

Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Theoretische Physik

**Anomale Kopplungen bei der
W-Paar-Produktion in
Vektor-Boson-Fusion**

Diplomarbeit
von
Nicolas Greiner

September 2006

Referent: Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Koreferent: Prof. Dr. U. Nierste

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Karlsruhe, den 15.September 2006

Als Diplomarbeit akzeptiert:

Karlsruhe, den 15.September 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Lagrange-Dichte	5
2.1	Lagrange-Dichte des Standardmodells	5
2.2	Operatoren der Dimensionen 5 und 6	5
2.3	Beiträge der einzelnen Operatoren	7
2.4	Effektive Lagrange-Dichte	13
3	Feynman-Regeln	15
3.1	Pfadintegraldarstellung	15
3.2	Pfadintegrale in der Quantenfeldtheorie	17
3.3	Feynman-Regeln für anomale Kopplungen	21
4	Implementierung im Monte-Carlo-Programm VBFNLO	25
4.1	Das Programm VBFNLO	25
4.2	Numerische Tests der anomalen Kopplungen	28
4.3	Lorentz-Invarianz	29
4.4	Eichinvarianz	29
5	WW \rightarrow WW Streuung	33
5.1	WW \rightarrow WW Streuung im Standardmodell	33
5.2	WW \rightarrow WW Streuung mit anomalen Kopplungen	34
6	Unitarität und Formfaktoren	41
6.1	Partialwellenstreuung	41
6.2	Unitaritätsschranken	43
6.3	Formfaktor	46
6.4	Overall factor scheme	47
7	Wirkungsquerschnitte am LHC mit anomalen Kopplungen	49
7.1	VBF-Cuts	49
7.2	Wirkungsquerschnitte und Verteilungen	50
8	Zusammenfassung und Diskussion	63
A	Feynman-Regeln	65
A.1	Feynman-Regeln für 3-Vertizes	65
A.2	Feynman-Regeln für 4-Vertizes	72

B Parameter	79
B.1 VBF-cuts	79
B.2 an_couplings.dat	81
B.3 Parametrisierungen anomaler Kopplungen	81
Literaturverzeichnis	84
Danksagung	85

Kapitel 1

Einleitung

*”Das Gegenteil einer richtigen Behauptung
ist eine falsche Behauptung.
Aber das Gegenteil einer tiefen Wahrheit
kann wieder eine tiefe Wahrheit sein“
Niels Bohr*

In allen bisher durchgeführten Experimenten wurde das Standardmodell der Teilchenphysik immer wieder bestätigt. Bis zum heutigen Tag gibt es kein Ergebnis, das den Vorhersagen des Standardmodells signifikant widerspricht. Obwohl alle Ergebnisse verträglich mit dem Standardmodell sind, gibt es dennoch Zweifel an dessen Vollständigkeit. So enthält das Standardmodell eine Menge Parameter, wie zum Beispiel die Kopplungskonstanten oder die Massen der Teilchen, die experimentell bestimmt und in die Theorie eingefügt werden müssen, und nicht vom Modell vorhergesagt werden. Auch die Anzahl der in der Natur vorhandenen Teilchen läßt sich nicht aus der Theorie gewinnen. Diese und andere Probleme legen die Vermutung nahe, daß es noch Physik jenseits des Standardmodells geben könnte. Eine wichtige Aufgabe zukünftiger Experimente wird daher sein, die Vorhersagen des Standardmodells mit größtmöglicher Präzision zu testen, um so Hinweise auf neue Physik zu finden.

Mit dem LHC (Large Hadron Collider) wird in wenigen Jahren der bisher größte Teilchenbeschleuniger fertiggestellt sein. Von ihm erhofft man sich sowohl den Nachweis des theoretisch vorhergesagten Higgs-Bosons, als auch Hinweise auf Physik jenseits des Standardmodells.

Wenn das Standardmodell keine fundamentale Theorie ist, so liegt es nahe, es als den Niederenergielimes einer fundamentaleren Theorie zu sehen, die größere Energien benötigt als bis jetzt zur Verfügung stehen, um direkt beobachtet werden zu können. Eine Möglichkeit, dies zu berücksichtigen und das Standardmodell dadurch zu erweitern, besteht darin, zu der Lagrange-Dichte des Standardmodells weitere Operatoren hinzuzufügen, die abhängig von einer Massenskala Λ sind, die als Skala für neue Teilchen aufgefaßt werden kann. Unterhalb dieser Skala machen sich diese Operatoren durch kleine Abweichungen vom Standardmodell bemerkbar. Die Einführung zusätzlicher Operatoren hat insbesondere Einfluß auf die Kopplungen der Teilchen

untereinander. Ein großer Vorteil dieser Vorgehensweise liegt darin, daß Abweichungen vom Standardmodell modellunabhängig beschrieben werden können. Man faßt dies im Sinne einer effektiven Theorie auf, die gewisse Effekte beschreibt, ohne genaue Kenntnis der zu beschreibenden Wechselwirkung oder auch eventueller neuer Teilchen zu haben. Im Rahmen dieser Arbeit werden die auftretenden Abweichungen der Kopplungen der verschiedenen elektroschwachen Eichbosonen untersucht. Dabei bietet sich der Prozeß der Vektor-Boson-Fusion an, da er zum einen relativ leicht vom Detektor erfaßt werden kann, und er zum anderen Vorteile bei der Suche nach dem Higgs-Boson besitzt, da der erwartete relative Fehler sehr gering ist. Die Abweichungen bei den Kopplungen können durch das Hinzufügen von Operatoren der Dimension 6 beschrieben werden. Im Kapitel 2 werden die Dimension 6 Operatoren beschrieben, und ihre Eigenschaften in Bezug auf die Kopplungen zwischen den Eichbosonen behandelt.

Um die Effekte anomaler Kopplungen berechnen zu können, müssen die entsprechenden Feynman-Regeln für die zusätzlichen Operatoren berechnet werden. Das Kapitel 3 beschäftigt sich daher mit der Ableitung der Feynman-Regeln aus einer Lagrange-Dichte mit Hilfe des Pfadintegralformalismus.

Ein wichtiges Ziel war die Simulation anomaler Kopplungen in einem Monte-Carlo-Programm. Das Kapitel 4 beschreibt zunächst grob das für diese Arbeit verwendete Programm, sowie die Implementierung der zusätzlichen Terme der anomalen Kopplungen. Ebenfalls wichtig ist die Überprüfung der anomalen Kopplungen auf mögliche Fehler. Deshalb wird im Kapitel 4 auch die am Programm vorgenommenen Tests der Lorentz- und Eichinvarianz erläutert. Die beiden Tests der Lorentz- und Eichinvarianz sind allein jedoch noch nicht ausreichend um mögliche Fehlerquellen zu finden. Es wurde daher das charakteristische Verhalten der Matrixelemente als Funktion der Schwerpunktsenergie untersucht, und dieses Verhalten mit einer analytischen Rechnung in Mathematica verglichen. Das Kapitel 5 erläutert die Vorgehensweise bei der Untersuchung dieses Verhaltens. Dort wird zunächst auf die $WW \rightarrow WW$ Streuung eingegangen, da dafür relevanten Feynmandiagramme auch in dem in dieser Diplomarbeit untersuchten Prozeß der Vektor-Boson-Fusion auftreten, und dabei eine wichtige Rolle spielen. Bei der Untersuchung der $WW \rightarrow WW$ Streuung gewinnt man wichtige Erkenntnisse über das Verhalten der verschiedenen Amplituden als Funktion der Schwerpunktsenergie. Vor allem zeigt sich, daß die anomalen Kopplungen sich hier deutlich anders verhalten als das Standardmodell. Die Amplituden wachsen mit zunehmender Schwerpunktsenergie an, was als weiterer Test verwendet werden kann.

Wachsen die Amplituden mit zunehmender Schwerpunktsenergie an, so bedeutet das, daß auch der Wirkungsquerschnitt beliebig groß werden kann, wählt man nur die zur Verfügung stehende Energie groß genug. Dies führt letztlich zu einer Verletzung der Unitarität. Daher befaßt sich das Kapitel 6 zunächst mit Unitarität und der Frage nach Unitaritätserhaltung. Um Unitaritätsverletzung zu vermeiden, ist es nötig, Formfaktoren einzufügen, die ein beliebiges Anwachsen verhindern, und die Unitaritätserhaltung somit auch bei hohen Energien gewährleistet ist. Von welcher Art diese Formfaktoren sein können, wird im weiteren Verlauf des Kapitels 6 diskutiert. Umgekehrt lassen sich aus der Forderung nach Unitaritätserhaltung Schranken an die Stärke der anomalen Kopplungen ableiten.

Von entscheidender Bedeutung und ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist natürlich die Frage nach den phänomenologischen Auswirkungen anomaler Kopplungen. Man erwartet Abweichungen im Wirkungsquerschnitt und in den differentiellen Verteilungen, hervorgerufen durch die anomalen Kopplungen.

Im Kapitel 7 werden diese Unterschiede aufgezeigt, und die verschiedenen Verteilungen diskutiert. Dabei ist ein wichtiger Punkt die Frage, wie sich die anomalen Kopplungen vom Standardmodell unterscheiden lassen, und wie man die zugrunde liegende Natur der anomalen Kopplungen (CP-gerade oder CP-ungerade) erkennen kann.

Das Kapitel 8 beinhaltet schließlich eine Zusammenfassung sowie eine Diskussion der Ergebnisse.

Im Anhang A werden die Feynman-Regeln der verwendeten Dimension 6 Operatoren aufgelistet, der Anhang B beinhaltet zum einen eine Auflistung der für die Berechnung der Verteilungen verwendeten Cuts, zum anderen wird die Datei, die die Berechnung der anomale Kopplungen steuert, angegeben und erläutert.

Kapitel 2

Lagrange-Dichte

2.1 Lagrange-Dichte des Standardmodells

In der klassischen Mechanik gilt für die Wirkung: $S = \int L dt$. Dabei ist L die Lagrange-Funktion, die in der klassischen Mechanik die Form $L = T - U$ annimmt, mit der kinetischen Energie T und der potentiellen Energie U . Diese Formel für die Wirkung gilt nur im nichtrelativistischen Bereich, da Raum und Zeit nicht gleichbehandelt werden. Wird dies für eine vierdimensionale Raumzeit verallgemeinert, gilt:

$$S = \int \mathcal{L} d^4x.$$

In natürliche Einheiten, d.h. $\hbar = c = 1$, ist die Wirkung dimensionslos und es gilt:

$$[\text{Länge}] = [\text{Zeit}] = [\text{Energie}]^{-1} = [\text{Masse}]^{-1}.$$

Im weiteren Verlauf soll auch mit natürlichen Einheiten gerechnet werden. Da das Integrationsmaß folglich die Dimension $[\text{Masse}]^{-4}$ hat, muß die Lagrange-Dichte \mathcal{L} aus Operatoren der Dimension $[\text{Masse}]^4$ bestehen. Aus den Lagrange-Dichten kann man ablesen, daß Skalar- und Vektorfelder Dimension 1 besitzen, Spinorfelder die Dimension $\frac{3}{2}$. Zusätzlich wird von den Operatoren Lorentz- und Eichinvarianz gefordert. Dem Standardmodell liegt eine $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ Symmetrie zugrunde, der die Operatoren genügen müssen. Durch diese Forderungen wird die Wahl der möglichen Operatoren stark eingeschränkt. Solche lorentz- und eichinvariante Operatoren bilden die Lagrange-Dichte des Standardmodells.

2.2 Operatoren der Dimensionen 5 und 6

Die Lagrange-Dichte des Standardmodells läßt sich erweitern, indem man Operatoren der Dimension 5 oder 6 oder noch höherer Ordnung hinzufügt. Da die resultierenden Beiträge zur Lagrange-Dichte weiterhin Dimension 4 besitzen müssen, benötigt man eine dimensionsbehaftete Kopplungskonstante. Daraus folgt, daß Theorien dieser Art nicht renormierbar sind. Für die erweiterte Lagrange-Dichte erhält man:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{SM} + \sum_i \frac{f_i^5}{\Lambda} \mathcal{O}_i^5 + \sum_i \frac{f_i^6}{\Lambda^2} \mathcal{O}_i^6 + \dots \quad (2.1)$$

Alle Operatoren der Dimensionen 5 und 6 (Dimension-5 bzw. Dimension-6 Operatoren) sind in [1] aufgelistet. Da es nicht möglich ist, Operatoren der Dimension 5 zu konstruieren, die nur Standardmodellfelder enthalten und gleichzeitig SU(2)- und lorentzinvariant sind, sind die ersten relevanten Operatoren von der Dimension 6. Desweiteren geht man davon aus, daß alle höheren Operatoren vernachlässigbar im Vergleich zu den Dimension 6 Operatoren sind, da sie durch weitere Faktoren $\frac{1}{\Lambda}$ unterdrückt werden. Im Allgemeinen nehmen diese zusätzlichen Operatoren sowohl Einfluß auf die kinetischen Terme der Fermionen und Bosonen als auch auf die Wechselwirkungsterme zwischen Fermionen und Bosonen. Da die Kopplungen zwischen den Eichbosonen und den Fermionen durch LEP-Daten bereits sehr genau bestimmt sind, werden im Folgenden nur Operatoren behandelt, die skalare- und/oder vektorielle Bosonen beinhalten.

Folgende 11 CP-geraden Operatoren sind möglich:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\Phi,1} &= (D_\mu \Phi)^\dagger \Phi \Phi^\dagger (D_\mu \Phi) \\ \mathcal{O}_{BW} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \\ \mathcal{O}_{DW} &= Tr([D_\mu, \hat{W}_{\nu\rho}][D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}]) \\ \mathcal{O}_{DB} &= -\frac{g'^2}{2} (\partial_\mu B_{\nu\rho}) (\partial^\mu B^{\nu\rho}) \\ \mathcal{O}_{\Phi,2} &= \frac{1}{2} \partial^\mu (\Phi^\dagger \Phi) \partial_\mu (\Phi^\dagger \Phi) \\ \mathcal{O}_{\Phi,3} &= \frac{1}{3} (\Phi^\dagger \Phi)^3 \\ \mathcal{O}_{WWW} &= Tr[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\rho} \hat{W}_\rho^\mu] \\ \mathcal{O}_{WW} &= \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \\ \mathcal{O}_{BB} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi \\ \mathcal{O}_W &= (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{W}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) \\ \mathcal{O}_B &= (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{B}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dabei bezeichnet Φ das skalare Higgs-Doublett, das in der unitären Eichung gegeben ist durch:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Die kovariante Ableitung wird definiert als:

$$D_\mu = \partial_\mu + g \frac{i}{2} W_\mu^a \sigma^a + g' \frac{i}{2} B_\mu \quad (2.4)$$

Desweiteren gilt für die Feldstärketensoren:

$$\hat{B}_{\mu\nu} = i\frac{g'}{2}B_{\mu\nu}, \hat{W}_{\mu\nu} = i\frac{g}{2}\sigma^a W_{\mu\nu}^a \quad . \quad (2.5)$$

Ersetzt man die Feldstärketensoren durch duale Feldstärketensoren, die mittels des total antisymmetrischen Epsilon-Tensors durch

$$\tilde{W}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}W^{\rho\sigma}$$

definiert sind, erhält man neben obigen 11 CP-geraden Operatoren zusätzlich 7 CP-ungerade Operatoren:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\tilde{W}W} &= \Phi^\dagger \tilde{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \\ \mathcal{O}_{\tilde{W}} &= (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{W}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) \\ \mathcal{O}_{\tilde{B}B} &= \Phi^\dagger \tilde{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi \\ \mathcal{O}_{\tilde{B}} &= (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{B}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) \\ \mathcal{O}_{B\tilde{W}} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \tilde{W}^{\mu\nu} \Phi \\ \mathcal{O}_{D\tilde{W}} &= Tr([D_\mu, \tilde{W}_{\nu\rho}][D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}]) \\ \mathcal{O}_{\tilde{W}WW} &= Tr[\tilde{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\rho} \hat{W}_\rho^\mu] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Von diesen 7 Operatoren sind jedoch nur 5 linear unabhängig, die Operatoren $\mathcal{O}_{B\tilde{W}}$ und $\mathcal{O}_{\tilde{W}}$ lassen sich darstellen durch:

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{B\tilde{W}} &= -2\mathcal{O}_{\tilde{B}} - \mathcal{O}_{\tilde{B}B} \\ \mathcal{O}_{\tilde{W}} &= \mathcal{O}_{\tilde{B}} - \frac{1}{2}\mathcal{O}_{\tilde{W}W} + \frac{1}{2}\mathcal{O}_{\tilde{B}B} \end{aligned}$$

2.3 Beiträge der einzelnen Operatoren

Wie in [2] gezeigt wird, liefern die Operatoren $\mathcal{O}_{DW}, \mathcal{O}_{DB}, \mathcal{O}_{BW}$ und $\mathcal{O}_{\Phi,1}$ Beiträge zur kinetischen Energie der Lagrange-Dichte. Der Operator $\mathcal{O}_{\Phi,1}$ besitzt einen Term der Form

$$\mathcal{L}_{\Phi,1} = \frac{f_{\Phi,1} v^2}{\Lambda^2} \frac{m_Z^2}{4} Z_\mu Z^\mu$$

der zur Masse des Z-Bosons beiträgt, jedoch nicht zur Masse der W-Bosonen. Dies führt zu Veränderungen verschiedener Parameter, unter anderem des T-Parameters. Der T-Parameter wird im Particle Data Book [3] definiert durch:

$$\hat{\alpha}(M_Z)T = \frac{\Pi_{WW}^{new}(0)}{m_w^2} - \frac{\Pi_{ZZ}^{new}(0)}{m_Z^2}.$$

Die $\Pi_{VV}^{new}(0)$ sind dabei die Selbstenergien der jeweiligen Eichbosonen und α bezeichnet die Feinstrukturkonstante. Im Standardmodell ist dieser Parameter Null, und experimentell ergibt sich

$$T = -0.17 \pm 0.12 (+0.09).$$

Dem ersten Wert liegt hierbei eine Higgsmasse von 117 GeV zugrunde, der geklammerte Wert gibt die Veränderung an, wenn eine Higgsmasse von 300 GeV angenommen wird.

Berechnet man nun den Beitrag des Operators $\mathcal{O}_{\Phi,1}$ zum T-Parameter ([4]) ergibt sich

$$\alpha T = -\frac{v^2}{2} \frac{f_{\Phi,1}}{\Lambda^2}.$$

Für $\alpha = 137.036^{-1}$ und $v^2 = [\sqrt{2}G_F]^{-1}$ mit $G_F = 1.16639 \cdot 10^{-5}$ GeV ergibt sich für den Vorfaktor von $\mathcal{O}_{\Phi,1}$

$$\frac{f_{\Phi,1}}{\Lambda^2} = 0.04 \pm 0.03 \text{ TeV}^{-2}.$$

Der Operator \mathcal{O}_{DB} führt zu einem anomalen Laufen der Feinstrukturkonstanten α_{QED} und zu einer Veränderung des Weinberg-Winkels. Durch die experimentelle Bestimmung dieser Größen wird der Operator auf den Bereich

$$-33.6 \text{ TeV}^{-2} \leq \frac{f_{DB}}{\Lambda^2} \leq 5.6 \text{ TeV}^{-2}$$

eingeschränkt (siehe [5]). Dabei wurde die Masse des Top Quarks mit 175 GeV angenommen und für die Higgsmasse ein Bereich von $90 \text{ GeV} \leq m_H \leq 800 \text{ GeV}$. Die Schranken sind in Einheiten von TeV^{-2} angegeben. \mathcal{O}_{DB} liefert jedoch keine Beiträge zu Wechselwirkungen zwischen den Eichbosonen.

Der Operator \mathcal{O}_{BW} hat eine Mischung zwischen B- und W^3 -Boson zur Folge, die durch den Term

$$\mathcal{L}_{BW} = \frac{f_{BW}}{\Lambda^2} \frac{m_Z^2}{2} \sin \theta_W \cos \theta_W B^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^3$$

beschrieben wird. Dieser Term führt zu einer Veränderung des S-Parameters, der in [3] gegeben ist durch:

$$\frac{\hat{\alpha}(M_Z)}{4s_Z^2 c_Z^2} S = \frac{\Pi_{ZZ}^{new}(M_Z^2) - \Pi_{ZZ}^{new}(0)}{M_Z^2} - \frac{\hat{c}_Z^2 - \hat{s}_Z^2}{\hat{c}_Z \hat{s}_Z} \frac{\Pi_{Z\gamma}^{new}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Pi_{\gamma\gamma}^{new}(M_Z^2)}{M_Z^2}.$$

Mit s beziehungsweise c wird der Sinus/Cosinus des Weinbergwinkels bezeichnet. Für den gemessenen Wert von S gilt:

$$S = -0.13 \pm 0.10 \quad (-0.8).$$

Daraus kann man nun analog zum Operator $\mathcal{O}_{\Phi,1}$ eine Schranke für den Vorfaktor von \mathcal{O}_{BW} berechnen:

$$S = -4\pi v^2 \frac{f_{BW}}{\Lambda^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{f_{BW}}{\Lambda^2} = 0.17 \pm 0.13 \text{ TeV}^{-2}.$$

Aus den gleichen Überlegungen lassen sich für den Operator \mathcal{O}_{DW} Schranken berechnen. Der Operator trägt zum U-Parameter bei, der über die Beziehung

$$\frac{\hat{\alpha}(M_Z)}{4\hat{s}_Z^2}(S + U) = \frac{\Pi_{WW}^{new}(M_W^2) - \Pi_{WW}^{new}(0)}{M_W^2} - \frac{\hat{c}_Z}{\hat{s}_Z} \frac{\Pi_{Z\gamma}^{new}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Pi_{\gamma\gamma}^{new}(M_Z^2)}{M_Z^2}$$

definiert wird, und für dessen Wert

$$U = 0.22 \pm 0.13 \quad (+0.01)$$

gemessen wurde. Der Beitrag von \mathcal{O}_{DW} zum U-Parameter ist

$$U = 32\pi(m_Z^2 - m_W^2) \frac{f_{DW}}{\Lambda^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{f_{DW}}{\Lambda^2} = 1.2 \pm 0.7 \text{ TeV}^{-2}.$$

Dabei wurde für die Masse des W-Bosons ein Wert von 80.43 GeV verwendet, für die Masse des Z-Bosons ein Wert von 91.19 GeV.

Durch die relativ genaue experimentelle Bestimmung der Parameter S,T,U sind diese vier Operatoren bereits sehr stark eingeschränkt und werden daher im Folgenden vernachlässigt.

Zwei weitere Operatoren, $\mathcal{O}_{\Phi,2}$ und $\mathcal{O}_{\Phi,3}$, führen lediglich zu einer Renormierung der Higgs-Wellenfunktion und des Higgs-Potentials und können ebenfalls vernachlässigt werden, [6].

Desweiteren ist bei den Operatoren \mathcal{O}_{WW} und \mathcal{O}_{BB} zu beachten, daß sie keine Beiträge zu Vertizes ohne Higgs-Boson besitzen, [7]. Möchte man Vertizes ohne Higgs-Boson betrachten, so kann vom Higgs-Feld nur der Term $\propto \frac{v}{\sqrt{2}}$ beitragen, also erhält man für diese Vertizes die Form

$$\frac{v^2}{2} W_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad \text{bzw.} \quad \frac{v^2}{2} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}.$$

Somit sind sie proportional zu den kinetischen Termen des Standardmodells und können somit in einer Renormierung der W - und B -Felder absorbiert werden. Diese Operatoren tragen also nur zu Higgs-Kopplungen bei.

Festzuhalten ist jedoch, daß obige Überlegungen nicht für die CP-ungeraden Varianten der Operatoren gelten. So ist zum Beispiel ein Term der Form $\frac{v^2}{2} \tilde{W}_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$ aufgrund des zusätzlich vorkommenden total antisymmetrischen Epsilon-Tensors nicht

mehr proportional zur kinetischen Energie der W-Bosonen im Standardmodell. Selbiges gilt damit auch für die Operatoren $\mathcal{O}_{\tilde{B}B}$ und $\mathcal{O}_{D\tilde{W}}$.

Trotzdem trägt auch der CP-ungerade Operator $\mathcal{O}_{\tilde{W}W}$ aufgrund der Struktur des Epsilon-Tensors nicht zu 3- und 4-Vertizes ohne Higgs-Boson bei, sondern nur zu den anomalen Higgs-Kopplungen. Dies läßt sich durch eine einfache Rechnung zeigen:

Die Komponenten des W-Feldstärke-Tensors (W-Tensor) sind gegeben durch

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k.$$

Der 4-Vertex von $\mathcal{O}_{\tilde{W}W}$ stammt aus dem nicht-abelschen Teil des Tensors. Er hat die Form:

$$\mathcal{L}_{\tilde{W}W_4} = \epsilon_{ijk}\epsilon_{ij'k'} W_\mu^j W_\nu^k W_\rho^{j'} W_\sigma^{k'} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (2.7)$$

Nun gilt allgemein für die Generatoren einer Lie-Gruppe die Beziehung

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c,$$

mit den Strukturkonstanten f^{abc} . Für den Fall der SU(2) sind dies gerade die total antisymmetrischen Epsilon-Tensoren ϵ^{ijk} mit $\epsilon^{123} = +1$. Für die Strukturkonstanten gilt die Jacobi-Identität

$$f^{ade}f^{bcd} + f^{bde}f^{cad} + f^{cde}f^{abd} = 0.$$

Für den hier benötigten Fall der Epsilon-Tensoren läßt sich die Jacobi-Identität schreiben als

$$\epsilon^{ijk}\epsilon^{ij'k'} + \epsilon^{ij'k}\epsilon^{ik'j} + \epsilon^{ik'k}\epsilon^{ijj'} = 0. \quad (2.8)$$

Der erste Term entspricht gerade der Struktur in Gleichung 2.7. Kann man die beiden anderen Terme auf die Form des ersten Terms bringen, so liefert die Jacobi-Identität den Beweis, daß der 4-Vertex verschwindet.

Setzt man den zweiten Term von 2.8 in 2.7 ein, ergibt sich

$$\epsilon^{ij'k}\epsilon^{ik'j} W_\mu^j W_\nu^k W_\rho^{j'} W_\sigma^{k'} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Um die Epsilon-Tensoren auf die Form des ersten Terms von 2.8 zu bringen, werden die Indizes folgendermaßen umbenannt: $j \rightarrow j', j' \rightarrow k', k' \rightarrow j$ Dadurch erhält man:

$$\epsilon^{ijk}\epsilon^{ij'k'} W_\mu^{k'} W_\nu^k W_\rho^j W_\sigma^{j'} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Nun werden die Lorentz-Indizes der W-Felder umbenannt: $\rho \rightarrow \mu, \sigma \rightarrow \rho, \mu \rightarrow \sigma$. Daraus folgt

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{ij'k'} W_\mu^j W_\nu^k W_\rho^{j'} W_\sigma^{k'} \epsilon^{\sigma\nu\mu\rho}.$$

Desweiteren gilt:

$$\epsilon^{\sigma\nu\mu\rho} = +\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Damit läßt sich der zweite Term auf die Form des ersten Terms bringen. Die analoge Vorgehensweise für den dritten Term ergibt zunächst:

$$\epsilon^{ik'k} \epsilon^{ijj'} W_\mu^j W_\nu^k W_\rho^{j'} W_\sigma^{k'} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Die Umbenennung der Indizes der Epsilon-Tensoren ($k' \rightarrow j, j \rightarrow j', j' \rightarrow k'$) führt zu

$$\epsilon^{ijk} \epsilon^{ij'k'} W_\mu^{j'} W_\nu^k W_\rho^{k'} W_\sigma^j \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Anschließende Umbenennung der Lorentz-Indizes ($\mu \rightarrow \rho, \rho \rightarrow \sigma, \sigma \rightarrow \nu$) liefert dann

$$\epsilon_{ijk} \epsilon_{ij'k'} W_\mu^j W_\nu^k W_\rho^{j'} W_\sigma^{k'} \epsilon^{\rho\nu\sigma\mu}.$$

Da aber wiederum:

$$\epsilon^{\rho\nu\sigma\mu} = +\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$$

gilt, läßt sich auch der dritte Term aus Gleichung 2.8 auf die Form des ersten Terms bringen. Damit ist gezeigt, daß der 4-Vertex proportional zur Jacobi-Identität und damit Null ist.

Der 3-Vertex wird gebildet aus einem Anteil des abelschen Teils des Feldstärketensors und einem nicht-abelschen Anteil. Der 3-Vertex hat daher die allgemeine Form:

$$\mathcal{L}_{\tilde{W}W_3} = \epsilon_{ijk} (\partial_\mu W_\nu^i) W_\rho^j W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (2.9)$$

Durch partielle Integration erhält man:

$$\begin{aligned} \epsilon_{ijk} (\partial_\mu W_\nu^i) W_\rho^j W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \\ \partial_\mu (\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^j W_\sigma^k) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} - \epsilon_{ijk} W_\nu^i ((\partial_\mu W_\rho^j) W_\sigma^k + W_\rho^j (\partial_\mu W_\sigma^k)) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \end{aligned}$$

Der letzte Term kann nun folgendermaßen umgeformt werden:

Durch Umbenennen der Indizes in ϵ_{ijk} ($j \rightarrow k, k \rightarrow j$) und anschließendem Vertauschen ergibt sich

$$-\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^j (\partial_\mu W_\sigma^k) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = +\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^k (\partial_\mu W_\sigma^j) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Die gleiche Operation angewandt auf die Lorentz-Indizes ρ und σ ergibt:

$$+\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^k (\partial_\mu W_\sigma^j) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = -\epsilon_{ijk} W_\nu^i (\partial_\mu W_\rho^j) W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Somit folgt:

$$\epsilon_{ijk} (\partial_\mu W_\nu^i) W_\rho^j W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \partial_\mu (\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^j W_\sigma^k) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} - 2\epsilon_{ijk} W_\nu^i (\partial_\mu W_\rho^j) W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$$

Für den zweiten Term auf der rechten Seite wird nun die Vorgehensweise für die Indizes i und j , sowie ν und ρ wiederholt und man erhält:

$$\epsilon_{ijk} (\partial_\mu W_\nu^i) W_\rho^j W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \partial_\mu (\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^j W_\sigma^k) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} - 2\epsilon_{ijk} (\partial_\mu W_\nu^i) W_\rho^j W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma},$$

also

$$\epsilon_{ijk} (\partial_\mu W_\nu^i) W_\rho^j W_\sigma^k \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{3} \partial_\mu (\epsilon_{ijk} W_\nu^i W_\rho^j W_\sigma^k) \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}.$$

Der 3-Vertex ist damit proportional zu einem Oberflächenterm. Durch Fouriertransformation wird aus der partiellen Ableitung der Gesamtimpuls. Da der Gesamtimpuls aber Null ist, verschwindet auch der Oberflächenterm, und dadurch treten auch keine Beiträge zum 3-Vertex auf.

