraum abbilden, zusammensetzen.

Dabei wird zur Abstrahlung des zusätzlichen Partons (j) vom Parton (i), das schon in LO beteiligt ist, in der Regel ein weiteres Parton (k) mit in die Rechnung einbezogen. Das Parton (i) dient also als Emitter und das andere Parton (k) wird genutzt, um die Energie-Impuls-Bilanz von (i) und (j) so zu verändern, dass sie wieder auf der Massenschale liegen. (k)

³Hier wiedergegeben im $\overline{\text{MS}}$ -Schema, in anderen Renormierungsschemata müssen noch konstante nicht-divergente Terme hinzuaddiert werden.

⁴Nur eines der äußeren Beinchen kann in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ ein Parton kollinear abspalten.



wird als 'spectator' (engl. Zuschauer) bezeichnet. $d\sigma^A$ kann vollständig aus $d\sigma^B$ und allen Kombinationen von (i), (j) und (k) konstruiert werden

$$\int_{n+1} d\sigma^A = \int_{n+1} \sum_{\{ij,k\}} d\sigma^B \otimes dV_{ij,k} . \quad (3.16)$$

In Prozessen mit zwei einlaufenden Partonen ist durch die Fixierung der Impulse der Anfangszustands auf die Strahlachse, die Möglichkeit des Partons, als spectator zu agieren, stark eingeschränkt. In diesem Fall wird das komplette elektroschwache System genutzt, um die Energie-Impulsbeziehung (siehe Gl. (3.17)) wieder herzustellen. Die Transformation kann als Lorentztransformation interpretiert werden und wird durch die *Tilde*-Kinematik beschrieben. Es gilt

$$p_a^\mu + p_b^\mu - \sum_i k_i^\mu - p_j^\mu = 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{p}_a^\mu + p_b^\mu - \sum_i \tilde{k}_i^\mu = 0 , \quad (3.17)$$

wobei nun das Parton (j) vom einlaufenden Parton (a) abgestrahlt wird. k^μ sind die Impulse des elektroschwachen Systems.

Dabei verändert sich der Viererimpuls p_a zu

$$\tilde{p}_a^\mu = x_{i,ab} p_a^\mu \quad \text{mit} \quad x_{i,ab} = \frac{p_a p_b - p_a p_i - p_b p_i}{p_a p_b} , \quad (3.18)$$

und die Viererimpulse des elektroschwachen Systems k_i werden zu,

$$\tilde{k}_i^\mu = \Lambda_\nu^\mu(p_a^\mu + p_b^\mu - p_i^\mu, \tilde{p}_a^\mu + p_b^\mu) k_i^\nu \quad (3.19)$$

mit

$$\Lambda_\nu^\mu(K, \tilde{K}) = g_\nu^\mu - \frac{2(K + \tilde{K})^\mu (K + \tilde{K})_\nu}{(K + \tilde{K})^2} + \frac{2\tilde{K}^\mu K_\nu}{K^2} \quad (3.20)$$

transformiert.

Da das divergente Verhalten des reellen Emissions-Integrals im $(n+1)$ -Phasenraum eliminiert wurde, kann die Integration nun ausgeführt werden. Die Divergenzen der virtuellen Korrekturen werden mit den analytisch integrierten Dipolen und den kollinearen Gegentermen verrechnet. So ergibt sich die Summe zu

$$\int_n d\sigma^V + \int_{n+1} d\sigma^A + \int_n d\sigma_n^C = \int_n (d\sigma^V + d\sigma_B \otimes \mathcal{I}) + \int_0^1 dx \int_n d\sigma_B \otimes [\mathcal{P}(x, \mu_F^2) + \mathcal{K}(x)] , \quad (3.21)$$

wobei im ersten Integral der rechten Seite die analytisch bestimmten Singularitäten und im zweiten Integral die endlichen Terme des *kollinearen Rests* kumuliert wurden.

Die Divergenzen von \mathcal{I} können nun mit denen von $d\sigma^V$ 'von Hand' verrechnet werden und das nun infrarot endliche Integral numerisch gelöst werden.

Das numerisch lösbare Integral ergibt sich noch einmal zusammengefasst zu

$$\sigma_n^{NLO} = \sigma_n^B + \int_{n+1} \left[(d\sigma^R)_{\epsilon=0} - \left(\sum \sigma^B \otimes dV_{Dipole} \right)_{\epsilon=0} \right] \quad (3.22)$$

$$+ \int_n [d\sigma^V + d\sigma^B \otimes \mathcal{I}]_{\epsilon=0} + \int_0^1 dx \int_n [d\sigma^B \otimes (\mathcal{P}(x, \mu_F^2) + \mathcal{K}(x))] . \quad (3.23)$$

Dabei soll die Notation mit ϵ verdeutlichen, dass die Divergenzen bei der $(n+1)$ -Phasenraumintegration erst bei der Ausführung der Integration entstehen würden. Die Terme, die in dimensionaler Regularisierung proportional zu ϵ^{-1} und ϵ^{-2} sind, müssen vor der n -Teilchen-Phasenraumintegration beseitigt werden. Der letzte Beitrag ist endlich.

3.3.3. Isolation von Photonen

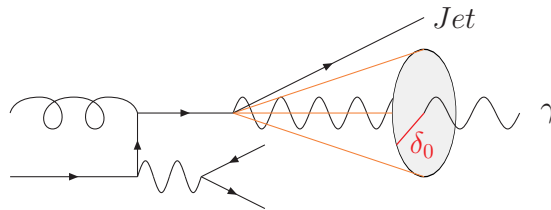


Abbildung 3.5.: Feynmandiagramm, bei dem ein Photon vom Jet im Endzustand abgestrahlt wird. Zur Photonenisolation wird ein Kegel um das Photon gelegt, in dem die hadronische Energie begrenzt wird.

Die Phasenraumintegration des reellen Matrixelements, oder gleichbedeutend die Integration des Einteilchen-Phasenraumes, die zum \mathcal{I} -Operator führt, setzt voraus, dass es keine Einschränkungen auf diese Integrationen gibt. Unter Betrachtung von Abb. 3.5 stellen wir fest, dass das dargestellte Feynmandiagramm nicht nur in der besprochenen reellen Emission gebraucht wird, sondern auch bei der reellen Emission im Falle der QED-Korrektur zum Wj -Wirkungsquerschnitt beiträgt. Auch bei dieser Korrektur treten kollineare und weiche Singularitäten auf. Die weichen Photonen sind bei der $W\gamma$ -Produktion nicht problematisch, da die Definition des Photons als Endzustand mit verschwindender Energie nicht sinnvoll erscheint. Kollineare Divergenzen müssen jedoch beherrscht werden. Die einfachste Möglichkeit, einen Kegel in Form einer R -Separation $R_{sep} = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$ zwischen Photon und Jet $R_{j\gamma}$ einzuführen, verletzt allerdings die Bedingung der kompletten Phasenraumintegration (s.o.). Gesucht ist also ein Verfahren, das die Integration weicher Jets ermöglicht und kollineare Regionen von Jet und Photon vernachlässigt.

In [22] ist eine solche Möglichkeit beschrieben. Es wird gefordert, dass an Hadron-Beschleunigern

$$\sum_i E_{T_i} \theta(R_{min} - R_{j_i\gamma}) \leq \mathcal{X}(R_{min}) \quad (3.24)$$

gilt, wobei die Summe alle hadronischen Transversalenergien E_{T_i} der Endzustände beinhaltet, deren R -Separation kleiner als R_{min} ist. Die Funktion $\mathcal{X}(R_{min})$ ist prinzipiell frei wählbar, muss allerdings, die Bedingung

$$\lim_{R_{min} \rightarrow 0} \mathcal{X}(R_{min}) = 0 \quad (3.25)$$

erfüllen, um kollinear sicher zu sein. So werden weiche Jets bis nahe an das Photon integriert, da die Summe klein bleibt. $\mathcal{X}(R_{min})$ wurde, wie in [22] vorgeschlagen und in VBFNLO bereits implementiert, als

$$\mathcal{X}(R_{min}) = E_{\gamma T} \epsilon_{\gamma} \frac{1 - \cos R_{min}}{1 - \cos \delta_0} \quad (3.26)$$

definiert. Die Parameter δ_0 und ϵ_{γ} sind als Öffnungswinkel des Isolationskegels und Effektivität der Isolation zu interpretieren.

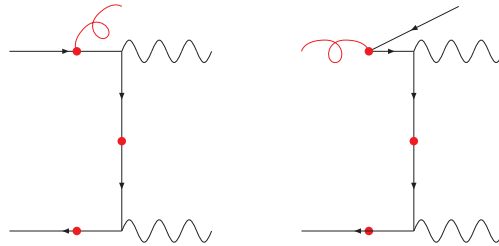
3.3.4. NLO-Implementierung

Die Implementierung der NLO-Korrekturen unterteilt sich in die von Gl. (3.23) vorgegebenen drei Teile: Reelle Emission, virtuelle Korrektur und kollinearer Rest. Dabei wird die reelle Emission und der kollineare Rest zusammen in einer Routine berechnet, da die Phasenräume korreliert sind.

Da sowohl die Dipole als auch der Operator \mathcal{I} und der kollineare Rest unabhängig von der Anzahl und Art der elektroschwachen Eichbosonen, die an die Quarklinie koppeln, sind, konnten dieselben Formeln wie in [16] genutzt werden. Die nachfolgenden Abschnitte fassen daher diese Ergebnisse zusammen und legen einen Schwerpunkt auf die Implementierung.

Reelle Emission

Neben der Unterscheidung nach der Anzahl an Bosonen, die an die Quarklinie koppeln, können zwei weitere Unterscheidungen getroffen werden. Da im Experiment nicht bestimmt werden kann, ob ein Jet von einem Quark oder Gluon erzeugt wurde, müssen sowohl die Subprozesse mit einem Gluon im Endzustand, als auch die Subprozesse mit einem Gluon im Anfangszustand berücksichtigt werden. Andererseits können die Gluonen an unterschiedliche Stellen im Feynmandiagramm – obere, mittlere oder untere Linie – abgestrahlt werden.

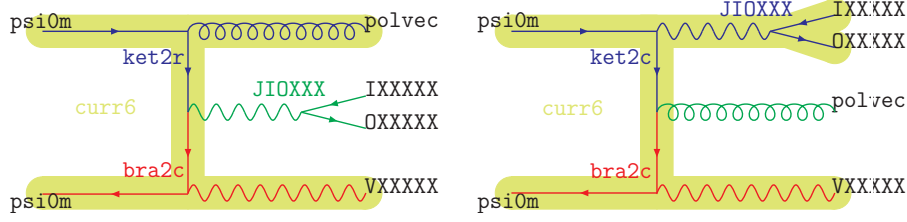


Im Vergleich zu den auf Baumgraphen-Niveau genutzten Routinen werden bei der Matrixelement-Implementierung noch weitere Subroutinen genutzt.

- `polvec`: Erzeugt den reellen Polarisations-Vektor für das abgestrahlte Gluon in kartesischen Koordinaten.
- `ket2c`, `ket2r`: Analog zu `bra2c`, aber für das entsprechende Ket und für die Ankopplung eines Gluons mit reellem Polarisations-Vektor.

Der leptonische Anteil verändert sich nicht. Des Weiteren kann die Routine, die $q\bar{q} \rightarrow WVg$ berechnet, das Matrixelement für $qg \rightarrow WVq$ und $\bar{q}g \rightarrow WV\bar{q}$ berechnen, indem die Impulse undefiniert werden.

Somit lassen sich die reellen Amplituden wieder grafisch darstellen als



Hier sind zwei Möglichkeiten dargestellt, wie das Gluon angekoppelt werden kann.

Bei der Integration dieser Beiträge über den Phasenraum treten, wie in Kapitel 3.3.1 beschrieben, Divergenzen auf. Es werden, die in Kapitel 3.3.2 geforderten, Dipole $d\sigma^A$ benötigt.

Als Dipolstruktur werden bei Prozessen ohne Partonen im Endzustand – in LO – nur Dipole der Art $\mathcal{D}^{ai,b}$ [11] benötigt. Hier wird nun die in Gl. (3.17) geforderte Tildekinematik angewendet. In der Implementierung geschieht dies durch den Aufruf der Routine `DIBOSptildemake`. Dabei werden die Tilde-Kinematiken für die Abstrahlung von beiden einlaufenden Beinen erzeugt.

Im nächsten Schritt werden die LO-Routinen mit den zwei neuen Tilde-Kinematiken aufgerufen und mit den entsprechenden Dipol-Funktionen

$$\frac{1}{2p_i \cdot p_f} \frac{1}{x} 8\pi\alpha_s C_F \delta_{ss'} \left[\frac{2}{1-x} - (1+x) \right] \quad \text{für einlaufende Quarks} \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{2p_i \cdot p_f} \frac{1}{x} 8\pi\alpha_s T_R \delta_{ss'} [1 - 2x(1-x)] \quad \text{für einlaufende Gluonen} \quad (3.28)$$

gewichtet. Diese Terme bilden die lokalen Gegenterme und werden von den reellen Matrixelement-Ergebnissen abgezogen. Das x wurde in Gl. (3.18) definiert. Der Vierer-Impuls p_i/p_f ist der ein-/auslaufende Impuls. $C_F = 4/3$ und $T_R = 1/2$ sind die Farbfaktoren der $SU(3)$.

Virtuelle Korrektur

Da die virtuellen Korrekturen mit der gleichen Kinematik wie die LO berechnet werden können, werden diese Beiträge in einer Routine mit den Baumgraphen berechnet. Die Iterationen zur Optimierung mittels „importance sampling“ werden mit den LO-Graphen durchgeführt und die virtuellen Korrekturen in einer Iteration mit den optimierten Phasenraumpunkten und NLO-PDFs berechnet.

Es wird deshalb in einer Routine der Term

$$|\tilde{\mathcal{M}}_{B+V}|^2 = |\mathcal{M}_B|^2 + \underbrace{2\text{Re}[\mathcal{M}_B \cdot \mathcal{M}_V^*]}_{\mathcal{O}(\alpha_s)} + \langle I \rangle \quad (3.29)$$

ausgewertet, wobei \mathcal{M}_V die Amplitude der Einschleifendiagramme und $\langle I \rangle$ die Dipolbeiträge mit ausintegriertem Jet darstellen.

In den virtuellen Korrekturen zu den beiden LO-Topologien in Abb. 3.2 treten die in Kapitel 3.3.1 beschriebenen divergenten Anteile auf. Diese Anteile sind direkt proportional zum LO-Matrixelement. So ergibt sich für das virtuelle Matrixelement in dimensionaler Regulari-

sierung⁵

$$\mathcal{M}_V = \tilde{\mathcal{M}}_V + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{|s|} \right)^\epsilon \Gamma(1+\epsilon) \left[-\frac{2}{\epsilon^2} - \frac{3-2\pi i}{\epsilon} - 8 + \frac{4\pi^2}{3} \right] \mathcal{M}_B, \quad (3.30)$$

wobei $\tilde{\mathcal{M}}_V$ den endlichen, nicht zur Born-Amplitude \mathcal{M}_B proportionalen Anteil ausmacht. $\tilde{\mathcal{M}}_V$ verschwindet für Topologie II mit nur einem Vektorboson an der Quarklinie. Wohingegen $\tilde{\mathcal{M}}_V$ für Topologie I berechnet werden muss. Also gilt

$$\tilde{\mathcal{M}}_V = \tilde{\mathcal{M}}_V^{VV}. \quad (3.31)$$

Die Berechnung wird in der in VBFNLO implementierten Routine `boxlinemm`, die für die endlichen virtuellen Korrekturen \mathcal{M}_V^{VV} zum Prozess

$$q\bar{q}VV \rightarrow 0$$

implementiert wurde, ausgeführt. Die Terme $\sim 1/\epsilon^2$ und $\sim 1/\epsilon$ werden direkt in `boxlinemm` abgezogen. Die Bezeichnung \mathcal{M}_V^{VV} deutet an, dass zwei Bosonen an der Quarklinie angekoppelt sind. Da die Terme proportional zu \mathcal{M}_B mit den Termen der integrierten Dipole verrechnet werden, wird aus dem `boxlinemm`-Resultat \mathcal{M}_V^{VV} der endliche Term $\tilde{\mathcal{M}}_V$ aus Gl. (3.30) bestimmt.

$$\mathcal{M}_V^{VV} = \tilde{\mathcal{M}}_V^{VV} + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{s} \right)^\epsilon \Gamma(1+\epsilon) \left[-\frac{2}{\epsilon^2} - \frac{3-2\pi i}{\epsilon} - \underbrace{-3\pi i + \pi^2 - 7 + \frac{\pi^2}{3}}_{cte} \right] \mathcal{M}_B^{VV}. \quad (3.32)$$

\mathcal{M}_B^{VV} bezeichnet das Born-Resultat mit zwei Bosonen an der Quarklinie. Hierbei ist der Vorzeichenwechsel von s wichtig, da zum Beispiel bei Prozessen mit VBF-Kinematik die gleiche Routine genutzt wird, in diesem Fall aber der Term in der Klammer zu `cte` = $-7 + \pi^2/3$ wird. Die Terme $3\pi i$ und π^2 entstehen aus der analytischen Fortsetzung logarithmischer Terme in den Schleifendiagrammen

$$\ln\left(\frac{1}{-1}\right) = \ln(1) + i\pi \quad (3.33)$$

Dass in `boxlinemm` mit dimensionaler Reduktion gerechnet wird, wird an der Veränderung von 8 zu 7 im Vergleich von Gl. (3.30) zu Gl. (3.32) sichtbar.

$\tilde{\mathcal{M}}_V$ entsteht nun durch Subtraktion der Terme in Gl. (3.32) die proportional zu \mathcal{M}_B^{VV} sind.

$$\tilde{\mathcal{M}}_V = \tilde{\mathcal{M}}_V^{VV} = \text{boxlinemm} \left(\begin{array}{c} \text{psi0m} \\ \text{psi0m} \end{array} \right) - \frac{cte \cdot \alpha_s C_F}{4\pi} \left(\begin{array}{c} \text{JIOXXX} \text{ IXXXXX} \\ \text{OXXXXX} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \right) \leftrightarrow \left(\begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \end{array} \right)$$

⁵Für Drell-Yan-artige Prozesse ist s hier positiv. In der Formel ist die analytische Fortsetzung aus Gl. (3.33) durchgeführt worden, um den Vergleich zum Term der Dipole deutlicher zu zeigen.

Zu dem Term $\sim |\mathcal{M}_B|^2$ muss noch der Term $\langle I(\epsilon) \rangle$ hinzu addiert werden, wodurch sich die ϵ -Pole wegheben. Dieser ist in allgemeiner Form in [11] angegeben und wurde explizit in [16] für Di- bzw. Triboson-Produktion berechnet

$$\langle I(\epsilon) \rangle = \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{s} \right)^\epsilon \Gamma(1+\epsilon) \left[\frac{2}{\epsilon^2} + \frac{3}{\epsilon} + 8 - \frac{4\pi^2}{3} + \text{cvirt} \right] |\mathcal{M}_B|^2. \quad (3.34)$$

`cvirt` hängt vom Regularisierungsschema ab, nimmt in dimensionaler Regularisierung den Wert `cvirt` = 2 und in dimensionaler Reduktion den Wert `cvirt` = 1 an.

Die volle infrarot endliche virtuelle Korrektur ergibt sich aus Gl. (3.30) und (3.34), wobei sich die ϵ -Terme exakt wegheben, zu

$$2\text{Re}[\mathcal{M}_B \cdot \mathcal{M}_V^*] + \langle I \rangle = 2\text{Re}[\mathcal{M}_B \cdot \tilde{\mathcal{M}}_V^*] + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \cdot \text{cvirt} \cdot |\mathcal{M}_B|^2. \quad (3.35)$$

Kollinearer Rest

In [16] wurde gezeigt, wie die kollinearen Reste für Prozesse mit drei elektroschwachen Vektorbosonen im Endzustand

$$pp \rightarrow VVV \quad V \in [W, Z] \quad (3.36)$$

in die Phasenraumintegration der reellen Emission eingefügt werden kann. Da für diese Prozesse die identischen Dipole und kollinearen Gegenterme gebraucht werden, ist es direkt möglich, die gleichen Strukturen weiter zu nutzen, die sowohl in den Prozessen der Triboson-Produktion als auch in der W -Paarproduktion gegeben sind. Es besteht keine Abhängigkeit von der Anzahl der Endzustände, wie in [11] (Gl. 5.149) zu sehen ist.

Es wird hierbei das x aus Gl. (3.18) genutzt, um die eindimensionale Integration in Gl. (3.21)

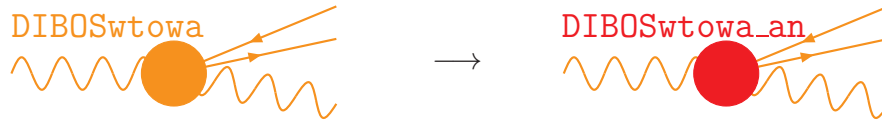
$$\int_0^1 dx \int_n d\sigma_B \otimes [\mathcal{P}(xp, x, \mu_F^2) + \mathcal{K}(x)]$$

auszuführen. Die Operatoren \mathcal{P} und \mathcal{K} entstehen aus den endlichen Teilen der Dipol-Terme und des kollinearen Gegenterms. \mathcal{P} ist anhängig vom Impuls des einlaufenden Partons, dem Impulsbruchteil x und der Faktorisierungsskala. \mathcal{K} ist abhängig vom Impulsbruchteil x .

Die auftretenden Terme können in eine Redefinition der PDFs integriert werden. Die Terme und deren Berechnung sind in [16] ausführlich angegeben.

3.4. Implementierung der anomalen Kopplungen

Die anomalen Kopplungen treten nur im s -Kanal⁶ auf, da nur hier trilineare Kopplungen benötigt werden. Dieser wird, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, erzeugt, indem modifizierte MADGRAPH-Routinen für $W \rightarrow l\nu(l^+l^-)$ bzw. $W \rightarrow l\nu/\gamma$ generiert und diese an die Quarklinie gekoppelt werden. Hierin werden ebenfalls HELAS-Routinen genutzt, um die Kopplung von drei Bosonen zu erzeugen. Um nun eine veränderte Struktur zu erlauben, wurden die Routinen in `DIBOSwtowz` bzw. `DIBOSwtowa`, die die Kopplung dreier Vektorbosonen berechnen, durch die Routinen mit den modifizierten trilinearen Kopplungen ersetzt, die in [9] beschrieben werden. Wenn in der Datei `vbfn10.dat` der Parameter `ANOM_CPL` auf `true` gesetzt wird,



werden zur Berechnung der leptonischen Tensoren die Routinen `DIBOSwtowz_anomal` bzw. `DIBOSwtowa_anomal` aufgerufen.

