



Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät für Physik
Institut für Theoretische Physik

QCD-Korrekturen zur
assozierten Produktion von
Kaluza-Klein-Resonanzen
und schwachen Eichbosonen

Diplomarbeit
von

Martin Brieg

15. November 2008 – 4. Dezember 2009

Referent: Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Korreferent: Prof. Dr. M. Steinhauser

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Martin Brieg
Karlsruhe, den 4. Dezember 2009

Als Diplomarbeit anerkannt.

Prof. Dr. Dieter Zeppenfeld
Karlsruhe, den 4. Dezember 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
2	Standardmodell der Teilchenphysik	3
2.1	Glashow–Salam–Weinberg–Modell	3
2.2	Quantenchromodynamik	6
2.3	Produktion von drei Eichbosonen im Standardmodell	9
3	Modelle ohne Higgs-Boson	11
3.1	Standardmodell ohne Higgs	11
3.2	Das „Three Site Higgsless Model“	15
3.3	Randall-Sundrum-Modell ohne Higgs	21
4	Implementierung	27
4.1	Numerische Berechnung von Wirkungsquerschnitten	27
4.2	Aufbau von VBFNLO	29
4.3	Berechnung der Modellparameter	32
4.4	Der Phasenraumgenerator	36
4.5	Matrizelementberechnung im Standardmodell	41
4.6	Matrizelemente für higgslose Modelle	43
5	Resultate auf Parton-Niveau	45
5.1	Eingabeparameter und Phasenraumschnitte	45
5.2	Validität der Implementierung	46
5.3	WWW, WWZ und ZZW Produktion in führender Ordnung	55
5.4	Einfluss der QCD Korrekturen	61
5.5	Vergleich mit dem Standardmodell	69
6	Zusammenfassung	77
A	Details zu den higgslosen Modellen	81
A.1	Wellenfunktionen im „Three Site Higgsless Model“	81
A.2	Symmetriebrechung durch Randbedingungen	83
A.3	Randbedingungen für RS-Modell	85
B	Importance Sampling	89

C MadGraph Implementierung des MHLM	91
Quellen	93

Kapitel 1

Einführung

Mit dem erneuten Anlaufen des Large Hadron Colliders (LHC), des weltweit größten Teilchenbeschleunigers, am CERN in Genf in diesem Monat, beginnt ein neues Kapitel in der Elementarteilchenphysik. Denn mit dem LHC wird es aufgrund der hohen Kollisionsenergien der Protonen erstmals möglich sein, die Streuung von Elementarteilchen bei Energien im TeV Bereich zu untersuchen.

Eine der wichtigsten Fragen, die mit diesem Experiment beantwortet werden soll, ist die nach der Ursache für die spontane Symmetriebrechung, aufgrund derer die schwachen Eichbosonen W^\pm und Z , die Überträger der schwachen Kernkraft, ihre Masse erhalten. Im Standardmodell der Teilchenphysik, welches bis jetzt alle experimentellen Tests erfolgreich bestanden hat, wird dies durch den Higgs-Mechanismus erreicht. Eine Folge dieses Mechanismus ist die Existenz des sogenannten Higgs-Bosons, eines zusätzlichen Teilchens, das sich bis heute jedoch jeglichem experimentellem Nachweis entzogen hat. Zudem weist dieser Mechanismus auch noch einige andere Probleme auf, wie etwa das Hierarchieproblem. Aus diesen Gründen ist in den letzten Jahrzehnten eine Vielzahl von Modellen entwickelt worden, die erweiterte Higgs-Mechanismen oder Alternativen als Ursache für die spontane Symmetriebrechung vorschlagen.

Eine dieser Alternativen, der in den letzten 10 Jahren viel Aufmerksamkeit zuteil wurde, beruht auf der Existenz von mindestens einer zusätzlichen kompakten Raumdimension. Die Kompaktheit führt dabei zur Quantisierung der Impulse entlang dieser Raumrichtung. Diese diskreten Impulse manifestieren sich als Massen von Teilchen in der effektiven vierdimensionalen Theorie und können so die W - und Z -Massen erklären. Derartige Modelle können so konstruiert sein, dass sie komplett ohne ein Higgs-Boson auskommen, und so die damit verbundenen Probleme umgehen. Eine Vorhersage dieser Modelle ist die Existenz von Kaluza-Klein-Anregungen, das heißt Teilchen, bei denen der Impuls entlang der Zusatzdimension nicht seinen niedrigsten Wert annimmt. Diese Anregungen haben dieselben Eigenschaften wie bereits bekannte Teilchen, jedoch eine wesentlich höhere Masse aufgrund des größeren Impulses entlang der Zusatzdimension. Ihre Existenz führt dabei zu Resonanzen, den Kaluza-Klein-Resonanzen, in bestimmten Verteilungen bei der Streuung von Elementarteilchen.

Um den Nachweis solcher auf Kaluza-Klein-Anregungen beruhenden Resonanzen zu führen, sind genaue theoretische Vorhersagen nötig, die dann mit den experimentellen Daten des LHC verglichen werden müssen. Um dabei eine ausreichende Genauigkeit der theoretischen Vorhersagen im Vergleich zu den experimentellen Daten zu gewährleisten, ist die Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen zu Streuprozessen notwendig. Die größten Korrekturen ergeben sich dabei aus der Quantenchromodynamik (QCD), der starken Kernkraft, da diese die größte Kopplungskonstante besitzt. Aufgrund der Komplexität solcher Rechnungen wird auf numerische Monte Carlo Simulationsverfahren zurückgegriffen, um quantitative Vorhersagen zu ermöglichen.

Ziel dieser Arbeit ist es, die Produktion von drei schwachen Eichbosonen inklusive QCD Strahlungskorrekturen an Proton-Proton Kollidern wie dem LHC zu untersuchen, wobei zwei verschiedene Modelle zugrunde gelegt werden, deren Symmetriebrechung jeweils auf der Existenz einer zusätzlichen Raumdimension beruht. Dazu werden diese Modelle in das bereits existierende Monte Carlo Programm VBFNLO [1] implementiert, um so Vorhersagen zu ermöglichen und diese auch anderen Nutzern zugänglich zu machen.

In Kapitel 2 dieser Arbeit wird dazu das Standardmodell der Teilchenphysik kurz vorgestellt. Weiterhin wird auch der in dieser Arbeit untersuchte Prozess der Produktion dreier Eichbosonen mit leptonischen Zerfällen vorgestellt, und die Auswirkungen der für diesen Prozess bekannten QCD Korrekturen im Standardmodell erläutert. Kapitel 3 befasst sich zuerst mit dem higgslosen Standardmodell, um einerseits einen Formalismus zu etablieren und andererseits die Probleme zu verdeutlichen, die bei der Vernachlässigung des Higgs-Teilchens im Standardmodell entstehen. Anschließend werden die beiden in dieser Arbeit betrachteten Modelle näher vorgestellt, wobei das Hauptaugenmerk auf die für die Phänomenologie wichtigen Aspekte gelegt wird, wie zum Beispiel Massen und Kopplungen der Kaluza-Klein-Anregungen und der erlaubte Parameterbereich der Modelle. Kapitel 4 gibt zuerst eine kurze Einführung in numerische Monte Carlo Methoden. Im Anschluss daran wird der Aufbau der verwendeten Monte Carlo Simulation VBFNLO erläutert und darauf folgend die für die Implementierung notwendigen Änderungen und Erweiterungen beschrieben. Zu Beginn von Kapitel 5 werden die für die Simulation verwendeten Eingabeparameter aufgezählt. Danach werden die Güte und Gültigkeit der Implementierung diskutiert, bevor dann Ergebnisse wie auch Unzulänglichkeiten der Implementierung ohne Strahlungskorrekturen dargestellt werden. Im nächsten Abschnitt wird dann ausführlich der Einfluss der QCD Korrekturen auf die Ergebnisse erläutert. Als letztes werden verschiedene phänomenologische Implikationen dieser Modelle im Vergleich zum Standardmodell beschrieben. Das Schlusskapitel gibt schließlich eine kurze Zusammenfassung dieser Arbeit.

Kapitel 2

Standardmodell der Teilchenphysik

Aus der Natur sind bislang vier fundamentale Kräfte bekannt, mit deren Hilfe alle Wechselwirkungen zwischen Teilchen beschrieben werden können. Dies ist zunächst die aus dem Alltag sehr gut bekannte elektromagnetische Kraft. Hinzu kommt die schwache Kraft, die vor allem für den radioaktiven β -Zerfall wichtig ist. Außerdem gibt es die starke Kraft, welche dafür sorgt, dass sich die elementaren Quarks zu Hadronen binden, um so z.B. Protonen und Neutronen zu bilden. Als letztes fehlt noch die Gravitation. Sie bestimmt unter anderem die Bewegung von Himmelskörpern. In den Energie- und Größenbereichen, die für die Elementarteilchenphysik heutzutage wichtig sind, ist sie aber vernachlässigbar klein, weshalb hier nicht weiter auf sie eingegangen werden soll. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels wird die theoretische Beschreibung der restlichen drei Kräfte und der Teilchen auf die sie wirken, also das Standardmodell der Teilchenphysik (SM), kurz umrissen. Dabei wird zweckmäßig zwischen der elektroschwachen Kraft, die Elektromagnetismus und schwache Kernkraft einheitlich durch das Glashow-Salam-Weinberg-Modell beschreibt, und der starken Kernkraft, der Quantenchromodynamik (QCD), unterschieden. Für den elektroschwachen Teil werden dann in den folgenden Kapiteln alternative Modelle vorgestellt und untersucht werden. Bei dem dabei untersuchten Prozess der Produktion dreier schwacher Eichbosonen sind Strahlungskorrekturen der QCD von entscheidender Bedeutung, wie im letzten Abschnitt dieses Kapitels dargestellt wird.

2.1 Glashow–Salam–Weinberg–Modell

Dieses in den 60er Jahren von Glashow, Salam und Weinberg [2; 3; 4] entwickelte Modell liefert eine bis heute sehr ausgiebig getestete Beschreibung der elektroschwachen Wechselwirkung von Leptonen und Quarks. Die Wechselwirkung der Teilchen untereinander basiert dabei auf einer chiralen Eichtheorie der Gruppe $SU(2)_W \otimes U(1)_Y$. Die

Lagrangedichte ist

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Boson} + \mathcal{L}_{Fermion} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (2.1)$$

$$\mathcal{L}_{Boson} = -\frac{1}{4}W^{a\mu\nu}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_{Fermion} = \sum_f i\bar{\Psi}_L^f \gamma^\mu D_\mu \Psi_L^f + i\bar{\psi}_R^f \gamma^\mu D_\mu \psi_R^f \quad (2.3)$$

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - \frac{\lambda}{2} \left(\phi^\dagger \phi - \frac{v^2}{2} \right)^2 \quad (2.4)$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -\lambda_{ij}^d (\bar{\Psi}_{iL} \cdot \phi) \psi_{Rj} - \lambda_{ij}^u (\bar{\Psi}_{iL} \cdot i\tau_2 \phi^*) \psi_{Rj} + h.k. \quad (2.5)$$

Der erste Term enthält die kinetische Energie der Eichbosonen, sowie für die $SU(2)$ Eichbosonen auch die Selbstwechselwirkung der Eichbosonen untereinander aufgrund der nichtabelschen Eichgruppe. Diese ist in den Feldstärketensoren enthalten:

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + gf^{abc}W_\mu^b W_\nu^c, \quad a \in \{1, 2, 3\}. \quad (2.6)$$

Hierbei sind die Strukturkonstanten f^{abc} der $SU(2)$ Gruppe gleich den einträgen des Levi-Cevita-Tensors:

$$f^{abc} = \epsilon^{abc} \quad (2.7)$$

$$\epsilon^{abc} = \begin{cases} 1 & abc \text{ gerade Permutation von } 123 \\ -1 & abc \text{ ungerade Permutation von } 123 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.8)$$

$\mathcal{L}_{Fermion}$ beschreibt die links- und rechtshändigen masselosen Weyl-Fermionen. Die kovariante Ableitung, welche die Wechselwirkung mit den Eichbosonen enthält und aus der Forderung nach lokaler Eichinvarianz der Lagrangedichte resultiert, ist

$$D_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a T^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu. \quad (2.9)$$

Falls die Fermionen masselos sind, lassen sich links- und rechtshändigen unterschiedliche Quantenzahlen unter den Eichgruppen zuordnen, siehe Tabelle 2.1, ohne dabei die Eichinvarianz der Lagrangedichte zu verletzen. So bilden linkshändige Leptonen und Quarks jeweils ein Isospin 1/2 Dublett Ψ_L unter der $SU(2)_W$. Die T^a in Gleichung 2.9 sind dann die Generatoren $\tau^a = \frac{\sigma^a}{2}$ der $SU(2)_W$ und τ^3 bezeichnet die dritte Komponente des Isospins des jeweiligen Fermions, wobei die dazugehörigen Eigenwerte in Tabelle 2.1 angegeben sind. Die rechtshändigen Fermionen bilden dagegen Isospin 0 Singulets ψ_R , transformieren sich also nicht unter der $SU(2)_W$ und daher ist $T^a=0$. Links- und rechtshändige Fermionen nehmen somit an unterschiedlichen Wechselwirkungen teil, womit sich unter anderem die im Experiment gefundene Paritätsverletzung [5] erklären lässt.

Teilchen	Chiralität	τ^3	Y	$Q = \tau^3 + Y/2$
geladenes Lepton	L	-1/2	-1	-1
Neutrino	R	0	-2	-1
	L	+1/2	-1	0
	R	0	0	0
Up-Quarks	L	+1/2	+1/3	+2/3
Down-Quarks	L	-1/2	+1/3	-1/3
Up-Quarks	R	0	+4/3	+2/3
Down-Quarks	R	0	-2/3	-1/3

Tabelle 2.1: Quantenzahlen der Fermionen im Standardmodell.

Allerdings weiß man aus Experimenten, dass sowohl Fermionen als auch die schwachen Eichbosonen W und Z nicht masselos sind, siehe z.B. [6]. Dies ist aber Voraussetzung, um die Paritätsverletzung in einer renormierbaren Eichtheorie unterzubringen. Ein erster Lösungsansatz war ein von Peter Higgs und anderen vorgeschlagener Mechanismus, bei dem es ein zusätzliches skalares Feld, das sogenannte Higgs-Feld, gibt [7; 8; 9]. Im Standardmodell ist dieses ein komplexes $SU(2)$ Dublett mit vier Freiheitsgraden

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Dessen Potential und kinetische Terme sind in Gleichung 2.4 gegeben. Aufgrund der Form des Higgs-Potentials kann dieses für bestimmte Parameterbereiche sein Minimum für einen nicht verschwindenden Erwartungswert des Higgs-Feldes annehmen. Dies führt zur spontanen Symmetriebrechung, da das Potential invariant ist unter Eichtransformationen, der von 0 verschiedene Grundzustand

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

des Higgs-Feldes ist es aber nicht, da er sich unter Eichtransformationen im Allgemeinen ändert. Setzt man für ϕ den Grundzustand in Gleichung 2.4 in den kinetischen Term ein, erhält man Massenterme für drei Linearkombinationen der vier Eichbosonen. Die vierte Linearkombination bleibt dagegen masselos, da die dazugehörige Eichtransformation den Grundzustand des Higgs-Feldes unverändert lässt.

$$\begin{aligned} M_\gamma^2 &= 0 & A_\mu &= \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \\ M_Z &= \sqrt{g^2 + g'^2} \frac{v}{2} & Z_\mu &= \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \\ M_{W^\pm} &= \frac{gv}{2} & W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \end{aligned} \quad (2.12)$$

Hierbei ist θ_W der sogenannte Weinbergwinkel:

$$\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.13)$$

Eine wichtige Folge der Symmetriebrechung des Standardmodells ist das Masseverhältnis der W - und Z -Bosonen, welches experimentell sehr gut bestätigt wurde [6]:

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1. \quad (2.14)$$

Das gesamte Higgs-Feld mit seinen vier Freiheitsgraden kann wie folgt parametrisiert werden

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi^a(x)\tau^a/v} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}; \quad a \in \{1, 2, 3\}. \quad (2.15)$$

Die Anregungen des reellen physikalischen Higgs-Feldes werden durch $h(x)$ beschrieben, während $\pi^a(x)$ die drei masselosen Goldstone-Bosonen [10] beschreibt, die zu den Linearkombinationen der drei gebrochenen Symmetrien korrespondieren. Ein Vergleich mit dem Verhalten von Eichtransformationen des Higgs-Feldes

$$\phi \rightarrow e^{i\alpha^a \tau^a} e^{i\beta} \phi, \quad (2.16)$$

zeigt, dass die Goldstone-Bosonen π^a durch eine Eichtransformation aus der Lagrange-dichte entfernt werden können. Die Generatoren der $SU(2)$ Lie-Algebra sind dabei die τ^a , mit den zugehörigen Parametern α^a . Die $U(1)$ Transformation wird durch die Phase β beschrieben. Die drei Freiheitsgrade verschwinden allerdings nicht aus der Theorie. Die Eichtransformationen implizieren auch eine Änderung der Eichfelder

$$\begin{aligned} W_\mu^a &\rightarrow W_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha^a \\ B_\mu &\rightarrow B_\mu - \frac{1}{g'} \partial_\mu \beta \end{aligned} \quad (2.17)$$

Die masselosen Goldstone-Bosonen werden dadurch zum dritten Freiheitsgrad der massiven Spin-1 Eichfelder, die zu einer gebrochenen Symmetrie gehören. Dieser Freiheitsgrad entspricht der longitudinalen Polarisation der Eichbosonen, welche im masselosen Fall keinen physikalischen Zustand darstellt. Der letzte Term \mathcal{L}_{Yukawa} enthält schließlich die Kopplungen der Fermionen an das Higgs-Feld. Aufgrund des Vakuumerwartungswertes erhalten die Fermionen so ihre Massenterme. Diese sind von der Form

$$m \bar{\psi}_L \psi_R \left(1 + \frac{h}{v}\right) \quad (2.18)$$

Die Kopplung des physikalischen Higgs an Fermionen ist dabei proportional zu deren Masse, und wegen des großen Vakuumerwartungswertes für die ersten zwei Generationen vernachlässigbar klein.

2.2 Quantenchromodynamik

Die starke Wechselwirkung, auch Quantenchromodynamik (QCD) genannt, ist ebenfalls eine Eichtheorie. Die zugrundeliegende Eichgruppe ist in diesem Fall die $SU(3)$.

Die Lagrangedichte für ein Quarkflavour f ist gegeben durch [11]

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^i G^{i\mu\nu} + i\bar{q}_L^{f\alpha}\gamma_\mu D_{\alpha\beta}^\mu q_L^{f\beta} + i\bar{q}_R^{f\alpha}\gamma_\mu D_{\alpha\beta}^\mu q_R^{f\beta}. \quad (2.19)$$

$G_{\mu\nu}^i$ sind die Feldstärketensoren der acht masselosen Gluonfelder, die zu den acht Generatoren der $SU(3)$ korrespondieren. Aufgrund der nichtabelschen Eichgruppe zeigen diese die für Yang-Mills-Theorien [12] typische Eigenschaft der Selbstwechselwirkung der Eichbosonen untereinander, die von ihrer Kopplungskonstanten g_s und den Strukturkonstanten f^{ijk} der Eichgruppe abhängen.

$$G_{\mu\nu}^i = \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i - g_s f^{ijk} G_\mu^j G_\nu^k \quad (2.20)$$

Die Kopplung an die Fermionen erfolgt ebenfalls über das Prinzip der lokalen Eichinvarianz, welches einen zusätzlichen Term in der kovarianten Ableitung der Quarks in Gleichung 2.9 bedingt. Ohne die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Wechselwirkungen hat diese die Form:

$$D_{\mu\alpha\beta} = \partial_\mu \delta_{\alpha\beta} - ig_s G_\mu^i L_{\alpha\beta}^i. \quad (2.21)$$

$L_{\alpha\beta}^i$ sind dabei die Generatoren der $SU(3)$, welche sich in der fundamentalen Darstellung durch die Gell-Mann-Matrizen ausdrücken lassen,

$$L_{\alpha\beta}^i = \frac{\lambda_{\alpha\beta}^i}{2}, \quad (2.22)$$

und aufgrund der Eichgruppe die Relation

$$\left[\frac{\lambda^i}{2}, \frac{\lambda^j}{2} \right] = f^{ijk} \frac{\lambda^k}{2} \quad (2.23)$$

erfüllen.

Eine typische Eigenschaft von Quantenfeldtheorien ist die Abhängigkeit der effektiven Kopplungskonstanten von den typischen Skalen Q^2 eines Prozesses, die auch als Renormierungsskala bezeichnet wird. Durch Quantenfluktuationen kommt es dabei zu einer veränderten Kopplungsstärke. Diese Änderungen ergeben sich aus der Erfüllung der Callan-Symanzik-Gleichung [13; 14]. So ist zum Beispiel die Kopplungskonstante der Quantenelektrodynamik (QED) mit nur einem Lepton bei einer gewissen Skala Q^2 durch [15]

$$\alpha_{QED}(Q^2) = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{\alpha_{QED}(\mu^2)}{1 - \frac{\alpha_{QED}(\mu^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}, \quad (2.24)$$

in 1-Schleifennäherung gegeben, wobei $\alpha_{QED}(\mu^2)$ die bei der Skala μ^2 bekannte Kopplungskonstante ist. Mit steigender Skala Q^2 nimmt die Kopplung somit ab. Da steigende Skalen mit kleineren Abständen zwischen den Ladungen korrespondieren, gibt es eine einfache Deutung dieses Effektes. Die Quantenfluktuationen führen zu einer Abschirmung der Ladung ähnlich wie bei geladenen Teilchen in einem dielektrischen Medium. Je größer die Skala ist, desto kleiner ist der Abstand zwischen den Ladungen, weshalb sich weniger dielektrisches Material zwischen ihnen befindet, und somit

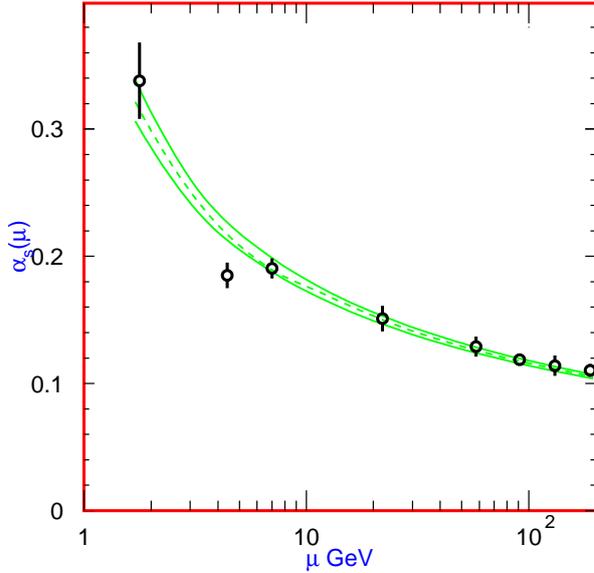


Abbildung 2.1: Skalenabhängigkeit der starken Kopplungskonstante mit 1σ Fehlern und Vergleich mit gemessenen Werten, siehe [6].

die Abschirmung schwächer wird. Eine Besonderheit der QCD ist die asymptotische Freiheit [16; 17; 18; 19]. Hier zeigt die Skalenabhängigkeit der Kopplungskonstante das qualitativ umgekehrte Verhalten [15]:

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi} (33 - 2n_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}. \quad (2.25)$$

Da n_f die Anzahl von Quarkflavours mit $m_f < \mu$ und damit offensichtlich kleiner als $33/2$ ist, nimmt die Stärke der Kopplungskonstante bei großen Skalen ab. Dies wird als asymptotische Freiheit bezeichnet. Dadurch ist es möglich, die starke Wechselwirkung in einem gewissen Energiebereich störungstheoretisch zu behandeln. Für kleine Skalen wird α_s dagegen zu groß und kann nicht mehr störungstheoretisch behandelt werden. Außerdem führt dies dazu, dass sich Quarks zu farbneutralen Teilchen binden, den Hadronen.

Zu den Hadronen zählen auch die Protonen. Bei der Untersuchung der Kollision von Protonen in Hadronen-Kollidern ist zu berücksichtigen, dass diese ein gebundener Zustand von Partonen, also Quarks und Gluonen sind. Dies wird mit Hilfe sogenannter Partonverteilungsfunktionen bewerkstelligt. Im Grenzfall, dass sich alle Konstituenten des Protons parallel bewegen, z.B. wenn das Proton hochrelativistisch ist, geben die Partonverteilungsfunktionen an, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, ein Parton mit dem Bruchteil x des Protonsimpulses zu finden. Die Partonen können sowohl Valenzquarks, zum Beispiel das Up und Down beim Proton, als auch Gluonen und Seequarks aus Vakuumfluktuationen sein. Die Wahrscheinlichkeit hängt dabei von der sogenannten Faktorisierungsskala ab. Wechselwirkungen mit Impulsüberträgen unterhalb dieser Skala werden der Struktur des Protons zugeschrieben und sind in den experimentell ermittelten Partonverteilungen enthalten. Impulsüberträge die größer als die Faktorisierungsskala sind, zählen dagegen zur sogenannten harten Wechselwirkung von Partonen, und die dazugehörigen Wirkungsquerschnitte können aufgrund der asymptotischen Freiheit der QCD störungstheoretisch berechnet werden. Allerdings hängen

diese Wirkungsquerschnitte für eine Störungsrechnung in endlicher Ordnung von der gewählten Skala ab. Da diese jedoch völlig frei wählbar ist, ist dieses Verhalten unphysikalisch. Je mehr Terme jedoch in der Störungsreihe berücksichtigt werden, desto geringer sollte die Abhängigkeit von dieser Skala werden.

Ein Ziel der Berechnung von Strahlungskorrekturen ist, das aus der Abhängigkeit von Renormierungs- und Faktorisierungsskala resultierende unphysikalische Verhalten und die damit aus der Rechnung einhergehenden Unsicherheiten zu verringern. Dabei sind in erster Linie Strahlungskorrekturen aus der QCD zu berücksichtigen, da diese unter anderem aufgrund der starken Kopplungskonstanten [6]

$$\alpha_S(m_Z) = 0,1176 \quad (2.26)$$

weitaus größeren Einfluss auf die Ergebnisse haben, als z.B. Korrekturen aus der QED, da deren Kopplungskonstante

$$\alpha_{QED} \approx \frac{1}{137} \quad (2.27)$$

wesentlich kleiner ist.

2.3 Produktion von drei Eichbosonen im Standardmodell

Die Produktion dreier schwacher Eichbosonen inklusive leptonischer Zerfälle an Hadronen-Kollidern ist einerseits ein wichtiger Untergrundprozess bei der Produktion von Signalen, die viele Leptonen enthalten, was bei der Suche nach neuer Physik von Bedeutung ist. Andererseits bieten diese Prozesse selbst die Möglichkeit, direkt nach neuer Physik zu suchen, da in der Produktion Kopplungen der Eichbosonen untereinander eine wichtige Rolle spielen. Die Messung dieser Kopplungen kann zum einen als Test des Standardmodells angesehen werden, zum anderen können damit alternative Modelle verifiziert oder falsifiziert werden. Zusätzlich kann mit Hilfe dieser Prozesse nach neuer Physik gesucht werden, die nicht oder nur sehr schwach mit den bisher bekannten Fermionen wechselwirkt, da hier Feynman-Graphen vorhanden sind, bei denen ein Eichboson nur an weitere Eichbosonen koppelt. Wegen der vielfältigen Möglichkeiten dieser Prozesse wurden sie in nächstführender Ordnung in QCD für das Standardmodell in das Monte Carlo Programm VBFNLO implementiert [1; 20; 21; 22; 23].

Prozess	Endzustand
$W^+W^-W^+$	$\nu_e e^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \tau^+ + X$
$W^-W^+W^-$	$\bar{\nu}_e e^- \mu^+ \nu_\mu \bar{\nu}_\tau \tau^- + X$
W^+W^-Z	$\nu_e e^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \tau^- \tau^+ + X$
ZZW^+	$e^- e^+ \mu^+ \mu^- \nu_\tau \tau^+ + X$
ZZW^-	$e^- e^+ \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\tau \tau^- + X$

Tabelle 2.2: Prozesse zur Produktion dreier schwacher Eichbosonen und die dafür gewählten Endzustände. Das X steht dabei für den eventuell emittierten Jet.

Als Resultate für die QCD Korrekturen der Ordnung α_S im Standardmodell zur Produktion dreier schwacher Eichbosonen [22; 23] soll festgehalten werden, dass die Korrekturen sehr groß sind. Die K-Faktoren, welche das Verhältnis der totalen Wirkungsquerschnitte von nächstführender Ordnung (NLO) zur führenden Ordnung (LO) Störungstheorie angeben, liegen im Bereich von 1,7 bis 2,1 und zeigen eine starke Abhängigkeit von der Higgs-Masse und Skalenwahl. Untypisch ist dagegen die geringe Abhängigkeit der totalen Wirkungsquerschnitte in führender Ordnung von der gewählten Skala, welche mit 1% bis 5% extrem gering ausfällt. Dies kann durch die geringe Skalenabhängigkeit der Partonverteilungen in den bei diesen Prozesse typischen Phasenraumbereichen erklärt werden. Für die nächstführende Ordnung ist die Abhängigkeit dagegen deutlich größer, was zum einen an den jetzt auftretenden Subprozessen mit einem Gluon im Anfangszustand liegt und zum anderen an der nun zusätzlichen Abhängigkeit von der Renormierungsskala, z.B. durch α_S . Die Skalenvariation liegt deshalb im Bereich von 5% bis 13%. Bei der Betrachtung der K-Faktoren von differentiellen Wirkungsquerschnitten wurde weiterhin festgestellt, dass diese eine sehr starke Abhängigkeit vom betrachteten Phasenraumbereich haben. So ist z.B. der differentielle K-Faktor für die invariante Masse der zwei Z bei der ZZW^+ Produktion auf der Higgs-Resonanz ca. 1,3 und steigt bis auf fast 2,5 an, wenn man sich von der Higgs-Resonanz entfernt. Die QCD Korrekturen sind somit von entscheidender Bedeutung, um genaue Vorhersagen für Experimente liefern zu können.

Kapitel 3

Modelle ohne Higgs-Boson

Nach der Beschreibung des Standardmodells der Elementarteilchenphysik im vorigen Kapitel sollen in diesem Kapitel zwei alternative Modelle dazu vorgestellt werden, welche nicht auf ein Higgs-Feld als Ursache für die spontane Symmetriebrechung zurückgreifen, sondern wo das Vorhandensein einer zusätzlichen kompakten Raumdimension der Auslöser für die spontane Symmetriebrechung ist. Daraus resultierend ergibt sich ein anderes Teilchenspektrum sowie modifizierte Kopplungen der Teilchen untereinander.

3.1 Standardmodell ohne Higgs

Obwohl die Vorhersagen des Standardmodells sehr genau überprüft wurden sind und es diese Tests sehr gut bestanden hat, bleibt ein wichtiger Bestandteil bis jetzt unentdeckt, das Higgs-Boson. Des Weiteren bringt das Higgs-Boson, neben den vielen Problemen die es löst, wie z.B. die Generierung der Massen oder die Unitarisierung der Streuung massiver Eichbosonen, auch ein Problem mit sich, nämlich die Higgs-Masse selbst. Die in Abbildung 3.1 gezeigten divergenten Strahlungskorrekturen zur Higgs-Masse, welche durch eine obere Schranke an die Schleifenimpulse regularisiert werden können, zeigen eine quadratische Abhängigkeit vom Wert dieser Schranke. Je nach Wahl dieses Wertes müssten Massen und Kopplungskonstanten der W und Z Bosonen, sowie des Top Quarks als einzigem Quark mit nicht vernachlässigbarer Masse, extrem fein abgestimmt sein, um die Higgs-Massenkorrekturen im Energiebereich des elektroschwachen Sektors zu halten, siehe z.B. [24] und die darin genannten Quellen. Da es aber keine bekannte Symmetrie gibt, die dies garantiert, wirkt der Higgs-Mechanismus unnatürlich.

Eine Lösung des Problems wäre, ganz auf ein Higgs zu verzichten, und andere Wege für die spontane Symmetriebrechung zu untersuchen. Dazu besteht die Möglichkeit, das Higgs-Feld durch ein nichtlineares Sigma-Feld wie z.B. in Technicolor Theorien [25; 26]

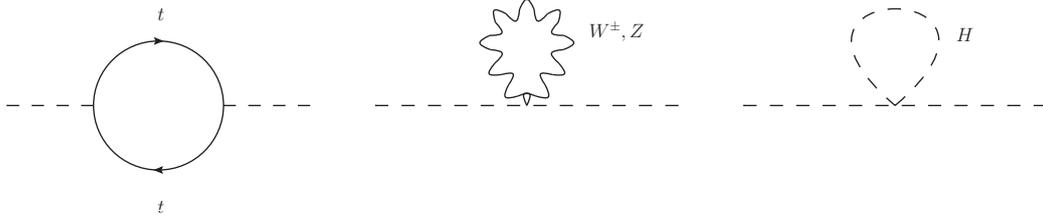


Abbildung 3.1: Die wichtigsten 1-Schleifenkorrekturen zur Higgs-Masse.

zu ersetzen:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_r^+ + \phi_i^+ \\ \phi_r^0 + \phi_i^0 \end{pmatrix} \rightarrow \Sigma = e^{i2\pi^a \tau^a / f}. \quad (3.1)$$

Das nichtlineare Sigma-Feld besitzt im Gegensatz zum Higgs-Feld nur drei Freiheitsgrade, die man wie folgt beschreiben kann:

$$\pi^a \tau^a = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\pi^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\pi^- & -\frac{1}{2}\pi^0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Die Eichtransformation des nichtlinearen Sigma-Feldes unter den beiden Eichgruppen $SU(2)_0$ mit den Parametern α^a und $U(1)_1$ mit dem Parameter β sieht dabei wie folgt aus:

$$\Sigma \rightarrow e^{i\alpha^a \tau^a} \Sigma e^{-i\beta}. \quad (3.3)$$

Daraus ergibt sich dann die kovariante Ableitung von Σ in Abhängigkeit des $SU(2)_0$ Eichfeldes $W_{0\mu}$ und des $U(1)_1$ Eichfeldes $W_{1\mu}$:

$$D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - igW_{0\mu}^a \tau^a \Sigma + \Sigma ig' W_{1\mu}, \quad (3.4)$$

mit der sich eine eichinvariante Lagrangedichte aufstellen lässt.

$$\mathcal{L} = \frac{f^2}{4} \text{Tr} [(D_\mu \Sigma)^\dagger D^\mu \Sigma] - \frac{1}{4} W_{0\mu\nu}^a W_0^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{1\mu\nu} W_1^{\mu\nu}. \quad (3.5)$$

Geht man nun zur unitären Eichung

$$\Sigma \rightarrow e^{i\alpha^a \tau^a} \Sigma e^{-i\beta} = 1 \quad (3.6)$$

über, so ergeben sich aus der kovarianten Ableitung Massenterme für die Eichbosonen:

$$\mathcal{L}_{Masse} = \frac{f^2}{8} (gW_0^0 - g'W_1^0)^2 + \frac{f^2}{4} W_0^+ W_0^-. \quad (3.7)$$

Die W_0^\pm sind dabei die Linearkombinationen

$$W_0^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_0^1 \mp iW_0^2). \quad (3.8)$$

Diagonalisiert man den ersten Massenterm, wobei es zu einer Mischung der W_0^3 und W_1 Eichbosonen kommt, erhält man das Spektrum mit einem masselosem Eichboson, welches mit dem Photon identifiziert wird, sowie einem weiteren neutralen Eichfeld, das mit dem Z -Boson identifiziert wird.

$$\begin{aligned} M_\gamma^2 &= 0 & v^\gamma &= e \begin{pmatrix} \frac{1}{g} & \frac{1}{g'} \end{pmatrix} \\ M_Z^2 &= \frac{(g^2 + g'^2)f^2}{4} & v^Z &= e \begin{pmatrix} \frac{1}{g} & -\frac{1}{g'} \end{pmatrix} \\ M_{W^\pm}^2 &= \frac{g^2 f^2}{4} & v^W &= (1, 0) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die Konstante e ist vorerst nur eine Normierungskonstante

$$\frac{1}{e^2} = \frac{1}{g^2} + \frac{1}{g'^2}. \quad (3.10)$$

Bei späterer Betrachtung der Kopplungskonstanten der Eichbosonen wird sich jedoch herausstellen, dass sie identisch mit der elektrischen Ladung ist. Durch v^γ und v^Z wird angegeben, wie sich die Massen-Eigenzustände des Photons und Z -Bosons aus den $W_{0\mu}^3$ und $W_{1\mu}$ zusammensetzen.

$$v^\gamma = \begin{pmatrix} \frac{e}{g} & \frac{e}{g'} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \leftrightarrow A_\mu &= v^\gamma(0)W_{0\mu}^3 + v^\gamma(1)W_{1\mu} \\ &= \frac{e}{g}W_{0\mu}^3 + \frac{e}{g'}W_{1\mu} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Die Wahl von v^W besagt, dass die W^\pm -Bosonen nur aus den W^\pm der $SU(2)_0$ bestehen, aber keine Mischung mit den $U(1)_1$ Eichbosonen vorhanden ist. Mit dem Weinbergwinkel

$$\cos \theta_W = \frac{e}{g'}, \quad (3.13)$$

ergibt sich dann dieselbe Mischung der Eichbosonen wie im Standardmodell. Auch die Relation der Massen der schwachen Eichbosonen

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = \frac{g^2}{g^2 + g'^2} = \cos^2(\theta_W), \quad (3.14)$$

stimmt überein. Mit dieser Methode lässt sich also ebenfalls ein realistisches Szenario für die elektroschwache Symmetriebrechung entwerfen. Die Fermionen können durch Kopplung des nichtlinearen Sigma-Feldes an ein linkshändiges und rechtshändiges Fermion ebenfalls Massenterme erhalten:

$$\mathcal{L}_{Fermion} = -M_{ij}\bar{\psi}_L^i \Sigma \psi_R^j. \quad (3.15)$$

M ist dabei die Massenmatrix und i und j sind die Flavourindizes der Fermionen.

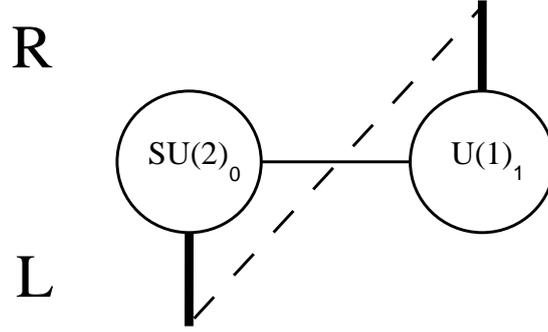


Abbildung 3.2: Bildliche Darstellung des higgslosen Standardmodells.

Das Ganze lässt sich grafisch in einem Moose-Diagramm wie in Bild 3.2 zusammenfassen. Die Kreise symbolisieren die Eichgruppen. Die horizontale Linie ist das nicht-lineare Sigma-Feld, welches sich unter den beiden angrenzenden Eichgruppen transformiert. Der vertikale Strich unter dem $SU(2)_W$ Kreis symbolisiert die linkshändigen Fermionen, der über dem Kreis der $U(1)_Y$ stellt die rechtshändigen Fermionen dar. Durch die gestrichelte Linie werden die Massenterme der Fermionen über die Kopplungen an das nichtlineare Sigma-Feld dargestellt.

