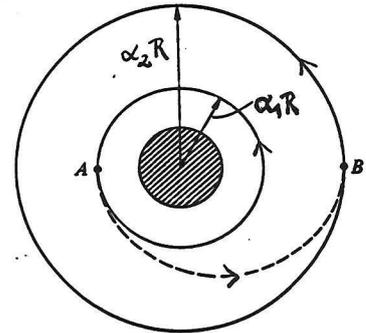


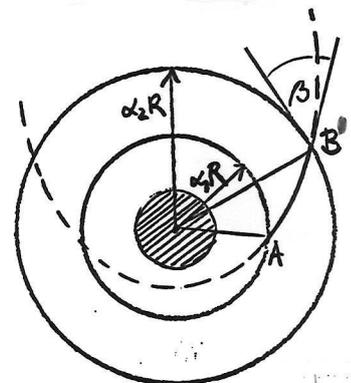
4) Um ein Raumschiff von einer Kreisbahn um die Erde (Radius $R_1 = \alpha_1 R$, R Erdradius) auf eine mit größerem Radius ($R_2 = \alpha_2 R$, $\alpha_2 > \alpha_1 > 1$) zu bringen, kann man einen sog. *Hohmann-Transfer* benutzen. Dabei gelangt man vom Punkt A der kleineren Kreisbahn zum der Erde gegenüberliegenden Punkt B der größeren Kreisbahn auf einer Verbindungsbahn, die der halbe Bogen einer Ellipse ist, deren einer Brennpunkt im Zentrum der Kreisbahnen liegt und deren große Halbachse die Hälfte der Entfernung zwischen A und B ist.



a) Berechnen Sie zunächst die zu den beiden Kreisbahnen gehörenden Geschwindigkeiten v_1 und v_2 . Wie groß muß die Geschwindigkeitsänderung (Richtung und Betrag) im Punkt A sein, damit das Raumschiff auf die *Hohmann-Ellipse* kommt? Wie groß muß sie im Punkt B sein, damit es von der Ellipse auf die Kreisbahn R_2 gelangt? (Schreiben Sie die Ergebnisse als Vielfache der Fluchtgeschwindigkeit.) Wie groß ist die Flugzeit von A nach B?

Beim *Hohmann-Transfer* sind keine Richtungsänderungen bei A und B nötig, nur Beschleunigungen in Richtung der Flugbahn. Er ist treibstoffsparend, aber die Flugzeit ist lang.

b) Betrachten Sie zum Vergleich einen Transfer, bei dem an den Übergangspunkten A und B' die Flugrichtung geändert wird. Zeigen Sie zunächst, daß es unmöglich ist, eine Bahn mit Brennpunkt im Zentrum der Kreisbahnen zu finden, bei der an den Punkten A und B' nur die Richtung der Geschwindigkeit, nicht ihr Betrag, geändert werden muß. Suchen Sie dann Bahnen, bei denen nur an einem der Punkte (etwa B) lediglich die Richtung, nicht der Betrag, der Geschwindigkeit geändert werden muß. Aus der Menge der Ellipsen, die diese Bedingung erfüllen, wählen Sie nun diejenige aus, die die Kreisbahn R_1 berührt, so daß am Berührungspunkt A nur eine Betragsänderung, am Kreuzungspunkt B' nur eine Richtungsänderung der Geschwindigkeit nötig ist. Wie groß sind die große Halbachse und die Exzentrizität dieser Ellipse?



c) Wie groß ist die im Berührungspunkt A nötige Geschwindigkeitsänderung? Um am Kreuzungspunkt B' den Übergang von der Ellipse auf die Kreisbahn zu erzielen, muß vom Raumschiff eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Halbierenden des Schnittwinkels β in Richtung Erde geliefert werden. Wie groß ist diese Komponente? (Der Schnittwinkel bei B' ist für die in b) gefundene Ellipse sehr einfach zu finden.) Wie groß ist die Flugzeit?

Vergleichen Sie die Größe der Geschwindigkeitsänderungen die insgesamt an den Punkten A und B' nötig sind und die Flugzeit mit den im Teil a) gefundenen Werten für das Beispiel $\alpha_1 = 2$ und $\alpha_2 = 8$.

Walter Hohmann: " Die Erreichbarkeit der Himmelskörper ", 1925.

Die Lösung zu dieser Aufgabe erscheint auf Blatt 11.