Bei der Untersuchung der Implementierung ist aufgefallen, dass einige Details geändert werden mussten. So wird die Gültigkeit von Gl. (2.21) in der Einlese-Routine auf Konsistenz geprüft. Da die aktuellen, experimentell bestimmten Beschränkungen so kleine Kopplungs-Parameter fordern, dass diese die Prüfung unterliefen, wurde das Konsistenzkriterium verschärft. Des Weiteren wurde die Einlese-Routine in Zusammenarbeit mit S. Palmer so angepasst, dass, wenn nur einer der Parameter in Gl. (2.21) verändert wird, die weiteren Parameter so angepasst werden, dass die Konsistenz gewährleistet ist.

Beim Test, auf den genauer in Kapitel 4 eingegangen wird, stellte sich heraus, dass sowohl in den verwendeten als auch in den Routinen der Vergleichsprozesse (WZj - und $W\gamma j$ -Produktion) Unstimmigkeiten auftraten. Die Ursachen dessen konnten identifiziert und in Absprache mit den Autoren behoben werden.

⁶ s -Kanal bezeichnet den Kanal in dem bei $2 \rightarrow 2$ -Prozessen die gesamte Schwerpunktsenergie übertragen wird, siehe Abb. 5.1

Um die Implementierung zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte zu verifizieren, wurden zahlreiche Tests durchgeführt. Diese Untersuchung lässt sich aufteilen: zum Einen wurden die Matrixelemente in der Implementierung getestet und zum Anderen konnten die Ergebnisse mit unabhängigen Simulationen externer Kollaborationen als auch VBFNLO-internen Prozessen verglichen werden. Im Zuge dieser Überprüfung wurden einige Probleme bereits bestehender VBFNLO-Programmteile erkannt und in Zusammenarbeit mit den Autoren behoben.

4.1. Programminterne Kontrollen

Madgraph

Mit Hilfe von MADGRAPH wurden neben den für Topologie II in Abb. 3.2 genutzten leptonischen Tensoren auch alle, vollständigen LO-Matrixelemente die für Berechnung von

$W\gamma$ -Matrixelemente	WZ -Matrixelemente
$u\bar{d} \rightarrow e^+\nu\gamma$	$u\bar{d} \rightarrow e^+\nu\mu^+\mu^-$
$d\bar{u} \rightarrow e^-\bar{\nu}\gamma$	$d\bar{u} \rightarrow e^-\bar{\nu}\mu^+\mu^-$
$u\bar{d} \rightarrow e^+\nu\gamma g$	$u\bar{d} \rightarrow e^+\nu\mu^+\mu^- g$
$d\bar{u} \rightarrow e^-\bar{\nu}\gamma g$	$d\bar{u} \rightarrow e^-\bar{\nu}\mu^+\mu^- g$

erzeugt. Unter Berücksichtigung der zufällig gewählten Helizitäten der aus dem Z/γ^* -Zerfall entstehenden Leptonen (WZ -Matrixelement) und der zufällig gewählten Polarisation des Photons ($W\gamma$ -Matrixelement), konnte so jedes Matrixelement überprüft werden. Dieses Verfahren wurde genutzt, um die Matrixelemente der LO und der reellen Emission ohne Dipole zu testen.

Ward-Identitäten

Bei Berechnung der virtuellen Korrekturen wird an jedem Phasenraumpunkt ein von V. Hankele in [16] beschriebener 'Ward-Test' durchgeführt, der überprüft, ob die Ergebnisse der Boxdiagramm-Routinen die Ward-Identitäten erfüllen. Bei der Definition von $\tilde{\mathcal{M}}_V$ in

Gl. (3.30) verschwindet die Amplitude, wenn der Polarisationsvektor des Vektorbosons, der an die Quarklinie koppelt, durch den Impuls des Vektorbosons vertauscht wird. Die virtuelle Korrektur eines Phasenraumpunktes wird dann als numerisch instabil betrachtet und verworfen, wenn das Verhältnis des mit dem Impuls kontrahierten \mathcal{M}_V^μ zum Born-Ergebnis größer als $\delta = 0.01$ ist.

4.2. Vergleiche mit unabhängigen Monte-Carlo-Programmen

Die mit VBFNLO berechneten Wirkungsquerschnitte wurden gegen die Ergebnisse unabhängiger Kollaborationen getestet. Dafür wurden die Programme MCFM [23] und SHERPA [24] genutzt. Um die Ergebnisse zu vergleichen, mussten sowohl die physikalischen Parameter als auch die Cuts an die Kinematik und die PDFs identisch gewählt werden.

4.2.1. SHERPA

Cuts		Parameter	
η^l	< 3.0	$\sin 2\theta_W$	= 0.2226458
p_l^T	> 10.0 GeV	α_S	= 0.1298080
\not{p}^T	> 10.0 GeV	α_{QED}	= 1/132.34070
M_{l+l^-}	> 15.0 GeV	Γ_W	= 2.0976729
R_{l+l^-}	> 0.4	Γ_Z	= 2.5084199
η_γ	< 2.5	PDF	= cteq611
p_γ^T	> 20.0		
$R_{l\gamma}$	> 0.6		

Das Monte-Carlo-Programm SHERPA kann für beliebige Endzustände automatisiert die Amplituden in LO erzeugen und dann den Wirkungsquerschnitt berechnen. Somit lässt sich SHERPA in diesem Fall nutzen, um die LO-Ergebnisse zu sichern. Diese Einstellungen entsprechen – mit Ausnahme des Cuts auf den minimalen Transversalimpuls des Neutrinos \not{p}^T – den Standard-Einstellungen von VBFNLO, die den zu erwartenden Grenzen der Detektoren nachempfunden wurden. Mit diesen Voraussetzungen ergab sich

	VBFNLO		SHERPA		Verhältnis
$\sigma_{W^+Z}^{LO}$ [fb]	36.709	± 0.017	36.747	± 0.009	0.99896
$\sigma_{W^-Z}^{LO}$ [fb]	23.251	± 0.009	23.233	± 0.008	1.00080
$\sigma_{W^+\gamma}^{LO}$ [fb]	5443.290	± 1.416	5443.100	± 2.629	1.00003
$\sigma_{W^-\gamma}^{LO}$ [fb]	4467.302	± 1.018	4467.200	± 2.149	1.00002

Am Verhältnis lässt sich die sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse erkennen. Dass die so berechneten Wirkungsquerschnitte für die WZ -Produktion nicht in den angegebenen Monte-Carlo-Fehlern liegen, ist im Promille-Bereich nicht bedenklich.

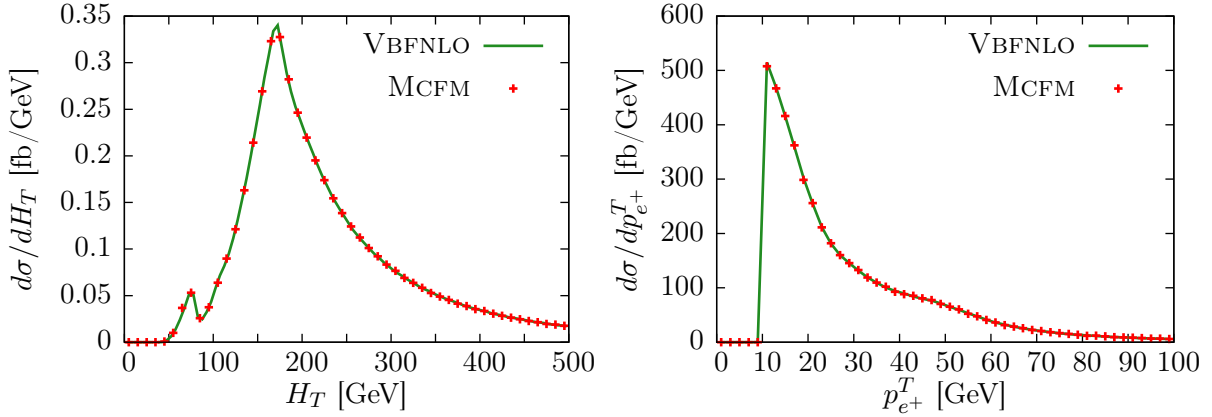


Abbildung 4.1.: Dargestellt sind differentielle Wirkungsquerschnitte in NLO -Genauigkeit. Grün durchgezogen das Ergebnis von VBFNLO, rote Kreuze die Vorhersage von MCFM. Links: H_T aus Gl. (4.1) für die W^-Z -Produktion, mit den im Text beschriebenen Einstellungen. Rechts: Der transversale Impuls des Elektrons $p_{e^+}^T$ in $W^+\gamma$ -Produktion.

4.2.2. MCFM

Mit MCFM, das im Gegensatz zu SHERPA auch NLO-Wirkungsquerschnitte berechnen kann, wurde die Implementierung in NLO untermauert. Für diesen Vergleich wurde die CKM -Matrix in MCFM zur Einheitsmatrix verändert (siehe Kapitel 3.2.2). Zudem wurden die bei MCFM voreingestellten PDF-Sets `mstw81o` und `mstw8n1` [25] genutzt. Dadurch veränderten sich die α_S -Werte auf :

$$\alpha_S^{LO}(M_Z) = 0.1394 \text{ und } \alpha_S^{NLO}(M_Z) = 0.1202.$$

In MCFM wird für Prozesse mit virtuellen Photonen gefordert, dass die invariante Masse der beiden entstehenden Fermionen `m34min` größer null ist. Da schon $R_{l+l^-} > 0.6$ diese Bedingung für die WZ -Produktion erfüllt, wurde `m34min` auf 10^{-6} gesetzt. Die sonstigen Cuts wurden wie im vorigen Abschnitt gewählt.

Mit diesen Voraussetzungen ergab sich¹

	VBFNLO		MCFM		Verhältnis
$\sigma_{W^+Z}^{LO}$ [fb]	37.132	± 0.027	37.167	± 0.007	0.9990
$\sigma_{W^-Z}^{LO}$ [fb]	24.432	± 0.013	24.387	± 0.004	1.0019
$\sigma_{W^+\gamma}^{LO}$ [fb]	5607.110	± 2.140	5604.894	± 1.317	1.0004
$\sigma_{W^-\gamma}^{LO}$ [fb]	4675.592	± 1.077	4673.198	± 1.072	1.0005
$\sigma_{W^+Z}^{NLO}$ [fb]	68.723	± 0.110	68.685	± 0.028	1.0005
$\sigma_{W^-Z}^{NLO}$ [fb]	46.947	± 0.108	46.991	± 0.025	0.9991
$\sigma_{W^+\gamma}^{NLO}$ [fb]	9301.841	± 9.479	9293.310	± 8.782	1.0009
$\sigma_{W^-\gamma}^{NLO}$ [fb]	7996.489	± 4.002	8017.490	± 7.898	0.9974

¹Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte mit MCFM wurden die hier gezeigten Werte, erst mit einer sehr hohen Anzahl an Zufallspunkten konstant. Bei der VBFNLO-Berechnung stellte sich mit weniger Punkten ein konvergentes Verhalten ein. Die angegebenen Monte-Carlo-Fehler, bei denen die VBFNLO-Ergebnisse ungenauer erscheinen, ist hierauf zurückzuführen.

Zur Illustration wird an dieser Stelle jeweils für $pp \rightarrow W^- Z$ und $pp \rightarrow W^+ \gamma$ eine differentielle Verteilung der in MCFM vordefinierten Observablen dargestellt. Diese sind im $W^- Z$ -Fall (Abb.4.1 links) die Summe über die Transversalimpulsbeträge der Endzustände – auch des Jets –

$$H_T = \sum_i |p_T|_i \quad i \in \text{Endzustand.} \quad (4.1)$$

In Abb.4.1 rechts, wurde für den Prozess $pp \rightarrow W^+ \gamma$ der Betrag des Transversalimpulses des Positrons $p_{e^+}^T$ gewählt.²

Auch bei diesem Vergleich war das Ergebnis zufriedenstellend. Die Übereinstimmung im Promille-Bereich, kann als Verifizierung angesehen werden. Bei den Verteilungen ist ebenfalls die Übereinstimmung im differentiellen NLO-Wirkungsquerschnitt zu erkennen.

4.2.3. VBFNLO-Intern

Ein weiterer Test wurde benötigt, um zu prüfen, ob die anomalen Kopplungen richtig in das Programm integriert wurden. Da es zwar möglich ist Beiträge mit anomalen Kopplungen in MCFM hinzuschalten, dabei allerdings die Option der narrow-width Approximation gewählt werden muss, wurden diese Beiträge mit VBFNLO-internen Prozessen verglichen, bei denen die vollen Breiten-Effekte berechnet werden. Dazu lassen sich die von C. Englert implementierten Prozesse nutzen, in denen bereits die anomalen Kopplungen ergänzt wurden.

Prozess	$W^+ Z j$	$W^- Z j$	$W^+ \gamma j$	$W^+ \gamma j$
ID	640	630	620	610

Da die anomalen Kopplungen ausschließlich in den leptonischen Tensoren auftreten und diese unabhängig von der NLO-Korrektur sind, wurden die Wirkungsquerschnitte der WZ - und $W\gamma$ -Produktion im Modus `LOPROCESS_PLUS_JET` den LO-Ergebnissen der bestehenden Prozesse gegenübergestellt.

Hier entstanden Unstimmigkeiten, da sowohl die für diese Arbeit genutzten Routinen als auch die bereits bestehenden Prozesse nicht die richtigen Resultate lieferten. Durch den Vergleich von [9] mit den implementierten Routinen, konnte das Programm in Zusammenarbeit mit B. Feigl verbessert oder bestätigt werden. Die Routinen, die in den bestehenden Prozessen integriert waren, konnten durch Vergleich mit den Definitionen der anomalen Kopplungen in der Lagrangedichte auf eine Form gebracht werden, sodass die gleichen Ergebnisse produziert wurden. Dies geschah explizit ohne Vergleich der Routinen untereinander um erneute Fehler zu vermeiden. In Zusammenarbeit mit C. Englert wurden die Routinen der bestehenden Prozesse neu aufgesetzt. Da bei den verschiedenen Prozessen unterschiedliche Mechanismen genutzt werden, wie zum Beispiel

- Phasenraum-Generatoren
- Matricelement-Routinen
- Parametrisierung der anomalen Kopplungen

konnten hierdurch schon bestehende Routinen geprüft werden. So konnten z. B. die gleichen Ergebnisse mit unterschiedlichen Phasenraum-Generatoren erzeugt oder die Routine zum Einlesen der anomalen Kopplungen neu überarbeitet werden (siehe Kapitel 3.4).

² In VBFNLO werden in der Histogramm-Routine die Beiträge, die in benachbarte Bins eingetragen werden verschmiert. Um die identischen Verläufe der Verteilungen sichtbar zu machen wurden der Bin unter 10 GeV dem Bin über 10 GeV hinzuaddiert.

$(f_{www}; f_w; f_b)$, FORMFAC	$\sigma(W^+Z, \text{LO+jet})$ [fb]	$\sigma(W^+Zj, \text{LO})$ [fb]	Verhältnis
(0;0;0), .false. (SM)	36.109 ± 0.019	36.122 ± 0.016	0.99966
(1;0;0) · 10 ⁻⁴ , .false.	348.377 ± 0.106	348.408 ± 0.151	0.99991
(0;6;0) · 10 ⁻⁴ , .false.	4272.325 ± 0.623	4271.854 ± 1.138	1.00011
(0;0;1) · 10 ⁻³ , .false.	66.825 ± 0.031	66.821 ± 0.025	1.00006
(0.5;2;6) · 10 ⁻⁴ , .false.	573.984 ± 0.217	573.568 ± 0.176	1.00073
(0.5;2;6) · 10 ⁻⁴ , .true.	342.127 ± 0.108	342.300 ± 0.090	0.99950

In der Tabelle sind die integrierten Wirkungsquerschnitte für die WZ -Produktion mit anomalen Kopplungen aufgelistet. Dabei wurde die Notation $(f_{www}; f_w; f_b)$ wie in [9] genutzt und unterschiedliche Kombinationen erzeugt. In der letzten Spalte, die das Verhältnis $\sigma(W^+Z, \text{LO+jet})/\sigma(W^+Zj, \text{LO})$ angibt, ist zu erkennen, dass die Routinen nun übereinstimmende Ergebnisse liefern.

4.2.4. ERGEBNIS

Die Vergleiche sowohl auf Matrixelement-Niveau innerhalb von VBFNLO, als auch mit unabhängigen Monte-Carlo-Programmen und schlussendlich die Richtigstellung der Routinen, die die Beiträge anomaler Kopplungen berechnen, lieferten eine Übereinstimmung bis in den Promille-Bereich. Die Implementierung kann damit als verifiziert angenommen werden.

Die beiden Prozesse $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$ sind sensitiv auf die trilinearen Eichboson-Wechselwirkungen. Somit kann die Eichstruktur des Standardmodells durch Messungen des Wirkungsquerschnitts am LHC untersucht werden. Um nun die Standardmodell-Vorhersage von der Vorhersage mit ggf. in der Natur realisierter anomaler Kopplungen zu unterscheiden, ist es wichtig, einerseits die möglichen Unsicherheiten des Standardmodells zu verstehen und andererseits geeignete Observablen zu wählen.

In diesem Kapitel werden die Cuts, die typischerweise für solche Analysen genutzt werden, vorgestellt. Mit diesen Cuts wird auf das Phänomen der „radiation zero“ eingegangen. Um die Signifikanz auf anomale Kopplungen zu steigern, wurde in der Vergangenheit ein Veto auf den Jet, der für die infrarot-sicheren Strahlungs-Korrekturen nötig ist, gefordert. Es werden Argumente geliefert, weswegen dieses Veto zu erhöhten theoretischen Fehlern führen kann und nicht wie in [26] behauptet, zu einer Reduktion dieser Unsicherheit führt.

Da also – im Sinne der Jet-Integration – inklusive Observablen zu bevorzugen sind, werden an dieser Stelle Observablen vorgestellt, die die Signifikanz im Vergleich zu üblicherweise genutzten Observablen erhöhen.

5.1. Cuts

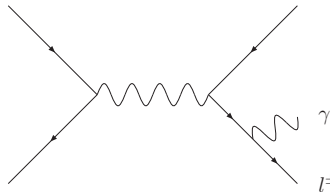
Bevor die Ergebnisse der mit VBFNLO berechneten Wirkungsquerschnitte gezeigt werden, sollen die Randbedingungen festgelegt werden. Die Messung von anomalen Kopplungen hat am LHC schon erste Ergebnisse geliefert [27],[28]. Um in dieser Analyse die Möglichkeiten der LHC-Experimente zu betrachten, werden die Cuts nahe an den Cuts gehalten, wie sie in [27] und [28] beschrieben sind.

Es werden nur Ereignisse gezählt, die den Beschränkungen in Tabelle 5.1 genügen. Des Weiteren werden für diese Analyse noch zwei weitere Cuts eingeführt bzw. verändert. Bei der CMS-Studie wird der Wj -Untergrund, bei dem der Jet als Photon falsch identifiziert wird, durch Daten approximiert. Die Unterscheidung zwischen Jets und Photonen wird mit steigendem Transversalimpuls verbessert. Diesem Sachverhalt wird hier durch das Erhöhen des p_γ^T -Cuts auf 100 GeV Rechenschaft getragen [29].

$pp \rightarrow W\gamma \rightarrow$	$l\nu\gamma$	$pp \rightarrow WZ \rightarrow$	$l^\pm\nu l'^\pm$
p_{lep}^T	$> 15 \text{ GeV}$	p_{lep}^T	$> 15 \text{ GeV}$
\not{p}^T	$> 30 \text{ GeV}$	\not{p}^T	$> 30 \text{ GeV}$
$ \eta_{lep} $	< 2.5	$ \eta_{lep} $	< 2.5
$R(\gamma, l)$	> 0.7	$R(l, l)$	> 0.4
η_γ	< 2.5	m_{l^+, l^-}	$> 15 \text{ GeV}$

Tabelle 5.1.: Auflistung der Cuts, die zur Analyse der WZ - und $W\gamma$ -Wirkungsquerschnitte und für die Verteilungen genutzt wurden. p_i^T sind die Transversalimpulse der gemessenen Teilchen und \not{p}^T der nicht im Detektor gemessene Transversalimpuls des Neutrinos. η_i die Rapidität der gemessenen Teilchen, die R_{ij} -Separation zwischen Endzuständen (i, j) . und m_{l^+, l^-} die invariante Masse zweier unterschiedlich geladener Leptonen.

Zur Unterdrückung der Abstrahlung eines Photons vom Lepton im Endzustand (Bremsstrahlung)



wird ein transversales Massencluster [30]

$$M_T(l\gamma, \nu) = \left([(M_{l\gamma}^2 + (p_{l\gamma}^T)^2)^{1/2} + \not{p}^T]^2 - (p^T(l\gamma) + \not{p}^T)^2 \right)^{1/2} \quad (5.1)$$

eingeführt, das Lepton und Photon zusammenfasst und anschließend die invariante transversale Masse des Lepton-Photon-Paares mit dem fehlenden Transversalimpuls des Neutrinos \not{p}^T bildet. Wird nun $M_T(l\gamma, \nu)$ über die W -Masse gesetzt, so wird der oben gezeigte Kanal nicht resonant verstärkt. Es wird ab sofort $M_T(l\gamma, \nu) > 90 \text{ GeV}$ gefordert [30].¹

5.2. Die Ordnung α_s^0

Um den Vergleich eines NLO-QCD-Ergebnisses zum Wirkungsquerschnitt in LO zu ziehen, bietet sich bei den Prozessen $pp \rightarrow W\gamma$ und $pp \rightarrow WZ$ besonders ein differentieller Wirkungsquerschnitt an. Dieser kann als eine Besonderheit dieser beiden Prozesse angesehen werden. Es tritt das Phänomen der „radiation zero“ auf, das im nächsten Abschnitt erklärt werden soll.

5.2.1. „radiation zero“

Der Begriff „radiation zero“ beschreibt das Verschwinden der Amplitude bei bestimmten Endzustandskonfigurationen in LO [31, 32]. Dieses Verhalten tritt bei $W\gamma$ -Produktion auf, wenn die Kopplungen, wie im Standardmodell, durch die lokale Eichtheorie zustande kommen.

¹Wenn die Observable M_T im Zusammenhang der WZ -Produktion vorkommt, wurde der Impuls des Photons durch den messbaren Impuls des Z -Bosons ausgetauscht

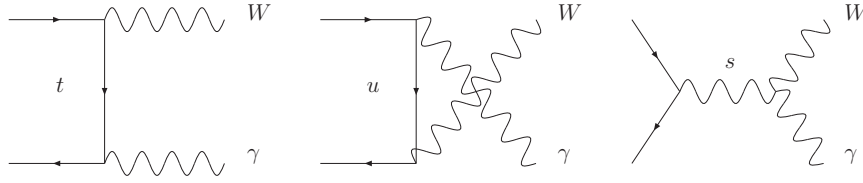


Abbildung 5.1.: Feynman-Diagramme deren Summe unter den im Text beschriebenen Bedingungen zur „radiation zero“ führen. s, t und u bezeichnen die für $2 \rightarrow 2$ -Prozesse definierten Mandelstam-Variablen.