Die Kopplungen der Eichbosonen in der Massen-Basis ergeben sich mit Hilfe der $v(k)$ und $g_0 = g$, $g_1 = g'$ zu

$$g_{v^a v^b v^c} = \sum_{k=0}^1 g_k v^a(k) v^b(k) v^c(k), \quad (3.16)$$

$$g_{v^a v^b v^c v^d} = \sum_{k=0}^1 g_k v^a(k) v^b(k) v^c(k) v^d(k), \quad (3.17)$$

und gleichen den Eichbosonkopplungen im GSW-Modell. Insbesondere ist die Kopplung von einem W -Paar an ein Photon hervorzuheben. Diese ist, wie vorher schon erwähnt, gleich der elektrischen Ladung:

$$g_{WW\gamma} = g_0 v^W(0) v^W(0) v^\gamma(0) = g \frac{e}{g} = e. \quad (3.18)$$

Die mit dem GSW-Modell übereinstimmenden Eichkopplungen der Fermionen sind wie auch im Standardmodell durch die kovariante Ableitung in ihren kinetischen Termen gegeben, sowie durch die zugehörigen Quantenzahlen, welche die gleichen wie in Tabelle 2.1 sind:

$$L_I = \bar{\psi} i \gamma^\mu \left(\partial_\mu - i g W_{0\mu}^a T^a - i g' \frac{Y}{2} W_{1\mu} \right) \psi \quad (3.19)$$

Die T^a sind ebenfalls die aus Abschnitt 2.1.

Das Higgs im GSW-Modell besitzt neben der Generierung der Massen der Teilchen jedoch noch eine weitere wichtige Aufgabe. Durch den Higgs-Austausch bei der Streuung massiver Eichbosonen heben sich die Terme in der Streuamplitude gegenseitig weg, welche mit einer Potenz der Streuenergie wachsen, siehe z.B. [27]. Da in dem hier

betrachteten Modell kein Higgs vorhanden ist, das dieses Anwachsen der Streuamplitude verhindert, wird es bei einer gewissen Streuenergie E zur Unitaritätsverletzung kommen. Diese Energie lässt sich durch Betrachtung der 0. Partialwelle der Streuung massiver Eichbosonen bestimmen:

$$a_0 = \frac{1}{32\pi} \int_{-1}^1 \mathcal{M}(s, \cos \theta) d \cos \theta. \quad (3.20)$$

Unitaritätsverletzung tritt dann auf, wenn der Realteil der Partialwellenamplitude größer als $1/2$ wird. In führender Ordnung $\frac{M_W^2}{s}$ ergibt sich somit [28]:

$$\begin{aligned} \text{WW} \rightarrow \text{WW}: \quad a_0 &= \frac{4\alpha E_{CM}}{32 \sin^2 \theta M_W^2}, \\ \text{WW} \rightarrow \text{ZZ}: \quad a_0 &= \frac{8\alpha E_{CM}}{32 \sin^2 \theta M_W^2}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Für einen überlagerten Endzustand aus zwei Z - und zwei W -Bosonen ergibt sich die stärkste Einschränkung mit

$$E_{CM} < 1, 2 \text{ TeV}. \quad (3.22)$$

Das Modell kann also nur eine effektive Theorie in einem gewissen niederenergetischen Bereich sein, die bei ungefähr 1 TeV ihre Gültigkeit verliert, da dann neue Physik zu Tage treten muss, die das Anwachsen der Streuamplitude unterbindet. Im nächsten Abschnitt wird eine Erweiterung dieses Modells diskutiert, die diese Eigenschaft besitzt.

3.2 Das „Three Site Higgsless Model“

Basierend auf einer Idee von Arkani-Hamed, Cohen und Georgi [29] schlugen Chivukula und andere eine einfache Erweiterung des Standardmodells vor [30], die als „Three Site Higgsless Modell“ oder auch minimales higgsloses Modell (MHLM) bezeichnet wird. Seine Einfachheit erlaubt es, das Modell relativ problemlos in Monte Carlo Simulationen für Teilchenbeschleuniger zu implementieren, was in dieser Arbeit für VBFNLO [1] getan wurde. Trotzdem ist es aber komplex genug, um genügend Spielraum für Physik jenseits des Standardmodells zu bieten, die an zukünftigen Teilchenbeschleunigern wie dem LHC untersucht werden kann. So kann z.B. das Auftreten neuer Resonanzen, die Unitarität der Streuung massiver Eichbosonen oder die ideale Delokalisierung von Fermionen untersucht werden.

In der im vorigen Abschnitt eingeführten bildlichen Notation sieht das Modell wie in Abbildung 3.3 dargestellt aus. Es wurde um eine zusätzliche Eichgruppe erweitert. Außerdem gibt es noch zwei zusätzliche chirale Fermion-Dubletts, die sich unter der zusätzlichen Eichgruppe $SU(2)_1$ und der $U(1)$ transformieren, aber nicht unter der $SU(2)_0$. Auch sind jetzt zwei verschiedene Sigma-Felder für die Generierung der Massen verantwortlich. Diese transformieren sich nur unter den angrenzenden Eichgruppen

$$\Sigma^k \rightarrow U^k \Sigma^k \left(U^{k+1} \right)^{-1}. \quad (3.23)$$

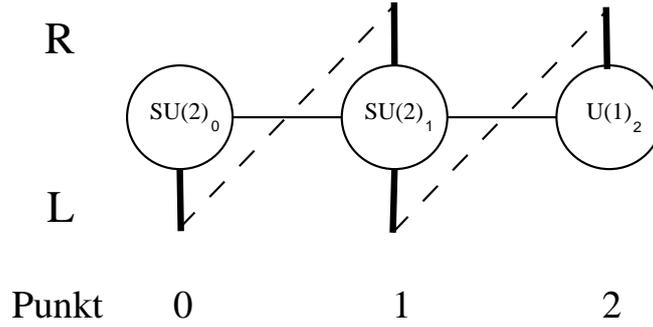


Abbildung 3.3: Bildliche Darstellung des „3-Site Higgsless Model“.

Hierbei sind die Transformationsmatrizen U^k gegeben durch:

$$\begin{aligned} SU(2)_k: U^k &= e^{i\alpha_k^a \tau^a}, \\ U(1): U^2 &= e^{i\beta}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Der Eichsektor wird dann durch folgende Lagrangedichte beschrieben:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Boson} &= \sum_{k=0}^1 \frac{f_k^2}{4} Tr \left[(D_\mu^k \Sigma^k)^\dagger D^{k\mu} \Sigma^k \right] - \frac{1}{4} Tr \left[W_{\mu\nu}^k W^{k\mu\nu} \right] \\ &\quad - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^2 W^{2\mu\nu}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

wobei k die verschiedenen Eichgruppen benennt und nicht die Komponenten der nichtlinearen Sigma-Felder. Die aus Gleichung 3.23 folgende kovariante Ableitung für das nichtlineare Sigma-Feld ist

$$D_\mu^k \Sigma^k = \partial_\mu \Sigma^k - ig_k W_\mu^k \Sigma^k + ig_{k+1} \Sigma^k W_\mu^{k+1}. \quad (3.26)$$

Lässt man einmal den Fakt außer Acht, dass die Summe in der ersten Zeile von Gleichung 3.25 nur von 0 bis 1 geht, so führt dieser Term zu einer interessanten Deutung der Theorie [29]. Denn dies ist die Lagrangedichte einer 5D Eichtheorie, bei der die zusätzliche fünfte Dimension diskretisiert wurde. Die einzelnen Eichgruppen beschreiben dabei eine 4D Eichtheorie an jedem Gitterpunkt einer zusätzlichen fünften Dimension. Die nichtlinearen Sigma-Felder verknüpfen dabei die einzelnen Punkte in der Extradimension, deren Form durch die Zerfallskonstanten der nichtlinearen Sigma-Felder f_k bestimmt wird. Für

$$f_1 = f_2 = f, \quad (3.27)$$

wie in dem hier vorliegenden Modell, ist die Extradimension flach und besteht nur aus drei Gitterpunkten.

Geht man auch hier zur unitären Eichung über, so ergeben sich wiederum Massenterme aus den kovarianten Ableitungen der nichtlinearen Sigma-Felder. Beim Übergang in die Massen-Eigenbasis, bei dem es zur Mischung der Eichbosonen an den verschiedenen Punkten der Extradimension kommt, erhält man unter anderem zwei geladene Paare

von Eichbosonen. Das leichtere Paar wird dabei mit den W^\pm des Standardmodells identifiziert und besteht hauptsächlich aus dem W_0^\pm . Das schwere Paar W'^\pm , welches die orthogonale Linearkombination aus den W_0^\pm und W_1^\pm ist, besteht dagegen hauptsächlich aus dem W_1^\pm .

Bei den neutralen Eichbosonen gibt es drei Masseneigenzustände, da diese aus Linearkombinationen von Eichbosonen aus allen drei Eichgruppen gebildet werden, während bei den geladenen nur die Punkte mit einer $SU(2)$ Eichgruppe wichtig sind. Darunter ist ein masseloses Boson, das dem Photon entspricht und dessen Normierung wie schon im vorigen Abschnitt die elektrische Ladung sein wird. Das nächst schwerere wird dem Z -Boson des Standardmodells zugeordnet, und schließlich noch das schwerste, welches als Z' bezeichnet wird. Dieses ist wie schon das W' hauptsächlich auf Punkt 1 lokalisiert und die Massen der beiden sind fast entartet.

Aufgrund der Interpretation der Theorie als eine 5D Eichtheorie mit einer diskretisierten Zusatzdimension können die $v^V(k)$, siehe Anhang A.1, welche die Zusammensetzung der Massen-Eigenzustände aus Eigenzuständen der Eichgruppen angeben, auch als Wellenfunktionen der Bosonen entlang der zusätzlichen Dimension angesehen werden.

Die Massen der Fermionen werden ebenfalls wieder durch Kopplungen an die nicht-linearen Sigma-Felder erzeugt, wie in Abbildung 3.3 dargestellt ist. Zusätzlich kann jedoch noch ein Dirac-Massenterm für die beiden chiralen Fermion-Dubletts am Punkt 1 eingeführt werden, da sie sich beide unter der $SU(2)_1$ transformieren, und der Dirac-Massenterm so ebenfalls eichinvariant ist. Die Lagrangedichte für die Massengenerierung der Up- und Down-Quarks ist dann z.B.:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Masse} = & -M_F \left(\epsilon_L \bar{\psi}_{L0} \Sigma_0 \psi_{R1} + \bar{\psi}_{L1} \psi_{R1} \right) \\ & - M_F \bar{\psi}_{L1} \Sigma_1 \begin{pmatrix} \epsilon_{R,u} & 0 \\ 0 & \epsilon_{R,d} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R2} \\ d_{R2} \end{pmatrix} + h.k.. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Dabei wird ϵ_L für eine Generation von Quarks oder Leptonen immer gleich gewählt, was die Massenskala der Dubletts bestimmt, während ϵ_R unterschiedlich sein kann, und somit unterschiedliche Massen z.B. für Up- und Down-Quarks generiert werden können. Aus der Diagonalisierung der Massenmatrix der Fermionen,

$$M_F \begin{pmatrix} \epsilon_L & 1 \\ 0 & \epsilon_{R,d/u} \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

erhält man zwei Eigenzustände. Der leichtere Zustand entspricht dabei dem SM-Fermion, dessen linkshändiger Teil vorwiegend auf Punkt 0 und der rechtshändige Teil vorwiegend auf Punkt 2 lokalisiert ist. Der schwere Partner, die orthogonale Linearkombination, ist wie auch bei den Eichbosonen hauptsächlich auf Punkt 1 lokalisiert.

Bei der späteren Berechnung der Übergangsmatrixelemente werden jedoch alle Fermionen als masselos angenommen, bzw. das schwere Topquark wegen der starken Unterdrückung durch die Partonverteilungen gar nicht erst berücksichtigt. Dieser Grenzfall entspricht $\epsilon_r \rightarrow 0$. Das Massenspektrum besteht dann aus einem masselosen Fermion

Teilchen	τ_0^3	τ_1^3	Q_2	$Q = \tau_0^3 + \tau_1^3 + Q_2/2$
$l_l(0)$	-1/2	0	-1	-1
$l_r(1)$	0	-1/2	-1	-1
$l_l(1)$	0	-1/2	-1	-1
$l_r(2)$	0	0	-2	-1
$\nu_l(0)$	+1/2	0	-1	0
$\nu_r(1)$	0	+1/2	-1	0
$\nu_l(1)$	0	+1/2	-1	0
$\nu_r(2)$	0	0	0	0
$u_l(0)$	+1/2	0	+2/3	+2/3
$u_r(1)$	0	+1/2	+2/3	+2/3
$u_l(1)$	0	+1/2	+2/3	+2/3
$u_r(2)$	0	0	+4/3	+2/3
$d_l(0)$	-1/2	0	+2/3	-1/3
$d_r(1)$	0	-1/2	+2/3	-1/3
$d_l(1)$	0	-1/2	+2/3	-1/3
$d_r(2)$	0	0	-2/3	-1/3

Tabelle 3.1: Quantenzahlen der Leptonen (l), Neutrinos (ν), sowie Up- (u) und Down-Quarks (d) im MHLM.

und einem sehr schweren Fermion, dessen Masse von der Größenordnung M_F ist. Eine weitere Folge ist, dass die beiden rechtshändigen Fermionen nicht mischen, das masselose somit vollständig auf Punkt 2 sitzt, während das schwere an Punkt 1 lokalisiert ist. Zusätzlich können die schweren Fermionen komplett aus der Theorie entkoppelt werden, indem man $M \rightarrow \infty$ schickt, während man ϵ_L konstant hält [31]. Für diesen Fall sind in Anhang A.1 die Wellenfunktionen und Massen noch einmal zusammengefasst.

Die Kopplungen zwischen Fermionen und Bosonen sind durch das Prinzip der lokalen Eichinvarianz der Lagrangedichte gegeben, welche die kovariante Ableitung festlegt und somit zu folgendem Term in der Lagrangedichte führt:

$$\mathcal{L}_{Fermion} = \sum_k \bar{\psi}_{L/Rk} i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig_0 W_{0\mu}^a T_0^a - ig_1 W_{1\mu}^a T_1^a - ig_2 \frac{Q_2}{2} W_{2\mu} \right) \psi_{L/Rk}. \quad (3.30)$$

Die Ladungen der Fermionen unter den verschiedenen Eichgruppen sind dabei in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Die T_k^a sind dieselben wie die T^a aus Abschnitt 2.1. Durch das Einsetzen der Massen-Eigenzustände ergeben sich die gleichen Vertices in den Feynman-Regeln wie im Standardmodell, jedoch können hier auch die schweren Eichbosonen vorkommen. Die Kopplungskonstanten in der Massen-Eigenbasis sind hierbei von den Wellenfunktionen der Bosonen $v^V(k)$ und masselosen Fermionen $v^f(k)$ abhängig und durch deren Überlapp an den einzelnen Punkten k der Extradimension gegeben:

$$g_{Wff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^1 g_k v^W(k) v^f(k) v^f(k), \quad (3.31)$$

$$g_{Zff} = \sum_{k=0}^1 g_k \tau_k^3(f) v^Z(k) v^f(k) v^f(k) + g_2 Q_2 v^Z(2) v^f(2) v^f(2). \quad (3.32)$$

Für die Kopplungen der schweren Eichbosonen an die Fermionen muss die Wellenfunktion des Bosons ersetzt werden. Wie oben beschrieben wurde, sind die Teilchen des SM vorwiegend auf den Punkten 0 und 2 lokalisiert, die schwereren Partner dagegen auf Punkt 1. Dies deutet darauf hin, dass Kopplungen von schweren Eichbosonen an masselose Fermionen klein sein werden. Durch eine Feinabstimmung der Parameter ist es sogar möglich, die Kopplung des W' an zwei masselose linkshändige Fermionen f völlig verschwinden zu lassen [30; 32]. Dazu nutzt man aus, dass die Wellenfunktionen des W und W' orthonormal zueinander sind. Ist nun das Produkt der Wellenfunktionen der beiden Fermionen und der jeweiligen Kopplungskonstante an einem Punkt proportional zur Wellenfunktion des W

$$g_k v_L^f(k) v_L^f(k) \rightarrow g_W v^W(k), \quad (3.33)$$

so verschwindet die Kopplung aufgrund der Orthonormalität:

$$g_{W'ff} = \sum_k g_k v^{W'}(k) v_L^f(k) v_L^f(k) \quad (3.34)$$

$$= g_W \sum_k v^{W'}(k) v^W(k) \quad (3.35)$$

$$= 0.$$

Die Proportionalitätskonstante g_W erhält man aus der Betrachtung der Kopplung von einem SM W an zwei linkshändige Fermionen. Daraus zeigt sich, dass g_W gleich der SM Kopplung ist:

$$g_{Wff} = \sum_k g_k v^W(k) v_L^f(k) v_L^f(k) = g_W \sum_k (v^W(k))^2 = g_W. \quad (3.36)$$

Die Kopplung von rechtshändigen masselosen Fermionen an die W und W' ist immer 0, da diese auf Punkt 2 lokalisiert sind, während die W und W' nur auf 0 und 1 zu finden sind, und daher von vornherein kein Überlapp vorhanden ist. Diese Eigenschaft, dass das W' nicht an leichte Fermionen koppelt, wird als fermiophobisch bezeichnet. Um dies zu erreichen, muss der Parameter ϵ_L der Wellenfunktion der linkshändigen Fermionen mit Hilfe von Gleichung 3.33 angepasst werden:

$$\frac{v^W(0)}{v^W(1)} = \frac{g_0 v_L^f(0) v_L^f(0)}{g_1 v_L^f(1) v_L^f(1)} \quad (3.37)$$

$$\epsilon_L = \sqrt{\frac{2x^2}{2 - x^2 + \sqrt{4 + x^4}}} \quad (3.38)$$

Hierbei ist $x = g_0/g_1$. Da die Wellenfunktionen der masselosen Fermionen dadurch vollständig festgelegt sind, ist die Entkopplung des Z' von den linkshändigen Fermionen allerdings nicht mehr möglich.

Eine wichtige Konsequenz dieser (fast) fermiophobischen zusätzlichen Eichbosonen ist, dass sie keinen großen Einfluss auf Vorhersagen für elektroschwache Präzisionsmessungen haben. Diese Effekte werden durch die drei Parameter S , T und U charakterisiert [33]. Aus Experimenten wurden dabei unter der Annahme $U = 0$ und einer Higgs-Masse von 117 GeV folgende Werte ermittelt [6]:

$$\begin{aligned} S &= -0,04 \pm 0,09(-0,07), \\ T &= +0,02 \pm 0,09(+0,09). \end{aligned} \quad (3.39)$$

Die Werte in Klammern geben die Änderung an, wenn man zu einer Higgs-Masse von 300 GeV übergeht. Für das hier betrachtete Modell mit idealer Delokalisierung der masselosen Fermionen ergibt die Berechnung dieser Parameter in führender Ordnung Störungstheorie [30; 34]:

$$S = \frac{4s^2 M_W^2}{\alpha M_{W'}^2} \left(1 - \frac{x_1 M_{W'}^2}{2M_W^2} \right) \quad (3.40)$$

$$T = 0$$

$$U = 0$$

$$x_1 = \frac{\epsilon_L^2}{1 + \epsilon_L^2} \quad (3.41)$$

Eine Analyse der 1-Schleifenkorrekturen zu diesen Parametern [35] ergab jedoch, dass das W' eine leichte Kopplung an die SM-Fermionen benötigt, um mit den Messungen übereinzustimmen. Die Kopplung liegt jedoch im Bereich von 1% bis 3% Prozent der Kopplung des SM W . Für den hier betrachteten Prozess der Produktion dreier Eichbosonen ist die Kopplung der W' an andere Eichbosonen jedoch von weitaus größerer Bedeutung. Zur Untersuchung der Kopplungen von schweren Eichbosonen an leichte Fermionen ist die Produktion zweier Eichbosonen eher geeignet, was in [36] untersucht wurde. In der hier vorliegenden Arbeit wird das W' weiterhin als fermiophobisch betrachtet.

Einschränkungen an den Parameterraum des Modells lassen sich von der an LEP II gemessenen WWZ Kopplung ableiten [37]. Um mit den Messungen übereinzustimmen muss [30]:

$$M_{W'} \geq 380 \text{ GeV}. \quad (3.42)$$

Aus der Bedingung, dass die Massenskala M_F der schweren Fermionen unterhalb der Gültigkeitsschranke der Theorie aus naiver dimensionaler Analyse von 4,3 TeV liegt und die Theorie mit den gemessenen S, T und U Parametern im Einklang steht, ergibt sich außerdem eine obere Schranke von [35]

$$M_{W'} \leq 610 \text{ GeV}. \quad (3.43)$$

Für diesen Parameterbereich lassen sich dann die Unitaritätsgrenzen aus der WW bzw. WZ Streuung ermitteln. Für letzteren Prozess wurde dabei eine obere Gültigkeitsschranke von 3,1 TeV bei einer W' -Masse von 400 GeV gefunden und 2,8 TeV bei einer Masse des W' von 600 GeV. Für gemischte Endzustände können diese noch geringer ausfallen [31].

3.3 Randall-Sundrum-Modell ohne Higgs

Im vorigen Abschnitt wurde von einer 4D Eichtheorie mit mehr Eichgruppen als im Standardmodell ausgegangen, und es zeigte sich, dass man diese auch als eine Theorie mit den Standardmodell-Eichgruppen auffassen kann, die sich jedoch in einer 5D Raumzeit abspielt, bei der die zusätzliche Dimension diskretisiert wurde. Ein anderer Ansatz besteht darin, mit einer 5D Eichtheorie anzufangen und dann die zusätzliche Dimension auszuintegrieren um eine effektive 4D Eichtheorie zu erhalten.

Einen interessanten Anstoß dafür lieferten Randall und Sundrum [38], indem sie eine Lösung für das Hierarchieproblem aufzeigten. Das Problem liegt darin, dass zwischen den Parametern der elektroschwachen Theorie, die etwa von der Größenordnung von 1 TeV sind und der Skala der Gravitation, der Planckskala von $M_{Pl} = 2 \cdot 10^{15}$ TeV, 15 Größenordnungen liegen. Der von ihnen speziell gewählte Ansatz liegt dabei in einer nicht faktorisierenden Metrik einer 5D Raumzeit:

$$ds^2 = e^{-2kr_c\phi} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2. \quad (3.44)$$

Die zusätzliche Dimension wird von zwei „3-Branes“ begrenzt, welches Unterräume sind, die sich in die üblichen 3+1 Raumzeitdimensionen erstrecken. Der Radius der Zusatzdimension wird durch r_c beschrieben, ϕ ist die Koordinate in der Zusatzdimension und k ist ein Parameter in der Größenordnung der Planckskala. In dem Artikel zeigten sie, dass diese Metrik die 4D Planckskala M_{Pl} in Abhängigkeit von der höherdimensionalen Planckskala M im Gegensatz zu Modellen mit flachen und großen Extradimensionen kaum verändert:

$$M_{Pl}^2 = \frac{M^3}{k} [1 - e^{-2kr_c\pi}]. \quad (3.45)$$

Jedoch erhalten Massenparameter der Lagrangedichte auf der $\phi = \pi$ Brane einen exponentiellen Faktor, sodass folgender Zusammenhang gilt:

$$m_{physikalisch} \leftrightarrow e^{-kr_c\pi} m_{Lagrange} \quad (3.46)$$

Die Lösung des Hierarchieproblems liegt also in der Größe von kr_c . Ist dieser Wert etwa 50, so können alle Lagrangeparameter von der Größenordnung der Planckskala sein, während die physikalischen Größen im TeV Bereich liegen.

Auf dieser Idee aufbauend, entwickelten C. Csaki und andere ein Modell [39; 40; 41; 42; 43], das auf einen Higgs-Mechanismus für die spontane Symmetriebrechung verzichtet und so auch das Problem der divergenten Higgs-Massenkorrekturen umgeht. Dem Modell liegt ebenfalls die obige Metrik zugrunde, die in konform flachen Koordinaten auch geschrieben werden kann als

$$ds^2 = \left(\frac{R}{z}\right)^2 (\eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dz^2). \quad (3.47)$$

Dies ist die Metrik eines Anti-De-Sitter Raumes. Die zusätzliche Raumdimension z ist ein Intervall, dass sich zwischen R und R' erstreckt. An den Enden des Intervalls sind

die beiden Branes untergebracht. Aufgrund der Invarianz der Metrik unter Reskalierung von z und x mit dem gleichen Faktor, kann die z -Koordinate auch als eine Energieskala interpretiert werden:

$$E \longleftrightarrow \frac{1}{z}. \quad (3.48)$$

Üblicherweise wird R so gewählt, dass die entsprechende Energie in der Größenordnung der Planckskala liegt, während R' zu Energien im TeV Bereich korrespondiert. Dementsprechend wird die Brane bei R auch UV- oder Planck-Brane genannt, und die bei R' TeV- oder IR-Brane.

Die Symmetriebrechung in diesem Modell erfolgt durch die Zuordnung von Randbedingungen an die Eichbosonfelder auf den beiden Branes. Im gesamten Raum wird dabei die Eichgruppe

$$G = SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \quad (3.49)$$

untergebracht. Wird einer Linearkombination der Eichbosonwellenfunktionen eine Neumann-Randbedingungen auf einer der beiden Branes zugeordnet, d.h. die Ableitung der Wellenfunktion dieser Linearkombination muss verschwinden, dann bleibt die Symmetrie auf dieser Brane erhalten. Eine Dirichlet-Randbedingung führt dagegen zu einer spontanen Brechung der zu den Eichbosonen gehörenden Symmetrie, siehe Anhang A.2. Für die Symmetriebrechung wird dabei folgendes Schema gewählt:

$$\begin{aligned} \text{TeV-Brane: } & SU(2)_L \otimes SU(2)_R \rightarrow SU(2)_D, \\ \text{UV-Brane: } & SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Die Symmetriebrechung auf der TeV-Brane ist dabei notwendig um das korrekte Massenverhältnis der W - und Z -Eichbosonen zu erhalten. Auf der UV-Brane wird durch die Brechung die korrekte Eichgruppe für den niederenergetischen Limes erzeugt, sodass sich nur leichte W - und Z -Bosonen sowie das Photon wiederfinden [40].

Der Grund für diese Wahl liegt in der AdS/CFT Korrespondenz [40; 44; 45]. Demnach haben Eichtheorien auf einem AdS₅ Hintergrund eine duale Interpretation zu konformen Feldtheorien (CFT) auf den vierdimensionalen 3-Branes. Die z -Koordinate ist dabei die Energieskala der konformen Feldtheorie. Das Vorhandensein der UV Brane bei $z = R$ bedeutet, dass die CFT ab Energien von $1/R$ ihre Gültigkeit verliert. Die Existenz der TeV-Brane führt zur spontanen Brechung der konformen Invarianz und die CFT wird stark wechselwirkend.

Weiterhin korrespondieren die Eichfelder im AdS₅-Raum zu globalen Symmetrien der CFT. Sind die zu den Eichfeldern gehörenden Symmetrien auf der UV-Brane nicht gebrochen, werden sie zu lokalen Symmetrien der CFT. Eine Brechung der Symmetrien der 5D Theorie auf der TeV-Brane bewirkt dagegen, dass die in der CFT eintretenden starken Wechselwirkungen nicht nur die konforme Symmetrie, sondern auch die Eichsymmetrie brechen und die Eichbosonen gebundene Zustände der zugrundeliegenden CFT sind.

In diesem Sinne können 5D Eichtheorien auf einem AdS₅ Hintergrund wegen der Dualität auch dazu benutzt werden, um z.B. „Walking Technicolor“ -Theorien, siehe z.B. [46]

und die darin enthaltenen Referenzen, zu untersuchen. In diesen entsteht die spontane Symmetriebrechung durch starke Wechselwirkungen, weshalb sie störungstheoretisch schwer zugänglich sind. Die dualen 5D Eichtheorien können dagegen schwach wechselwirkend sein und dadurch auch mit Hilfe von Störungstheorie untersucht werden.

Die für das oben beschriebene Schema der Symmetriebrechung notwendigen Randbedingungen der Eichfelder sind in Anhang A.3 aufgeführt. Als nächstes gilt es einen Ansatz für die KK-Zerlegung zu finden, welcher die Randbedingungen unabhängig von x erfüllt. Dabei werden die Wellenfunktionen der Eichfelder in zwei Teile gespalten. Einer, $\psi_k^X(z)$, der nur von der Koordinate z der zusätzlichen Raumdimension abhängt, und der andere Teil, welcher nur eine Funktion der Koordinaten x der restlichen Raumzeit-Dimensionen ist und die üblichen vierdimensionalen Bewegungsgleichungen erfüllen soll [40]:

$$\begin{aligned}
B_\mu(x, z) &= N_\gamma g_5 A_\mu(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^B(z) Z_\mu^{(k)}(x), \\
A_\mu^{R3}(x, z) &= N_\gamma \tilde{g}_5 A_\mu(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{R3}(z) Z_\mu^{(k)}(x), \\
A_\mu^{L3}(x, z) &= N_\gamma \tilde{g}_5 A_\mu(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{L3}(z) Z_\mu^{(k)}(x), \\
A_\mu^{L\pm}(x, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{L\pm}(z) W_\mu^{(k)\pm}(x), \\
A_\mu^{R\pm}(x, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k^{R\pm}(z) W_\mu^{(k)\pm}(x).
\end{aligned} \tag{3.51}$$

Das Resultat ist eine unendliche Anzahl der mit k nummerierten Kaluza-Klein-Anregungen der W^\pm - und Z -Bosonen. Die zugehörigen $\psi_k^X(z)$ beschreiben dabei die Wellenfunktionen der Eichbosonen entlang der zusätzlichen Raumdimension und ergeben sich aus der Lösung der dazugehörigen Bewegungsgleichung entlang:

$$\left(m_k^2 - z \partial_z \left(\frac{1}{z} \partial_z \right) \right) \psi_k^X(z) = 0. \tag{3.52}$$

Die Lösung lässt sich mit Hilfe der Bessel- und Neumannfunktionen J bzw. Y ausdrücken:

$$\psi_k^X(z) = z \left(a_k^X J_1(m_k z) + b_k^X Y_1(m_k z) \right), \tag{3.53}$$

und wurden dabei wie folgt normiert:

$$\begin{aligned}
\gamma : \quad 1 &= N_\gamma \left(2\tilde{g}_5^2 + g_5^2 \right) \ln \left(\frac{R'}{R} \right), \\
Z : \quad 1 &= \int \frac{R}{z} \left((\psi_k^{L3})^2 + (\psi_k^{R3})^2 + (\psi_k^B)^2 \right), \\
W^\pm : \quad 1 &= \int \frac{R}{z} \left((\psi_k^{L\pm})^2 + (\psi_k^{R\pm})^2 \right).
\end{aligned} \tag{3.54}$$

Einsetzen dieser Wellenfunktionen in die Randbedingungen für die Eichbosonen aus Anhang A.3 liefert die ebenfalls dort angegebenen linearen Gleichungssysteme zur Bestimmung der Konstanten a_k^X und b_k^X . Die Lösbarkeit dieser Gleichungssysteme bestimmt die erlaubten Massen der KK-Anregungen. Darunter ist auch eine masselose Lösung, welche mit dem Photon identifiziert wird. Die niedrigsten nicht masselosen Anregungen der W^\pm - und Z -Bosonen werden jeweils mit den SM Teilchen identifiziert. Die Ansätze 3.51 können nun in die 5D Lagrangedichte

$$L = \int d^4x dz \frac{-R}{4z} \left((F_{MN}^{a,R})^2 + (F_{MN}^{a,L})^2 + (F_{MN}^{B-L})^2 \right) \quad (3.55)$$

eingesetzt werden. Die daraus resultierenden Feynman-Regeln sind analog zu denen des Eichsektors im Standardmodell, nur dass hier auch die KK-Anregungen der Eichbosonen auftreten können. Wie auch im vorigen Modell ergeben sich die Kopplungen aus dem Überlapp der Wellenfunktionen in der zusätzlichen Dimension. Da diese hier jedoch kontinuierlich ist, muss die Summe durch ein Integral ersetzt werden.

$$\begin{aligned} g_{klm}^{WWZ} &= g_5 \int dz \frac{R}{z} \sum_{i=L,R} \psi_k^{(i)\pm} \psi_l^{(i)\pm} \psi_m^{(i)3} \\ g_{klmn}^{WWWW} &= g_5^2 \int dz \frac{R}{z} \sum_{i=L,R} \psi_k^{(i)\pm} \psi_l^{(i)\pm} \psi_m^{(i)\pm} \psi_n^{(i)\pm} \\ g_{klmn}^{WWZZ} &= g_5^2 \int dz \frac{R}{z} \sum_{i=L,R} \psi_k^{(i)\pm} \psi_l^{(i)\pm} \psi_m^{(i)3} \psi_n^{(i)3} \\ g_{klm}^{WWZ\gamma} &= g^{WW\gamma} g_{klm}^{WWZ} \\ g_{kl}^{WW\gamma\gamma} &= (g^{WW\gamma})^2 \delta_{kl} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Das Problem der Unitaritätsverletzung bei der Streuung longitudinaler Eichbosonen mit gleichen Massen und dem KK-Index n wird hier durch den Austausch der unendlich vielen KK-Anregungen der W , Z und Photonen behoben. Damit sich alle Terme in der Streuamplitude

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^{(4)} \frac{E^4}{m_n^4} + \mathcal{M}^{(2)} \frac{E^2}{m_n^2} + \mathcal{M}^{(0)} + \dots \quad (3.57)$$

wegheben, die mit der Streuenergie anwachsen, müssen die Kopplungskonstanten der KK-Anregungen folgende Bedingungen erfüllen [39]:

$$E^4 : g_{nnnn}^2 = \sum_k g_{nnk}^2, \quad (3.58)$$

$$E^2 : 4g_{nnnn}^2 m_n^2 = 3 \sum_k g_{nnk}^2 m_k^2. \quad (3.59)$$

Auf den ersten Blick sieht das nach einer sehr starken Einschränkung der Theorie aus. Es kann jedoch gezeigt werden, dass die Wellenfunktionen $\psi_k^X(z)$ eine Vollständigkeitsrelation erfüllen, welche automatisch dazu führt, dass Gleichung 3.58 immer erfüllt ist, sogar unabhängig von den Randbedingungen, welche an die Wellenfunktionen gestellt werden. Die E^2 -Terme verschwinden dagegen nur für bestimmte Randbedingungen. So

darf auf einer Brane einer bestimmten Linearkombination von Eichbosonen entweder nur eine Dirichlet-Randbedingung oder aber nur eine Neumann-Randbedingung zugeordnet werden. Eine gemischte Randbedingung der Form

$$\partial_z W_\mu|_R = c W_\mu|_R \quad (3.60)$$

für eine beliebige Linearkombination W_μ der Eichbosonen und der Konstanten c würde dazu führen, dass die Summenregel in Gleichung 3.59 nicht erfüllt ist. Für das hier betrachtete Modell ist dies aber nicht der Fall, sodass die Summenregeln immer erfüllt sein werden. Allerdings kann immer noch $M^{(0)}$ zu groß sein, was ebenfalls zur Unitaritätsverletzung führen kann. Eine Analyse der Partialwellen für die longitudinale WZ -Streuung zeigt [47], dass für die ersten KK-Massen um die 700 GeV dies zu einer Unitaritätsverletzung bei ca. 7,5 TeV führt, und mit steigender Masse der ersten KK-Resonanzen auf 1200 GeV, die Unitaritätsverletzung schon bei ca 2,8 TeV eintritt. Ein anderer Weg die Gültigkeitsgrenzen dieses Modells auszuloten, ist durch „naive dimensional Analysis“ (NDA) [48; 49]. Es zeigt sich, dass die daraus resultierende obere Grenze durchaus geringer sein kann, als die aus der Partialwellenanalyse. Für $M_W = 700$ GeV ergab eine Abschätzung einen Wert von ca. 4,6 TeV, was deutlich unterhalb der 7,5 TeV aus der Partialwellenanalyse liegt [47; 50; 51].

Die Einbindung von Fermionen in dieses Modell bringt einige Schwierigkeiten mit sich. In fünf Dimensionen ist die einfachste irreduzible Darstellung der Poincaré-Algebra ein vierkomponentiger Dirac-Spinor

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi \\ \bar{\chi} \end{pmatrix}, \quad (3.61)$$

da γ^5 hier nicht als Projektor auf die zweikomponentigen links- oder rechtshändigen Weyl-Spinoren benutzt werden kann, weil es Teil der Clifford-Algebra ist:

$$\{\gamma_M; \gamma_N\} = 2\eta_{MN}. \quad (3.62)$$

Außerdem muss auch die Krümmung des Raumes noch durch die Einführung der Vielbeine e_a^M beachtet werden. Die Wirkung von Fermionen in einer krummen 5D Raumzeit ist dann [43]

$$S_F = \int d^4x dz \sqrt{g} \left(\frac{i}{2} (\bar{\Psi} e_a^M \gamma^a D_M \Psi - D_M \bar{\Psi} e_a^M \gamma^a \Psi) - M_{5D} \bar{\Psi} \Psi \right). \quad (3.63)$$

Die Dirac-Darstellung der Fermionen würde allerdings zu einer Verdopplung des Fermioninhalts der Theorie gegenüber dem Standardmodell führen. Durch die richtige Zuweisung der Randbedingungen und eine entsprechende KK-Zerlegung der zwei Weyl-Spinoren des Dirac-Spinors Ψ ,

$$\chi = \sum_n g_n(Z) \chi_n(x) \quad (3.64)$$

$$\bar{\psi} = \sum_n f_n(Z) \bar{\psi}_n(x) \quad (3.65)$$

kann jedoch erreicht werden, dass nur einer der beiden Weyl-Spinoren eine masselose Mode besitzt. Anschließend kann dann durch Hinzufügen von Dirac-Massentermen auf

der TeV-Brane und Mischung mit UV-Brane lokalisierten Fermionen ein realistisches Massenspektrum erreicht werden [43]. Die Wellenfunktionen der Fermionen entlang der Extradimension haben dann folgende Form:

$$\chi : g_n(z) = z^{5/2} \left(A_n J_{c+1/2}(m_n z) + B_n Y_{c+1/2}(m_n z) \right), \quad (3.66)$$

$$\psi : f_n(z) = z^{5/2} \left(C_n J_{c-1/2}(m_n z) + D_n Y_{c-1/2}(m_n z) \right). \quad (3.67)$$

Die Koeffizienten A_n , B_n , C_n und D_n werden dabei durch die Randbedingungen festgelegt. Das Profil entlang der Zusatzdimension wird aber hauptsächlich durch $c = M_{5D}R$ bestimmt.