Für den Operator $\mathcal{O}_{\tilde{B}B}$ lassen sich ähnliche Überlegungen anstellen. Aufgrund der Struktur des B -Feldstärke-Tensors (B -Tensor) kann dieser Operator zu 3- und 4-Vertizes ohne Higgs-Boson nicht beitragen. Er könnte aber Beiträge zu den Zweipunktfunktionen des Photons und des Z -Bosons liefern. Es läßt sich nun durch eine einfache Rechnung zeigen, daß dies aber nicht der Fall ist. Der für die Rechnung relevante Teil des Operators ist gegeben durch

$$\tilde{B}^{\mu\nu} B_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} B_{\mu\nu}.$$

Wegen der abelschen Struktur des B -Tensors gilt weiter:

$$\begin{aligned} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} B_{\mu\nu} &= \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu) \\ &= \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\mu B_\nu - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\nu B_\mu \\ &= \epsilon^{\nu\mu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\nu B_\mu - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\nu B_\mu \\ &= -\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\nu B_\mu - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\nu B_\mu \\ &= -2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \partial_\nu B_\mu. \end{aligned}$$

Mit partieller Integration ergibt sich daraus

$$= -2\partial_\nu (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} B_{\alpha\beta} B_\mu) + 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} (\partial_\nu B_{\alpha\beta}) B_\mu.$$

Man erhält also zwei Terme. Im ersten Term wirkt die Ableitung auf die ganze Klammer. Daher wird durch Fouriertransformation daraus wieder der Gesamtimpuls, also ergibt dies wieder Null. Der zweite Term läßt sich weiter umformen:

$$\begin{aligned} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu B_{\alpha\beta} B_\mu &= \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\beta B_\alpha B_\mu \\ &= \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu + \epsilon^{\mu\nu\beta\alpha} \partial_\nu \partial_\beta B_\alpha B_\mu \\ &= 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu. \end{aligned}$$

Erneutes Vertauschen und Umbenennen von Indizes, sowie die Berücksichtigung der Vertauschbarkeit der partiellen Ableitung ergibt schließlich:

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu = -\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu = -\epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \partial_\alpha \partial_\nu B_\beta B_\mu = -\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu$$

Da also

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\beta B_\mu = -\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \partial_\alpha B_\nu B_\mu$$

gilt, folgt daraus, daß dieser Term ebenfalls Null sein muß. Es treten also auch keine zusätzlichen kinetischen Terme durch diesen Operator auf.

Der Operator $\mathcal{O}_{\tilde{B}W}$ liefert jedoch auch Beiträge zu den 3-Vertizes, einschließlich zu denjenigen ohne Higgs-Boson. Denn aufgrund der Tatsache, daß man es bei diesem Operator mit einem Produkt aus einem abelschen und einem nicht-abelschen Feldstärketensor zu tun hat, lassen sich die obigen Rechnungen nicht auf diesen Operator übertragen. Dieses Ergebnis ergibt sich natürlich auch dadurch, daß man, wie oben gezeigt, diesen Operator als Linearkombination von anderen Operatoren darstellen kann, die auch solche Beiträge besitzen.

Genauso muß auch die CP-ungerade Version des vernachlässigten Operators \mathcal{O}_{DW} , der Operator $\mathcal{O}_{D\tilde{W}}$ bei den weiteren Rechnungen mit berücksichtigt werden.

2.4 Effektive Lagrange-Dichte

Die im weiteren verwendete Lagrange-Dichte setzt sich zusammen aus den Beiträgen des Standardmodells und den Beiträgen der restlichen Dimension 6 Operatoren. Dies führt zu der folgenden effektiven Lagrange-Dichte:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{eff} = & \mathcal{L}_{SM} \\
& + \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} Tr[\hat{W}_{\mu\nu}\hat{W}^{\nu\rho}\hat{W}_\rho^\mu] + \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} \left(\Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi - \Phi_0^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi_0 \right) \\
& + \frac{f_W}{\Lambda^2} (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{W}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) + \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} \left(\Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi - \Phi_0^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi_0 \right) \\
& + \frac{f_B}{\Lambda^2} (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{B}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) + \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} \Phi^\dagger \tilde{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \\
& + \frac{f_{\tilde{B}B}}{\Lambda^2} \Phi^\dagger \tilde{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi + \frac{f_{\tilde{B}}}{\Lambda^2} (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{B}^{\mu\nu} (D^\nu \Phi) \\
& + \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} Tr([D_\mu, \tilde{W}_{\nu\rho}][D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}]) + \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} Tr[\tilde{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\rho} \hat{W}_\rho^\mu]
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Dabei bezeichnet Φ_0 den Teil des Higgs-Feldes, der nur den Vakuumerwartungswert enthält, also

$$\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}.$$

Die Operatoren $\mathcal{O}_{\tilde{W}}$ und $\mathcal{O}_{\tilde{B}W}$ wurden hier nicht aufgezählt, da sie sich als Linearkombination anderer Operatoren schreiben lassen.

Kapitel 3

Feynman-Regeln

Aus der effektiven Lagrangedichte lassen sich die Feynman-Regeln ableiten. Dies geschieht am einfachsten unter der Verwendung des Pfadintegralformalismus, der von Feynman eingeführt wurde. Es soll daher zunächst kurz auf die Methodik der Pfadintegrale eingegangen werden, um anschließend daraus die Feynman-Regeln für die anomalen Kopplungen abzuleiten.

3.1 Pfadintegraldarstellung

Die Methode der Pfadintegrale war ursprünglich eine alternative Formulierung der Quantenmechanik, ein wertvolles Hilfsmittel wird sie jedoch erst bei der Anwendung auf Probleme in der Quantenfeldtheorie. Eine ausführliche Beschreibung der Methode findet sich zum Beispiel in [8].

3.1.1 Definition des Pfadintegrals

Die Wahrscheinlichkeitsamplitude, daß ein Teilchen sich in der Zeit t vom Ort x_i zum Ort x_f bewegt, ist in der Quantenmechanik gegeben durch

$$A(x_i, x_f, t) = \langle x_f | e^{-i\frac{Ht}{\hbar}} | x_i \rangle, \quad (3.1)$$

wobei mit H der Hamilton-Operator bezeichnet wurde. Durch Einfügen des 1-Operators erhält man:

$$\langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle = \int \cdots \int dq_1 \cdots dq_n \langle x_f, t_f | x_n, t_n \rangle \langle x_n, t_n | x_{n-1}, t_{n-1} \rangle \langle x_{n-1}, t_{n-1} | \cdots \langle x_1, t_1 | x_i, t_i \rangle.$$

Dadurch erreicht wird eine Unterteilung des Weges von (x_i, t_i) nach (x_f, t_f) in Intervalle erreicht, was in Abbildung 3.1 veranschaulicht wird. Für zwei benachbarte Punkte gilt nach Gleichung (3.1):

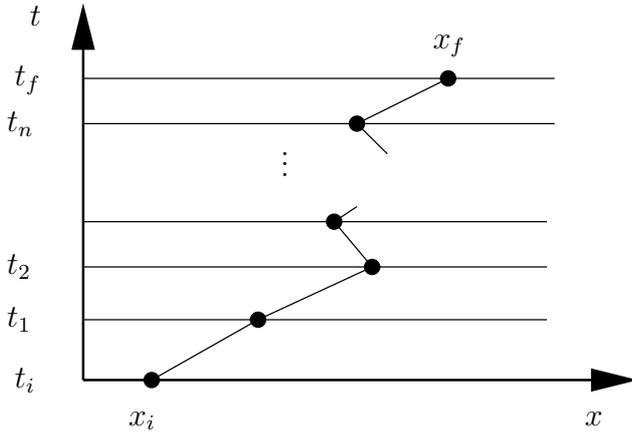


Abbildung 3.1: Um von (x_i, t_i) nach (x_f, t_f) zu gelangen werden Ort und Zeit in kleine Intervalle unterteilt. Jede mögliche Verbindung zwischen Anfangs- und Endpunkt repräsentiert einen Pfad

$$\begin{aligned}
\langle x_{j+1}, t_{j+1} | x_j, t_j \rangle &= \langle x_{j+1} | e^{\underbrace{-\frac{i}{\hbar} H(t_{j+1} - t_j)}_{\epsilon}} | x_j \rangle \\
&= \langle x_{j+1} | 1 - \frac{i}{\hbar} H \epsilon \dots | x_j \rangle \\
&= \delta(x_{j+1} - x_j) - \frac{i}{\hbar} \dots
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Die Fouriertransformierte davon lautet

$$\int \frac{dp}{2\pi\hbar} e^{i\frac{p}{\hbar}(x_{j+1}-x_j)} e^{-i\frac{\epsilon}{\hbar} H(p, x_j)}. \tag{3.3}$$

Damit lässt sich die Wahrscheinlichkeitsamplitude $\langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle$ schreiben als

$$\langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \int \dots \int \prod_{j=1}^n dq_j \prod_{j=0}^n dp_j \exp \left(\frac{i}{\hbar} \left(\sum_{j=0}^n p_j \frac{\epsilon(x_{j+1} - x_j)}{\epsilon} - \epsilon H(p_j, x_j) \right) \right) \tag{3.4}$$

Im Grenzfall $n \rightarrow \infty$ was $\epsilon \rightarrow 0$ entspricht, wird $\frac{(x_{j+1}-x_j)}{\epsilon} \rightarrow \dot{x}_j$ und $\sum_{j=0}^n \epsilon \rightarrow \int dt$, und daraus folgt

$$\langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle = \int Dp Dq \exp \left(\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt (p\dot{x} - H(x, p)) \right). \tag{3.5}$$

Betrachtet man ein nichtrelativistisches Teilchen, ist der Hamiltonoperator quadratisch in p und gegeben durch $H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$. Die Integration über dp_j ist dann ein Integral der Form $\sim \int dx e^{-a(x-b)^2}$ und damit ergibt sich aus (3.4)

$$\begin{aligned}
\langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle &= \lim_{n \rightarrow \infty} \int \underbrace{\left(\frac{m}{2\pi i \epsilon \hbar} \right)^{n+1} \prod_{j=1}^n dx_j}_{\mathcal{D}x} \exp \left(\frac{i\epsilon}{\hbar} \sum_{j=0}^n \left(\frac{m}{2} \left(\frac{x_{j+1} - x_j}{\epsilon} \right)^2 - V(x_j) \right) \right) \\
&= \int \mathcal{D}x \exp \left(\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt \underbrace{\left(\frac{m}{2} \dot{x}^2 - V(x) \right)}_{L(x, \dot{x})} \right) \\
&= \int \mathcal{D}x \exp \left(\frac{i}{\hbar} S \right)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Die Wahrscheinlichkeitsamplitude erhält man also, indem man alle möglichen Pfade aufsummiert, wobei jeder einzelne Pfad ein Gewicht erhält, das aus einer Exponentialfunktion besteht, die als Argument die Wirkung S enthält.

3.2 Pfadintegrale in der Quantenfeldtheorie

Im Falle einer externen Quelle $J(t)$ wird aus Gleichung 3.6

$$\langle x_f, t_f | x_i, t_i \rangle^J = \int \mathcal{D}x \exp \left(\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^{t_f} dt (L(x, \dot{x}) + J(t)x(t)) \right). \tag{3.7}$$

Das Pfadintegral ist in diesem Fall also ein Funktional bezüglich der Quelle J .

3.2.1 Funktionalableitung

Die Ableitung eines Funktionals $F[J]$ bezüglich einer Funktion $J(x)$ wird in Verallgemeinerung des Begriffs der Ableitung definiert über die Beziehung

$$\frac{\delta F[J]}{\delta J(x)} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{F[J(y) + \epsilon \delta(x - y)] - F[J(y)]}{\epsilon}.$$

Aus dieser Definition folgt, daß wenn das Funktional gegeben ist durch

$$F[J] = \int dy G(y) J(y),$$

dann gilt für die Funktionalableitung

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F[J]}{\delta J(x)} &= \frac{1}{\epsilon} \left(\int dy G(y) (J(y) + \epsilon \delta(x - y)) - \int dy G(y) J(y) \right) \\
&= \int dy G(y) \delta(x - y) = G(x).
\end{aligned}$$

Dieser Zusammenhang wird in der Herleitung der Feynman-Regeln im Weiteren verwendet.

3.2.2 Erzeugendenfunktional

Das Funktional 3.7 wird als Erzeugendenfunktional $Z[J]$ bezeichnet. Wendet man die Funktionalableitung mehrfach darauf an, erhält man

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{i^2} \frac{\delta}{\delta J(t_1)} \frac{\delta}{\delta J(t_2)} Z[J]|_{J=0} &= \int \mathcal{D}x e^{\frac{i}{\hbar} \int dt (L+Jx)} x(t_1)x(t_2) \\ &= \langle 0|T x(t_1)x(t_2)|0 \rangle \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die mehrfache Anwendung der Funktionalableitung ergibt also im Allgemeinen ein zeitgeordnetes Produkt von mehreren $x(t_j)$. Die Normierung des Erzeugendenfunktionalis ist durch die Bedingung $Z[0] = 1$ gegeben.

3.2.3 Anwendung in der Feldtheorie

Bei der feldtheoretischen Verallgemeinerung wird nun der Ort $x_j(t)$ durch das Feld $\Phi(t, \vec{x}_j)$ und $\int L dt$ durch $\int d^4x \mathcal{L}(\Phi, \partial_\mu \Phi)$ ersetzt. Desweiteren soll $\hbar = 1$ sein. Die n-fache Funktionalableitung ergibt dann die n-Punkt-Funktion. Durch die zweifache Anwendung erhält man somit die Propagatorterme, bei drei- und vierfacher Anwendung erhält man zusätzlich die 3- und 4-Vertizes.

Um die prinzipielle Vorgehensweise zu erläutern, soll hier die Ableitung des Propagators und des Wechselwirkungsterms für ein skalares Feld kurz skizziert werden:

Betrachtet man ein freies Klein-Gordon-Feld mit der Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)(\partial^\mu \Phi) - \frac{m^2}{2}\Phi^2$$

erhält man für das Integral im Exponenten

$$\int d^4x \mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \int d^4x (-\Phi(\square - m^2 + i\epsilon)\Phi + J\Phi),$$

wobei zusätzlich partiell integriert und der Oberflächenterm vernachlässigt wurde. Bei dem zusätzlichen Term $i\epsilon$ handelt es sich um einen Konvergenzfaktor, der die Richtung der analytischen Fortsetzung bei der Integration in der komplexen Ebene angibt, und verhindert, daß über den Pol hinweg integriert wird.

Nun führt man einen Integrationsshift ein, unter dem das Integrationsmaß $\mathcal{D}(\Phi)$ invariant ist. Das ist etwa gegeben durch $\Phi \rightarrow \Phi + \Phi'$. Man wählt nun Φ' so, daß

$$(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi'(x) = J(x)$$

$$\Rightarrow \Phi'(x) = - \int d^4y \Delta_F(x-y) J(y) \quad \text{mit} \quad \Delta_F(x-y) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik(x-y)}}{k^2 - m^2 + i\epsilon}.$$

Das Integral im Exponent wird unter Berücksichtigung von

$$\int d^4x \Phi'(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi = \int d^4x \Phi(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi' + \text{Oberflächenterme}$$

dadurch zu

$$\begin{aligned} &\int d^4x \left(\frac{1}{2}(\Phi + \Phi')(\square + m^2 - i\epsilon)(\Phi + \Phi') - J(\Phi + \Phi') \right) = \\ &= \int d^4x \left(\frac{1}{2}\Phi(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi + \Phi(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi' + \frac{1}{2}\Phi'(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi' - J\Phi - J\Phi' \right). \end{aligned}$$

Benutzt man nun die Tatsache, daß $(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi'(x) = J(x)$ läßt sich das Integral in zwei Teile aufspalten.

$$Z[J] = \underbrace{N \int \mathcal{D}(\Phi) e^{-i \int d^4x \Phi(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi}}_{N'} e^{-i \int d^4x \left(\frac{1}{2} \Phi' \underbrace{(\square + m^2 - i\epsilon)\Phi}_{J(x)} - J\Phi' \right)}$$

$$\Rightarrow Z[J] = N' e^{+i \int d^4x \frac{1}{2} J(x)\Phi'(x)} = N' e^{-\frac{i}{2} \int d^4x d^4y J(x) \Delta_F(x-y) J(y)}. \quad (3.9)$$

Aus 3.9 kann man damit den Propagatorterm berechnen und es gilt:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \Phi(x_1) \Phi(x_2) | 0 \rangle &= -\frac{\delta}{\delta J(x_1)} \frac{\delta}{\delta J(x_2)} e^{-\frac{i}{2} \int d^4x d^4y J(x) \Delta_F(x-y) J(y)} \Big|_{J=0} \\ &= -\frac{\delta}{\delta J(x_1)} \left(-\frac{1}{2} \int d^4y \Delta_F(x_2 - y) J(y) - \frac{1}{2} \int d^4x J(x) \Delta_F(x - x_2) \right) Z[J] \Big|_{J=0} \\ &= \Delta_F(x_1 - x_2). \end{aligned}$$

Berechnet man für das freie Klein-Gordon-Feld die 4-Punkt-Funktion, erhält man alle möglichen Permutationen der Propagatorterme:

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \Phi(x_1) \Phi(x_2) | 0 \rangle &:= \tau(x_1, x_2) \\ \Rightarrow \langle 0 | T \Phi(x_1) \Phi(x_2) \Phi(x_3) \Phi(x_4) | 0 \rangle &= \tau(x_1, x_2) \tau(x_3, x_4) + \tau(x_1, x_3) \tau(x_2, x_4) \\ &\quad + \tau(x_1, x_4) \tau(x_2, x_3). \end{aligned}$$

Enthält die Lagrange-Dichte noch Wechselwirkungsterme bekommt man zusätzlich noch zusammenhängende Green'sche Funktionen, die für den Fall der 4-Punkt-Funktion mit

$$\tau_c(x_1, x_2, x_3, x_4)$$

bezeichnet wird. Das Erzeugendenfunktional $W[J]$ für die zusammenhängenden Green's Funktionen ist gegeben durch

$$W[J] = -i \ln Z[J].$$

Bilden der Funktionalableitung ergibt zunächst

$$\frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta J(x_i)} Z[J] = \frac{\delta W[J]}{\delta J(x_i) e^{iW[J]}} \Rightarrow \left. \frac{\delta W}{\delta J(x_i)} \right|_{J=0} = 0.$$

Dadurch gilt weiter:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{i^3} \frac{\delta}{\delta J(x_1)} \frac{\delta}{\delta J(x_2)} Z[J] &= \frac{\delta W}{\delta J(x_1)} \frac{\delta W}{\delta J(x_2)} e^{iW} - i \frac{\delta^2 W}{\delta J(x_1) \delta J(x_2)} e^{iW} \\
\Rightarrow \frac{\delta^2 W}{\delta J(x_1) \delta J(x_2)} \Big|_{J=0} &= i\tau(x_1, x_2) \\
\Rightarrow \frac{1}{i^4} \frac{\delta^4}{\delta J(x_1) \delta J(x_2) \delta J(x_3) \delta J(x_4)} Z[J] \Big|_{J=0} &= \tau(x_1, x_2) \tau(x_3, x_4) + \tau(x_1, x_3) \tau(x_2, x_4) \\
&\quad + \tau(x_1, x_4) \tau(x_2, x_3) + (-i) \frac{1}{i^2} \frac{\delta^4 W}{\delta J(x_1) \delta J(x_2) \delta J(x_3) \delta J(x_4)} \\
\Rightarrow i \frac{\delta^4 W}{\delta J(x_1) \delta J(x_2) \delta J(x_3) \delta J(x_4)} \Big|_{J=0} &= \tau_c(x_1, x_2, x_3, x_4)
\end{aligned}$$

Damit ist gezeigt, daß $W[J]$ die zusammenhängenden Green'schen Funktionen erzeugen.

Man kann nun erkennen, daß sich die Feynman-Regeln auch auf relativ einfache Weise aus der Lagrange-Dichte "ablesen" lassen. Im obigen Beispiel des freien Klein-Gordon-Feldes ergab zweifaches Ableiten nach J gerade den Faktor, der zwischen den beiden J stand, nämlich $\Delta_F(x_1 - x_2)$. Das läßt sich auch auf die Wechselwirkungsterme übertragen, was am Beispiel des Wechselwirkungsterm der QED verdeutlicht werden soll.

Die Lagrange-Dichte der QED ist gegeben durch

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{QED} &= \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 \\
&= \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu \\
&= \mathcal{L}_0 - e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu.
\end{aligned}$$

Die Exponentialfunktion analog zu 3.9 wird in zwei Terme aufgespalten, der erste enthält den \mathcal{L}_0 -Term, der zweite den Wechselwirkungsterm. Die Exponentialfunktion, die den Wechselwirkungsterm enthält wird in eine Reihe entwickelt und schließlich erhält man:

$$e^{i\int \mathcal{L}} = e^{i\int \mathcal{L}_0} (1 - ie \int d^4x \bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu + \dots)$$

Durch die Funktionalableitung verschwinden die Felder $\bar{\psi}$, ψ und A_μ und es ergibt sich als Feynman-Regel für den QED-Vertex:

$$-ie\gamma^\mu \int d^4x$$

Üblicherweise werden die Feynman-Regeln im Impulsraum formuliert. Das bedeutet, daß der Vertex-Faktor noch fouriertransformiert werden muß. Die Fouriertransformierte des Integrals $\int d^4x$ ergibt gerade eine Delta-Funktion, die die Erhaltung des 4-er Impulses an jedem Vertex garantiert.

3.3 Feynman-Regeln für anomale Kopplungen

Aus den Rechnungen des vorigen Abschnitts lassen sich einige einfache Regeln ableiten, mit denen sich die Feynman-Regeln für die anomalen Kopplungen auf relativ einfache Art und Weise bestimmen lassen. [9]

1. Aus $i\mathcal{L}$ nimmt man alle Terme, die die entsprechenden Terme für den gewünschten Vertex enthalten.
2. Durch die Fouriertransformation in den Impulsraum werden alle Ableitungen durch $(-i)$ mal dem zugehörigen Impuls ersetzt. Die Impulse werden dabei als einlaufend angenommen.
3. Die folgende Anwendung der Funktionalableitung sorgt dafür, daß die äußeren Felder verschwinden. Dabei ist zu beachten, daß für zwei oder mehr gleiche äußere Felder die Produktregel angewendet werden muß. So müssen also alle möglichen Permutationen der Impulse und Indizes addiert werden.
4. Man erhält als Ergebnis $-i\mathcal{M}$

Mit der Definition des Higgs-Felds aus 2.3, der kovarianten Ableitung aus 2.4 und der Definition des W- und B-Felds aus 2.5 lassen sich mit der obigen Methode die Feynman-Regeln für anomale Kopplungen ableiten.

Der Feldstärketensor für das W-Feld ist gegeben durch

$$\hat{W}_{\mu\nu} = i\frac{g}{2}\sigma^a W_{\mu\nu}^a$$

Die σ^a bezeichnen die Pauli-Matrizen für die folgende Darstellung verwendet wird:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \hat{W}_{\mu\nu} = i\frac{g}{2} \begin{pmatrix} W_{\mu\nu}^3 & W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2 \\ W_{\mu\nu}^1 + iW_{\mu\nu}^2 & -W_{\mu\nu}^3 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Der Feldstärketensor ist definiert durch den Kommutator der kovarianten Ableitung:

$$W_{\mu\nu} = \frac{i}{g} [D_\mu, D_\nu] |_{g'=0} \Rightarrow W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad (3.11)$$

Die Felder $W_{\mu\nu}^i$ sollen nun durch W^\pm -Bosonen, Z-Boson und Photon ersetzt werden. Die geladenen W^\pm -Bosonen sind eine Linearkombination von W^1 und W^2 :

$$W_\mu^1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ + W_\mu^-) \quad W_\mu^2 = \frac{i}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ - W_\mu^-) \quad (3.12)$$

Linearkombinationen aus W^3 und aus B ergeben das Z-Boson und das Photon. Den Zusammenhang kann man als Drehung beschreiben und durch eine 2×2 -Matrix darstellen:

$$\begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & -\sin \theta_w \\ \sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

θ_w wird schwacher Mischungswinkel oder auch Weinbergwinkel genannt. Das W^3 -Feld kann man dadurch als eine Linearkombination von Z-Boson und Photon schreiben:

$$W_\mu^3 = Z_\mu \cos \theta_w + A_\mu \sin \theta_w$$

Mit den Gleichungen 3.12 und 3.13 sind die Komponenten des Feldstärketensors für das W-Feld

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2 &= \sqrt{2}(W_{\mu\nu}^+ - ig(Z_\nu \cos \theta_w + A_\nu \sin \theta_w)W_\mu^+ + ig(Z_\mu \cos \theta_w + A_\mu \sin \theta_w)W_\nu^+) \\ W_{\mu\nu}^1 + iW_{\mu\nu}^2 &= \sqrt{2}(W_{\mu\nu}^- + ig(Z_\nu \cos \theta_w + A_\nu \sin \theta_w)W_\mu^- - ig(Z_\mu \cos \theta_w + A_\mu \sin \theta_w)W_\nu^-) \\ W_{\mu\nu}^3 &= Z_{\mu\nu} \cos \theta_w + A_{\mu\nu} \sin \theta_w - ig(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Für den Feldstärketensor des B-Felds ist nach Gleichung 3.13:

$$B_{\mu\nu} = -Z_{\mu\nu} \sin \theta_w + A_{\mu\nu} \cos \theta_w \quad (3.15)$$

Die kovariante Ableitung kann man ebenso als eine 2×2 -Matrix darstellen. Aus der Definition 2.4 folgt

$$D_\mu = \begin{pmatrix} \partial_\mu + \frac{i}{2}Z_\mu(g \cos \theta_w - g' \sin \theta_w) + ieA_\mu & \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^+ \\ \frac{ig}{\sqrt{2}}W_\mu^- & \partial_\mu - \frac{i}{2}Z_\mu\sqrt{g^2 + g'^2} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Mit Hilfe dieser Umformungen lassen sich die Operatoren für die anomalen Kopplungen als Kombinationen der W^\pm - und des Z-Bosons sowie des Photons darstellen, woraus sich dann die Feynman-Regeln ableiten lassen. Um mögliche Fehlerquellen weitestgehend ausschließen zu können, wurden die Feynman-Regeln sowohl von Hand berechnet, als auch mit FeynCalc ([10]) verifiziert, und -soweit möglich- mit bereits vorhandenen Ergebnissen in der Literatur verglichen [5].

Eine komplette Auflistung aller Feynman-Regeln findet sich im Anhang A, daher wird hier nur aufgeführt, welche Operatoren zu welchen Vertizes beitragen.

	\mathcal{O}_{WWW}	\mathcal{O}_{WW}	\mathcal{O}_W	\mathcal{O}_{BB}	\mathcal{O}_B	$\mathcal{O}_{\tilde{B}}$	$\mathcal{O}_{\tilde{B}B}$	$\mathcal{O}_{\tilde{W}W}$	$\mathcal{O}_{\tilde{W}WW}$	$\mathcal{O}_{\tilde{D}W}$
WWZ	×		×		×	×			×	×
WWA	×		×		×	×			×	×
ZZH		×	×	×		×	×	×		
WWH		×	×					×		
AAH		×		×			×	×		
AZH		×	×	×	×	×	×	×		
WWWW	×		×						×	×
WWZZ	×		×						×	×
WWAA	×								×	×
WWAZ	×		×						×	×

Zu beachten ist, daß einige Dimension 6 Operatoren auch Beiträge zu Photon-Photon-Higgs- und Photon-Z-Higgs-Wechselwirkungen liefern, die man im Standardmodell erst auf Ein-Schleifen-Niveau erhält.

Kapitel 4

Implementierung im Monte-Carlo-Programm VBFNLO

Ein großer Teil dieser Diplomarbeit bestand darin, die anomalen Kopplungen in den Rahmen eines Monte-Carlo-Programms einzubinden, um Wirkungsquerschnitte und Verteilungen berechnen zu können. Es sollen daher zunächst die für die Arbeit relevanten Teile des Programms erläutert, und anschließend auf die Implementierung der anomalen Kopplungen eingegangen werden. Dabei ist insbesondere wichtig, wie das Programm auf mögliche Programmierfehler getestet werden kann.

4.1 Das Programm VBFNLO

Für diese Arbeit wurde das Programm VBFNLO benutzt, das von Dieter Zeppenfeld entwickelt wurde. Es handelt sich dabei um ein Monte-Carlo-Programm, das Wirkungsquerschnitte, Zerfallsbreiten und verschiedene Verteilungen für Vektor-Boson-Fusionen (VBF) berechnen kann. Dies ist sowohl für Proton-Proton-Beschleuniger als auch für Proton-Antiproton-Beschleuniger möglich. Die Rechnung lassen sich hierbei sowohl auf leading-order (LO) Niveau als auch auf next-to-leading-order QCD Niveau durchführen, das heißt, unter Einbeziehung von Einschleifenkorrekturen der QCD.

