Moderne Physik für Informatiker

Vorlesung: PD. Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. M. Sekulla

Präsenzübung

Besprechung: Di, 25.04.2015

Aufgabe 1: Vereinfachen und Kürzen

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

(a) $\frac{(a^2-b^2)^{-2}}{(a+b)^{-3}} \cdot \frac{(a-b)^2}{a+b}$,

(b) $\log_e\left(e^{3x}e^{5x}\right) \equiv \ln\left(e^{3x}e^{5x}\right)$,

(c) $\cos(\varphi) + \sin(\varphi)\tan(\varphi)$.

Aufgabe 2: Differenzieren

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen nach x:

(a) $f(x) = a \cdot \cos(x) + \sin(bx + c)$,

(b) $f(x) = (3 + 2x - x^2)\, e^x$,

(c) $f(x) = (3 + 4x - x^2)^{1/2}$,

(d) $f(x) = x^x$.

Aufgabe 3: Kurvendiskussion

Berechnen Sie die lokalen Extrema (Minimum und Maximum) der Funktion $g(x)$:

$$g(x) = x^3 - 2x^2 + 4\,.$$

Aufgabe 4: Integrieren

(a) Bestimmen Sie die Stammfunktion (das unbestimmte Integral) $F(x)$ zu folgender Funktion:

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x^2 - 5x + 1}{x} \,.$$

(b) Bestimmen Sie außerdem die folgenden bestimmten Integrale:

(i) $F = \int_1^2 dx \ln(x) \int_{\ln(x)}^{\infty} dy \, e^{-y}$,

(ii) $F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-ax^2} dx \quad$ für $a > 0$,

(iii) $F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx \quad$ für $a > 0$.

Hinweis: Verwenden Sie das Gauß'sche Integral $F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ für $a > 0$.

Aufgabe 5: Lineare Algebra

Gegeben sind zwei 2×2 Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} , \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

Bestimmen Sie

(a) die Differenz $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$,

(b) die Spur $\mathrm{tr}\,[\mathbf{AB} - \mathbf{BA}]$,

(c) die Inverse $\mathbf{A}^{-1}$ von $\mathbf{A}$.