Wie auch in dem Modell aus Abschnitt 3.2 können durch Optimierung der Fermionenprofile die Korrekturen zu den S, T und U Parametern minimiert werden. Die Kopplung der ersten KK-Resonanzen an leichte Fermionen beträgt dabei für $S < 0,25$ weniger als 10% der Standardmodellkopplung. Die niedrigsten erlaubten KK-Massen liegen in diesem Fall bei 600 GeV [41]. Ein Problem stellt jedoch die dritte Quarkfamilie dar. Der Grund ist die große Masse des Top-Quarks. Die durch den Dirac-Massenterm auf der TeV-Brane und den Ort der TeV-Brane bestimmte Masse würde zu großen Verschiebungen im T Parameter, sowie in der $Zb\bar{b}$ Kopplung führen [41]. Als Lösung für diese Problem wurde die Möglichkeit in Betracht gezogen, die Quantenzahlen der dritten Quarkfamilie zu ändern [42]. Dadurch wird es möglich, eine genügend große Top-Masse zu erhalten, während die $Zb\bar{b}$ -Kopplung im Einklang mit bisherigen Experimenten steht.

Kapitel 4

Implementierung

Nachdem Modelle für die Erweiterung des Standardmodells im vorherigen Kapitel vorgestellt wurden, stellt sich nun die Frage, welche Vorhersagen sich aus diesen Modellen ableiten lassen. In dieser Diplomarbeit wird dabei das Augenmerk auf den Prozess der Produktion von drei Eichbosonen an Hadronen-Kollidern gelegt. Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, ist dieser Prozess geeignet, um die spontane Symmetriebrechung im elektroschwachen Sektor zu untersuchen.

4.1 Numerische Berechnung von Wirkungsquerschnitten

Der Wirkungsquerschnitt für einen Prozess mit zwei einlaufenden Hadronen und n auslaufenden Teilchen ist in der Quantenfeldtheorie durch die Formel

$$\sigma = \sum_{a,b} \int \frac{f_a(x_a)f_b(x_b)}{F} |\mathcal{M}(p_a(x_a), p_b(x_b) \rightarrow p_1, p_2, \dots, p_n)|^2 \theta_C d\Pi(p_1, p_2, \dots, p_n) dx_a dx_b \quad (4.1)$$

gegeben. Der Integrand besteht aus dem Flussfaktor F der einlaufenden Teilchen und der Summe der Betragsquadrate der Übergangsmatrixelemente über die Subprozesse mit den aus den Hadronen stammenden Partonen a und b . Das Übergangsmatrixelement wird mit den Partonverteilungen $f(x)$ der zwei einlaufenden Partonen gewichtet.

Die Integration erfolgt über den gesamten Phasenraum der Teilchen im Endzustand, sowie über die Bruchteile x_a und x_b der Partonimpulse von den Hadronimpulsen. Die Funktion θ_C beschreibt die erlaubten Phasenraumbereiche, um die Integration über singuläre Bereiche auszuschließen. Die Endzustandsteilchen sind im Falle der Produktion dreier Eichbosonen die 6 Leptonen in führender Ordnung. In NLO QCD kommt bei den Beiträgen der reellen Emission zusätzlich noch ein emittiertes Parton im Endzustand hinzu. Damit hat man eine 20 bzw. 23 dimensionale Integration auszuführen. Nutzt man die Impuls- und Energieerhaltung zwischen Teilchen im Anfangs- und Endzustand aus, so reduziert sich die Anzahl der Integrationsvariablen um 4. Des Weiteren

ist das ganze System invariant unter einer gemeinsamen Rotation aller Impulse um die Strahlachse des Kolliders, was die Anzahl der Integrationen wiederum effektiv um 1 reduziert, da der Integrand hier einfach eine Konstante ist. Somit bleiben für die führende Ordnung und die virtuellen Korrekturen ein 15 dimensionales Integral, und für die reelle Emission ein 18 dimensionales Integral auszuführen. Weiterhin ist aufgrund der 6 bzw. 7 Endzustandsteilchen eine sehr große Anzahl an Feynman-Graphen zur Berechnung der Übergangsmatrixelemente zu berücksichtigen. Die Berechnung der Matrixelemente sowie deren Integration über den Phasenraum ist mit analytischen Methoden daher praktisch nicht durchführbar.

Deshalb greift man auf numerische Methoden wie Monte Carlo Simulationen zurück. Hierbei wird das Integral durch

$$\int_V f(x) d^D x \approx V \langle f \rangle \pm V \sqrt{\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{N}} \quad (4.2)$$

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (4.3)$$

$$\langle f^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i)^2 \quad (4.4)$$

genähert [52]. Der Integrand wird dabei an N zufällig und unabhängig gewählten Punkten x_i ausgewertet und dann davon das arithmetische Mittel gebildet. Die Multiplikation mit dem Integrationsvolumen ergibt die Abschätzung des Integrals. Das Gesetz der großen Zahlen stellt sicher, dass im Limes $N \rightarrow \infty$ die Abschätzung des Integrals gegen den wahren Wert konvergiert. Weiterhin erkennt man an der Formel, dass der dabei gemachte Fehler nicht von der Anzahl D der Integrationsvariablen abhängt.

Die Auswertung des Integranden kann unter Umständen sehr zeitaufwändig sein. Für die hier betrachteten Prozesse sind dafür unter anderem die hohe Anzahl an beitragenden Feynman-Graphen zu den Übergangsmatrixelementen, und insbesondere die komplexe Berechnung von QCD-Schleifenkorrekturen verantwortlich [21]. Um den nötigen Zeit- und Rechenaufwand zu minimieren, ist es daher notwendig, die Anzahl an Punkten N gering zu halten, ohne jedoch damit den Fehler der numerischen Integration zu vergrößern.

Eine Möglichkeit dies zu erreichen, ist das sogenannte „Importance Sampling“. Hierbei werden die Punkte x_i nicht mehr zufällig gleichverteilt über das gesamte Integrationsvolumen gewählt, sondern folgen einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung. Dies kommt im Integral einer Transformation der Variablen gleich [53].

$$\int_V f(x) d^D x = \int_V \frac{f(x)}{p(x)} p(x) d^D x = \int_V \frac{f(x)}{p(x)} d^D P(x) \quad (4.5)$$

$$p(x) = \left| \det \frac{\partial P_i}{\partial x_j} \right| \quad (4.6)$$

Die Abschätzung dieses Integrals und dessen Varianz liefert

$$\left\langle \frac{f}{p} \right\rangle = V/N \sum_{i=1}^N \frac{f(x_i)}{p(x_i)}, \quad (4.7)$$

$$S^2 = V/N \sum_{i=1}^N \left(\frac{f(x_i)}{p(x_i)} \right)^2 - \left\langle \frac{f}{p} \right\rangle^2. \quad (4.8)$$

$$(4.9)$$

Offensichtlich verschwindet die Varianz, wenn $p(x)$ und $f(x)$ bis auf einen konstanten globalen Faktor gleich und dazu noch positiv sind. Im Integral ist dies gleichbedeutend damit, dass der transformierte Integrand eine Konstante ist. Das Problem der Integration verschiebt sich somit auf die richtige Wahl von $P(x)$ und daraus folgend auch $p(x)$. Dafür ist aber eine analytische Lösung des Integrals notwendig, die in der Regel aber nicht zur Verfügung steht. Bei teilweise bekannten Verläufen von $f(x)$ kann jedoch $p(x)$ zuerst grob angepasst werden, und diese Anpassung anschließend durch iterative Verfahren verfeinert werden.

Eine weitere Möglichkeit die Abschätzung des Integrals zu verbessern, beruht auf einem iterativen Verfahren. Dabei wird das mehrdimensionale Integrationsvolumen zuerst in ein Netz aus gleichgroßen Hyperwürfeln, genannt Grid, unterteilt. Anschließend wird in jedem dieser Hyperwürfel eine Monte Carlo Integration durchgeführt. Anhand der Abschätzungen der Integrale und deren Varianzen werden dann die Hyperwürfel verformt. Dabei werden die Regionen, in denen der Beitrag zum Integral groß ist oder aber eine große Varianz auftritt, verkleinert, während sie in Regionen, die wenig zum Integral beitragen oder eine kleine Varianz besitzen, vergrößert werden. Da die Anzahl der Auswertungen pro Hyperwürfel konstant gehalten wird, konzentriert sich der Rechenaufwand auf die für das Ergebnis und einen kleinen Fehler relevanten Integrationsbereiche. Dies kann nach Bedarf wiederholt werden und führt so zu einem optimierten Grid und einer effektiveren Nutzung des investierten Rechenaufwandes.

4.2 Aufbau von VBFNLO

Um nun Vorhersagen für die Produktion dreier Eichbosonen zu erhalten, wurden im Rahmen dieser Diplomarbeit die beiden im vorigen Kapitel beschriebenen Modelle in VBFNLO [1] implementiert. VBFNLO ist eine flexible Monte Carlo Simulation auf Parton-Niveau, die es erlaubt, totale Wirkungsquerschnitte und beliebige differentielle Wirkungsquerschnitte auf Parton-Niveau für Prozesse mit elektroschwachen Eichbosonen in nächstführender Ordnung in QCD zu berechnen.

In diesem Abschnitt soll nun der Ablauf des Programms geschildert werden. In den darauf folgenden Abschnitten werden dann die Implementierung der obigen Modelle und die damit verbundenen Änderungen im Programm näher erläutert.

VBFNLO ist eine adaptive Monte Carlo (MC) Integration, die auf einem stark modifizierten VEGAS Algorithmus [54] namens Monaco basiert. Die zwei in Abschnitt 4.1

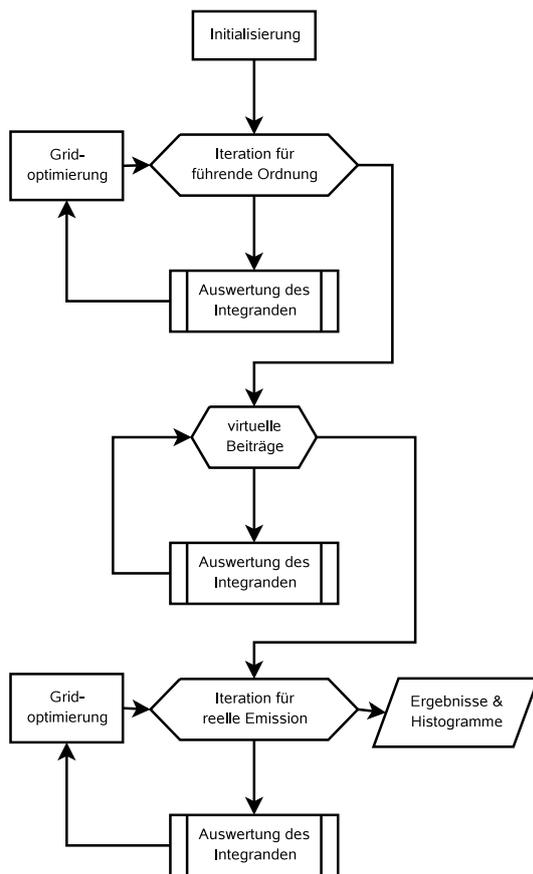


Abbildung 4.1: Flowchart VBFNLO

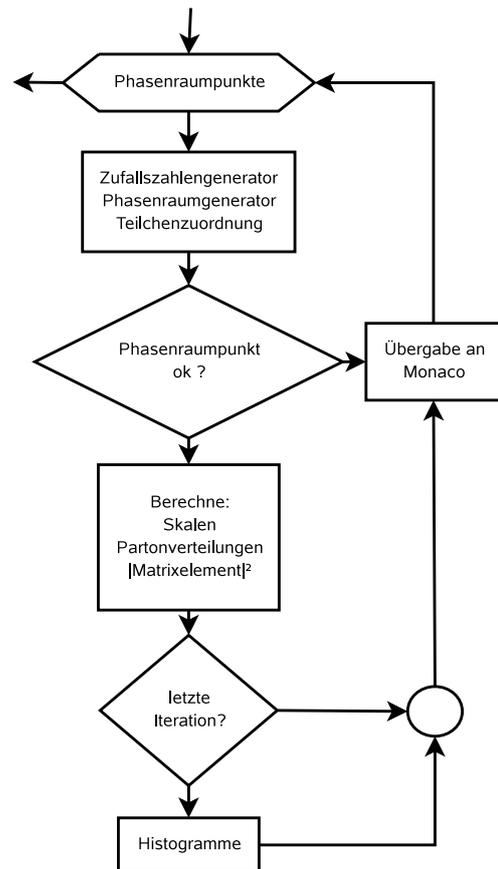


Abbildung 4.2: Auswertung des Integranden

beschriebenen Methoden zur Verbesserung des Fehlers bei der Integration kommen dabei zum Einsatz. In Abbildung 4.1 ist ein schematischer Ablaufplan des Programms zu sehen. In der Initialisierung werden die Parameter für den Ablauf des Programms aus den Eingabedateien eingelesen, wie z.B. der Prozess, Phasenraumschnitte und physikalische Parameter. Aus letzteren werden dann auch die Kopplungen der Teilchen und deren Massen berechnet, siehe Kapitel 4.3.

Als nächstes folgt die Auswertung der führenden Ordnung. Hierbei wird in einer vorher angegebenen Anzahl von Iterationen mehrmals eine MC Integration ausgeführt, wobei nach jeder Iteration das Grid optimiert und die Anzahl der Auswertungen verdoppelt wird. Ist die Auswertung der führenden Ordnung abgeschlossen, so werden nun die virtuellen Korrekturen integriert. Da, wie schon in Abschnitt 2.3 beschrieben, nur bis zur Ordnung α_s in QCD gerechnet wird, trägt nur der endliche Interferenzterm zwischen virtuellen Korrekturen und führender Ordnung bei, und kann in drei Arten virtueller Korrekturen aufgespalten werden, vergleiche Abschnitt 4.5:

$$\Re\{\mathcal{M}_0\tilde{\mathcal{M}}_1\} = \Re\{\mathcal{M}_0(\tilde{\mathcal{M}}_{Vertex} + \tilde{\mathcal{M}}_{Box} + \tilde{\mathcal{M}}_{Pentagon})\}. \quad (4.10)$$

Unter der Annahme, dass sich die Integranden ähneln, bzw. die Beiträge zum Integral klein sind und somit nur geringen Einfluss auf den gesamten Fehler der Integration haben, wird hier nur eine Iteration für die Integration benutzt und das in der führenden Ordnung optimierte Grid wiederverwendet. Da die Schleifenkorrekturen den aufwändigsten Teil der Rechnung darstellen, erreicht man somit eine hohe Zeitersparnis. Im dritten Programmabschnitt wird der reelle Emissionsbeitrag inklusive endlich-er kollinearere Terme und Dipolsubtraktionsterme zum Wirkungsquerschnitt berechnet. Hier finden wiederum mehrere Iterationen statt, da dieses Integral mehr Dimensionen besitzt als das in führender Ordnung, und das optimierte Grid deshalb nicht wiederverwendet werden kann. Zum Schluss wird das Ergebnis sowie die erstellten Histogramme ausgegeben.

Die Berechnung der einzelnen Beiträge, also die Auswertung des Integranden, folgt dabei immer dem gleichen Muster, welches in Abbildung 4.2 zu sehen ist. In einer Zählschleife wird zuerst von Monaco ein Satz Zufallszahlen generiert, die mit einem bestimmten Gewicht, je nach Größe des Hyperwürfels, versehen sind. Danach erstellt der Phasenraumgenerator mit Hilfe von Abbildungen gemäß Importance Sampling aus den Zufallszahlen die Viererimpulsvektoren aller beteiligten Teilchen, sowie das zugehörige Phasenraumvolumenelement inklusive dem Flussfaktor.

Im nächsten Schritt werden die Teilchen in für Detektoren sichtbare Gruppen eingeteilt, wie z.B. geladene Leptonen, Photonen oder Jets. Die Jets werden dabei aus den Partonen im Endzustand kombiniert. Für die in dieser Arbeit betrachteten Prozesse existiert aber maximal ein Parton, welches dann dem Jet entspricht. Anschließend wird überprüft, ob die Impulse der Teilchen innerhalb der festgelegten Schnitte im Phasenraum liegen. Dies dient zur Sicherstellung, dass erstens der Wirkungsquerschnitt nicht divergiert, zweitens die erzeugten Teilchenimpulse auch in dem Bereich liegen, in dem sie von Detektoren erfasst werden können und drittens, dass das betrachtete Signal in diesem Phasenraumbereichen wesentlich stärker als der Untergrund ist.

Liegen die Impulse innerhalb des zu betrachtenden Phasenraumbereichs, werden danach die für die Matrixelementberechnung notwendigen Skalen, sowie die starke Kopplungskonstante berechnet. Nach der in Abschnitt 4.5 und 4.6 beschriebenen Berechnung der Matrixelemente werden diese mit dem Phasenraumvolumenelement und dem Gewicht von Monaco multipliziert und ergeben dann den Beitrag des Phasenraumpunktes zum Integral. Dieser wird an Monaco zurückgegeben, und falls das Programm sich in der letzten Iteration der separat zu berechnenden Beiträge befindet, ebenfalls an die Histogrammroutine.

4.3 Berechnung der Modellparameter

Die erste notwendige Änderung im Programm betrifft die Berechnung der Parameter für die alternativen Modelle und die davon abhängigen Massen und Kopplungen der Teilchen. Für das higgslose Randall-Sundrum-Modell wurde dies schon im Rahmen einer vorangegangenen Diplomarbeit implementiert [47]. Dabei wird nach der Routine, welche die SM-Kopplungen berechnet, eine weitere Routine namens `kk_coupl_inp` aufgerufen. Diese verwendet als Eingabe die Datei `kk_input.dat`. In ihr werden die Optionen für die higgslosen Modelle sowie ihre freien Parameter gewählt.

```
.true.      ! Should vbfno compute couplings and masses? -> kk_coupl_inp.dat
.false.     ! mhlmswitch: true-3-site-HLM; false-RS-higgsless model
9.75e-9     ! location of UV brane in inverse GeV for RS model
500.0      ! W' mass for 3-Site-HLM in GeV
2          ! maximum number of Kaluza-Klein Ws in RS model
2          ! maximum number of Kaluza-Klein Zs in RS model
2          ! maximum number of Kaluza-Klein Z's in RS model
```

Als erstes wird festgelegt ob die Kopplungen und Massen der Eichbosonen für eines der beiden Modelle von VBFNLO berechnet werden sollen, oder aber nur vorhandene Werte aus der Datei `kk_coupl_inp.dat` eingelesen werden sollen. Die zweite logische Variable schaltet zwischen dem RS-Modell und dem MHLM hin und her.

Im RS-Modell dienen als Eingabewerte die Lokalisierung der UV-Brane, sowie die in `vbfno.dat` festgelegten Massen der W - und Z -Bosonen und die in der Routine für die SM-Kopplungen errechnete $WW\gamma$ Kopplung. Die Masse des W legt dann die Lokalisierung der TeV-Brane fest, da diese die niedrigste Nullstelle der Gleichung A.29 ist. Die Z -Masse bestimmt das Verhältnis der beiden Kopplungskonstanten g_5 und \tilde{g}_5 , indem sie die erste Nullstelle der Gleichung A.32 darstellt. Als letztes wird die vorgegebene $WW\gamma$ Kopplung und die Normierung der Photonwellenfunktion verwendet um die beiden Kopplungskonstanten endgültig festzulegen:

$$g_{WW\gamma} = g_5 \int dz \frac{R}{z} \left((\psi_1^{R\pm}) + (\psi_1^{L\pm})^2 \right) N_\gamma \tilde{g}_5 = N_\gamma g_5 \tilde{g}_5 \quad (4.11)$$

$$N_\gamma = \sqrt{\frac{1}{(2\tilde{g}_5^2 + g_5^2) R \log\left(\frac{R}{R'}\right)}} \quad (4.12)$$

Anschließend können alle weiteren Massen und Kopplungskonstanten für die in `kk_input.dat` geforderte Anzahl an KK-Anregungen numerisch berechnet werden. Zum Schluss werden noch die Summenregeln für die endlich vielen KK-Zustände angewendet. Für die WW Streuung, bei der Bosonen im Anfangs- und Endzustand die gleiche Masse haben, sind diese analog zu denen in Gleichungen 3.58 und 3.59 mit $n = 1$. Bei der WZ Streuung ändern sich diese leicht [47]:

$$g_{WWZZ} = \sum_{k=1}^{\infty} g_{W_k W Z}, \quad (4.13)$$

$$2(m_Z^2 + m_W^2)g_{WWZZ} = \sum_{k=1}^{\infty} g_{W_k W Z} \left(3m_{W_k}^2 - \frac{(m_Z^2 - m_W^2)^2}{m_{W_k}^2} \right). \quad (4.14)$$

Um sie zu erfüllen, bedarf es eigentlich unendlich vieler KK-Anregungen. Damit sich auch für eine endliche Anzahl von $n + 1$ KK-Anregungen die Terme in der Streuamplitude longitudinaler Eichbosonen wegheben, können Gleichungen 3.58 und 4.13 nach der Dreierkopplung der höchsten berücksichtigten KK-Anregung umgestellt werden, und diese dann in Gleichungen 3.59 bzw. 4.14 eingesetzt werden. Daraus resultieren dann folgende Bedingungen für die Kopplungen der $n + 1$ KK-Anregungen:

$$g_{WWZ_{n+1}}^2 = \frac{4m_W^2 \sum_{k=0}^n g_{WWZ_k}^2 - 3 \sum_{k=0}^n m_{Z_k}^2 g_{WWZ_k}^2}{3m_{Z_{n+1}}^2 - 4m_W^2}, \quad (4.15)$$

$$g_{W_{n+1}WZ}^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (m_W^2 + m_Z^2) g_{W_k W Z} - \sum_{k=1}^n g_{W_k W Z} \left(3m_{W_k}^2 - \frac{(m_Z^2 - m_W^2)^2}{m_{W_k}^2} \right)}{3m_{W_{n+1}}^2 - \frac{(m_Z^2 - m_W^2)^2}{m_{W_{n+1}}^2} - 2(m_W^2 + m_Z^2)} \quad (4.16)$$

Die Massen und Kopplungen werden dann in die Datei `kk_coupl_inp.dat` geschrieben, und von dort aus weiter in VBFNLO verwendet.

Falls die Variable `mhlmswitch` in `kk_input.dat` auf wahr gesetzt wird, werden zuerst die Massen und Kopplungen der Eichbosonen im MHLM durch die Routine `mhlm_coupl` berechnet. Als freier Parameter dient hier die Masse des zusätzlichen W -Bosons W' , welche ebenfalls in `kk_input.dat` festgelegt wird. Weitere Eingabeparameter sind wie auch im RS Modell die W - und Z -Masse, sowie die $WW\gamma$ Kopplung. Das Massenverhältnis $R_M = M_W/M_{W'}$ legt dabei das Verhältnis der Kopplungen g_0 und g_1 fest [28].

$$x = \frac{g_0}{g_1} = \frac{1 + R_M^2 - \sqrt{1 - 6R_M^2 + R_M^4}}{2R_M} \quad (4.17)$$

Das Verhältnis der Kopplungen $t = g_2/g_0$ wird durch das Verhältnis der W - und Z -Masse bestimmt:

$$\frac{M_W^2}{M_Z^2} = \frac{2 + x^2 - \sqrt{4 + x^4}}{2 + x^2(1 + t^2) - \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2}} \quad (4.18)$$

Mit Hilfe der $WW\gamma$ Kopplung und der Normierung der Photonwellenfunktion ergeben sich dann schließlich alle drei Kopplungen:

$$g_0^2 = g_{WW\gamma}^2 \left(1 + x^2 + \frac{1}{t^2}\right) \quad (4.19)$$

$$g_1^2 = g_{WW\gamma}^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2 t^2}\right) \quad (4.20)$$

$$g_2^2 = g_{WW\gamma}^2 \left(1 + t^2 + x^2 t^2\right) \quad (4.21)$$

$$(4.22)$$

Aus der W' -Masse folgt dann der letzte verbliebene Parameter, die Zerfallskonstante der nichtlinearen Sigma-Felder:

$$f = \frac{2\sqrt{2}M_{W'}}{\tilde{g}\sqrt{2 + x^2 + \sqrt{4 + x^4}}}. \quad (4.23)$$

Mit diesen Werten lassen sich dann die Masse des Z' , sowie alle Wellenfunktionen und damit auch Kopplungen berechnen. Zusätzlich werden in diesem Modell auch die Kopplungen der Fermionen an die Bosonen angepasst, was im Anschluss durch die Routine `mhlm_fermion` geschieht. Da wie auch schon in der SM-Rechnung für die Produktion dreier Eichbosonen alle Fermionen als masselos betrachtet werden, vereinfacht sich die Berechnung der Fermionkopplungen. Diese sind für alle betrachteten Generationen gleich. Im Grenzfall, in dem die schweren Fermionen entkoppeln, wird die Wellenfunktion der linkshändigen Fermionen einzig und allein durch die ideale Delokalisierungsbedingung aus Gleichung 3.38 bestimmt, während die rechtshändigen Fermionen, wie in Kapitel 3.2 schon erwähnt, vollständig auf Punkt 2 lokalisiert sind:

$$v_L^f(0) = \frac{-1}{\sqrt{\epsilon_L^2 + 1}}, \quad (4.24)$$

$$v_L^f(1) = \frac{\epsilon_L}{\sqrt{\epsilon_L^2 + 1}}. \quad (4.25)$$

Die Funktionen und Routinen entstammen dabei einer Implementierung des Modells für MadGraph [55; 56]. Lediglich die Ausgabe wurde so modifiziert, dass die Daten auf das Format von `kk_coup1_inp.dat` passen. Die Kopplungen wurden ebenfalls mit einer neueren Implementierung [57] mit Hilfe von FeynRules [58] verglichen und stimmen bis auf relative Fehler von der Größenordnung 10^{-7} überein.

Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, führt die ideale Delokalisierung nur zu einer Entkopplung der W' von den leichten SM-Fermionen. Die Kopplungen des Z' verschwinden dagegen nicht und sind in Abbildung 4.3 in Abhängigkeit von der W' Masse relativ zur SM-Kopplung für Up- und Down-Quarks angegeben. Die Variation des Verhältnisses kommt dabei hauptsächlich von der Variation der Z' -Kopplung. Die Z -Kopplung an die Quarks variiert über den betrachteten Parameterraum nur im subpromille Bereich. Offensichtlich ist für rechtshändige geladene Fermionen das Verhältnis zwischen Z' - und Z -Kopplung an Fermionen beträchtlich, und liegt zwischen 22% und 14% im betrachteten Parameterbereich, während die linkshändigen Kopplungen des Z' an Quarks

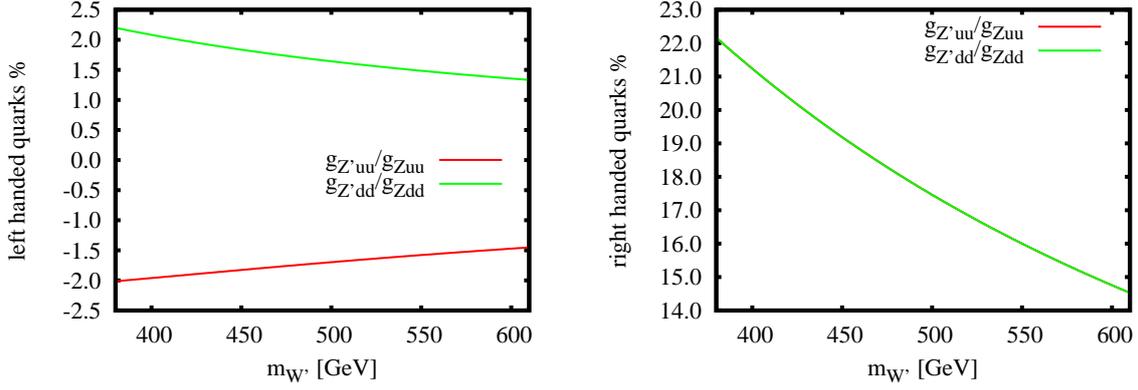


Abbildung 4.3: Verhältnis der Kopplungen des Z' und Z an linkshändige (linkes Bild) und rechtshändige (rechtes Bild) Up- und Down-Quarks in Abhängigkeit von der Masse des W' . Die Kurven im rechten Bild liegen genau übereinander.

um die 2% der Kopplung des Standardmodell Z betragen. Die Zerfallsbreiten Γ der KK-Anregungen werden in VBFNLO analytisch aus den Zweikörperzerfällen in leichtere Eichbosonen in führender Ordnung berechnet. Die Kopplungen des Z' an SM-Fermionen werden dabei vernachlässigt. Ein Vergleich mit von BRIDGE [59] erzeugten Verzweungsverhältnissen in Tabelle 4.1 zeigt, dass diese Näherung für schwerer werdende Z' besser erfüllt wird, was an der geringeren Kopplung an die SM-Fermionen liegt.

	$M_{Z'} = 401,98 \text{ GeV}$	$M_{Z'} = 601,45 \text{ GeV}$
BRIDGE	$\Gamma_{Z'} = 2,69 \text{ GeV}$	$\Gamma_{Z'} = 7,64 \text{ GeV}$
$d \bar{d}$	0,001109	0,000274
$u \bar{u}$	0,003547	0,000901
$s \bar{s}$	0,001099	0,000273
$c \bar{c}$	0,003506	0,000905
$b \bar{b}$	0,001113	0,000273
$t \bar{t}$	0,001829	0,000765
$e^- e^+$	0,003089	0,000791
$\mu^- \mu^+$	0,003082	0,000793
$\tau^- \tau^+$	0,003076	0,000789
$\nu_e \bar{\nu}_e$	0,000679	0,000167
$\nu_\mu \bar{\nu}_\mu$	0,000686	0,000166
$\nu_\tau \bar{\nu}_\tau$	0,000684	0,000167
$W^- W^+$	0,976502	0,993735
VBFNLO	$\Gamma_{Z'} = 2,56 \text{ GeV}$	$\Gamma_{Z'} = 7,35 \text{ GeV}$
$W^- W^+$	1,00	1,00

Tabelle 4.1: Verzweungsverhältnisse des Z' in Abhängigkeit von dessen Masse von [56] und von VBFNLO berechnet.

4.4 Der Phasenraumgenerator

Um eine effiziente und genaue MC-Integration des Wirkungsquerschnittes zu bekommen, ist der Phasenraumgenerator das wichtigste Element. Hier spielt vor allem das eingesetzte Importance Sampling, mit dem die Abbildung der Zufallszahlen auf den Impulsraum erfolgt, eine entscheidende Rolle. Dabei müssen vor allem die in invarianten Massen auftretenden Resonanzen berücksichtigt werden, da diese gemäß der Breit-Wigner-Verteilung f je nach Γ und M sehr hoch und schmal sein können:

$$f(q^2) = \frac{1}{(q^2 - M^2)^2 + \Gamma^2 M^2} \quad (4.26)$$

Dies stellt eine große Herausforderung für numerische Integrationsmethoden dar. Es gilt also zunächst die auftretenden Resonanzen zu identifizieren. Dies wären zum einen die W - und Z -Resonanzen in den invarianten Massen von zwei Leptonen. Des Weiteren können KK-Anregungen in zwei Standardmodell Eichbosonen zerfallen. Dies führt zu Resonanzen in den invarianten Massen von zwei Eichbosonen.

Für den Fall der ZZW und WWZ Produktion müssen dann sowohl W - und Z -Resonanzen in den 2-Lepton invarianten Massen berücksichtigt werden, sowie KK-Resonanzen aus dem Zerfall von W -Anregungen in ein Standardmodell W und Z . Die Feynman-Graphen mit KK-Resonanzen sind für die WWZ Produktion in Abbildung 4.4 gezeigt. Da es für jeden Prozess zwei Möglichkeiten gibt aus ZZW und WWZ Paare von je einem W und Z zu bilden, folgt, dass es je zwei invariante Massen mit KK-Resonanzen gibt. Im Vergleich dazu ist im Standardmodell die Higgs-Resonanz von entscheidender Bedeutung. Diese ist im Gegensatz zu den W -Anregungen aber ungeladen, und kann daher nur in Z - oder W -Paare zerfallen, wie z.B. in Abb 4.5 gezeigt ist. Folglich gibt es auch nur eine resonante invariante Masse. Eine einfache Adaptierung der SM-Phasenraumgeneratoren durch die Verschiebung der Higgs-Resonanzen auf die KK-Resonanzen ist somit nicht praktikabel, da dann nicht alle Resonanzen berücksichtigt werden.

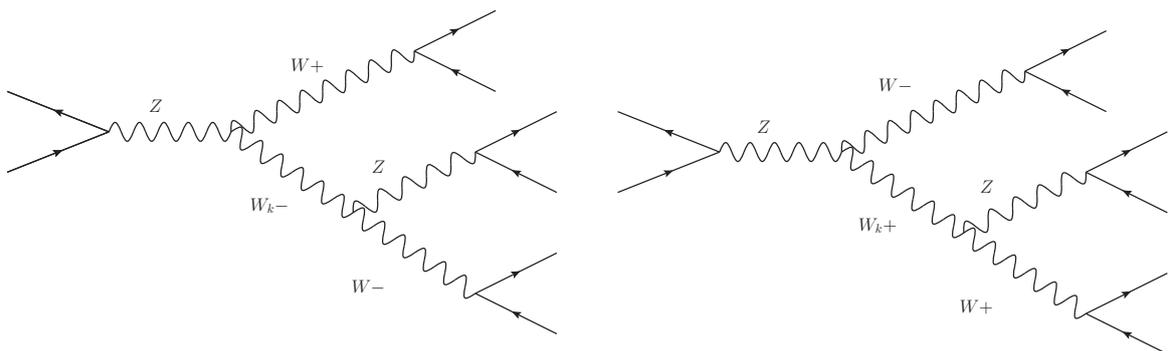


Abbildung 4.4: Feynman-Graphen mit KK-Resonanzen für die WWZ Produktion.

Anders sieht es bei der WWW Produktion aus. Hier lassen sich immer zwei ungeladene Paare von W -Bosonen finden. In den invarianten Massen dieser beiden Paare taucht

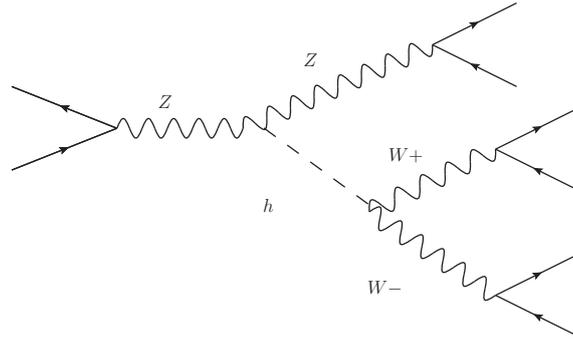


Abbildung 4.5: Feynman-Graph mit Higgsresonanz für die WWZ Produktion.

dann die Higgs-Resonanz im Standardmodell auf. Für die hier betrachteten Modelle sind dagegen die KK-Anregungen des Z -Bosons und für das RS Modell auch die KK-Anregungen des Photons zu beachten, siehe Abbildung 4.6. Da diese ebenfalls an neutrale Paare von W -Bosonen koppeln, liegt in diesem Fall in den Feynman-Graphen die gleiche Resonanzstruktur wie im Standardmodell vor. Zudem passt diese auch noch auf die anderen Prozesse, eine Adaption des vorhandenen WWW Phasenraumgenerators empfiehlt sich also.

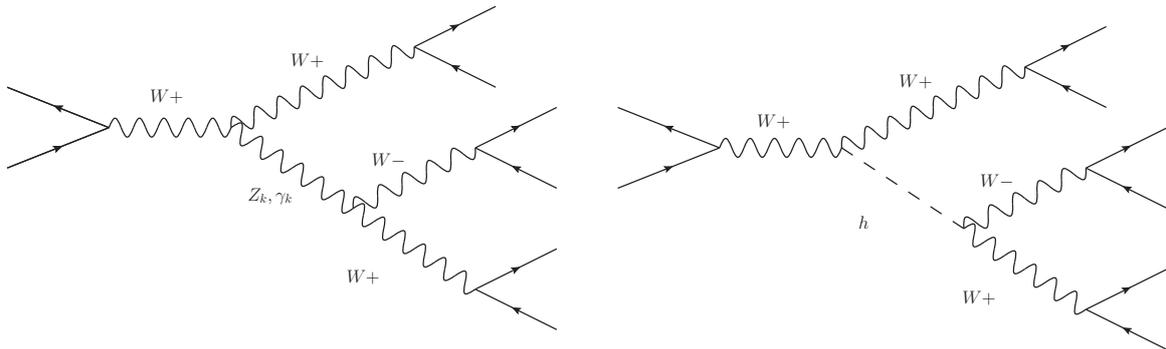


Abbildung 4.6: Feynman-Graphen für die $W^+W^-W^+$ Produktion mit einer KK-Resonanz (links) und im Standardmodell (rechts).

Der Aufbau des Phasenraumgenerators ist in Abbildung 4.7 zu sehen. Dieser gliedert sich in drei Teile. In führender Ordnung und für die virtuellen Korrekturen wird zuerst der Impulsübertrag der Quarks in Abhängigkeit von der Protonenenergie E

$$\tau = \frac{(p_1 + p_2)^2}{4E^2} = \frac{q_X^2}{4E^2} \quad (4.27)$$

durch eine Zufallszahl mit Hilfe von Importance Sampling bestimmt. Anschließend werden die zwei Partonimpulse, welche parallel zur Strahlachse sind, durch eine weitere

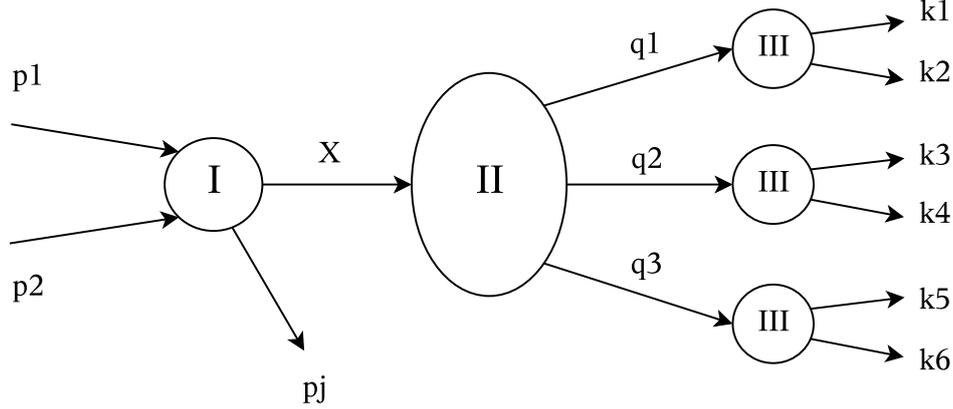


Abbildung 4.7: Aufbau des WWV Phasenraumgenerators nach [20].

Zufallszahl, die die Rapidität y des Partonsystems bestimmt, festgelegt:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \sqrt{\tau} e^y, \\
 x_2 &= \sqrt{\tau} e^{-y}, \\
 p_1 &= x_1 P_1, \\
 p_2 &= x_2 P_2.
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

P_1 und P_2 sind dabei die Impulse der einlaufenden Hadronen entlang der Strahlachse. Der Impuls des Jets p_j wird in diesem Fall auf Null gesetzt. Für den Fall der reellen Emission wird zuerst q_X^2 durch Importance Sampling erzeugt. Dieser Wert wird dann an die Routine `TwoToJetPlusX` übergeben. In dieser wird der Transversalimpuls des Jets durch Importance Sampling festgelegt. Außerdem werden die Rapidität des Jets und des Schwerpunktsystems der einlaufenden Partonen gewürfelt. Daraus lassen sich dann die zwei Impulse der einlaufenden Partonen sowie des auslaufenden Jets und des Pseudoteilchens X bestimmen.