4.1.1 Vektor-Boson-Fusion

Betrachtet wird die Reaktion, bei der zwei Quarks im Anfangszustand übergehen in zwei Jets und ein W^+/W^- -Paar, das schwach zerfallen soll, in ein Positron, ein negatives Myon, und in die zwei dazugehörigen Neutrinos.

$$p + p \rightarrow W^+ + W^- + j + j + X \rightarrow e^+ + \nu_e + \mu^- + \bar{\nu}_\mu + j + j + X \quad (4.1)$$

Ein Beispiel einer Reaktion, die in führender Ordnung Störungstheorie zu dem Prozeß beiträgt, ist in Abbildung 4.1 veranschaulicht. Daß man sich mit der Vektor-Boson-Fusion eingehend beschäftigt, hat verschiedene Ursachen. Zum einen bietet sie nach der Gluon-Fusion den zweithöchsten Wirkungsquerschnitt für die Higgs-Produktion,

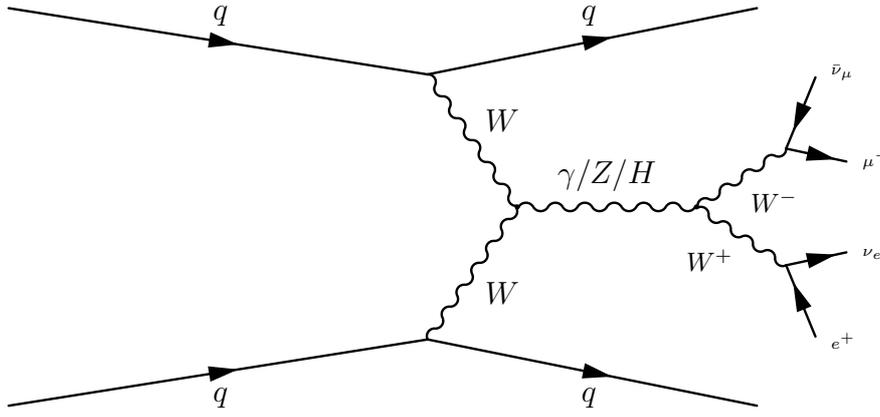


Abbildung 4.1: Möglicher Feynman-Graph für VBF in führender Ordnung

zum anderen hat man einen geringen Fehler bei einem weiteren Zerfall des Higgs-Bosons in zwei W-Bosonen. Zusätzlich bietet dieser Prozeß weitere Zerfallskanäle ($H \rightarrow \tau \tau$, $H \rightarrow \gamma \gamma$), auch mit geringen relativen Fehlern. Desweiteren gibt es für diesen Prozeß sehr gute Voraussagen seitens der QCD. Die relativen Fehler der verschiedenen Kanäle werden in Abbildung 4.2 verdeutlicht. Der Fehler kann relativ klein gehalten werden, da man sehr gut verschiedene Cuts auf relevante Observablen anwenden kann, um Hintergründe zu unterdrücken. Bei einem VBF-Signal werden zwei Jets erzeugt, die große Rapiditäten aufweisen, und deren Rapiditäten verschiedene Vorzeichen besitzen (das heißt $\Delta\eta$ groß, m_{jj} groß). Die Zerfallsprodukte des Higgs-Bosons findet man im Gegensatz dazu zentral. Natürlich tragen viele Graphen zur Gleichung 4.1 bei, sie müssen alle bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten etc. berücksichtigt werden. Von Interesse sind im Weiteren vor allem die Graphen, bei denen drei oder vier Eichbosonen aneinander koppeln, wie dies auch in der Abbildung 4.1 der Fall ist. Diese Kopplungen werden nun durch die anomalen Kopplungen erweitert und man erhält Feynmangraphen wie die in Abbildung 4.3.

4.1.2 Leptonische Tensoren

Zur Berechnung des Gesamtwirkungsquerschnitts müssen zunächst alle Einzelamplituden addiert und das Betragsquadrat gebildet, sowie über die verschiedenen Farbkonfigurationen und Helizitäten gemittelt werden. Dabei müssen alle Subprozesse, die zu 4.1 beitragen, berücksichtigt werden. Anschließend muß über den gesamten Phasenraum integriert werden. Auf die Phasenraumintegration soll hier nicht näher eingegangen werden, da dies für Standardmodell und anomale Kopplungen identisch ist.

Die Berechnung der Matrixelemente geschieht mit Hilfe der HELAS-Routinen ([12]). Dabei handelt es sich um Fortran-Routinen zur numerischen Berechnung von Matrixelementen. Sie basieren auf der Helizitätsamplitudenmethode, die in [13] beschrieben ist. Um möglichst hohe numerische Geschwindigkeit zu erhalten, werden bei der Berechnung der Matrixelemente die äußeren Quarklinien zunächst weggelassen, da sonst diese Routinen unnötig oft aufgerufen werden würden. Werden die äußeren Quarklinien abgeschnitten, bleibt ein Objekt mit zwei freien Indizes übrig, was als leptonischer Tensor bezeichnet wird. Diese leptonischen Tensoren werden im Pro-

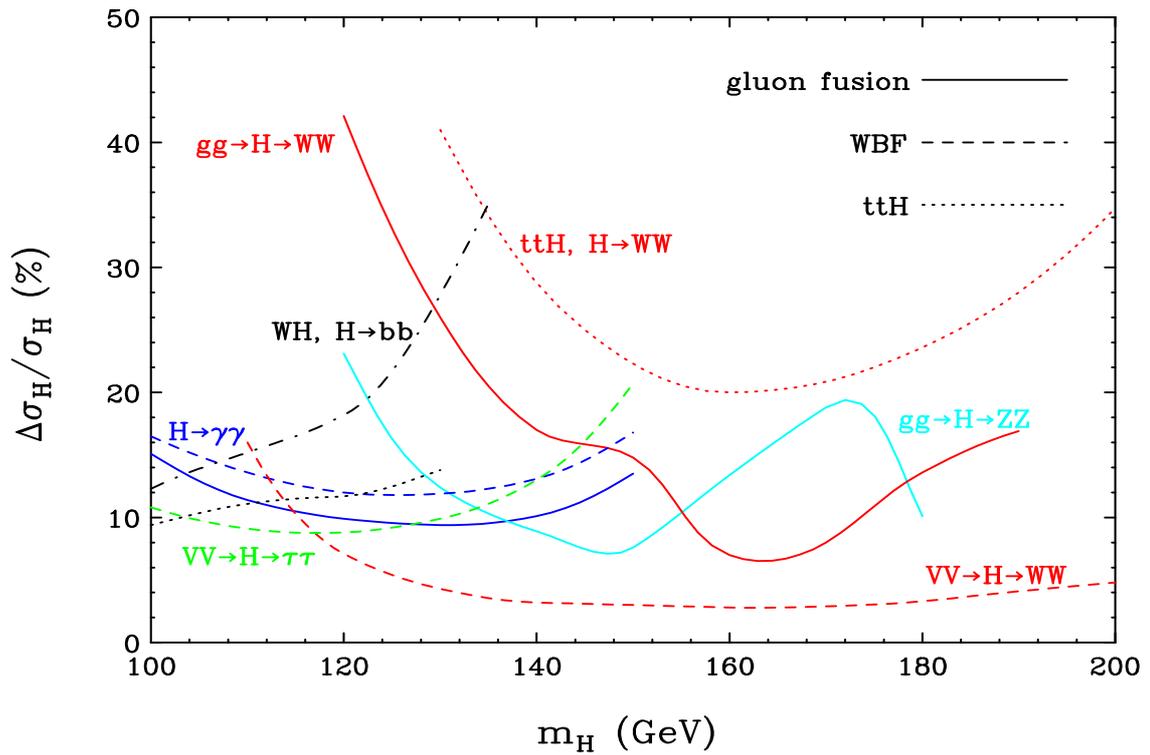


Abbildung 4.2: Erwarteter relativer Fehler für die verschiedenen Produktions- und Zerfallskanäle des Higgs am LHC bei 200 fb^{-1} (Abbildung aus [11])

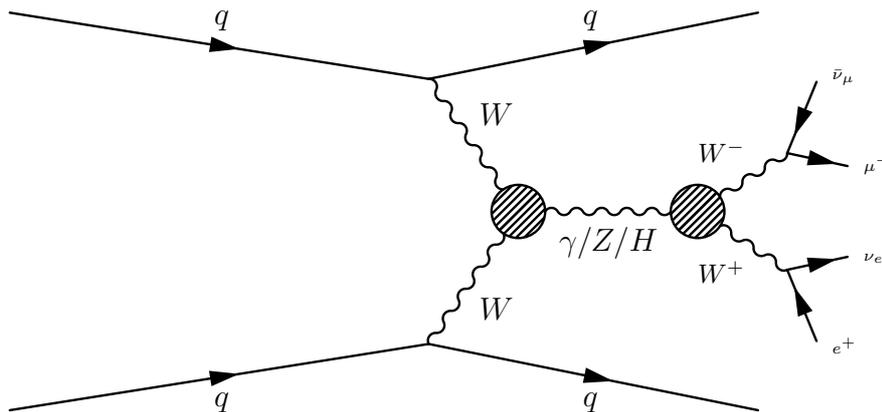


Abbildung 4.3: Zusätzlich zur Standardmodell-Kopplung werden nun auch anomale Kopplungen zwischen den Eichbosonen berücksichtigt

gramm zuerst berechnet, danach werden dann die Quarklinien angehängt. Für einen Graph wie in Abbildung 4.1 ergibt sich die Amplitude \mathcal{M} durch

$$\mathcal{M}_i = J_\mu^1 J_\nu^2 L_{WW \rightarrow WW}^{\mu\nu}.$$

Dabei bezeichnen J^1 und J^2 die beiden Quarkströme, $L_{WW \rightarrow WW}^{\mu\nu}$ ist der leptonische Tensor, bei dem zwei W-Bosonen den Anfangszustand und zwei W-Bosonen den Endzustand bilden, wobei die W-Bosonen im Endzustand im weiteren Verlauf leptonisch zerfallen. Analog dazu gibt es die Tensoren $L_{ZZ \rightarrow WW}^{\mu\nu}$, $L_{\gamma Z \rightarrow WW}^{\mu\nu}$, $L_{\gamma\gamma \rightarrow WW}^{\mu\nu}$ und $L_{\gamma/ZW^\pm \rightarrow W^\pm}^{\mu\nu}$ je nachdem, welche Bosonen den Anfangs- beziehungsweise den Endzustand bilden.

Die leptonischen Tensoren werden in der Datei 'toww.f' berechnet. Sie besteht aus mehreren Subroutinen, in denen die verschiedenen Tensoren zusammengefaßt sind. Zu welcher Subroutine ein Graph gehört, richtet sich nach den Bosonen, die man im Anfangszustand hat. So enthält die Subroutine 'wwtoww' alle Graphen, bei denen sowohl von der oberen als auch der unteren Quarklinie ein W-Boson abgestrahlt wird, und dessen Teilchen im Endzustand entsprechend 4.1 ein e^+ , μ^- , ν_e und ein $\bar{\nu}_\mu$ sind. Daneben gibt es die Subroutinen 'zztoww', 'aztoww', 'aatoww', 'wvtoww' und 'wvtowm'. Um die Abstrahlung eines Bosons von einer Quarklinie zu berücksichtigen (also $\gamma, Z \rightarrow W^+ W^-$), gibt es weiterhin die Subroutinen 'atoww' und 'ztoww'. Sie enthalten also einen Tensor mit nur einem freien Index.

In diesem Fall ergibt sich die Amplitude durch

$$\mathcal{M}_j = \mathcal{M}_{j\mu}^V V_j^\mu,$$

wobei V_j^μ der Strom $V \rightarrow WW$ ist, und \mathcal{M}_j die Restamplitude bezeichnet.

Zur Implementierung anomaler Kopplungen genügt es, die Routinen der leptonischen Tensoren zu verändern, alles andere ist identisch wie im Standardmodell. Da die HELAS-Routinen nur die Standardmodell-Kopplungen berechnen, wurden in allen Amplituden, die auch anomale Kopplungen besitzen, die HELAS-Routinen entfernt und die entsprechende Standardmodell-Feynmanregel "von Hand" einprogrammiert. Dabei zeigte sich, daß die Ersetzung der entsprechenden Routinen eine Verbesserung der Gesamtrechnzeit von ca. 20 Prozent ergab, was darauf zurückzuführen ist, daß die Programmierung 'von Hand' deutlich effizienter ist als der ursprüngliche MadGraph-Code, da ein unnötig häufiges Aufrufen von HELAS-Routinen vermieden wird.

In einem zweiten Schritt wurden dann die Tensoren der anomalen Kopplungen zu den Tensoren des Standardmodells hinzuaddiert. Da das restliche Programm absolut identisch mit dem Standardmodell ist, erhält man so auch automatisch Wirkungsquerschnitte anomaler Kopplungen auf next-to-leading-order Niveau.

4.2 Numerische Tests der anomalen Kopplungen

Sehr wichtig ist insbesondere, die Implementierung anomaler Kopplungen auf mögliche Fehler zu testen. Es bieten sich zwei Möglichkeiten an, mit denen jede einzelne Amplitude auf Fehler überprüft werden kann. Dies ist zum einen die Lorentz-Invarianz, zum anderen die Eichinvarianz.

4.3 Lorentz-Invarianz

Wie bereits im Kapitel zwei erwähnt, fordert man sowohl von den Operatoren des Standardmodells als auch von den Operatoren der anomalen Kopplungen Lorentz-Invarianz. Lorentz-Invarianz bedeutet in diesem Fall, daß im Falle masseloser Teilchen die Beträge der einzelnen Helizitätsamplituden unabhängig vom Bezugssystem sein müssen. Für massive Teilchen ist nur die Summe über alle möglichen Polarisationen, also

$$\sum_{\text{Polarisationen}} |\mathcal{M}|^2,$$

lorentzinvariant. Werden also alle Impulse in eine Richtung geboostet, darf dies keine Auswirkungen auf diese Summe haben. Für den Test der Lorentzinvarianz wurde für einen vom Phasenraumgenerator vorgegebenen Phasenraumpunkt das Matrixelement $(\sum_{Pol} |\mathcal{M}_1|^2)$ berechnet. Anschließend wurde der selbe Phasenraumpunkt in z-Richtung mit einem γ -Faktor von ca. zehn geboostet und das Matrixelement mit den neuen Impulsen errechnet $(\sum_{Pol} |\mathcal{M}_2|^2)$. Sind die zugrunde liegenden Feynmanregeln Lorentz-invariant, ist

$$\sum_{Pol} |\mathcal{M}_1|^2 = \sum_{Pol} |\mathcal{M}_2|^2.$$

Für die numerische Kontrolle dieses Zusammenhangs ist es sinnvoll das Verhältnis von $\sum_{Pol} |\mathcal{M}_1|^2$ und $\sum_{Pol} |\mathcal{M}_2|^2$ zu bilden und davon 1 zu subtrahieren. Im Falle von Lorentz-Invarianz gilt dann

$$\left| \frac{\sum_{Pol} |\mathcal{M}_1|^2}{\sum_{Pol} |\mathcal{M}_2|^2} - 1 \right| \leq \epsilon.$$

Wird dies für das Standardmodell durchgeführt, gilt für ca. drei Prozent der Phasenraumpunkte

$$\epsilon \geq 10^{-7}.$$

Für die anomalen Kopplungen wurde überprüft, daß die Anzahl der Phasenraumpunkte, für die eine bestimmte Grenze ϵ , in diesem Fall $\epsilon = 10^{-7}$, überschritten wird, im selben Bereich liegt wie für das Standardmodell, also auch bei ca. 3 Prozent.

4.4 Eichinvarianz

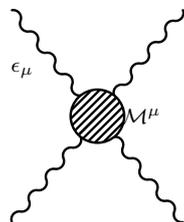
Da die Eichinvarianz ebenso wie die Lorentz-Invarianz für die Lagrange-Dichte gefordert wird, müssen sich die Amplituden auch invariant unter Eichtransformationen verhalten. Der einfachste Weg Eichinvarianz zu überprüfen ist, die Ward-Identitäten zu überprüfen.

4.4.1 Ward-Identitäten

Ward-Identitäten oder etwas allgemeiner Ward-Takahashi-Identitäten stellen eine Beziehung zwischen Korrelationsfunktionen von n und $n + 1$ Eichbosonen her. Auf die Ableitung dieser Identitäten soll an dieser Stellen nicht näher eingegangen werden. Ein wichtiger Punkt bei der Ableitung dieser Identitäten ist, daß man für das Erzeugendenfunktional Invarianz bezüglich Eichtransformationen fordert. Die Ward-Identitäten sind somit eine direkte Folge der Eichinvarianz, und können daher zur Überprüfung dieser verwendet werden.

4.4.2 Ward-Identitäten in der QED

Als einfachen Fall betrachte man einen beliebigen Prozeß in der QED mit der Amplitude \mathcal{M} , an dem ein Photon mit dem Polarisationsvektor $\epsilon_\mu(k)$ beteiligt ist. Dann läßt sich die Amplitude schreiben als



$$\mathcal{M} = \epsilon_\mu(k) \mathcal{M}^\mu.$$

Wird der Polarisationsvektor $\epsilon_\mu(k)$ durch den Vier-Impuls des betreffenden Photons, k_μ , ersetzt, erhält man:

$$k_\mu \mathcal{M}^\mu = 0. \quad (4.2)$$

In der QED ist das eine direkte Folge der Stromerhaltung: $\partial_\mu j^\mu(x) = 0$, und das Photon trägt auch keine Ladung.

4.4.3 Ward-Identitäten in VBFNLO

Hier im Falle der leptonischen Tensoren hat man off-shell Vertex-Funktionen:

$$q_\mu \Gamma_n^\mu = \Gamma_{n-1}.$$

Bei der Überprüfung der Ward-Identitäten im VBFNLO-Programm hat man mehrere Probleme:

- Die Ward-Identitäten sind im Allgemeinen nicht Null.
- Tragen mehrere Diagramme zur Amplitude \mathcal{M} bei, muß über alle relevanten Diagramme summiert werden.
- Im Programm VBFNLO hat man leptonische Tensoren, daher ist nicht a priori klar, wie \mathcal{M} definiert ist.

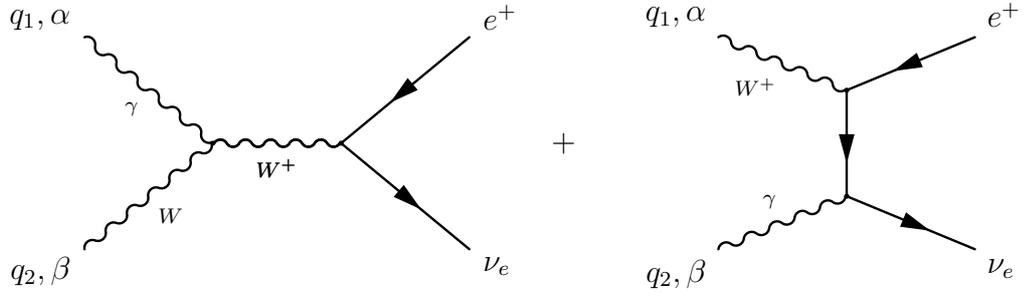


Abbildung 4.4: Leptonischer Tensor $L_{\gamma W^+ \rightarrow W^+}^{\alpha\beta}$

Ein Beispiel für einen leptonischen Tensor ist in Abbildung 4.4 gezeigt. Er besitzt zwei freie Indizes, an denen im weiteren Verlauf des Programms die Quarklinien 'angehängt' werden. Das einlaufende Photon besitzt den Vier-Impuls q_1 , das einlaufende W-Boson den Impuls q_2 . Das auslaufende W-Boson im ersten Graphen zerfällt in ein Lepton und ein Neutrino, was in der Abbildung durch den leptonischen Strom j beschrieben wird. Eine sinnvolle Möglichkeit, aus dem leptonischen Tensor $L_{\alpha\beta}$ die Amplitude \mathcal{M} zu gewinnen, ist, die freien Indizes mit den jeweiligen Impulsen zu kontrahieren.

$$\mathcal{M} = q_1^\alpha q_2^\beta L_{\alpha\beta}. \quad (4.3)$$

Den Ausdruck für die Ward-Identität in Analogie zu Gleichung 4.2 erhält man dadurch, indem man den leptonischen Strom durch den entsprechenden Impuls ersetzt, der durch die Impulserhaltung am Vertex gegeben ist: $j \rightarrow -q_1 - q_2$. Damit folgt

$$k^\mu \mathcal{M}_\mu := L_{\alpha\beta\mu} q_1^\alpha q_2^\beta (-q_1 - q_2)^\mu. \quad (4.4)$$

Es gibt nun drei verschiedene Fälle:

1. $\mathcal{M} = q_1^\alpha q_2^\beta L_{\alpha\beta} = 0$

Eine Möglichkeit ist, daß bereits die Kontraktion des leptonischen Tensors $L_{\alpha\beta}$ mit einem der beiden Impulse q_1 oder q_2 Null ergibt:

$$q_1^\alpha L_{\alpha\beta} = 0 \quad \text{bzw.} \quad q_2^\beta L_{\alpha\beta} = 0$$

Allerdings kann man diesen Sachverhalt bereits als Test der Eichinvarianz verwenden, indem man diese Zusammenhänge mit der analytischen Kontraktion in FeynCalc überprüft. So läßt sich nachvollziehen, ob die in der Lagrange-Dichte vorgegebene Struktur richtig in die Feynman-Regel umgesetzt wurde, beziehungsweise die Feynman-Regel richtig in das Monte-Carlo-Programm implementiert wurde. Numerisch fordert man, daß

$$\left| \frac{q_1^\alpha L_{\alpha\beta}}{q_1^0} \right| \leq \epsilon \quad \text{bzw.} \quad \left| \frac{q_2^\beta L_{\alpha\beta}}{q_2^0} \right| \leq \epsilon,$$

wobei q_i^0 die Zeitkomponente des Impulses q_i^μ bezeichnet. Auch hier wurde das Ergebnis als eichinvariant akzeptiert, wenn weniger als 3 Prozent der Phasenraumpunkte $\epsilon \geq 10^{-7}$ ergaben.

2. $k_\mu \mathcal{M}^\mu = 0$

Ist $k_\mu \mathcal{M}^\mu$ Null, dann wird man numerisch wie im ersten Fall nicht exakt Null erhalten. Wie groß beziehungsweise wie klein diese numerische Null ist, hängt von der Größe von \mathcal{M} , und damit auch von dem Betrag der Vier-Impulse ab. Um eine vergleichbare Größe in beliebigen Situationen und an beliebigen Phasenraumpunkten zu erhalten, wurde der Impuls k_μ zunächst durch die Zeitkomponente k_0 des Impuls geteilt, womit die Energie auf 1 normiert wird. Desweiteren wird $\frac{k_\mu \mathcal{M}^\mu}{k_0}$ durch \mathcal{M} geteilt. Man erhält auf diese Weise eine von den verschiedenen Phasenraumpunkten relativ unabhängige Größe, für die gefordert wird, daß

$$\left| \frac{\frac{k_\mu \mathcal{M}^\mu}{k_0}}{\mathcal{M}} \right| \leq \epsilon,$$

wenn die analytische Rechnung zeigt, daß die Ward-Identität Null ist. Diese analytische Rechnung wurde zum einen mit FeynCalc durchgeführt, da mit FeynCalc bereits die Feynman-Regeln berechnet wurden, und somit einfach die entsprechenden Indizes mit den jeweiligen Impulsen kontrahiert werden konnten.

Ob die Ward-Identität Null ergibt, läßt sich jedoch zum anderen auch auf einfache Weise aus der Lagrange-Dichte der jeweiligen Operatoren “ablesen“. Das soll an folgendem Beispiel erläutert werden. Hat die Lagrange-Dichte für den WWA Vertex aus Abbildung 4.4 beispielsweise die Form $A^{\mu\nu} W_\mu^+ W_\nu^-$ dann gilt zunächst:

$$A^{\mu\nu} W_\mu^+ W_\nu^- = (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) W_\mu^+ W_\nu^-$$

Durch die Fouriertransformation werden die partiellen Ableitungen durch die Impulse ersetzt. Wird nun der Polarisationsvektor durch den Impuls ersetzt, folgt damit:

$$(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) W_\mu^+ W_\nu^- = (q_1^\mu q_1^\nu - q_1^\nu q_1^\mu) W_\mu^+ W_\nu^- = 0$$

3. $k_\mu \mathcal{M}^\mu \neq 0$

Wie bereits oben erwähnt, sind die Ward-Identitäten im Allgemeinen nicht Null. In diesen Fällen ist der einfachste Weg, die Ward-Identitäten mit Mathematica zu berechnen, und diesen Ausdruck ebenfalls in das Monte-Carlo-Programm einzufügen. Der numerische Wert des Mathematica-Ausdrucks muß nun natürlich identisch sein mit der eigentlichen Berechnung des Monte-Carlo-Programms.

Dieser Test wurde für jedes einzelne Diagramm vorgenommen. Es wurde an dieser Stelle keine Summation über verschiedene Diagramme vorgenommen.

Durch den Test der Lorentz- und Eichinvarianz läßt sich überprüfen, ob die grobe Struktur der anomalen Kopplungen fehlerfrei berechnet und implementiert wurde. Jedoch sind damit nicht alle möglichen Fehlerquellen abgedeckt. Es sind daher weitere Tests nötig, um etwaige Fehler weitestgehend ausschließen zu können. Diese werden nun im folgenden Kapitel beschrieben.

Kapitel 5

WW \rightarrow WW Streuung

5.1 WW \rightarrow WW Streuung im Standardmodell

Zu den möglichen Graphen, die zum Prozeß (4.1) beitragen, gehören auch Graphen, wie sie in der WW \rightarrow WW Streuung vorkommen, wenn man die Quarklinien vernachlässigt, und die auslaufenden W-Bosonen nicht in Leptonen zerfallen läßt. Die Graphen, die zur WW \rightarrow WW Streuung beitragen, sind in der Abbildung 5.1 dargestellt. Als massive Vektor-Bosonen können die W auch longitudinal polarisiert sein, im Folgenden mit W_L bezeichnet. Ein Polarisationsvektor steht senkrecht auf dem Impuls und ist auf -1 normiert.

$$\epsilon^\mu k_\mu = 0 \quad \epsilon^2 = -1.$$

Für ein massives Teilchen, das sich entlang der z-Achse bewegt, ist damit der longitudinale Polarisationsvektor festgelegt:

$$\epsilon_L^\mu(k) = \begin{pmatrix} \frac{k}{m} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{m} \end{pmatrix}$$

Dabei bezeichnet k den Betrag des Drei-Impulses und E die Energie, gegeben durch $E = \sqrt{k^2 + m^2}$. Für einen großen Impuls k läßt sich der Polarisationsvektor näherungsweise schreiben als

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \epsilon_k^\mu(k) = \frac{k^\mu}{m} + \mathcal{O}\left(\frac{m}{E}\right).$$

Das bedeutet nun, daß jede Amplitude aus Abbildung 5.1 ohne Higgs-Austausch mit k^4 ansteigen kann. Für das Betragsquadrat der Amplitude, welches ja in den Wirkungsquerschnitt eingeht, gilt damit

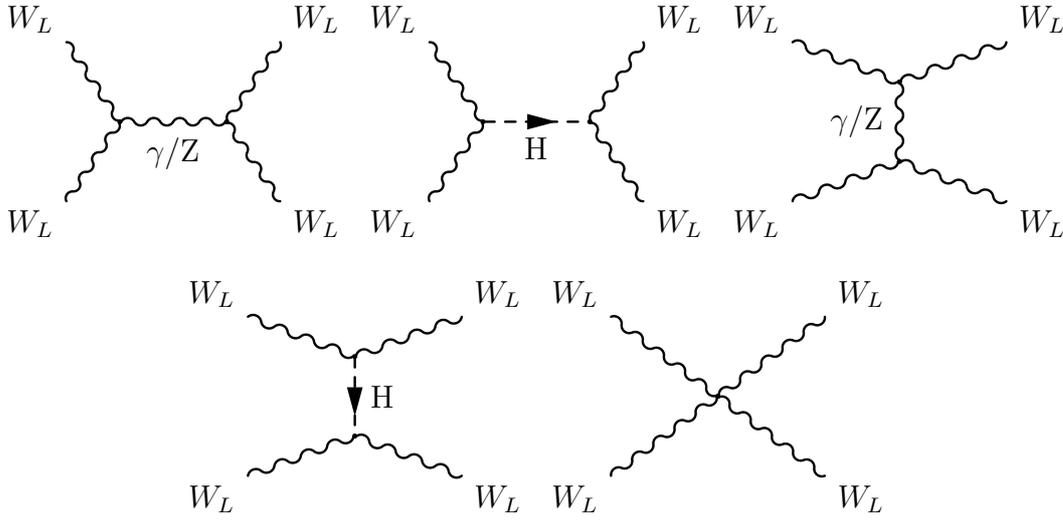


Abbildung 5.1: WW \rightarrow WW Streuung mit longitudinal polarisierten W

$$|\mathcal{M}|^2 \sim k^8 \sim s^4,$$

mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie s . Die Amplituden der beiden Graphen, bei denen Higgs-Boson im s - und im t -Kanal ausgetauscht wird, steigen jeweils mit k^2 an, das Amplitudenquadrat also mit s^2 . Ein Anwachsen der Amplitude mit der Energie würde bedeuten, daß der Wirkungsquerschnitt mit zunehmender Schwerpunktsenergie beliebig groß werden kann, was schließlich zu Unitaritätsverletzung führt.