Zusätzlich müssen das W auf der Massenschale erzeugt werden und die Emission des Photons am Lepton im Endzustand (siehe oben) unbeachtet bleiben. Wenn alle diese Voraussetzungen erfüllt sind, verschwindet die Amplitude bei

$$\cos \theta_{W\gamma}^* = -\frac{1}{3}. \quad (5.2)$$

$\theta_{W\gamma}^*$ ist der eingeschlossene Winkel von W^- und down-artigem Quark im $W\gamma$ -Ruhe-system. Experimentell lässt sich das Ruhesystem des $W\gamma$ -Paares aufgrund des nicht messbaren longitudinalen Impulses des Neutrinos nicht eindeutig bestimmen.

Bei der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnittes ist es möglich, nur das einseitige Einlaufen von Quarks zuzulassen, also explizit $\sigma(p(q)p(\bar{q}) \rightarrow WZ/\gamma)$ zu berechnen. Zudem kann die Amplitude, die durch Bremsstrahlung entsteht, gleich null gesetzt werden. In Abb. 5.2 ist die „radiation zero“ durch die graue Linie im obersten Graphen dargestellt. Dass kein exaktes Absinken auf Null abzulesen ist, lässt sich anhand der endlichen Zerfallsbreite des W -Bosons erklären.

Die Masse des Z -Bosons verhindert die „radiation zero“ für den Prozess $\sigma(p(q)p(\bar{q}) \rightarrow WZ)$. Es ist allerdings trotzdem eine Absenkung zu beobachten. Die differentiellen Verteilungen von $\sigma(pp \rightarrow W\gamma)$ und $\sigma(pp \rightarrow WZ)$ in Abb. 5.2 unterscheiden sich an den Rändern stark². Der Grund hierfür ist, dass der Cut auf die Rapidität des Photons η_γ den Wirkungsquerschnitt bei $|\cos \theta^*| = 1$ absinken lässt.

Eine weitere, in [29] zur Beschreibung der „radiation zero“ bei Proton-Kollisionen genutzte Variable ist die (Pseudo-)Rapidität $|y_\gamma^*|$ des Photons im $W\gamma$ -Ruhe-system.

$$|y_\gamma^*| = \frac{1}{2} \left| \ln \frac{1 + \cos \theta^*}{1 - \cos \theta^*} \right| \quad (5.3)$$

In der in Abb. 5.2 mittig dargestellten Verteilung ist ebenfalls ein Absinken deutlich zu erkennen. $|y_\gamma^*|$ ist prinzipiell eine Variablentransformation, die den mittleren Bereich der $\cos \theta^*$ -Verteilung signifikant widerspiegelt und die Bereiche $|\cos \theta_{W\gamma}^*| \gtrsim 0.5$ aufweitet. Das einseitige, an Proton-Beschleunigern ohnehin nicht messbare Absinken, durch die „radiation zero“ wird in dieser Variable mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt bei $\cos \theta^* = +1/3$ auf $|y_\gamma^*| \approx 0.35$ projiziert.

²In den Verteilungen LO: pp ist wieder beidseitiges Einlaufen von Quarks und Anit-Quarks erlaubt. Zusätzlich ist die Bremsstrahlung wieder zugelassen. Der Cut auf M_T verhindert allerdings einen starken Einfluss.

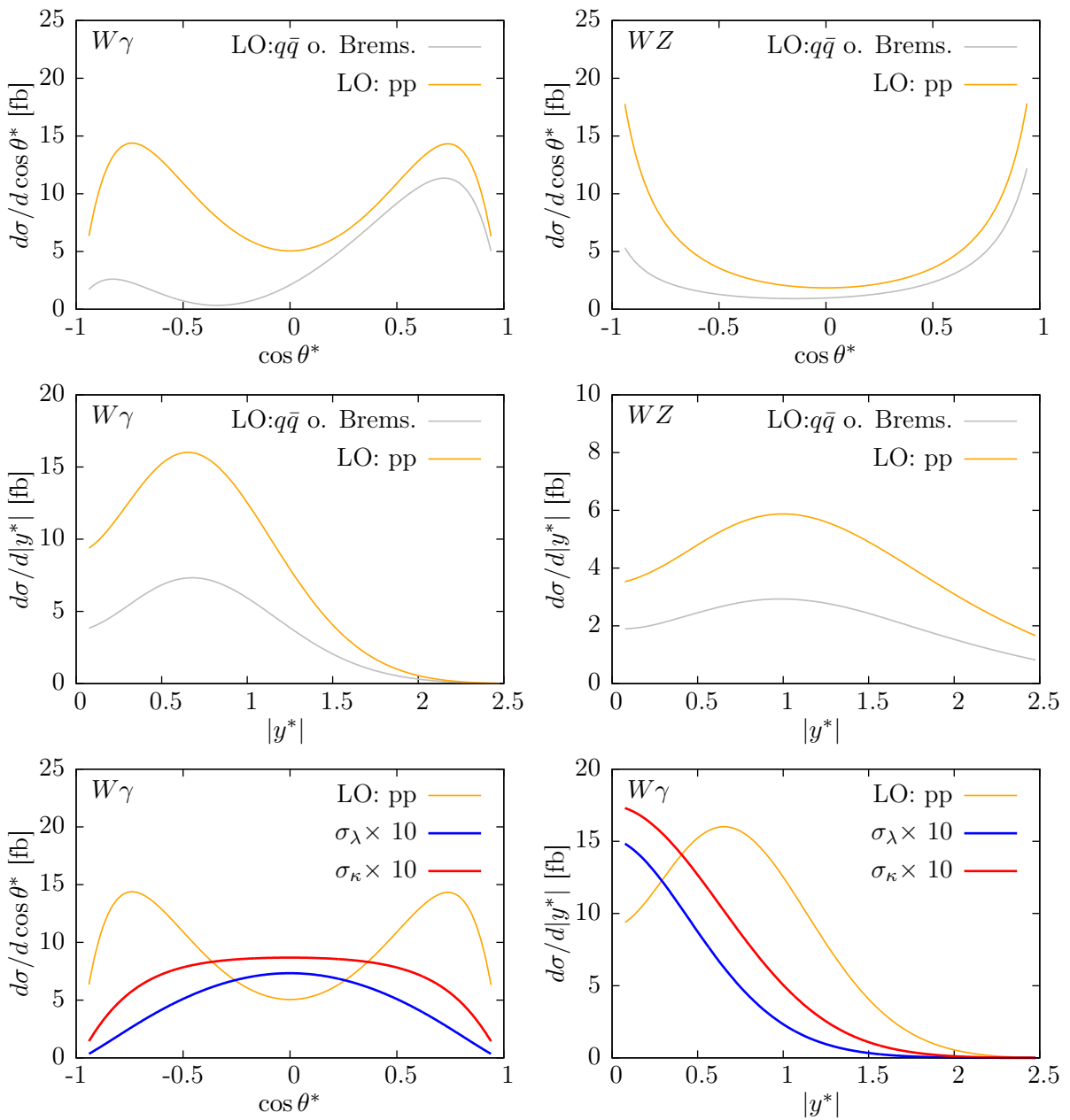


Abbildung 5.2.: Dargestellt sind die differentiellen LO-Wirkungsquerschnitte der Observablen $\cos \theta^*$ und $|y^*|$. Wobei θ^* der eingeschlossene Winkel von W^- und einlaufenden down-artigen Quarks im $W\gamma$ - bzw. WZ -Ruhezsystem ist. $|y^*|$ ist wie in Gl. (5.3) definiert. Für die graue Verteilung in den oberen vier Graphen wurde die Amplitude der Bremsstrahlung auf null gesetzt und das Einlaufen der Quarks auf eine Richtung beschränkt. Die gelben Verteilungen zeigen die Verteilung von Proton-Proton-Streuung, bei der die Quarks mit gleicher Wahrscheinlichkeit von beiden Richtungen des Strahls einlaufen. Die rote und blaue Verteilung der unteren Graphen zeigen den Wirkungsquerschnitt, falls die Amplituden sowohl der Bremsstrahlung als auch des t - und u -Kanals identisch null sind und im s -Kanal nur die Terme mit anomalen Kopplungen berechnet werden. Dabei wurde $\lambda = 0.01$ und $\Delta\kappa_\gamma = 0.1$ gewählt. Beiträge aus den Interferenztermen von Standardmodellkopplungen und anomalen Kopplungen sind hier nicht gezeigt.

Die unteren Verteilungen in Abb. 5.2 für $\sigma_\lambda \times 10$ und $\sigma_{\Delta\kappa} \times 10$ ergeben sich, indem alle standardmodellartigen trilinearen Vektorboson-Kopplungen und die Amplituden der t- und u-Kanäle in Abb. 5.1 identisch null gesetzt werden. Die anomalen Kopplungsparameter wurden auf $\lambda = 0.01$ und $\Delta\kappa_\gamma = 0.1$ eingestellt. Interferenzterme zwischen Standardmodellamplituden und Amplituden mit anomalen Kopplungen treten hier also nicht auf, trotzdem können signifikante Bereiche ausgemacht werden.

5.2.2. Signifikante Bereiche

Für die in dieser Arbeit betrachteten CP-erhaltenden anomalen Kopplungen ergibt sich in LO im Grenzfall $s \ll M_W^2(M_Z^2)$ und $\gamma \approx \frac{\sqrt{s}}{M_W} \approx \frac{\sqrt{s}}{M_Z}$ [29],[33]

	$(\lambda_{Z/\gamma}, \lambda_{W^\pm})$	$\Delta A_{\lambda_{Z/\gamma}, \lambda_{W^\pm}}$	$d_1^1{}_{\lambda_{Z/\gamma} - \lambda_{W^\pm}}(\theta^*)$
WZ-Produktion:	$(\pm, 0)$	$\gamma(\Delta g_1^Z + \Delta\kappa_Z + \lambda)$	$\frac{1}{2}(1 \mp \cos \theta^*)$
	$(0, \pm)$	$\gamma(2\Delta g_1^Z + \lambda)$	$\frac{1}{2}(1 \pm \cos \theta^*)$
	(\pm, \pm)	$2\gamma^2(\lambda)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \theta^*)$
	$(0, 0)$	$2\gamma^2(\Delta g_1^Z)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \theta^*)$
W γ -Produktion:	$(\pm, 0)$	$\gamma(\Delta\kappa_\gamma + \lambda)$	$\frac{1}{2}(1 \mp \cos \theta^*)$
	(\pm, \pm)	$\gamma^2(\lambda)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin \theta^*)$

Die erste Spalte zeigt die bei Vektorbosonen in s-Kanal-Diagrammen möglichen Helizitätszustände der erzeugten Bosonen. Die zweite Spalte stellt einerseits die Abhängigkeit von den anomalen Kopplungen und andererseits die der im s-Kanal übertragenen Schwerpunktsenergie s in Form des γ -Faktors dar. Dieses Ansteigen der Amplitude mit der Schwerpunktsenergie führt zu Unitaritätsverletzung und erfordert einen Formfaktor, wie in Kapitel 2.5.2 beschrieben. Die Wigner-Funktionen $d_1^1{}_{\lambda_{Z/\gamma} - \lambda_{W^\pm}}(\theta^*)$ in der dritten Spalte sind abhängig vom Streuwinkel θ^* im Schwerpunktsystem und ihre Gestalt von der Differenz der Helizitäten $\lambda_{Z/\gamma} - \lambda_{W^\pm}$. Dabei ist θ^* der Streuwinkel von W^- in Bezug zum down-artigen-Quark im WZ/ γ -Ruhezustand. Dies ist der Winkel, bei dem der differentielle Wirkungsquerschnitt bei $-1/3$ die „radiation zero“ zeigt (siehe Kapitel 5.2.1).

Die longitudinalen Amplituden ($\lambda_{Z/\gamma} - \lambda_{W^\pm} = 0$) werden proportional zu $\gamma^2 \sim s$ verstärkt, wohingegen die Terme für die transversalen Amplituden ($\lambda_{Z/\gamma} - \lambda_{W^\pm} = \pm 1$) nur mit \sqrt{s} ansteigen. Dies wird dazu führen, dass $\Delta\kappa_{Z/\gamma}$ im Vergleich zu den anderen Kopplungen bei den in dieser Arbeit betrachteten Prozessen an Signifikanz einbüßen wird. Da die Amplituden mit $\Delta\kappa_{Z/\gamma}$ -Einfluss in W-Paar-Produktion proportional zu $\gamma^2 \sim s$ anwachsen und diese Produktion an e^+e^- -Kollidern wie LEP möglich ist, ist der Wert von $\Delta\kappa_{Z/\gamma}$ schon stark eingeschränkt [34].

Neben der Energieabhängigkeit kann mit LO-Vorhersagen die Winkelabhängigkeit experimentell eine wichtige Rolle zu spielen. Sie wird durch die Wigner Funktionen $d_1^1{}_{\lambda_{Z/\gamma} - \lambda_{W^\pm}}$ beschrieben und erhöht den Wirkungsquerschnitt im Bereich kleiner $\cos \theta^*$ (siehe Abb. 5.2). Damit wird die Absenkung des Wirkungsquerschnittes durch die „radiation zero“ aufgefüllt.

Die Bedeutung der Untersuchung des Standardmodells mithilfe des Effekts der „radiation zero“ hat nachgelassen, da NLO-Effekte das Absinken des differentiellen Wirkungsquerschnittes verhindern. Der Grund hierfür ist, dass zur Entstehung der „radiation zero“ in LO nur die $SU(2) \times U(1)$ -Gruppe nötig ist. Die Summe der drei Amplituden in Abb. 5.1 verschwin-

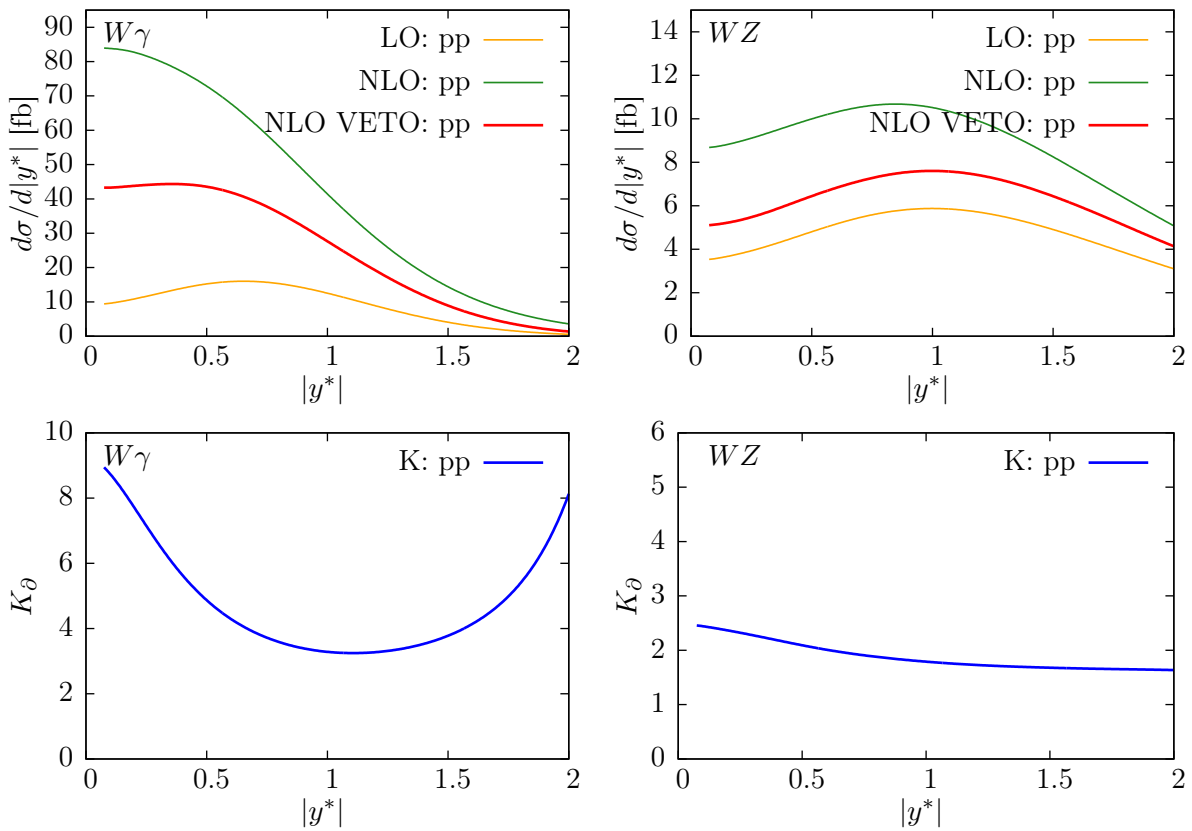


Abbildung 5.3.: Dargestellt sind sowohl die differentiellen Wirkungsquerschnitte von $|y^*|$ in LO- und NLO-Genauigkeit als auch der K_θ -Faktor, für Proton-Proton-Streuung. Die grüne Verteilung zeigt hier den Wirkungsquerschnitt in NLO-Genauigkeit. Wegen der veränderten Kinematik und den Schleifenbeiträgen werden die Beiträge für den mittleren Bereich $|y^*| \lesssim 0.5$ stark verstärkt, sodass die Signifikanz für anomale Kopplungen in diesem Bereich verringert wird. Die rote Verteilung entsteht, indem in Veto auf den in den Beiträgen der reellen Emission auftretende Jet von $p_{veto}^T = 50$ GeV gefordert wird.

det. Kommen nun QCD-Korrekturen bei den drei Kanälen hinzu, welche ausschließlich die Quarklinien berühren, verschwindet die „radiation zero“, da sich die Korrekturen zu den einzelnen Diagrammen unterschiedlich verhalten (siehe Kapitel 3.3.4). Zudem geben auch die Beiträge der reellen Emission eine Erhöhung der $J=1$ Partialwellenstreuung, also Beiträge zum mittleren Bereich der $\cos \theta^*$ -Verteilung. In Abb. 5.3 ist erneut die $|y^*|$ -Verteilungen mit NLO-Korrekturen zu sehen. Durch die veränderte Kinematik zeigen sich hier auch im Bereich $|y^*| \lesssim 0.5$ hohe Ereigniszahlen ohne Einfluss der anomalen Kopplungen. Somit wird die Signifikanz für anomale Kopplungen nachteilig beeinflusst.

Es werden, um die anomalen Kopplungen zu vermessen, differentielle Wirkungsquerschnitte betrachtet, in denen der γ -Faktor eine übergeordnete Rolle spielt. So wird in [29] vorgeschlagen, den transversalen Impuls des Photons p_γ^T zu betrachten, da dieser hohe Werte annehmen kann, wenn die im s-Kanal übertragene Energie groß ist. In NLO entstehen auch Photonen mit hohen Transversalimpulsen, wenn der zusätzliche Jet einen Rückstoß gegen das Photon erzeugt. So werden auch Beiträge aus der reellen Emission im hohen p_γ^T -Bereiche der p_γ^T -Verteilungen entstehen. Hierdurch wird die Signifikanz für anomale Kopplungen verringert.

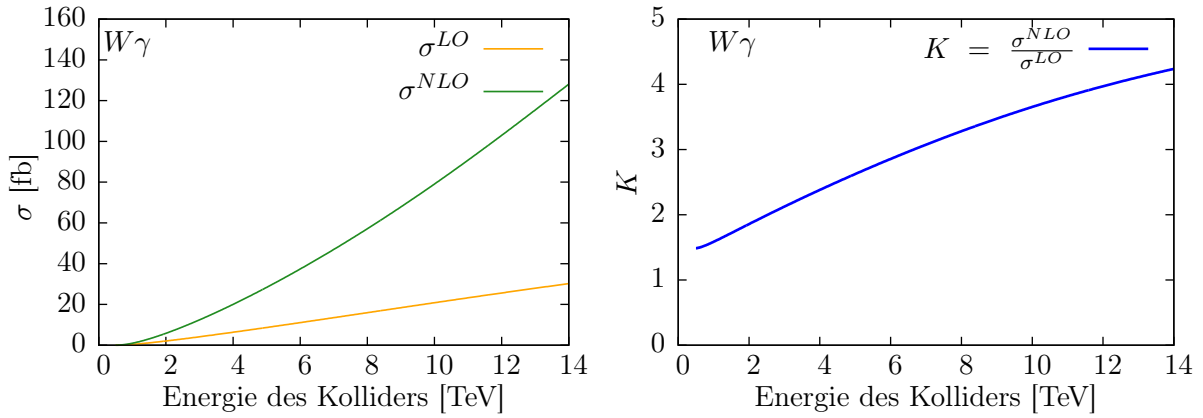


Abbildung 5.4.: Links: Inklusive Wirkungsquerschnitte in LO- und NLO-Approximation in Abhängigkeit der Kollider-Energie. Rechts: Der entsprechende K -Faktor. Die Cuts sind jeweils, wie in Kapitel 5.1 beschrieben, gewählt worden.

Jet-Veto

Um diese Beiträge mit hohem Rückstoß zu unterdrücken, wurde in [30, 35] gefordert, einen Jet-Veto einzuführen. Dabei wird der Phasenraum, der zur infrarot-sicheren Definition des Wirkungsquerschnitts eingeführten reellen Emission, beschränkt. Es werden sowohl bei der Monte-Carlo-Rechnung als auch im Experiment Ereignisse, bei denen der Transversalimpuls des Jets p_{jet}^T über p_{veto}^T ist, verworfen. Mit dem Veto kann, wie in Abb. 5.3 zu sehen ist, teilweise die Absenkung für $|y^*| \lesssim 0.5$ rekonstruiert werden, da die reelle Emission unterdrückt ist und somit das Auffüllen der „radiation zero“ durch die veränderte Kinematik unterdrückt wird.

Da die reelle Emission nötig ist, um infrarote Divergenzen zu beheben, treten bei Forderung nach Einschränkung auf den Phasenraum logarithmische Terme des Abschneideparameters p_{veto}^T auf. Dies kann, wie in Kapitel 5.4 dargelegt wird, zu hohen theoretischen Fehlern führen. In Kapitel 5.5 werden neue Observablen vorgestellt, die die Signifikanz erhöhen ohne ein Jet-Veto zu fordern.