Im zweiten Teil folgt ein Dreikörperzerfall des Pseudoteilchens X in die drei Eichbosonen. Die differentielle Zerfallsbreite für einen solchen Zerfall ist dabei in Abhängigkeit von den zwei Dalitz-Variablen m_{12} , m_{23} [60]:

$$\begin{aligned}
 m_{12} &= \sqrt{(q_1 + q_2)^2}, \\
 m_{23} &= \sqrt{(q_2 + q_3)^2},
 \end{aligned}
 \tag{4.29}$$

und den drei Eulerwinkel α, β, γ , sowie dem Übergangsmatrixelement M_{fi} durch [20]

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{64(q_X^2)^{3/2}} |\mathcal{M}_{fi}|^2 dm_{12}^2 dm_{23}^2 d\alpha d\cos\beta d\gamma
 \tag{4.30}$$

gegeben. Falls das Übergangsmatrixelement keine Winkelabhängigkeit enthält, kann man die Integration über die Winkel einfach ausführen und erhält die übliche Form des Dalitz-Plots [6]:

$$d\Gamma = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{32(q_X^2)^{3/2}} |\mathcal{M}_{fi}|^2 dm_{12}^2 dm_{23}^2
 \tag{4.31}$$

Für den Zerfall eines Teilchens mit fester Masse in dessen Ruhesystem kann man die Anzahl der Zerfallsereignisse über der m_{12}^2 , m_{23}^2 Ebene auftragen, was direkten Aufschluss über das Übergangsmatrixelement gibt. So können zum Beispiel Resonanzen aus instabilen Zwischenzuständen in einem Dreikörperzerfall identifiziert werden. Dies wurde von Dalitz zum ersten Mal bei der Analyse von Tau-Mesonen angewandt [60].

Der Zerfall des Pseudoteilchens X über die KK-Resonanzen führt auch hier zu Resonanzen im Dalitz-Plot. Allerdings sind die beteiligten Teilchen alle virtuelle Zwischenzustände und ihre Massen damit nicht festgelegt. Die Zuordnung der Eichbosonen zu den drei Impulsen erfolgt dabei so, dass die zwei in Gleichung 4.30 auftretenden invarianten Massen die KK-Resonanzen enthalten. Diese beiden Massen werden dann mit Hilfe von Importance Sampling aus zwei Zufallszahlen gewählt. Anschließend werden auch die Impulsquadrate der drei einzelnen Eichbosonen nacheinander gewürfelt, wobei hier die Z - bzw. W -Resonanzen berücksichtigt werden. Unter Ausnutzung der Bedingung

$$m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 = q_X^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \quad (4.32)$$

sind dann alle Massen festgelegt. Die Energien der drei Teilchen lassen sich nun im Ruhesystem des Pseudoteilchens X bestimmen:

$$\begin{aligned} E'_1 &= (q_X^2 + q_1^2 - m_{23}^2) \frac{1}{2\sqrt{q_X^2}} \\ E'_3 &= (q_X^2 + q_3^2 - m_{12}^2) \frac{1}{2\sqrt{q_X^2}} \\ E'_2 &= M - E'_1 - E'_3 \end{aligned} \quad (4.33)$$

Für die weitere Berechnung der Impulse wird auch noch $\cos(\theta_{13})$, der Winkel zwischen \mathbf{q}_1 und \mathbf{q}_3 benötigt.

$$\cos(\theta_{13}) = -\frac{q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_X^2 - 2\sqrt{q_X^2} (E'_1 + E'_3) + 2E'_1 E'_3}{2\sqrt{(E'_1{}^2 - q_1^2)(E'_3{}^2 - q_3^2)}}. \quad (4.34)$$

Da die drei Impulse aufgrund der Impulserhaltung in einer Ebene liegen müssen, ist somit die relative Orientierung der Impulse zueinander festgelegt. Die Orientierung dieser Ebene relativ zur Strahlachse wird dann durch die drei zufälligen Eulerwinkel bestimmt. Entsprechend dieser Winkel werden die Impulse des ersten und dritten Bosons gedreht und anschließend durch einen Lorentz-Boost vom Ruhesystem des Teilchens X in das Laborsystem überführt. Der Impuls des letzten Eichbosons ergibt sich zum Schluss aus der Impulserhaltung des Dreikörperzerfalls:

$$q_2 = q_X - q_1 - q_3. \quad (4.35)$$

Da die Abfolge der Generierung der Impulse der Eichbosonen nacheinander erfolgt, entstehen aus dem zuerst erstellten Impuls Bedingungen an den Nächsten. Um aber eine gleichmäßige Generierung der Impulse zu gewährleisten, vertauscht das Programm

die Impulse der zwei gleichen Bosonen, bzw. für WWZ Produktion die Impulse der beiden W -Bosonen bei jedem zweiten Aufruf.

Der letzte Teil des Phasenraumgenerators besteht aus Zweikörperzerfällen der Eichbosonen in masselose Leptonen. Dazu wird der Impuls sowie das Impulsquadrat des Eichbosons zusammen mit 2 Zufallszahlen an die Routine `TwoBodyDecay0` übergeben, die daraus dann die Impulse der Leptonen im Ruhesystem des Eichbosons generiert und diese anschließend ins Laborsystem boostet.

Zum Schluss der Erzeugung der Impulse werden diese noch um einen zufälligen Winkel um die Strahlachse gedreht, unter dem das Übergangsmatrixelement invariant ist. Für die führende Ordnung und die virtuellen Korrekturen fällt diese Drehung mit der letzten Eulerrotation im Dreikörperzerfall zusammen. Eine beliebige Änderung des dazugehörigen Winkels bewirkt allerdings keine Rotation aller Impulse um die Strahlachse, da die Impulse der Leptonen im Ruhesystem der Eichbosonen erzeugt werden. Die darauffolgenden Boosts der Leptonimpulse ins Laborsystem kommutieren jedoch im Allgemeinen nicht mit der letzten Eulerrotation. Deshalb wird die Drehung um den letzten Eulerwinkel im Dreikörperzerfall weggelassen und erst zum Schluss werden alle Impulse um die Strahlachse gedreht. Für die reelle Emission fällt die Rotationsachse des letzten Eulerwinkels wegen dem vorher emittierten Parton nicht mehr zwingend mit der Strahlachse zusammen, so dass dieser Winkel im Dreikörperzerfall berücksichtigt werden muss. Dafür ist eine Änderung des Azimutalwinkels des emittierten Partons hier immer gleichbedeutend mit einer Rotation des Systems um die Strahlachse. Dieser Winkel wird bei der Emission des Partons also immer auf Null gesetzt und erst nachdem die Impulse aller sechs Leptonen und des Partons erzeugt wurden, werden diese um einen beliebigen Winkel um die Strahlachse gedreht.

Die Anpassung der Parameter für das verwendete Importance Sampling stellte sich dabei als äußerst zeitaufwändig heraus, da dies für die WWW , WWZ und ZZW Produktion einzeln durchgeführt werden musste. Außerdem musste die große Reichweite der Masse der ersten KK -Resonanzen von rund 400 GeV im MHLM bis zu 1200 GeV im RS-Modell berücksichtigt werden. Der Fehler der MC Integration ist dabei sehr sensitiv auf die verwendeten Parameter, vor allem im Importance Sampling der zwei Dalitz-Variablen. Es zeigte sich auch, dass Parameter, die bei geringer Statistik der MC Integration relativ geringe Fehler lieferten, bei höherer Statistik dann jedoch einzelne Ereignisse produzierten, die ein extrem hohes Gewicht besaßen. Der Grund für dieses Verhalten ist, dass dieses Ereignis in einem sehr großen Hyperwürfel liegt und ihm ein großes Phasenraumvolumenelement zugeordnet wird. Falls das Übergangsmatrixelement auf diesem zugeordneten Gebiet jedoch sehr stark variiert, wird der Beitrag dieses einzelnen Ereignisses zum totalen Wirkungsquerschnitt stark über- oder unterbewertet, was sich dann unter anderem als falsche Resonanz in differentiellen Wirkungsquerschnitten und einem hohen Fehler in der MC Integration niederschlägt.

Die Anpassung der Parameter im Phasenraumgenerator wurde iterativ vorgenommen. Zuerst wurde ein Durchlauf mit hoher Statistik von VBFNLO gemacht. Danach wurden die Häufigkeitsverteilungen an die entsprechenden Histogramme von VBFNLO mit Hilfe von GNU PLOT [61] gefittet. Die erhaltenen Parameter wurden dann in den Phasen-

raumgenerator übertragen und ein neuer Durchlauf gestartet. Anschließend wurde bei nicht zufriedenstellender Konvergenz des Wirkungsquerschnittes der Parameter variiert, bei dem sich die falschen Resonanzen immer wieder an der gleichen markanten Stelle zeigten und ein neuer Durchlauf gestartet.

4.5 Matrixelementberechnung im Standardmodell

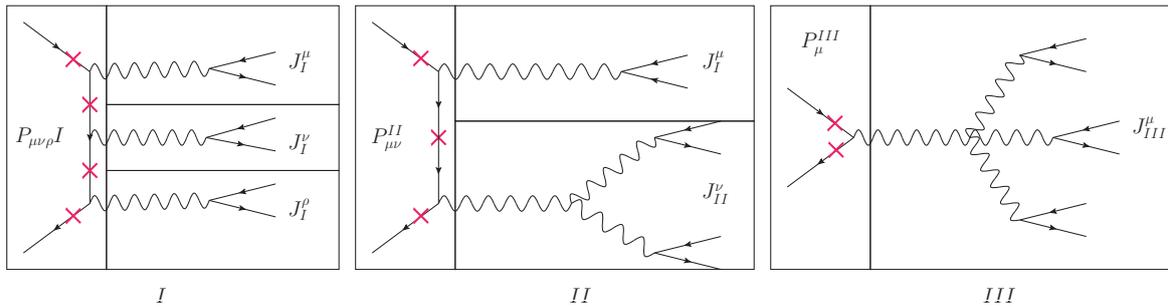


Abbildung 4.8: Beispielgraphen für die drei Topologien der Produktion dreier schwacher Eichbosonen mit Unterteilung in partonische Tensoren P und leptonischen Tensoren J . Die roten Kreuze markieren die verschiedenen Stellen, von denen ein zusätzliches Gluon abgestrahlt werden kann.

Die Berechnung der Übergangsmatrixelemente wurde aus Effizienzgründen in zwei Teile gespalten, wie in Abbildung 4.8 dargestellt ist. Zum einen werden aus dem Zerfall der von den Quarks emittierten Eichbosonen effektive Ströme J^μ berechnet. Aufgrund des rein leptonic gewählten Endzustandes enthalten diese keinerlei Quarks und Gluonen, weshalb sie auch leptonic Tensoren genannt werden. Da diese für alle Subprozesse gleich sind und sich vielen Feynman-Graphen nur in der Anordnung der leptonic Tensoren an die Quarklinie unterscheiden, müssen sie nur einmal pro Phasenraumpunkt berechnet und zwischengespeichert werden, und können dann beliebig oft wiederverwendet werden, was erheblich Rechenzeit spart. Die partonischen Tensoren P müssen dagegen für jeden Subprozess einzeln berechnet werden. Das Übergangsmatrixelement ergibt sich dann aus der Summe aller möglichen Kontraktionen von partonischen und leptonic Tensoren:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & P_{\mu\nu\rho I}^{abc} g_{ad} g_{be} g_{cf} J_I^{\mu d} J_I^{\nu e} J_I^{\rho f} \\ & + P_{\mu\nu II}^{ab} g_{ad} g_{be} J_{II}^{\mu d} J_I^{\nu e} + P_{\mu\nu II}^{ab} g_{ad} g_{be} J_I^{\mu d} J_{II}^{\nu e} \\ & + P_\mu^a{}_{III} g_{ad} J_{III}^{\mu d} \end{aligned} \quad (4.36)$$

Die Indizes a bis c stehen dabei für die verschiedenen partonischen Tensoren einer Topologie, während d bis f die verschiedenen leptonic Tensoren bezeichnet. Die g_{ij} sind die Kopplungskonstanten des von der Quarklinie emittierten Eichbosons plus eventueller zusätzlicher Terme, die vom Propagator des emittierten Bosons stammen.

In NLO QCD kommen Schleifenkorrekturen durch virtuelle Gluonen hinzu, sowie die Emission eines zusätzlichen Partons, welches sich im Endzustand wiederfindet. Da die

betrachtete Ordnung $\alpha_S \alpha^6$ ist, muss bei den Beiträgen der virtuellen Korrekturen nur der Interferenzterm zwischen virtuellen Korrekturen und dem Matrixelement in führender Ordnung berücksichtigt werden

$$|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_0 + \alpha_S \mathcal{M}_1 + \mathcal{O}(\alpha_S^2)|^2 = |\mathcal{M}_0|^2 + 2\alpha_S \Re(\mathcal{M}_0 \mathcal{M}_1^*) + \dots \quad (4.37)$$

Gemäß den drei Topologien lassen sich die Schleifenkorrekturen auch in drei Klassen einteilen. Für eine Topologie ist dabei die maximale Anzahl der Teilchen, die an eine virtuelle Schleife koppeln können, festgelegt. Danach unterscheidet man drei verschiedene Klassen virtueller Korrekturen. Vertexkorrekturen gehören der Topologie III an, weshalb maximal drei Teilchen an die Schleife koppeln können. Bei Boxkorrekturen, die der Topologie II angehören, können bis zu vier Teilchen an eine Schleife koppeln. Korrekturen zur Topologie I werden Pentagonkorrekturen genannt, da hier die maximale Anzahl von Teilchen an einer Schleife fünf beträgt.

Neben den Schleifenkorrekturen müssen auch noch Korrekturen durch die zusätzliche Abstrahlung eines Partons in den Endzustand berücksichtigt werden, da die hier vorkommenden Singularitäten durch Abstrahlung energiearmer Partonen die Singularitäten in den virtuellen Korrekturen beheben, welche durch Austausch masseloser Gluonen mit niedrigem Impulsquadrat entstehen. Diese Weghebung der Singularitäten wird dabei durch das KLN-Theorem garantiert [62; 63]. Das zusätzliche Parton kann dabei an jeder Stelle der Quarklinie ankoppeln. Außerdem muss berücksichtigt werden, dass in diesem Fall nicht nur zwei Quarks im Anfangszustand sein können, sondern z.B. auch ein Quark und ein Gluon, wobei dann in den Endzustand ein Quark abgestrahlt wird und kein Gluon.

Für Topologie I gibt es vier verschiedene Möglichkeiten an denen das Gluon an die Quarklinie koppeln kann, drei für Topologie II und schließlich zwei Möglichkeiten für Topologie III [20], was die Anzahl der beitragenden Feynmandiagramme extrem erhöht. Deshalb wird ebenfalls wieder die Unterteilung in leptonische und partonische Tensoren ausgenutzt, wobei die leptonischen Tensoren durch die zusätzliche Abstrahlung unverändert bleiben, und sich so der Rechenaufwand durch die stetige Wiederverwendung der leptonischen Tensoren extrem verringert.

Außerdem müssen noch endliche kollineare Terme berücksichtigt werden. Diese stammen von kollinearer Abstrahlung eines Partons von einem anderen Parton im Anfangszustand. Da durch solche Prozesse eine bestimmte Wahrscheinlichkeit gegeben ist, in einem Parton ein weiteres Parton zu finden, können diese Effekte in renormierte Partonverteilungen absorbiert werden. Dabei bleiben jedoch endliche Terme übrig, die in der Matrixelementberechnung berücksichtigt werden müssen. Letztendlich ist der totale Wirkungsquerschnitt in NLO QCD gegeben durch [22]:

$$\sigma^{NLO} = \int \left(d\sigma^{LO} + d\sigma^V + \int d\sigma^K(z) dz \right) d\Pi_6 + \int d\sigma^{RE} d\Pi_{6+1}. \quad (4.38)$$

Problematisch dabei ist, dass $d\sigma^V$ und $d\sigma^{RE}$ einzeln divergent sind, und deshalb nicht ohne Weiteres unabhängig über die entsprechenden 6- oder 7-Teilchen-Phasenräume integriert werden können. Um dies zu beheben wurde das Catani-Seymour-Dipol-Subtraktionsverfahren verwendet [20; 21; 64; 65]. Dabei wird ein zusätzlicher Term

$d\sigma^D$ eingeführt, der die divergenten Beiträge aus $d\sigma^{RE}$ weghebt. Um das Endergebnis aber nicht zu verfälschen muss dieser Term an anderer Stelle wieder hinzuaddiert werden. Dies geschieht bei den virtuellen Korrekturen, zu denen der über das zusätzliche 7. Teilchen integrierte Term $d\sigma^D$ hinzu addiert wird. Dadurch heben sich auch in diesem Term die singulären Pole weg und es bleibt ein endliches über den 6-Teilchen-Phasenraum integrierbares Ergebnis übrig.

Um weiterhin Rechenzeit einzusparen, werden die kollinearen endlichen Terme über den 6+1-Teilchen-Phasenraum integriert, welcher mit dem 6-Teilchenphasenraum korreliert ist. Der totale Wirkungsquerschnitt wird dann letztendlich mit Hilfe folgender Formel berechnet [21]:

$$\begin{aligned}\sigma^{NLO} &= \int \left(d\sigma^{LO} + \left(d\sigma^V + \int d\sigma^D d\Pi_1 \right) \right) d\Pi_6 \\ &+ \int \left(d\sigma^{RE} - d\sigma^D + d\tilde{\sigma}^K \right) d\Pi_{6+1} \\ &= \int \left(d\sigma^{LO} + d\tilde{\sigma}^V \right) d\Pi_6 + \int \left(d\tilde{\sigma}^{RE} + d\tilde{\sigma}^K \right) d\Pi_{6+1}\end{aligned}\tag{4.39}$$

4.6 Matrixelemente für higgslose Modelle

Als letztes sollen noch die notwendigen Änderungen für die Implementierung der higgslosen Modelle beschrieben werden. Die Berechnung folgt dem in Abschnitt 4.5 vorgestellten Schema. Dabei werden die von der SM-Rechnung her verwendeten Programmroutinen voll ausgenutzt und aufgrund der Unterteilung der Matrixelementberechnung in partonische und leptonische Tensoren ist eine relativ einfache Implementierung higgsloser Modelle möglich. Da die Kopplungen der KK-Anregungen mit SM-Fermionen vernachlässigt werden, bleibt die Anzahl der leptonischen Tensoren unverändert. Des Weiteren bleiben auch die leptonischen Tensoren J_I und J_{II} unverändert, da in diesen jedes Eichboson mindestens an eine Fermionlinie koppelt. Folglich müssen nur die J_{III} Tensoren modifiziert werden. Dafür wurden in die Dateien zur Berechnung der Matrixelemente `m2s_qqVVV.F` und `m2s_qqVVVj.F` jeweils Schalter eingefügt, welche, falls eine Berechnung in higgslosen Modellen gewünscht ist, nicht den Standardmodell Tensor J_{III}^{SM} berechnen, sondern den für das higgslose Modell J_{III}^{KK} . Weil die higgslosen Modelle keine Änderung der QCD bewirken, bleibt die Berechnung der partonischen Tensoren unverändert und kann so komplett von der SM-Rechnung übernommen werden.

Zur Berechnung der Tensoren $J_{III}^{KK\mu}$ wurde von MadGraph II [55] der Code für die Zerfallsamplitude des von der Quarklinie emittierten Eichbosons im Standardmodell ohne Higgs generiert. Anschließend wurde eine Kopie des entsprechenden SM-Tensors `VVVt0vvv.F` erstellt und unter neuem Namen `VVVt0vvv_kk.F` gespeichert. Die HELAS-Aufrufe [66], mit denen die einzelnen Feynman-Graphen berechnet werden, wurden durch die von MadGraph erzeugten HELAS-Aufrufe ersetzt, sowie die dafür nötigen Parameter und Variablen angepasst. Im nächsten Schritt wurden die Kopplungen, Massen und Breiten der KK-Resonanzen über globale Variablen eingebunden. In den

Feynman-Graphen mit 4er-Vertices der Eichbosonen wurden die Kopplungskonstanten im HELAS-Code auf die neuen Variablen für die higgslosen Modelle geändert. Der Code zur Berechnung der Graphen mit den KK-Anregungen wurde anschließend per Hand programmiert. Für die WWZ Produktion, siehe Abbildung 4.4 rechter Graph, sieht dies z.B. folgendermaßen aus:

```

do mu=0,3
...
do k=1,kkhw
CALL JVVXXX(W(1,1),W(1,29), gwwz_k(k,0,0), w1mass_k(k),
& w1width_k(k), KK1(1,k))
CALL VVVXXX(KK1(1,k),W(1,8),w(1,119), gwwz_k(k,0,0), AMPK1(k))
...
enddo ! kkhw
...
enddo ! mu

```

Hierbei wird mit Hilfe der HELAS-Routinen jede Komponente des leptonischen Tensors $J_{II}^{KK\mu}$ einzeln berechnet. Diese Komponenten werden über die Wellenfunktion des einlaufenden Bosons festgelegt:

$$W(1,1)^\mu = \frac{e^\mu}{q^2 - m^2 + im\Gamma}. \quad (4.40)$$

Hierbei ist e^μ der Einheitsvektor in Richtung μ :

$$e^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e^i = \begin{pmatrix} 0 \\ -\vec{e}_i \end{pmatrix}. \quad (4.41)$$

Die zweite Summation läuft über die ersten `kkhw` KK-Anregungen der W -Bosonen. `JVVXXX` berechnet aus den Wellenfunktionen des einlaufenden Z -Bosons $W(1,1)$, des W^- $W(1,29)$, der Kopplung $g_{W_k W Z}$ `gwwz_k(k,0,0)` sowie der Masse `w1mass_k(k)` und der Breite `w1width_k(k)` des W_k^+ die Wellenfunktion der KK-Anregung W_k^+ `KK1(1,k)`. Aus dieser und der Wellenfunktion des schon vorher berechneten W^+ $W(1,8)$ kann dann `VVVXXX` die Amplitude für diesen Feynman-Graphen berechnen. Nachdem alle Amplituden der einzelnen Graphen für eine Komponente des leptonischen Tensors berechnet wurden, werden diese aufsummiert und die fertige Komponente des Tensors in einer globalen Variablen gespeichert. Nachdem dies für alle Komponenten erfolgt ist, wird die Matrixelementberechnung unverändert gegenüber dem Standardmodell fortgesetzt.

Kapitel 5

Resultate auf Parton-Niveau

5.1 Eingabeparameter und Phasenraumschnitte

Für die in diesem Kapitel dargestellten Ergebnisse wurden folgende Eingabeparameter verwendet, falls dies nicht anders vermerkt ist:

$$\alpha_s(m_Z) = 0,1176 \quad (5.1)$$

$$G_F = 1,16637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (5.2)$$

$$M_W = 80,398 \text{ GeV} \quad (5.3)$$

$$M_Z = 91,1876 \text{ GeV} \quad (5.4)$$

Aus diesen Werten wurde durch SM-Relationen auf Baumgraphen-Niveau die QED Feinstrukturkonstante und das Quadrat des Sinus des Weinbergwinkels berechnet:

$$\alpha = 1/132,34070 \quad (5.5)$$

$$\sin^2 \theta_W = 0,2264585 \quad (5.6)$$

Als Schwerpunktsenergie des Proton-Proton Kolliders wurden 14 TeV gewählt. Um zu gewährleisten, dass die Leptonen im Endzustand einzeln vom Detektor erkannt werden können, werden folgende Phasenraumschnitte gewählt:

$$pT_l > 20 \text{ GeV} \quad (5.7)$$

$$R_u > 0,3 \quad (5.8)$$

$$|\eta| < 2,5 \quad (5.9)$$

Des Weiteren wurde für die ZZW und WWZ Produktion eine minimale invariante Masse für alle Paare entgegengesetzt geladener Leptonen eingeführt

$$m_{ll} > 15 \text{ GeV}, \quad (5.10)$$

um Singularitäten durch Photonen zu vermeiden.

Damit das zusätzliche Parton in der reellen Emission als Jet identifiziert wird, muss gelten:

$$p_T > 20 \text{ GeV} \quad (5.11)$$

$$|\eta| < 4,5 \quad (5.12)$$

Für die Renormierungs- und Faktorisierungsskala wurde als dynamische Skala die invariante Masse des 3-Eichbosonensystems gewählt:

$$\mu_R = \mu_F = m_{VVV}. \quad (5.13)$$

Als Partonverteilungen werden für die führende Ordnung CTEQ6L1, und für die nächstführende Ordnung CTEQ6M verwendet [67].

Auch wenn im folgenden Kapitel alle Prozesse anhand der produzierten schwachen Eichbosonen benannt werden, so beinhalten jedoch alle angegebenen Wirkungsquerschnitte schon die Zerfälle in die Leptonen, wobei aber immer nur ein Endzustand mit drei verschiedenen Generationen von Leptonen berücksichtigt wird.

5.2 Validität der Implementierung

In der Berechnung der Matrixelemente und Wirkungsquerschnitte wurden verschiedene Annahmen getroffen, um die Rechnungen zu vereinfachen. Dies ist zum einen die Vernachlässigung der Leptonmassen, insbesondere der Tau-Masse von 1,7768 GeV. In der SM-Rechnung wurde gezeigt, dass diese Vernachlässigung ein Fehler von ca 1% im Wirkungsquerschnitt mit sich bringt [21]. Grund dafür ist vor allem die nicht mehr vorhandene Kopplung des Higgs-Bosons an das Tau, da diese Kopplung proportional zur Masse des Tau ist. In den hier betrachteten Modellen existiert jedoch kein Higgs-Boson, sodass diese Fehlerquelle nicht vorhanden ist. Allerdings hat die Masse eines Fermions Einfluss auf dessen Kopplung an Eichbosonen, da die Wellenfunktionen der Fermionen von deren Masse abhängig sind. Für das MMLM führt dies zu relativen Veränderungen der Kopplung gegenüber masselosen Fermionen. Im Falle der Kopplung des W an ein Tau und ein Antitau-Neutrino liegt die Änderung in der Größenordnung 10^{-7} für $M_F = 1800 \text{ GeV}$ und ist somit vernachlässigbar. Weiterhin wird die CKM Matrix als Einheitsmatrix angenommen, was in der SM-Rechnung zu Fehlern im Bereich von 2% führt. Da am Quarksektor nichts verändert wurde, wird angenommen, dass dieser Fehler auch hier diese Größenordnung besitzt. Ebenfalls werden Interferenzefekte von identischen Fermionen im Endzustand vernachlässigt, was einen Fehler von wenigen Prozent in den totalen Wirkungsquerschnitten ausmacht [21].

Eine weitere wichtige Annahme ist, dass die Beiträge von Bottom- und Top-Quarks im Anfangszustand aufgrund der unterdrückten Partonverteilungen vernachlässigbar sind. In der SM-Rechnung wurde argumentiert, dass dies für die dort auftretenden typischen Impulsbruchteile x der Partonen von 3% des Protonimpulses und Skalen in der Größenordnung von $3 m_W$ eine gute Näherung darstellt [21]. Das Top-Quark spielt

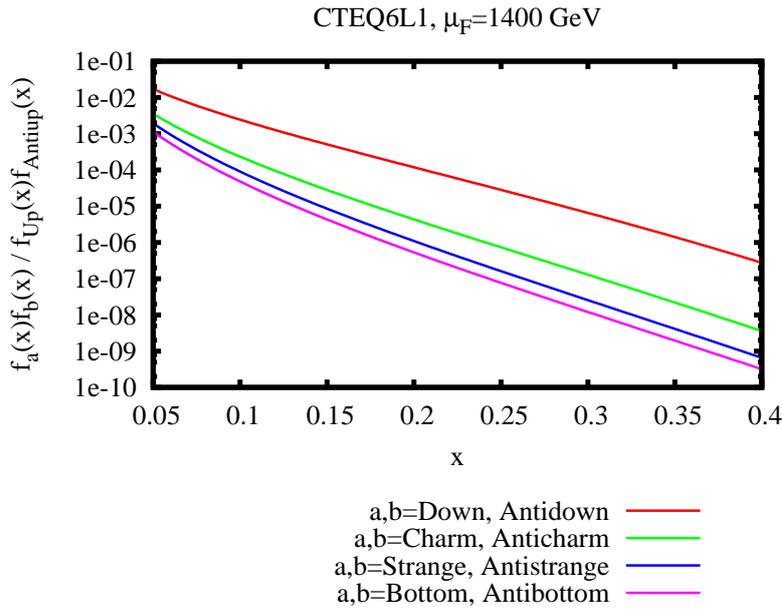


Abbildung 5.1: Produkt der Partonverteilungen von verschiedenen Quark-Antiquark-Paaren relativ zu Up-Antiup.

wegen seiner immensen Masse auch hier keine Rolle und wird in den Partonverteilungen komplett vernachlässigt. Da jedoch in higgslosen Modellen durch die schweren Resonanzen auch Ereignisse mit sehr hohen x maßgeblich zum Wirkungsquerschnitt beitragen, muss die Vernachlässigung der Bottom-Quarks im Anfangszustand bei diesen x und den entsprechenden Skalen noch näher geprüft werden. Da nur bei der WWZ Produktion Bottom-Quarks im Anfangszustand auftauchen, ohne dass gleichzeitig Top-Quarks involviert sind, ist der einzig interessante Anfangszustand also $b\bar{b}$. Typische x , die bei resonanter Produktion der KK -Anregungen auftreten sind je nach Resonanzmasse 0,1 bis 0,4. Als typische Skala bei solchen Ereignissen dient die invariante Masse der drei Eichbosonen, welche für resonante Streuung mit einer 700 GeV Resonanz bei ungefähr

$$m_{WWZ} \approx 2m_{W'} \approx 1400 \text{ GeV} \quad (5.14)$$

angenommen wird. Wie Abbildung 5.1 zeigt, ist das Produkt der Partonverteilungen bei gleichen x für Bottom-Quarks im Anfangszustand um mindestens 3 Größenordnungen kleiner als das für Up-Quarks, und somit vernachlässigbar.

Als letztes ist noch zu überprüfen, ob die Vernachlässigung der Kopplungen von schweren Eichbosonen an masselose SM-Fermionen eine gute Näherung darstellt. Dafür wurde eine MadGraph-Implementierung [55; 56] des MHLM benutzt, mit der das Matrixelement in führender Ordnung inklusive aller Kopplungen des Z' an Fermionen berechnet wird, siehe dazu auch Anhang C. Dies wurde in VBFNLO eingebunden und kann zusätzlich zu der Matrixelementberechnung von VBFNLO aufgerufen werden. Die dafür zusätzlichen Kopplungen werden in `kk_coup1_inp` berechnet. Ein Test besteht nun darin, die Z' -Kopplungen an Fermionen trotzdem auf Null zu setzen. Die beiden Matrixelemente sollten dann übereinstimmen. Wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist, ist dies für die WWZ Produktion bis auf kleine numerische Schwankungen der Fall. Die anderen Prozesse zeigen dasselbe Verhalten.

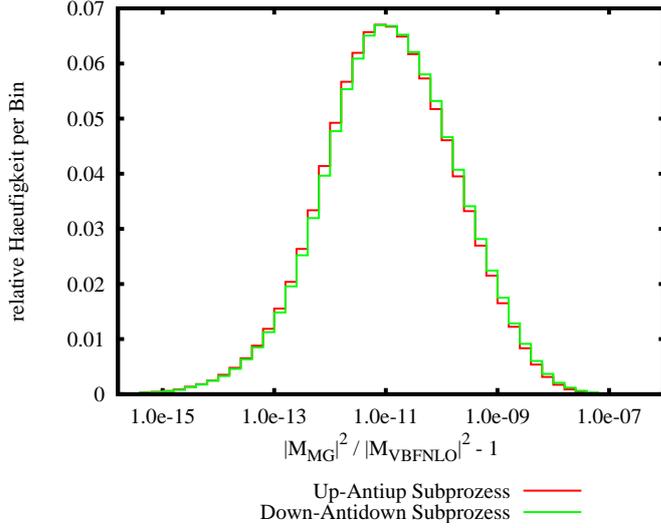


Abbildung 5.2: Relative Häufigkeit per Bin der relativen Abweichungen zwischen VBFNLO und MadGraph Matrixelement in führender Ordnung für die WWZ Produktion.

Prozess	σ_{MG} [fb]	$\Delta\sigma_{MC}$ [%]	σ_{VBFNLO} [fb]	$\Delta\sigma_{MC}$ [%]	$\frac{\sigma_{MG}}{\sigma_{VBFNLO}} - 1$ [%]
$W^+W^-W^+$	0.25984	0.04	0.25491	0.04	1,9
W^+W^-Z	0,051014	0,05	0,053338	0,04	-4,4
ZZW^+	0.013588	0.06	0.013071	0.04	4,0

Tabelle 5.1: Vergleich der Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Prozesse in führender Ordnung, einmal mit Hilfe des vollen Matrixelements von MadGraph und einmal mit dem von VBFNLO

Damit können aber auch Wirkungsquerschnitte und Verteilungen verglichen werden, die einmal mit dem vollständigen Matrixelement aus MadGraph inklusive aller Kopplungen und andererseits durch VBFNLO berechnet wurden.

Wie man Tabelle 5.1 entnehmen kann, ist der Unterschied im totalen Wirkungsquerschnitt für die $W^+W^-W^+$ Produktion am geringsten, während er für die WWZ und ZZW^+ Produktion etwa 4% beträgt. Die Ergebnisse liegen damit deutlich außerhalb der sehr kleinen Fehler aus der Monte Carlo Integration, sind jedoch wesentlich kleiner als die Skalenunsicherheit in führender und nächstführender Ordnung¹.

Weiterhin ist noch zu untersuchen, wie sich die differentiellen Wirkungsquerschnitte unter der Vernachlässigung der Z' -Kopplungen an die SM-Fermionen ändern. Zum einen besteht im MadGraph Matrixelement zusätzlich die Möglichkeit, dass das Z' , nachdem es von der Quarklinie abgestrahlt wurde, in 2 SM W -Bosonen zerfällt, welche dann weiter in Leptonen zerfallen. Dies dürfte für die WWW Produktion die entscheidendste Vernachlässigung darstellen. Die Änderung sollte sich in der W^+W^- invarianten Masse in der Höhe der KK-Resonanz niederschlagen. Wie Abbildung 5.3 zeigt,

¹Dabei wurde angenommen, dass die Skalenvariation des totalen Wirkungsquerschnittes des RS-Modells mit der ersten KK-Resonanz bei 700 GeV sich nicht sehr stark vom MHLM mit $m_{W'} = 500$ GeV unterscheidet. Zwar ist die Masse der Resonanz niedriger im MHLM, und damit auch die x Werte der beteiligten Partonen, aber dafür ist sie auch deutlich höher, weshalb sie einen stärkeren Einfluss auf den totalen Wirkungsquerschnitt hat, siehe dazu auch Abschnitt 5.3.

ist die Änderung relativ klein, und beträgt ca. 4% des differentiellen Wirkungsquerschnittes der VBFNLO Resonanz. Dies ist erheblich kleiner als die Skalenvarianz in führender Ordnung und etwa zwei Drittel der Skalenvarianz in nächstführender Ordnung, siehe Abschnitte 5.3 und 5.4. Für die WWZ Produktion gibt es eine weit-

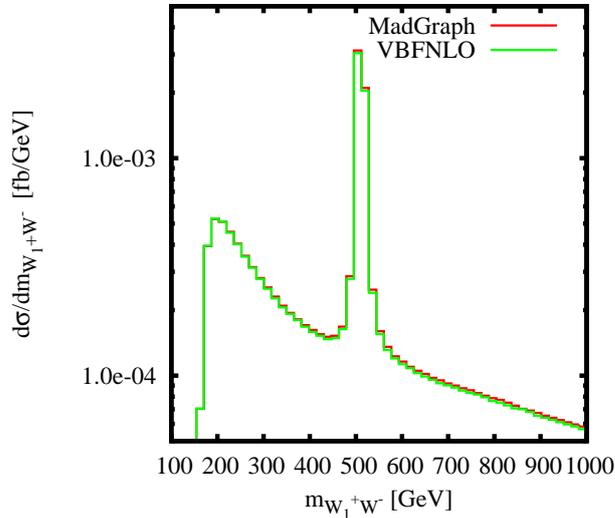


Abbildung 5.3: Vergleich der $W_1^+W^-$ invarianten Masse für das volle Matrixelement (MadGraph) und die VBFNLO Näherung für die $W^+W^-W^+$ Produktion.²

ere entscheidende Vernachlässigung. Dabei vernichten sich die beiden Quarks im Anfangszustand nur in ein Z' , welches dann weitere SM-Eichbosonen abstrahlt oder selbst in solche zerfällt, und diese letztendlich weiter in die 4 Leptonen und 2 Neutrinos zerfallen. Da in diesem Prozess auch rechtshändige Quarks einen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefern, was bei WWW oder ZZW nicht der Fall ist, spielt hier vor allem die beträchtliche Kopplung des Z' an rechtshändige Quarks eine Rolle. Diese Änderung sollte sich vor allem in der WWZ invarianten Masse sichtbar machen. In Abbildung 5.4 ist deutlich die Resonanz bei 500 GeV zu erkennen, die aufgrund der Abstrahlung nur eines Z' von der Quarklinie zustande kommt. Weiterhin ist zu bemerken, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt für hohe invariante Massen niedriger liegt als in der VBFNLO Rechnung, was trotz der kleinen Z' Resonanz zu einem etwas höheren totalen Wirkungsquerschnitt in dem Ergebnis mit dem VBFNLO Matrixelement führt. Grund dafür ist, dass die Kopplung des Z' an ein W und W' oder zwei W immer das entgegengesetzte Vorzeichen der Kopplung für das Z hat, weswegen sich die Beiträge der beiden teilweise wegheben. Dies zeigt sich auch in der Höhe der W' Resonanz, die mit dem MadGraph Matrixelement um 5,7% niedriger ist als mit VBFNLO und damit nahe an die Skalenvarianz in nächstführender Ordnung QCD heran reicht. Für höhere Resonanzmassen würden diese Fehler deutlich kleiner werden, da die Kopplung des Z' an rechtshändige Quarks schnell abfällt, jedoch steht das Modell dann im Widerspruch zu elektroschwachen Präzisionsmessungen.

Bei Betrachtung aller Feynman-Diagramme für die ZZW^+ Produktion kommen lediglich solche hinzu, bei denen ein von der Quarklinie, Eichbosonen oder virtuellen

²Die $W_1^+W^-$ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit der niedrigeren Generation und dem negativ geladenen Lepton, sowie den dazugehörigen Neutrinoimpulsen gebildet.

Leptonen abgestrahltes Z' in weitere Leptonen zerfällt. Dies führt zu Z' -Resonanzen in den invarianten Massen von Leptonpaaren der gleichen Generation, wie in Abbildung 5.5 gezeigt, die von VBFNLO vernachlässigt werden. Zur Untersuchung dieser Resonanzen bieten sich jedoch andere Prozesse wie z.B. die Drell-Yan-Produktion eher an, da sie einen wesentlich größeren totalen Wirkungsquerschnitt aufweisen. Die Änderungen für die W' Resonanz, z.B. in der $Z_1 W^+$ invarianten Masse, sind mit 4% des differentiellen Wirkungsquerschnittes auf der Resonanz im Rahmen der Skalenvariation der nächstführenden Ordnung, vergleiche Abschnitt 5.4.