Im Standardmodell ist dies auch nicht der Fall. Eine analytische Rechnung zeigt, daß die einzelnen Graphen aus Abbildung 5.1 zwar mit maximal k^4 ansteigen, aber sich diese Terme bei Summation aller auftretenden Graphen exakt wegheben. Die Summation der Graphen, bei denen ein Photon oder Z-Boson im s - und im t -Kanal ausgetauscht wird, sowie des 4-Vertex, reduziert den Anstieg von k^4 auf k^2 . Nimmt man zusätzlich noch die beiden Higgs-Graphen hinzu, wird der Anstieg auf k^0 reduziert. Für große Impulse beziehungsweise hohe Schwerpunktsenergie gilt also, bei festen Streuwinkeln,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \sum_i \mathcal{M}_i \right|^2 = const. \quad (5.1)$$

Dieses Verhalten des Standardmodells verhindert damit eine Divergenz des Wirkungsquerschnitts und eine Verletzung der Unitarität bei hohen Energien.

5.2 WW \rightarrow WW Streuung mit anomalen Kopplungen

Eine wesentliche Frage ist nun, ob dieses Verhalten auch bei anomalen Kopplungen auftritt. Daher wurden die Amplituden der sieben relevanten Graphen für den Fall longitudinal polarisierter W-Bosonen mit FeynCalc berechnet. Es ist sinnvoll

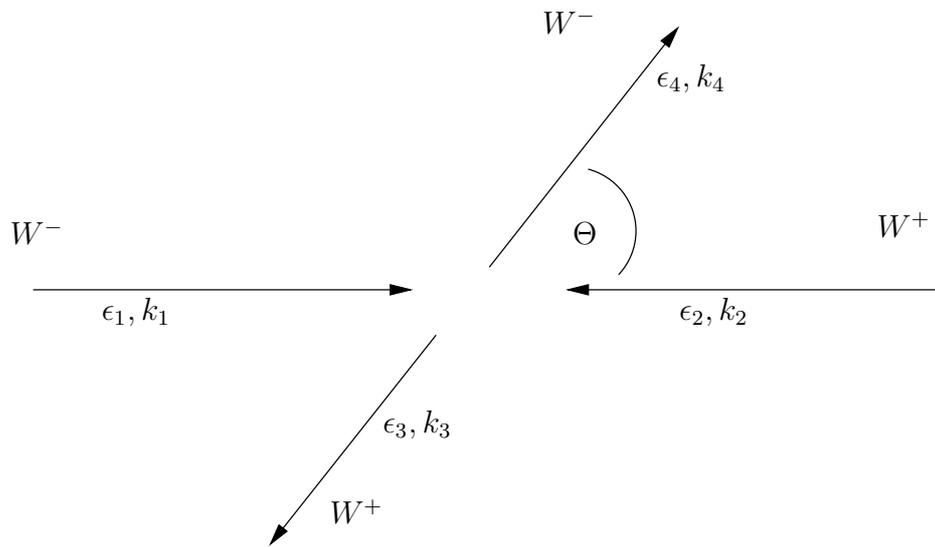


Abbildung 5.2: Verwendete Kinematik bei der Berechnung der $WW \rightarrow WW$ Streuung

den Streuprozess im Schwerpunktssystem zu betrachten. Die Kinematik wurde so gewählt, wie es in der Abbildung 5.2 verdeutlicht ist. Die beiden einlaufenden Teilchen können so gewählt werden, daß sie parallel zur z -Achse propagieren. Ihr Impuls ist damit gegeben durch

$$k_1 = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix} \quad k_2 = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ -k \end{pmatrix}.$$

Daraus ergibt sich für die Polarisationsvektoren

$$\epsilon_1 = \begin{pmatrix} \frac{k}{m} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E}{m} \end{pmatrix} \quad \epsilon_2 = \begin{pmatrix} \frac{k}{m} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{E}{m} \end{pmatrix}.$$

Die Streuebene kann frei gewählt werden, daher wurde die yz -Ebene gewählt. Für die Impulse und Polarisationsvektoren der gestreuten Teilchen ergibt sich damit

$$k_3 = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ -k \sin \theta \\ -k \cos \theta \end{pmatrix} \quad \epsilon_3 = \begin{pmatrix} \frac{k}{m} \\ 0 \\ -\frac{E}{m} \sin \theta \\ -\frac{E}{m} \cos \theta \end{pmatrix}$$

und

$$k_4 = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ k \sin \theta \\ k \cos \theta \end{pmatrix} \quad \epsilon_4 = \begin{pmatrix} \frac{k}{m} \\ 0 \\ \frac{E}{m} \sin \theta \\ \frac{E}{m} \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Der Streuwinkel θ kann ebenfalls beliebig gewählt werden. Für die Vergleiche zwischen analytischer Rechnung und numerischem Ergebnis wurden gewöhnlicherweise mehrere verschiedene Winkel betrachtet. Mit dieser Kinematik wurde die WW \rightarrow WW Streuung mit Hilfe von FeynCalc zunächst für das Standardmodell berechnet und das charakteristische Verhalten im Limes großer Energien nachvollzogen. So konnten eventuelle Fehlerquellen ausgeschlossen werden. Danach wurde für den Operator \mathcal{O}_W die anomalen Kopplungen hinzugefügt. Bei der Berechnung mit anomalen Kopplungen zeigt sich, daß die notwendigen Weghebungen nur für die Standardmodellterme auftreten, nicht jedoch für die Terme, die die anomalen Kopplungen enthalten. Es verbleiben Terme, die mit k^4 ansteigen. Für die Summation aller Amplituden aus Abbildung 5.1 gilt somit

$$\mathcal{M}_{ges}|_{k \rightarrow \infty} = F \cdot s^2.$$

Für den Vorfaktor erhält man:

$$F = -i \frac{1}{8} f_w^2 g^2 (-12 \cos \theta + \cos 2\theta - 5).$$

Dieser Vorfaktor ist identisch mit dem Ergebnis aus [14], nur der Winkel θ wurde unterschiedlich definiert. Man erhält das Ergebnis aus [14] durch die Ersetzung $\theta \rightarrow -\theta$. Die selbe Rechnung wurde auch für den Operator \mathcal{O}_B durchgeführt, und ebenfalls mit dem Ergebnis aus [14] verglichen. Auch hier erhält man eine Übereinstimmung der beiden Ergebnisse.

Beschränkt man die Rechnung nicht nur auf longitudinale Polarisationsvektoren, sondern berechnet man die Polarisationssumme durch die Ersetzung

$$\sum_{\text{Polarisationen}} \epsilon_\mu^*(k) \epsilon_\nu(k) \rightarrow -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2},$$

dominiert auch hier der Beitrag, der von den longitudinalen Polarisationsvektoren stammt.

Es tritt an dieser Stelle also das Problem auf, daß die Amplituden der anomalen Kopplungen mit zunehmender Energie ansteigen, was letztlich zu Verletzung der Unitarität führt. Man muß daher zusätzlich Formfaktoren einführen, um ein unphysikalisches, beliebiges Ansteigen zu verhindern. Darauf wird in Kapitel 6 näher eingegangen.

5.2.1 Vergleich mit VBFNLO

Es muß nun untersucht werden, ob sich mit dem Programm VBFNLO die Ergebnisse der analytischen Rechnung verifizieren lassen. Es ist an dieser Stelle einfacher und übersichtlicher, nicht das gesamte Programm zu verwenden. Man möchte zunächst nur die sieben Graphen der Abbildung 5.1 verwenden. Desweiteren werden hier die ein- und auslaufenden W-Bosonen als externe, stabile Teilchen betrachtet, im Gegensatz zu VBFNLO, bei dem die einlaufenden W-Bosonen virtuell sind, und die auslaufenden in Leptonen zerfallen. Um mögliche Fehlerquellen sicher finden zu können, wurde daher ein anderer Weg gewählt.

Mit MadGraph ([15]) wurde ein Programmcode erzeugt, der nur die $WW \rightarrow WW$ Streuung berechnet. Zunächst enthält der MadGraph Code nur Standardmodell-Beiträge. Zur Kontrolle wurde das Ergebnis des MadGraph Codes mit dem analytischen Ergebnis verglichen. Das bedeutet, daß zum einen die Summe der Amplitude entsprechend Gleichung 5.1 im Limes großer Schwerpunktsenergie gegen eine Konstante geht, und daß der Wert der Konstanten mit dem Wert der analytischen Rechnung übereinstimmt.

Dabei ist jedoch folgendes zu beachten: MadGraph benutzt ein vereinfachtes 'complex mass scheme' [16]. Bei diesem vereinfachten complex mass scheme werden in den Propagatoren die endlichen Breiten der Bosonen berücksichtigt. Bei massiven Bosonen findet also eine Ersetzung statt:

$$m_V^2 \rightarrow m_V^2 - i m_V \Gamma_V. \quad (5.2)$$

Diese Ersetzung bricht die Eichinvarianz! Eichinvarianz wäre nur erhalten, wenn auch in der Definition des Weinbergwinkels die Ersetzung (5.2) stattfindet, das bedeutet, der Weinbergwinkel müßte auch komplex gewählt werden. Im complex mass scheme in MadGraph bleibt der Weinbergwinkel jedoch reell, und dies führt zur Verletzung der Eichinvarianz. Für Energien im Bereich einiger hundert GeV bis ein TeV ist dieser Effekt für Rechnungen vernachlässigbar. Auf die Größe des dabei in Kauf genommenen Fehlers wird in Kapitel 6 näher eingegangen. Wichtig ist an dieser Stelle, daß das in Gleichung (5.1) geforderte Verhalten aufgrund der Verletzung der Eichinvarianz nicht auftritt. Man muß daher die Breiten der massiven Bosonen explizit auf Null setzen.

Um die Berechnung auch für anomale Kopplungen durchführen zu können, wurde der Teil des VBFNLO-Programms, der die leptonischen Tensoren einschließlich der anomalen Kopplungen berechnet, in das MadGraph-Programm eingebaut. In diesem Fall handelt sich um die Subroutine 'wwtoww', sie benötigt für die Berechnung der 3-Vertizes auch die Subroutinen 'wvtowp' und 'wvtowm'. Wichtig ist dabei, die Struktur dieser Subroutinen nicht zu verändern, und so viel wie möglich unverändert zu übernehmen. Einige Veränderungen mußten vorgenommen werden, so muß zum Beispiel jedes äußere Boson mit einem Polarisationsvektor kontrahiert werden, beziehungsweise bei den auslaufenden Bosonen der leptonische Strom durch einen Polarisationsvektor ersetzt werden. Die eigentliche Struktur blieb, wie gesagt, dabei jedoch unverändert.

Auf diese Weise konnte sowohl der Anstieg des Amplitudenquadrats $\sim s^4$, als auch der Wert des Vorfaktors exakt nachvollzogen werden. Dies wurde für verschie-

dene Werte des Streuwinkels θ wiederholt.

Aufgrund der Übereinstimmung zwischen analytischer Rechnung und dem numerischen Ergebnis des MadGraph-Codes kann man feststellen, daß zum einen die Feynman-Regeln des verwendeten Operators \mathcal{O}_W korrekt implementiert wurden, zum anderen aber vor allem die Struktur des Programms korrekt ist, jedenfalls die der betroffenen Subroutinen. Das bedeutet, Funktionen werden mit den richtigen Variablen aufgerufen, usw. Diese Struktur ist aber für jeden anomalen Operatoren identisch. Somit ist die Fehlerfreiheit zumindest für die führenden Beiträge gewährleistet.

Man kann einen weiteren einfachen Test durchführen, der sich auch ohne allzu großen Aufwand auf die bisher noch fehlenden Streuprozessen $ZZ \rightarrow WW$, $AZ \rightarrow WW$ und $AA \rightarrow WW$ anwenden läßt.

Der oben angegebene Vorfaktor F , also der Vorfaktor des führenden Terms $\sim k^4$, ist quadratisch in der anomalen Kopplungskonstante f_W . Der Anteil der Streuung, der linear in f_W ist, kann daher maximal $\sim k^2$ sein. Dieser lineare Anteil läßt sich auf einfache Weise extrahieren. Die Amplitude eines beliebigen Feynman-Graphen setzt sich im Allgemeinen aus drei Anteilen zusammen: Ein Anteil, der nur Standardmodell-Beiträge enthält, ein Anteil, der linear in der anomalen Kopplungskonstante ist, und ein Anteil der quadratisch in der anomalen Kopplungskonstante ist. Dieser quadratische Anteil tritt immer dann auf, wenn der Graph mehr als eine anomale Kopplung enthalten kann. Auf Abbildung 5.1 bezogen heißt das, daß alle Graphen quadratische Beiträge besitzen mit Ausnahme des 4-er Vertex.

Die Amplitude kann man also schreiben als:

$$\mathcal{M}_{ges} = \mathcal{M}_1 + f\mathcal{M}_2 + f^2\mathcal{M}_3.$$

Um den linearen Anteil zu erhalten, berechnet man nun zuerst die Amplitude \mathcal{M}_{ges} mit positiver anomaler Kopplungskonstante f_+ . Anschließend wird die Berechnung mit negativem f_- wiederholt, wobei der Betrag natürlich nicht verändert wird. Den linearen Anteil erhält man nun durch

$$\mathcal{M}_{lin} = \frac{\mathcal{M}_{ges}(f_+) - \mathcal{M}_{ges}(f_-)}{2}.$$

Für die $ZZ \rightarrow WW$ Streuung lassen sich diese Überlegungen wiederholen. Der führende Beitrag in der Amplitude kann mit maximal k^4 ansteigen, wenn alle ein- und auslaufenden Bosonen longitudinal polarisiert sind. Genau wie in der $WW \rightarrow WW$ Streuung sollte auch hier der Term, der linear in der anomalen Kopplungskonstanten ist, maximal mit k^2 ansteigen.

Um dies zu testen, wurde genau wie bei der $WW \rightarrow WW$ Streuung ein MadGraph Code generiert, der ausschließlich $ZZ \rightarrow WW$ Streuung berechnet. Die Standardmodellamplitude darf auch hier mit zunehmender Schwerpunktsenergie nicht beliebig groß werden, sondern muß sich einer Konstanten annähern. In diesen Code wurden dann die betreffenden Subroutinen aus dem Programm VBFNLO eingefügt und wie bei $WW \rightarrow WW$ entsprechend angepaßt. So ließ sich auch hier das geforderte Verhalten nachweisen.

Für die $AZ \rightarrow WW$ und die $AA \rightarrow WW$ Streuung muß berücksichtigt werden, daß

das Photon aufgrund seiner Masselosigkeit nur in transversaler Polarisation auftreten kann. Daher können anomale Kopplungen für die $AZ \rightarrow WW$ Streuung zu einem maximalen Anstieg $\sim k^3$ führen, bei der $AAZ \rightarrow WW$ Streuung zu einem Anstieg $\sim k^2$. Der Anteil, der linear in der anomalen Kopplungskonstante ist, kann jedoch weiterhin mit $\sim k^2$ ansteigen, da weiterhin zwei longitudinal polarisierte W-Bosonen an der Streuung teilnehmen können.

Auch für diese beiden Prozesse wurde ein MadGraph Code generiert, der diese Prozesse berechnet und die jeweiligen Subroutinen aus VBFNLO implementiert, um das geforderte Verhalten nachweisen zu können.

Kapitel 6

Unitarität und Formfaktoren

Wie im letzten Kapitel gezeigt, tritt bei anomalen Kopplungen ein anderes Hochenergieverhalten als im Standardmodell auf. Die Amplituden wachsen mit zunehmender Schwerpunktsenergie s an. Besonders drastisch ist der Fall, wenn alle massiven Bosonen longitudinal polarisiert sind. Dies führt ab einem gewissen Punkt zur Verletzung der Unitarität. Eine solche Theorie kann dann nicht mehr als physikalisch sinnvoll aufgefaßt werden. Es stellt sich zunächst die Frage, wie man die Unitaritätsgrenze berechnen kann.

6.1 Partialwellenstreuung

Betrachtet man Streuung in einer rotationsinvarianten Theorie, so ist der Gesamtdrehimpuls L eine Konstante der Bewegung. Daher gibt es stationäre Zustände, die Eigenzustände zu H , L^2 und L_Z sind. Diese Eigenzustände werden Partialwellen genannt.

Für ein verschwindendes Zentralpotential sind die Wellenfunktionen dieser Zustände freie Kugelwellen. Sie sind im nichtrelativistischen, spinlosen Fall gegeben durch [17]

$$\phi_{k,l,m}^0(\vec{r}) = \sqrt{\frac{2k^2}{\pi}} j_l(kr) Y_l^m(\theta, \phi). \quad (6.1)$$

Die $Y_l^m(\theta, \phi)$ sind hierbei Kugelflächenfunktionen, die j_l sind sphärische Besselfunktionen, die durch

$$j_l(r) = (-1)^l r^l \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right)^l \frac{\sin r}{r}$$

definiert sind. Für große Abstände vereinfachen sich die Besselfunktionen zu

$$r \rightarrow \infty : \quad j_l(r) \sim \frac{1}{r} \sin \left(r - l \frac{\pi}{2} \right).$$

Für diesen Grenzfall lassen sich die freien Kugelwellen durch den Ausdruck

$$\phi_{k,l,m}^0 \sim -\sqrt{\frac{2k^2}{\pi}} Y_l^m(\theta, \phi) \frac{e^{-ikr} e^{il\frac{\pi}{2}} - e^{ikr} e^{-il\frac{\pi}{2}}}{2ikr}$$

darstellen. Ein vorhandenes Potential bewirkt nun eine Phasenverschiebung δ_l zwischen ein- und auslaufender Welle. Dadurch erhält man für die Partialwellen:

$$\phi_{k,l,m} \sim -CY_l^m(\theta, \phi) \frac{e^{-ikr} e^{il\frac{\pi}{2}} - e^{ikr} e^{-il\frac{\pi}{2}} e^{2i\delta_l}}{2ir}. \quad (6.2)$$

Andererseits läßt sich im Grenzfall eines großen Abstandes vom Streuzentrum die Wellenfunktion als eine Überlagerung einer einlaufenden, ebenen Welle, zum Beispiel in z -Richtung, und einer auslaufenden Kugelwelle betrachten. Es gilt somit:

$$r \rightarrow \infty : \quad v_k(\vec{r}) \sim e^{ikz} + f_k(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (6.3)$$

$f_k(\theta, \phi)$ bezeichnet die Streuamplitude, die mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt über

$$d\sigma(\theta, \phi) = |f_k(\theta, \phi)|^2 d\Omega \quad (6.4)$$

zusammenhängt. Die Wellenfunktion aus Gleichung (6.3) kann man auch als eine Summe über alle möglichen Partialwellen darstellen. Dabei ist zu beachten, daß $m = 0$, da die einfallende Welle symmetrisch unter Drehungen um ϕ ist. Man erhält schließlich:

$$v_k(\vec{r}) = - \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} Y_l^0(\theta, \phi) \frac{e^{-ikr} e^{il\frac{\pi}{2}} - e^{ikr} e^{-il\frac{\pi}{2}} e^{2i\delta_l}}{2ikr}. \quad (6.5)$$

Diese Gleichung läßt sich auf eine Form wie in Gleichung (6.3) bringen, und durch Koeffizientenvergleich kann man den Ausdruck für die Streuamplitude $f_k(\theta)$ ablesen:

$$f_k(\theta) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2l+1)} e^{i\delta_l} \sin \delta_l Y_l^0(\theta). \quad (6.6)$$

6.1.1 Partialwellenmethode für Teilchen mit Spin

Gleichung (6.6) gilt in dieser Form nur für nichtrelativistische Teilchen ohne Spin. Man kann sie aber verallgemeinern, um auch Streuung von Teilchen mit Spin berechnen zu können. Dies wurde in [18] durchgeführt. Betrachtet wurde die Reaktion $a + b \rightarrow c + d$. Der Spin der Teilchen wird durch die verschiedenen Helizitätszustände $\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c, \lambda_d$ berücksichtigt. Für das T-Matrixelement erhält man:

$$\langle \theta \phi \lambda_c \lambda_d | T(E) | 00 \lambda_a \lambda_b \rangle = 16\pi \sum_J (2J+1) \langle \lambda_c, \lambda_d | T^J(E) | \lambda_a, \lambda_b \rangle e^{i(\lambda-\mu)\phi} d_{\lambda\mu}^J(\theta). \quad (6.7)$$

Dabei ist $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$ und $\mu = \lambda_c - \lambda_d$. Für den Fall, daß $\lambda = 0$ und $\mu = 0$ ist, sind die d^j -Funktionen gerade die Legendre-Polynome: $d_{00}^l(\theta) = P_l(\cos \theta)$. Eine Auflistung der d^j -Funktionen findet sich zum Beispiel in [18]. $\langle \theta \phi \lambda_c \lambda_d | T(E) | 00 \lambda_a \lambda_b \rangle$ ist ein Element der T-Matrix, die über den Zusammenhang

$$S = 1 + iT$$

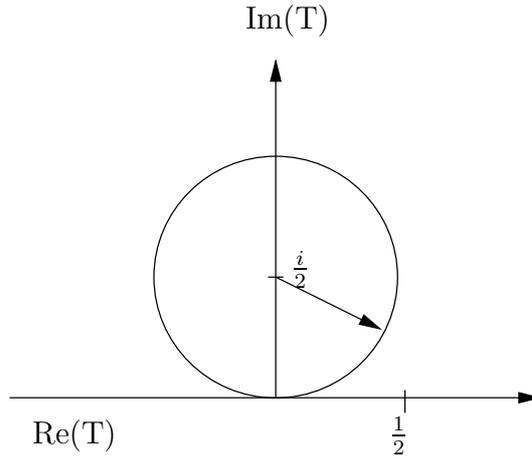


Abbildung 6.1: Unitaritätskreis. Für elastische Streuung liegt die Amplitude auf dem Unitaritätskreis, bei inelastischer Streuung liegt sie innerhalb des Kreises.

mit der S-Matrix verbunden ist. Der Zusammenhang zwischen dem T-Matrixelement aus 6.7 und dem differentiellen Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch

$$d\sigma = \frac{1}{64\pi^2 s} |\langle \theta \phi \lambda_c \lambda_d | T(E) | 00 \lambda_a \lambda_b \rangle|^2 d\Omega. \quad (6.8)$$

6.2 Unitaritätsschranken

Den Faktor $f = e^{i\delta_l} \sin \delta_l$ aus Gleichung (6.6) kann man mit Hilfe von

$$e^{2i\delta_l} = 1 + 2ie^{i\delta_l} \sin \delta_l$$

auf die Form

$$f = \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2i} = \frac{i}{2} - \frac{ie^{2i\delta_l}}{2}$$

bringen. Der Faktor f beschreibt einen Kreis in der komplexen Ebene mit dem Mittelpunkt $\frac{i}{2}$ und dem Radius 1 im Falle elastischer Streuung. Für inelastische Streuung ist der Betrag des Faktors kleiner als Eins. Dieser Kreis wird auch als Unitaritätskreis bezeichnet. Ein Radius größer als 1 würde bedeuten, daß die Intensität der auslaufenden Welle größer als die der einlaufenden Welle ist.

Aufgrund der vorangegangenen Überlegungen kann man Unitaritätsschranken an Amplituden berechnen. Unitarität muß für jede Partialwelle gewährleistet sein. Die stärksten Einschränkungen kommen dabei typischerweise durch die niedrigsten Ordnungen in der Entwicklung. Für die Entwicklung in (6.7) ist Unitarität gewährleistet, wenn

$$|T^J| \leq 1.$$

Um die Unitaritätsschranken zu bestimmen, wird die Amplitude also auf die einzelnen Partialwellen projiziert. Dabei macht man sich zunutze, daß die d^j -Funktionen ein

vollständiges, orthonormales Funktionensystem bilden. Für die Projektion auf die nullte Partialwelle gilt damit:

$$P_0 = \int_{-1}^1 \mathcal{M} d(\cos \theta) = \int_0^\pi \mathcal{M} \sin \theta d\theta.$$

Diese Berechnung wurde in [14] für den bei hohen Energien führenden Term $\sim f_i^2$ für einige Operatoren durchgeführt. Da dieser Term proportional zu s^2 ist, erhält man eine Schranke, die abhängig von der Schwerpunktsenergie ist. In [14] ergibt sich so zum Beispiel für den Operator \mathcal{O}_W folgenden Schranke an die anomale Kopplungskonstante:

$$\frac{f_W}{\Lambda^2} \leq \frac{31}{s}.$$

Legt man als Niederenergiewert die Schranken der LEP-Messungen [19] zugrunde, findet man daß

$$\frac{f_w}{\Lambda^2} \approx 8 \text{ TeV}^{-2},$$

und damit ist Unitarität verletzt für

$$\sqrt{s} \geq 2 \text{ TeV}.$$

Aufgrund dieser Rechnungen erwartet man also die Unitaritätsverletzung im Bereich von 2 TeV. Die Berechnung mit anderen Operatoren führt zu ähnlichen Ergebnissen, sie liegen im Bereich von 1.5 TeV bis ca. 2.5 TeV.

Vergleicht man jedoch die differentiellen Wirkungsquerschnitte mit und ohne anomalen Kopplungen bei einer Higgs-Masse von $m_H = 120 \text{ GeV}$ miteinander, dann erhält man für eine invariante WW-Masse von 2 TeV maximal einen Faktor 10, also

$$\left. \frac{d\sigma^{anomal}}{dm_{WW}} \right/ \left. \frac{d\sigma^{SM}}{dm_{WW}} \right|_{m_{WW}=2\text{TeV}} \leq 10. \quad (6.9)$$

Die Wirkungsquerschnitte beziehen sich hierbei auf den vollen WBF-Prozeß, also alle Terme die zu 4.1 beitragen. Für Unitaritätsverletzung würde man zum einen einen deutlich größeren Faktor in der Größenordnung von 1000 erwarten, zum anderen erwartet man, daß die Graphen der $WW \rightarrow WW$ Streuung zumindest im Bereich großer Energien die dominante Rolle spielen.

Um diesen Sachverhalt genauer zu untersuchen wurde zunächst auch die Standardmodellamplitude auf die nullte Partialwelle projiziert. Dadurch läßt sich bestimmen, wie weit die Standardmodellamplitude von der Unitaritätsschranke entfernt ist, wodurch sich im Umkehrschluß angeben läßt, um welchen Faktor die Amplitude der anomalen Kopplungen größer sein muß als die des Standardmodells, um die Unitaritätsgrenze zu erreichen.

Ein Problem besteht nun darin, daß die Standardmodellamplitude sich nicht ohne weiteres auf Partialwellen projizieren läßt. Der Beitrag, bei dem das Photon im t -Kanal ausgetauscht wird, ist divergent. Die Ursache liegt in der unbegrenzten Reichweite des Coulomb-Potentials. In der Streutheorie geht man davon aus, daß das Streupotential nur in einem räumlich begrenzten Bereich wirkt, und das Anfangs-

und Endzustand nicht von dem Streupotential beeinflusst werden. Für das Coulomb-Potential ist diese Annahme aber nicht richtig. Umgehen läßt sich dieses Problem durch das Einführen einer Photonmasse m_γ . Als einen sinnvollen Wert für die Photonmasse kann man die W-Breite nehmen:

$$m_\gamma \approx 2 \text{ GeV}$$

Durch die Einführung der Photonmasse wird aber das wichtige k^0 -Verhalten des Standardmodells für große Energien zerstört. Andererseits würde ein massebehaftetes Photon auch an das Higgs-Boson koppeln. Durch die Modifikation der Higgs-Kopplung kann man das gewünschte k^0 -Verhalten wieder herstellen. Dazu ist die Ersetzung

$$g^2 m_W^2 \rightarrow g^2 (m_W^2 - 3m_\gamma^2 (\sin \theta_W)^2)$$

erforderlich.

Diese analytische Rechnung zeigt, daß die Standardmodellamplitude bei einer invarianten WW-Masse von 2 TeV ca. einen Faktor 10 von der Unitaritätsgrenze entfernt ist, also

$$\frac{|\mathcal{M}_{anomal}|}{|\mathcal{M}_{SM}|} \approx 10,$$

wenn man annimmt, daß die Amplitude der anomalen Kopplung gerade die Unitarität verletzt. Für die Betragsquadrate erwartet man also ungefähr einen Faktor 100. Vergleicht man dies mit dem MadGraph Programm aus Kapitel 5 für die $WW \rightarrow WW$ Streuung ergibt sich eine Übereinstimmung zwischen der analytischen Rechnung und dem Ergebnis von MadGraph.

Die Tatsache, daß sich dieses Ergebnis von dem des Vergleichs der differentiellen Wirkungsquerschnitte des vollständigen VBF-Prozesses doch deutlich unterscheidet, legt die Frage nahe, ob man die reine $WW \rightarrow WW$ Streuung mit dem VBF-Prozeß, der der Gleichung 6.9 zugrunde liegt, und bei dem die einlaufenden W-Bosonen von Quarks abgestrahlt werden, während die auslaufenden in Leptonen zerfallen, genau miteinander vergleichen kann.

Durch Betrachtung Rapiditätsverteilungen der Leptonen, wie sie in Kapitel 7 gezeigt wird, erkennt man, daß im Standardmodell die Verteilungen zu größeren Rapiditäten verschoben sind. Diese Leptonen stammen aus W-Bosonen, die unter kleinen Winkeln von den Quarklinien abgestrahlt wurden. In diesem Fall spielen jedoch auch die höheren Partialwellen eine Rolle. Wird durch einen Cut auf die Winkelverteilung dafür gesorgt, daß die Leptonen einen Streuwinkel von mindestens 45 Grad besitzen, werden dadurch die Beiträge der höheren Partialwellen unterdrückt, und das Verhältnis zwischen dem differentiellen Wirkungsquerschnitt im Standardmodell und dem der anomalen Kopplungen steigt auf einen Wert von ca. 60-70 an.