5.3. K -Faktor

Der Unterschied zwischen den Wirkungsquerschnitten in NLO- und LO-Genauigkeit ist in der Größe des K -Faktors in Gl. (2.23) sichtbar. Wie bereits erwähnt, müsste davon ausgegangen werden, dass wegen der höheren Ordnung in der Kopplungskonstante α_s der K -Faktor ungefähr bei eins liegt. Wie allerdings schon in Abb. 5.3 abgelesen werden kann, ist diese Annahme für den Wirkungsquerschnitt $\sigma_{W\gamma}$ nicht haltbar. Hier treten in der differentiellen Verteilung K_∂ -Faktoren $K_\partial \gg 1$ auf. Die LO-Genauigkeit muss als Vorhersage in Frage gestellt werden.

Die wichtigsten Gründe für diesen extremen K_∂ -Faktor sind, dass das Gleichgewicht, das zur „radiation zero“ führt, durch die Schleifenbeiträge gestört wird und dass im NLO-Wirkungsquerschnitt erstmals Gluonen im Anfangszustand auftreten. Wird ein hoher Parton-Impuls aufgrund sehr hoher Kolliderenergien auch schon bei kleinem Feynman- x ($x \in [0, 0.1]$) möglich, so können die in diesem Intervall – im Vergleich zu den PDFs anderer Flavour (siehe Abb. 2.2) – dominierenden Gluon-PDFs den Wirkungsquerschnitt stark erhöhen. Der K -Faktor des inklusiven Wirkungsquerschnitt steigt also, wie in Abb. 5.4 zu sehen ist, mit der

Kolliderenergie an. Dass diese Beiträge tatsächlich von den kleinen Impuls-Bruchteilen der einlaufenden Quarks stammen, kann in Abb. 5.5 abgelesen werden. Hier ist der differentielle Wirkungsquerschnitt in Bezug auf die Feynmanparameter x_1 und x_2 aufgetragen. Der Bereich bei dem beide $x_{1/2}$ klein sind, kann bei einer Kolliderenergie von 2 TeV mit den hier gewählten Cuts nicht beitragen. Bei einer Kolliderenergie von 14 TeV sind diese Bereiche dominant und werden in NLO zusätzlich verstärkt. Die schwarzen Bereiche an den Rändern der K_{∂} -Faktor-Verteilung in Abb. 5.5 stammen genau von den Bereichen der PDF-Faltung, bei denen ein x sehr klein ist, also die Gluon-PDF sehr groß wird. Hier liegt der Ursprung des sehr hohen K -Faktors für den Prozess $pp \rightarrow W\gamma$. Beim Wirkungsquerschnitt für $pp \rightarrow WZ$ muss neben der Energie für die W -Masse zusätzlich die Energie für die Z -Masse von den Impulsbruchteilen $x_{1/2}P_{1/2}$ erzeugt werden, um resonante Bereiche des Phasenraums zu erreichen. Daher ist das beschriebene Verhalten beim K -Faktor nicht so drastisch wie im Fall der $W\gamma$ -Produktion.

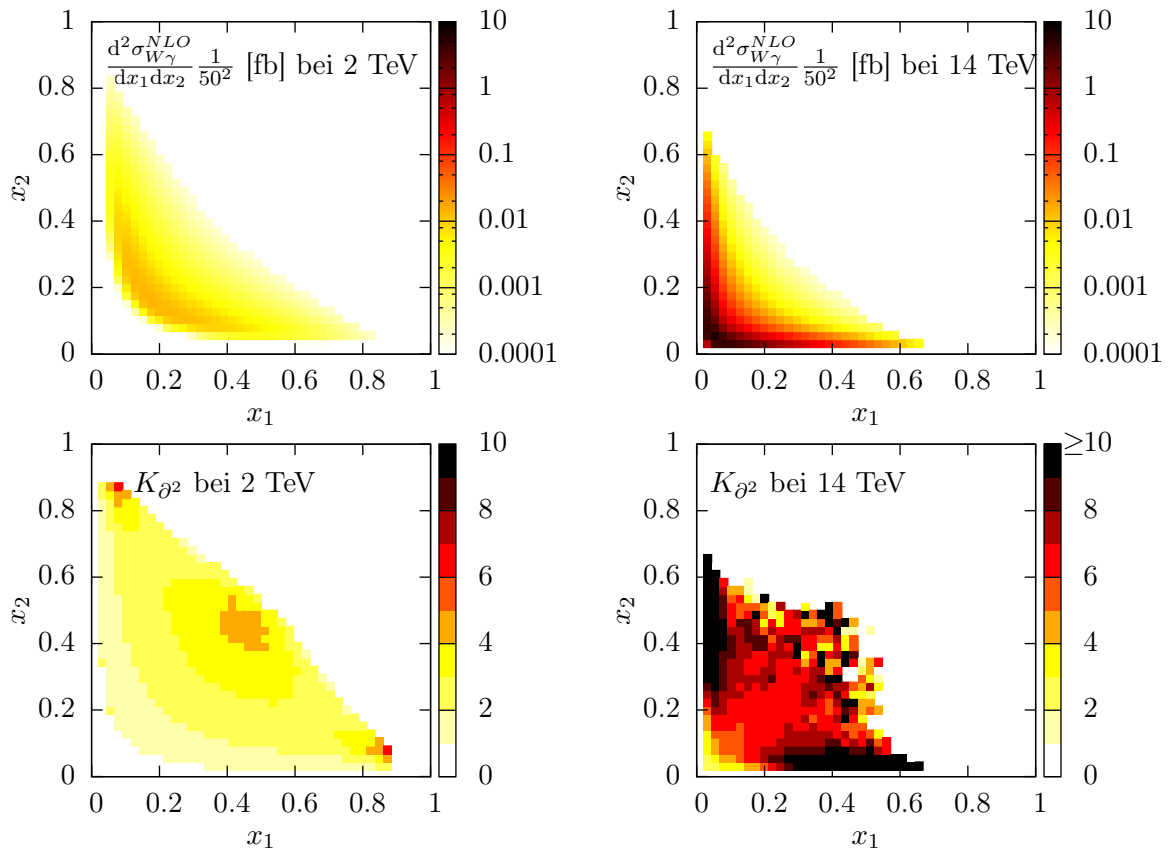


Abbildung 5.5.: Oben: Der differentielle Wirkungsquerschnitt für $pp \rightarrow W^+\gamma$ in Bezug auf die Feynmanparameter x_1 und x_2 . Der Wert für $d^2\sigma/dx_1 dx_2$ wurde mit der Bin-Fläche $\Delta_{x_1}\Delta_{x_2} = 1/50^2$ multipliziert. Unten: Der differentielle K_{∂^2} -Faktor. Links: Kollider-Energie = 2 TeV. Rechts: Kollider-Energie = 14 TeV. Die hohe Schwerpunktsenergie führt dazu, dass das $W\gamma$ -Paar schon bei geringen Werten der Feynmanparameter $x_{1/2}$ resonant erzeugt werden kann. Die Dominanz der Gluon-PDF bei kleinen Werten von x (vgl. Abb. 2.2) lässt den K_{∂^2} -Faktor an den Rändern der Verteilung stark ansteigen.

5.4. Fehlerabschätzung

Für die *volle* Berechnung von Wirkungsquerschnitten wären alle Feynmandiagramme zu jeder Ordnung in α_s und α_{em} nötig. Das störungstheoretische Herangehen zur Vorhersage erfordert eine Rechnung bis zu einer gewissen endlichen Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^n, \alpha_{em}^m)$. Um anzugeben, wie glaubwürdig das berechnete Resultat ist, muss eine Fehlerabschätzung vorgenommen werden. Konventionell wird, um einen Fehler abzuschätzen, eine prozessspezifische Skala als Renormierungs- und Faktorisierungsskala $\mu_{R/F}$ genutzt und diese an jedem Phasenraumpunkt variiert. Die Idee, die diese Art der Abschätzung stützt, ist, dass der *volle* Wirkungsquerschnitt unabhängig von diesen beiden unphysikalischen Skalen ist. Die höheren Ordnungen der Störungsreihe müssen also diese Skalenvariation kompensieren. Es müssen dieselben Logarithmen auftreten, die auch das Laufen der Kopplungen beschreiben. Dies führt bei $N^n LO$ -Rechnungen mit steigendem n zu einem Abflachen der Skalenabhängigkeit.

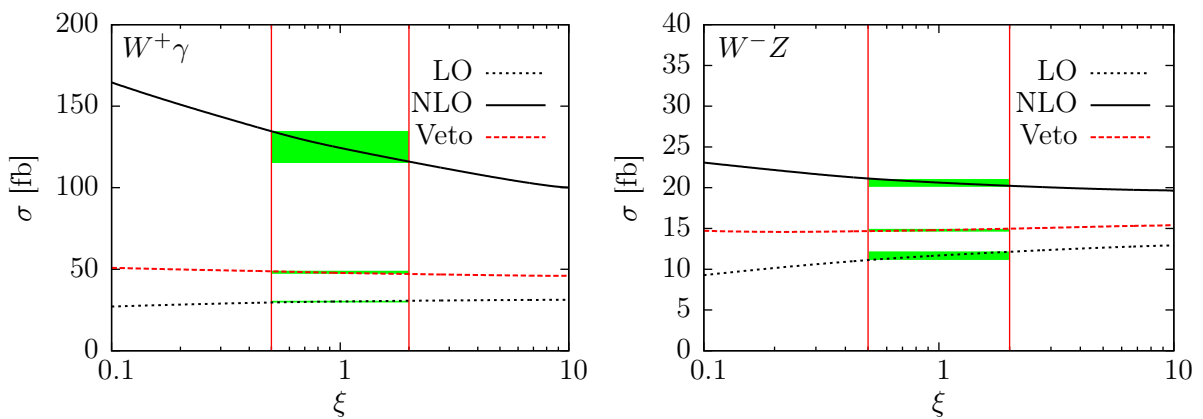


Abbildung 5.6.: Skalenabhängigkeit $\mu_R = \mu_F = \xi\mu$ des Wirkungsquerschnittes mit der invarianten Masse des Boson-Paares $\mu = M_{WV}$ $V \in (Z, \gamma)$ als Skala. NLO: durchgezogen, schwarz. LO: gepunktet, schwarz. NLO mit Jet-Veto ($p_T^{veto} = 50$ GeV): gepunktet, rot. Konventioneller Fehler $\xi \in \{\frac{1}{2}, 2\}$ dargestellt als grünes Band. Links: $W^+\gamma$. Rechts: W^-Z

In Abb. 5.6 ist das Skalenverhalten des Wirkungsquerschnittes dargestellt. Daraus lassen sich einige Sachverhalte ablesen. Zum einen ist ersichtlich, dass die konventionelle Fehlerabschätzung mit Skala $\xi\mu_{R/F}$ wobei $\xi \in \{\frac{1}{2}, 2\}$ in LO versagt. Hierfür gibt es zwei Hauptgründe. Einerseits besitzen die in LO rein elektroschwach beschriebenen Prozesse keine $\alpha_s(\mu_R)$, also keine μ_R Abhängigkeit. Andererseits haben die Prozesse große K -Faktoren durch das Auffüllen der „radiation zero“ und der in NLO entstehenden neuen Erzeugungskanäle mit Gluonen in Anfangszustand³ (siehe Kapitel 5.3). Die relativ kleine Skalenabhängigkeit rührt also nur von der Faktorisierungsskala her.

Die Skalenabhängigkeit der starken Kopplung tritt zum ersten Mal im Wirkungsquerschnitt in NLO auf. Des Weiteren muss erwähnt werden, dass in zweiter Ordnung der Störungstheorie, mit der Abstrahlung des zweiten Jets, ein weiterer Kanal mit zwei Gluonen im Anfangszustand hinzukommt, der nicht durch die Skalenabschätzung betrachtet wird. In [36] wurde dieser Beitrag berechnet und gezeigt, dass der Anteil in NNLO nicht dominant ist.

Nun soll auf die beiden NLO-Verteilungen eingegangen und genauer untersucht werden, wie das stark unterschiedliche Skalenverhalten der inklusiven und exklusiven Wirkungsquerschnitte zustande kommt.

³Die Skalenvariation kann im besten Fall die in höheren Ordnungen entstehenden Logarithmen abschätzen.

5.4.1. Inklusive Produktion

Die schwarze Kurve in Abb. 5.6 stellt das Skalenverhalten des inklusiven Wirkungsquerschnittes dar. „Inklusiv“ bezeichnet die Integration des zur infrarot-sicheren Definition des Wirkungsquerschnittes nötigen zusätzlichen Jets über den gesamten Phasenraum. Das heißt, es werden auch im Experiment keine Einschränkungen an die Jets gemacht, ausgenommen der Separation zu den anderen Endzuständen.

Wie bereits erwähnt, tritt hier α_s zum ersten Mal in Erscheinung. Gleichbedeutend wird kein Vertex renormiert, sodass sich in dieser Ordnung keine Terme der laufenden Kopplung gegen Terme aus den Schleifenbeiträgen wegheben können. Dieses Wegheben führt bei anderen Prozessen mit α_s in LO zum Abflachen des Skalenverhaltens. In den hier betrachteten Prozessen wird das Skalenverhalten hingegen durch diese Beiträge dominiert.

In VBFNLO wird für α_s Gebrauch des Zwei-Schleifen-Laufs gemacht,

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu_R^2/\Lambda_{QCD}^2)} \left[1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln(\ln(\mu_R^2/\Lambda_{QCD}^2))}{\ln(\mu_R^2/\Lambda_{QCD}^2)} \right], \quad (5.4)$$

wobei $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$, $\beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f$ und $\Lambda_{QCD} \approx 200$ GeV ist⁴. Dies wäre für die Fehlerabschätzung als Effekt höherer Ordnung nicht ausschlaggebend.

5.4.2. Exklusive Produktion

Die gepunktete rote Kurve in Abb. 5.6 stellt das Skalenverhalten des exklusiven Wirkungsquerschnittes dar. Hier wird der Jet nur bis zu einem Transversalimpuls von $p_T^{veto} = 50$ GeV miteinbezogen. Der Wirkungsquerschnitt mit Jetveto wird als Differenz des inklusiven $WZ(W\gamma)$ und des inklusiven $WZj(W\gamma j)$ Wirkungsquerschnittes definiert.

$$\sigma_{veto}(WV) := \sigma_{incl}(WV) - \sigma_{incl}(WVj) \quad V \in \{\gamma, Z\} \quad (5.5)$$

Also bis zur $\mathcal{O}(\alpha_s)$

$$\sigma_{veto}^{NLO}(WV) := \sigma_{incl}^{NLO}(WV) - \sigma_{incl}^{LO}(WVj) \quad V \in \{\gamma, Z\} \quad (5.6)$$

Wobei nun der Transversalimpuls des Jets im WVj-Wirkungsquerschnitt größer als p_T^{veto} sein muss.

Das Skalenverhalten des exklusiven Wirkungsquerschnittes ist sowohl für die $W\gamma$ - als auch für die WZ -Produktion sehr gering. Dieses Verhalten wurde schon in früheren Arbeiten beobachtet und daraus geschlossen, dass ein Veto auf Jets die theoretische Unsicherheit verringert [26]. Des Weiteren erhöht ein exklusiver Wirkungsquerschnitt die Signifikanz für anomale Kopplungen, wie in Kapitel 5.2.2 erwähnt wurde [35].

⁴Je nach PDF-Wahl nimmt Λ_{QCD} , also α_s unterschiedliche Werte an.

Schon in [26] wird diese Situation als generell und zugleich paradox beschrieben:

'The reduction of the scale dependence of the next-to-leading order results when a jet veto is applied seems to be quite general though. This situation is a bit paradoxical because the cross section with a jet veto is less inclusive and, therefore, expected to be more sensitive to large logarithms created by incomplete cancellation of the infrared singularities. On the other hand, any subprocess appearing at NLO in $pp \rightarrow WW$ produces additional hadronic energy in the final state. Thus, a cut on E_{had} naturally suppresses the one-loop corrections and tends to stabilize the perturbative expansion. This effect competes against the stronger sensitivity to large logarithms. Apparently, for the jet veto we applied, $E_T^{\text{had}} < 40 \text{ GeV}$, the subprocess-suppression effect still dominates.'^a

^aDas Papier beschäftigt sich mit Diboson-Produktion an Hadron-Beschleunigern mit NLO-Korrekturen.

Es tauchen also im exklusiven Wirkungsquerschnitt Terme der Form $\ln(p_T^{\text{veto}}/Q)$ auf, die von der nicht vollständig ausgeführten Integration des Jets stammen. Q ist hierbei eine charakteristische Skala des Prozesses, wie z. B. Massen der Teilchen. Ein Veto unterdrückt die höheren Ordnungen der Störungsreihe, da die hinzukommenden reellen Emissionen gedämpft werden. An dieser Stelle sei erwähnt, dass aufgrund der nicht vollständigen Aufhebung der infraroten Divergenzen in jeder Ordnung N der Störungsreihe Logarithmen der Form $\alpha_s^n \ln^{2n}(p_T^{\text{veto}}/Q)$ mit $n \leq N$ auftreten.

Die nun folgende Argumentation wird durch die Publikationen [37] und [38] gestützt, die ein ähnliches Phänomen in der Higgs-Suche beschreiben und eine neue Interpretation der theoretischen Fehler angeben. So soll in dieser Arbeit verdeutlicht werden, weshalb die Skalenabschätzung im Fall eines Jet-Vetos versagen kann und das scheinbar paradoxe Verhalten beleuchten.

Hierzu wird Gl. (5.6) genauer betrachtet und explizit die Abhängigkeiten von α_s und p_T^{veto} ausgeschrieben.

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{veto}}^{\text{NLO}}(p_{\text{veto}}^T) &= \sigma_{\text{incl}} - \sigma_{1\text{jet}} \\ &= \sigma_B \underbrace{\left(1 + \alpha_s \cdot A\right)}_K - \underbrace{\left(C_2^{(1)} \ln^2(p_{\text{veto}}^T/Q) - C_1^{(1)} \ln(p_{\text{veto}}^T/Q) - C_0^{(1)}\right)}_{\sigma_{1\text{jet}}(p_{\text{veto}}^T)/\alpha_s \sigma_B} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$= f(p_{\text{veto}}^T) \quad (5.8)$$

$$= \sigma_B (1 + \alpha_s \cdot g(p_{\text{veto}}^T)) \quad (5.9)$$

Der erste Term in Gl. (5.7) entspricht dem K -Faktor des inklusiven Wirkungsquerschnittes. Logischerweise ist hier keine Abhängigkeit von p_T^{veto} anzunehmen. Die Logarithmen tauchen in $\sigma_{1\text{jet}} := \sigma_{\text{incl}}(WVj)$ auf und erhalten die gleichen Potenzen wie die ϵ Terme der infraroten Divergenzen.

Die Funktionen aus Gl. (5.8) und Gl. (5.9) werden in Abb. 5.7 für den Fall der WZ -Produktion dargestellt. Der Born-Wirkungsquerschnitt σ_B wird erhalten, indem während der Berechnung $\alpha_s = 0$ gesetzt wird, also $d\sigma_B$ mit den NLO-PDFs gefaltet wird. A wird dann im Vergleich mit $\sigma_{\text{inkl}}(\alpha_s = C)$ bestimmt. Im Anschluss wird der Ansatz von Gl. (5.7) genutzt und an die numerische Berechnung angepasst. Somit können die Parameter $C_i^{(1)}$ bestimmt werden. Als charakteristische Skala wird hier die Summe von W - und Z -Masse für die WZ -Produktion

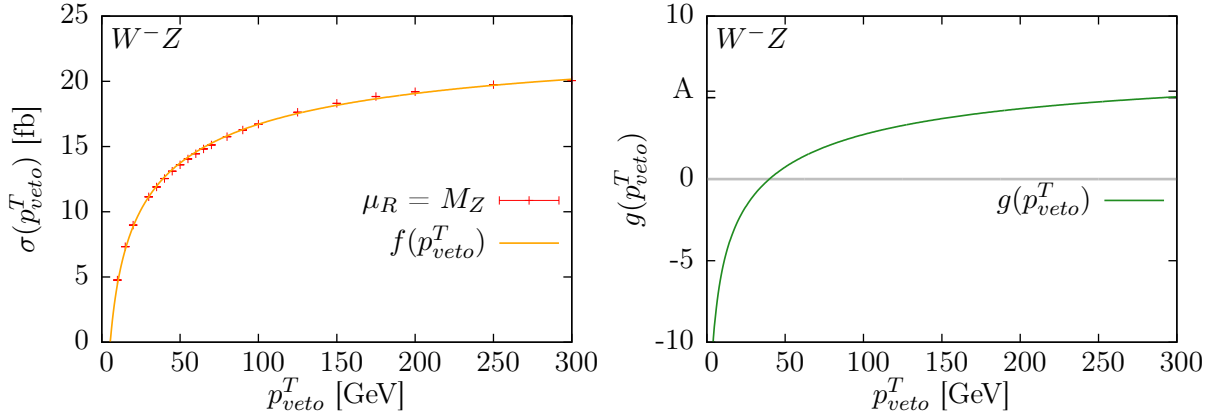


Abbildung 5.7.: Links: Der Wirkungsquerschnitt mit Jetveto (rote Punkte) in Abhängigkeit des maximalen transversalen Impulses p_T^{veto} des Jets mit fixierten Skalen $\mu_R = \mu_F = M_Z$ für die WZ -Produktion. Rechts: Die Gewicht-Funktion $g(p_T^{veto})$ aus Gl. (5.9) in Abhängigkeit des maximalen transversalen Impulses p_T^{veto} .

und die W -Masse für $W\gamma$ -Produktion angenommen⁵. Die somit bestimmten Werte ergeben sich zu:

	σ_B^V	A	$C_2^{(1)}$	$C_1^{(1)}$	$C_0^{(1)}$
$V = Z$	12.63 fb	5.39	0.43	-2.16	1.39
$V = \gamma$	32.99 fb	27.08	-1.05	-10.16	18.74

Die Frage nach dem Mehrwert dieser Bestimmung soll sofort geklärt werden. Vorerst sei festzuhalten, dass die Parameter von derselben Größenordnung sind und die Kurve gut mit den berechneten Werten übereinstimmt. Somit kann der Ansatz für σ_{1jet} als geeignet eingestuft werden.

$g(p_T^{veto})$ ist unanabhängig von der Renormierungsskala. Gleichbedeutend wirkt sich eine Variation dieser Skala nur auf α_s aus. Da die Veränderung allerdings mit dem jeweiligen Wert von $g(p_T^{veto})$ gewichtet wird, kann der hierdurch abgeschätzte Fehler in der Nähe des Nulldurchgangs von $g(p_T^{veto})$ in Frage gestellt werden. Nimmt $g(p_T^{veto})$ den Wert null an, heben sich gerade Terme des K -Faktors und der Logarithmen gegenseitig weg. Der Ursprung der Terme ist unterschiedlicher Art und so können sie genutzt werden, einen verschwindenden theoretischen Fehler zu konstruieren.