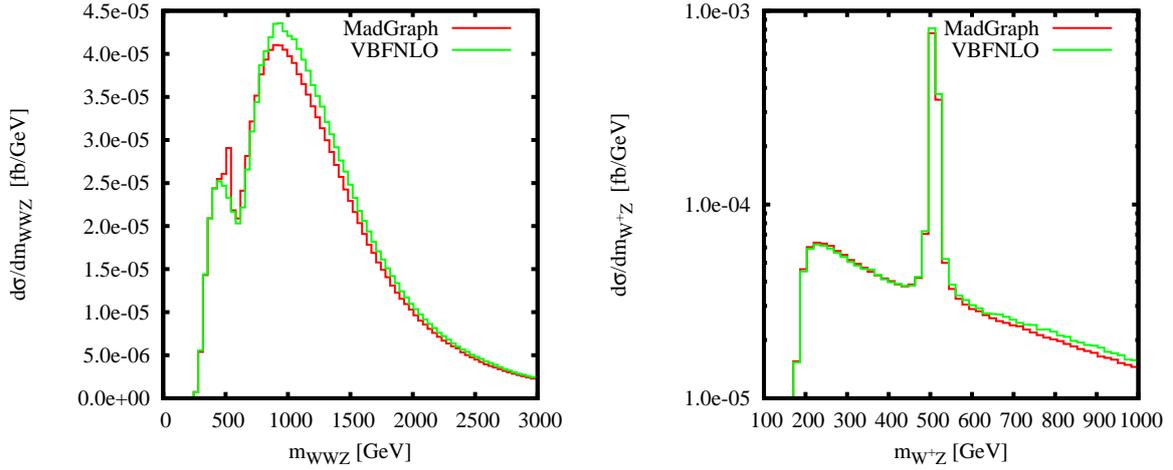


Abbildung 5.4: Vergleiche der differentiellen Wirkungsquerschnitte für VBFNLO und MadGraph Matrixelemente in der WWZ Produktion für die invariante WWZ Masse (links) und die invariante W^+Z Masse (rechts).

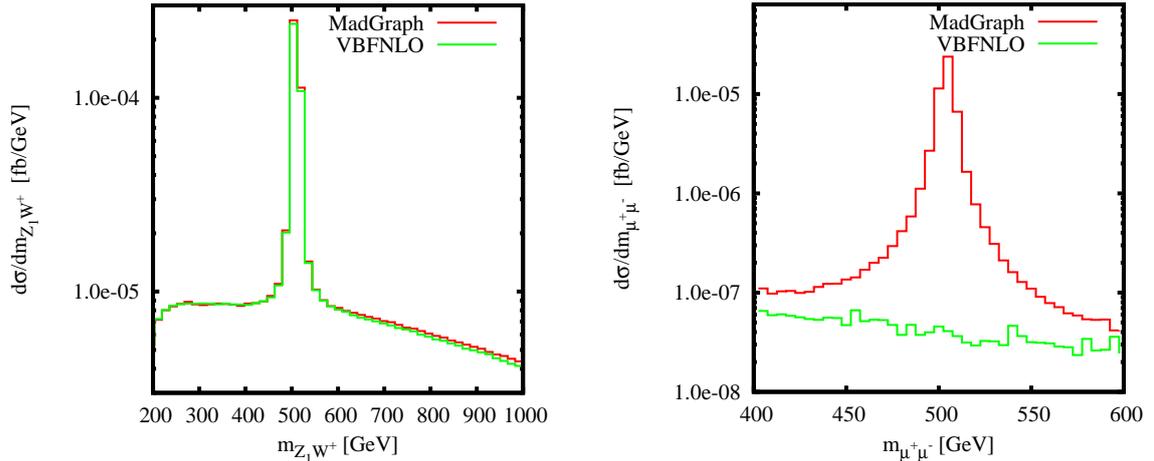


Abbildung 5.5: Vergleiche der invarianten Massen von $Z_1 W^+$ (links) und $\mu^+ \mu^-$ (rechts) bei der ZZW Produktion mit dem vollem Matrixelement von MadGraph und dem genäherten von VBFNLO.³

Die Vernachlässigung der Z' -Kopplung an Fermionen liefert in führender Ordnung also Ergebnisse, die im Rahmen der Skalenvariation nach Abschnitt 5.3 liegen. Stellt sich noch die Frage ob dies für die NLO QCD Korrekturen zutrifft. Für die Pentagonkorrekturen ist dies höchstwahrscheinlich der Fall, da in den Diagrammen der Topologie I die Eichbosonen immer an zwei Fermionlinien koppeln, und nichtverschwindende Beiträge nur dann vorkommen, wenn die involvierten Quarks linkshändig sind, da immer mindestens ein W -Boson von der Quarklinie emittiert wird. Aufgrund der geringen Kopplung des Z' an linkshändige Quarks und zusätzlich noch des direkten Zerfalls des Z' in Leptonen sollten die Auswirkungen hier vernachlässigbar klein sein.

Da die Vertexkorrekturen proportional zum Matrixelement in führender Ordnung sind, sollten die relativen Fehler dieselben sein wie in führender Ordnung. Es bleiben somit noch die Boxkorrekturen bei den virtuellen Korrekturen. Die signifikanteste Änderung sollte hierbei in der WWZ Produktion auftreten, da es hier Feynman-Graphen gibt, bei denen kein W -Boson von der Quarklinie emittiert wird, und somit wieder rechtshändige Quarks beitragen, die eine relativ starke Kopplung an das Z' besitzen. Da die vollständige Rechnung eine aufwändige Modifikation der partonischen Tensoren benötigen würde, um den durch die Emission des Z' von der Quarklinie zusätzlichen leptonen Tensor zu berücksichtigen, wurde nach anderen Wegen gesucht, diesen Einfluss zu quantifizieren. Für polarisierte Up oder Down ähnliche Quarks gibt es eine einfachere Möglichkeit das Matrixelement $\tilde{\mathcal{M}}_{Box}$ inklusive aller Z' Kopplungen zu berechnen:

$$\tilde{M}_{Box} = P_{\mu\nu}^{II,u\bar{u}} \left(J_{lep}^{\mu\nu} + J_{lep}^{\nu\mu} \right). \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} J_{lep}^{\mu\nu} &= g_{Zu\bar{u}} g_{Zu\bar{u}} J_Z^{I\mu} J_Z^{II\nu} + g_{Au\bar{u}} g_{Zu\bar{u}} J_A^{I\mu} J_Z^{II\nu} + g_{Z'u\bar{u}} g_{Zu\bar{u}} J_{Z'}^{I\mu} J_Z^{II\nu} \\ &+ g_{Zu\bar{u}} g_{Au\bar{u}} J_Z^{I\mu} J_A^{II\nu} + g_{Au\bar{u}} g_{Au\bar{u}} J_A^{I\mu} J_A^{II\nu} + g_{Z'u\bar{u}} g_{Au\bar{u}} J_{Z'}^{I\mu} J_A^{II\nu} \\ &+ g_{Zu\bar{u}} g_{Z'u\bar{u}} J_Z^{I\mu} J_{Z'}^{II\nu} + g_{Au\bar{u}} g_{Z'u\bar{u}} J_A^{I\mu} J_{Z'}^{II\nu} + g_{Z'u\bar{u}} g_{Z'u\bar{u}} J_{Z'}^{I\mu} J_{Z'}^{II\nu} \\ &= \left[\left(g_{Zu\bar{u}} J_Z^{I\mu} + g_{Z'u\bar{u}} J_{Z'}^{I\mu} \right) + g_{Au\bar{u}} J_A^{I\mu} \right] \left[\left(g_{Zu\bar{u}} J_Z^{II\nu} + g_{Z'u\bar{u}} J_{Z'}^{II\nu} \right) + g_{Au\bar{u}} J_A^{II\nu} \right] \end{aligned} \quad (5.16)$$

Die leptonen Tensoren des Z' können also zu denen des Z addiert werden, um dann mit der Summe der beiden wie im SM weiterzurechnen. Ein Problem ist jedoch, dass die Kopplungen des von der Quarklinie abgestrahlten Eichbosons erst in den Routinen für die partonischen Tensoren hinzugefügt werden, die Kopplung des Z' an Quarks sich aber von der des Z unterscheidet. Dies kann umgangen werden, indem man nicht nur den Z' -Tensor aufaddiert, sondern

$$J_{Z+Z'}^\mu = J_Z^\mu + \frac{g_{Z'u\bar{u}}}{g_{Zu\bar{u}}} J_{Z'}^\mu. \quad (5.17)$$

Durch Multiplikation mit der entsprechenden Z -Kopplung in der Routine für die partonischen Tensoren erhalten dabei beide leptonen Tensoren ihre richtige Kopplung an die Quarklinie. Da sich aber das Verhältnis der Kopplungen von Z und Z' an links- und

³Die $Z_1 W^+$ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des Lepton-Antilepton-Paares mit der niedrigeren Generation, sowie den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit dem dazugehörigen Neutrino gebildet.

rechtshändige Up- oder Down-Quarks unterscheidet, wie in Abb. 4.3 gezeigt wurde, ist es nötig die Polarisierungen und Flavours der Quarks einzeln zu betrachten. Das für die Berechnung des Wirkungsquerschnittes notwendige Matrixelement in führender Ordnung, siehe Gleichung 4.37, wurde dabei für den entsprechenden Anfangszustand von der MadGraph Implementierung berechnet. Die oben beschriebene Methode funktioniert nämlich nicht für Feynman-Graphen wie in Abbildung 5.6, weil dort Up-Quarks im Anfangszustand vorkommen, aber das Z' und Z auch an Down-Quarks koppelt.

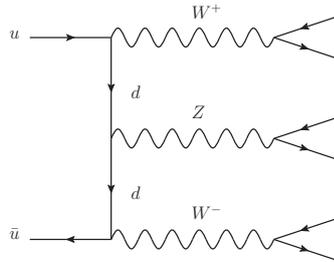


Abbildung 5.6: Feynman-Graph für den die im Text beschriebene Methode der Addition der Z und Z' Tensoren nicht funktioniert.

Bei der Untersuchung dieser Beiträge stellte sich heraus, dass der Anfangszustand mit linkshändigen Quarks für die SM-Rechnung einen um den Faktor 450 größeren Beitrag zum totalen, über die Quarkspins gemittelten Wirkungsquerschnitt lieferte als der für rechtshändige Quarks. Dies änderte sich zwar dramatisch, wenn man die Z' -Kopplungen einschaltete, da sich die Beiträge dann nur noch um einen Faktor 70 unterschieden. Dies ist aber immer noch unbedeutend gegenüber dem Beitrag der linkshändigen Quarks. Die Erhöhung des Wirkungsquerschnitts für rechtshändige Quarks kommt dabei durch die Z' -Resonanz in der W^+W^- invarianten Masse, wie Abbildung 5.7 zeigt. Somit bleibt festzuhalten, dass der Einfluss der Z' -Kopplungen auf die virtuellen Korrekturen gegenüber den Fehlern in der führenden Ordnung Störungstheorie minimal ist.

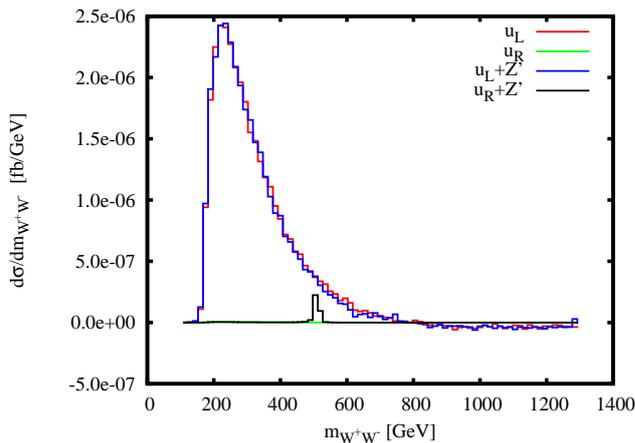


Abbildung 5.7: Vergleich der differentiellen Wirkungsquerschnitte der W^+W^- invarianten Masse für die Boxkorrekturen in der WWZ Produktion mit und ohne Z' -Fermionkopplungen.

Für die reelle Emission wird angenommen, dass die Fehler durch die Vernachlässigung der Z' -Fermion-Kopplungen von gleicher Größenordnung sind wie in führender Ordnung QCD, da die vernachlässigten Effekte wie Z' Resonanzen in den invarianten Massen von Leptonpaaren oder in der WWZ invarianten Masse die gleichen sind.

Anfangszustände	ohne Z'		mit Z'	
	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]
$u_L\bar{u}_L + c_L\bar{c}_L$	4.58E-04	0.5	4.51E-04	0.6
$u_R\bar{u}_R + c_R\bar{c}_R$	1.03E-06	0.3	6.22E-06	0.5

Tabelle 5.2: Vergleich der Beiträge verschieden polarisierter Anfangszustände zum totalen Wirkungsquerschnitt der Boxkorrekturen für die WWZ Produktion im MHLM mit $m_{W'} = 500$ GeV. Alle Beiträge wurden schon mit dem Faktor $1/4$ für die Mittelung über alle Quarkspins multipliziert.

Für das RS-Modell werden die Fermionkopplungen auf ihren SM-Werten belassen, die WWZ Kopplung weicht dagegen im Allgemeinen vom SM-Wert ab. Dies führt dazu, dass sich bestimmte Beiträge von unterschiedlichen Feynman-Diagrammen zu einem Matrixelement, wie z.B. in Abbildung 5.8, nicht mehr vollständig gegenseitig wegheben.

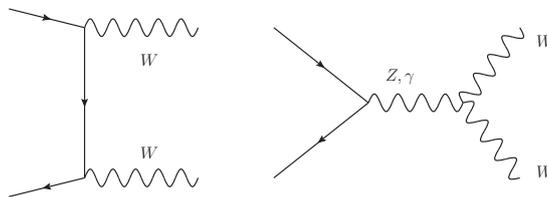


Abbildung 5.8: Feynman-Graphen zur WW Produktion, bei denen eine geänderte WWZ Kopplung zur Unitaritätsverletzung führt, vergleiche [68].

Dies kann unter anderem zu einem veränderten Verhalten der differentiellen Wirkungsquerschnitte bei hohen Impulsüberträgen führen. Um dies zu untersuchen, wurden die differentiellen Wirkungsquerschnitte für hohe invariante Massen von zwei und drei Eichbosonen miteinander verglichen. Abbildung 5.9 zeigt zwei Beispiele daraus, eines aus der ZZW^+ Produktion, und ein zweites Beispiel aus der WWZ Produktion. Offensichtlich zeigen die higgslosen Modelle und Implementierungen alle das gleiche Hochenergieverhalten in den beiden Prozessen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für das Standardmodell ohne Higgs-Resonanz, siehe Abschnitt 5.5 SM / H, liegt dagegen deutlich niedriger. Grund dafür ist, dass die Prozesse immer zwei verschiedene invariante Massen von zwei Eichbosonen besitzen, die KK-Resonanzen aufweisen. So kann bei sehr hohen Werten einer invarianten Masse immer noch die andere invariante Masse resonant sein, was zu einem erhöhten differentiellen Wirkungsquerschnitt gegenüber dem Standardmodell führt. Interessant ist ebenfalls, dass die Verläufe der beiden MHLM Implementierungen mit denen des RS-Modells auch oberhalb von 3 TeV übereinstimmen, da für das MHLM mit $m_{W'} = 500$ GeV die Unitaritätsgrenze aus der Streuung der SM W und Z bei knapp 3 TeV liegt [31], für das RS-Modell liegt die Gültigkeitsgrenze der Theorie aus naiver dimensionaler Analyse jedoch bei über 4 TeV bzw. aus der WZ Streuung bei über 7 TeV, vergleiche Abschnitt 3.3. Grund hierfür ist

⁴Die Z_2W^+ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des Lepton-Antilepton-Paares mit der höheren Generation, sowie den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit dem dazugehörigen Neutrino gebildet.

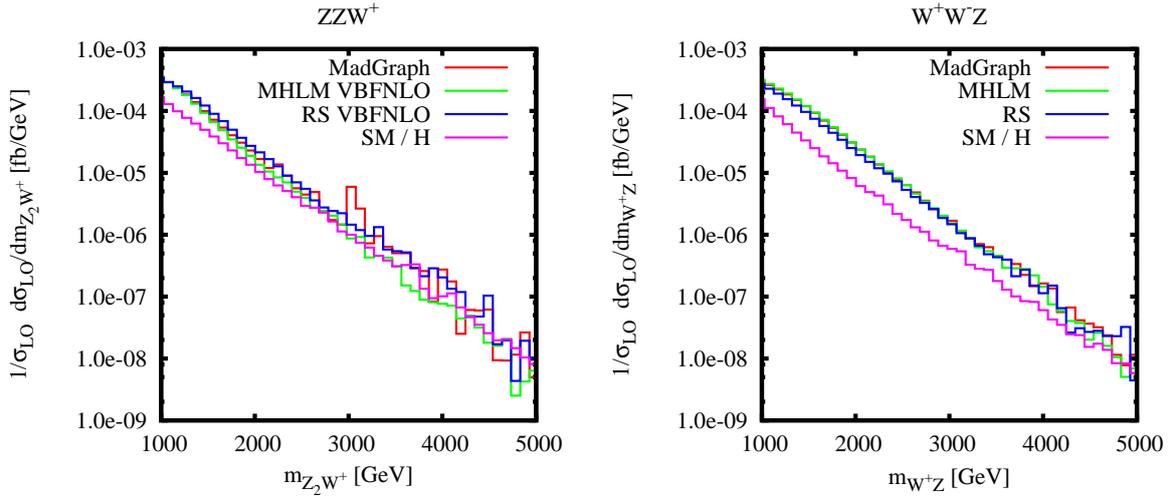


Abbildung 5.9: Auf den totalen Wirkungsquerschnitt normierte differentielle Wirkungsquerschnitte der $Z_2 W^+$ invarianten Masse bei der ZZW^+ Produktion und der $W^+ Z$ invarianten Masse bei der $W^+ W^- Z$ Produktion für verschiedene higgslose Modelle und das Standardmodell ohne Higgs, siehe Abschnitt 5.5.⁴

wohl, dass bei solch hohen invarianten Massen die Feynman-Graphen der Topologie I den Hauptbeitrag liefern. Diese sind nicht durch Propagatoren von Eichbosonen mit extrem großen Impulsüberträgen unterdrückt und zeigen auch nicht die Divergenzen wie bei Feynman-Graphen, die eine Streuung der Eichbosonen untereinander enthalten.

Des Weiteren wurde die Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes von der Anzahl der berücksichtigten KK-Resonanzen untersucht. Tabelle 5.3 zeigt, dass der totale Wirkungsquerschnitt für zwei oder mehr berücksichtigte KK-Resonanzen sich kaum noch ändert, was einerseits an den hohen Massen liegt, und andererseits an den sehr kleinen Kopplungen der KK-Resonanzen an die SM Eichbosonen für KK-Indizes größer als 2. Dies hat zur Folge, dass nur jeweils die erste KK-Anregung in den invarianten Massen als Resonanz sichtbar ist. Die starken Änderungen von 1,1,0 hin zu 1,1,1 bei der $W^+ W^- W^+$ Produktion haben ihre Ursache in den modifizierten Summenregeln für endlich viele KK-Anregungen aus Gleichungen 4.15 und 4.16. Durch sie wird die WWZ_1 Kopplung so modifiziert, dass die Summenregeln erfüllt werden, die Kopplung aber dann nicht mehr mit der aus Gleichung 3.56 berechneten übereinstimmt.

Prozess	$W^+ W^- W^+$		$W^+ W^- Z$		ZZW^+	
	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]
1,1,0	0.28178	0.06	0.02350	0.08	0.004180	0.15
1,1,1	0.13736	0.07	0.02350	0.08	0.004180	0.15
2,2,2	0.13644	0.07	0.02335	0.09	0.004138	0.12
3,3,3	0.13647	0.07	0.02334	0.09	0.004138	0.11
4,4,4	0.13642	0.07	0.02335	0.09	0.004144	0.13

Tabelle 5.3: Totale Wirkungsquerschnitte der drei verschiedenen Prozesse in Abhängigkeit von der Anzahl der berücksichtigten KK-Resonanzen. Die Anzahl der W Anregung ist k , die für die Z ist durch l gegeben und m ist die Anzahl der Photonanregungen.

5.3 WWW, WWZ und ZZW Produktion in führender Ordnung

Skalenabhängigkeit

Prozess:	$W^+W^-W^+$		W^+W^-Z		ZZW^+	
μ_F [GeV]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]
250	0,15353	0,07	0,025951	0,07	0,0046206	0,06
500	0,1479	0,07	0,024977	0,05	0,0044251	0,07
700	0,14485	0,07	0,024440	0,05	0,0043240	0,07
1000	0,14275	0,08	0,024066	0,05	0,0042507	0,07
1250	0,14108	0,07	0,023801	0,06	0,0041909	0,07
1500	0,13987	0,07	0,023596	0,05	0,0041454	0,07
m_{VVV}	0,13642	0,07	0,023351	0,05	0,0041338	0,07

Tabelle 5.4: Skalenvariation der totalen Wirkungsquerschnitte in führender Ordnung für das RS-Modell mit $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$

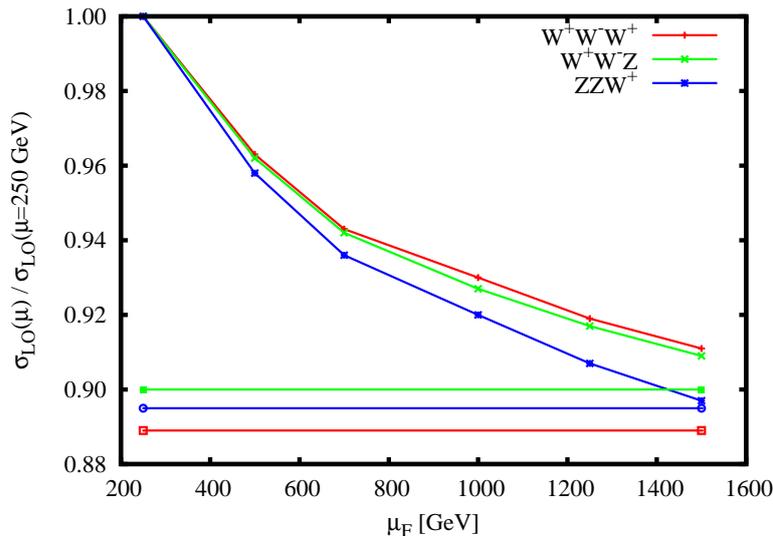


Abbildung 5.10: Skalenvariation der einzelnen Prozesse. Die horizontalen Linien geben die Änderung für die dynamische Skala m_{VVV} gegenüber 250 GeV an.

Für die Produktion dreier Eichbosonen wurde in führender Ordnung im Standardmodell eine sehr geringe Skalenabhängigkeit gefunden, siehe Abschnitt 2.3. Geht man dagegen zu higgslosen Modellen über, so findet man in der führenden Ordnung eine erheblich höhere Skalenvarianz der totalen Wirkungsquerschnitte wie man aus Tabelle 5.4 und Abbildung 5.10 entnehmen kann. Die Skalenvariation liegt dabei zwischen 8% und 11%, je nach betrachtetem Prozess und Skalenbereich. Der Grund dafür sind die KK-Resonanzen. Zum einen ändert sich dadurch die typische Skala bei den Prozessen, welche im Fall des Standardmodells bei ungefähr der Summe der Massen der drei Eichbosonen liegt:

$$\mu \approx m_{VVV} \approx \sum_{i=1}^3 m_{V_i}, \quad (5.18)$$

vergleiche [22; 23]. Die Masse der ersten KK-Resonanzen bilden dagegen eine weitere typische Skala in dem Prozess und sorgen außerdem dafür, dass auch noch bei invarianten Massen von

$$m_{VV} \approx 2m_{W'} \quad (5.19)$$

ein erheblicher Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt generiert wird. Weiterhin können die bei resonanter Produktion über die KK-Resonanzen involvierten x der Partonen wesentlich größer sein als die im Bereich des Kontinuums bei $m_{VV} < m_{W'}$, wie Abbildung 5.11 zu entnehmen ist.

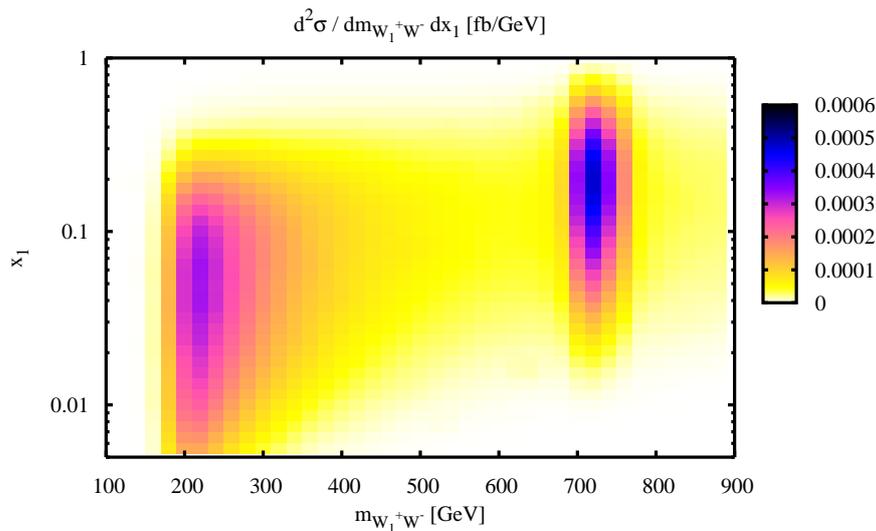


Abbildung 5.11: Zweifach differenzieller Wirkungsquerschnitt über dem Impulsbruchteil x_1 eines Partons und der $m_{W_1^+W^-}$ invarianten Masse für die $W^+W^-W^+$ Produktion im RS-Modell mit $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1.5}$

Betrachtet man nun die Partonverteilungen, z.B. für ein Up-Quark wie in Abbildung 5.12, so erkennt man, dass für kleine x eine Erhöhung der Skala μ dazu führt, dass die Wahrscheinlichkeit dieses Quark mit dem Impulsbruchteil x des Protons zu finden leicht ansteigt. Für größere x dagegen sinkt die Wahrscheinlichkeit mit steigender Skala, und je größer x ist, desto schneller sinkt die Wahrscheinlichkeit. Der Partonfluss, welcher proportional zu $f_1(x_1, \mu^2)f_2(x_2, \mu^2)$ ist, zeigt somit eine starke Abhängigkeit von der gewählten Skala.

Dieses Verhalten der Partonverteilungen schlägt sich dabei in den differentiellen Wirkungsquerschnitten nieder. Besonders deutlich wird dies bei den invarianten Massen zweier Eichbosonen, welche eine KK-Resonanz enthalten. Da die x auf den Resonanzen sehr groß sind, schwankt für diesen Phasenraumbereich der Fluss der Partonen mit sich ändernder Skala besonders stark, was sich wiederum stark auf die Höhe der KK-Resonanzen auswirkt.

⁵Die $W_1^+W^-$ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit der niedrigeren Generation und dem negativ geladenen Lepton, sowie den dazugehörigen Neutrinoimpulsen gebildet. Für die Z_1W^+ invariante Masse werden die Impulse des Lepton-Antilepton-Paares mit der niedrigeren Generation, sowie die Impulse des positiv geladenen Leptons mit dem dazugehörigen Neutrino herangezogen.

Wie Abbildung 5.13 zeigt, nimmt die Höhe der ersten KK-Resonanzen von Z und Photon mit steigender Skala stark ab. Bei $\mu = 250$ GeV ist die Z_2 -Resonanz um 21% höher als bei $\mu = 1500$ GeV. Für die dynamische Skala $\mu = m_{VVV}$ gegenüber $\mu = 250$ GeV ist die Resonanz bei letzterer Skala sogar um 25% höher. Da für den Prozess ZZW^+ die resonante Produktion aufgrund des kleinen Kontinuums wesentlich wichtiger ist als z.B. für $W^+W^-W^+$, schlägt sich der starke Abfall der Resonanz hier auch wesentlich deutlicher im totalen Wirkungsquerschnitt nieder. Daraus resultiert, dass die ZZW^+ Produktion die größte Skalenabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes der drei betrachteten Prozessen besitzt.

Weiterhin ist in Abbildung 5.14 zu sehen, dass das Kontinuum für die WWW Produktion unterhalb von $m_{W_1^+W^-} = 280$ GeV mit steigender Skala zunimmt, also genau das entgegengesetzte Verhalten der KK-Resonanz zeigt, während dieser Effekt für das ZZW^+ Kontinuum etwas kleiner ist. Zudem ist das Kontinuum auch noch wesentlich kleiner als für die WWW Produktion.

Dies erklärt auch die kleiner werdende Diskrepanz in der Skalenvariation in Abbildung 5.10 zwischen der $\mu = 1500$ GeV und $\mu = m_{VVV}$ Skala von der WWW über die WWZ hin zur ZZW Produktion. Da in dieser Reihenfolge das Verhältnis der Beiträge von Kontinuum und Resonanz zum totalen Wirkungsquerschnitt immer mehr in Richtung Resonanz geht, wirkt sich das leichte Anwachsen des Kontinuums bei steigenden festen Skalen für letztere Prozesse weit weniger aus und das Skalenverhalten wird lediglich durch den Abfall der Resonanzhöhe bestimmt. Für die dynamische Skala $\mu = m_{VVV}$ ist im Bereich des Kontinuums m_{VVV} wesentlich kleiner als 1500 GeV, sodass es hier ebenfalls kein Anwachsen des Kontinuums gegenüber $\mu = 250$ GeV gibt, sondern nur den sehr starken Abfall der Resonanzhöhe. Der gegenläufige Effekt von anwachsendem Kontinuum und abfallender Resonanz, welcher bei WWW wesentlich stärker ist als bei ZZW , ist somit für die steigende Diskrepanz verantwortlich.

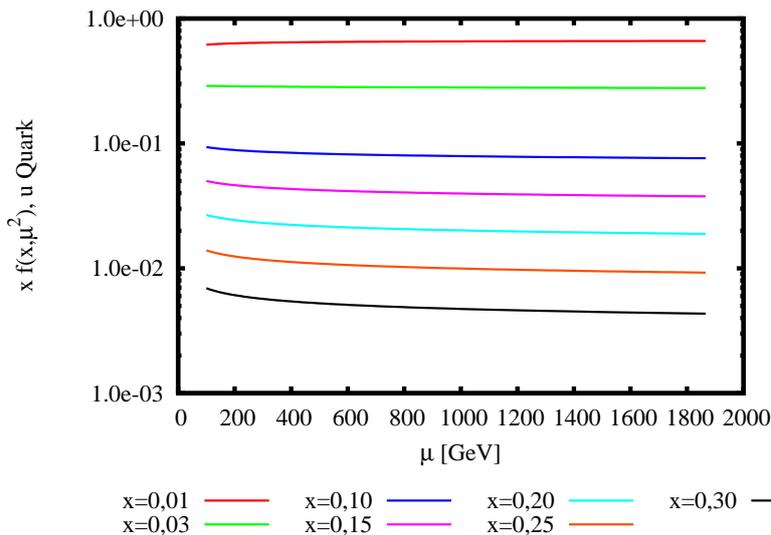


Abbildung 5.12: Abhängigkeit der CTEQ6L1 Partonverteilung für Up Quarks von μ bei verschiedenen x .

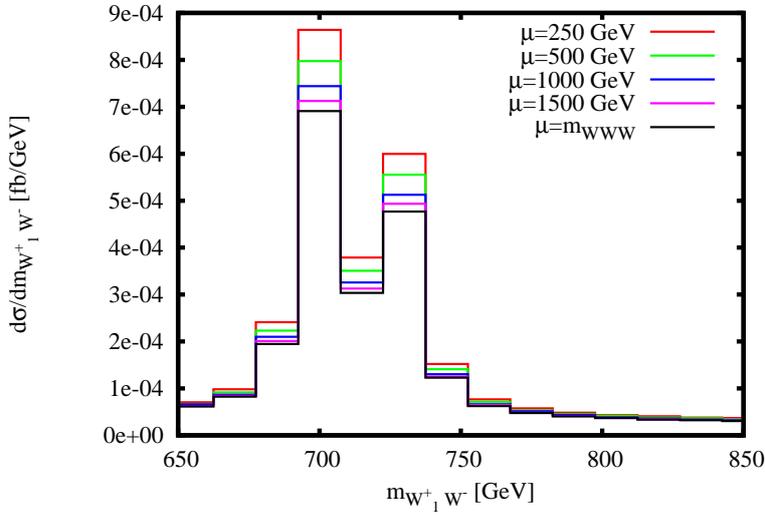


Abbildung 5.13: Resonanzen der Z - und Photon-Anregungen in der $W_1^+W^-$ invarianten Masse bei der $W^+W^-W^+$ Produktion für verschiedene Skalen μ im RS-Modell bei $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1.5}$.

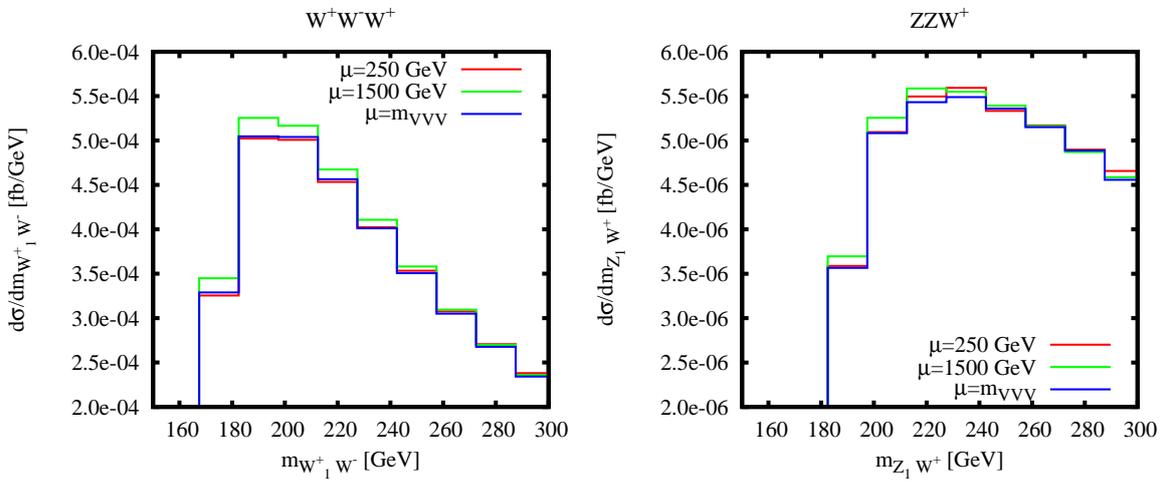


Abbildung 5.14: Skalenabhängigkeit des Kontinuums unterhalb der KK-Resonanzen in der $W_1^+W^-$ invarianten Masse der $W^+W^-W^+$ Produktion (links) und der Z_1W^+ invarianten Masse in der ZZW^+ Produktion (rechts) für das RS-Modell mit $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1.5}$.

Separation der Leptonen

Einen wichtigen Einfluss auf den totalen Wirkungsquerschnitt hat die minimale Separation zweier geladener Leptonen in der Pseudorapiditäts-Azimuthalwinkel-Ebene

$$R_{12} = \sqrt{(\phi_1 - \phi_2)^2 + (\eta_1 - \eta_2)^2}, \quad (5.20)$$

die notwendig ist um sicherzustellen, dass in Experimenten die Leptonen einzeln vom Detektor erkannt werden können. Die Ursache für den großen Einfluss ist, dass die durch den Zerfall der schweren KK-Anregungen entstehenden Eichbosonen W und Z sehr energiereich sind. Das Z zerfällt weiterhin in zwei geladene Leptonen, die sich in dessen Schwerpunktsystem in genau entgegengesetzte Richtungen bewegen. Überführt man nun die Leptonenimpulse durch einen Lorentzboost in das Laborsystem, so wird dadurch der Winkel zwischen ihnen verkleinert. Für den Grenzfall, dass die Leptonenimpulse im Schwerpunktsystem sehr viel kleiner sind als die des Z im Laborsystem, werden die Impulse der Leptonen durch den Boost aus der Lorentztransformation dominiert, weshalb die beiden Rapiditäten und Azimuthalwinkel annähernd gleich sind. Dies führt letztendlich dazu, dass die 2 Zerfallsleptonen eines Z eine sehr geringe R-Separation aufweisen.

Diese Abhängigkeit ist in Tabelle 5.5 für das MHLM und RS-Modell für drei verschiedene Massen des W' bzw. W_2 für die ZZW Produktion gezeigt. Da hier zwei geladene Leptonpaare aus den zwei Z -Zerfällen vorhanden sind, ist der Einfluss dieses Phasenraumschnittes bei diesem Prozess am größten.

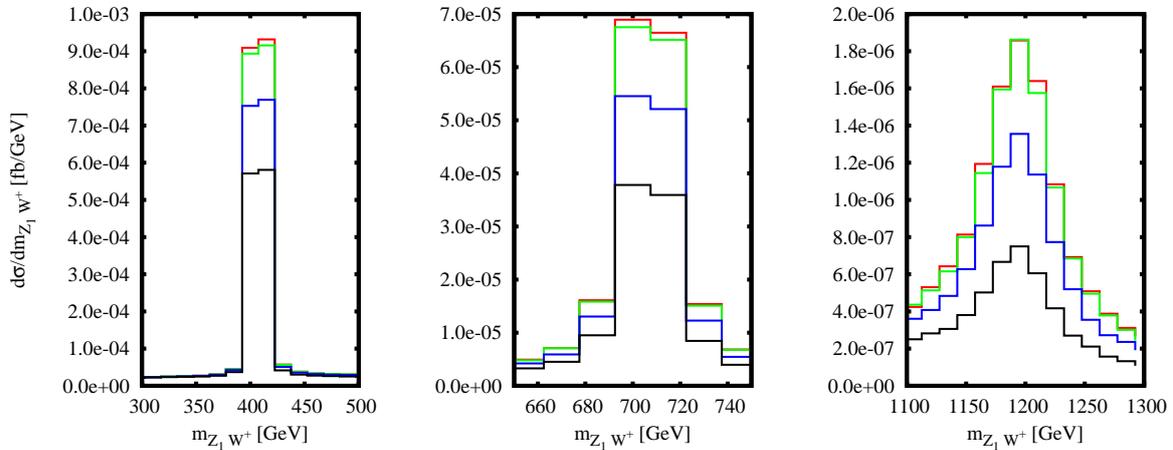


Abbildung 5.15: Auswirkung der minimalen R-Separation zweier geladener Leptonen auf die $m_{Z_1 W^+}$ invariante Masse der ZZW^+ Produktion für das MHLM mit $m_{W'} = 400$ GeV (links) und das RS-Modell mit $m_{W_2} = 700$ GeV (Mitte) und $m_{W_2} = 1200$ GeV (rechts) mit $R_{min} = 0, 0$ (rot), $R_{min} = 0, 1$ (grün), $R_{min} = 0, 2$ (blau) und $R_{min} = 0, 3$ (schwarz).⁶

⁶Für die $Z_1 W^+$ invariante Masse werden die Impulse des Lepton-Antilepton-Paares mit der niedrigeren Generation, sowie die Impulse des positiv geladenen Leptons mit dem dazugehörigen Neutrino herangezogen.