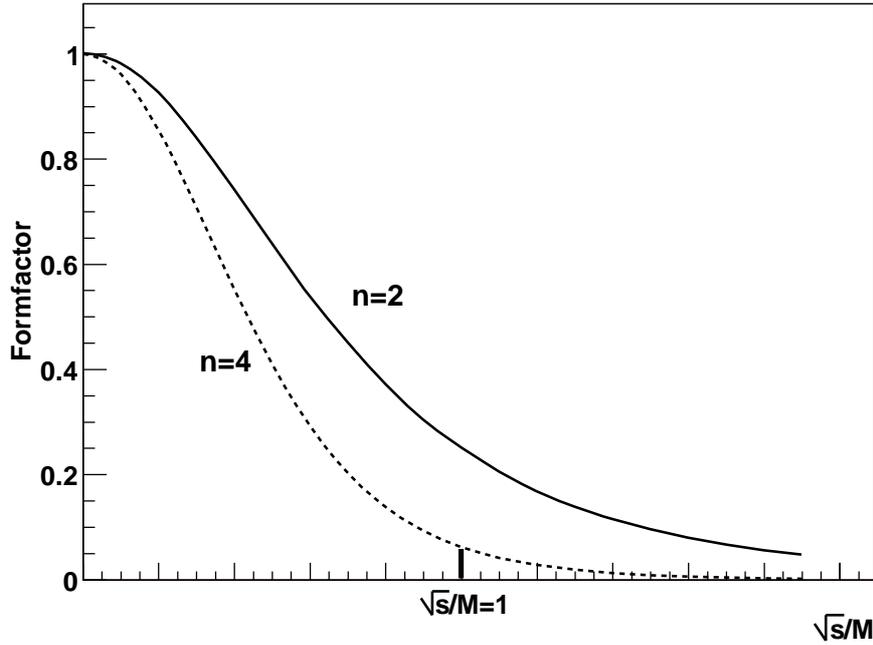


Abbildung 6.2: Verlauf des Formfaktors entsprechend 6.10 in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie für $n = 2$ und $n = 4$.

6.3 Formfaktor

Um das beliebig starke Anwachsen der Amplituden bis zur Unitaritätsverletzung zu verhindern, ist es sinnvoll, zusätzliche Formfaktoren einzuführen. Deren Aufgabe ist es, bei großen Energien die Beiträge der anomalen Kopplungen zunehmend zu unterdrücken, im Bereich niedriger Energie soll der Formfaktor keine Rolle spielen. Die genaue Struktur des Formfaktors ist beliebig, so lange er die obigen Forderungen erfüllt. Die einfachste Variante ist eine Stufenfunktion

$$\frac{f_i}{\Lambda^2} \rightarrow \frac{f_i}{\Lambda^2} \cdot \Theta(M^2 - s).$$

Die anomale Kopplungskonstante wird mit der Θ -Funktion multipliziert. Erreicht die Schwerpunktsenergie eine bestimmte, vorgegebene Massenskala M , verschwinden die anomalen Kopplungen.

Möchte man statt des 'harten' Abschneidens durch die Θ -Funktion ein 'sanftes' Unterdrücken der anomalen Kopplungen, so bietet sich folgender Formfaktor an:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{M^2}\right)^n}. \quad (6.10)$$

Ist die Schwerpunktsenergie deutlich kleiner als die Massenskala M , dann ist der Formfaktor Eins, im Grenzfall $s \rightarrow \infty$ geht der Formfaktor gegen Null. Der Verlauf des Formfaktors ist in der Abbildung 6.2 skizziert. Der Exponent n ist zunächst nicht vorgegeben. Allerdings muß berücksichtigt werden, daß jeder Term, der proportional zu f_i ist, mit s^1 ansteigt. Damit die Amplitude im Grenzfall hoher Energie

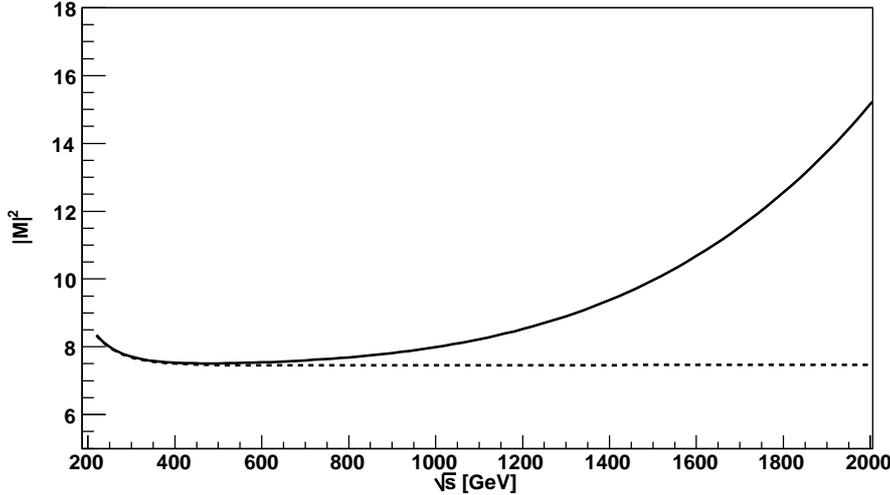


Abbildung 6.3: Das Betragsquadrat der Amplitude für die $WW \rightarrow WW$ Streuung als Funktion der Schwerpunktsenergie. Sind die Breiten Null, erhält man einen konstanten Verlauf für große Energien (gestrichelte Linie). Für endliche Breiten wächst $|\mathcal{M}|^2$ jedoch mit der Energie deutlich an.

gegen einen konstanten Wert geht, muß der Formfaktor ein $\frac{1}{s}$ Verhalten aufweisen. Sollen die anomalen Kopplungen für hohe Energien unterdrückt werden, wird also mindestens ein Faktor $\frac{1}{s^{1+\epsilon}}$ benötigt, wobei $\epsilon > 0$, aber sonst beliebig sein kann. Der kleinste sinnvolle Wert mit einer natürlichen Zahl im Exponenten ist damit $n = 2$. In VBFNLO läßt sich ein Formfaktor analog (6.10) mittels einer logischen Variable ein- und ausschalten. Sowohl der Exponent n als auch die Massenskala M können hierbei frei gewählt werden.

Der Wert, den man für M wählt, hängt davon ab, ab welcher Energie Unitaritätsverletzung zu erwarten ist. Für diesen Fall ist es ausreichend, M mit 2 TeV anzunehmen. Dadurch wird die Kopplungskonstante an dieser Stelle bereits um einen Faktor 4 unterdrückt. Im Kapitel 7 werden Wirkungsquerschnitte unter Berücksichtigung eines Formfaktors mit einer Massenskala M von 2 TeV berechnet.

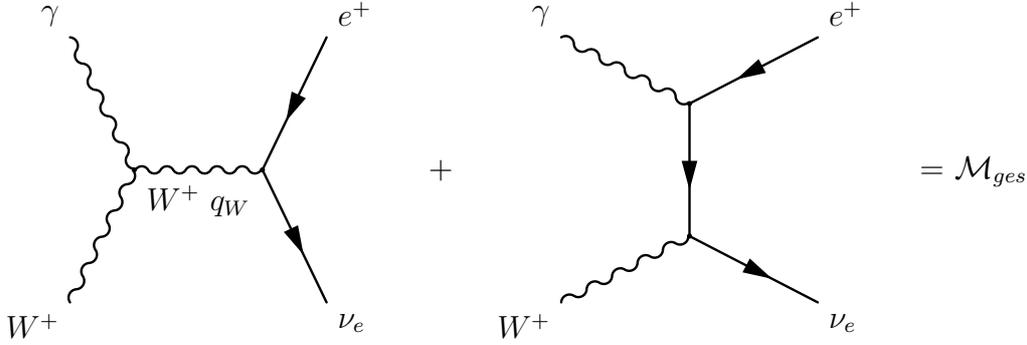
6.4 Overall factor scheme

Wie in Kapitel 5 bereits erwähnt wird durch die Einführung einer endlichen Breite in den Propagator die Eichinvarianz gebrochen, wenn nicht gleichzeitig auch der Weinbergwinkel komplex gewählt wird. Da MadGraph zwar Breiten in den Propagatoren einführt, was für eine realistische Beschreibung unerlässlich ist, gleichzeitig aber den Weinbergwinkel und die Kopplungskonstanten reell läßt, wird damit die Eichinvarianz verletzt. Dadurch treten die benötigten Weghebungen der divergenten Anteile bei der $WW \rightarrow WW$ Streuung nicht mehr auf. Das wird in Abbildung 6.3 gezeigt. Dieses Problem läßt sich durch Einführen des sogenannten 'overall factor scheme' lösen [20]. Beim overall factor scheme werden die Propagatoren zunächst ohne Breiten berechnet. Alle in dem betrachteten Prozeß vorkommenden Einzelam-

plituden werden addiert und mit einem Faktor

$$\frac{q^2 - m^2}{q^2 - m^2 + im\Gamma_m} \quad (6.11)$$

multipliziert. Betrachtet man zum Beispiel den Prozeß $W^+ + \gamma \rightarrow e^+ \nu_e$ tragen zwei Diagramme bei.



Da das einlaufende W^+ bei beiden Diagrammen vorkommt, ändert sich an dieser Stelle durch das overall factor scheme nichts. Würde man für dieses W^+ einen Propagator ohne Breite annehmen, ersetzt das overall factor scheme durch den Faktor (6.11) gerade den Propagator ohne eine Breite durch einen Propagator, der eine Breite enthält.

Im ersten Diagramm wird aber ein W^+ im s-Kanal ausgetauscht, das im zweiten Diagramm nicht vorhanden ist. Daher wird die Gesamtamplitude \mathcal{M}_{ges} mit einem Faktor (6.11) multipliziert:

$$\mathcal{M}_{ges} \rightarrow \mathcal{M}_{ges} \cdot \frac{q_W^2 - m_W^2}{q_W^2 - m_W^2 + im_W\Gamma_{m_W}}$$

Das bedeutet, daß auch das nichtresonante zweite Diagramm mit diesem Faktor multipliziert wird. Da es sich hier um einen globalen Faktor handelt, wird die Eichinvarianz nicht verletzt. Im Bereich, in dem $q_W^2 \approx m_W^2$, dominiert das resonante erste Diagramm und hat die gewünschten Eigenschaften. Im anderen Fall ist die Breite vernachlässigbar klein und der Faktor ist ≈ 1 . Wie in [21] gezeigt wurde liegt der durch das overall factor scheme gemachte Fehler bei unter 3 Prozent. Das 'overall factor scheme' wurde ebenfalls in das VBFNLO-Programm eingebaut, und läßt sich mittels einer logischen Variablen anschalten. Vergleicht man die numerischen Resultate der Berechnung von Wirkungsquerschnitten im vereinfachten 'complex mass scheme' auf der einen Seite, und dem 'overall factor scheme' auf der anderen Seite, so liegt die Abweichung der Resultate voneinander im Bereich von ca. 0,5 Prozent. Diese Differenz ist vernachlässigbar.

Kapitel 7

Wirkungsquerschnitte am LHC mit anomalen Kopplungen

Aus den bereits existierenden Schranken für anomale Kopplungen sollen nun die maximal erlaubten Auswirkungen auf den Vektor-Boson-Fusionsprozess untersucht werden. Da anomale Kopplungen durch elektroschwache Präzisionsdaten recht stark eingeschränkt sind, werden keine signifikanten Auswirkungen erwartet. Jedoch lassen sich in den differentiellen Verteilungen die Effekte anomaler Kopplungen erkennen. Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen sollen in diesem Kapitel besprochen werden.

7.1 VBF-Cuts

Für die nachfolgenden Berechnungen wurden die typischen 'VBF-Cuts' verwendet. Dabei verlangt man von den Jets einen Transversalimpuls von mindestens 20 GeV, und man beschränkt die Rapidität nach oben.

$$p_{T_{Jet}} \geq 20 \text{ GeV}, \quad |y_j| \leq 4.5.$$

Außerdem verlangt man, daß die Jets in gegenüberliegenden Detektorhemisphären registriert werden, daß die beiden Jets eine invariante Masse von mehr als 600 GeV besitzen, und daß ihre Pseudorapidität sich um mindestens 4.0 unterscheiden.

$$m_{jj} \geq 600 \text{ GeV}, \quad \Delta\eta \geq 4.0.$$

Die Leptonen müssen ebenfalls einen Transversalimpuls von mindestens 20 GeV besitzen und dürfen eine maximale Pseudorapidität von 2.5 besitzen, was einem Winkel von mindestens 10 Grad entspricht. Durch diese Cuts auf die Leptonen wird sichergestellt, daß sie vom Detektor einfach erfaßt werden können. Man detektiert nur harte Leptonen (großer Transversalimpuls), die gleichzeitig zentral erzeugt werden (Pseudorapidität) und von den Jets isoliert sind.

$$p_{T_{lep}} \geq 20 \text{ GeV} \quad |y_{lep}| \leq 2.5$$

Für die Higgs-Masse wurde in den Simulationen ein Wert von 120 GeV gewählt.

$$m_H = 120 \text{ GeV}$$

Eine Auflistung aller bei den Berechnungen verwendeten Cuts finden sich im Anhang B. Diese Cuts haben die Aufgabe, den Untergrund zu unterdrücken und das Signal dadurch besser sichtbar zu machen.

7.2 Wirkungsquerschnitte und Verteilungen

In Abbildung 7.1 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dm_{WW}$ bis 2 TeV aufgetragen. Man erkennt zunächst, daß der Wirkungsquerschnitt sehr stark durch den Bereich bis zu ca. 1 TeV dominiert wird. Oberhalb von etwa 1 TeV ist der Beitrag zum Gesamtwirkungsquerschnitt nur noch minimal. Dies gilt sowohl für das Standardmodell als auch für die anomalen Kopplungen. Als Beispiel wurde hier der Operator \mathcal{O}_{WW} verwendet. Zur Verdeutlichung wurde der Wirkungsquerschnitt für zwei verschiedene Werte für die anomale Kopplungskonstante aufgetragen. Für den auch in den nachfolgenden Verteilungen verwendeten Wert von $\frac{f_{WW}}{\Lambda^2} = 10 \text{ TeV}^{-2}$ läßt sich aus diesem Plot noch kein signifikanter Unterschied zum Standardmodell erkennen. Mit einem Wert von $\frac{f_{WW}}{\Lambda^2} = 30 \text{ TeV}^{-2}$ sieht man jedoch, daß ein Unter-

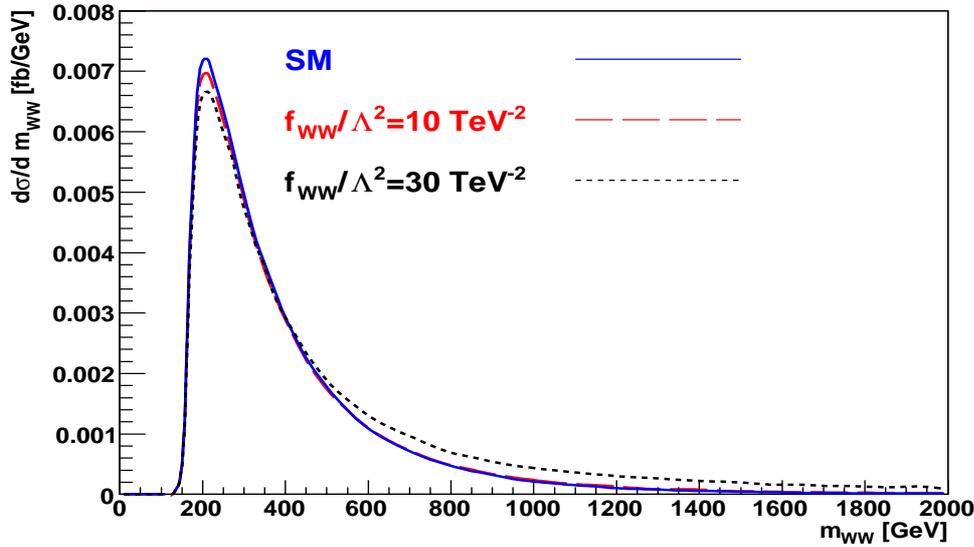


Abbildung 7.1: Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dm_{WW}$. Für die anomalen Kopplungskonstanten wurde $\frac{f_{WW}}{\Lambda^2} = 10 \text{ TeV}^{-2}$ und $\frac{f_{WW}}{\Lambda^2} = 30 \text{ TeV}^{-2}$ gewählt. Die Verteilung wurde mit 'VBF-Cuts' berechnet.

schied zwischen Standardmodell und anomalen Kopplungen im Bereich oberhalb von 1 TeV deutlich wird. Der Wirkungsquerschnitt für das Standardmodell fällt schneller gegen Null, was aufgrund den Überlegungen der vorangegangenen Kapiteln auch zu erwarten ist. Für den Gesamtwirkungsquerschnitt erhält man durch die anomalen

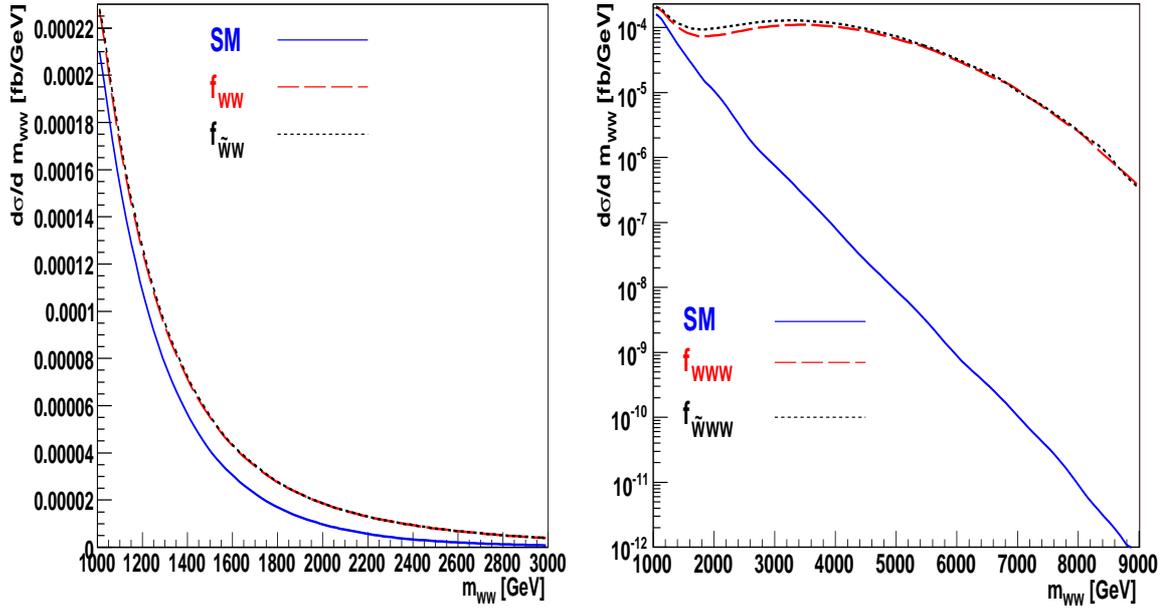


Abbildung 7.2: Wie in Abbildung 7.1, mit invarianter WW-Masse ≥ 1 TeV, die anomalen Kopplungskonstanten wurden wie in Gleichung 7.2 gewählt. Für den Operator \mathcal{O}_{WWW} wurde in y -Richtung eine logarithmische Skala verwendet.

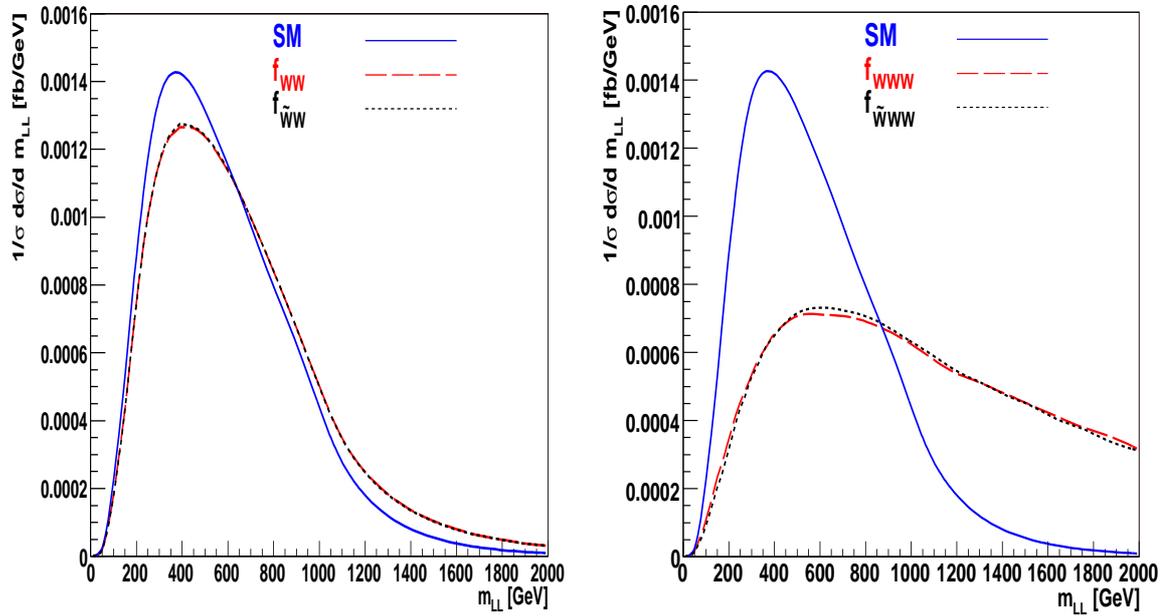


Abbildung 7.3: Normierter differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dm_{ll}$ für $m_{WW} \geq 1$ TeV. Die Größe der Kopplungskonstanten entsprechen Gleichung 7.2. Die Verteilung wurde unter Berücksichtigung der 'VBF-cuts' berechnet.

Kopplungen Abweichungen von maximal 30 Prozent, abhängig vom jeweils verwendeten Operator.

Es ist daher sinnvoll, einen Cut einzuführen, und nur Ereignisse zu berücksichtigen,

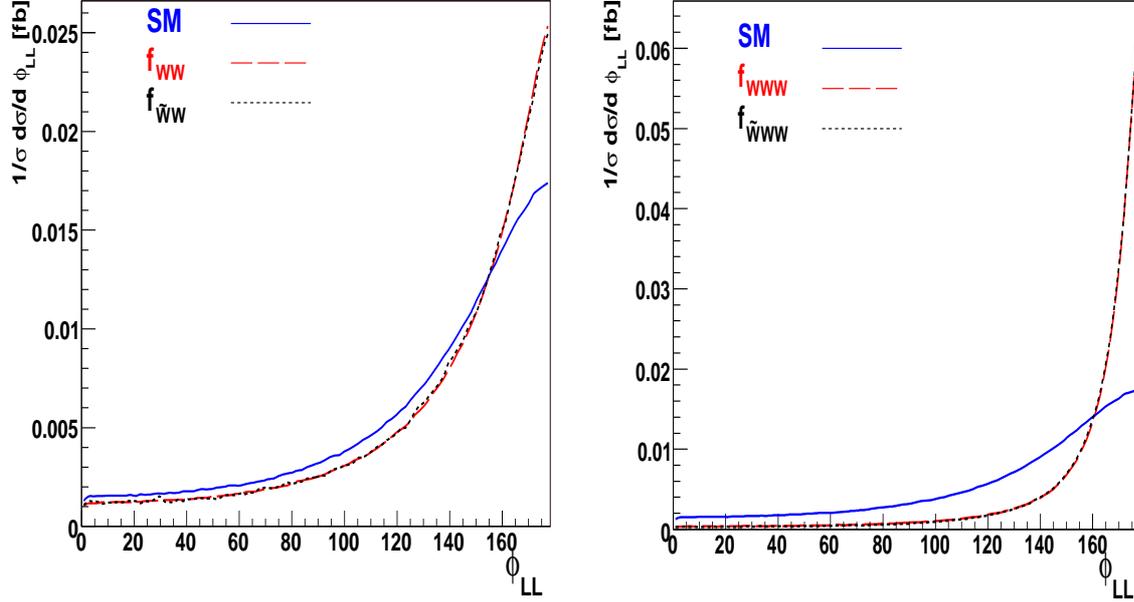


Abbildung 7.4: Normierte Azimuthalwinkelverteilung der Zerfallsleptonen für $m_{WW} \geq 1$ TeV, die Größe der Kopplungskonstanten wurde wie in Gleichung 7.2 gewählt. Die Verteilung wurde unter Berücksichtigung der 'VBF-cuts' berechnet.

für die

$$m_{WW} \geq 1 \text{ TeV} \quad (7.1)$$

gilt. Für das Standardmodell bedeutet das jedoch aber auch, nur ca. 3 Prozent der Ereignisse zu berücksichtigen. Für die anomalen Kopplungen ist dies stark abhängig von der Größe der Kopplungskonstante, bei den hier zugrunde liegenden Rechnungen betrug der Wirkungsquerschnitt oberhalb von 1 TeV 5-10 Prozent des Gesamtwirkungsquerschnitts. Im Folgenden werden exemplarisch die Operatoren \mathcal{O}_{WW} und \mathcal{O}_{WWW} mit den jeweils zugehörigen CP-ungeraden Varianten betrachtet. Für die Größe der Kopplungskonstanten wurde

$$\begin{aligned} \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} &= \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} = 10 \text{ TeV}^{-2} \\ \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} &= \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} = 5 \text{ TeV}^{-2} \end{aligned} \quad (7.2)$$

gewählt. Diese Wahl der Kopplungskonstanten entspricht den gegenwärtigen aktuellen Schranken, wie sie aus den elektroschwachen Präzisionsmessungen [19, 6] abgeleitet werden können. Für diese Werte der Kopplungskonstanten erhält man für den Operator \mathcal{O}_{WW} eine Abweichung von ca. 5 Prozent vom Gesamtwirkungsquerschnitt, für den Operator \mathcal{O}_{WWW} sind es ca. 20 Prozent. Nach Anwendung des Cuts

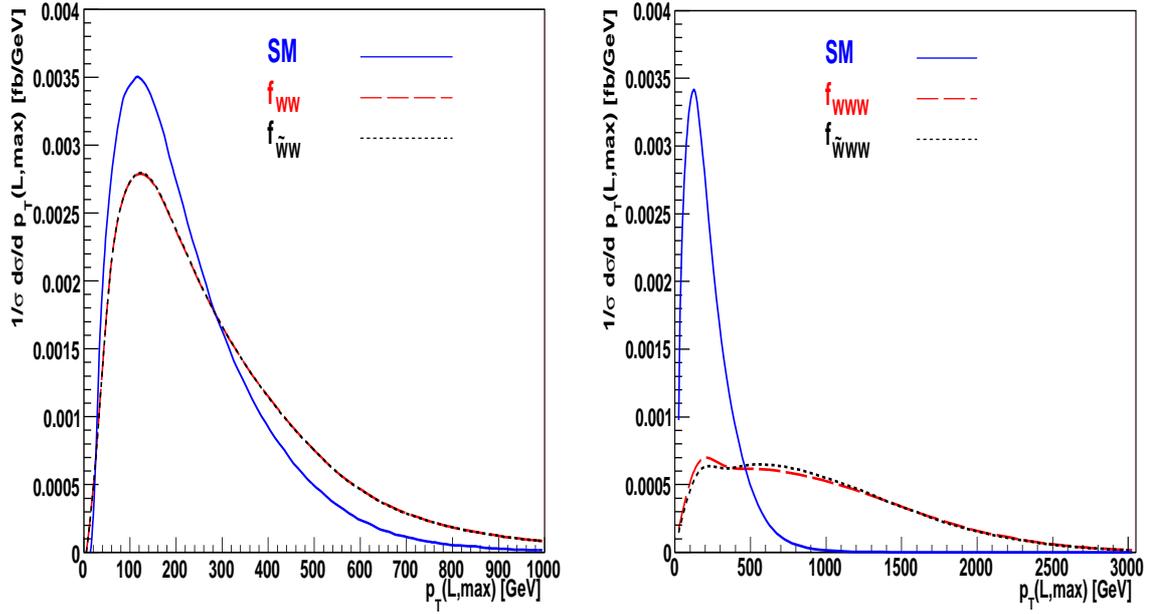


Abbildung 7.5: Normierte Verteilung des maximalen Transversalimpuls p_T der Zerfallsleptonen. Cuts und Kopplungskonstanten entsprechend den 'VBF-Cuts' und den Gleichungen 7.1 und 7.2.

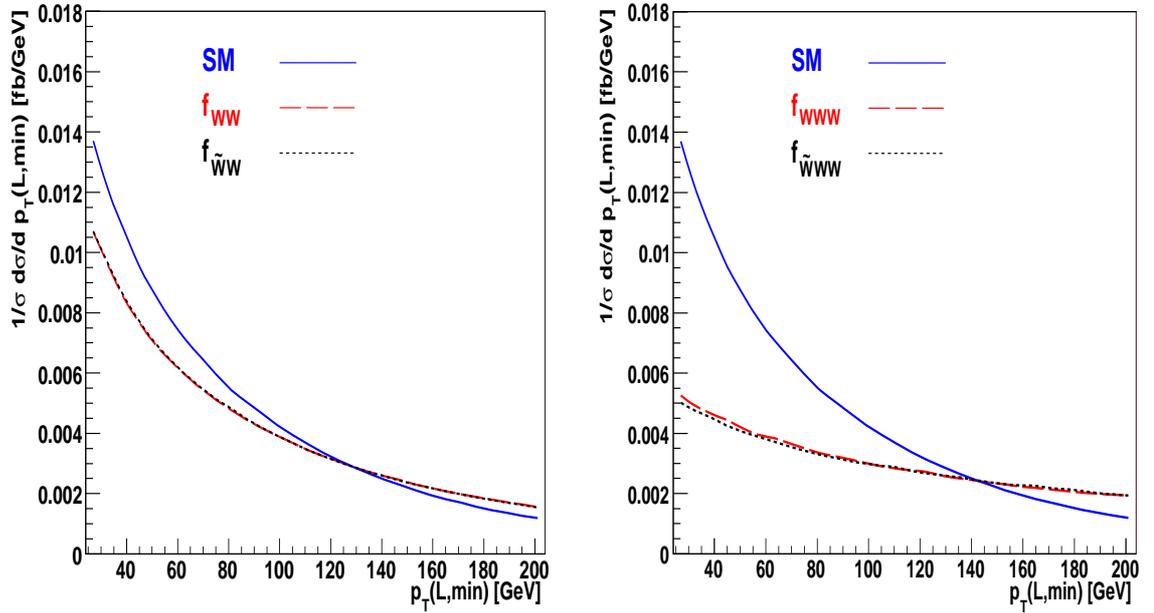


Abbildung 7.6: Normierte Verteilung des minimalen Transversalimpuls p_T der Zerfallsleptonen. Cuts und Kopplungskonstanten entsprechend den 'VBF-Cuts' und den Gleichungen 7.1 und 7.2.

auf die invariante WW-Masse beträgt die Abweichung vom Standardmodell für den Operator \mathcal{O}_{WW} ca. 33 Prozent, der Wirkungsquerschnitt für den Operator \mathcal{O}_{WWW} unterscheidet sich um einen Faktor 7 vom Standardmodell.