Die Skalenabschätzung des Fehlers soll die Terme höherer Ordnung abschätzen. Der Wirkungsquerschnitt mit Jet-Veto ist bis zur $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$

$$\sigma_{veto}^{NNLO}(p_{veto}^T) = \sigma_{veto}^{NLO}(p_{veto}^T) + \sigma_B \alpha_s^2 \cdot [A' - \sum_{i=0}^4 C_i^{(2)} \cdot \ln^i(p_{veto}^T/Q)]. \quad (5.10)$$

Das Verhalten der Terme in der eckigen Klammer kann nur durch explizite Rechnung bestimmt werden. Ob diese für Werte klein ist, bei denen auch $g(p_T^{veto})$ niedrige Werte annimmt, kann a priori nicht angenommen werden, weshalb die Abschätzung des Fehlers ihren Sinn verliert.

⁵Diese Annahme verändert effektiv ausschließlich den Wert von $C_3^{(1)}$, kann aber als charakteristische Skala identifiziert werden.

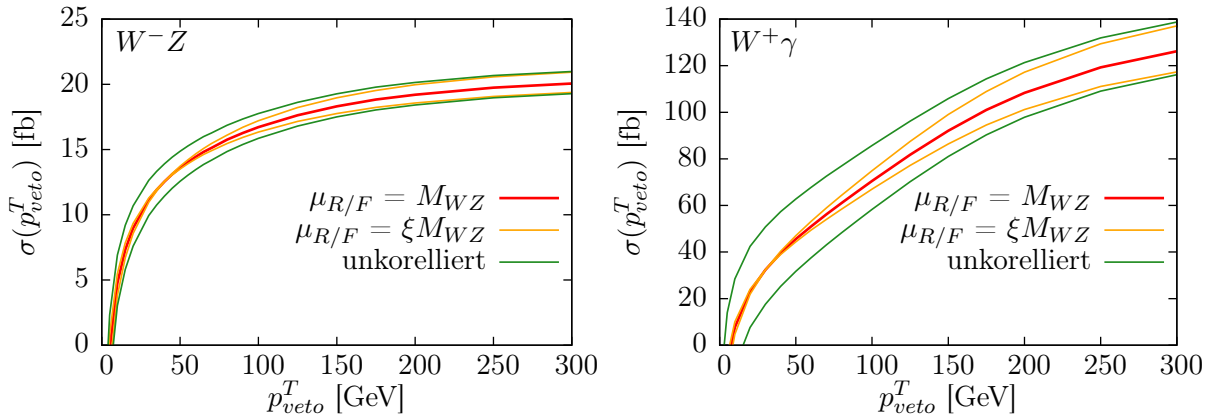


Abbildung 5.8.: Der Wirkungsquerschnitt mit Jetveto (rot) in Abhängigkeit des maximalen transversalen Impulses p_T^{veto} mit fixierten Skalen $\mu_R = \mu_F = M_Z$. Links: WZ -Produktion. Rechts: $W\gamma$ -Produktion. Fehlerabschätzungen durch Skalenvariation mit $\xi \in \{\frac{1}{2}, 2\}$ führt zum orangenen Band, nach [37] mit unkorrelierten Fehlern zum grünen Band. Hier wurden sowohl Faktorisierungsskala als auch Renormierungsskala variiert.

In [37] wird vorgeschlagen die abgeschätzten Unsicherheiten der inklusiven Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\text{incl}}^{\text{NLO}}(WV)$ und $\sigma_{\text{incl}}^{\text{LO}}(WVj)$ in Gl. (5.6) als unkorreliert zu betrachten,

$$\Delta^2 \sigma_{\text{veto}}^{\text{NLO}}(p_{\text{veto}}^T) = \Delta^2 \sigma_{\text{incl}}^{\text{NLO}}(WV) + \Delta^2 \sigma_{\text{incl}}^{\text{LO}}(WVj, p_{\text{veto}}^T). \quad (5.11)$$

Hierdurch wird die Unsicherheit, die als Folge des großen K -Faktors auftritt, in $\Delta \sigma_{\text{incl}}^{\text{NLO}}(WV)$ und die Unsicherheit der Logarithmen in $\Delta \sigma_{\text{incl}}^{\text{LO}}(WVj)$ beachtet. Die Fehlerquellen unterschiedlichen Ursprungs sind dadurch nicht in der Lage sich gegenseitig zu neutralisieren.

In Abb. 5.8 ist sowohl die Abschätzung per Skalenvariation für beide Prozesse dargestellt, als auch die Abschätzung, die durch Gl. (5.11) beschrieben wird. Die Form der grünen Kurven wirkt als Unsicherheit intuitiv realistischer, da die Kreuzung der gelben Kurven und der damit abgeschätzte verschwindende Fehler als nicht sinnvoll erscheint.

Kritisch betrachtet gibt es auch Argumente, aufgrund derer der durch die grünen Kurven angenommene Fehler als zu groß geschätzt ist. Z. B. folgt am Kreuzungspunkt

$$\Delta \sigma_{\text{incl}}^{\text{NLO}}(WV) = \Delta \sigma_{\text{incl}}^{\text{LO}}(WVj, p_{\text{veto}}^T)$$

durch Gl. (5.11), dass die Unsicherheit auf den $\sqrt{2}$ -fachen Wert von $\Delta \sigma_{\text{incl}}^{\text{NLO}}(WV)$ anwächst, obwohl der Wirkungsquerschnitt stark absinkt. Somit wird jegliche Signifikanz auf beispielsweise anomale Kopplungen gebrochen.

Es stellt sich also die Frage ob, wenn die Unsicherheit nicht befriedigend abgeschätzt werden kann, nicht wieder zu inklusiven – im Sinne der Jet-Integration – Observablen zurückzukehren ist, bei denen keine Einschränkungen auf die kinetischen Variablen des Jets gelegt werden.

5.5. Inklusive Observablen

Unter der Annahme, dass die Betrachtung exklusiver Observablen, bei denen also der Jet, der in NLO hinzukommt, Einschränkungen unterworfen ist, eine mögliche Fehlinterpretation der theoretischen Unsicherheit birgt, wird hier eine Rückkehr zu inklusiven Observablen

bevorzugt. Bei der im Kapitel 5.1 angesprochenen Analyse ist diese Rückkehr bereits vollzogen worden, allerdings werden weiterhin die Observablen betrachtet, die zur Analyse mit exklusiven Observablen vorgeschlagen wurden.

Ziel der folgenden Überlegung ist es, Observablen mit großer Signifikanz auf anomale Kopplungen zu finden, bei denen die Kinematik hadronischer Endzustände nicht limitiert wird.

5.5.1. Verfahren zur Evaluation inklusiver Observablen

Um eine inklusive Observable \mathcal{O} auf Sensitivität für anomale Kopplungen zu bewerten, wurde folgendes Verfahren genutzt. Zu Beginn werden die differentiellen Verteilungen in Einheiten (Bins) zusammengefasst. Hierbei werden die Funktionswerte $(d\sigma_{SM}/d\mathcal{O})_{Hist}$ der Standardmodell-Verteilung mit der Binbreite $\Delta_{\mathcal{O},Hist}$ der Histogrammroutine und einer vordefinierten integrierten Luminosität \mathcal{L} multipliziert und solange mit den darauf folgenden Histogramm-Bins summiert, bis eine vorgegebene Mindestanzahl an Ereignissen N_{min} überschritten wird. Die Binbreite $\Delta_{\mathcal{O},Hist}$ soll klein gehalten werden, um die Verteilung möglichst genau widerzuspiegeln. Da die Binbreite im Experiment zu Unsicherheiten führt, wurde zudem eine Mindestanzahl zusammengefasster Bins Bin_{min} eingeführt, die keine einzelnen Bins der Breite $\Delta_{\mathcal{O},Hist}$ zulässt. Damit ergibt sich,

$$N_j^{SM} = \mathcal{L} \sum_i^n \frac{d\sigma_{SM}}{d\mathcal{O}}_{Hist} \Delta_{\mathcal{O},Hist} > N_{min} , \quad n \geq Bin_{min} . \quad (5.12)$$

Dies erfolgt so lange bis die Histogramme vollständig neu gebinnt sind. Um die vollständigen Informationen zu bewerten, werden in den letzten Bin j_{max} alle übrigen Histogrammbins zugefügt, die in einer zusätzlichen Zusammenfassung nicht N_{min} erreichen würden. Die Forderung, dass eine Mindestanzahl überschritten wird, ist notwendig, da der folgende χ^2 -Test erst ab einer hinreichend großen Anzahl ($N > 10$) aussagekräftig wird [39].

Die Verteilungen mit anomalen Kopplungen und unterschiedlicher Skalenwahl $\xi \in \{\frac{1}{2}, 2\}$ werden in die identischen Bins aufgeteilt. Hierdurch werden für jeden Bin die Werte N_j^{SM} , $N_j^{\xi=1/2}$, $N_j^{\xi=2}$ und $N_j^{ano}(\Delta\kappa_\gamma, \lambda, \Delta g_0)$ bestimmt.

$N_j^{ano}(\Delta\kappa_\gamma, \lambda, \Delta g_0)$ muss für unterschiedliche Werte der anomalen Kopplungen ausgewertet werden um die Signifikanzgrenzen zu bestimmen. Aus der Struktur der Matricelementquadrate wird ist ersichtlich, dass⁶

$$N_j^{ano}(\Delta\kappa_\gamma, \lambda, \Delta g_0 = 0) = N_j^{SM} + \Delta\kappa_\gamma A_j + \lambda B_j + \Delta\kappa_\gamma^2 C_j + \lambda^2 D_j + \Delta\kappa_\gamma \lambda E_j , \quad (5.13)$$

gelten muss. Die Faktoren A_j bis E_j werden nun an über hundert Parameter-Einstellungen angepasst⁷. In Abb. 5.9 ist für einen der Bins der nebenstehenden p_γ^T -Verteilung der Paraboloid gezeigt, der nach Gl. (5.13) entsteht, wenn die anomalen Kopplungsparameter λ und $\Delta\kappa_\gamma$ variiert werden. Die roten Kreuze entsprechen der erwarteten Ereigniszahlen N_j^{ano} der jeweiligen Parameter-Einstellungen.

In Abb. 5.9 sind Verteilungen dargestellt, wie sie sich nach dem Einteilen in die Bins zeigen. Hier wurde als Mindestanzahl $N_{min} = 20$ Ereignisse gefordert. Das gelben Band zeigt den

⁶Der Übersicht halber wurde hier $\Delta g_0 = 0$ gesetzt. Das Absolutquadrat des Matricelements ist ein Polynom zweiten Grades in den Parametern der anomalen Kopplungen.

⁷Die Anpassung geschieht im vorliegenden Fall mit dem (NLLS) Marquardt-Levenberg-Algorithmus, der im GNU-Programm GNUPLOT bereitgestellt ist.

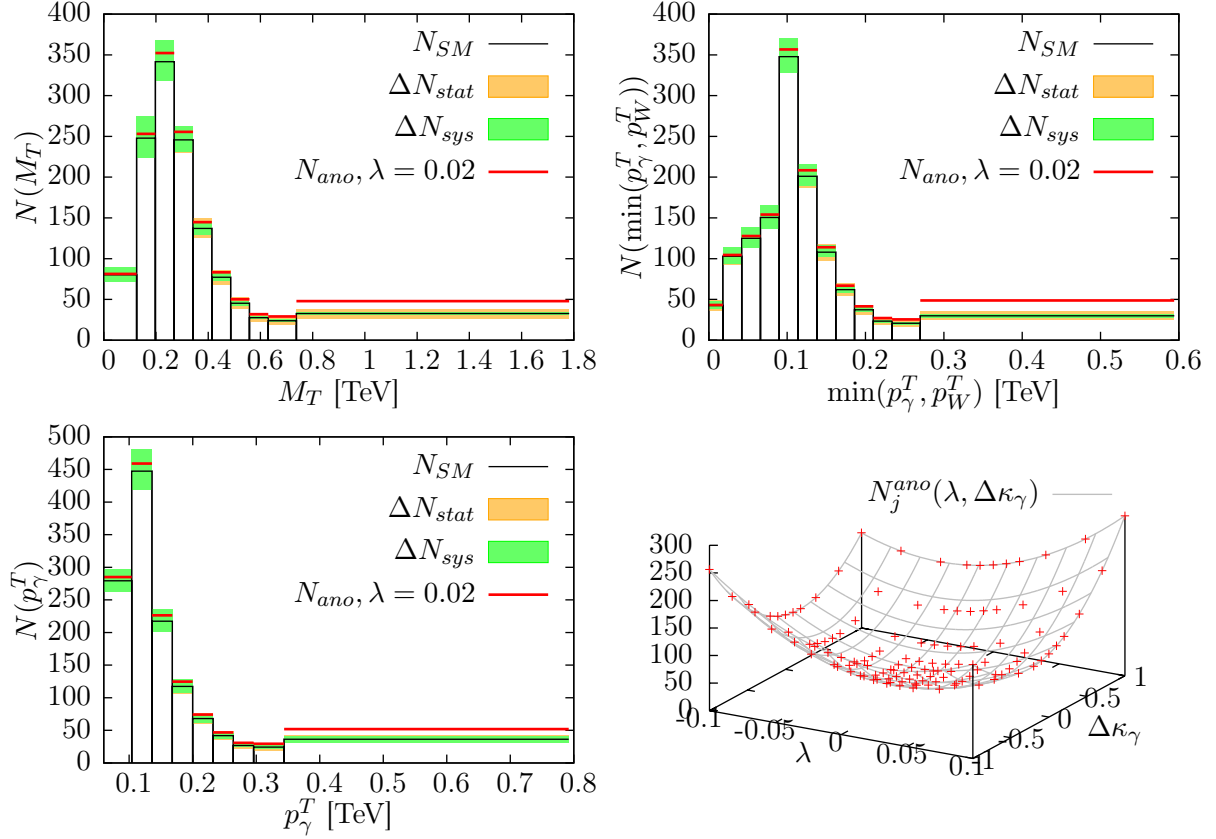


Abbildung 5.9.: Die im Text beschriebenen gebinnten Verteilungen mit den Fehlerbändern der Bins, mit $N_{min} = 20$ und $Bin_{min} = 2$. Rechts, unten: Einer der nach Gl. (5.13) entstehenden Paraboloiden $N_j^{ano}(\lambda, \Delta\kappa_\gamma)$ aus der p_γ^T -Verteilung. Die roten Kreuze entsprechen den numerisch berechneten N_j^{ano} mit unterschiedlichen Parameterwahlen.

statistischen Fehler $\Delta_{stat}^N = N^{1/2}$, das grüne Band den theoretischen Fehler Δ_{sys}^N an. Dabei wurde der theoretische Fehler mittels Skalenvariation mit $\mu_{R/F} = \xi M_{WV}$ mit $\xi \in \{\frac{1}{2}, 2\}$ und $V \in \{Z, \gamma\}$ abgeschätzt

$$\Delta_{sys}^N = |N(\mu_{R/F} = 2) - N(\mu_{R/F} = 1/2)|/2 .$$

Als charakteristische Skala wurde die invariante Masse des $W\gamma$ -Systems $M_{W\gamma}$ an jedem Phasenraumpunkt variiert. Die roten Balken entsprechen der gebinnten Verteilung für den Fall, dass alle Kopplungen dem Standardmodellwert, mit Ausnahme von $\lambda = 0.02$, entsprechen. In diesen Verteilungen wurde ein Formfaktor, wie er in Gl. (2.22) gegeben ist, mit $\Lambda = 2$ TeV und $n = 2$ gewählt.

Der Paraboloid kann genutzt werden, um in den Ebenen, die von den Kopplungsparametern aufgespannt werden, die Signifikanz-Niveaus zu berechnen. Hierzu wird für die Punkte der Ebene jeweils der Wert von

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{(N_j^{SM} - N_j^{ano}(x, y))^2}{(\Delta_{stat}^{N_j})^2 + (\Delta_{sys}^{N_j})^2} + (j_{max} - 1) \quad (5.14)$$

berechnet [40]. Hierbei ist j_{max} die Anzahl der Bins. Der Nenner ergibt sich aus der Summe

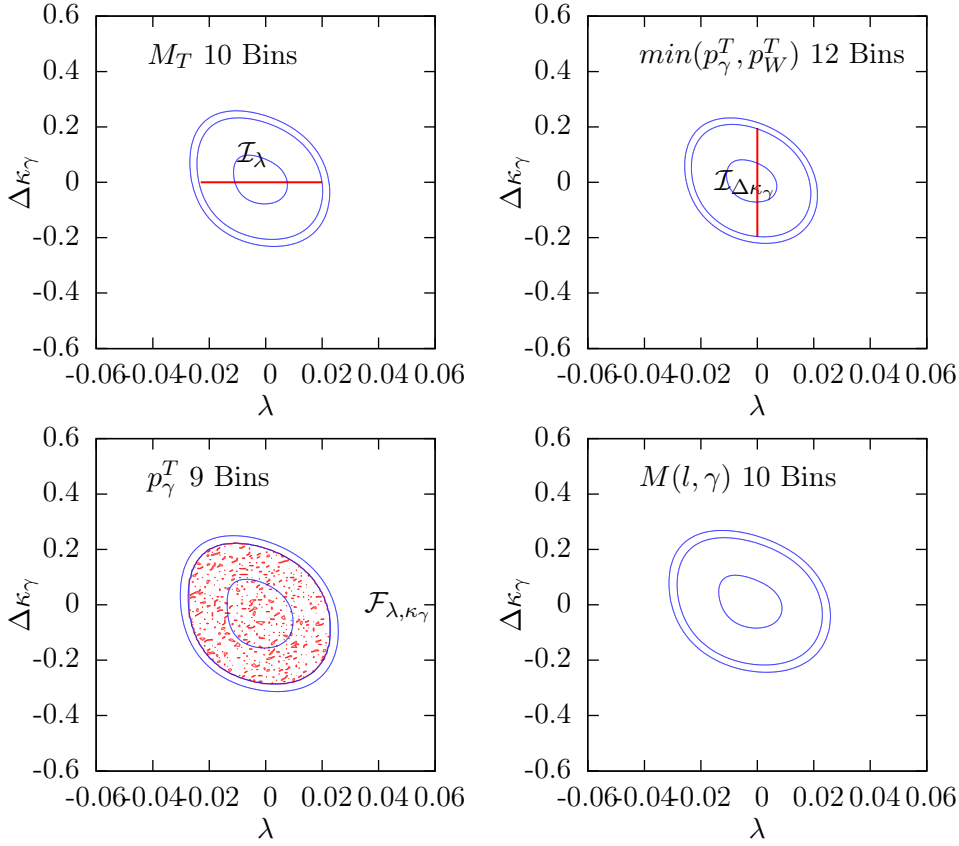


Abbildung 5.10.: Dargestellt sind für vier gebinnete Observablen des Prozesses $pp \rightarrow W^+\gamma \rightarrow e^+\bar{\nu}\gamma$ die 50%- , 95%- und 99%-CL. Dabei wurde als integrierte Luminosität $10fb^{-1}$ angenommen und mindestens 20 Ereignisse pro Bin gefordert. Die CL unterscheiden sich je nach dem, wie signifikant sich die differentiellen Wirkungsquerschnitte der Observablen durch die anomalen Kopplungen von der Standardmodellvorhersage unterscheiden. Die roten Linien zeigen \mathcal{I}_λ und $\mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}$. Die rote Fläche zeigt $\mathcal{F}_{\lambda,\Delta\kappa_\gamma}$.

der statistischem und theoretischen Fehlerquadrate. Um nun das Confidence-Level (CL)⁸ zu erhalten, wurde die Funktion `chisqprob` aus dem PYTHON-Modul `scipy.stats.stats` genutzt um das 95%-CL zu bestimmen. Wenn nun die Güte der Observablen evaluiert werden soll, können unterschiedliche Größen betrachtet werden. Für $W\gamma$ -Produktion ist nur die λ - $\Delta\kappa_\gamma$ -Ebene wichtig. Hier werden einerseits die 95%-CL-Intervalle \mathcal{I}_λ , $\mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}$ betrachtet, wenn eine der Kopplungen den Standardmodell Wert annimmt und andererseits die Fläche $\mathcal{F}_{\lambda,\Delta\kappa_\gamma}$, welche das 95%-CL in der λ - $\Delta\kappa_\gamma$ -Ebene einnimmt. Die Fläche $\mathcal{F}_{\lambda,\Delta\kappa_\gamma}$ wird hier in Einheiten der CMS-95%-CL-Grenzen

$$\mathcal{I}_\lambda^{CMS} = [-0.18, 0.17], \quad \mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}^{CMS} = [-1.11, 1.04], \quad \mathcal{I}_{\Delta g_1^Z}^{CMS} = [-0.29, 0.31]$$

der $(pp \rightarrow WZ)$ - und $(pp \rightarrow W\gamma)$ -Analyse [28] angegeben. Eine Flächeneinheit in der λ - $\Delta\kappa_\gamma$ -Ebene entspricht beispielsweise $\mathcal{I}_\lambda^{CMS} \times \mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}^{CMS}$. Die Angabe in diesen Flächeneinheiten, ist zum Vergleich der Observablen nicht nötig, veranschaulicht aber das Potential der Observablen.

⁸Vertrauens Niveau: Liegt das CL eines Intervalls bei 95%, so gibt es eine 5% Wahrscheinlichkeit, dass die Abweichung einer Messung von der Erwartung durch statistische Schwankungen entsteht.

Für die WZ -Produktion werden neben der $\lambda\text{-}\Delta\kappa_\gamma$ -Ebene, zusätzlich die $\lambda\text{-}g_1^Z$ -Ebene und die $g_1^Z\text{-}\Delta\kappa_\gamma$ -Ebene betrachtet. Die in Gl. (2.21) angegebene Relation unter den Kopplungsparametern wird durch das Einstellen von $\Delta\kappa_Z$ erfüllt.

Veranschaulicht werden die Intervalle \mathcal{I}_λ und $\mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}$ sowie die Fläche $\mathcal{F}_{\lambda,\Delta\kappa_\gamma}$ in Abb. 5.10. Des Weiteren sind hier zusätzlich die 50%- und das 99%-CL gezeigt.

Dieses Verfahren wurde auf die Kanäle $pp \rightarrow W^+\gamma \rightarrow e^+\bar{\nu}\gamma$ und $pp \rightarrow W^-Z \rightarrow e^-\bar{\nu}\mu^+\mu^-$ angewendet. In einer Analyse, die die am LHC möglichen Signifikanzgrenzen bewerten soll, müssen noch andere Endzustände betrachtet werden. Um allerdings die Observablen zu untersuchen, reicht es aus, einen Kanal zu untersuchen. Andere Kanäle ergeben weitere signifikante Beiträge, sodass eine erhöhte Signifikanz durch Kombination erreicht wird.