R_{min}	$m_{W'} = 400 \text{ GeV}$		$m_{W_2} = 700 \text{ GeV}$		$m_{W_2} = 1200 \text{ GeV}$	
	$\sigma(R_{min})$ [fb]	$\frac{\sigma(R_{min})}{\sigma(0,0)}$	$\sigma(R_{min})$ [fb]	$\frac{\sigma(R_{min})}{\sigma(0,0)}$	$\sigma(R_{min})$ [fb]	$\frac{\sigma(R_{min})}{\sigma(0,0)}$
0,0	0,058144	1,00	0,006945	1,00	0,001685	1,00
0,1	0,057183	0,98	0,006809	0,98	0,001671	0,99
0,2	0,047784	0,82	0,005598	0,81	0,001537	0,91
0,3	0,036066	0,62	0,004144	0,60	0,001379	0,82

Tabelle 5.5: Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnittes für die ZZW^+ Produktion von der minimalen R-Separation R_{min} für das MHLM mit $m_{W'} = 400 \text{ GeV}$ und das RS-Modell mit $m_{W_2} = 700 \text{ GeV}$ und $m_{W_2} = 1200 \text{ GeV}$.

Offensichtlich ist die Änderung im totalen Wirkungsquerschnitt für sehr schwere W' am kleinsten, nach der obigen Erklärung sollte sie hier aber am größten sein. Da jedoch bei großen Massen die Resonanz sehr klein ist, fällt die Änderung im totalen Wirkungsquerschnitt gering aus. Das Kontinuum liefert in diesem Fall noch einen wesentlichen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt, der kaum vom Phasenraumschnitt der minimalen R-Separation betroffen ist. Dagegen dominiert die KK-Resonanz für geringe Massen den gesamten Prozess, und eine kleine Änderung in der Höhe der Resonanz durch die minimale R-Separation setzt sich fast eins zu eins um in eine Änderung des totalen Wirkungsquerschnittes. Die relative Änderung der Höhe der Resonanz ist dagegen am größten für schwere Massen, wie Abbildung 5.15 zeigt, was im Einklang mit obiger Erklärung steht.

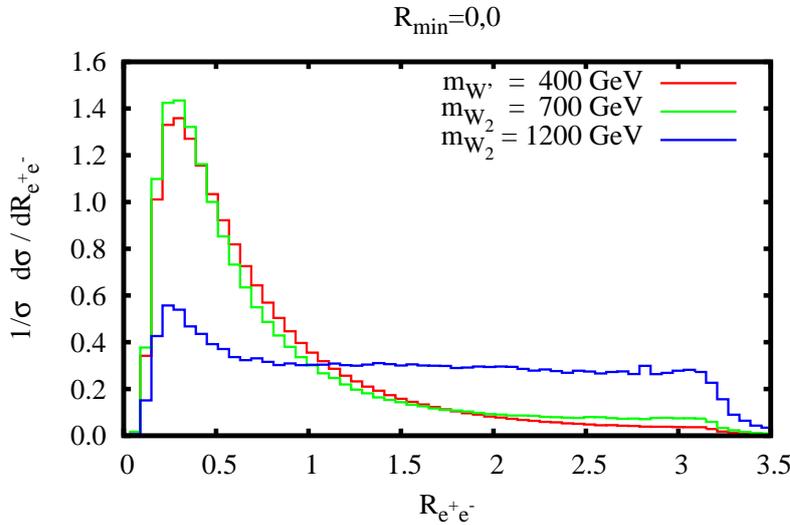


Abbildung 5.16: Diferentieller Wirkungsquerschnitt für die R-Separation von Elektron und Positron in der ZZW^+ Produktion für die in Tabelle 5.5 gezeigten Modelle.

Die Auswirkungen auf den totalen Wirkungsquerschnitt für die WWZ Produktion sollten geringer sein, da nur ein Z -Boson vorhanden ist, das hauptsächlich von der Einschränkung betroffen ist. Für die WWW Produktion in den beiden higgslosen Modellen ist dieser Effekt sehr klein, da zwei geladene Leptonen, die von zwei unterschiedlichen W -Bosonen stammen, eher dazu tendieren eine große R-Separation aufzuweisen, als die von einem Z abstammenden.

5.4 Einfluss der QCD Korrekturen

Wirkungsquerschnitte in NLO QCD

Prozess	MHLM $m_{W'} = 500$ GeV			RS $m_{W_2} = 700$ GeV		
	σ_{LO} [fb]	σ_{NLO} [fb]	K	σ_{LO} [fb]	σ_{NLO} [fb]	K
$W^+W^-W^+$	0,254862	0,359664	1,41	0,136595	0,212581	1,56
$W^-W^+W^-$	0,111657	0,170655	1,53	0,064186	0,109353	1,70
W^+W^-Z	0,053253	0,076396	1,43	0,023390	0,038284	1,64
ZZW^+	0,013072	0,017459	1,34	0,004136	0,006233	1,51
ZZW^-	0,005771	0,008157	1,41	0,001831	0,003056	1,67

Tabelle 5.6: Totale Wirkungsquerschnitte in führender und nächstführender Ordnung QCD, sowie die dazugehörigen K-Faktoren für die verschiedenen Prozesse. Alle MC Unsicherheiten sind kleiner als 0,25%. Die Eingabewerte und verwendeten Skalen sind in Abschnitt 5.1 aufgeführt.

Wie Tabelle 5.6 zeigt, führen die QCD Korrekturen zu einem deutlich vergrößerten totalen Wirkungsquerschnitt der Produktion dreier schwacher Eichbosonen. Dabei sind die K-Faktoren,

$$K = \frac{\sigma_{NLO}}{\sigma_{LO}}, \quad (5.21)$$

immer größer für die schweren Resonanzen im RS-Modell gegenüber dem MHLM mit den leichteren Resonanzen. Ein Blick auf differentielle K-Faktoren

$$K^D(X) = \frac{d\sigma_{NLO}}{dX} / \frac{d\sigma_{LO}}{dX}, \quad (5.22)$$

wie zum Beispiel die $W_1^+W^-$ invariante Masse in Abbildung 5.17 zeigt, dass diese auf der KK-Resonanz bei ca. 700 GeV bedeutend kleiner sind als für das Kontinuum oberhalb und vor allem unterhalb der Resonanz. Ein Grund dafür sind sowohl die Box- als auch Pentagonkorrekturen, deren Feynman-Graphen gar keine KK-Resonanzen aufweisen, da sie der Topologie II bzw. I angehören, und so nur einen Beitrag zum Kontinuum leisten. Weiterhin liefern die Vertexkorrekturen und die reelle Emission inklusive der Dipolsubtraktionsterme und kollinearen Reste nur einen relativ geringen Beitrag zur KK-Resonanz, wie ebenfalls in Abbildung 5.17 dargestellt ist. Der differentielle K-Faktor ist aber wegen des sehr großen differentiellen Wirkungsquerschnittes auf der Resonanz in führender Ordnung und dem nur moderaten Zuwachs durch letztere Beiträge eher gering. Ist nun das Verhältnis des Beitrags der KK-Resonanz zum totalen Wirkungsquerschnitt im Vergleich zum Kontinuum groß, so wird der K-Faktor für den totalen Wirkungsquerschnitt niedrig sein. Andersherum wird der K-Faktor größer werden, falls der Prozess nur eine relativ kleine KK-Resonanz aufweist. Da mit kleiner

⁷Die $W_1^+W^-$ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit der niedrigeren Generation und dem negativ geladenen Lepton, sowie den dazugehörigen Neutrinoimpulsen gebildet.

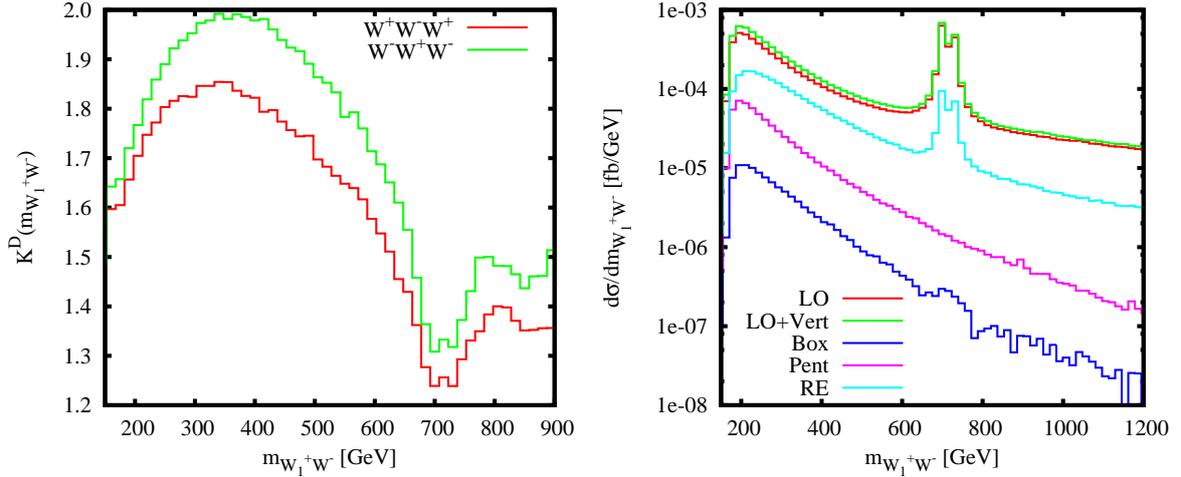


Abbildung 5.17: Differentieller K-Faktor der $m_{W_1^+W^-}$ -invarianten Masse für beide Prozesse der WWW Produktion (links) und die einzelnen Beiträge zum NLO QCD Wirkungsquerschnitt für die $W^+W^-W^+$ Produktion (rechts). RE enthält dabei die reellen Emissionsbeiträge sowie die Dipolsubtraktionsterme und die kollinearen Reste. ⁷

werdender Masse die Höhe der Resonanz stark zunimmt, muss folglich der K-Faktor des totalen Wirkungsquerschnitts in diesem Fall kleiner werden.

Die geringen differentiellen K-Faktoren auf der Resonanz finden sich auch in anderen Verteilungen wieder, wie zum Beispiel beim maximalen Transversalimpuls der Leptonen. Für geringe maximale Transversalimpulse zeigt die Verteilung ohne Veto in Abbildung 5.18 einen großen K-Faktor, da hier das Kontinuum einen sehr großen Beitrag liefert. Dagegen nähert sich in Bereichen, in denen das Kontinuum nur einen sehr kleinen Beitrag liefert, z.B. für sehr hohe maximale Transversalimpulse wie in Abbildung 5.18 gezeigt, der K-Faktor dem Wert, den er auf der Resonanz annimmt. Allgemein lässt sich festhalten, dass für Phasenraumbereiche in Verteilungen, die von den KK -Resonanzen dominiert werden, auch der K-Faktor in diesem Bereich der von der Resonanz sein wird, also relativ klein. Dagegen ist in Bereichen, in denen die Resonanz kaum Einfluss hat, der K-Faktor wesentlich größer.

In der SM-Rechnung wurde außerdem gezeigt [23], dass ein Veto

$$pT_{max}^{Jet} = 50 \text{ GeV} \quad (5.23)$$

auf Ereignisse mit Jets, die einen hohen Transversalimpuls besitzen dazu führt, dass die differentiellen K-Faktoren für den minimalen und maximalen Transversalimpuls eines Leptons stark reduziert und dazu noch fast flach werden. Wie Abbildung 5.19 zeigt, findet für higgslose Modelle ebenfalls eine starke Reduktion der differentiellen K-Faktoren statt. Diese sind sogar in den von KK -Resonanzen dominierten Phasenraumbereichen deutlich kleiner als 1. Allerdings werden die K-Faktoren nur wenig abgeflacht, da im Gegensatz zum Standardmodell nicht nur der Rückstoß des Jets gegen das elektroschwache System einen großen Einfluss auf die Transversalimpulse der Leptonen hat, sondern auch der Zerfall der schweren KK -Resonanzen.

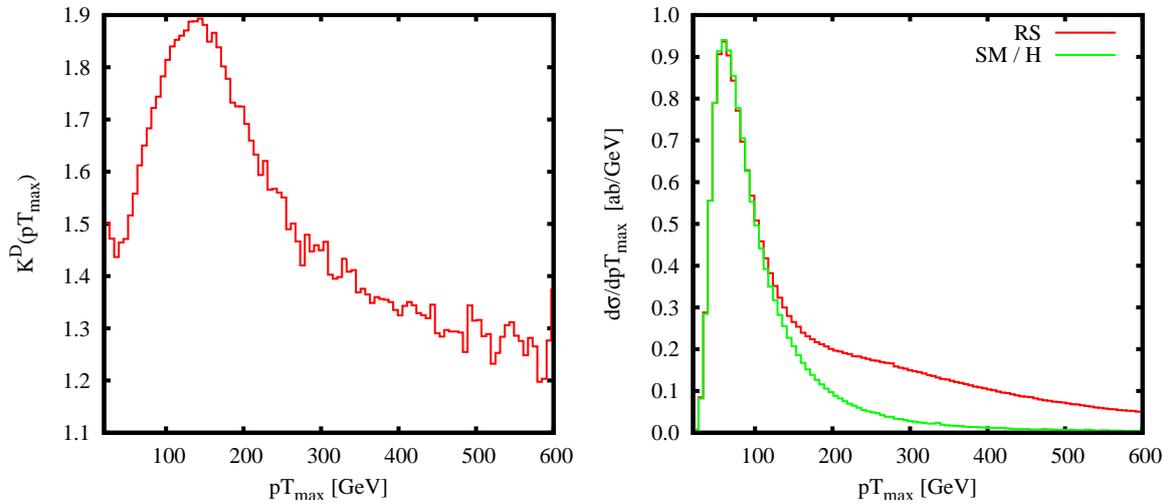


Abbildung 5.18: Differentieller K-Faktor für den höchsten Transversalimpuls eines Leptons in der $W^+W^-W^+$ Produktion (links) und Vergleich der entsprechenden Verteilung in führender Ordnung zwischen dem RS-Modell mit $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$ und dem SM ohne Higgs-Resonanz, SM / H siehe Abschnitt 5.5.

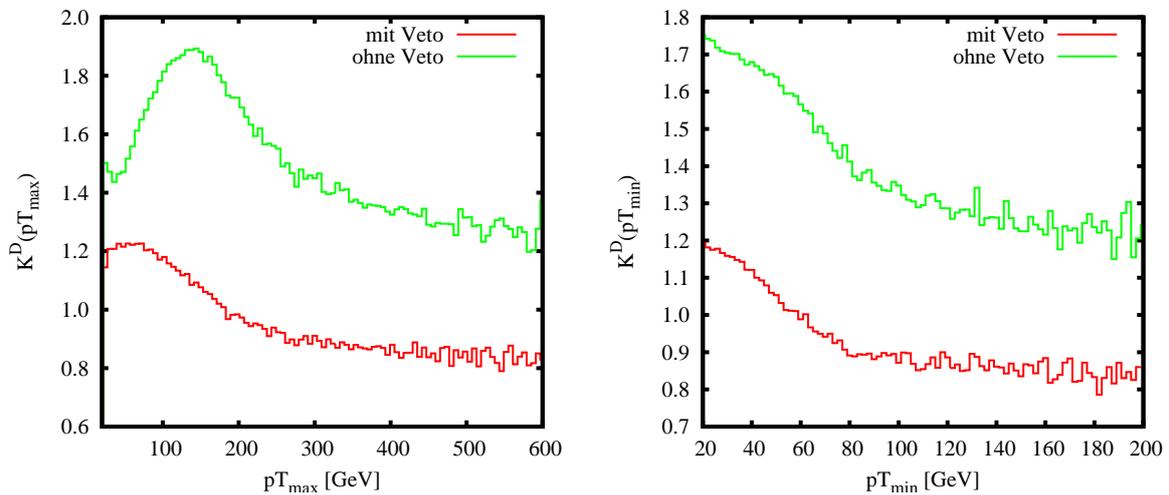


Abbildung 5.19: Differentielle K-Faktoren für den maximalen und minimalen Transversalimpuls der Leptonen in der $W^+W^-W^+$ Produktion mit und ohne Veto auf Jets mit mehr als 50 GeV Transversalimpuls.

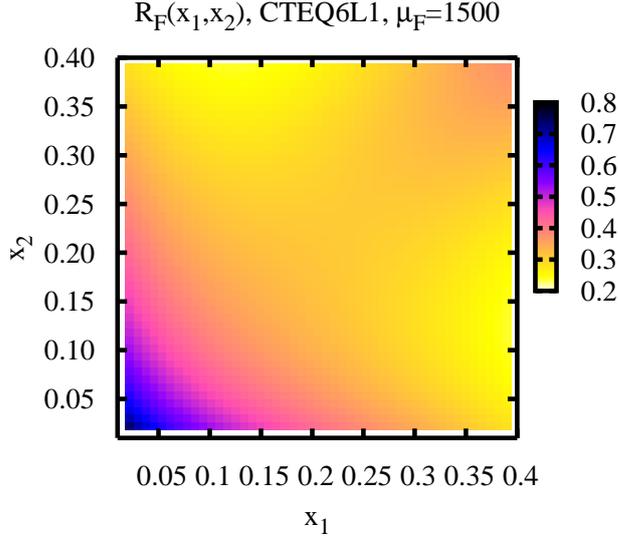


Abbildung 5.20: Verhältnis der Partonflüsse von $\bar{u}d$ zu $u\bar{d}$ für die CTEQ6L1 Partonverteilungen.

Außerdem zeigt Tabelle 5.6, dass die K-Faktoren in der WWW und ZZW Produktion größer sind, falls die Summe der elektrischen Ladungen im Endzustand negativ ist. Der Grund hierfür liegt in den Partonverteilungen. So liefert für die $W^+W^-W^+$ Produktion der Up-Antidown-Anfangszustand den größten Beitrag, während beim ladungskonjugierten Prozess der Down-Antiup-Anfangszustand den größten Beitrag liefert. Da das Proton aber aus zwei Up-Valenzquarks und nur einem Down-Valenzquark besteht, führt dies dazu, dass der Partonfluss

$$F_{q_1q_2}(x_1, x_2) = f_{q_1}(x_1)f_{q_2}(x_2) + f_{q_1}(x_2)f_{q_2}(x_1) \quad (5.24)$$

sich für die beiden Anfangszustände stark unterscheidet. Wie Abbildung 5.20 zeigt, ist das Verhältnis der Partonflüsse

$$R_F(x_1, x_2) = F_{d\bar{u}}(x_1, x_2)/F_{u\bar{d}}(x_1, x_2) \quad (5.25)$$

bei den für die KK-Resonanzen wichtigen x von ca. 0,07 bis 0,4 vorwiegend relativ klein, während der Unterschied für die im Kontinuum wichtigen x Werte von etwa 0,01 bis 0,2 nicht ganz so groß ist. Folglich ist die $W^+W^-W^+$ Produktion deutlich stärker durch die KK-Resonanzen geprägt, als die $W^-W^+W^-$ Produktion, was in Abbildung 5.21 dargestellt ist.

Angewandt auf die totalen Wirkungsquerschnitte der $W^+W^-W^+$ und $W^-W^+W^-$ Produktion bedeutet das, dass der K-Faktor für ersteren Prozess kleiner sein muss, da dieser deutlicher von der KK-Resonanz dominiert wird, und diese einen wesentlich kleineren differentiellen K-Faktor als das Kontinuum aufweist. Dies ist aber nicht der einzige Grund. Ein anderer findet sich in den Beiträgen der reellen Emission wieder, da hier neben den Quarks auch Gluonen im Anfangszustand erlaubt sind. Dies bewirkt einen zusätzlichen Partonfluss. Da in führender Ordnung für den negativ geladenen Endzustand der Partonfluss kleiner ist, ist der relative Zugewinn an Partonfluss durch das Gluon im Anfangszustand für die $W^-W^+W^-$ Produktion wesentlich größer als für $W^+W^-W^+$, was sich in einem wesentlich größeren Beitrag der reellen Emission inklusive der Dipolsubtraktionsterme und kollinearen Reste zum differentiellen K-Faktor

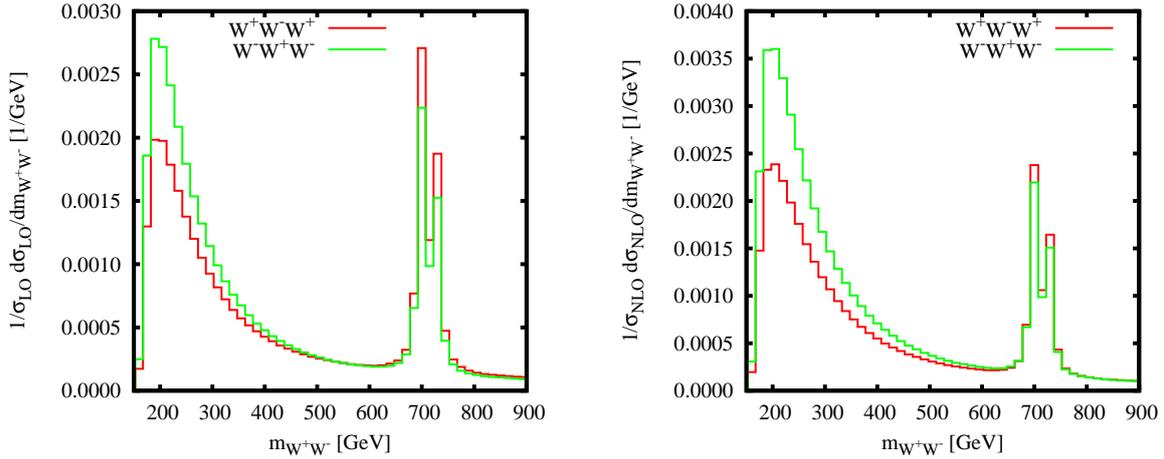


Abbildung 5.21: Auf den Wirkungsquerschnitt normierte Verteilungen der W^+W^- invarianten Masse für die beiden zueinander ladungskonjugierten Prozesse der WWW Produktion in führender Ordnung (links) und in nächsthöherer Ordnung (rechts). Für die W^+W^- invarianten Massen wurden immer die 2 entgegengesetzt geladenen Leptonen und dazugehörigen Neutrinos der niedrigeren Generationen verwendet.

widerspiegelt. Wie Abbildung 5.22 zeigt, profitiert dabei aber vor allem das Kontinuum, welches durch diesen Beitrag deutlich größer wird, während der relative Beitrag zur Resonanz wesentlich kleiner ist, und vor allem für die beiden ladungskonjugierten Prozesse gleich ist. Die Ursache dafür ist, dass die Partonverteilung der Gluonen sehr schnell mit steigendem x abfällt, sodass die Gluonen in diesem Bereich kaum zusätzlichen Partonfluss liefern, siehe Abbildung 5.22.

Skalenvariation in NLO QCD

In nächsthöherer Ordnung QCD kommt neben der Abhängigkeit von der Faktorisierungsskala auch noch die Abhängigkeit von der Renormierungsskala hinzu. Tabelle 5.7 und Abbildung 5.23 zeigen, dass sich trotz dieser zusätzlichen Abhängigkeit die Skalenvariation der totalen Wirkungsquerschnitte bei statischen Skalen kaum verändert hat. Allerdings ist die Skalenvariation von $\mu = m_{VVV}$ gegenüber $\mu = 250$ GeV deutlich gesunken.

Ein Vergleich der Skalenvariation der differentiellen Wirkungsquerschnitte durch

$$\Delta S(\mu) = \frac{d\sigma(\mu = 250 \text{ GeV})}{dm_{W^+W^-}} \bigg/ \frac{d\sigma(\mu)}{dm_{W^+W^-}} \quad (5.26)$$

zeigt dabei ein deutlich anderes Verhalten der Skalenvariation für die nächsthöhere Ordnung QCD. In Abbildung 5.24 ist die für die führende Ordnung schon angesprochene hohe Skalenvariation der KK-Resonanz bei $m_{W^+W^-} = 700$ GeV im linken Bild deutlich zu erkennen, während die Skalenvariation des Kontinuums unterhalb der KK-Resonanz eher klein ist und zur Resonanz hin stetig anwächst. In NLO QCD ist dagegen die Skalenvariation des Kontinuums mit Werten bis 10% oder 15%, je nach betrachteter

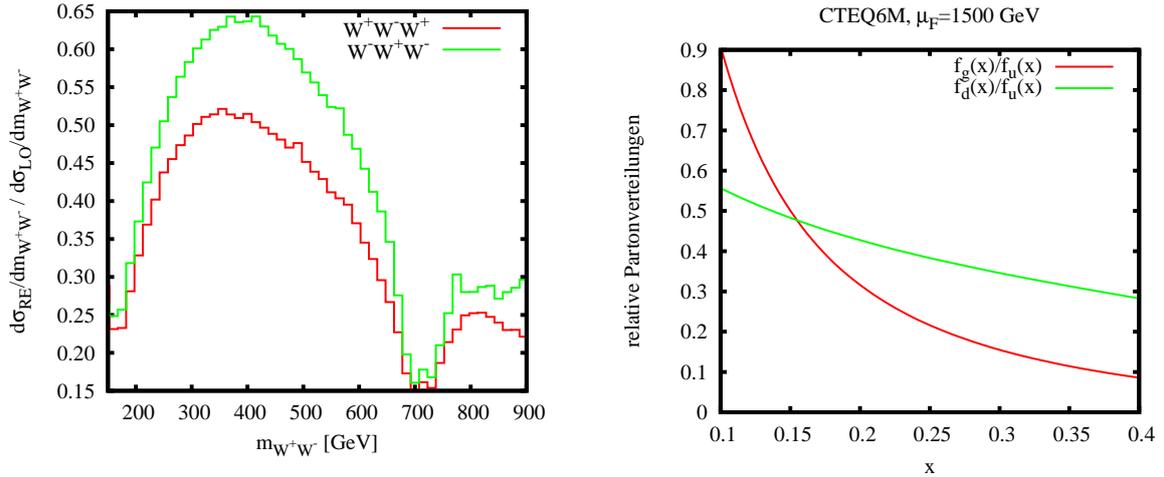


Abbildung 5.22: Links: Beitrag der reellen Emission zum differentiellen K-Faktor $K^D(m_{W^+W^-})$ in der WWW Produktion. Rechts: Partonverteilung von Gluonen und Down-Quarks relativ zu der Partonverteilung des Up-Quarks. Für die W^+W^- invariante Massen wurden immer die 2 entgegengesetzt geladenen Leptonen und dazugehörigen Neutrinos der niedrigeren Generationen verwendet.

Prozess:	$W^+W^-W^+$		W^+W^-Z		ZZW^+	
Skala μ [GeV]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]	σ [fb]	$\Delta\sigma$ [%]
250	0,22604	0,09	0,041032	0,10	0,0066491	0,19
500	0,21793	0,08	0,039222	0,08	0,0064090	0,13
700	0,21376	0,09	0,038344	0,08	0,0062756	0,11
1000	0,21116	0,08	0,037767	0,07	0,0061867	0,09
1250	0,20922	0,13	0,037319	0,08	0,0061343	0,10
1500	0,20728	0,08	0,036980	0,07	0,0060741	0,10
m_{VVV}	0,21296	0,11	0,038293	0,07	0,0062344	0,10

Tabelle 5.7: Skalenvariation $\mu = \mu_F = \mu_R$ der totalen Wirkungsquerschnitte im RS-Modell mit $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$ in nächstführender Ordnung QCD inklusive der MC Unsicherheiten

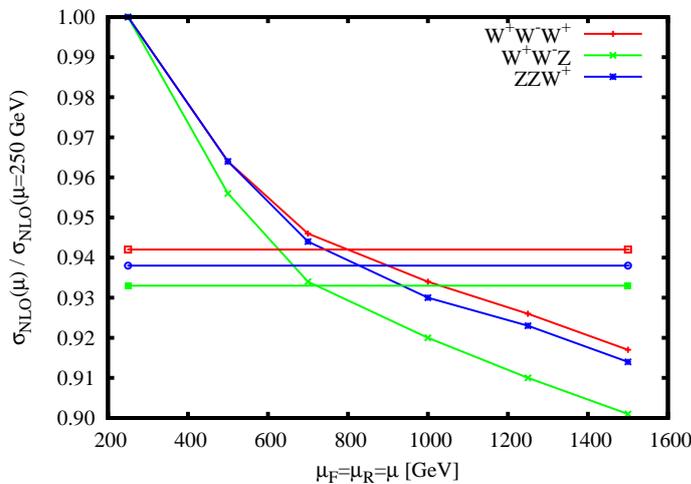


Abbildung 5.23: Skalenvariation für $\mu = \mu_F = \mu_R$ der totalen Wirkungsquerschnitte im RS-Modell mit $R = 9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$ in nächstführender Ordnung QCD. Die horizontalen Linien entsprechen dem Verhältnis $\sigma(m_{VVV}) / \sigma(250 \text{ GeV})$ für den jeweiligen Prozess.

Skala, deutlich größer, während die Skalenvariation auf der Resonanz nur noch zwischen 6% und 8% liegt, und damit erheblich kleiner geworden ist. Somit ist eine wesentlich genauere Vorhersage der KK-Resonanzen für Experimente am LHC möglich.

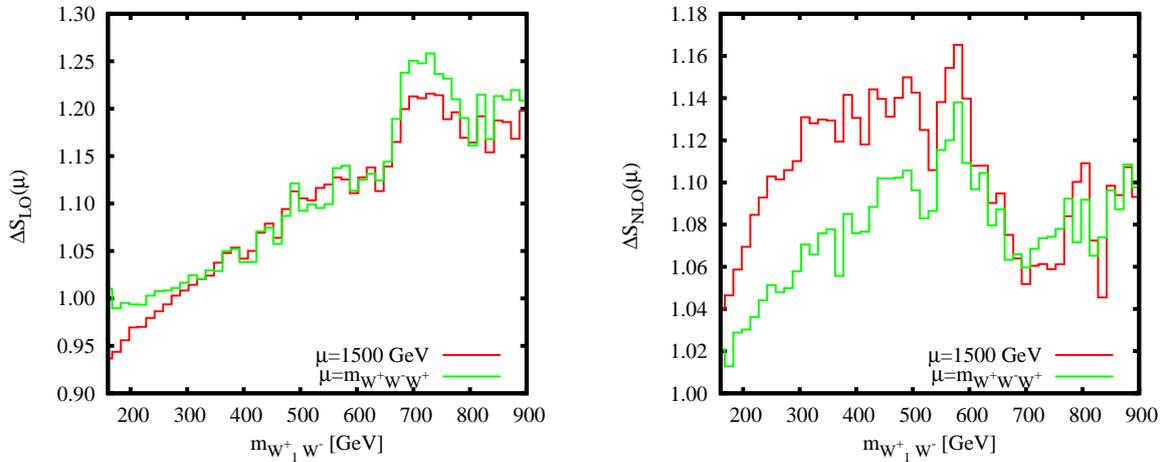


Abbildung 5.24: Verhältnis der differentiellen Wirkungsquerschnitte der $m_{W_1^+ W^-}$ -invarianten Masse der $W^+ W^- W^+$ Produktion bei verschiedenen Skalen für die führende Ordnung (links) und nächstführende Ordnung QCD (rechts).⁸

Die Ursache dafür liegt in den Beiträgen der reellen Emission, die eine sehr starke Abhängigkeit von der gewählten Skala zeigen, siehe Abbildung 5.25. So ist hier im Gegensatz zur führenden Ordnung das Verhalten auf der KK-Resonanz genau umgekehrt. Bei niedrigen Skalen liegt ein negativer Beitrag vor, der dann mit steigender Skala ins positive übergeht und immer größer wird, was die große Skalenvariation aus der führenden Ordnung ausgleicht. Weiterhin ist auch die starke Variation im Bereich des Kontinuums zu sehen, die in diesem Fall aber die leichte Variation der führenden Ordnung überkompensiert.

Betrachtet man die Variation der Faktorisierungs- und Renormierungsskala getrennt, wie in Abbildungen 5.26 und 5.27 für die ZZW^+ Produktion, so erkennt man, dass für die starke Variation der Höhe der KK-Resonanz hauptsächlich die Faktorisierungsskala verantwortlich ist. Da die Skalenvariation der renormierten Partonverteilungen CTEQ6M aber bei Weitem nicht groß genug ist, um dieses Verhalten zu erklären, müssen diese starken Änderungen von den endlichen kollinearen Termen stammen, die damit die wichtigste Rolle bei der Reduzierung der Skalenvariation für die KK-Resonanzen spielen.

Die Skalenvariation des Kontinuums hat ihre Ursache dagegen hauptsächlich in der Renormierungsskala, welche die Stärke von α_S bestimmt. Die Schwankung der Kopplung im betrachteten Skalenbereich ist mit

$$\alpha_S(\mu_R = 250 \text{ GeV})/\alpha_S(\mu_R = 1500 \text{ GeV}) = 1,22273 \quad (5.27)$$

beträchtlich, was auch die hohe Skalenvariation des differentiellen Wirkungsquerschnittes im Bereich des Kontinuums erklärt.

⁸Die $W_1^+ W^-$ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit der niedrigeren Generation und dem negativ geladenen Lepton, sowie den dazugehörigen Neutrinoimpulsen gebildet.

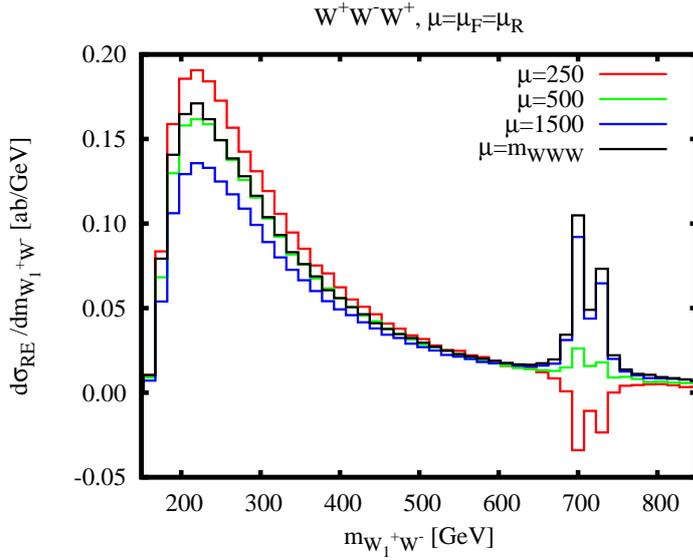


Abbildung 5.25: Skalensabhängigkeit ($\mu = \mu_F = \mu_R$) des differentiellen Wirkungsquerschnittes der $m_{W_1^+W^-}$ invarianten Masse für den Beitrag der reellen Emission inklusive Dipolsubtraktionsterme und kollinearere Reste.⁸

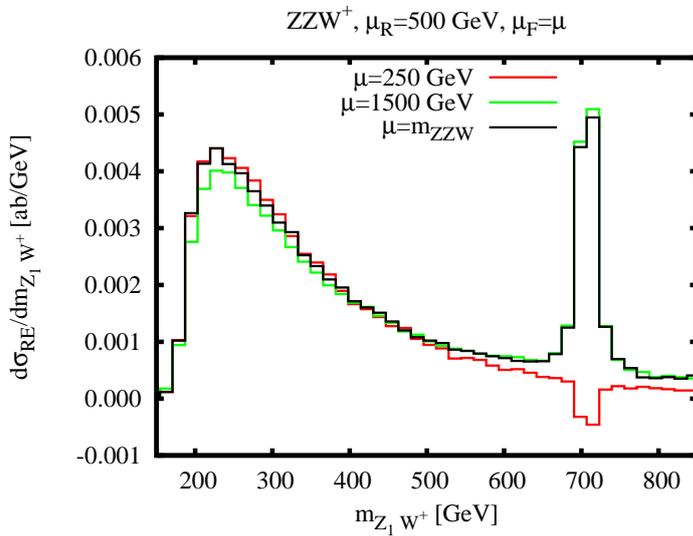


Abbildung 5.26: Skalensabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes der $m_{Z_1W^+}$ invarianten Masse für den Beitrag der reellen Emission inklusive Dipolsubtraktionsterme und kollinearere Reste bei fester Renormierungsskala.⁹

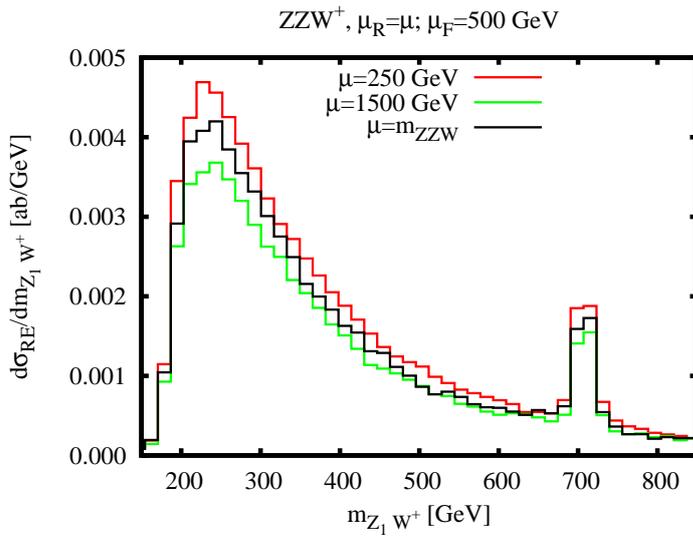


Abbildung 5.27: Skalensabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes der $m_{Z_1W^+}$ invarianten Masse für den Beitrag der reellen Emission inklusive Dipolsubtraktionsterme und kollinearere Reste bei fester Faktorisierungsskala.⁹

5.5 Vergleich mit dem Standardmodell

Für den Vergleich werden folgende Modelle benutzt:

1. SM / H:
Das Standardmodell ohne Higgs-Resonanz, bei dem die Higgs-Masse auf 60 GeV gesetzt wurde, und alle Ereignisse, bei denen eine der drei invarianten Massen von zwei Eichbosonen kleiner als 70 GeV ist, verworfen werden. Dies eliminiert den Beitrag der Higgs-Resonanz zum Wirkungsquerschnitt, während das Higgs aber weiterhin die Streuamplitude massiver Eichbosonen unitarisiert und so zur Quantifizierung des SM-Untergrundes dient.
2. SM 120:
Das Standardmodell mit einem leichten Higgs-Boson, welches von elektroschwachen Präzisionsmessungen bevorzugt wird [6]. Für die Higgs-Masse wurden dabei 120 GeV gewählt.
3. MHLM:
Das minimale higgslose Modell mit einer W' -Masse von 500 GeV, was im mittleren Bereich des Parameterraumes der W' -Masse liegt.
4. RS:
Das higgslose Russel-Sundrum-Modell mit $R=9,75 \cdot 10^{-9} \text{ GeV}^{-1}$ was zu einer Masse der ersten KK-Anregung des W von 700 GeV führt.

Außerdem wäre noch ein Vergleich mit einem Modell, welches eine schwere Spin-0 Resonanz besitzt wünschenswert, da dies zu unterschiedlichen Winkelkorrelationen der geladenen Leptonen gegenüber den higgslosen Modellen mit einer Spin-1 Resonanz führen sollte, wie in [69] festgestellt wurde. Für ein Standardmodell-Higgs mit einer Masse von 700 GeV sind die Einflüsse des Higgs auf die Verteilungen allerdings nur noch bei der ZZW Produktion leicht sichtbar, ansonsten verschwindet es im Kontinuum. Auch bei 500 GeV Masse ist der Einfluss des SM-Higgs viel zu gering, als dass ein Vergleich mit den sehr großen KK-Resonanzen Sinn machen würde. Aus Mangel an einem passenden Modell, muss also auf diesen Vergleich verzichtet werden.