In Abbildung 7.2 wird der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dm_{WW}$ ab 1 TeV dargestellt. Für den Operator \mathcal{O}_{WWW} erkennt man einen starken Anstieg des Wirkungsquerschnitts ab ca. 2 TeV. Bei welcher Energie dieser Anstieg einsetzt und mit welcher Stärke, wird durch die Größe der anomalen Kopplungskonstante bestimmt. Man kann deutlich erkennen, daß nun der Beitrag der anomalen Kopplungen signifikant größer ist als der des Standardmodells. Für alle folgenden Betrachtungen wird daher immer nur der Beitrag im Bereich $m_{WW} \geq 1$ TeV verwendet.

Da man einen Unterschied für die invariante WW-Masse erkennen kann, kann man auch einen Unterschied in der invarianten Lepton-Masse erwarten. Dies ist in Abbildung 7.3 dargestellt.

Um den Unterschied zwischen Standardmodell und anomalen Kopplungen deutlicher

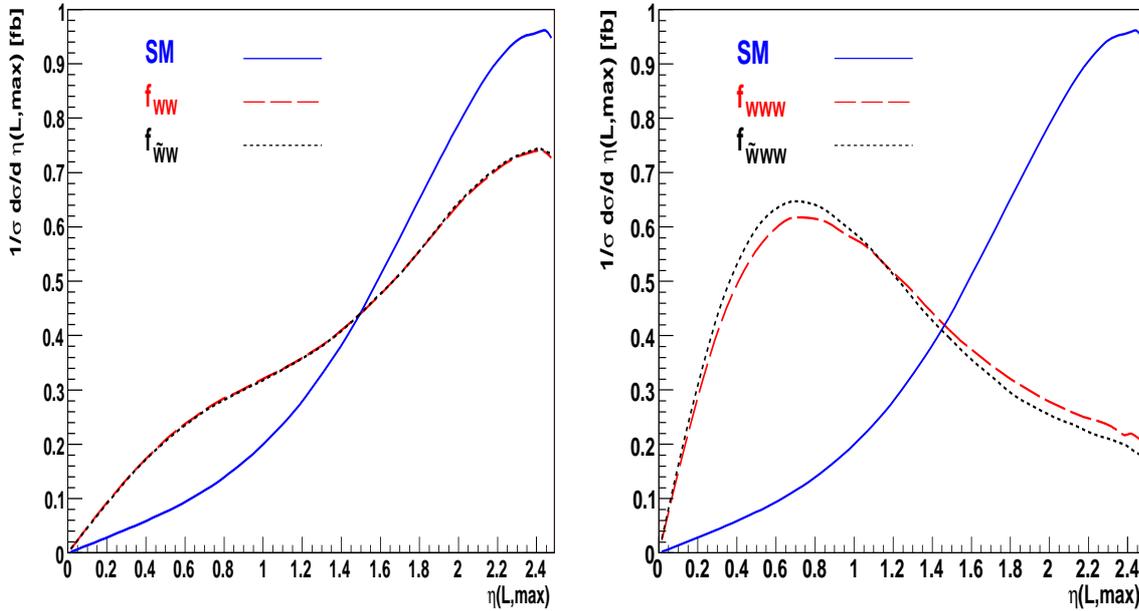


Abbildung 7.7: Normierter differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\eta_{L,max}$ aufgetragen über der maximalen Leptonpseudorapidität, mit 'VBF-Cuts', Cut auf invariante WW-Masse, 7.1, und Kopplungskonstanten wie in 7.2.

aufzuzeigen, wurden die folgenden Verteilungen auf den Gesamtwirkungsquerschnitt normiert. Für die anomalen Kopplungen ist die Verteilung zu größeren invarianten Lepton-Massen verschoben.

Ein vorhandener Unterschied in der Verteilung der invarianten Lepton-Masse deutet darauf hin, daß auch in den Winkelverteilungen der Leptonen Unterschiede zum Standardmodell vorhanden sein könnten. In der Abbildung 7.4 ist daher die Azimutalwinkelverteilung der Leptonen dargestellt.

Für die anomalen Kopplungen findet man für die Azimutalwinkelverteilung der Zerfallsleptonen eine deutliche Verschiebung zu großen Winkeln.

Nicht nur in den invarianten Lepton-Massen, auch in den Verteilungen des maximalen

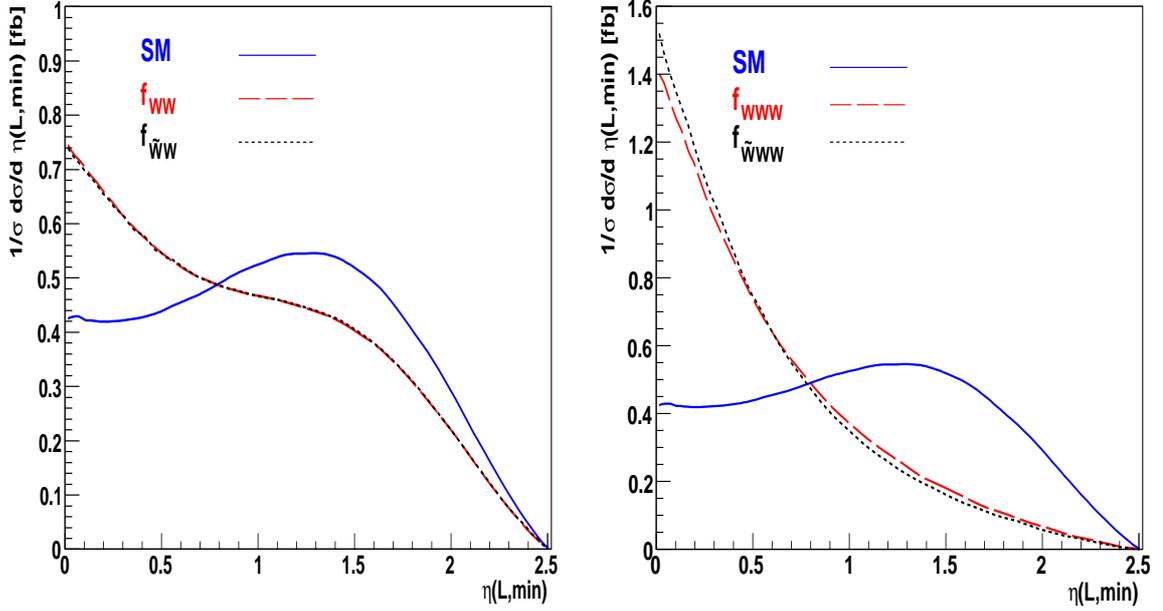


Abbildung 7.8: Normierter differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\eta_{L,min}$ aufgetragen über der minimalen Leptonpseudorapidity, mit 'VBF-Cuts, Cut auf invariante WW-Masse, Gleichung 7.1, und Kopplungskonstanten wie in Gleichung 7.2.

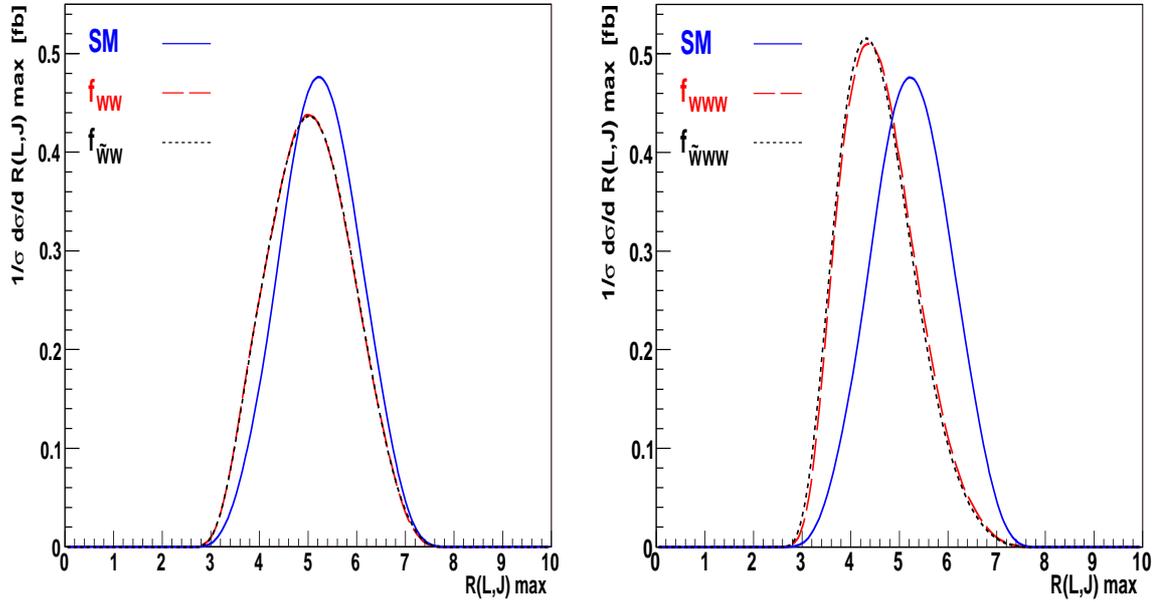


Abbildung 7.9: Normierte maximale R-Separation zwischen Leptonen und Jets unter Berücksichtigung der 'VBF-Cuts', $m_{WW} \geq 1$ TeV, und Kopplungskonstanten entsprechend Gleichung 7.2.

und minimalen Transversalimpulses der Leptonen verschieben anomale Kopplungen die Verteilungen hin zu größeren Leptonenergien. Die Verteilungen des maximalen- und minimalen Transversalimpulses ($p_{T,max}$ und $p_{T,min}$) der Leptonen sind in den Abbildungen 7.5 und 7.6 gezeigt.

Weitere interessante Verteilungen sind die minimale und die maximale Leptonrapi-

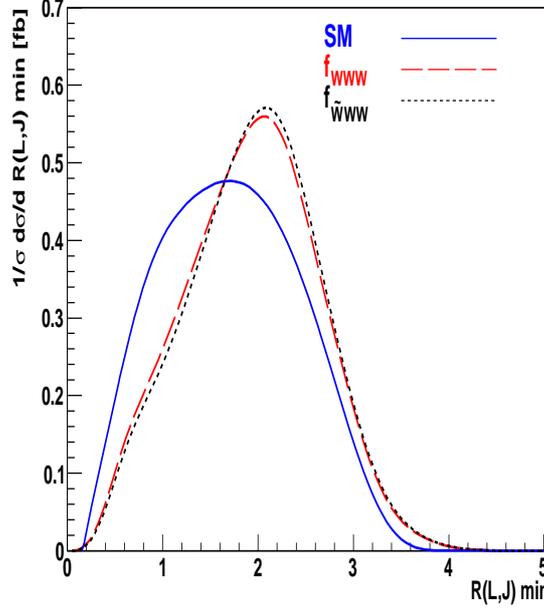


Abbildung 7.10: Normierte minimale R-Separation zwischen Leptonen und Jets unter Berücksichtigung der 'VBF-Cuts', $m_{WW} \geq 1$ TeV, und Kopplungskonstanten entsprechend Gleichung 7.2.

dität, genauer gesagt die der Pseudorapidität der Leptonen. Die Pseudorapidität ist über den Zusammenhang

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \right)$$

mit dem Winkel θ verbunden. In den Abbildungen 7.7 und 7.8 wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt über der maximalen, beziehungsweise minimalen Pseudorapidität aufgetragen. Dabei erkennt man, daß man für die anomalen Kopplungen eine Verschiebung zu niedrigeren Rapiditäten erhält. Eine Pseudorapidität von Null bedeutet nach der oben angegebenen Formel ein Winkel von $\theta = \frac{\pi}{2}$. Die Zerfallsleptonen für anomale Kopplungen werden also zentraler erzeugt, das heißt der Streuwinkel liegt näher bei $\frac{\pi}{2}$ als für das Standardmodell.

Aufgrund der Unterschiede in Pseudorapidität und Azimuthalwinkelverteilung findet man auch Differenzen in der Verteilung der R-Separation zwischen Leptonen und Jets. Die R-Separation zwischen zwei Teilchen mit den Pseudorapiditäten η_1 und η_2 , sowie den Azimuthalwinkeln ϕ_1 und ϕ_2 ist gegeben durch

$$R = \sqrt{(\eta_1 - \eta_2)^2 + (\phi_1 - \phi_2)^2}.$$

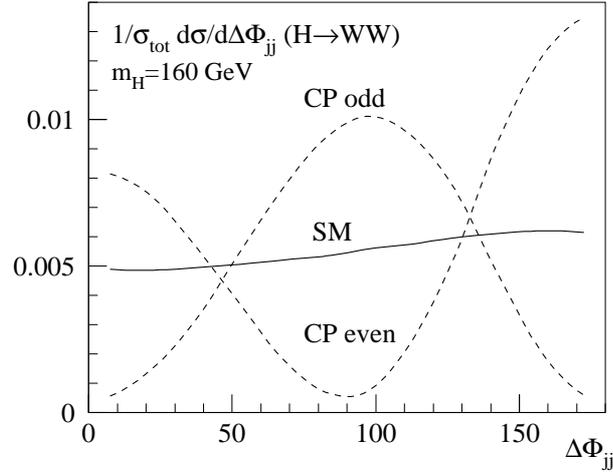


Abbildung 7.11: Normierte Azimuthalwinkelverteilung der Jets für $H \rightarrow WW \rightarrow e\mu p_T$. In dieser Verteilung erhält man ein komplementäres Verhalten von CP-geraden und CP-ungeraden Kopplungen. (entnommen Ref.[22])

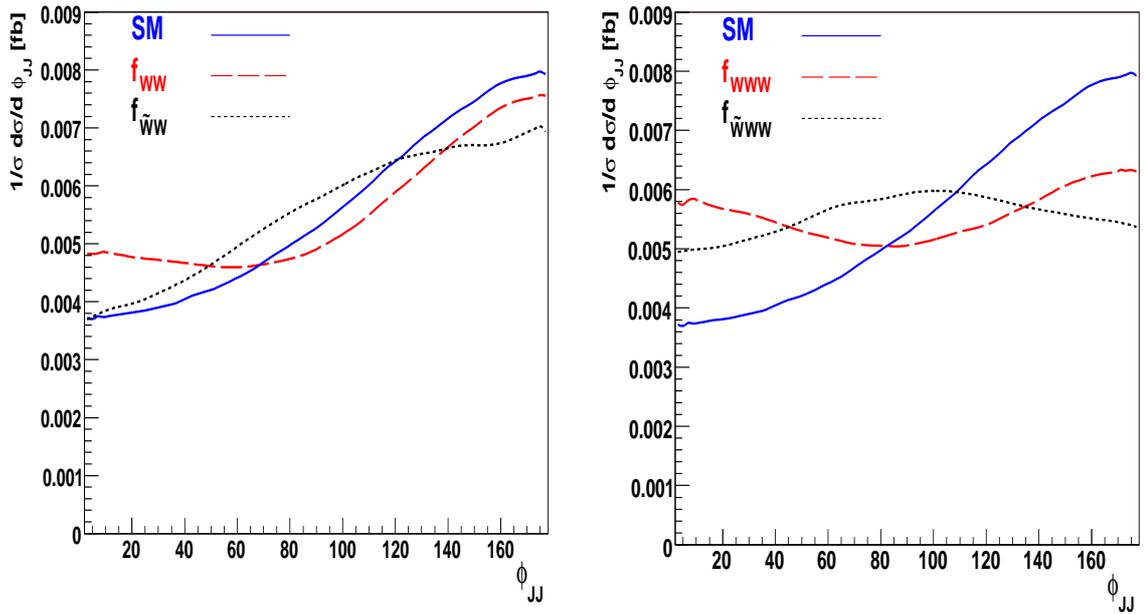


Abbildung 7.12: Normierte Azimuthalwinkelverteilung der Jets. Der Unterschied zwischen CP-gerader und CP-ungerader Kopplung ist zu erkennen, für den Operator \mathcal{O}_{WW} wird die Verteilung hauptsächlich durch den Standardmodellbeitrag dominiert. Auch hier wurde die Verteilung mit den 'VBF-Cuts' und $m_{WW} \geq 1$ TeV berechnet, die Kopplungskonstanten wurden entsprechend Gleichung 7.2 gewählt.

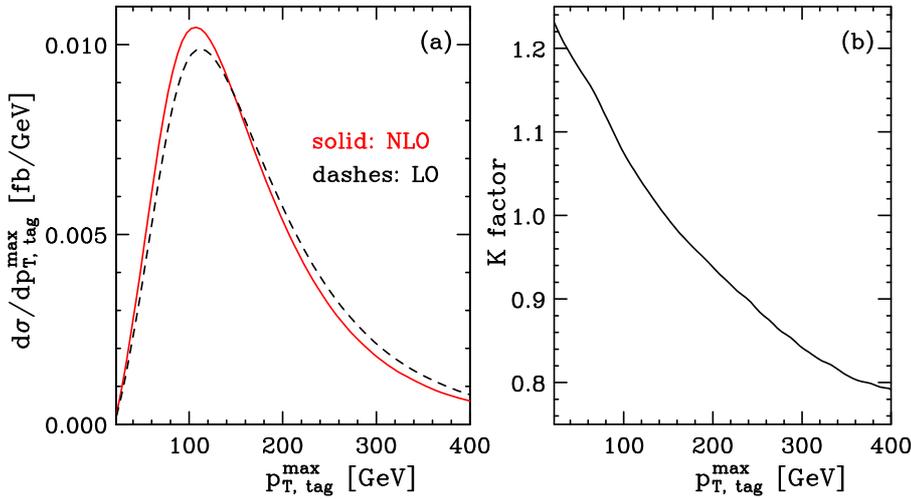


Abbildung 7.13: $p_{T \text{ max}}$ Verteilung der Jets (links) und zugehöriger Verlauf des k -Faktors (rechts). (entnommen Ref. [23])

Die Verteilung der maximalen R-Separation wird in der Abbildung 7.9 gezeigt. In allen bisherigen untersuchten Observablen verhielten sich die CP-geraden und die CP-ungeraden Operatoren identisch. Wie in [22] untersucht wurde, läßt sich die CP-Struktur der Kopplung anhand der Azimuthalwinkelverteilung der Jets erkennen. In der Abbildung 7.11 wird das typische Verhalten von CP-geraden und CP-ungeraden Beiträgen für die Higgs-Produktion in Vektor-Boson-Fusion mit einer Higgs-Masse von $m_H = 160$ GeV gezeigt.

Bei den CP-geraden Kopplungen liegt bei 90 Grad ein Minimum vor, der Wirkungsquerschnitt wird maximal für $\Delta\phi_{jj} \rightarrow 0$ Grad oder $\Delta\phi_{jj} \rightarrow 180$ Grad. Bei den CP-ungeraden Kopplungen erhält man im Gegensatz dazu bei 90 Grad das Maximum, und der Beitrag fällt gegen Null für $\Delta\phi_{jj} \rightarrow 0/180$ Grad.

Die Ursache hierfür liegt in den Eigenschaften des Epsilon-Tensors. Der Epsilon-Tensor liefert nur dann einen Beitrag, wenn alle Impulse linear unabhängig sind. Im Grenzfall für $\Delta\phi_{jj} \rightarrow 0/180$ Grad werden die Impulse koplanar und der Beitrag des Epsilon-Tensors verschwindet. Bei den CP-geraden Kopplungen ist dies umgekehrt. Für $\Delta\phi_{jj} \rightarrow \pi/2$ stehen die räumlichen Komponenten der Impulse senkrecht aufeinander, das räumliche Skalarprodukt verschwindet und der Beitrag der CP-geraden Terme wird minimiert.

Diese Eigenschaften lassen sich auch in der Abbildung 7.12 erkennen. Für den Operator \mathcal{O}_{WW} wird die Verteilung stark durch den Standardmodellbeitrag dominiert. Bei dem Operator \mathcal{O}_{WWW} erkennt man bereits sehr deutlich die verschiedenen Strukturen zwischen CP-gerader und CP-ungerader Kopplung.

Bei allen Verteilungen ist auffällig, daß für den Operator \mathcal{O}_{WWW} die Unterschiede zum Standardmodell deutlicher ausgeprägt sind als für den Operator \mathcal{O}_{WW} , obwohl dessen Kopplungskonstante doppelt so groß gewählt wurde. Jedoch ist auch zu berücksichtigen, daß der Wirkungsquerschnitt für den Operator \mathcal{O}_{WWW} im Bereich von $m_{WW} \geq 1$ TeV deutlich größer ist als für den Operator \mathcal{O}_{WW} .

Da der führende Term im Betragsquadrat der Amplituden bei anomalen Kopplungen $\sim f_i^4$ ist, sind Gesamtwirkungsquerschnitt und Verteilungen sehr sensibel bezüglich

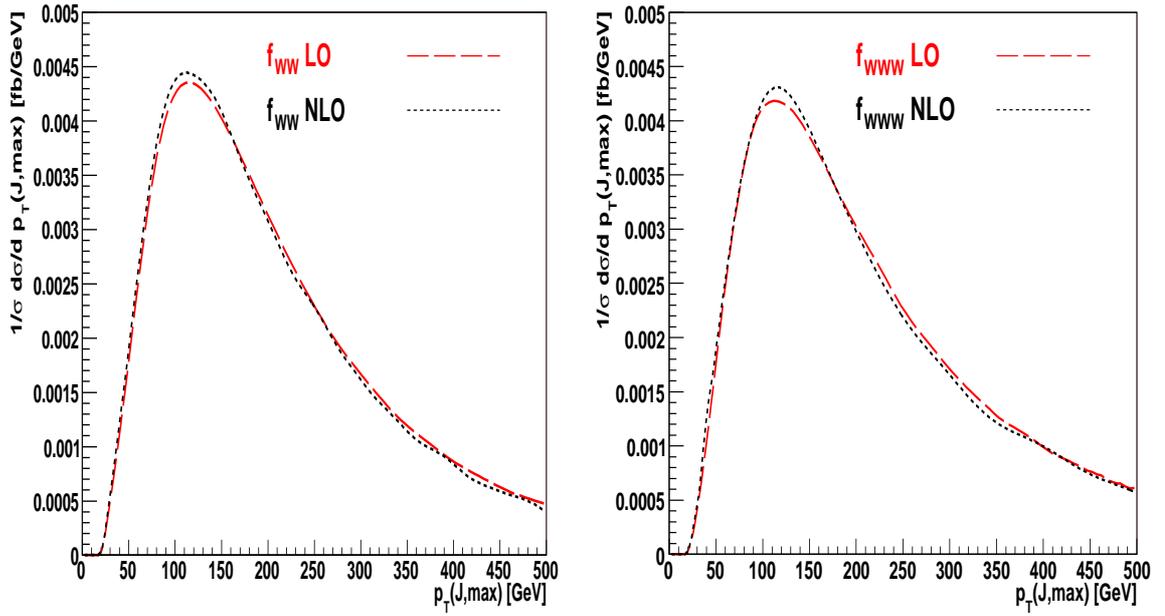


Abbildung 7.14: Normierter differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/p_{T \max}$ der Jets für LO und NLO mit dem Impulsübertrag der W/Z-Bosonen als Faktorisierungs- und Renormierungsskala. Die Verteilung wurde mit den 'VBF-Cuts' und Cut auf m_{WW} , Gleichung 7.1, berechnet, die Kopplungskonstanten wurden entsprechend 7.2 gewählt.

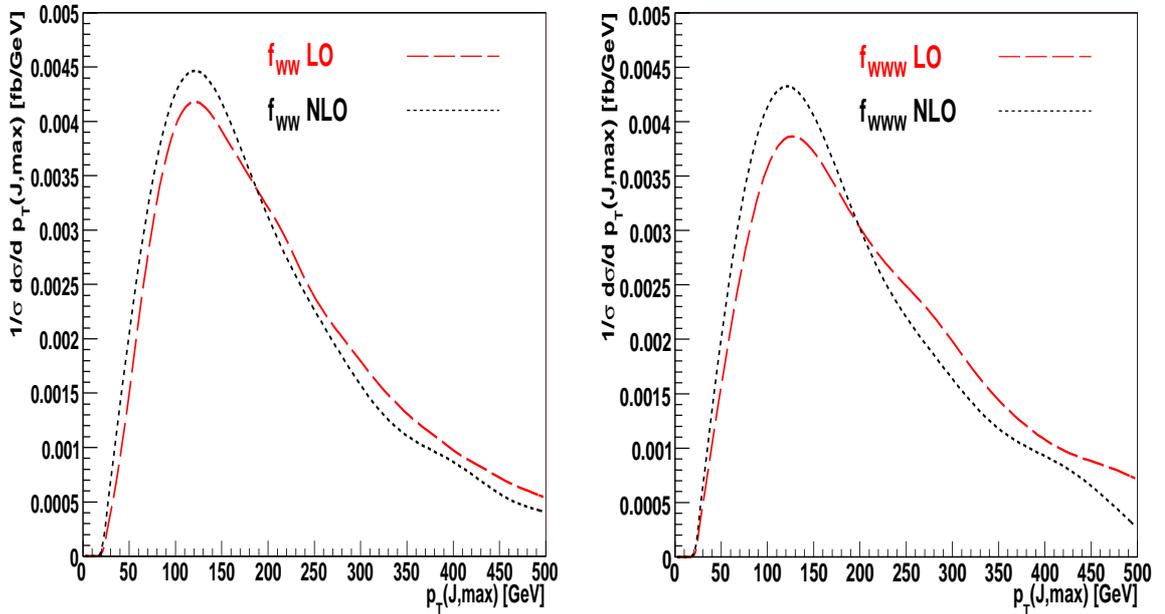


Abbildung 7.15: Normierter differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/p_{T \max}$ der Jets für LO und NLO mit der W-Masse als Faktorisierungs- und Renormierungsskala. Die Verteilung wurde mit den 'VBF-Cuts' berechnet, die Kopplungskonstanten wurden entsprechend 7.2 gewählt.

Änderungen der Kopplungskonstanten. Wie groß die durch die Einführung anomaler Kopplungen auftretenden Auswirkungen sind, wird daher sehr stark durch die Schranken an anomale Kopplungen bestimmt. Eine wichtige Voraussetzung, um die Auswirkungen anomaler Kopplungen beobachten zu können, ist der Cut auf die invariante WW-Masse, der hier bei 1 TeV vorgenommen wurde. Wird auch der Bereich unter 1 TeV mit berücksichtigt, werden sämtliche Verteilungen so stark durch den Standardmodellbeitrag dominiert, daß man keine signifikanten Änderungen durch die anomalen Kopplungen beobachten kann. Alle hier durchgeführten Berechnungen wurden in führender Ordnung Störungstheorie (LO) in α_S durchgeführt.

Wie bereits in Kapitel 4 erläutert, kann man mit VBFNLO alle Rechnung problemlos

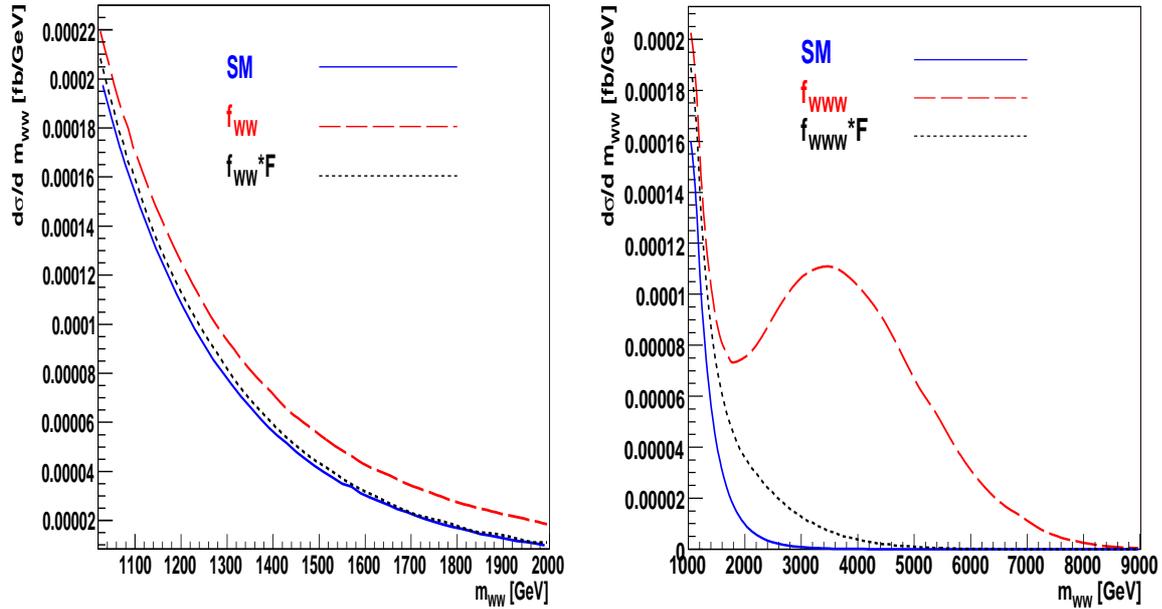


Abbildung 7.16: Normierter differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dm_{WW}$. Die Operatoren wurden mit und ohne Formfaktoren aufgetragen, die Kopplungskonstanten wurde wie in Gleichung 7.2 gewählt.

auch in nächstführender Ordnung (NLO) durchführen, da die anomalen Kopplungen direkt in die leptonischen Tensoren eingebaut wurden, und so die Struktur der QCD-Korrekturen nicht betroffen ist.