5.5.2. $W\gamma$ -Resultat

Für die in Abb. 5.9 und Abb. 5.10 dargestellten Observablen ergibt sich mit $\mathcal{L} = 10fb^{-1}$ und 14 TeV Kolliderenergie

Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda,\Delta\kappa_\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}$
$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	12	0.013	-0.022 – 0.018	-0.197 – 0.196
M_T	10	0.015	-0.023 – 0.020	-0.202 – 0.217
$M(e^+, \gamma)$	10	0.018	-0.027 – 0.022	-0.213 – 0.228
p_γ^T	9	0.020	-0.027 – 0.021	-0.283 – 0.206
$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	7	0.012	-0.021 – 0.017	-0.191 – 0.196
M_T	6	0.014	-0.022 – 0.019	-0.202 – 0.222
$M(e^+, \gamma)$	6	0.018	-0.026 – 0.021	-0.213 – 0.228
p_γ^T	6	0.019	-0.025 – 0.020	-0.283 – 0.212

Hierbei wurde wieder der Formfaktor mit $\Lambda = 2$ TeV und $n = 2$ gewählt. Die Werte oberhalb der Trennlinie wurden mit $Bin_{min} = 2$, die unterhalb mit $Bin_{min} = 4$ und jeweils $N_{min} = 20$ berechnet.

In Anhang A findet sich die Auflistung unterschiedlicher Observablen, für die die drei signifikanten Größen bestimmt wurden. Dies geschah sowohl mit als auch ohne Formfaktor. Zudem wurden eine unterschiedliche Mindestanzahl an Ereignissen N_{min} pro Bin und Mindestanzahl zusammengefasster Bins Bin_{min} gefordert. Die integrierte Luminosität wurde mit $10 fb^{-1}$ und $100 fb^{-1}$ getestet, um den Einfluss des theoretischen Fehlers zu untersuchen.

Die Auswertung der Tabellen ergibt, dass gerade die in Abb. 5.10 gezeigten Observablen $\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$, M_T und die invariante Masse von Elektron und Photon $M(e^-\gamma)$ als signifikant für die Untersuchung der im Prozess $pp \rightarrow W^+\gamma \rightarrow e^+\bar{\nu}\gamma$ möglichen Kopplungsparameter herausstellt.

Diese Observablen nehmen in Phasenraumregionen hohe Werte an, bei denen sowohl das Photon als auch das W -Boson hohe Energien im Detektor hinterlassen. Es wird in diesen Bereichen hohe Energie im s -Kanal übertragen. Somit werden die Matrixelemente mit anomalem Kopplungsanteil durch die $\gamma(s)$ -Faktoren verstärkt (vgl. Kapitel 5.2.2). Die Phasenraumregionen der reellen Emission, bei denen der zusätzliche Jet einen starken Rückstoß gegen das Photon ausführt, das W -Boson niederenergetisch erzeugt wird, ergeben verminderte Werte für diese

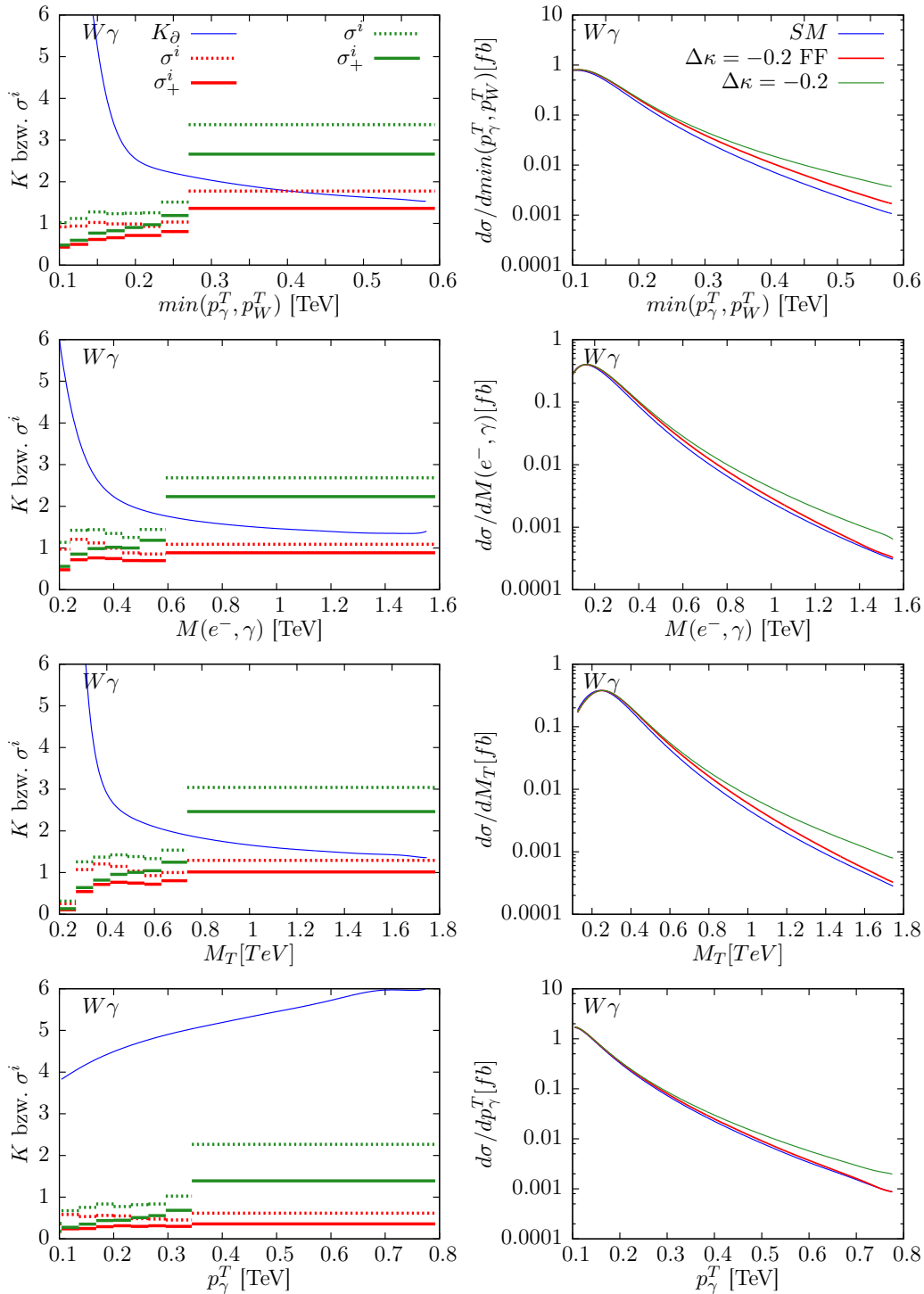


Abbildung 5.11.: Links: Die differentiellen NLO-Wirkungsquerschnitte der Observablen: $\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$, M_T , $M(e^-, \gamma)$ und p_γ^T . Blaue Linie entspricht der Standardmodell-Erwartung, die rote und grüne Verteilung falls der anomale Kopplungsparameter $\Delta\kappa_\gamma$ den Wert -0.2 annimmt. Bei der roten Verteilung ist zusätzlich ein Formfaktor mit $\Lambda = 2$ TeV, $n = 2$ eingeführt. Rechts: Die Signifikanz σ der einzelnen Bins, σ_+ mit theoretischer Unsicherheit. Zudem ist der K_∂ -Faktor gezeigt, der mit der theoretischen Unsicherheit korreliert ist.

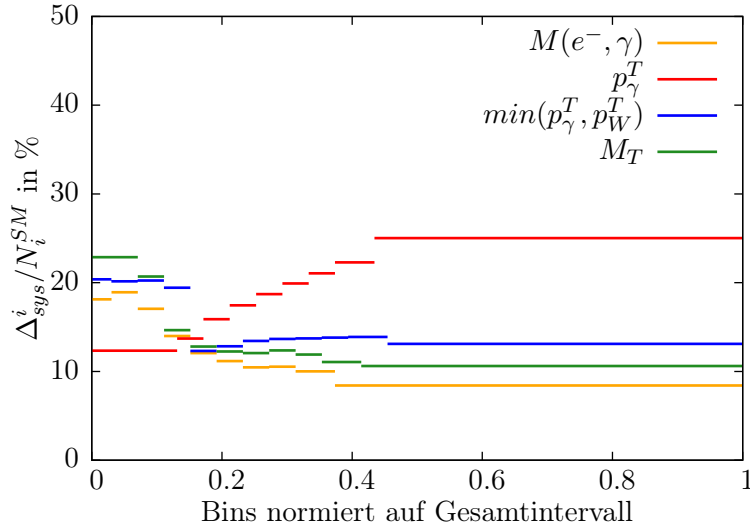


Abbildung 5.12.: Der systematische Fehler normiert auf die Standardmodell-Erwartung über den Bins normiert auf die betrachteten Intervalle. Auch mit steigender Luminosität bleiben die prozentualen Fehler erhalten. Die Fehlerabschätzung ist korreliert zum K_∂ aus Abb. 5.11.

Wahl von Observablen. Hierdurch wird das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis größer, also die Signifikanz gesteigert. In Abb. 5.11 ist neben den Verteilungen der in der Tabelle aufgelisteten Observablen, der differentielle K_∂ dargestellt. Dieser K_∂ -Faktor wächst in Bereichen mit Rückstoß des Photons gegen den Jets an. Des Weiteren sind die Signifikanzen der einzelnen Bins

$$\sigma^i = \frac{|N_i^{SM} - N_i^{ano}|}{N_i^{SM}} \quad \text{und} \quad \sigma_+^i = \frac{|N_i^{SM} - N_i^{ano}|}{N_i^{SM} + (\Delta_{N_i}^{sys})^2} \quad (5.15)$$

mit (durchgezogen) und ohne (gestrichelt) theoretische Fehlerabschätzung dargestellt.

Bei großen K_∂ -Faktor wird der theoretische Fehler mittels Skalenabschätzung verstärkt, wie im Vergleich von Abb. 5.12 zu Abb. 5.11 abzulesen ist. Der moderate K_∂ -Faktor der drei oberen Verteilungen in Abb. 5.11 führt zu einer theoretischen Unsicherheit, die gerade bei hohen Luminositäten eine erhöhte Signifikanz zulässt, ohne jegliche Restriktion in Form eines Jet-Vetos zu fordern.

So ergeben sich für eine Luminosität $\mathcal{L} = 100 fb^{-1}$, $Bin_{min} = 4$ $N_{min} = 30$ und gleichem Formfaktor die Werte:

Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa_\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa_\gamma}$
$min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	10	0.004	-0.011 – 0.008	-0.116 – 0.126
M_T	9	0.005	-0.013 – 0.01	-0.127 – 0.158
$M(e^+, \gamma)$	9	0.007	-0.014 – 0.012	-0.132 – 0.169
p_γ^T	8	0.009	-0.016 – 0.012	-0.224 – 0.153

Die Fläche $\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa_\gamma}$ verringert sich für die drei bevorzugten Observablen um einen Faktor 3, wohingegen sich $\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa_\gamma}$ für die p_γ^T -Verteilung halbiert.

Kritisch betrachtet stellt p_γ^T vom experimentellen Standpunkt aus für kleine Luminositäten eine bessere Observable dar, da die Fehler der leptonischen Impulsmessung nicht in der experimentellen Unsicherheit auftreten. In einem theoretisch vorgestellten perfekten Detektor ist das $\min(p_\gamma^T, p_W^T)$ die bessere Wahl.

5.5.3. WZ-Resultat

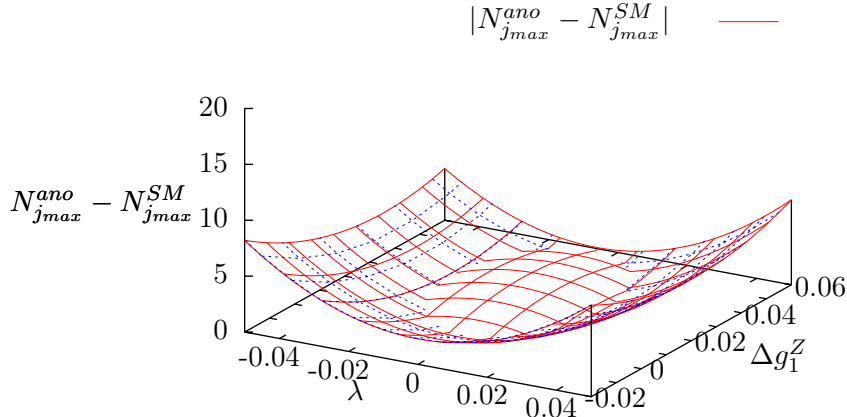


Abbildung 5.13.: Um die destruktive Interferenz von Amplituden mit anomalen Kopplungen und Standardmodell-artigen Amplituden zu veranschaulichen, ist hier der Paraboloid ($N_{jmax}^{ano} - N_{jmax}^{SM}$) nach Gl. (5.13) und dessen Betrag für die gebinnte $\min(p_W^T, p_Z^T)$ -Verteilung dargestellt. Es ist einerseits die Symmetrie von λ zu erkennen und andererseits die große Interferenz der $\Delta\kappa$ -Anteil mit den endlichen Anteilen des Standardmodells für $s \rightarrow \infty$ die den Paraboloiden kippt.

Die Untersuchung von Observablen, die zu einer erhöhten Signifikanz der Kopplungsparameter λ , $\Delta\kappa_\gamma$ und g_1^{Z9} führen soll, ergibt keine klar favorisierte Wahl. In den Tabellen in Anhang A sind wie für die $W\gamma$ -Produktion unterschiedlichste Observablen und die Größen die die Signifikanz anzeigen, aufgetragen. Für eine Luminosität von $10fb^{-1}$ ist es hiernach, trotz des erhöhten K_∂ -Faktors (vgl. Abb. 5.14) interessant, den Transversalimpuls des W -Bosons p_W^T zu untersuchen. Bei hohen Luminositäten wird, wie im $W\gamma$ -Fall, das Minimum der Transversalimpulse von W - und Z -Boson $\min(p_W^T, p_Z^T)$ bevorzugt.

In [35] sind die folgenden Argumente beschrieben. Die Amplitude des Standardmodells $\mathcal{M}(\lambda_Z, \lambda_W)$ hat zwei Beiträge, $\mathcal{M}(\pm, \mp)$ und $\mathcal{M}(0, 0)$, die für $s \rightarrow \infty$ endlich bleiben [41]. $\mathcal{M}(\pm, \mp)$ ist durch s -Kanal-Austausch eines Vektorbosons mit Spin $J=1$ nicht möglich, daher kann es hier keine Interferenzeffekte geben. Die Amplitude für λ hat nach Kapitel 5.2.2 hauptsächlich Einfluss ($\sim s$) auf $\mathcal{M}(\pm, \pm)$, nimmt allerdings keinen Einfluss auf $\mathcal{M}(0, 0)$. Das Standardmodell sinkt für $\mathcal{M}(\pm, \pm) \sim 1/s$ ab. Da also hauptsächlich Beiträge $\sim \lambda^2$ die Signifikanz erhöhen sind die CL-Intervalle \mathcal{I}_λ in den Tabellen in Anhang A symmetrisch zu null. Δg_1^Z hingegen ist in $\mathcal{M}(0, 0) \sim s$. Die Interferenzterme führen zu einem starken Kippen des Paraboloiden $N_{jmax}^{ano}(\lambda, \Delta g_1^Z)$, wie in Abb. 5.13 zu erkennen ist. $\Delta\kappa_\gamma$ ($= -\cot^2 \theta_W \Delta\kappa_Z$ für $\Delta g_1^Z = 0$) trägt zur Amplitude $\mathcal{M}(\pm, 0)$ bei, die im Standardmodell $\sim 1/\sqrt{s}$ abfällt.

⁹Es wurden diese drei Parameter variiert. Der Parameter $\Delta\kappa_Z$ wurde entsprechend Gl. (2.21) angepasst.

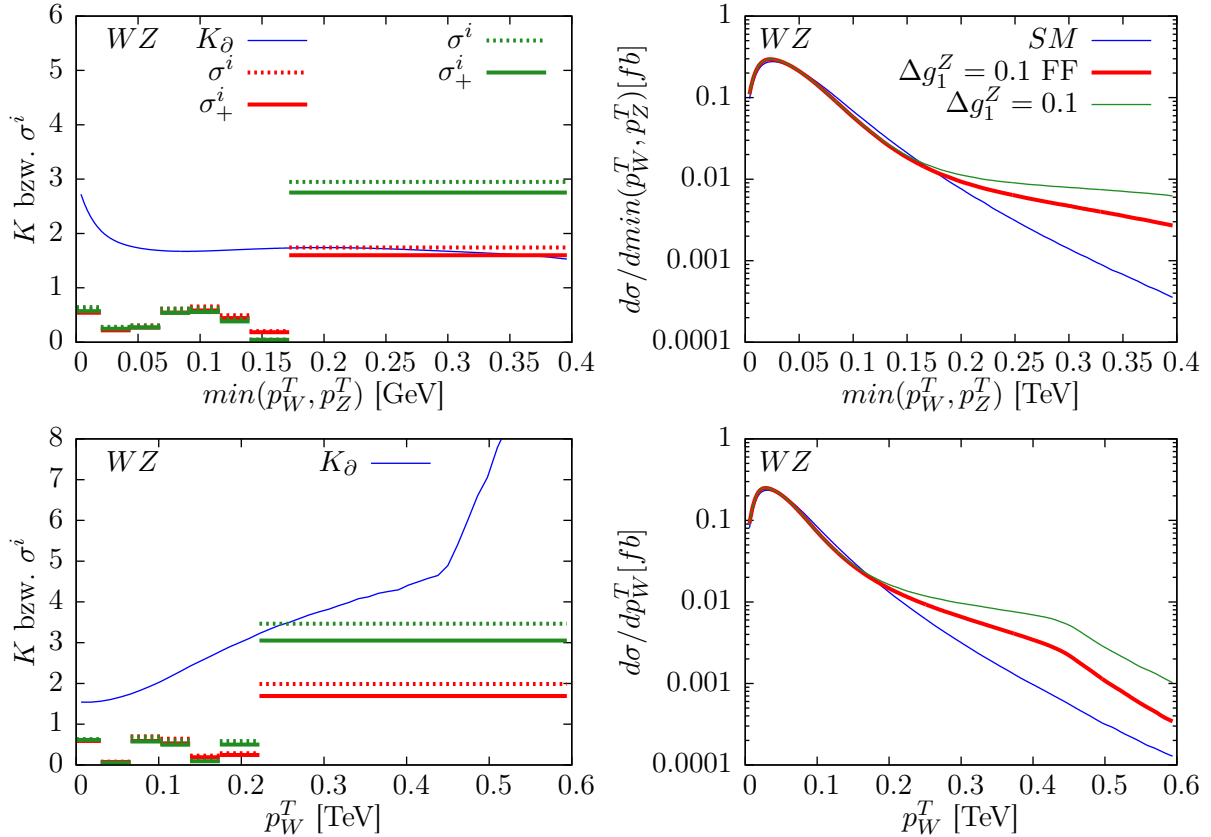


Abbildung 5.14.: Identische Beschriftung wie in Abb. 5.11 für die Observablen $\min(p_W^T, p_Z^T)$ und p_W^T in NLO. Das „abknicken“ des K_∂ -Faktors kann wie im Text beschrieben durch die R -Separation der Leptonen beschrieben werden.

Es ist daher eine abgeschwächte Abhängigkeit vom Vorzeichen im Vergleich zu Δg_1^Z in den CL-Intervallen zu erkennen.

In Abb. 5.14 sind mit einer verminderten Mindestanzahl $N_{min} = 5$ an Ereignissen pro Bin die Verteilungen von beiden Observablen dargestellt, an denen kinematische und phänomenologische Beobachtungen zu erkennen sind. Es erscheint auf den ersten Blick unphysikalisch, dass der K_∂ -Faktor der Standardmodell-Vorhersage (siehe Abb. 5.14 (links, unten) blaue Kreuze mit Monte-Carlo-Fehlerbalken) einen „Knick“ bei 450 GeV der p_W^T Verteilung hat. Das im gleichen p_W^T -Bereich auch der differentielle Wirkungsquerschnitt beginnt abzufallen, scheint korreliert zu sein. Der Grund für dieses Verhalten ist der gleiche, zeigt sich allerdings in unterschiedlicher Form. Der K_∂ -Faktor steigt an, wenn entweder der NLO-Wirkungsquerschnitt ansteigt, oder wie in diesem Fall der LO-Wirkungsquerschnitt abfällt. Die LO-Kinematik erzeugt für alle Kanäle außer den beiden „Bremsstrahlungs“-Amplituden in Abb. 3.2 den identischen Transversalimpuls für W - und Z -Boson. Durch den hohen Boost in die transversale Richtung, schließen die Impulse der Leptonen, die im Ruhesystem des Z -Bosons in entgegengesetzte Richtung zeigen, im Kollider einen geringen Winkel ein. Der Cut, der die R -Separation des Leptonpaares R_{l+l-} fordert (siehe Tabelle 5.1), führt dazu, dass diese Ereignisse im Detektor bzw. bei der Berechnung die Bereiche im Phasenraum verworfen werden. Wie R_{l+l-} die p_W^T -Verteilung beeinflusst, ist in Abb. 5.15 zu erkennen. Dabei führt die rote Verteilung zum großen K_∂ -Faktor in Abb. 5.14. In den grünen Verteilungen, die den Ver-

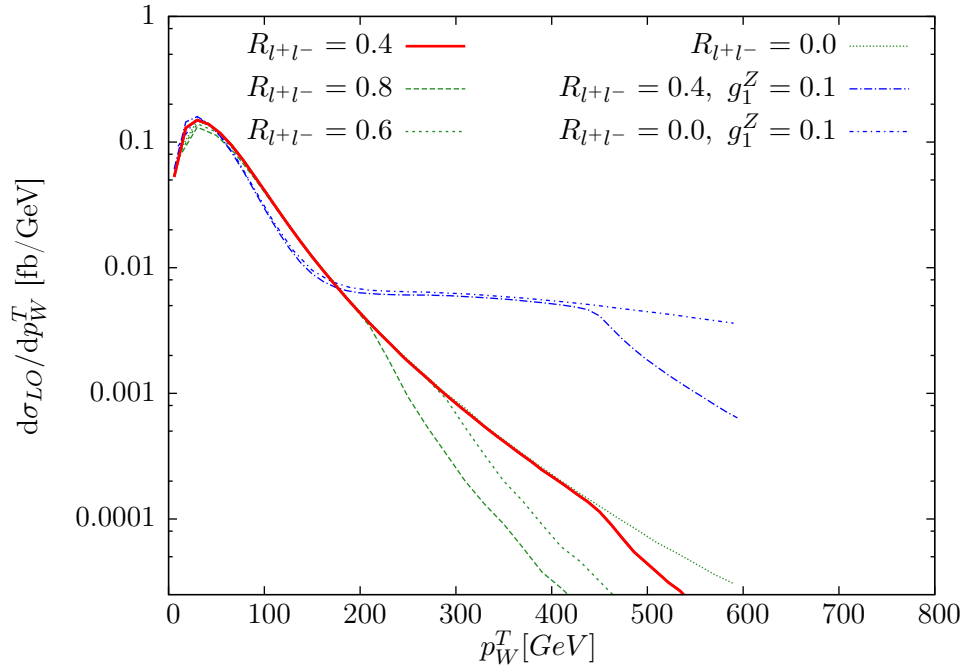


Abbildung 5.15.: Der differentielle LO-Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von p_W^T . Die R -Separation des Leptonpaares R_{l+l-} wurde hierbei variiert. Das Ansteigen des K_∂ -Faktors kann hierdurch erklärt werden. Zudem die differentielle LO-Wirkungsquerschnitte mit $\Delta g_1^Z = 0.1$ ohne Formfaktor.

teilungen mit unterschiedlichen R_{l+l-} entsprechen, ist zu erkennen, dass das Abknicken der LO-Verteilung an unterschiedlichen Stellen geschieht. Der differentielle Wirkungsquerschnitt mit $g_1^Z = 0.1$ ohne Formfaktor zeigt mit $R_{l+l-} = 0$ ebenfalls kein Abknicken mehr.