Alle nachfolgenden Ergebnisse sind in NLO QCD Genauigkeit. Des Weiteren wurde der Vergleich im Gegensatz zu den vorherigen Abschnitten auf experimentell zugängliche Verteilungen beschränkt. Das bedeutet insbesondere, dass die Neutrinoimpulse nicht zur Verfügung stehen, da diese unerkannt aus den Detektoren entweichen.

In Tabelle 5.8 sind die totalen Wirkungsquerschnitte für die Prozesse und Modelle angegeben. Dabei zeigt sich, dass es für die WWW Produktion von Modell und Resonanzmasse abhängig ist, welches der Modelle den größten totalen Wirkungsquerschnitt hat. Für die WWZ und ZZW Produktion ist dagegen für beide higgslosen Modelle der totale Wirkungsquerschnitt jeweils größer als im Standardmodell mit einem 120 GeV

⁹Die Z_1W^+ invariante Masse wird dabei aus den Impulsen des Lepton-Antilepton-Paares mit der niedrigeren Generation, sowie den Impulsen des positiv geladenen Leptons mit dem dazugehörigen Neutrino gebildet.

	σ_{MHLM} [fb]	σ_{RS} [fb]	σ_{SM120} [fb]	$\sigma_{SM/H}$ [fb]	F
$W^+W^-W^+$	0.359595	0.212460	0.218146	0.145604	4
$W^-W^+W^-$	0.170655	0.109353	0.131977	0.084680	4
W^+W^-Z	0.076396	0.038342	0.033947	0.025818	8
ZZW^+	0.017470	0.006250	0.002861	0.002667	4
ZZW^-	0.008157	0.003056	0.001707	0.001569	4

Tabelle 5.8: Totale Wirkungsquerschnitte in NLO QCD der fünf Prozesse für die vier verschiedenen Modelle mit drei verschiedenen Generationen von Leptonen im Endzustand. Alle MC Unsicherheiten sind kleiner als 0,25%. Alle Eingabewerte und Skalen sind in Abschnitt 5.1 aufgeführt. Die Erklärung für den Symmetriefaktor F findet sich im Text.

Higgs. Grund dafür ist, dass in diesen Prozessen die Higgs-Resonanz nur in einer invarianten Masse von zwei Eichbosonen vorkommt, während für die higgslosen Modelle es immer zwei invariante Massen gibt, die KK-Resonanzen aufweisen, und diese somit einen wesentlich größeren Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt liefern.

Weitherhin ist anzumerken, dass alle diese Wirkungsquerschnitte nur den Endzustand mit drei unterschiedlichen Generationen der Leptonen beinhalten, und hier Interferenzeffekte von gleichen Teilchen im Endzustand keine Rolle spielen. Experimentell ist aber der Fall, dass nur die ersten beiden Generationen im Endzustand vorkommen wesentlich interessanter, da das Tau nicht stabil ist und zu einem großen Teil auch in Hadronen zerfällt, was die Identifikation dieses Teilchens wesentlich erschwert. Für den Fall, dass also nur zwei Generationen von Leptonen im Endzustand vorkommen, wobei keine Unterscheidung ihrer Generation vorgenommen wird, und unter Vernachlässigung der kleinen Interferenzeffekte von gleichen Teilchen im Endzustand [20; 21], müssen die Ergebnisse mit einem kombinatorischen Faktor F multipliziert werden, was den Wirkungsquerschnitt erheblich erhöht. Allerdings ergeben sich dadurch auch Probleme bei der Rekonstruktion der KK-Resonanzen, da die Zuordnung der Leptonen zu W^- oder Z -Bosonen nicht mehr eindeutig ist. Alle folgenden Verteilungen wurden für den Fall von drei Generationen im Endzustand erstellt, um diese Probleme bei der Zuordnung zu umgehen. Sollten sich diese als sehr klein herausstellen, können alle Verteilungen, insbesondere die transversalen Massen, mit demselben kombinatorischen Faktor F multipliziert werden.

$$pp \rightarrow W^+W^-W^+ \rightarrow \nu_e e^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \tau^+ + X$$

Dies ist der Prozess mit dem größten totalen Wirkungsquerschnitt für alle betrachteten Modelle. Jedoch ist aufgrund der drei Neutrinos im Endzustand eine Rekonstruktion der KK-Resonanzen in den invarianten Massen von zwei Eichbosonen nicht möglich. Deshalb greift man auf Observablen in der Transversalebene zurück, da hier zumindest der fehlende Transversalimpuls durch die Neutrinos mit Hilfe der Transversalimpulse

aller N geladenen Leptonen und des eventuellen Jets rekonstruiert werden kann:

$$\mathbf{pT}_{miss} = -\sum_{i=1}^N \mathbf{pT}_i - (\mathbf{pT}_j). \quad (5.28)$$

Im Falle der $W^+W^-W^+$ Produktion ist $N = 3$. Wie Abbildung 5.28 zeigt, ist dieser für die higgslosen Modelle zu hohen fehlenden Transversalimpulsen hin verschoben.

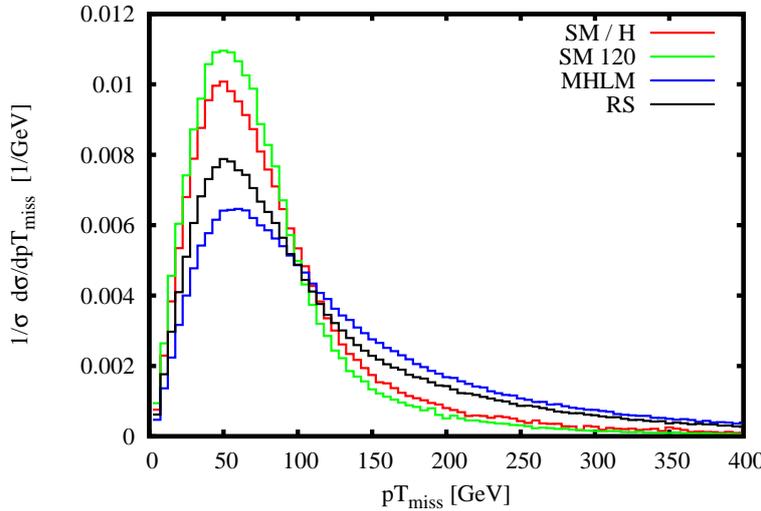


Abbildung 5.28: Auf den totalen Wirkungsquerschnitt normierter differentieller Wirkungsquerschnitt des fehlenden Transversalimpulses.

Um die Resonanzmasse zu bestimmen wird typischerweise auf die transversale Masse zurückgegriffen, welche für n_l Leptonen und fehlenden Transversalimpuls

$$M_T^2(n_l) = \left(\sqrt{m_{n_l}^2 + \mathbf{pT}_{n_l}^2} + |\mathbf{pT}_{miss}| \right)^2 - (\mathbf{pT}_{n_l} + \mathbf{pT}_{miss})^2 \quad (5.29)$$

lautet. Da die KK-Resonanzen in den invarianten Massen zweier Eichbosonen auftauchen, und die W -Bosonen jeweils in ein geladenes Lepton und Neutrino zerfallen, sollten die transversalen Massen mit zwei unterschiedlich geladenen Leptonen und dem fehlenden Transversalimpuls die deutlichste Rekonstruktion der KK-Resonanzen erlauben. Das Problem der Zuordnung der Leptonen, um die richtigen invarianten Massen bzw. transversalen Massen zu rekonstruieren, ist hier also aufgrund der Anzahl von nur drei geladenen Leptonen nicht vorhanden, da allein die Ladung der Leptonen ausreicht, um zu identifizieren, welche transversalen Massen aus der Kombination der Leptonen die entscheidenden für die Rekonstruktion der KK-Resonanzen sind. Dafür dürfte allerdings dieser Endzustand aber einen hohen Untergrund aus der WZ Produktion aufweisen, welche ebenfalls drei geladene Leptonen und fehlenden Transversalimpuls im Endzustand besitzen kann.

Wie Abbildung 5.29 zeigt, ist die Rekonstruktion der Resonanzen über die transversale Masse allerdings nicht möglich, da sich für die higgslosen Modelle lediglich ein verbreitertes Kontinuum ergibt oder für das SM mit einem 120 GeV Higgs ein erhöhtes Kontinuum. Grund dafür ist die hohe Anzahl an Neutrinos, die zu dem fehlenden Transversalimpuls beitragen.

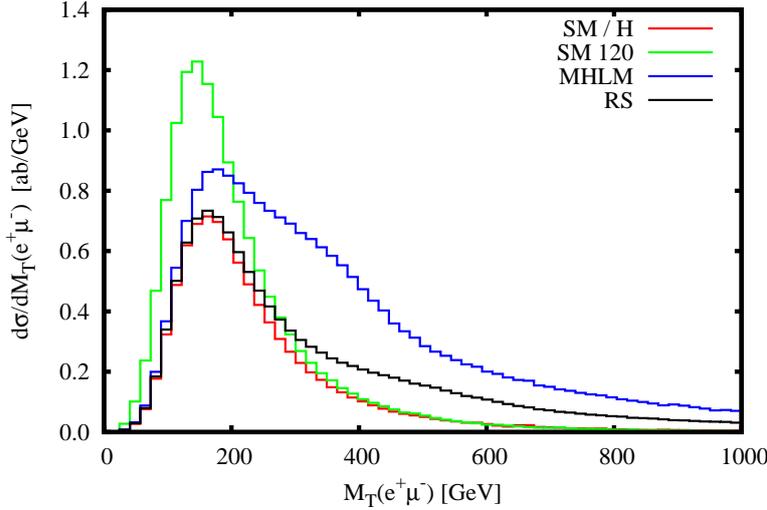


Abbildung 5.29: Differentieller Wirkungsquerschnitt für die aus Positron, Myon und fehlendem Transversalimpuls gebildete transversale Masse.

Aufgrund des Zerfalls der schweren KK-Resonanz und der dadurch großen Impulse der W -Bosonen tendieren die Leptonen dazu, eine hohe Azimuthalwinkeldifferenz zu besitzen, aber eine eher geringe Rapiditätsdifferenz. Für leichte Higgsmassen ist dagegen eine deutlich höhere Wahrscheinlichkeit vorhanden, zwei entgegengesetzt geladene Leptonen mit geringer Azimuthalwinkeldifferenz zu finden, was die deutlich veränderte Form des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die R-Separation erklärt.

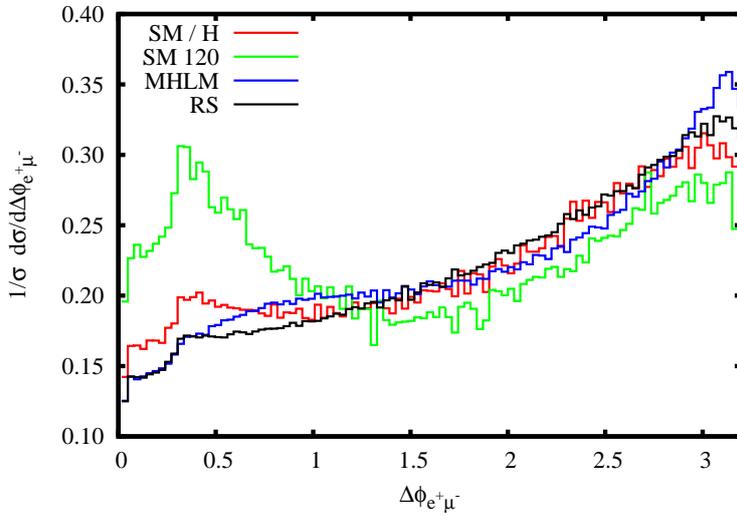


Abbildung 5.30: Auf den totalen Wirkungsquerschnitt normierte Verteilung der Azimuthalwinkeldifferenzen von Positron und Myon.

$$pp \rightarrow W^+W^-Z \rightarrow \nu_e e^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \tau^- \tau^+ + X$$

Dieser Prozess besitzt im Gegensatz zur WWW Produktion nicht nur weniger Neutrinos im Endzustand, sondern vor allem auch eine andere Resonanzstruktur in higgslosen Modellen im Vergleich zum Standardmodell. So finden sich hier an Stelle der ungeladenen Higgs-Resonanz in der W^+W^- invarianten Masse die KK-Resonanzen der

W -Bosonen in den beiden $W^\pm Z$ invarianten Massen. Wiederum dient die transversale Masse zur Rekonstruktion der KK-Resonanz, die diesmal aber aus drei geladenen Leptonen und dem fehlenden Transversalimpuls gebildet wird. Für den hier gewählten Endzustand sind dies das Lepton-Antilepton-Paar des Z , sowie das positiv oder negativ geladene Lepton einer anderen Generation. Für den Fall, dass nur die ersten beiden Generationen im Endzustand vorkommen dürfen, ist nicht zwingend klar welches Lepton-Antilepton-Paar aus dem Zerfall des Z stammt. Dies muss dann anhand der invarianten Masse von Paaren der gleichen Generation entschieden werden, wobei diese die Bedingung erfüllen müssen, nahe bei der Z -Resonanz zu liegen, was aber nicht in allen Fällen zur richtigen Zuordnung führt.

Wie Abbildung 5.31 zeigt, ist selbst für den Fall von drei Leptongenerationen im Endzustand die Rekonstruktion der KK-Resonanzen über die transversale Masse nicht besonders gut, da die Resonanzen stark ausgewaschen werden und ihr Maximum auch nicht mit der Masse der KK-Resonanz zusammenfällt. Da hier, wie auch in den anderen Prozessen, immer zwei resonante invariante Massen vorhanden sind, können beide zur Identifikation der KK-Resonanzen herangezogen werden. Für ZZW und WWW bedeutet dies, dass die differentiellen Wirkungsquerschnitte der transversalen Massen noch einmal mit einem Faktor 2 multipliziert werden müssen, da lediglich zwei identische Bosonen ausgetauscht werden. Für die WWZ Produktion unterscheiden sich die beiden WZ invarianten Massen dagegen sehr leicht. Die Ursache hierfür ist, dass in den Feynman-Graphen der Topologien I ein Austausch der beiden W -Bosonen auch immer damit verbunden ist, dass Up- und Down-Quarks im Anfangszustand gegeneinander ausgetauscht werden müssen, und diese unterschiedliche Partonverteilungen besitzen. Als erste Näherung kann dies jedoch vernachlässigt werden. Betrachtet man nun nur die ersten beiden Generationen im Endzustand und sieht zusätzlich noch von den Problemen bei der Zuordnung der Leptonen zum Z ab, so muss der differentielle Wirkungsquerschnitt in Abb. 5.31 mit einem Faktor 16 multipliziert werden.

Typisch für die schweren KK-Resonanzen ist die R-Separation der beiden Zerfallsleptonen des Z , die, wie schon in Abschnitt 5.3 beschrieben, aufgrund der hohen Impulse des Z sehr gering sein sollte und in Abbildung 5.32 gezeigt ist. Anders verhält es sich für die beiden geladenen Leptonen der W -Bosonen, die typischerweise eine sehr große Separation für die higgslosen Modelle aufweisen. Im Gegensatz dazu steht das Standardmodell, bei dem der differentielle Wirkungsquerschnitt für die R-Separation dieser beiden Leptonen eine völlig andere Form besitzt. Ursache dafür ist der Beitrag des leichten Higgs, das in die zwei W zerfällt, und dazu führt, dass die geladenen Leptonen aus den W -Zerfällen eine kleine Azimuthal- und Rapiditätsdifferenz aufweisen, siehe Abbildung 5.33.

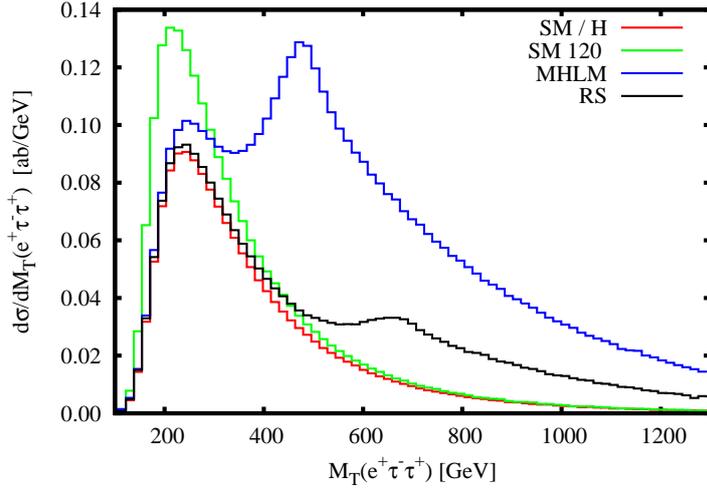


Abbildung 5.31: Differentialer Wirkungsquerschnitt für die transversale Masse aus den zwei Tau, dem Positron und dem fehlenden Transversalimpuls.

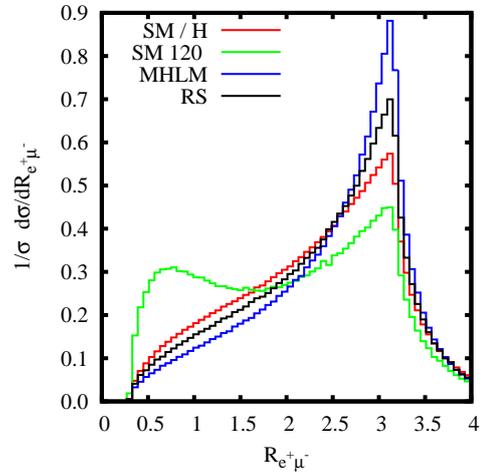
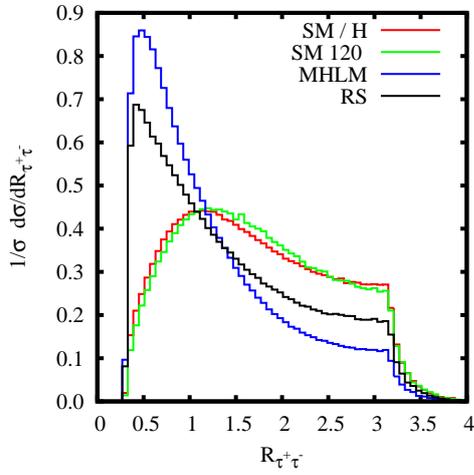


Abbildung 5.32: Auf den totalen Wirkungsquerschnitt normierter differentieller Wirkungsquerschnitt der R-Separation der beiden Tau (links) und des Positrons und Myons (rechts).

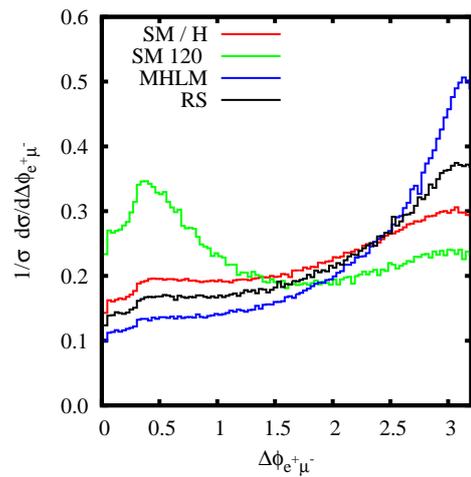
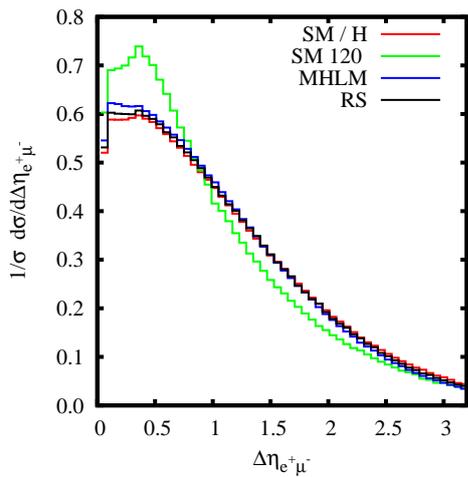


Abbildung 5.33: Verteilungen der Rapiditysdifferenz (links) und Azimuthalwinkeldifferenz (rechts) für Positron und Myon.

$$pp \rightarrow ZZW^+ \rightarrow e^- e^+ \mu^+ \mu^- \nu_\tau \tau^+ + X$$

Obwohl dieser Prozess, einmal abgesehen vom ladungskonjugierten Prozess, den kleinsten Wirkungsquerschnitt besitzt, bietet er doch aufgrund nur eines Neutrinos im Endzustand die beste Möglichkeit, die KK-Resonanzen direkt zu sehen. So unterscheiden sich die totalen Wirkungsquerschnitte, siehe Tabelle 5.8, sehr stark zwischen den beiden higgslosen Modellen und dem Standardmodell mit einem 120 GeV Higgs. Für Higgs-Massen knapp oberhalb der Masse von zwei Z -Bosonen wird letzterer Wirkungsquerschnitt sein Maximum erreichen und noch einmal um etwa einen Faktor 2 größer sein, vergleiche [23]. Er ist damit aber immer noch deutlich kleiner als für die hier betrachteten Fälle der higgslosen Modelle.

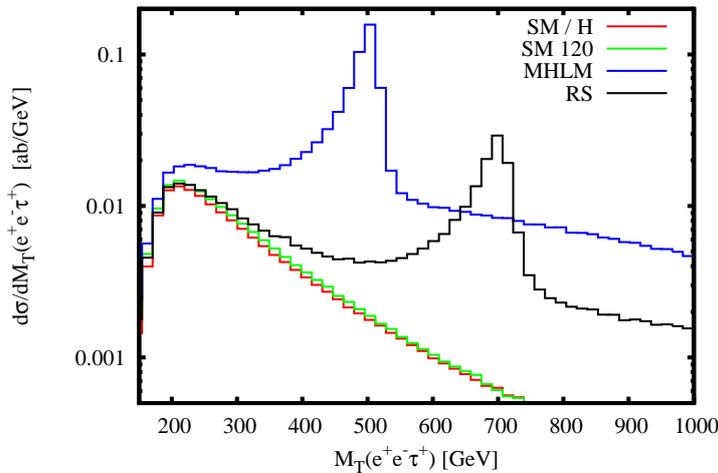


Abbildung 5.34: Differentieller Wirkungsquerschnitt der transversalen Masse aus Elektron, Positron, Tau und fehlendem Transversalimpuls.

Des Weiteren liefert die Rekonstruktion über die transversale Masse, siehe Abbildung 5.34, einen sehr scharfen Peak bei der W' bzw. W_2 Masse. Für den hier betrachteten Endzustand werden dabei wie schon bei der WWZ Produktion wieder ein geladenes Lepton-Antilepton-Paar einer Generation, sowie das Lepton, welches das einzige seiner Familie ist, für die Rekonstruktion der transversalen Masse verwendet. Für den Fall, dass nur die ersten beiden Generationen im Endzustand erlaubt sind, erfolgt die Zuordnung der Leptonen zu den zwei Z -Bosonen wieder über die invariante Masse aller möglichen Paare von Leptonen und Antileptonen der gleichen Generation und gegebenenfalls auch mit Hilfe der R-Separation. Da der differentielle Wirkungsquerschnitt auf den Resonanzen ungefähr dieselbe Größe hat wie für die WWZ Produktion, der kombinatorische Faktor F hier aber nur 4 und nicht 8 ist, bietet also die WWZ Produktion die schnellste Möglichkeit, die Resonanzen nachzuweisen, weil die notwendige integrierte Luminosität am geringsten sein wird. Allerdings ist in diesem Fall ein Fit der theoretischen Vorhersagen an die experimentellen Daten notwendig, um die Resonanzmasse zu bestimmen, während diese bei der ZZW Produktion direkt aus dem Peak in der transversalen Masse bestimmt werden kann.

Da in diesem Prozess das Kontinuum im Vergleich zur Höhe der KK-Resonanz sehr klein ist, zeigt sich deren Einfluss auch überdeutlich in anderen differentiellen

Wirkungsquerschnitten. So besitzt der maximale Transversalimpuls der Leptonen zum einen ein Maximum bei sehr kleinem pT , welches vom Kontinuum herrührt und daher auch im Standardmodell ohne Higgs vorhanden ist, und im Falle der higgslosen Modelle noch ein weiteres Maximum, welches bei etwas weniger als der halben Resonanzmasse liegt, siehe Abbildung 5.35. Die R-Separation der geladenen Leptonen

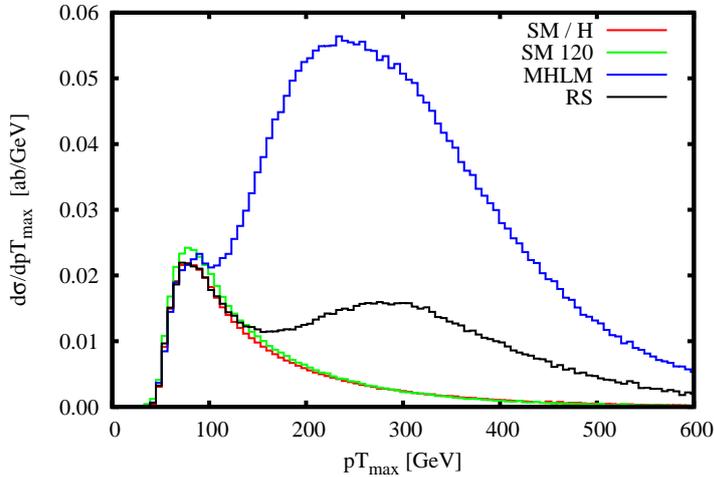


Abbildung 5.35: Differentialer Wirkungsquerschnitt für den maximalen Transversalimpuls eines geladenen Leptons.

aus einem Z -Zerfall wird, wie auch bei der WWZ Produktion, durch die Boosts der hochenergetischen Z aus den KK -Zerfällen dominiert sein, weswegen auch hier wieder die beiden Paare eine sehr geringe R-Separation aufweisen. Ein weiterer deutlicher Unterschied zwischen higgslosen Modellen und dem Standardmodell findet sich im Azimuthalwinkelunterschied von zwei geladenen Leptonen, wobei eines von einem Z abstammt, und das andere vom W , siehe Abbildung 5.36. Im Standardmodell ist der differentielle Wirkungsquerschnitt aufgetragen über diesem Winkel fast flach, während für higgslose Modelle die beiden Leptonen eindeutig dazu tendieren, eine große Azimuthalwinkeldifferenz aufzuzeigen. Die Ursache dafür sind die aus dem Zerfall der KK -Resonanz stammenden hochenergetischen W und Z Bosonen, die sich im Schwerpunktsystem der KK -Resonanz in entgegengesetzte Richtungen bewegen. Diese Richtungen übertragen sich durch die großen Lorentzboosts der beiden Eichbosonen auch auf deren Zerfallsleptonen, weshalb diese ebenfalls einen großen Azimuthalwinkelunterschied besitzen.

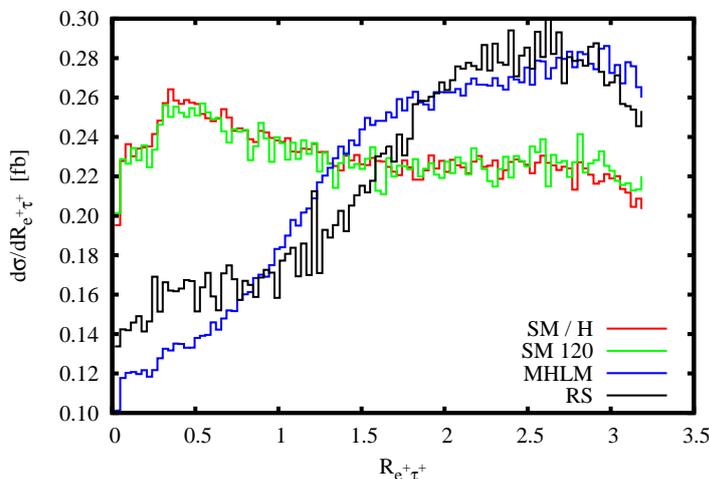


Abbildung 5.36: Verteilung der Azimuthalwinkeldifferenz für Positron und Tau.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Mit der zur Zeit laufenden Inbetriebnahme des LHC rückt die Klärung einer der wichtigsten Fragen der Elementarteilchenphysik in unmittelbare Nähe. Die Ursache der spontanen Symmetriebrechung in der elektroschwachen Wechselwirkung wird voraussichtlich mit Hilfe dieses Experiments geklärt werden können. Neben dem experimentell noch unbestätigten, aber in der Teilchenphysik gut etablierten Higgs-Mechanismus im Glashow-Salam-Weinberg-Modell, wurden viele weitere Alternativen und Erweiterungen dazu vorgeschlagen, deren Verifizierung oder Falsifizierung genauer theoretischer Vorhersagen für die Experimente am LHC bedarf.

Das minimale higgslose Modell (MHLM) stellt eine der einfachsten Erweiterungen des Standardmodells dar und sagt die Existenz je einer Anregung der W - und Z -Eichbosonen voraus, deren Massen fast entartet sind und im Bereich von 380 GeV bis 610 GeV liegen. Das higgslose Randall-Sundrum-Modell, das aufgrund der AdS/CFT Korrespondenz auch zur Untersuchung stark wechselwirkender Modelle der spontanen Symmetriebrechung genutzt werden kann, sagt dagegen eine unendliche Anzahl an Kaluza-Klein-Anregungen der W , Z und Photonen voraus, die bis zu 600 GeV leicht sein können. Da beiden Modellen gemeinsam ist, dass diese zusätzlichen Eichbosonen nur sehr schwach oder gar nicht an leichte Fermionen koppeln, bieten sich zu deren Untersuchung Prozesse wie die Vektorbosonenfusion oder die hier betrachtete Produktion von drei Eichbosonen an.

Bei der Implementierung dieser Modelle in das Monte Carlo Programm VBFNLO [1] für den Prozess der Produktion dreier Eichbosonen wurde dabei der schon von der Standardmodell-Rechnung her vorhandene Rahmen weitestgehend ausgenutzt. So konnten aufgrund des modularen Aufbaus der Matrixelementberechnung alle QCD Korrekturen von der Standardmodell-Rechnung übernommen werden. Eine Änderung war lediglich für die Module notwendig, welche den Zerfall eines von den Quarks abgestrahlten Eichbosons in alle sechs geladenen Leptonen berechnen. Für eine effiziente Monte Carlo Integration musste einer der vorhandenen Phasenraumgeneratoren modifiziert und auf jeden der Prozesse angepasst werden, was den zeitaufwändigsten Teil dieser Arbeit darstellte. Für die Berechnung der Parameter der zwei Modelle wurde für das Randall-Sundrum-Modell auf die schon vorhandenen Routinen zurückgegriffen,

und für das MHLM Routinen aus einer MadGraph-Implementierung [55; 56] eingefügt.

Die Überprüfung der Validität dieser Implementierung wurde anschließend diskutiert. So bot sich für das MHLM ein Vergleich mit der MadGraph-Implementierung an. Dieser zeigte, dass die Vernachlässigung der Fermionkopplungen der Anregung des Z mit einer Masse im mittleren erlaubten Parameterbereich zu Fehlern von weniger als 5% im totalen Wirkungsquerschnitt führte. Dies liegt im Rahmen der Skalenvariation für die betrachteten Prozesse. Ohne die Kopplungen der Z -Anregung an Fermionen stimmen die Matrixelemente dagegen bis auf relative numerische Schwankungen der Größenordnung 10^{-7} überein. Für das Randall-Sundrum-Modell wurde weiterhin gefunden, dass die Konvergenz des totalen Wirkungsquerschnittes unter Berücksichtigung einer unterschiedlichen Anzahl der niedrigsten Kaluza-Klein-Anregungen sehr schnell ist, sodass sich für mehr als zwei berücksichtigte KK-Anregungen nur noch minimale Änderungen im Wirkungsquerschnitt ergeben. Außerdem stimmt das Hochenergieverhalten der beiden higgslosen Modelle mit dem der MadGraph-Implementierung überein.

Die Untersuchung der Skalenvariation für die betrachteten Prozesse und Modelle in führender Ordnung ergab, dass diese stark erhöht ist gegenüber dem Standardmodell. Als Ursache dafür wurden die Kaluza-Klein-Resonanzen identifiziert, deren Höhe um bis 25% im betrachteten Skalenbereich variiert. Dies wurde auf die starke Skalenabhängigkeit der Partonverteilungen bei den für die Kaluza-Klein-Resonanzen wichtigen Impulsbruchteilen der Partonen zurückgeführt. Außerdem wurde der starke Einfluss der minimalen Separation zweier geladener Leptonen auf die Höhe der Resonanzen hervorgehoben.

Bei der Betrachtung der QCD Korrekturen zeigte sich, dass diese zu großen K-Faktoren führen, die stark von der Masse der Kaluza-Klein-Resonanzen abhängen. Außerdem sind die differentiellen K-Faktoren stark vom Phasenraumbereich abhängig, und auf den Resonanzen wesentlich kleiner als für das Kontinuum. Im Gegensatz zum Standardmodell [23] führte ein Veto auf Jets mit hohem Transversalimpuls nicht zu einem flachen differentiellen K-Faktor in den minimalen und maximalen Transversalimpulsverteilungen der geladenen Leptonen. Ein weiteres Ergebnis war der starke Unterschied in den Resonanzhöhen im Vergleich zum Kontinuum, falls für die WWW und ZZW Produktion die ladungskonjugierten Endzustände betrachtet wurden.

Eines der wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit war die Analyse der Skalenvariation in nächstführender Ordnung QCD. Bei den totalen Wirkungsquerschnitten blieb diese für statische Skalen fast unverändert gegenüber der führenden Ordnung, während sie für die dynamische Skala der invarianten Masse der drei Eichbosonen deutlich zurückging. Dabei wurde auch gezeigt, dass die Skalenvariation auf den Resonanzen mit 6% bis 8% deutlich geringer wurde und sich so die Genauigkeit der Vorhersage deutlich verbessert. Die Skalenvariation des Kontinuums wurde durch die QCD Korrekturen dagegen deutlich erhöht, und liegt im Bereich zwischen 10% bis 16%.

Schließlich wurden noch verschiedene phänomenologische Aspekte der beiden Modelle mit dem Standardmodell verglichen. So stellte sich heraus, dass die Kaluza-Klein-Resonanzen in der WWW Produktion mit Hilfe der transversalen Masse kaum nach-

weisbar sein werden, aufgrund der vielen Neutrinos im Endzustand. Dafür zeigen sich aber deutliche Unterschiede in den Verteilungen für die maximalen und minimalen Transversalimpulse der Leptonen und den fehlenden Transversalimpuls. Für die WWZ und ZZW Produktion dürfte dagegen die Entdeckung der Resonanzen mit Hilfe der transversalen Masse möglich sein. Dabei wurde auch deutlich auf die Vorteile und Probleme der gewählten Endzustände hingewiesen, wobei drei Generationen von Leptonen eine einfache Rekonstruktion der interessanten transversalen Massen erlauben, aber das instabile Tau und der geringe Wirkungsquerschnitt problematisch sind. Für Leptonen aus den ersten beiden Generationen erhöht sich der Wirkungsquerschnitt deutlich aufgrund kombinatorischer Faktoren, dafür treten aber Probleme bei der Rekonstruktion der interessanten transversalen Massen auf. Auch wurde auf bestimmte stark unterschiedliche Verteilungen der Azimutalwinkel, R-Separation und des maximalen und fehlenden Transversalimpulses hingewiesen.

Um jedoch endgültige Vorhersagen für das Vorhandensein solcher Resonanzen für den LHC zu erhalten, müssen weitere Studien durchgeführt werden, die unter anderem die Probleme bei der Rekonstruktion der interessanten transversalen Massen bei Endzuständen mit identischen Leptonen berücksichtigen. Der Einfluss der Detektoreigenschaften, sowie Untergrundereignisse bei diesen Endzuständen bedürfen auch weiterer Untersuchungen. Ein wichtiges Werkzeug dafür, die VBFNLO Implementierung dieser Modelle, wird dafür bald öffentlich zur Verfügung stehen.

Anhang A

Details zu den higgslosen Modellen

A.1 Wellenfunktionen im „Three Site Higgsless Model“

Die Wellenfunktionen aus [28] sind hier der Vollständigkeit halber noch einmal aufgeführt, bzw. für den Fall masseloser Standardmodell-Fermionen angepasst. Um die Formeln übersichtlich zu halten, werden folgende Abkürzungen eingeführt:

$$x = \frac{g_0}{g_1}, \quad t = \frac{g_2}{g_0}, \quad M_G^2 = \frac{g_1^2 f^2}{2}. \quad (\text{A.1})$$

Für die geladenen Eichbosonen lauten die Wellenfunktionen dann:

$$\begin{aligned} M_W &= \frac{M_G}{2} \sqrt{2 + x^2 - \sqrt{4 + x^4}} \\ v^W(0) &= \frac{1}{N_W} \\ v^W(1) &= \frac{1}{N_W} \frac{2x}{2 - x^2 + \sqrt{4 + x^4}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$v^W(2) = 0$$

$$\begin{aligned} M_{W'} &= \frac{M_G}{2} \sqrt{2 + x^2 - \sqrt{4 + x^4}} \\ v^{W'}(0) &= \frac{1}{N_{W'}} \\ v^{W'}(1) &= \frac{1}{N_{W'}} \frac{2 - x^2 - \sqrt{4 + x^4}}{2x} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$v^{W'}(2) = 0$$

Die ungeladenen Eichbosonen sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} M_\gamma &= 0 \\ v^\gamma(k) &= e \frac{1}{g_k} \end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned} M_Z &= \frac{M_G}{2} \sqrt{2 + x^2(1 + xt^2) - \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2}} \\ v^Z(0) &= \frac{1}{N_Z} \left(x^2 t + \frac{1}{t} \left(x^2 - \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2} \right) \right) \\ v^Z(1) &= \frac{1}{N_Z} \frac{-1}{xt} \left(2 + x^2(1 - t^2) - \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2} \right) \\ v^Z(2) &= \frac{2}{N_Z} \end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned} M_{Z'} &= \frac{M_G}{2} \sqrt{2 + x^2(1 + xt^2) + \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2}} \\ v^{Z'}(0) &= \frac{1}{N_{Z'}} \left(-x^2 t + \frac{1}{t} \left(x^2 + \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2} \right) \right) \\ v^{Z'}(1) &= \frac{1}{N_{Z'}} \frac{-1}{xt} \left(2 + x^2(1 - t^2) + \sqrt{4 + x^4(1 - t^2)^2} \right) \\ v^{Z'}(2) &= \frac{2}{N_{Z'}} \end{aligned} \tag{A.6}$$

Für masselose Standardmodell-Fermionen f mit idealer Delokalisierung, siehe Gleichung 3.38, sind die Wellenfunktionen durch

$$\begin{aligned} m_f &= 0, \\ v_L^f(0) &= \frac{-1}{\sqrt{\epsilon_L^2 + 1}}, \\ v_L^f(1) &= \frac{\epsilon_L}{\sqrt{\epsilon_L^2 + 1}}, \\ v_L^f(2) &= 0, \\ v_R^f(0) &= 0, \\ v_R^f(1) &= 0, \\ v_R^f(2) &= 1, \end{aligned} \tag{A.7}$$

gegeben. Die Wellenfunktionen der schweren Partnerfermionen F sind:

$$\begin{aligned}
m_F &= M_F \sqrt{1 + \epsilon_L^2}, & (A.8) \\
v_L^F(0) &= \frac{-\epsilon_L}{\sqrt{\epsilon_L^2 + 1}}, \\
v_L^F(1) &= \frac{-1}{\sqrt{\epsilon_L^2 + 1}}, \\
v_L^F(2) &= 0, \\
v_R^F(0) &= 0, \\
v_R^F(1) &= 1, \\
v_R^F(2) &= 0.
\end{aligned}$$

A.2 Symmetriebrechung durch Randbedingungen

Eine ausführliche Einführung in die Symmetriebrechung durch Randbedingungen in einer zusätzlichen Raumdimension findet sich in [70]. Das Verfahren ist hier für eine flache Extradimension noch einmal aufgeführt. In AdS₅ Räumen ist das Vorgehen analog dazu, allerdings muss dann die Abhängigkeit der Metrik von der Koordinate in der zusätzlichen Dimension berücksichtigt werden, was zu einem zusätzlichen z -abhängigen Faktor in der Wirkung führt, und bei partiellen Integrationen über die Extradimension zu zusätzlichen Termen führt.