In [23] wurde berechnet, daß die NLO-Korrekturen bei der W-Paar Produktion nur gering ist, mit einem k -Faktor (σ_{NLO}/σ_{LO}) von ca. 1.05. Die größte Abweichung ergab sich für die p_T -Verteilungen der Jets.

Die Abbildung 7.14 zeigt die p_T -Verteilung der Jets mit anomalen Kopplungen. Für diese Verteilung wurde der Impulsübertrag der W/Z-Boson als Faktorisierungs- und Renormierungsskala verwendet. Durch diese Wahl sind die Beiträge der nächstführenden Ordnung nur sehr klein, so daß keine signifikanten Auswirkungen auf die Verteilung auftreten. Verwendet man die W-Masse als Faktorisierungs- und Renormierungsskala, wie dies in Abbildung 7.15 gezeigt ist, wird der Unterschied etwas deut-

licher und man erhält einen sehr ähnlichen Verlauf wie in [23]. Auch dort wurde die W-Masse als Renormierungs- und Faktorisierungsskala verwendet. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Skalen wird vor allem im Wirkungsquerschnitt der führenden Ordnung (LO) deutlich. Hier zeigt sich, daß die Ergebnisse abhängig von der Skala sind. Jedoch sind die Berechnungen einschließlich der QCD-Korrekturen in nächstführender Ordnung nahezu unabhängig von der Wahl der Skala. Die Wahl des Impulsübertrags der W/Z-Bosonen als Renormierungs- und Faktorisierungsskala ist also eine sehr günstige Wahl. Da die hier gezeigten Verteilungen mit dieser Skala berechnet wurden, ergibt sich kein signifikanter Unterschied zwischen leading-order und next-to-leading-order Ergebnis.

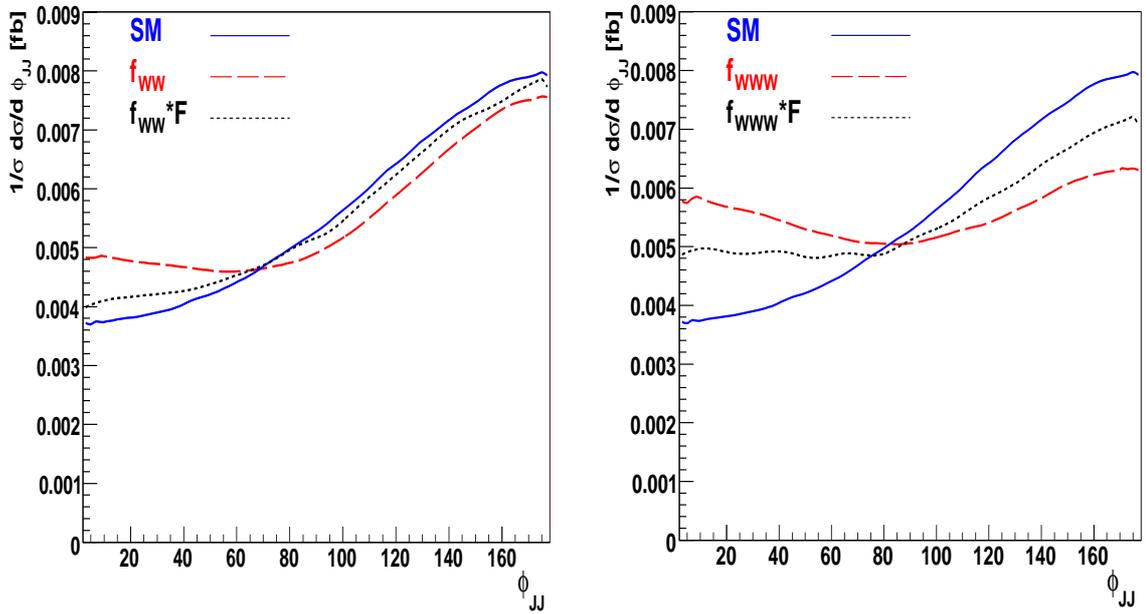


Abbildung 7.17: Normierte Azimuthalwinkelverteilung der Jets mit 'VBF-Cuts', $m_{WW} \geq 1$ TeV, und den Kopplungskonstanten wie in Gleichung 7.2. Auch hier erkennt man das deutliche Annähern der Verteilung an das Standardmodell durch den Formfaktor.

7.2.1 Verteilungen mit Formfaktoren

Es soll nun der Frage nachgegangen werden, welche Auswirkungen die Einführung eines Formfaktors auf die Verteilungen hat. Wie im Kapitel 6 erläutert, wird im Folgenden eine Unitaritätsgrenze in der Größenordnung von 2 TeV angenommen. Als mögliche Massenskala M wurde 2 TeV gewählt, der Exponent soll 2 sein. Der Formfaktor lautet damit also:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{(2000 \text{ GeV})^2}\right)^2}.$$

Abbildung 7.16 zeigt die Auswirkungen des Formfaktors auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt, der über der invarianten WW-Masse ab 1 TeV aufgetragen wurde. Für den Operator \mathcal{O}_{WW} nähert sich die Verteilung schon sehr stark der des Standardmodells an, so daß für diesen Fall keine Unterscheidung zwischen Standardmodell und anomalen Kopplungen anhand dieser Observablen möglich ist.

Interessant ist vor allem der Einfluß des Formfaktors auf den Operator \mathcal{O}_{WWW} . Durch ihn wird der Anstieg des Wirkungsquerschnitts im Bereich $m_{WW} \geq 2$ TeV komplett unterdrückt und man erhält eine deutliche Annäherung an das Standardmodell. Die durch den Anstieg des Wirkungsquerschnitts eventuell auftretende Unitaritätsverletzung kann dadurch vermieden werden. Trotz Formfaktor tritt hier, zumindest im Bereich von wenigen TeV, immer noch ein signifikanter Unterschied zum Standardmodell auf. Zur weiteren Verdeutlichung des Einfluß des Formfaktors sieht man in Abbildung 7.17 die Azimutalwinkelverteilung der Jets, sowohl mit als auch ohne Formfaktor.

Auch hier entspricht für den Operator \mathcal{O}_{WW} die Verteilung unter Berücksichtigung des Formfaktors nahezu der des Standardmodells, für den Operator \mathcal{O}_{WWW} ergibt sich eine deutliche Reduktion des differentiellen Wirkungsquerschnitts.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Diskussion

Eine wichtige Aufgabe der Teilchenphysik besteht in präzisen Tests des Standardmodells, um dessen Gültigkeit zu überprüfen. Damit verbunden ist die Frage, ob man bei den am LHC in kurzer Zeit zugänglichen Energien neue Physik finden wird. Im Kapitel 2 wurde erläutert, daß man Physik jenseits des Standardmodells durch das Einführen zusätzlicher Operatoren der Dimension 6 beschreiben kann. Dies ist ein Beispiel einer effektiven Theorie. Dabei wurden nur Operatoren betrachtet, die die Kopplungen der Eichbosonen untereinander beeinflussen. Fermion-Wechselwirkungen oder Fermion-Boson-Wechselwirkungen wurden nicht betrachtet.

Ziel dieser Diplomarbeit war die Implementierung dieser sogenannten anomalen Kopplungen in das Monte-Carlo-Programm VBFNLO und die Untersuchung der Auswirkung der anomalen Kopplungen auf den Vektor-Boson-Fusionsprozeß. Dazu mußten zunächst die Feynman-Regeln für die anomalen Kopplungen abgeleitet werden, wie in Kapitel 3 beschrieben.

Die Implementierung der anomalen Kopplungen in das Fortran-Programm vbfno war der nächste wichtige Punkt der Arbeit. Um Fehler bei der Implementierung zu vermeiden wurden verschiedene Tests vorgenommen, die in den Kapiteln 4 und 5 detailliert erläutert wurden. Dazu gehörten Test der Lorentz- und der Eichinvarianz, sowie die Überprüfung charakteristischer Eigenschaften von Dimension 6 Operatoren.

Ein wichtiger Unterschied zwischen Standardmodell und anomalen Kopplungen durch Dimension 6 Operatoren ist das Verhalten für hohe Energien. Betrachtet man nur die $WW \rightarrow WW$ Streuung, bleibt die Standardmodellamplitude für hohe Energien konstant, während die Amplitude der anomalen Kopplungen anwächst. Dies liegt daran, daß sich im Standardmodell die divergenten Terme exakt wegheben, während dies durch Hinzufügen der anomalen Kopplungen nicht mehr der Fall ist. Es tritt dadurch das Problem auf, daß ab einer bestimmten Energie die Unitarität verletzt wird. Spätestens an dieser Stelle wird die Näherung durch die effektive Theorie falsch. Das Problem der Unitaritätsverletzung läßt sich durch die Einführung von Formfaktoren lösen. Dabei werden zusätzliche energieabhängige Faktoren eingeführt, die mit zunehmender Energie kleiner werden und dadurch für ein allmähliches Unterdrücken der anomalen Kopplungen sorgen. In der Literatur findet man für die reine

WW \rightarrow WW Streuung Unitaritätsverletzung bei einer Größenordnung von 2 TeV, wenn man die LEP-Schranken als den Niederenergiewert annimmt ([14],[19]). Im Kapitel 6 wurde dies genauer erläutert. Um die Unitaritätsgrenze für den VBF-Prozeß genauer zu bestimmen wäre eine analytische Rechnung nötig. Dies war jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit. Man kann jedoch als Abschätzung die Berechnungen unter der Annahme einer Unitaritätsgrenze von ca. 2 TeV durchführen, mit einem entsprechenden Formfaktor.

Im Kapitel 7 wurden die Wirkungsquerschnitte und Verteilungen mit anomalen Kopplungen dargestellt. Dabei wurden exemplarisch die Ergebnisse für zwei Operatoren, \mathcal{O}_{WW} und \mathcal{O}_{WWW} vorgestellt, jeweils auch mit der dazugehörigen CP-ungeraden Variante.

Die Auswirkungen der anomalen Kopplungen werden in erster Linie durch die Größe der anomalen Kopplungskonstante bestimmt. Damit verbunden ist die Frage, inwieweit sich anomale Kopplungen durch elektroschwache Präzisionsmessungen einschränken lassen. Die gegenwärtigen Schranken sind bereits relativ stark, so daß die Effekte der anomalen Kopplungen nur sehr moderat sind. Der Gesamtwirkungsquerschnitt wird dominiert durch Beiträge unterhalb einer invarianten WW-Masse von 1 TeV. Hier liefert das Standardmodell den größten Beitrag, so daß sich der Gesamtwirkungsquerschnitt durch die anomalen Kopplungen um maximal 30 Prozent ändert. In den Verteilungen dominiert auch hier der Standardmodellbeitrag. Daher wurde ein Cut von 1 TeV auf die invariante WW-Masse angewandt. Dadurch konnte der Beitrag der anomalen Kopplungen in den Verteilungen deutlich vergrößert werden. Es wurden die verschiedenen Verteilungen aufgezeigt, bei denen man Unterschiede zwischen anomalen Kopplungen und Standardmodell erhält. Hervorzuheben ist hierbei besonders die Azimutalwinkelverteilung der Jets, da sie die Möglichkeit bietet, CP-gerade Operatoren von CP-ungeraden Operatoren zu unterscheiden. Bei allen anderen Verteilung verhalten sich CP-geraden und CP-ungeraden Beiträge identisch. Diese Rechnungen wurden in führender Ordnung Störungstheorie (LO) durchgeführt.

Führt man die Berechnungen auch in nächstführender Ordnung (NLO) der QCD durch, zeigt sich, daß die Effekte relativ klein sind. Die Größe des NLO-Beitrags hängt jedoch von der verwendeten Faktorisierungs- und Renormierungsskala ab. Verwendet man den Impulsübertrag der W/Z-Bosonen als Skala, sind die Auswirkungen nur sehr gering und vernachlässigbar. Wird die W-Masse als Skala verwendet, sind die Effekte etwas größer.

Desweiteren wurde der Einfluß eines Formfaktors auf die Verteilungen untersucht. Da der Formfaktor in gewisser Weise beliebig gewählt werden kann, mußten bestimmte Annahmen über dessen Form gemacht werden. Allgemein zeigt sich, daß ein Formfaktor mit einer Massenskala von 2 TeV die Verteilungen stark beeinflusst. Ob sich anomale Kopplungen trotz Formfaktor vom Standardmodell unterscheiden lassen, hängt vor allem vom jeweiligen Operator und der Größe dessen Kopplungskonstante ab.

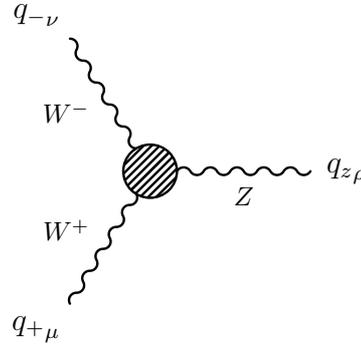
Anhang A

Feynman-Regeln

Die Feynman-Regeln wurden entsprechend Kapitel 3 berechnet. Zunächst werden alle Beiträge zu den 3-Vertizes aufgelistet, im Anschluß daran die Beiträge zu den 4-Vertizes. Alle Impulse sind stets als **einlaufend** angenommen.

A.1 Feynman-Regeln für 3-Vertizes

A.1.1 WWZ-Vertex



$$\mathcal{O}_{WWW} : i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \frac{3g^3 \cos \theta_w}{2} (q_{z\nu} q_{+\rho} q_{-\mu} - q_{z\mu} q_{+\nu} q_{-\rho} + (q_z \cdot q_-)(q_{+\nu} g_{\mu\rho} - q_{+\rho} g_{\mu\nu}) \\ + (q_- \cdot q_+)(q_{z\mu} g_{\nu\rho} - q_{z\nu} g_{\mu\rho}) + (q_+ \cdot q_z)(q_{-\rho} g_{\mu\nu} - q_{-\mu} g_{\nu\rho}))$$

$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W}{\Lambda^2} \frac{g m_W^2}{2 \cos \theta_W} ((q_- - q_z)_\mu g_{\nu\rho} + (q_z - q_+)_\nu g_{\rho\mu} + (q_+ - q_-)_\rho g_{\mu\nu} \\ - \sin^2 \theta_W (q_{z\nu} g_{\mu\rho} - q_{z\mu} g_{\nu\rho}))$$

$$\mathcal{O}_B : -i \frac{f_B}{\Lambda^2} \frac{g m_W^2}{2 \cos \theta_W} \sin \theta_W^2 (q_{z\nu} g_{\mu\rho} - q_{z\mu} g_{\nu\rho})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}} : -i \frac{f_{\tilde{B}}}{\Lambda^2} \frac{g m_W^2 \sin \theta_W^2}{2 \cos \theta_w} \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha}$$

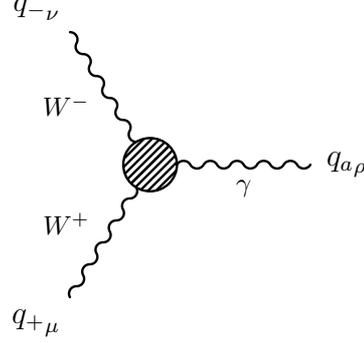
$$\mathcal{O}_{\tilde{B}W} : i \frac{f_{\tilde{B}W}}{\Lambda^2} \frac{g m_W^2 \sin \theta_W^2}{\cos \theta_w} \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} \left(-\frac{g m_W^2 \sin \theta_W^2}{2 \cos \theta_W} \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha} - g \cos \theta_W m_W^2 (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha}) \right)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\tilde{W}WW} : & i \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \frac{g^3 \cos \theta_W}{2} (\epsilon^{\rho\alpha\beta\gamma} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{z\gamma} g_{\mu\nu} + \epsilon^{\nu\alpha\beta\gamma} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{z\gamma} g_{\mu\rho} \\ & + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta} q_{-\mu} - \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{z\mu} + \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{z\gamma} g_{\nu\rho} \\ & - \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} q_{+\nu} - \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{z\nu} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{z\nu} \\ & - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta} q_{-\rho} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} q_{+\rho} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha} q_{-} \cdot q_{+} \\ & - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha} q_{-} \cdot q_z - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} q_{+} \cdot q_z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{D\tilde{W}} : & i \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} 2g^3 \cos \theta_W (\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} (q_{-} - q_z)_{\mu} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta} (q_z - q_{+})_{\nu} \\ & + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} (q_{-} - q_{+})_{\rho} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} (q_{-} \cdot q_{+} + q_{-} \cdot q_z) \\ & - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha} (q_{-} \cdot q_{+} + q_{+} \cdot q_z) - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha} (q_{-} \cdot q_z + q_{+} \cdot q_z)) \end{aligned}$$

A.1.2 WWA-Vertex



$$\mathcal{O}_{WWW} : i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \frac{3g^3 \sin \theta_w}{2} (q_{a\nu} q_{+\rho} q_{-\mu} - q_{a\mu} q_{+\nu} q_{-\rho} + (q_a \cdot q_-)(q_{+\nu} g_{\mu\rho} - q_{+\rho} g_{\mu\nu}) \\ + (q_- \cdot q_+)(q_{a\mu} g_{\nu\rho} - q_{a\nu} g_{\mu\rho}) + (q_+ \cdot q_a)(q_{-\rho} g_{\mu\nu} - q_{-\mu} g_{\nu\rho}))$$

$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W g m_W^2}{\Lambda^2} \frac{1}{2} \sin \theta_W (q_{a\nu} g_{\mu\rho} - q_{a\mu} g_{\nu\rho})$$

$$\mathcal{O}_B : i \frac{f_B g m_W^2}{\Lambda^2} \frac{1}{2} \sin \theta_W (q_{a\nu} g_{\mu\rho} - q_{a\mu} g_{\nu\rho})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}} : i \frac{f_{\tilde{B}} g m_W^2 \sin \theta_W}{\Lambda^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a\alpha}$$

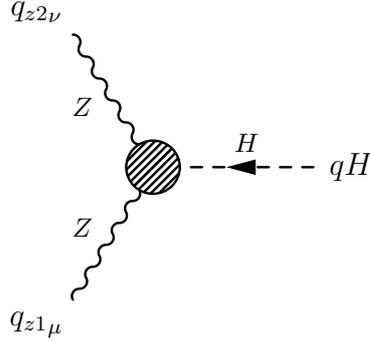
$$\mathcal{O}_{\tilde{B}W} : -i \frac{f_{\tilde{B}W}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin \theta_W \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a\alpha}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : -i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} g \sin \theta_W m_W^2 (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha} + \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a\alpha})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}WW} : i \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \frac{g^3 \sin \theta_W}{2} (\epsilon^{\rho\alpha\beta\gamma} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{a\gamma} g_{\mu\nu} + \epsilon^{\nu\alpha\beta\gamma} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{a\gamma} g_{\mu\rho} \\ + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} q_{-\mu} - \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{a\mu} + \epsilon^{\mu\alpha\beta\gamma} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{a\gamma} g_{\nu\rho} \\ - \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} q_{+\nu} - \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{a\nu} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} q_{a\nu} \\ - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha} q_{-} \cdot q_a - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} q_{+} \cdot q_a)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\tilde{W}} : & i \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} 2g^3 \sin \theta_W (\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} (q_- - q_a)_\mu + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} (q_a - q_+)_\nu \\
& + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} (q_- - q_+)_\rho - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} (q_- \cdot q_+ + q_- \cdot q_a) \\
& - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha} (q_- \cdot q_+ + q_+ \cdot q_a) - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a\alpha} (q_- \cdot q_a + q_+ \cdot q_a))
\end{aligned}$$

A.1.3 ZZH-Vertex



$$\mathcal{O}_{WW} : i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} 2g m_W \cos \theta_W^2 ((q_{z1} \cdot q_{z2}) g_{\mu\nu} - q_{z1\nu} q_{z2\mu})$$

$$\mathcal{O}_{BB} : i \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} 2 \frac{g m_W \sin \theta_W^4}{\cos \theta_W^2} ((q_{z1} \cdot q_{z2}) g_{\mu\nu} - q_{z1\nu} q_{z2\mu})$$

$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W g m_W}{\Lambda^2} \frac{g m_W}{2} ((qH \cdot q_{z1} + qH \cdot q_{z2}) g_{\mu\nu} - qH_\mu q_{z1\nu} - qH_\nu q_{z2\mu})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} : -i \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} 2g m_W \cos \theta_W^2 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{z1\alpha} q_{z2\beta}$$

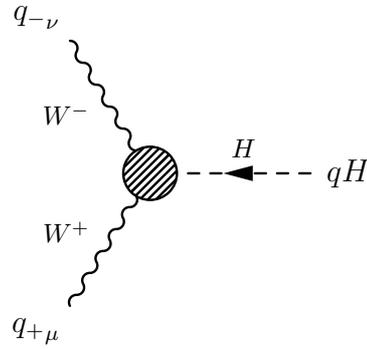
$$\mathcal{O}_{\tilde{B}} : i \frac{f_{\tilde{B}} g m_W \sin \theta_w^2}{\Lambda^2} \frac{m_W \sin \theta_w^2}{2 \cos \theta_W^2} (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} qH_\alpha q_{z1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} qH_\alpha q_{z2\beta})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}B} : -i \frac{f_{\tilde{B}B}}{\Lambda^2} \frac{2g m_W \sin \theta_W^4}{\cos \theta_W^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{z1\alpha} q_{z2\beta}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{\tilde{B}W} : & -i \frac{f_{\tilde{B}W} g m_W \sin \theta_w^2}{\Lambda^2} \frac{m_W \sin \theta_w^2}{\cos \theta_W^2} ((\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} qH_\alpha q_{z1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} qH_\alpha q_{z2\beta}) \\
& - 2 \sin \theta_W^2 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{z1\alpha} q_{z2\beta})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\tilde{W}} : & i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W \left(\frac{\sin \theta_w^2}{2 \cos \theta_W^2} (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q H_\alpha q_{z1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q H_\alpha q_{z2\beta}) \right. \\ & \left. + \left(\cos \theta_W^2 - \frac{\sin \theta_W^4}{\cos \theta_W^2} \right) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{z1\alpha} q_{z2\beta} \right) \end{aligned}$$

A.1.4 WWH-Vertex



$$\mathcal{O}_{WW} : i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} 2g m_W ((q_+ \cdot q_-) g_{\mu\nu} + q_{-\mu} q_{+\nu})$$

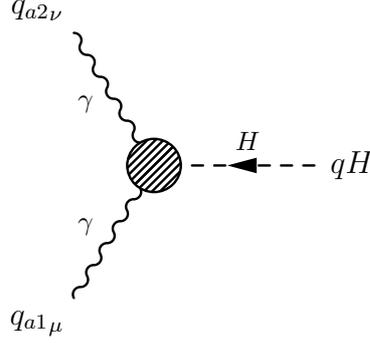
$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W g m_W}{\Lambda^2 2} ((qH \cdot q_+ + qH \cdot q_-) g_{\mu\nu} - qH_\mu q_{+\nu} - qH_\nu q_{-\mu})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} : i \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} 2g m_W \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : -i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta}$$

A.1.5 AAH-Vertex

Im Unterschied zum Standardmodell findet man bei Dimension 6 Operatoren auch in führender Ordnung Kopplungen des Photons an das Higgs-Boson. Es treten AAH- und AZH-Vertizes auf, die man im Standardmodell erst durch Korrekturen höherer Ordnung erhält.



$$\mathcal{O}_{WW} : i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} 2g m_W \sin^2 \theta_W ((q_{a1} \cdot q_{a2}) g_{\mu\nu} - q_{a1\nu} q_{a2\mu})$$

$$\mathcal{O}_{BB} : i \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} 2g m_W \sin^2 \theta_W ((q_{a1} \cdot q_{a2}) g_{\mu\nu} - q_{a1\nu} q_{a2\mu})$$

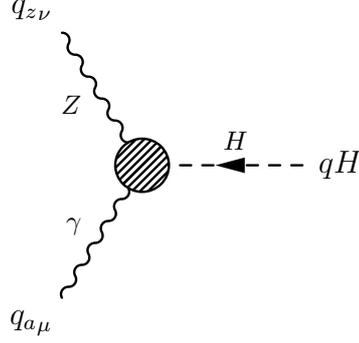
$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} : -i \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} 2g m_W \cos^2 \theta_W \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a1\alpha} q_{a2\beta}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}B} : -i \frac{f_{\tilde{B}B}}{\Lambda^2} 2g m_W \sin^2 \theta_W \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a1\alpha} q_{a2\beta}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}W} : i \frac{f_{\tilde{B}W}}{\Lambda^2} 2g m_W \sin^2 \theta_W \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a1\alpha} q_{a2\beta}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W (\cos^2 \theta_W - \sin^2 \theta_W) \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a1\alpha} q_{a2\beta}$$

A.1.6 AZH-Vertex



$$\mathcal{O}_{WW} : i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} 2g m_W \cos \theta_W \sin \theta_W ((q_a \cdot q_z) g_{\mu\nu} - q_{z\mu} q_{a\nu})$$

$$\mathcal{O}_{BB} : -i \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} \frac{2g m_W \sin \theta_W^3}{\cos \theta_W} ((q_a \cdot q_z) g_{\mu\nu} - q_{z\mu} q_{a\nu})$$

$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W g m_W \sin \theta_W}{\Lambda^2 2 \cos \theta_W} ((q_a \cdot q_H) g_{\mu\nu} - q_{H\mu} q_{a\nu})$$

$$\mathcal{O}_B : -i \frac{f_B g m_W \sin \theta_W}{\Lambda^2 2 \cos \theta_W} ((q_a \cdot q_H) g_{\mu\nu} + q_{H\mu} q_{a\nu})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} : -i \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} 2g m_W \cos \theta_W \sin \theta_W \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{z\beta}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}} : i \frac{f_{\tilde{B}} g m_W \sin \theta_W}{\Lambda^2 2 \cos \theta_W} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{H\beta}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}B} : i \frac{f_{\tilde{B}B}}{\Lambda^2} \frac{2g m_W \sin \theta_W^3}{\cos \theta_W} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{z\beta}$$

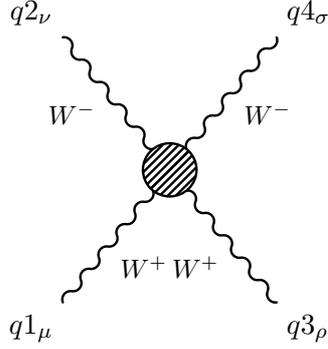
$$\mathcal{O}_{\tilde{B}W} : -i \frac{f_{\tilde{B}W} g m_W \sin \theta_W}{\Lambda^2 \cos \theta_W} (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{H\beta} + 2 \sin \theta_W^2 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{z\beta})$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : i \frac{f_{\tilde{W}} g m_W \sin \theta_W}{\Lambda^2 \cos \theta_W} \left(\frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{H\beta} + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{z\beta} \right)$$

A.2 Feynman-Regeln für 4-Vertizes

A.2.1 WWW-Vertex

Auch bei den 4-Vertizes wurden alle Impulse, sowohl von den W^+ -, als auch von den W^- -Bosonen als **einlaufend** angenommen.



$$\begin{aligned}
 \mathcal{O}_{WWW} : & -i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \frac{3g^4}{2} ((q4_\mu(q1 - q3)_\nu + q2_\mu q3_\nu + q3_\mu q4_\nu) g_{\rho\sigma} \\
 & - g_{\mu\nu}(q1 \cdot q4 + q2 \cdot q3) g_{\rho\sigma} + g_{\mu\sigma}(q4_\nu q1_\rho \\
 & + q1_\nu(q2 - q4)_\rho + q3_\nu q4_\rho) - g_{\nu\sigma}((q2 + q4)_\mu q1_\rho + q3_\mu(q2 + q4)_\rho)) \\
 & + g_{\nu\rho}(q3_\mu q2_\sigma + q2_\mu(q1 - q3)_\sigma + q4_\mu q3_\sigma) \\
 & + g_{\mu\nu}(q4_\rho q1_\sigma + q1_\rho q2_\sigma + q2_\rho(q3 - q1)_\sigma) \\
 & - g_{\mu\rho}((q1 + q3)_\nu q2_\sigma + q4_\nu(q1 + q3)_\sigma) - g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho}(q1 \cdot q2 + q3 \cdot q4) \\
 & + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}(q1 \cdot q2 + q1 \cdot q4 + q2 \cdot q3 + q3 \cdot q4))
 \end{aligned}$$