In NLO kommen Diagramme hinzu, bei denen entweder der Jet oder das (Jet,Z-Boson)-System einen Rückstoß mit dem W-Boson erzeugen. Dies führt zu hohen p_W^T -Werten, ohne dass der Cut auf R_{l+l-} Ereignisse verwirft. Hieraus entsteht das Verhalten des K_∂ -Faktors. Bei den anomalen Kopplungen tritt ebenfalls das Verhalten auf, da in Bereichen in denen anomale Kopplungen entscheidend sind, wieder das W-Boson einen Rückstoß gegen das Z-Boson ausführt, was erneut zum Greifen des Cuts führt. Wie sich die Signifikanz durch $R_{l+l-} = 0$ verändert, wurde in dieser Arbeit nicht untersucht. Es ist zu erwarten, dass hierdurch die Signifikanz weiter gesteigert werden kann.

5.5.4. Folgerung

Abschliessend lässt sich sagen, dass zur Einschränkung des Parameters $\Delta\kappa_\gamma$ weiterhin die W-Paar-Produktion am interessantesten sein wird, aber auch die $W\gamma$ -Produktion wichtige Beiträge zur Signifikanz liefern wird. Die WZ -Produktion kann bei diesem Parameter wenig Einfluss nehmen. Auch bei λ wird $pp \rightarrow W\gamma$ mit den geeigneten Observablen die größten Einschränkungen liefern, wobei die WZ -Produktion ebenfalls Verbesserung der Signifikanz durch kombinieren der Ergebnisse bringen wird. Für Δg_1^Z muss der WZ -Wirkungsquerschnitt, vor allem die p_W^T - oder $\min(p_W^T, p_Z^T)$ -Verteilung betrachtet werden. Es ist eine Erhöhung der Signifikanz für $R_{l+l-} < 0.4$ zu erwarten.

Ein Veto auf den transversalen Impuls des Jets, sollte bei Messungen der Wirkungsquerschnitte vermieden werden, da der theoretische Fehler nur unbefriedigend abgeschätzt werden kann.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die beiden Prozesse $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$ inklusive QCD-Korrekturen der Ordnung α_s in das Parton-Level Monte-Carlo-Programm VBFNLO eingearbeitet. Die beiden Prozesse werden am LHC genutzt, um die anomalen trilinearen Selbstwechselwirkungen der elektroschwachen Eichbosonen die zu den $WW\gamma$ - und WWZ -Vertices (kurz: anomale Kopplungen) beitragen zu vermessen. Falls die Kopplungsparameter einen vom Standardmodell verschiedenen Wert annehmen, könnte dies ein Anzeichen sein Physik jenseits des Standardmodells zu finden, die über der Elektroschwachen Skala relevant werden könnte. Das Ziel dieser Arbeit war es, neben der Implementierung auch die Messung der anomalen Kopplungen vom phänomenologischen Standpunkt aus zu betrachten. Dabei sollten Observablen untersucht werden, die die Veränderung des differentiellen Wirkungsquerschnitts durch anomale Kopplungen signifikant darstellen.

Bei den beiden Prozessen $pp \rightarrow WZ$ und $pp \rightarrow W\gamma$, wurde gefordert, dass das W - und das Z -Boson rein leptonisch zerfallen. Volle Breiteneffekte und leptonische Zerfälle wurden berücksichtigt. Um die Integration numerisch zu ermöglichen, wurde die Dipol-Subtraktions-Methode von Catani und Seymour [11] genutzt. Hierdurch konnten die virtuellen Korrekturen und die reelle Emission in getrennten Phasenräumen infrarot-sicher integriert werden. Bei Protonen im Anfangszustand ist eine Faltung mit PDFs notwendig, die dazu führt, dass kollineare Divergenzen nicht vollständig behoben werden. Dieser divergente Rest muss mit Termen aus den NLO-Korrekturen der PDFs behoben werden und führt zu einer Renormierung der gemessenen PDFs. Zur Isolation von Photonen, die von Quarks im Endzustand abgestrahlt werden, wurde das Kriterium von Frixione genutzt, um die Integration zu ermöglichen und QED-Singularitäten zu umgehen.

Damit im Folgenden anomale Kopplungen untersucht werden konnten, wurden die in [9] beschriebenen Routinen wiederverwendet. So wurden leptonische Tensoren entwickelt, bei denen die Standardmodell-Vertices durch anomale Kopplungen erweitert wurden.

Die Implementierung zur Berechnung der Standardmodell-Wirkungsquerschnitte wurde mit den Ergebnissen unabhängiger Monte-Carlo-Programme verglichen und verifiziert. Die bei der Untersuchung der anomalen Kopplung aufgetretenen Probleme wurden in Absprache mit den Autoren der genutzten Routinen behoben. So konnte nach der Überprüfung der Berechnung mit phänomenologischen Aspekten begonnen werden.

Es wurde gezeigt, dass der K-Faktor bei Energien, wie sie am LHC erwartet werden, von Gluonen im Anfangszustand, bzw. deren PDFs, zu hohen Werten getrieben wird. Zudem wurde das Phänomen der „radiation zero“ betrachtet, das in LO bei $q\bar{q} \rightarrow W\gamma$ und, gedämpft durch die Masse des Z-Bosons, bei $q\bar{q} \rightarrow WZ$ mit Standardmodell-Parametern auftritt. Es wurde gezeigt, dass die NLO-Korrekturen an Proton-Kollidern die Signifikanz von anomalen Kopplungen erniedrigen, da Beiträge der NLO Bereiche auffüllen, in denen der differentielle Wirkungsquerschnitt von $\cos(\theta^*)$ absinkt.

Um die Signifikanz für anomale Kopplungen zu erhöhen und Beiträge höherer Ordnung der Störungstheorie zu unterdrücken, wurde in der Vergangenheit ein Veto auf den, zur infrarot-sicheren Integration benötigten Jet gelegt. Es wurde also die hadronische Transversalenergie beschränkt. Hierbei wurde bemerkt, dass der theoretische Fehler, der mittels Skalenvariation abgeschätzt wird, kleiner wird und das Skalenverhalten scheinbar paradoxerweise abflacht. In dieser Arbeit wurde dargelegt, dass dieses Abflachen dadurch entsteht, dass sich die Logarithmen, die wegen der nicht vollständigen Integration des Jets auftreten, bei geschickter Wahl des Jetvetos – etwa 50 GeV – gegen den hohen K-Faktor – genauer $(K - 1)/\alpha_s$ – des Wirkungsquerschnitts aufheben. Da gerade die Summe dieser Terme bei der dominierenden Renormierungsskalen-Abhängigkeit den abgeschätzten Fehler gewichtet, kann diese Fehlerabschätzung per Konstruktion klein gehalten werden. In der Higgs-Suche wurde von Stewart und Tackmann [37] ein analoges Verhalten gefunden und eine neue Art der Fehlerabschätzung für Wirkungsquerschnitte mit Jet-Veto gefordert. Es wird erwartet, dass die Skalenabschätzung des Fehlers nur für inklusive Wirkungsquerschnitte glaubwürdige Ergebnisse liefert. So soll der Fehler, der für den inklusiven Wirkungsquerschnitt abgeschätzt wird, als unkorreliert zum Fehler des inklusiven Wirkungsquerschnitts mit einem weiteren Jet angesehen werden. Mit dieser Annahme ergibt sich für den vetoisierten Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{veto}(WV) = \sigma_{inkl}(WV) - \sigma_{inkl}(WVj)$$

in gleicher $\mathcal{O}(\alpha_s)$ als Abschätzung des Fehlers

$$(\Delta\sigma_{veto}^{WV})^2 = (\Delta\sigma_{inkl}^{WV})^2 + (\Delta\sigma_{inkl}^{WVj})^2 .$$

Der Fehler kann nach dieser Interpretation nicht minimiert werden.

Um diese Art der Fehlerabschätzung, die zu hohen Fehlern bei verkleinerten Wirkungsquerschnitten führt, zu umgehen, wurde bevorzugt, zu inklusiven – im Sinne der Jet-Integration – Observablen zurückzukehren. Mit Cuts, die an aktuelle CMS-Analysen angelehnt wurden, konnte die Signifikanz für unterschiedliche Observablen getestet werden. Dabei wurden die Observablen sowohl mit als auch ohne Formfaktor für die anomalen Kopplungsparameter untersucht. Es wurden Observablen gefunden, die eine erhöhte Signifikanz, im Vergleich zu bisher genutzten Observablen, aufweisen. Es wurde auf die kinematischen Gründe dieser erhöhten Signifikanz eingegangen und die Korrelation von theoretischer Fehlerabschätzung zum K-Faktor dargestellt. Bei den vorgeschlagenen Observablen sinkt der differentielle K_∂ -Faktor in den Bereichen in denen die anomalen Kopplungen den Wirkungsquerschnitt wesentlich beeinflussen.

DANKSAGUNG

Gern möchte ich mich an dieser Stelle in erster Linie bei Herrn Prof. Zeppenfeld bedanken, der mir die Möglichkeit gab, meine Diplomarbeit auf einem äußerst spannenden und herausfordernden Forschungsgebiet anzufertigen. Ich danke für die anregenden Diskussionen und Gespräche, die für die Entstehung dieser Arbeit unerlässlich waren. Auch für die Gelegenheit einer Teilnahme an einem SFB-Treffen in Aachen und der DPG-Tagung in Göttingen möchte ich mich bei Herrn Prof. Zeppenfeld bedanken.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Steinhauser für die Übernahme des Korreferats dieser Arbeit.

Ebenfalls danke ich allen Angehörigen des Instituts für ihre Unterstützung und ihre Offenheit zur Diskussion. Es war ein sehr schönes Jahr.

Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr. Michael Rauch, der mir bei offenen Fragen immer helfend zur Seite stand.

Sehr großer Dank gilt außerdem allen, die mich durch Korrekturlesen bei meiner Arbeit unterstützt haben: Francisco Campanario, Bastian Feigl, Jessica Frank, Ramona Gröber, Christian Hangst, Matthias Kerner, Eva Popena, Michael Rauch, Christian Röhr, Franziska Schissler, Martin Stoll, Juraj Streicher, Kathrin Walz, Matthias Weinreuter und Max Zoller.

Letztendlich möchte ich mich noch bei meinen Eltern für ihre große Unterstützung in allen Phasen meines Studiums bedanken.

- [1] K. Arnold, J. Bellm, G. Bozzi, M. Brieg, F. Campanario, *et. al.*, “VBFNLO: A parton level Monte Carlo for processes with electroweak bosons – Manual for Version 2.5.0,” 1107.4038.
- [2] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*. Westview Pr., Boulder, Colo. [u.a.], 2006.
- [3] **Particle Data Group** Collaboration, K. Nakamura *et. al.*, “Review of particle physics,” *J.Phys.G* **G37** (2010) 075021.
- [4] P. W. Higgs, “Broken symmetries, massless particles and gauge fields,” *Phys.Lett.* **12** (1964) 132–133.
- [5] P. W. Higgs, “Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons,” *Phys.Rev.Lett.* **13** (1964) 508–509.
- [6] P. W. Higgs, “Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons,” *Phys.Rev.* **145** (1966) 1156–1163.
- [7] K. Hagiwara, R. Peccei, D. Zeppenfeld, and K. Hikasa, “Probing the Weak Boson Sector in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$,” *Nucl.Phys.* **B282** (1987) 253.
- [8] K. Hagiwara, S. Ishihara, R. Szalapski, and D. Zeppenfeld, “Low-energy effects of new interactions in the electroweak boson sector,” *Phys.Rev.* **D48** (1993) 2182–2203.
- [9] B. Feigl, “Anomale Vier-Vektorboson-Kopplungen bei der Produktion von drei Vektorbosonen am LHC,”.
- [10] S. Catani and M. Seymour, “The Dipole formalism for the calculation of QCD jet cross-sections at next-to-leading order,” *Phys.Lett.* **B378** (1996) 287–301, [hep-ph/9602277](#).
- [11] S. Catani and M. Seymour, “A General algorithm for calculating jet cross-sections in NLO QCD,” *Nucl.Phys.* **B485** (1997) 291–419, [hep-ph/9605323](#).
- [12] S. Weinzierl, “Introduction to Monte Carlo methods,” [hep-ph/0006269](#). Topical lectures given at the Research School Subatomic physics, Amsterdam, the Netherlands, June 2000.

- [13] H. Murayama, I. Watanabe, and K. Hagiwara, “HELAS: HELicity amplitude subroutines for Feynman diagram evaluations,”
- [14] J. Alwall, P. Demin, S. de Visscher, R. Frederix, M. Herquet, *et. al.*, “MadGraph/MadEvent v4: The New Web Generation,” *JHEP* **0709** (2007) 028, 0706.2334.
- [15] K. Hagiwara and D. Zeppenfeld, “Amplitudes for Multiparton Processes Involving a Current at $e^+ e^-$, $e^+ p$, and Hadron Colliders,” *Nucl.Phys.* **B313** (1989) 560.
- [16] V. Hankele, “NLO QCD corrections to tri-boson production in hadronic collisions,”
- [17] T. Kinoshita, “Mass singularities of Feynman amplitudes,” *J.Math.Phys.* **3** (1962) 650–677.
- [18] T. Lee and M. Nauenberg, “Degenerate Systems and Mass Singularities,” *Phys.Rev.* **133** (1964) B1549–B1562.
- [19] Y. L. Dokshitzer, “Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and $e^+ e^-$ Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics.,” *Sov.Phys.JETP* **46** (1977) 641–653.
- [20] G. Altarelli and G. Parisi, “Asymptotic Freedom in Parton Language,” *Nucl.Phys.* **B126** (1977) 298.
- [21] V. Gribov and L. Lipatov, “Deep inelastic $e p$ scattering in perturbation theory,” *Sov.J.Nucl.Phys.* **15** (1972) 438–450.
- [22] S. Frixione, “Isolated photons in perturbative QCD,” *Phys.Lett.* **B429** (1998) 369–374, hep-ph/9801442.
- [23] J. M. Campbell and R. Ellis, “MCFM for the Tevatron and the LHC,” *Nucl.Phys.Proc.Suppl.* **205-206** (2010) 10–15, 1007.3492. Talk presented by R.K Ellis at Loops and Legs in Quantum Field Theory 2010, Woerlitz, Germany, April 25-30, 2010, (6 pages and 4 figures).
- [24] T. Gleisberg, S. Hoeche, F. Krauss, M. Schonherr, S. Schumann, *et. al.*, “Event generation with SHERPA 1.1,” *JHEP* **0902** (2009) 007, 0811.4622.
- [25] A. Martin, W. Stirling, R. Thorne, and G. Watt, “Parton distributions for the LHC,” *Eur.Phys.J.* **C63** (2009) 189–285, 0901.0002.
- [26] L. J. Dixon, Z. Kunszt, and A. Signer, “Vector boson pair production in hadronic collisions at order α_s : Lepton correlations and anomalous couplings,” *Phys.Rev.* **D60** (1999) 114037, hep-ph/9907305.
- [27] **CMS Collaboration** Collaboration, S. Chatrchyan *et. al.*, “Measurement of $W\gamma$ and $Z\gamma$ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV,” *Phys.Lett.* **B701** (2011) 535–555, 1105.2758.
- [28] A. Martelli and f. t. C. collaboration, “Dibosons from CMS,” 1201.4596.
- [29] U. Baur and D. Zeppenfeld, “Probing the $W W$ gamma Vertex at Future Hadron Colliders,” *Nucl.Phys.* **B308** (1988) 127.

- [30] U. Baur, T. Han, and J. Ohnemus, “QCD corrections to hadronic $W\gamma$ production with nonstandard $WW\gamma$ couplings,” *Phys.Rev.* **D48** (1993) 5140–5161, hep-ph/9305314.
- [31] K. Mikaelian, M. Samuel, and D. Sahdev, “The Magnetic Moment of Weak Bosons Produced in p p and p anti-p Collisions,” *Phys.Rev.Lett.* **43** (1979) 746. Research Note 86.
- [32] S. J. Brodsky and R. W. Brown, “Zeros in Amplitudes: Gauge Theory and Radiation Interference,” *Phys.Rev.Lett.* **49** (1982) 966.
- [33] D. Zeppenfeld and S. Willenbrock, “Probing the three-vector-boson vertex at hadron colliders,” *Phys. Rev. D* **37** (Apr, 1988) 1775–1786.
- [34] **The DELPHI Collaboration** Collaboration, J. Abdallah *et. al.*, “Measurements of CP-conserving Trilinear Gauge Boson Couplings WWV ($V = \gamma, Z$) in e+e- Collisions at LEP2,” *Eur.Phys.J.* **C66** (2010) 35–56, 1002.0752.
- [35] U. Baur, T. Han, and J. Ohnemus, “ WZ production at hadron colliders: Effects of nonstandard WWZ couplings and QCD corrections,” *Phys.Rev.* **D51** (1995) 3381–3407, hep-ph/9410266.
- [36] K. Adamson, D. de Florian, and A. Signer, “Gluon induced contributions to WZ and $W\gamma$ production at NNLO,” *Phys.Rev.* **D65** (2002) 094041, hep-ph/0202132. 13 pages, 5 figures Report-no: IPPP/02/13.
- [37] I. W. Stewart and F. J. Tackmann, “Theory Uncertainties for Higgs and Other Searches Using Jet Bins,” *Phys.Rev.* **D85** (2012) 034011, 1107.2117. 13 pages, 4 figures/ v2: journal version.
- [38] S. Dittmaier, S. Dittmaier, C. Mariotti, G. Passarino, R. Tanaka, *et. al.*, “Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 2. Differential Distributions,” 1201.3084. Report of the LHC Higgs Cross Section Working Group.
- [39] V. Blobel and E. Lohrmann, *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*. Teubner Verlag, 1 ed., 1998.
- [40] U. Baur, A. Juste, L. H. Orr, and D. Rainwater, “Probing electroweak top quark couplings at hadron colliders,” *Phys. Rev. D* **71** (Mar, 2005) 054013.
- [41] U. Baur, T. Han, and J. Ohnemus, “Amplitude zeros in $W^{+-} Z$ production,” *Phys.Rev.Lett.* **72** (1994) 3941–3944, hep-ph/9403248.

A. Tabellen des 95%-CL

Es wurden die Parameter $g_1^Z, \Delta\kappa_\gamma$ und λ variiert. Für die Gleichung, die die Eichstruktur des Standardmodells erhält

$$\Delta\kappa_Z = \Delta g_1^Z - \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos^2 \theta_W} \Delta\kappa_\gamma,$$

wurde $\Delta\kappa_Z$ angepasst.