Die Wirkung einer 5D Yang-Mills-Theorie ist:

$$S = \int d^5x \left(-\frac{1}{4} F_{MN}^a F^{MNa} \right) \quad M, N \in \{0, 1, 2, 3, 5\} \quad (A.9)$$

wobei die 5D Eichfelder aus den üblichen 4D Eichfeldern A_μ^a und einem zusätzlichen Skalar A_5^a besteht, und a die Eichfelder einer Eichgruppe benennt. Die Wirkung lässt sich aufspalten in

$$S = \int d^5x \left(-\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - \frac{1}{2} F_{\mu 5}^a F^{\mu 5 a} \right) \quad \mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\} \quad (A.10)$$

Der letzte Term führt dabei zu einer Mischung des 4D Eichfeldes mit dem zusätzlichen Skalar, was durch Ausmultiplikation deutlich wird:

$$\int d^4x dz \frac{-1}{2} \left(\partial_\mu A_5^a \partial^\mu A^{5a} + \partial_5 A_\mu^a \partial^5 A^{\mu a} - 2 \partial_5 A_\mu^a \partial^\mu A^{5a} \right). \quad (A.11)$$

Partielle Integration des letzten Terms liefert:

$$- \int \partial^\mu A_\mu^a \partial_5 A_5^a dz + [\partial_\mu A^{\mu a} A_5^a]_R^R. \quad (A.12)$$

Die Mischung kann nun durch folgende Eichfixierungsbedingung eliminiert werden:

$$S_{Eichung} = \int d^4x \, dz \frac{-1}{2\xi} (\partial_\mu A^{\mu a} - \xi \partial_5 A_5^a)^2, \quad (\text{A.13})$$

womit der Propagator des 4D Eichfeldes seine übliche Form für R_ξ Eichungen annimmt. Die quadratischen Terme in der Wirkung ohne Randterme lauten dann:

$$S_{quad} = \frac{1}{2} \int d^4x \, dz A^{\mu a} \left[g_{\mu\nu} (\partial_\rho \partial^\rho - \partial_5^2) - \left(1 - \frac{1}{\xi}\right) \partial_\mu \partial_\nu \right] A^{\nu a} - \frac{1}{2} \int d^4x \, dz A_5^a \left[\partial_\rho \partial^\rho - \xi \partial_5^2 \right] A_5^a. \quad (\text{A.14})$$

Ist die Wellenfunktion des 4D Eichfeldes entlang der zusätzlichen Dimension nicht flach, so wird durch ∂_5^2 ein Massenterm für das Eichfeld erzeugt. Das ξ vor dem Massenterm in der zweiten Zeile zeigt dagegen an, dass die Masse des A_5^a Skalars von der gewählten Eichung abhängt, und A_5^a somit keinen physikalischen Zustand darstellen kann. Diese Skalare werden stattdessen die zusätzlichen Freiheitsgrade der massiven Eichfelder darstellen. Es bleibt noch die Frage nach einem masselosen A_5^a Skalar, welches ein physikalischer Zustand sein könnte. Ob dieser existiert, hängt allerdings von den Randbedingungen ab.

Um diese zu bestimmen, muss zuerst die Mischung von A_5^a und A_μ^a aus Gleichung A.12 auf den Rändern entfernt werden, was wiederum durch Eichfixierung geschieht.

$$S_{Eich}^{Rand} = -\frac{1}{2\xi_{R'}} \int d^4x (\partial_\mu A^{\mu a} + \xi_{R'} A_5^a)^2|_{R'} - \frac{1}{2\xi_R} \int d^4x (\partial_\mu A^{\mu a} - \xi_R A_5^a)^2|_R \quad (\text{A.15})$$

Unter der Bedingung, dass die Randterme bei einer beliebigen Variation der Felder A_μ^a und A_5^a verschwinden, ergeben sich folgende Randbedingungen:

$$\text{R: } \partial_5 A^{\mu a} + \frac{1}{\xi_R} \partial_\nu \partial^\nu A^{\mu a} = 0, \quad \xi \partial_5 A_5^a + \xi_R A_5^a = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\text{R': } \partial_5 A^{\mu a} + \frac{1}{\xi_{R'}} \partial_\nu \partial^\nu A^{\mu a} = 0, \quad \xi \partial_5 A_5^a - \xi_{R'} A_5^a = 0 \quad (\text{A.17})$$

Im Limes $\xi_R, \xi_{R'} \rightarrow \infty$ vereinfacht sich dies zu

$$\partial_5 A^{\mu a}|_{R,R'} = 0, \quad A_5^a|_{R,R'} = 0 \quad (\text{A.18})$$

auf beiden Rändern. Dies entspricht also einer Neumann-Randbedingungen für das 4D Eichfeld auf beiden Rändern und lässt eine flache nichtverschwindende Wellenfunktion zu, sodass es aufgrund des Operators ∂_5^2 auch ein masseloses Eichfeld geben kann. Der Skalar erfüllt dagegen Dirichlet-Randbedingungen, weshalb kein masseloser Zustand vorhanden ist.

Um Symmetriebrechung zu erreichen, also keine masselosen Eichfelder, ist mindestens eine Dirichlet-Randbedingung auf einer der Ränder nötig. Diese erhält man durch Hinzufügen eines Higgsfeldes auf dem entsprechenden Rand

$$S_{Higgs}^{Rand} = \int d^4x \left(|D_\mu \Phi|^2 - \lambda \left(|\phi|^2 - \frac{1}{2}v^2 \right)^2 \right) \quad (\text{A.19})$$

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h)e^{i\pi/v} \quad (\text{A.20})$$

Aufgrund der kovarianten Ableitung des Higgsfeldes kommt es auf dem Rand nicht nur zu einer Mischung von A_5^a und A_μ^a , sondern auch von π und A_μ^a . Diese zusätzliche Mischung kann durch veränderte Eichfixierung auf den Rändern behoben werden:

$$S_{Eich}^{Rand} = \int d^4x \frac{-1}{2\xi_R} \left[(\partial_\mu A^\mu + \xi_R (v_R \pi_R - A_5)) \right]_R^2 \quad (\text{A.21})$$

$$+ \int d^4x \frac{-1}{2\xi_{R'}} \left[(\partial_\mu A^\mu + \xi_{R'} (v_{R'} \pi_{R'} + A_5)) \right]_{R'}^2$$

Die daraus resultierenden Randbedingungen sind:

$$\begin{aligned} \text{R: } \partial_5 A_\mu - v_R^2 A_\mu &= 0 \\ \text{R': } \partial_5 A_\mu + v_{R'}^2 A_\mu &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Im Grenzfall $v \rightarrow \infty$ folgt aus diesen Randbedingungen, dass die Eichfelder an den Stellen verschwinden, an denen das Higgs nicht verschwindet, und folglich entkoppeln Eichfeld und Higgs. Da das Higgs nur auf den Rändern vorkommt, bedeutet dies, dass das Eichfeld nun eine Dirichlet-Randbedingung erfüllen muss. Eine dieser Randbedingungen auf einem der beiden Ränder sorgt dann dafür, dass eine flache Wellenfunktion gleichbedeutend ist mit einer verschwindenden Wellenfunktion, und somit keine masselosen Eichfelder vorkommen können.

Für die A_5 Skalare ergibt die obige Ausführung für den Fall eines auf den Rändern lokalisierten Higgs, dass diese in der unitären Eichung Neumann-Randbedingungen erfüllen werden und nicht mehr Dirichlet. Damit in der Theorie später keine Skalare mehr vorkommen, muss also sichergestellt werden, dass mindestens eine Randbedingung der A_5^a Felder Dirichlet ist. Für das Verschwinden der h und π ist dagegen nötig, dass im Grenzfall unendlich großer Erwartungswerte gearbeitet wird.

A.3 Randbedingungen für RS-Modell

Die Randbedingungen auf der TeV-Brane für die Symmetriebrechung [40]

$$SU(2)_L \otimes SU(2)_R \rightarrow SU(2)_D \quad (\text{A.23})$$

sind wie folgt:

$$\partial_z (A_\mu^{La} + A_\mu^{Ra}) = 0, \quad (\text{A.24a})$$

$$A_\mu^{La} - A_\mu^{Ra} = 0, \quad (\text{A.24b})$$

$$\partial_z B_\mu = 0, \quad (\text{A.24c})$$

$$A_5^{La} + A_5^{Ra} = 0, \quad (\text{A.24d})$$

$$\partial_z (A_5^{La} - A_5^{Ra}) = 0, \quad (\text{A.24e})$$

$$B_5 = 0. \quad (\text{A.24f})$$

$$(\text{A.24g})$$

wobei $a \in \{1, 2, 3\}$ die drei Eichfelder der jeweiligen $SU(2)$ Eichgruppen benennt. Auf der UV-Brane sind für die erforderliche Symmetriebrechung [40]

$$SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y \quad (\text{A.25})$$

folgende Randbedingungen nötig:

$$\partial_z A_\mu^{La} = 0, \quad (\text{A.26a})$$

$$A_\mu^{R1,2} = 0, \quad (\text{A.26b})$$

$$\partial_z (g_5 B_\mu + \tilde{g}_5 A_\mu^{R3}) = 0, \quad (\text{A.26c})$$

$$A_5^{La} = 0, \quad (\text{A.26d})$$

$$\partial_z A_5^{R1,2} = 0, \quad (\text{A.26e})$$

$$g_5 B_5 + \tilde{g}_5 A_5^{R3} = 0. \quad (\text{A.26f})$$

$$(\text{A.26g})$$

Einsetzen der verwendeten KK-Zerlegung aus Gleichungen 3.51 mit den Abkürzungen

$$\kappa = \frac{g_5}{\tilde{g}_5}, \quad R_i = \frac{Y_i(m_k R)}{J_i(m_k R)}, \quad \tilde{R}_i = \frac{Y_i(m_k R')}{J_i(m_k R')}, \quad (\text{A.27})$$

führt auf folgendes Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten der KK-Zerlegung für die geladenen W Bosonen [47]:

$$\begin{aligned} a_k^{L\pm} + \tilde{R}_0 b_k^{L\pm} + a_k^{R\pm} + \tilde{R}_0 b_k^{R\pm} &= 0 \\ a_k^{L\pm} + \tilde{R}_1 b_k^{L\pm} - a_k^{R\pm} - \tilde{R}_1 b_k^{R\pm} &= 0 \\ a_k^{L\pm} + R_0 b_k^{L\pm} &= 0 \\ a_k^{R\pm} + R_1 b_k^{R\pm} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Die Lösbarkeitsbedingung für obiges Gleichungssystem bestimmt die in R_i und \tilde{R}_i enthaltenen Massen der KK-Anregungen.

$$(R_0 - \tilde{R}_1)(\tilde{R}_0 - R_1) - (R_0 - \tilde{R}_0)(R_1 - \tilde{R}_1) = 0 \quad (\text{A.29})$$

Das Gleichungssystem für die Koeffizienten der KK Zerlegung der ungeladenen Eichbosonen ist [47]:

$$\begin{array}{rcccccc}
& a_k^{L3} & + & a_k^{R3} & + & \tilde{R}_0 b_k^{L3} & + & \tilde{R}_0 b_k^{R3} & = & 0 \\
& a_k^{L3} & - & a_k^{R3} & + & \tilde{R}_1 b_k^{L3} & - & \tilde{R}_1 b_k^{R3} & = & 0 \\
& a_k^{L3} & & & + & R_0 b_k^{L3} & & & = & 0 \\
\kappa a_k^B & & + & a_k^{R3} & & & + & R_0 b_k^{R3} & + & \kappa R_0 b_k^B & = & 0 \\
a_k^B & & & & & & & & + & \tilde{R}_0 b_k^B & = & 0 \\
a_k^B & & - & \kappa a_k^{R3} & & & - & \kappa R_0 b_k^{R3} & + & R_1 b_k^B & = & 0
\end{array} \tag{A.30}$$

Dieses besitzt zwei Lösbarkeitsbedingungen. Die erste Bedingung gehört zur ungebrochenen Symmetrie des Photons und dessen KK-Anregungen und lässt auch die Lösung $m_k=0$ zu:

$$\tilde{R}_0 = R_0. \tag{A.31}$$

Die zweite Bedingung ergibt die Z -Masse sowie die Massen der zugehörigen KK-Anregungen:

$$\kappa^2 \left((\tilde{R}_0 - R_0)(\tilde{R}_1 - R_1) + (\tilde{R}_1 - R_0)(\tilde{R}_0 - R_1) \right) + 2(\tilde{R}_1 - R_0)(\tilde{R}_0 - R_1) = 0. \tag{A.32}$$

Anhang B

Importance Sampling

Für das Importance Sampling der Resonanzen in invarianten Massen wird das sogenannte „Tan-Mapping“ verwendet. Die Wahl eines gewissen Impulsübertrags q^2 zwischen q_{min}^2 und q_{max}^2 hängt dabei wie folgt von der Zufallszahl r ab:

$$\begin{aligned}q^2 &= m^2 + m\Gamma \tan(x) \\x &= x_{min} + (x_{max} - x_{min})r \\x_{min} &= \arctan\left(\frac{q_{min}^2 - m^2}{m\Gamma}\right) \\x_{max} &= \arctan\left(\frac{q_{max}^2 - m^2}{m\Gamma}\right)\end{aligned}\tag{B.1}$$

Hierbei ist m die Masse der Resonanz und Γ deren Breite. Die Häufigkeit einen bestimmten Wert von q^2 bei gleichverteiltem r zu erzielen ist dann:

$$h(q^2) \propto \frac{dx(q^2)}{dq^2} = \frac{m\Gamma}{(q^2 - m^2)^2 + m^2\Gamma^2}\tag{B.2}$$

und folgt damit der Breit-Wigner-Verteilung. Leider ist diese Verteilung weniger gut für das Kontinuum geeignet, wie in Bild B.1 zu sehen ist. Hier wurde eine neue Verteilung in VBFNLO unter dem Namen `NonResonance_kk` eingefügt, welche auf einem modifizierten „Tan-Mapping“ beruht:

$$\begin{aligned}q^2 &= m^2 + m\Gamma \tan(x^n) \\x &= x_{min} + (x_{max} - x_{min})r \\x_{min} &= \arctan\left(\frac{q_{min}^2 - m^2}{m\Gamma}\right)^{\frac{1}{n}} \\x_{max} &= \arctan\left(\frac{q_{max}^2 - m^2}{m\Gamma}\right)^{\frac{1}{n}}\end{aligned}\tag{B.3}$$

Die Häufigkeitsverteilung sieht dann folgendermaßen aus:

$$h(q^2) \propto \frac{dx(q^2)}{dq^2} = \frac{m\Gamma \arctan\left(\frac{q^2 - m^2}{m\Gamma}\right)^{\frac{1}{n} - 1}}{(q^2 - m^2)^2 + m^2\Gamma^2}\tag{B.4}$$

Für q^2 die nur wenig größer sind als die Resonanz m^2 wird das Maximum der Breit-Wigner-Verteilung durch den arctan im Zähler unterdrückt. Andererseits tendiert für $q^2 \gg m^2$ der arctan gegen 1 und die Verteilung wird dominiert durch den Verlauf der normalen Breit-Wigner-Verteilung.

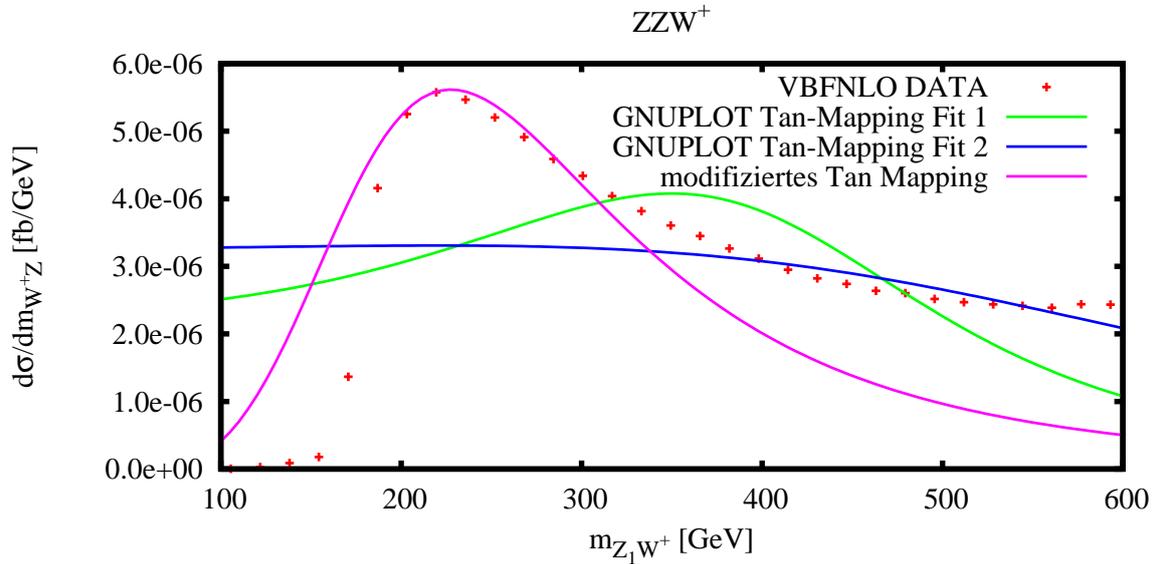


Abbildung B.1: Importance Sampling für das ZZW^+ Kontinuum: der erste GNUPLOT Fit wurde für Masse und Breite der Breit-Wigner-Verteilung durchgeführt, der zweite nur für die Breite bei einer auf das Maximum des Kontinuums festgesetzten Masse. Das modifizierte „Tan-Mapping“ zeigt die in VBFNLO implementierte Variante mit $m = 60$ GeV, $\Gamma = 690$ GeV und $n = \frac{1}{3}$.

Anhang C

MadGraph Implementierung des MHLM

Wie auf der Internetseite der Implementierung des MHLM für MadGraph [56] nachzulesen ist, benutzt diese modifizierte HELAS Routinen, die jedoch nicht immer die beabsichtigte Funktion erfüllen und damit zu falschen Wirkungsquerschnitten führen. Ursache sind die Kopplungen des Modells und die Art wie sie den HELAS Routinen zur Verfügung gestellt werden. Dabei verwenden die auf der Internetseite angegebenen Routinen nur eine der beiden mitgegebenen Kopplungen. Für die Routine

```
jwwwxx(w1,w2,w3,gwwa,gwwz,wmass,wwidth , jwww)
```

ist dies z.B. die `gwwa` Kopplung, während die andere gar nicht in der Routine verwendet wird. MadGraph sollte bei der Erstellung des HELAS-Codes die richtige Kopplung auf den `gwwa` Platz setzen, und dem anderen eine überflüssige Kopplung genannt `gone` zuweisen. In manchen Fällen aber vertauscht MadGraph die Zuweisung der Kopplungen, was dann zu falschen Wirkungsquerschnitten führt. Dieses Problem kann behoben werden, indem die Kopplung `gone` auf 0 gesetzt wird, und anstatt der auf der Internetseite bereitgestellten modifizierten HELAS Routinen, die Routinen

- `wwwwnx`
- `jwwwnx`
- `jw3wnx`
- `w3w3nx`

des aktuellen MadGraph Pakets verwendet werden. Diese Routinen wählen automatisch die Kopplung aus den beiden zugewiesenen aus, welche nicht 0 ist. Ein weiteres Problem dieser Implementierung, als auch der neuen Implementierung mit Hilfe von FeynRules [57] ist, dass MadGraph nicht immer die richtigen Routinen für die Berechnung der Vierer-Vertices verwendet. Ein Beispielgraph dafür ist in Abbildung C.1 gegeben. Der dazu von MadGraph erstellte Code ist:

```
CALL JWWnX(W(1,27 ),W(1,9 ),W(1,1980),MGVX16 ,DUM0 ,ZERO,
```

```
& ZERO,W(1,3121))
CALL IOVXXX(W(1,6),W(1,5),W(1,3121),MGVX50,AMP(2452))
```

Mit dem ersten CALL soll der Photon Propagator von A_2 berechnet werden. Allerdings wird dazu `JWWWnX` verwendet, und nicht `JW3WnX`, was die richtige Routine wäre. Dieser Fehler resultiert in NAN für die Photonwellenfunktion $W(1,3121)$, da der Propagator durch die Formel

$$\Pi^{\mu\nu} = \frac{-i}{q^2 - m^2} \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m^2} \right) \quad (\text{C.1})$$

nicht berechnet werden kann, aufgrund der Division durch die nicht vorhandene Photonmasse. Um dieses Problem zu beheben, müssen per Hand alle im HELAS-Code vorkommenden Feynman-Graphen mit Vierer-Vertices kontrolliert und gegebenenfalls berichtigt werden.

Auf einen Vergleich von VBFNLO mit der FeynRules Implementierung des MHLM wurde im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Dies hat vielerlei Gründe. Zum einen werden in der FeynRules-Implementierung bei allen Fermionen außer der ersten Generation die Massen berücksichtigt. Zweitens gibt es noch einen Fehler, wenn MadGraph den HELAS-Code erstellt, da es dort vorkommt, dass die Reihenfolge der Wellenfunktionen von W und Z Bosonen in den Aufrufen der HELAS-Routinen nicht der im HELAS Handbuch vorgeschriebenen Reihenfolge entspricht. Drittens werden in dieser Implementierung auch die schweren Partner der Fermionen berücksichtigt, und nicht in dem Limes gearbeitet, bei dem diese entkoppeln. Dies führt zu einer starken Erhöhung der Anzahl von Feynman-Graphen. Außerdem werden auch solche Feynman-Graphen berechnet, die von vorneherein Null sind wegen einer verschwindenden Kopplung. Diese Graphen enthalten z.B. $WW'\gamma$ Vertices, deren Kopplung aufgrund der Orthonormalität von W und W' verschwindet. Letztendlich führt dies dazu, dass für einen Prozess wie

$$u \bar{d} \rightarrow e^+ e^- \mu^+ \mu^- \tau^+ \nu_\tau \quad (\text{C.2})$$

weit über 4000 Feynman-Graphen zu berechnen wären. Der HELAS-Code dafür konnte auf einigen Systemen gar nicht erst kompiliert werden wegen Speichermangels. Und um Wirkungsquerschnitte mit diesen Matrixelementen zu erhalten, die einen ähnlich großen Fehler wie die von VBFNLO haben, wären Monate von Rechenzeit nötig gewesen, die im Rahmen dieser Arbeit nicht vorhanden sind. Ein Vergleich mit dieser Implementierung war aus den eben genannten Gründen also nicht möglich.

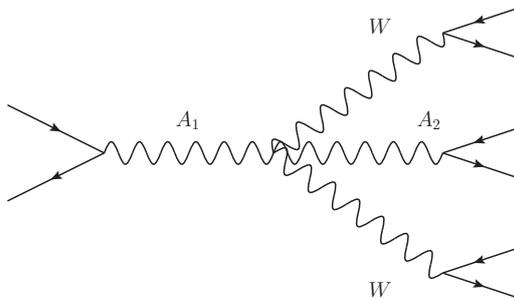


Abbildung C.1: Feynmangraph mit $WW\gamma$ Vertex.

Quellen

- [1] K. Arnold *et al.*, “VBFNLO: A parton level Monte Carlo for processes with electroweak bosons,” *Comput. Phys. Commun.* **180** (2009) 1661–1670, arXiv:0811.4559 [hep-ph].
- [2] S.L. Glashow *Nucl. Phys.* **22** (1961) 279.
- [3] A. Salam *Phys. Rev.* **127** (1962) 331.
- [4] S. Weinberg *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264.
- [5] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson, “Experimental test of parity conservation in beta decay,” *Phys. Rev.* **105** (Feb, 1957) 1413–1415.
- [6] **Particle Data Group** Collaboration, C. Amsler *et al.*, “Review of particle physics,” *Phys. Lett.* **B667** (2008) 1.
- [7] P. W. Higgs, “Broken symmetries and the masses of gauge bosons,” *Phys. Rev. Lett.* **13** (Oct, 1964) 508–509.
- [8] F. Englert and R. Brout, “Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons,” *Phys. Rev. Lett.* **13** (Aug, 1964) 321–323.
- [9] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble, “Global conservation laws and massless particles,” *Phys. Rev. Lett.* **13** (Nov, 1964) 585–587.
- [10] J. Goldstone, “Field theories with \hat{A} « superconductor \hat{A} » solutions,” *Il Nuovo Cimento (1955-1965)* **19** (January, 1961) 154–164.
<http://www.springerlink.com/content/317j40442w325q47/>.
- [11] P. Langacker, “Introduction to the Standard Model and Electroweak Physics,” arXiv:0901.0241 [hep-ph].
- [12] C. N. Yang and R. L. Mills, “Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance,” *Phys. Rev.* **96** (Oct, 1954) 191–195.
- [13] C. G. Callan, “Broken scale invariance in scalar field theory,” *Phys. Rev. D* **2** (Oct, 1970) 1541–1547.

- [14] K. Symanzik, “Small distance behaviour in field theory and power counting,” *Communications in Mathematical Physics* **18** (September, 1970) 227–246. <http://www.springerlink.com/content/t261885775652350/>.
- [15] C. Quigg, “GAUGE THEORIES OF THE STRONG, WEAK AND ELECTROMAGNETIC INTERACTIONS,” *Front. Phys.* **56** (1983) 1–334.
- [16] D. J. Gross and F. Wilczek, “Asymptotically free gauge theories. i,” *Phys. Rev. D* **8** (Nov, 1973) 3633–3652.
- [17] D. J. Gross and F. Wilczek, “ASYMPTOTICALLY FREE GAUGE THEORIES. 2,” *Phys. Rev.* **D9** (1974) 980–993.
- [18] D. J. Gross and F. Wilczek, “Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories,” *Phys. Rev. Lett.* **30** (Jun, 1973) 1343–1346.
- [19] H. D. Politzer, “Reliable perturbative results for strong interactions?,” *Phys. Rev. Lett.* **30** (Jun, 1973) 1346–1349.
- [20] S. Prestel, “QCD-Korrekturen zu WW-Produktion am LHC.” Diplomarbeit, 2008. http://www-itp.particle.uni-karlsruhe.de/prep/diploma/PSFiles/Diplom_Prestel.pdf.
- [21] V. Hankele, “NLO QCD corrections to tri-boson production in hadronic collisions.” Dissertation, 2009. http://www-itp.particle.uni-karlsruhe.de/prep/phd/PSFiles/Diss_Hankele.pdf.
- [22] V. Hankele, D. Zeppenfeld, “QCD corrections to hadronic WWZ production with leptonic decays,” *Phys.Lett.B* **661** (2008) 103–108, [arXiv:hep-ph/0712354v3](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0712354v3).
- [23] F. Campanario et al., “QCD corrections to charged triple vector boson production with leptonic decay,” *Phys.Rev.D* **78** (2008) 094012, [arXiv:0809.0790v2](https://arxiv.org/abs/0809.0790v2).
- [24] A. A. Andrianov and N. V. Romanenko, “Vacuum fine tuning and empirical estimations of masses of the top quark and Higgs boson,” *Phys. Atom. Nucl.* **57** (1994) 479–484, [arXiv:hep-ph/9305252](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9305252).
- [25] S. Weinberg, “Implications of Dynamical Symmetry Breaking: An Addendum,” *Phys. Rev.* **D19** (1979) 1277–1280.
- [26] L. Susskind, “Dynamics of Spontaneous Symmetry Breaking in the Weinberg-Salam Theory,” *Phys. Rev.* **D20** (1979) 2619–2625.
- [27] B. W. Lee, C. Quigg, and H. B. Thacker, “Weak interactions at very high energies: The role of the higgs-boson mass,” *Phys. Rev. D* **16** (Sep, 1977) 1519–1531.
- [28] N. D. Christensen, “Some Details of The Minimal Higgsless Model.” Online quelle, 2008. <http://www.pa.msu.edu/~neil/Research/talks/2008-01-24.pdf>.

-
- [29] N. Arkani-Hamed, Andrew G. Cohen and Howard Georgi, “(De)Constructing Dimensions,” *Phys.Rev.Lett.* **86** (2001) 4757–4761 **86** (2001) 4757–4761, [arXiv:hep-th/0104005v1](#).
- [30] R. S. Chivukula *et al.*, “A three site higgsless model,” *Phys. Rev.* **D74** (2006) 075011, [arXiv:hep-ph/0607124](#).
- [31] H.-J. He *et al.*, “LHC Signatures of New Gauge Bosons in Minimal Higgsless Model,” *Phys. Rev.* **D78** (2008) 031701, [arXiv:0708.2588 \[hep-ph\]](#).
- [32] R.S. Chivukula, E.H. Simmons, H.J. He, M. Kurachi and M.Tanabashi, “Ideal fermion delocalization in Higgsless models,” *Phys. Rev. D* **72** (2005) 095013, [arXiv:hep-ph/0504114](#).
- [33] M. E. Peskin and T. Takeuchi, “Estimation of oblique electroweak corrections,” *Phys. Rev.* **D46** (1992) 381–409.
- [34] S. Matsuzaki, R. S. Chivukula, E. H. Simmons, and M. Tanabashi, “One-Loop Corrections to the S and T Parameters in a Three Site Higgsless Model,” *Phys. Rev.* **D75** (2007) 073002, [arXiv:hep-ph/0607191](#).
- [35] T. Abe, S. Matsuzaki, and M. Tanabashi, “Does the three site Higgsless model survive the electroweak precision tests at loop?,” *Phys. Rev.* **D78** (2008) 055020, [arXiv:0807.2298 \[hep-ph\]](#).
- [36] T. Ohl and C. Speckner, “Production of Almost Fermiophobic Gauge Bosons in the Minimal Higgsless Model at the LHC,” *Phys. Rev.* **D78** (2008) 095008, [arXiv:0809.0023 \[hep-ph\]](#).
- [37] **LEP** Collaboration, J. Alcaraz *et al.*, “Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model,” [arXiv:0712.0929 \[hep-ex\]](#).
- [38] L. Randall and R. Sundrum, “A Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension,” *Phys.Rev.Lett.* **83** (1999) 3370–3373, [arXiv:hep-ph/9905221v1](#).
- [39] C.Csaki, C.Grojean, H.Murayama, L.Pilo, J.Terning, “Gauge Theories on an Interval: Unitarity without a Higgs,” *Phys.Rev.D69:055006,2004* **69** (2004) 055006, [arXiv:hep-ph/0305237v1](#).
- [40] Csaba Csaki, Christophe Grojean, Luigi Pilo, John Terning, “Towards a Realistic Model of Higgsless Electroweak Symmetry Breaking,” *Phys.Rev.Lett.* **92** (2004) 101802, [arXiv:hep-ph/0308038v2](#).
- [41] Giacomo Cacciapaglia, Csaba Csaki, Christophe Grojean, John Terning, “Curing the Ills of Higgsless Models: the S Parameter and Unitarity,” *Phys.Rev. D* **71** (2005) 035015, [arXiv:hep-ph/0409126v2](#).
- [42] Giacomo Cacciapaglia, Csaba Csáki, Guido Marandella, John Terning, “A New Custodian for a Realistic Higgsless Model,” *Phys.Rev.D* **75** (2007) 015003, [arXiv:hep-ph/0607146v1](#).

- [43] C. Csaki, C. Grojean, J. Hubisz, Y. Shirman, J. Terning, “Fermions on an Interval: Quark and Lepton Masses without a Higgs,” *Phys.Rev. D70 (2004) 015012* **70** (2004) 015012, [arXiv:hep-ph/0310355v1](#).
- [44] J. M. Maldacena, “The large N limit of superconformal field theories and supergravity,” *Adv. Theor. Math. Phys.* **2** (1998) 231–252, [arXiv:hep-th/9711200](#).
- [45] K. Agashe, A. Delgado, M. J. May, and R. Sundrum, “RS1, custodial isospin and precision tests,” *JHEP* **08** (2003) 050, [arXiv:hep-ph/0308036](#).
- [46] A. Cohen and H. Georgi, “Walking beyond the rainbow,” *Nuclear Physics B* **314** (1989) no. 1, 7 – 24.
- [47] C. Englert, “Spin 1 Resonances in Vector Boson Fusion in Warped Higgsless Models / Spin-1-Kaluza-Klein-Resonanzen in Vektorboson-Fusionsprozessen in höherdimensionalen Modellen ohne Higgsboson.” Diplomarbeit, 2007. http://www-itp.particle.uni-karlsruhe.de/prep/diploma/PSFiles/Diplom_Englert.ps.gz.
- [48] A. Manohar and H. Georgi, “Chiral quarks and the non-relativistic quark model,” *Nuclear Physics B* **234** (1984) no. 1, 189 – 212.
- [49] H. Georgi and L. Randall, “Flavor conserving cp violation in invisible axion models,” *Nuclear Physics B* **276** (1986) no. 1, 241 – 252.
- [50] M. Papucci, “NDA and perturbativity in Higgsless models,” [arXiv:hep-ph/0408058](#).
- [51] H. Davoudiasl, J. L. Hewett, B. Lillie, and T. G. Rizzo, “Warped Higgsless models with IR brane kinetic terms,” *JHEP* **05** (2004) 015, [arXiv:hep-ph/0403300](#).
- [52] Colin Morningstar, “The Monte Carlo method in quantum field theory,” [arXiv:hep-lat/0702020v1](#).
- [53] Stefan Weinzierl, “Introduction to Monte Carlo methods,” (2000) , [arXiv:hep-ph/0006269v1](#).
- [54] G. P. Lepage, “A new algorithm for adaptive multidimensional integration,” *Journal of Computational Physics* **27** (1978) 192–203.
- [55] Alwall et al., “MadGraph/MadEvent v4: The New Web Generation,” *JHEP* **0709** (2007) 028, [arXiv:hep-ph/0706.2334v1](#).
- [56] N. D. Christensen, “MadGraph Implementation of the 3-Site Model.” Online quelle, 2008. <https://hep.pa.msu.edu/twiki/bin/view/ThreeSiteModel/MadGraph>.
- [57] N. D. Christensen, “Minimal Higgsless Model or 3-Site Model.” Online quelle, 2009. <http://feynrules.phys.ucl.ac.be/view/Main/ThreeSiteModel>.

-
- [58] N. D. Christensen and C. Duhr, “FeynRules - Feynman rules made easy,” [arXiv:0806.4194](https://arxiv.org/abs/0806.4194) [hep-ph].
- [59] P. Meade and M. Reece, “BRIDGE: Branching ratio inquiry / decay generated events,” [arXiv:hep-ph/0703031](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0703031).
- [60] R. H. Dalitz, “On the analysis of τ -meson data and the nature of the τ -meson,” *Philosophical Magazine* **44** (1953) 1068.
- [61] Thomas Williams, Colin Kelley and many others, “GNU PLOT.” Online quelle, Version 4.0. <http://www.gnuplot.info/>. Alle in dieser Diplomarbeit gezeigten Histogramme wurden mit GNU PLOT erstellt.
- [62] T. Kinoshita, “Mass singularities of Feynman amplitudes,” *J. Math. Phys.* **3** (1962) 650–677.
- [63] T. D. Lee and M. Nauenberg, “Degenerate systems and mass singularities,” *Phys. Rev.* **133** (Mar, 1964) B1549–B1562.
- [64] S. Catani and M. H. Seymour, “A general algorithm for calculating jet cross sections in NLO QCD,” *Nucl. Phys.* **B485** (1997) 291–419, [arXiv:hep-ph/9605323](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9605323).
- [65] S. Catani and M. H. Seymour, “The Dipole Formalism for the Calculation of QCD Jet Cross Sections at Next-to-Leading Order,” *Phys. Lett.* **B378** (1996) 287–301, [arXiv:hep-ph/9602277](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9602277).
- [66] H. Murayama, I. Watanabe and K. Hagiwara, “HELAS: HELicity Amplitude Subroutines for Feynman Diagram Evaluations.” KEK Report 91-11, Januar 1992. <http://cp3wks05.fynu.ucl.ac.be/twiki/pub/Software/HELAS/helas.pdf>.
- [67] J. Pumplin *et al.*, “New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis,” *JHEP* **07** (2002) 012, [arXiv:hep-ph/0201195](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0201195).
- [68] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.
- [69] A. Alves, O. J. P. Eboli, M. C. Gonzalez-Garcia, and J. K. Mizukoshi, “Deciphering the spin of new resonances in Higgsless models,” *Phys. Rev.* **D79** (2009) 035009, [arXiv:0810.1952](https://arxiv.org/abs/0810.1952) [hep-ph].
- [70] Csaba Csaki, Jay Hubisz, Patrick Meade, “TASI Lectures on Electroweak Symmetry Breaking from Extra Dimensions,” (2005) , [arXiv:hep-ph/0510275v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0510275v1).
- [71] D. Binosi and L. Theußl, “Jaxodraw: A graphical user interface for drawing feynman diagrams,” *Computer Physics Communications* **161** (2004) no. 1-2, 76 – 86. Alle in dieser Diplomarbeit gezeigten Feynman-Diagramme wurden mit Jaxodraw 2 angefertigt.

Danksagung

Als erstes möchte ich mich bei Professor Dieter Zeppenfeld für die Möglichkeit bedanken, eine Diplomarbeit auf einem derart aktuellen Forschungsgebiet anfertigen zu dürfen, sowie für die vielen hilfreichen Diskussionen, die für den Fortschritt dieser Arbeit unverzichtbar waren. Weiterhin gilt mein Dank Professor Matthias Steinhauser, der sich bereit erklärt hat, das Korreferat für diese Arbeit zu übernehmen.

Außerdem möchte ich mich auch bei allen Angehörigen des Instituts für Theoretische Physik für die vielen kleineren und größeren Diskussionen und Tipps bedanken. Besonderer Dank gilt Christoph Englert für seine Hilfe bei der Einführung in die higgslosen Modelle und Vera Hankele für die Beantwortung unzähliger Fragen zum verwendeten Computerprogramm.

Ein sehr großes Dankeschön geht an alle Korrekturleser für ihre Mühe und die vielen hilfreichen kleinen und großen Ratschläge.

Auch bedanke ich mich bei allen anderen Diplomanden am ITP für eine stets angenehme Atmosphäre und viele kleine und große Unterhaltungen während des vergangenen Jahres.

Zuletzt möchte ich noch meinen Eltern für die Unterstützung während meines Studiums danken.