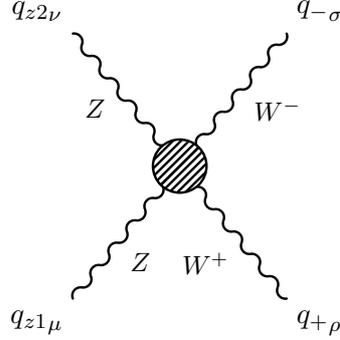
$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W}{\Lambda^2} g^2 m_W^2 (2g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho} - g_{\mu\nu} g_{\sigma\rho})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{\tilde{W}WW} : & -i \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \frac{g^4}{2} ((\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} + \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{4\beta}) g^{\mu\nu} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} g^{\mu\rho} \\
& - (\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{4\beta} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{3\beta} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{4\beta}) g^{\mu\rho} - (\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{4\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{4\beta}) g^{\mu\sigma} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{2\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{4\alpha}) q_{3\mu} \\
& + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{1\alpha} + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{3\alpha}) (q_2 - q_4)^\mu + (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} - \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{3\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{4\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{4\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{3\beta} - \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{4\beta}) g^{\nu\sigma} - (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{2\alpha} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{4\alpha}) (q_1 - q_3)^\nu \\
& + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{3\alpha} - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{1\alpha}) q_4^\nu + (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{4\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{3\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{4\beta}) g^{\rho\sigma} + (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{4\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{2\alpha}) q_1^\rho \\
& - (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{1\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{3\alpha}) (q_2 - q_4)^\rho + (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{1\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{3\alpha}) q_2^\sigma + (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{2\alpha} \\
& + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{4\alpha}) (q_1 - q_3)^\sigma + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (q_1 \cdot q_2 - q_1 \cdot q_4 - q_2 \cdot q_3 + q_3 \cdot q_4))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\tilde{W}} : & -i \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} 2g^4 (\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{3\alpha} q_{4\beta} g^{\mu\nu} - 2\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{4\beta} g^{\mu\rho} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{2\alpha} q_{3\beta} g^{\mu\sigma} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{2\alpha} (q_2 - q_3 - q_4)^\mu + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{4\alpha} (q_2 + q_3 - q_4)^\mu + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{4\beta} g^{\nu\rho} \\
& - 2\epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{3\beta} g^{\nu\sigma} - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{3\alpha} (q_1 - q_3 + q_4)^\nu + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{1\alpha} (-q_1 + q_3 + q_4)^\nu \\
& + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta} g^{\rho\sigma} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{4\alpha} (q_1 + q_2 - q_4)^\rho + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{2\alpha} (q_1 - q_2 + q_4)^\rho \\
& + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{1\alpha} (q_1 - q_2 - q_3)^\sigma + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{3\alpha} (q_1 + q_2 - q_3)^\sigma + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (-(q_1 \cdot q_2) \\
& + q_1 \cdot q_4 + q_2 \cdot q_3 - q_3 \cdot q_4))
\end{aligned}$$

A.2.2 WWZZ-Vertex

Die Impulse der Z - und der W -Bosonen werden als **einlaufend** angenommen.



$$\begin{aligned}
 \mathcal{O}_{WWW} : & -i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \frac{3g^4 \cos^2 \theta_W}{2} ((q_{z2\mu}(q_- + q_+)_{\nu} + (q_- + q_+)_{\mu} q_{z1\nu}) g_{\rho\sigma} \\
 & - g_{\mu\nu}(q_- \cdot q_{z1} + q_- \cdot q_{z2} + q_+ \cdot q_{z1} + q_+ \cdot q_{z2}) g_{\rho\sigma} - g_{\nu\sigma}(q_{z2\mu} q_{-\rho} \\
 & + q_{-\mu}(q_{z1} - q_{z2})_{\rho} + q_{+\mu} q_{z2\rho}) - g_{\mu\sigma}(q_{z1\nu} q_{-\rho} + q_{+\nu} q_{z1\rho} \\
 & + q_{-\nu}(q_{z2} - q_{z1})_{\rho}) - g_{\nu\rho}(q_{z2\mu} q_{-\rho} + q_{-\mu}(q_{z1} - q_{z2})_{\rho} \\
 & + q_{-\mu} q_{z2\sigma}) - g_{\mu\rho}(q_{z1\nu} q_{+\sigma} + q_{-\nu} q_{z1\sigma} + q_{+\nu}(q_{z2} - q_{z1})_{\sigma}) \\
 & + g_{\mu\nu}((q_{z1} + q_{z2})_{\rho} q_{+\sigma} + q_{-\rho}(q_{z1} + q_{z2})_{\sigma}) + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho}(q_- \cdot q_{z2} \\
 & + q_+ \cdot q_{z1}) + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}(q_- \cdot q_{z1} + q_+ \cdot q_{z2}))
 \end{aligned}$$

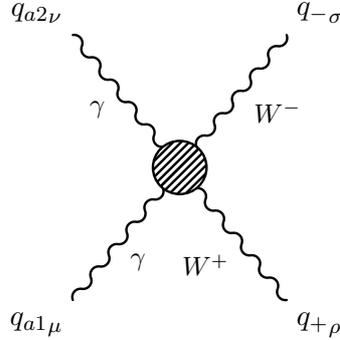
$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W}{\Lambda^2} g^2 m_W^2 (-2g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma} + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{\tilde{W}WW} : & -i \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \frac{g^4 \cos \theta_W^2}{2} ((\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z1\beta} + \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} \\
& - \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z1\beta} - \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta}) g^{\mu\nu} - (\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z1\beta} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta}) g^{\mu\rho} \\
& - (\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z1\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z1\beta}) g^{\mu\sigma} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{z1\alpha} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{z2\alpha}) (q_- - q_+)^{\mu} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_{z2}^{\mu} - (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z1\beta} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{z1\alpha} + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{z2\alpha}) (q_- - q_+)^{\mu} \\
& + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_{z2}^{\mu} - (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z1\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z1\beta} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta}) g^{\nu\sigma} \\
& + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{z1\alpha} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{z2\alpha}) (q_- - q_+)^{\nu} + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_{z1}^{\mu} \\
& + (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta}) g^{\rho\sigma} \\
& + (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{z2\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{z1\alpha}) q_-^{\rho} - (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{+\alpha}) (q_{z1} - q_{z2})^{\rho} \\
& + (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z2\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z1\alpha}) q_+^{\sigma} - (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha}) (q_{z1} - q_{z2})^{\sigma} \\
& + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (q_- \cdot q_{z1} - q_- \cdot q_{z2} - q_+ \cdot q_{z1} + q_+ \cdot q_{z2}))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\tilde{W}} : & -i \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} 2g^4 \cos \theta_W^2 (-2\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} g^{\mu\nu} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z2\beta} g^{\mu\rho} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z2\beta} g^{\mu\sigma} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha} (q_- - q_+ + q_{z2})^{\mu} + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} \\
& (-q_- + q_+ + q_{z2})^{\mu} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z1\beta} g^{\nu\rho} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z1\beta} g^{\nu\sigma} \\
& - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha} (q_- - q_+ + q_{z1})^{\nu} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} (-q_- + q_+ + q_{z1})^{\nu} \\
& + 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{z1\alpha} q_{z2\beta} g^{\rho\sigma} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{z2\alpha} (q_- + q_{z1} - q_{z2})^{\rho} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{z1\alpha} \\
& (q_- - q_{z1} + q_{z2})^{\rho} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z2\alpha} (q_+ + q_{z1} - q_{z2})^{\sigma} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z1\alpha} \\
& (q_+ - q_{z1} + q_{z2})^{\sigma} + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (q_- \cdot q_{z1} - q_- \cdot q_{z2} - q_+ \cdot q_{z1} + q_+ \cdot q_{z2}))
\end{aligned}$$

A.2.3 WWA-Vertex

Die Impulse der Photonen und der W -Bosonen werden als **einlaufend** angenommen.



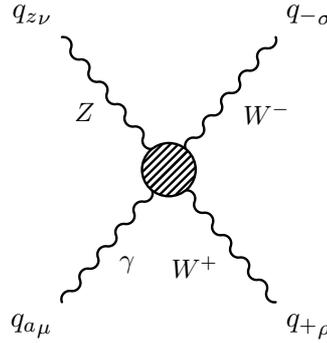
$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{WWW} : & -i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \frac{3g^4 \sin^2 \theta_W}{2} ((q_{a2\mu}(q_- + q_+)_\nu + (q_- + q_+)_\mu q_{a1\nu}) g_{\rho\sigma} \\ & - g_{\mu\nu}(q_- \cdot q_{a1} + q_- \cdot q_{a2} + q_+ \cdot q_{a1} + q_+ \cdot q_{a2}) g_{\rho\sigma} - g_{\nu\sigma}(q_{a2\mu} q_{-\rho} \\ & + q_{-\mu}(q_{a1} - q_{a2})_\rho + q_{+\mu} q_{a2\rho}) - g_{\mu\sigma}(q_{a1\nu} q_{-\rho} + q_{+\nu} q_{a1\rho} \\ & + q_{-\nu}(q_{a2} - q_{a1})_\rho) - g_{\nu\rho}(q_{a2\mu} q_{-\rho} + q_{-\mu}(q_{a1} - q_{a2})_\rho + q_{-\mu} q_{a2\sigma}) \\ & - g_{\mu\rho}(q_{a1\nu} q_{+\sigma} + q_{-\nu} q_{a1\sigma} + q_{+\nu}(q_{a2} - q_{a1})_\sigma) + g_{\mu\nu}((q_{a1} + q_{a2})_\rho q_{+\sigma} \\ & + q_{-\rho}(q_{a1} + q_{a2})_\sigma) + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho}(q_- \cdot q_{a2} + q_+ \cdot q_{a1}) \\ & + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma}(q_- \cdot q_{a1} + q_+ \cdot q_{a2})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\tilde{W}WW} : & -i \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \frac{g^4 \sin^2 \theta_W}{2} ((\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a1\beta} + \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} \\ & - \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a1\beta} - \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta}) g^{\mu\nu} - (\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a1\beta} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta}) g^{\mu\rho} \\ & - (\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a1\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a1\beta}) g^{\mu\sigma} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{a1\alpha} \\ & + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{a2\alpha})(q_- - q_+)^{\mu} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_{a2}^{\mu} - (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} \\ & + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a1\beta} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{a1\alpha} + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{a2\alpha})(q_- - q_+)^{\mu} \\ & + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_{a2}^{\mu} - (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a1\beta} \\ & + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a1\beta} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta}) g^{\nu\sigma} \\ & + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{a1\alpha} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{a2\alpha})(q_- - q_+)^{\nu} + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_{a1}^{\mu} \\ & + (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a1\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta}) g^{\rho\sigma} \\ & + (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{a2\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{a1\alpha}) q_{-\rho} - (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{+\alpha})(q_{a1} - q_{a2})^{\rho} \\ & + (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a2\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a1\alpha}) q_{+\sigma} - (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha})(q_{a1} - q_{a2})^{\sigma} \\ & + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}(q_- \cdot q_{a1} - q_- \cdot q_{a1} - q_+ \cdot q_{a1} + q_+ \cdot q_{a2})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\tilde{W}} : & -i \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} 2g^4 \sin^2 \theta_W (-2\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} g^{\mu\nu} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a2\beta} g^{\mu\rho} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a2\beta} g^{\mu\sigma} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha} (q_- - q_+ + q_{a2})^\mu + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} \\
& (-q_- + q_+ + q_{a2})^\mu + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a1\beta} g^{\nu\rho} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a1\beta} g^{\nu\sigma} \\
& - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha} (q_- - q_+ + q_{a1})^\nu + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} (-q_- + q_+ + q_{a1})^\nu \\
& + 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a1\alpha} q_{a2\beta} g^{\rho\sigma} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{a2\alpha} (q_- + q_{a1} - q_{a2})^\rho - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{a1\alpha} \\
& (q_- - q_{a1} + q_{a2})^\rho + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a2\alpha} (q_+ + q_{a1} - q_{a2})^\sigma - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a1\alpha} \\
& (q_+ - q_{a1} + q_{a2})^\sigma + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (q_- \cdot q_{a1} - q_- \cdot q_{a2} - q_+ \cdot q_{a1} + q_+ \cdot q_{a2}))
\end{aligned}$$

A.2.4 WWAZ-Vertex

Die Impulse von Photon, Z - und W -Bosonen werden als **einlaufend** angenommen.



$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{WWW} : & -i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \frac{3g^4 \cos \theta_W \sin \theta_W}{2} ((q_{z\mu} (q_- + q_+)_\nu + (q_- + q_+)_\mu q_{a\nu}) g_{\rho\sigma} \\
& - g_{\mu\nu} (q_- \cdot q_a + q_- \cdot q_z + q_+ \cdot q_a + q_+ \cdot q_z) g_{\rho\sigma} - g_{\nu\sigma} (q_{z\mu} q_{-\rho} \\
& + q_{-\mu} (q_a - q_z)_\rho + q_{+\mu} q_{z\rho}) - g_{\mu\sigma} (q_{a\nu} q_{-\rho} + q_{+\nu} q_{a\rho} \\
& + q_{-\nu} (q_z - q_a)_\rho) - g_{\nu\rho} (q_{z\mu} q_{-\rho} + q_{-\mu} (q_a - q_z)_\rho + q_{-\mu} q_{z\sigma}) \\
& - g_{\mu\rho} (q_{a\nu} q_{+\sigma} + q_{-\nu} q_{a\sigma} + q_{+\nu} (q_z - q_a)_\sigma) + g_{\mu\nu} ((q_a + q_z)_\rho q_{+\sigma} \\
& + q_{-\rho} (q_a + q_z)_\sigma) + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho} (q_- \cdot q_z + q_+ \cdot q_a) \\
& + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} (q_- \cdot q_a + q_+ \cdot q_z))
\end{aligned}$$

$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W g^2 m_W^2 \sin \theta_W}{\Lambda^2 2 \cos \theta_W} (-2g_{\mu\nu} g_{\rho\sigma} + g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma} g_{\nu\rho})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{\tilde{W}WW} : & -i \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \frac{g^4 \cos \theta_W \sin \theta_W}{2} ((\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} + \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} \\
& - \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} - \epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta}) g^{\mu\nu} - (\epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta}) g^{\mu\rho} \\
& - (\epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta}) g^{\mu\sigma} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{a\alpha} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{z\alpha})(q_- - q_+)^{\mu} + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_z^{\mu} - (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{a\alpha} + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{z\alpha})(q_- - q_+)^{\mu} \\
& + (\epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_z^{\mu} - (\epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} \\
& + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta}) g^{\nu\rho} - (\epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta}) g^{\nu\sigma} \\
& + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{a\alpha} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{z\alpha})(q_- - q_+)^{\nu} + (\epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha}) q_a^{\mu} \\
& + (\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} + \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta}) g^{\rho\sigma} \\
& + (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{z\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{a\alpha}) q_-^{\rho} - (\epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{+\alpha})(q_a - q_z)^{\rho} \\
& + (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a\alpha}) q_+^{\sigma} - (\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{-\alpha} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{+\alpha})(q_a - q_z)^{\sigma} \\
& + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (q_- \cdot q_a - q_- \cdot q_z - q_+ \cdot q_a + q_+ \cdot q_z))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\tilde{W}} : & -i \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} 2g^4 \cos \theta_W \sin \theta_W (-2\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{+\beta} g^{\mu\nu} + \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{z\beta} g^{\mu\rho} \\
& + \epsilon^{\nu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{z\beta} g^{\mu\sigma} - \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha} (q_- - q_+ + q_z)^{\mu} + \epsilon^{\nu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} \\
& (-q_- + q_+ + q_z)^{\mu} + \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta} q_{-\alpha} q_{a\beta} g^{\nu\rho} + \epsilon^{\mu\rho\alpha\beta} q_{+\alpha} q_{a\beta} g^{\nu\sigma} \\
& - \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{+\alpha} (q_- - q_+ + q_a)^{\nu} + \epsilon^{\mu\rho\sigma\alpha} q_{-\alpha} (-q_- + q_+ + q_a)^{\nu} \\
& + 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{a\alpha} q_{z\beta} g^{\rho\sigma} + \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{z\alpha} (q_- + q_a - q_z)^{\rho} - \epsilon^{\mu\nu\sigma\alpha} q_{a\alpha} \\
& (q_- - q_a + q_z)^{\rho} + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{z\alpha} (q_+ + q_a - q_z)^{\sigma} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} q_{a\alpha} \\
& (q_+ - q_a + q_z)^{\sigma} + \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (q_- \cdot q_a - q_- \cdot q_z - q_+ \cdot q_a + q_+ \cdot q_z))
\end{aligned}$$

Anhang B

Parameter

B.1 VBF-cuts

Die verwendeten Cuts werden in der Datei 'input.dat' festgelegt. Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Cuts aufgelistet.

```
----- set run parameters:
134 ! process number 1XX, XX = 02 for Z, 03,04 for W+-, 06 for H, 34 for
W+W- etc.
0 ! LO (=0) or NLO (=1) calculation
2 ! minimum number of final state colored partons
1 1 ! sign1,2 defines collider 1 1 = pp, 1 -1 = ppbar
14000 ! cm energy of hadron collider
120.0 ! Higgs mass
4 4 ! number of iterations1,2 for jj and jjj integration
22 23 ! n2max for those 2 iterations; 2**n2max events are generated
grid2 ! gridname for 2 parton final state
grid3 ! gridname for 3 parton final state
4 34 ! identify pdf set ....
2 2 ! ID for scale choices for mu_R and mu_F
1.0 ! scale factor xi for mu_R
1.0 ! scale factor xi for mu_F (not mu^2!!)
lhctest ! name for topdrawer output file
----- set acceptance cuts:
----- global jet cuts:
2 !select jet algorithm (1=seedless cone,2=kT)
20.0 !min pT to define a jet
4.5 !max |y| to define a jet
5.0 !max pseudorapidity for considered partons (detector edge)
2 !min number of defined jets
0.8 !min cone size, or D-parameter for kT algorithm
0.4 !min jet-lep R separation
----- global lepton cuts
2.5 !max |y| for decay leptons
```

```

20.0 !min pT for decay leptons
30.0d0 !allowed deviation of ll mass from m_Z (Z only)
----- W cuts
.false. !use pt_miss and mw_trans
0.0 !min_missing_pT
0.0 !min W transverse mass
----- tagging jets
.true. !accept only events which pass tag
p !tagging identification mode (E, p, y)
0.0 !min E for tagging jet
0.0 !min |y| for tagging jet
4.5 !max |y| for tagging jet
20.0 !min pT for tagging jet 1 (higher-pT)
20.0 !min pT for tagging jet 2 (lower-pT)
0 !min sum tags' transverse E
600.0d0 !min tags dijet mass (GeV)
14d3 !max tags dijet mass (GeV)
.true. ! jets #1 and #2 must have opposite sign rapidity
----- rapidity gap
.true. !accept only events with visible rapidity gap
4.0 !min rapidity gap width
-20.0 !min y-dist of leptons from tagging jets
----- veto jet
.false. !accept only events which pass veto
-20.0 !min y-dist of veto from tagging jets
5.0 !max |y| for veto jet
15.0 !min pT for veto jet

```

Im ersten Block wird zunächst der betrachtete Prozess festgelegt, die Schwerpunktsenergie und die Higgs-Masse bestimmt, sowie Parameter des Phasenraums vorgegeben. Man hat die Möglichkeit, durch Verwendung eines grids die Anfangsverteilung der Punkte im Phasenraum zu bestimmen. Existiert das in 'input.dat' angegebene grid nicht, wird die Berechnung mit einem Gitter gestartet, bei dem die Zufallszahlen, die zur Bestimmung der Phasenraumpunkte verwendet werden, gleichmäßig verteilt sind.

In den weiteren Blöcken werden die Cuts der Jets und der Leptonen spezifiziert. Der Parameter 'min y-dist of leptons from tagging jets' legt die minimale Rapiditätsdifferenz zwischen den Leptonen und den tagging jets fest. Er wurde auf einen Wert von -20.0 gesetzt. Durch diese Wahl ist die untere Schranke in der Leptonrapidity durch $y_{tag,min} - 20.0$ gegeben, dabei ist $y_{tag,min}$ das Minimum der Rapiditäten der tagging jets. Die obere Schranke der Leptonrapidity ist gegeben durch $y_{tag,max} + 20.0$. Hier ist $y_{tag,max}$ das Maximum der tagging jet Rapiditäten. Die Leptonrapidity wird damit praktisch nicht eingeschränkt, der Cut ist nicht wirksam. Das selbe gilt für den minimalen Rapiditätsunterschied zwischen veto jet und tagging jets.

B.2 an_couplings.dat

In der Datei 'an_couplings.dat' werden die Anfangswerte der anomalen Kopplungskonstanten vorgegeben. Wird kein Formfaktor verwendet, bleibt der Wert der Kopplungskonstanten während des gesamten Verlaufs des Programms unverändert. Soll ein Formfaktor verwendet werden, muß in dieser Datei die entsprechende Variable auf **.true.** gesetzt werden. Das selbe gilt für das 'overall factor scheme'. Durch die letzten beiden Variablen wird der Formfaktor näher spezifiziert. Der Parameter 'lambda' bezeichnet dabei die Massenskala M aus Gleichung 6.10, die letzte Variable gibt den Exponent n an. Die in dieser Datei vorkommenden Variablen sind in common-Blöcken gespeichert, so daß sie im gesamten Programm zugänglich sind. Diese common-Blöcke sind in der Include-Datei 'an_couplings.inc' gespeichert.

```
----- initial set of anomalous coupling constants, all coupling constants
are meant to be divided bei lambda2-----
0.d0 ! fwww
0.d0 ! fww
0.d0 ! fbb
0.d0 ! fw
0.d0 ! fb
0.d0 ! fwwtilde
0.d0 ! fbwtilde
0.d0 ! fbbtilde
0.d0 ! fwtilde
0.d0 ! fbtilde
0.d0 ! fwwtilde
0.d0 ! fdwtilde
.false. ! overall factor scheme
.false. ! calculating form factors
2000.0 ! lambda
2.d0 ! exponent of formfactor
```

B.3 Parametrisierungen anomaler Kopplungen

Häufig werden unterschiedliche Notationen für die Parametrisierung anomaler Kopplungen verwendet. Eine Möglichkeit ist die in dieser Arbeit verwendete Parametrisierung auf der Basis der f_i , entsprechend Gleichung 2.1. Häufig wird auch eine Lagrange-Dichte verwendet, bei der die Operatoren auf die Masseneigenzustände transformiert wurden ([19],[24],[5]). Daher ist es manchmal notwendig, die verschiedenen Parameter ineinander umzurechnen. Für einen allgemeinen WWV-Vertex mit

V=Z,γ läßt sich die Lagrange-Dichte folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWV} = & ig_{WWV} \left(g_1^V (W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} V^\nu - W_\mu^+ V_\nu W^{-\mu\nu}) \right. \\ & \left. + \kappa_V W_\mu^+ W_\nu^- V^{\mu\nu} + \frac{\lambda_V}{m_W^2} W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu\rho} V_\rho^\mu \right), \end{aligned}$$

mit $g_{WW\gamma} = -e$ und $g_{WWZ} = -e \cot \theta_W$. Die vorkommenden Parameter können durch die f_i ausgedrückt werden.

$$\begin{aligned} g_1^Z &= 1 + \frac{1}{2} \frac{m_Z^2}{\Lambda^2} f_W \\ \kappa_\gamma &= 1 + \frac{1}{2} \frac{m_Z^2}{\Lambda^2} (f_W + f_B) \\ \kappa_Z &= 1 + \frac{1}{2} \frac{m_Z^2}{\Lambda^2} (f_W - s^2 (f_B + f_W)) \\ \lambda_\gamma = \lambda_Z &= \frac{3g^2 m_W^2}{2\Lambda^2} f_{WWW} \\ \Delta\kappa_Z &= -\Delta\kappa_\gamma \tan^2 \theta_W + \Delta g_1^Z \end{aligned}$$

Hierbei ist $s = \sin \theta_W$. Betrachtet man zusätzlich auch anomale Higgs-Kopplungen, kann man die Lagrange-Dichte für einen allgemeinen HVV-Vertex (V=W,Z,γ) in der Form

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{HVV} = & g_{H\gamma\gamma} H A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} + g_{HZ\gamma}^{(1)} A_{\mu\nu} Z^\mu \partial^\nu H \\ & + g_{HZ\gamma}^{(2)} H A_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + g_{HZZ}^{(1)} Z_{\mu\nu} Z^\mu \partial^\nu H \\ & + g_{HZZ}^{(2)} H Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + g_{HWW}^{(2)} H W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} \\ & + g_{HWW}^{(1)} (W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} \partial^\nu H + W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} \partial^\nu H) \end{aligned}$$

schreiben.

Für die Koeffizienten der Operatoren gilt:

$$\begin{aligned} g_{H\gamma\gamma} &= -\frac{gm_W}{\Lambda^2} \frac{s^2(f_{BB} + f_{WW})}{2} \\ g_{HZ\gamma}^{(1)} &= \frac{gm_W}{\Lambda^2} \frac{s(f_W - f_B)}{2} \\ g_{HZ\gamma}^{(2)} &= \frac{gm_W}{\Lambda^2} \frac{s(s^2 f_{BB} - c^2 f_{WW})}{c} \\ g_{HZZ}^{(1)} &= \frac{gm_W}{\Lambda^2} \frac{c^2 f_W + s^2 f_B}{2c^2} \\ g_{HZZ}^{(2)} &= -\frac{gm_W}{\Lambda^2} \frac{s^4 f_{BB} + c^4 f_{WW}}{2c^2} \\ g_{HWW}^{(1)} &= \frac{gm_W}{\Lambda^2} \frac{f_W}{2} \\ g_{HWW}^{(2)} &= -\frac{gm_W}{\Lambda^2} f_{WW}. \end{aligned}$$

Literaturverzeichnis

- [1] W. Buchmuller and D. Wyler, “Effective lagrangian analysis of new interactions and flavor conservation,” *Nucl. Phys.* **B268** (1986) 621.
- [2] B. Grinstein and M. B. Wise, “Operator analysis for precision electroweak physics,” *Phys. Lett.* **B265** (1991) 326–334.
- [3] J. Erler and P. Langacker, “Electroweak model and constraints on new physics,” [hep-ph/0407097](#).
- [4] K. Hagiwara, S. Matsumoto, and R. Szalapski, “Constraints on new physics in the electroweak bosonic sector from current data and future experiments,” *Phys. Lett.* **B357** (1995) 411–418, [hep-ph/9505322](#).
- [5] M. C. Gonzalez-Garcia, “Anomalous higgs couplings,” *Int. J. Mod. Phys.* **A14** (1999) 3121–3156, [hep-ph/9902321](#).
- [6] B. Zhang, Y.-P. Kuang, H. J. He, and C. P. Yuan, “Testing anomalous gauge couplings of the higgs boson via weak-boson scattering at the lhc,”. Prepared for 32nd International Conference on High-Energy Physics (ICHEP 04), Beijing, China, 16-22 Aug 2004.
- [7] K. Hagiwara, S. Ishihara, R. Szalapski, and D. Zeppenfeld, “Low-energy effects of new interactions in the electroweak boson sector,” *Phys. Rev.* **D48** (1993) 2182–2203.
- [8] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, “An introduction to quantum field theory,”. Reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p.
- [9] M. Steinhauser, “Uebungen zu strahlungskorrekturen in eichtheorien,”.
- [10] R. Mertig, M. Bohm, and A. Denner, “Feyn calc: Computer algebraic calculation of feynman amplitudes,” *Comput. Phys. Commun.* **64** (1991) 345–359.
- [11] D. Zeppenfeld, “Higgs couplings at the lhc,” *eConf* **C010630** (2001) P123, [hep-ph/0203123](#).
- [12] H. Murayama, I. Watanabe, and K. Hagiwara, “Helas: Helicity amplitude subroutines for feynman diagram evaluations,”. KEK-91-11.

- [13] K. Hagiwara and D. Zeppenfeld, “Amplitudes for multiparton processes involving a current at $e^+ e^-$, $e^+ p$, and hadron colliders,” *Nucl. Phys.* **B313** (1989) 560.
- [14] G. J. Gounaris, J. Layssac, J. E. Paschalis, and F. M. Renard, “Unitarity constraints for new physics induced by dim-6 operators,” *Z. Phys.* **C66** (1995) 619–632, [hep-ph/9409260](#).
- [15] T. Stelzer and W. F. Long, “Automatic generation of tree level helicity amplitudes,” *Comput. Phys. Commun.* **81** (1994) 357–371, [hep-ph/9401258](#).
- [16] A. Denner, S. Dittmaier, M. Roth, and D. Wackerth, “Predictions for all processes $e^+ e^- \rightarrow 4\text{fermions} + \text{gamma}$,” *Nucl. Phys.* **B560** (1999) 33–65, [hep-ph/9904472](#).
- [17] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Lalo, *Quantenmechanik*. de Gruyter.
- [18] M. Jacob and G. C. Wick, “On the general theory of collisions for particles with spin,” *Ann. Phys.* **7** (1959) 404–428.
- [19] LEP collaborations, “A combination of preliminary electroweak measurements and constraints on the standard model,” [hep-ex/0511027](#).
- [20] U. Baur, J. A. M. Vermaseren, and D. Zeppenfeld, “Electroweak vector boson production in high-energy $e p$ collisions,” *Nucl. Phys.* **B375** (1992) 3–44.
- [21] C. Oleari and D. Zeppenfeld, “Next-to-leading order qcd corrections to w and z production via vector-boson fusion,” *Phys. Rev.* **D69** (2004) 093004, [hep-ph/0310156](#).
- [22] T. Plehn, D. L. Rainwater, and D. Zeppenfeld, “Determining the structure of higgs couplings at the lhc,” *Phys. Rev. Lett.* **88** (2002) 051801, [hep-ph/0105325](#).
- [23] B. Jager, C. Oleari, and D. Zeppenfeld, “Next-to-leading order qcd corrections to $w^+ w^-$ production via vector-boson fusion,” *JHEP* **07** (2006) 015, [hep-ph/0603177](#).
- [24] K. Hagiwara, R. D. Peccei, D. Zeppenfeld, and K. Hikasa, “Probing the weak boson sector in $e^+ e^- \rightarrow w^+ w^-$,” *Nucl. Phys.* **B282** (1987) 253.

Danksagung

Als erstes möchte ich mich recht herzlich bei Herrn Zeppenfeld für die interessante Themenstellung und die sehr gute Betreuung während der Diplomarbeit bedanken.

Herrn Nierste danke ich für die Bereitschaft, das Koreferat zu übernehmen.

Ganz besonders möchte ich allen Mitgliedern des Instituts für Theoretische Physik für die freundliche Atmosphäre und die geduldige Beantwortung vieler Fragen danken.

Ein großes Dankeschön auch an die Korrekturleser Manuel Bähr, Anuschka Gabriel und Simon Plätzer.

Zu guter Letzt bedanke ich mich bei meinen Eltern für die materielle und seelische Unterstützung während meines gesamten Studiums.