Observablen

M_T : Transversales Massencluster, vgl. 5.1

$M(l, \gamma)$: invariante Masse des Lepton-Photon-Systems

$\min(p_\gamma^T, p_W^T)$: minimaler Transversalimpuls von Photon und W-Boson

p_γ^T : Transversalimpuls des Photons

$\min(p_\gamma^T, p_l^T)$: minimaler Transversalimpuls von Photon und Lepton

$\min(p_l^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$, minimaler Transversalimpuls von Lepton, Photon und Neutrino

$p_{W^+}^T$: Transversalimpuls des W-Bosons

H_T : Summe aller Transversalimpulse, einschließlich Jet

p_l^T : Transversalimpuls des Leptons

$M_T(W^- Z)$: Transversales Massencluster, wie M_T mit $p_\gamma \rightarrow p_Z$

$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$: vgl. $\min(p_l^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$

$W^+\gamma, \mathcal{L} = 10fb^{-1}$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
20	2	M_T	10	0.006	-0.013 - 0.011	-0.148 - 0.169
20	2	$M(e^+, \gamma)$	10	0.007	-0.013 - 0.012	-0.159 - 0.174
20	2	$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	12	0.007	-0.014 - 0.012	-0.148 - 0.153
20	2	p_γ^T	9	0.008	-0.014 - 0.013	-0.202 - 0.163
20	2	$\min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	11	0.009	-0.017 - 0.014	-0.181 - 0.169
20	2	$\min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	13	0.010	-0.018 - 0.015	-0.175 - 0.179
20	2	$p_{W^+}^T$	14	0.010	-0.018 - 0.015	-0.175 - 0.179
20	2	H_T	11	0.011	-0.016 - 0.014	-0.229 - 0.19
20	2	$p_{e^+}^T$	12	0.011	-0.019 - 0.015	-0.191 - 0.179
20	4	$M(e^+, \gamma)$	6	0.006	-0.012 - 0.011	-0.154 - 0.169
20	4	$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	7	0.006	-0.014 - 0.011	-0.143 - 0.147
20	4	M_T	6	0.006	-0.012 - 0.010	-0.143 - 0.163
20	4	p_γ^T	6	0.007	-0.013 - 0.011	-0.191 - 0.158
20	4	$\min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	7	0.008	-0.015 - 0.013	-0.175 - 0.163
20	4	$p_{W^+}^T$	8	0.009	-0.017 - 0.014	-0.17 - 0.179
20	4	H_T	7	0.010	-0.015 - 0.013	-0.229 - 0.196
20	4	$\min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	7	0.010	-0.019 - 0.015	-0.17 - 0.179
20	4	$p_{e^+}^T$	7	0.010	-0.018 - 0.014	-0.186 - 0.174
30	2	$M(e^+, \gamma)$	9	0.007	-0.014 - 0.012	-0.159 - 0.174
30	2	$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	11	0.007	-0.015 - 0.013	-0.148 - 0.158
30	2	M_T	9	0.007	-0.013 - 0.012	-0.148 - 0.169
30	2	p_γ^T	8	0.009	-0.015 - 0.013	-0.208 - 0.169
30	2	$\min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	10	0.010	-0.018 - 0.014	-0.181 - 0.174
30	2	$p_{W^+}^T$	13	0.010	-0.018 - 0.015	-0.175 - 0.179
30	2	$\min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	11	0.011	-0.021 - 0.017	-0.181 - 0.185
30	2	$p_{e^+}^T$	11	0.011	-0.019 - 0.015	-0.191 - 0.179
30	2	H_T	10	0.012	-0.017 - 0.014	-0.234 - 0.19
30	4	M_T	5	0.006	-0.013 - 0.011	-0.143 - 0.163
30	4	$M(e^+, \gamma)$	5	0.007	-0.014 - 0.012	-0.154 - 0.174
30	4	$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	6	0.007	-0.015 - 0.012	-0.148 - 0.153
30	4	p_γ^T	5	0.008	-0.014 - 0.012	-0.197 - 0.163
30	4	$\min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	6	0.009	-0.017 - 0.014	-0.175 - 0.169
30	4	$p_{W^+}^T$	8	0.009	-0.017 - 0.014	-0.17 - 0.174
30	4	$\min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	7	0.010	-0.019 - 0.015	-0.17 - 0.179
30	4	$p_{e^+}^T$	7	0.010	-0.018 - 0.014	-0.186 - 0.174
30	4	H_T	6	0.012	-0.017 - 0.014	-0.229 - 0.196

 $W^+\gamma, \mathcal{L} = 100fb^{-1}$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
30	4	$M(e^+, \gamma)$	9	0.002	-0.007 - 0.006	-0.089 - 0.11
30	4	$\min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	10	0.002	-0.007 - 0.006	-0.084 - 0.093
30	4	M_T	9	0.002	-0.006 - 0.005	-0.084 - 0.104
30	4	$\min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	10	0.003	-0.008 - 0.007	-0.111 - 0.11
30	4	p_γ^T	8	0.003	-0.007 - 0.007	-0.138 - 0.11
30	4	H_T	10	0.004	-0.009 - 0.007	-0.143 - 0.153
30	4	$\min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	10	0.004	-0.01 - 0.008	-0.111 - 0.12
30	4	$p_{W^+}^T$	11	0.004	-0.01 - 0.008	-0.122 - 0.131

$W^+\gamma$ mit Formfaktor $\Lambda = 2$ TeV, $n = 2$, $\mathcal{L} = 10fb^{-1}$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
20	2	$min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	12	0.013	-0.022 - 0.018	-0.197 - 0.196
20	2	M_T	10	0.015	-0.023 - 0.020	-0.202 - 0.217
20	2	$M(e^+, \gamma)$	10	0.018	-0.027 - 0.022	-0.213 - 0.228
20	2	$p_{W^+}^T$	14	0.018	-0.028 - 0.021	-0.224 - 0.228
20	2	$min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	13	0.021	-0.033 - 0.025	-0.218 - 0.217
20	2	$p_{e^+}^T$	12	0.023	-0.034 - 0.025	-0.24 - 0.217
20	2	H_T	11	0.020	-0.033 - 0.022	-0.213 - 0.217
20	2	$min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	11	0.020	-0.03 - 0.023	-0.234 - 0.212
20	2	p_γ^T	9	0.020	-0.027 - 0.021	-0.283 - 0.206
20	4	$min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	7	0.012	-0.021 - 0.017	-0.191 - 0.196
20	4	M_T	6	0.014	-0.022 - 0.019	-0.202 - 0.222
20	4	$M(e^+, \gamma)$	6	0.018	-0.026 - 0.021	-0.213 - 0.228
20	4	$min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	7	0.018	-0.028 - 0.021	-0.229 - 0.212
20	4	$p_{W^+}^T$	8	0.018	-0.028 - 0.021	-0.218 - 0.217
20	4	p_γ^T	6	0.019	-0.025 - 0.020	-0.283 - 0.212
20	4	$min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	7	0.021	-0.033 - 0.024	-0.213 - 0.217
20	4	$p_{e^+}^T$	7	0.021	-0.031 - 0.024	-0.24 - 0.217
20	4	H_T	7	0.027	-0.035 - 0.025	-0.277 - 0.239
30	2	$min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	11	0.014	-0.023 - 0.019	-0.197 - 0.196
30	2	M_T	9	0.015	-0.024 - 0.020	-0.202 - 0.217
30	2	$M(e^+, \gamma)$	9	0.018	-0.028 - 0.022	-0.213 - 0.222
30	2	$p_{W^+}^T$	13	0.019	-0.028 - 0.022	-0.218 - 0.217
30	2	$min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	10	0.021	-0.031 - 0.023	-0.234 - 0.212
30	2	p_γ^T	8	0.021	-0.028 - 0.021	-0.283 - 0.206
30	2	$p_{e^+}^T$	11	0.022	-0.033 - 0.025	-0.24 - 0.217
30	2	$min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	11	0.023	-0.036 - 0.026	-0.224 - 0.217
30	2	H_T	10	0.028	-0.036 - 0.026	-0.277 - 0.228
30	4	$min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	6	0.013	-0.022 - 0.018	-0.191 - 0.196
30	4	M_T	5	0.015	-0.023 - 0.019	-0.202 - 0.217
30	4	$M(e^+, \gamma)$	5	0.018	-0.027 - 0.021	-0.208 - 0.222
30	4	$p_{W^+}^T$	8	0.018	-0.027 - 0.021	-0.218 - 0.217
30	4	$min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	6	0.019	-0.029 - 0.022	-0.229 - 0.212
30	4	$min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	7	0.021	-0.033 - 0.024	-0.213 - 0.217
30	4	$p_{e^+}^T$	7	0.021	-0.031 - 0.023	-0.24 - 0.217
30	4	H_T	6	0.028	-0.036 - 0.027	-0.277 - 0.239
30	4	p_γ^T	5	0.020	-0.026 - 0.021	-0.283 - 0.212

 $W^+\gamma$ mit Formfaktor $\Lambda = 2$ TeV, $n = 2$, $\mathcal{L} = 100fb^{-1}$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
30	4	$min(p_\gamma^T, p_{W^+}^T)$	10	0.004	-0.011 - 0.008	-0.116 - 0.126
30	4	M_T	9	0.005	-0.013 - 0.01	-0.127 - 0.158
30	4	$M(e^+, \gamma)$	9	0.007	-0.014 - 0.012	-0.132 - 0.169
30	4	$min(p_\gamma^T, p_{e^+}^T)$	10	0.007	-0.015 - 0.011	-0.154 - 0.142
30	4	$min(p_{e^+}^T, \not{p}^T, p_\gamma^T)$	10	0.008	-0.019 - 0.014	-0.143 - 0.153
30	4	$p_{W^+}^T$	11	0.008	-0.017 - 0.013	-0.159 - 0.163
30	4	p_γ^T	8	0.009	-0.016 - 0.012	-0.224 - 0.153
30	4	H_T	10	0.012	-0.024 - 0.016	-0.154 - 0.19

$W^-Z, \mathcal{L} = 10fb^{-1}$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\Delta\kappa\gamma, \Delta g_1^Z}$	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$	$\mathcal{I}_{\Delta g_1^Z}$
20	2	$M_T(W^-Z)$	4	0.286	-1.382 - 0.988	-0.042 - 0.091
20	2	H_T	4	0.297	-1.42 - 1.096	-0.048 - 0.084
20	2	$p_{e^-}^T$	4	0.301	-1.463 - 0.967	-0.044 - 0.094
20	2	$p_{W^-}^T$	4	0.315	-1.479 - 0.908	-0.042 - 0.1
20	2	p_Z^T	5	0.315	-1.436 - 0.978	-0.042 - 0.099
20	2	$M(e^-, Z)$	4	0.327	-1.452 - 1.058	-0.048 - 0.097
20	2	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	5	0.337	-1.484 - 0.886	-0.041 - 0.109
20	2	$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	4	0.347	-1.554 - 1.053	-0.042 - 0.102
20	4	$M_T(W^-Z)$	3	0.254	-1.312 - 0.945	-0.039 - 0.085
20	4	$p_{W^-}^T$	3	0.283	-1.414 - 0.881	-0.039 - 0.094
20	4	p_Z^T	3	0.326	-1.446 - 0.945	-0.042 - 0.105
20	4	$M(e^-, Z)$	3	0.333	-1.452 - 1.048	-0.048 - 0.1
20	4	H_T	2	0.344	-1.452 - 1.096	-0.05 - 0.1
20	4	$p_{e^-}^T$	2	0.352	-1.511 - 0.962	-0.047 - 0.109
20	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	3	0.354	-1.506 - 0.865	-0.041 - 0.117
20	4	$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	2	0.419	-1.559 - 1.134	-0.054 - 0.115
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta g_1^Z}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta g_1^Z}$
20	2	H_T	4	0.01	-0.049 - 0.043	-0.048 - 0.085
20	2	$M_T(W^-Z)$	4	0.011	-0.05 - 0.046	-0.042 - 0.091
20	2	$p_{e^-}^T$	4	0.012	-0.054 - 0.05	-0.044 - 0.094
20	2	$M(e^-, Z)$	4	0.013	-0.056 - 0.051	-0.048 - 0.097
20	2	$p_{W^-}^T$	4	0.013	-0.054 - 0.05	-0.042 - 0.102
20	2	p_Z^T	5	0.013	-0.055 - 0.051	-0.042 - 0.099
20	2	$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	4	0.014	-0.058 - 0.052	-0.042 - 0.103
20	2	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	5	0.015	-0.058 - 0.055	-0.041 - 0.111
20	4	$M_T(W^-Z)$	3	0.009	-0.047 - 0.043	-0.039 - 0.085
20	4	$p_{W^-}^T$	3	0.011	-0.05 - 0.046	-0.039 - 0.094
20	4	H_T	2	0.013	-0.056 - 0.05	-0.05 - 0.1
20	4	$M(e^-, Z)$	3	0.014	-0.058 - 0.051	-0.048 - 0.1
20	4	p_Z^T	3	0.014	-0.056 - 0.052	-0.042 - 0.105
20	4	$p_{e^-}^T$	2	0.016	-0.061 - 0.055	-0.047 - 0.111
20	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	3	0.017	-0.061 - 0.057	-0.041 - 0.117
20	4	$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	2	0.018	-0.068 - 0.058	-0.054 - 0.117
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
20	2	$M_T(W^-Z)$	4	0.183	-0.049 - 0.045	-1.398 - 0.962
20	2	H_T	4	0.188	-0.048 - 0.043	-1.436 - 1.074
20	2	$p_{e^-}^T$	4	0.203	-0.053 - 0.049	-1.479 - 0.94
20	2	$p_{W^-}^T$	4	0.203	-0.053 - 0.05	-1.5 - 0.881
20	2	p_Z^T	5	0.207	-0.055 - 0.05	-1.452 - 0.951
20	2	$M(e^-, Z)$	4	0.218	-0.056 - 0.05	-1.468 - 1.031
20	2	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	5	0.221	-0.057 - 0.054	-1.5 - 0.859
20	2	$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	4	0.233	-0.056 - 0.051	-1.575 - 1.026
20	4	$M_T(W^-Z)$	3	0.161	-0.046 - 0.042	-1.328 - 0.919
20	4	$p_{W^-}^T$	3	0.181	-0.049 - 0.046	-1.43 - 0.854
20	4	p_Z^T	3	0.211	-0.055 - 0.051	-1.463 - 0.919
20	4	H_T	2	0.218	-0.055 - 0.049	-1.473 - 1.069
20	4	$M(e^-, Z)$	3	0.221	-0.057 - 0.051	-1.468 - 1.021
20	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	3	0.23	-0.059 - 0.056	-1.522 - 0.838
20	4	$p_{e^-}^T$	2	0.235	-0.06 - 0.054	-1.532 - 0.935
20	4	$\min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	2	0.275	-0.067 - 0.057	-1.575 - 1.107

W^-Z mit Formfaktor $\Lambda = 2$ TeV, $n = 2$, $\mathcal{L} = 10fb^{-1}$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\Delta\kappa\gamma, \Delta g_Z^T}$	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$	$\mathcal{I}_{\Delta g_Z^T}$
20	2	$p_{W^-}^T$	6	0.445	-1.721 - 1.058	-0.05 - 0.12
20	2	$M_T(W^-Z)$	5	0.453	-1.662 - 1.166	-0.053 - 0.12
20	2	$min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.475	-1.715 - 1.02	-0.047 - 0.132
20	2	p_Z^T	6	0.475	-1.694 - 1.123	-0.051 - 0.126
20	2	$p_{e^-}^T$	5	0.482	-1.758 - 1.133	-0.054 - 0.126
20	2	H_T	5	0.489	-1.726 - 1.278	-0.062 - 0.115
20	2	$M(e^-, Z)$	5	0.507	-1.726 - 1.235	-0.06 - 0.127
20	2	$min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.585	-1.85 - 1.278	-0.059 - 0.141
20	4	$p_{W^-}^T$	4	0.4	-1.651 - 1.015	-0.047 - 0.112
20	4	p_Z^T	4	0.446	-1.64 - 1.08	-0.048 - 0.123
20	4	$M_T(W^-Z)$	3	0.447	-1.635 - 1.128	-0.051 - 0.123
20	4	$M(e^-, Z)$	4	0.453	-1.662 - 1.198	-0.056 - 0.117
20	4	$min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	4	0.458	-1.678 - 0.967	-0.045 - 0.133
20	4	$p_{e^-}^T$	3	0.464	-1.705 - 1.09	-0.051 - 0.126
20	4	H_T	3	0.47	-1.678 - 1.246	-0.059 - 0.115
20	4	$min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	3	0.54	-1.78 - 1.214	-0.054 - 0.138
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta g_Z^T}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta g_Z^T}$
20	2	$M_T(W^-Z)$	5	0.019	-0.069 - 0.062	-0.053 - 0.121
20	2	$p_{W^-}^T$	6	0.019	-0.068 - 0.063	-0.05 - 0.121
20	2	H_T	5	0.02	-0.073 - 0.062	-0.062 - 0.117
20	2	p_Z^T	6	0.021	-0.072 - 0.066	-0.051 - 0.127
20	2	$min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.022	-0.071 - 0.067	-0.048 - 0.133
20	2	$p_{e^-}^T$	5	0.022	-0.076 - 0.069	-0.054 - 0.127
20	2	$M(e^-, Z)$	5	0.024	-0.078 - 0.069	-0.06 - 0.129
20	2	$min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.029	-0.088 - 0.077	-0.059 - 0.142
20	4	$p_{W^-}^T$	4	0.017	-0.063 - 0.057	-0.047 - 0.114
20	4	H_T	3	0.019	-0.072 - 0.061	-0.059 - 0.117
20	4	$M(e^-, Z)$	4	0.02	-0.072 - 0.064	-0.056 - 0.118
20	4	$M_T(W^-Z)$	3	0.02	-0.069 - 0.062	-0.051 - 0.124
20	4	p_Z^T	4	0.02	-0.069 - 0.064	-0.048 - 0.124
20	4	$min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	4	0.022	-0.07 - 0.066	-0.045 - 0.135
20	4	$p_{e^-}^T$	3	0.022	-0.075 - 0.067	-0.053 - 0.127
20	4	$min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	3	0.027	-0.084 - 0.073	-0.054 - 0.139
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
20	2	$p_{W^-}^T$	6	0.299	-0.067 - 0.062	-1.742 - 1.031
20	2	$M_T(W^-Z)$	5	0.301	-0.068 - 0.061	-1.683 - 1.139
20	2	$min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.314	-0.07 - 0.067	-1.737 - 0.994
20	2	p_Z^T	6	0.318	-0.071 - 0.065	-1.715 - 1.096
20	2	H_T	5	0.333	-0.072 - 0.062	-1.748 - 1.252
20	2	$p_{e^-}^T$	5	0.343	-0.075 - 0.068	-1.78 - 1.106
20	2	$M(e^-, Z)$	5	0.357	-0.077 - 0.069	-1.748 - 1.214
20	2	$min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.426	-0.087 - 0.076	-1.877 - 1.257
20	4	$p_{W^-}^T$	4	0.266	-0.062 - 0.057	-1.672 - 0.983
20	4	$M_T(W^-Z)$	3	0.296	-0.069 - 0.061	-1.656 - 1.101
20	4	p_Z^T	4	0.296	-0.068 - 0.063	-1.667 - 1.053
20	4	$min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	4	0.299	-0.069 - 0.065	-1.699 - 0.94
20	4	$M(e^-, Z)$	4	0.317	-0.071 - 0.064	-1.683 - 1.171
20	4	H_T	3	0.319	-0.071 - 0.06	-1.705 - 1.225
20	4	$p_{e^-}^T$	3	0.327	-0.073 - 0.066	-1.732 - 1.063
20	4	$min(p_{e^-}^T, \not{p}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	3	0.389	-0.083 - 0.072	-1.807 - 1.187

$$W^-Z \mathcal{L} = 100fb^{-1}$$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\Delta\kappa\gamma, \Delta g_Z^T}$	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$	$\mathcal{I}_{\Delta g_Z^T}$
30	4	$M_T(W^-Z)$	6	0.068	-0.753 - 0.521	-0.017 - 0.04
30	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.076	-0.796 - 0.44	-0.014 - 0.043
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.078	-0.823 - 0.494	-0.017 - 0.042
30	4	p_Z^T	7	0.085	-0.812 - 0.542	-0.018 - 0.045
30	4	$M(e^-, Z)$	7	0.086	-0.828 - 0.564	-0.02 - 0.048
30	4	$p_{e^-}^T$	6	0.099	-0.92 - 0.542	-0.02 - 0.051
30	4	$\min(p_{e^-}^T, p_{n_u}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.104	-0.952 - 0.532	-0.015 - 0.055
30	4	H_T	5	0.116	-0.93 - 0.704	-0.026 - 0.051
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta g_Z^T}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta g_Z^T}$
30	4	$M_T(W^-Z)$	6	0.002	-0.021 - 0.019	-0.015 - 0.04
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.002	-0.026 - 0.022	-0.017 - 0.043
30	4	H_T	5	0.003	-0.028 - 0.023	-0.026 - 0.051
30	4	$M(e^-, Z)$	7	0.003	-0.026 - 0.022	-0.02 - 0.048
30	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.003	-0.026 - 0.023	-0.014 - 0.043
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.003	-0.028 - 0.025	-0.02 - 0.051
30	4	p_Z^T	7	0.003	-0.027 - 0.024	-0.018 - 0.045
30	4	$\min(p_{e^-}^T, p_{n_u}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.004	-0.029 - 0.026	-0.015 - 0.057
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
30	4	$M_T(W^-Z)$	6	0.039	-0.02 - 0.018	-0.758 - 0.478
30	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.048	-0.025 - 0.022	-0.807 - 0.397
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.049	-0.024 - 0.022	-0.839 - 0.456
30	4	$M(e^-, Z)$	7	0.053	-0.025 - 0.022	-0.844 - 0.526
30	4	p_Z^T	7	0.054	-0.027 - 0.023	-0.828 - 0.505
30	4	$p_{e^-}^T$	6	0.062	-0.027 - 0.024	-0.936 - 0.499
30	4	$\min(p_{e^-}^T, p_{n_u}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.064	-0.027 - 0.024	-0.963 - 0.483
30	4	H_T	5	0.068	-0.027 - 0.023	-0.952 - 0.671

$$W^-Z \text{ mit Formfaktor } \Lambda = 2 \text{ TeV, } n = 2, \mathcal{L} = 100fb^{-1}$$

N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\Delta\kappa\gamma, \Delta g_Z^T}$	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$	$\mathcal{I}_{\Delta g_Z^T}$
30	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.112	-0.984 - 0.494	-0.017 - 0.043
30	4	$M_T(W^-Z)$	6	0.128	-1.006 - 0.623	-0.021 - 0.06
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.128	-1.027 - 0.558	-0.021 - 0.055
30	4	p_Z^T	7	0.136	-1.001 - 0.601	-0.021 - 0.057
30	4	$M(e^-, Z)$	7	0.158	-1.076 - 0.671	-0.026 - 0.069
30	4	$p_{e^-}^T$	6	0.173	-1.146 - 0.617	-0.024 - 0.073
30	4	$\min(p_{e^-}^T, p_{n_u}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.177	-1.167 - 0.612	-0.018 - 0.078
30	4	H_T	5	0.205	-1.151 - 0.805	-0.033 - 0.075
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta g_Z^T}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta g_Z^T}$
30	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.004	-0.034 - 0.029	-0.017 - 0.045
30	4	$M_T(W^-Z)$	6	0.004	-0.031 - 0.027	-0.021 - 0.06
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.005	-0.035 - 0.031	-0.021 - 0.055
30	4	p_Z^T	7	0.005	-0.037 - 0.032	-0.021 - 0.057
30	4	$M(e^-, Z)$	7	0.006	-0.038 - 0.033	-0.024 - 0.069
30	4	H_T	5	0.007	-0.045 - 0.036	-0.033 - 0.076
30	4	$\min(p_{e^-}^T, p_{n_u}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.007	-0.041 - 0.036	-0.018 - 0.078
30	4	$p_{e^-}^T$	6	0.007	-0.041 - 0.035	-0.024 - 0.073
N_{min}	Bin_{min}	Observable	#Bins	$\mathcal{F}_{\lambda, \Delta\kappa\gamma}$	\mathcal{I}_λ	$\mathcal{I}_{\Delta\kappa\gamma}$
30	4	$\min(p_{W^-}^T, p_Z^T)$	7	0.074	-0.032 - 0.029	-1.001 - 0.451
30	4	$M_T(W^-Z)$	6	0.075	-0.03 - 0.026	-1.017 - 0.58
30	4	$p_{W^-}^T$	6	0.086	-0.034 - 0.03	-1.054 - 0.515
30	4	p_Z^T	7	0.089	-0.036 - 0.031	-1.027 - 0.564
30	4	$M(e^-, Z)$	7	0.099	-0.037 - 0.032	-1.097 - 0.633
30	4	$p_{e^-}^T$	6	0.111	-0.04 - 0.034	-1.173 - 0.58
30	4	$\min(p_{e^-}^T, p_{n_u}^T, p_{\mu^+}^T, p_{\mu^-}^T)$	5	0.114	-0.04 - 0.035	-1.183 - 0.569
30	4	H_T	5	0.131	-0.044 - 0.035	-1.183 - 0.779