Übungsbetreuung: Stefan Liebler (stefan.liebler@kit.edu) (Raum 12/03 - Geb. 30.23)

Webseite der Veranstaltung und Bearbeitung der Übungsblätter

Die Ausgabe der Übungsblätter erfolgt jeweils dienstags auf der Webseite der Veranstaltung: `https://www.itp.kit.edu/courses/ss2018/mpfi`

Zur Vorbereitung auf die Klausur wird die Bearbeitung der Übungsblätter dringend empfohlen, auch wenn die Sonne scheint und die Temperaturen steigen.

Dieses Blatt 0 sowie erste Aufgaben von Blatt 1 sollen Ihnen mathmematisch notwendige Begrifflichkeiten wieder nahe bringen. Die moderne Physik benötigt Differentiation und Integration, Reihenentwicklungen, Differentialgleichungen, komplexe Zahlen, lineare Algebra und mehr. Um die zugrunde liegende Physik zu verstehen, ist es sehr hilfreich, wenn Sie das mathematische Handwerkszeug präsent haben.

Klausuren

Die erste Klausur ist am Montag, 30.07.2018. Weitere Details sowie den Termin der zweiten Klausur finden Sie zu gegebener Zeit auf der Webseite der Veranstaltung.

Aufgabe 1: Vereinfachen und Kürzen

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

(a) $\frac{(a^2-b^2)^{-2}}{(a+b)^{-3}} \cdot \frac{(a-b)^2}{a+b}$,

(b) $\log_e \left(e^{3x} e^{5x}\right) \equiv \ln \left(e^{3x} e^{5x}\right)$,

(c) $\cos(\varphi) + \sin(\varphi) \tan(\varphi)$.

Aufgabe 2: Differentiation

Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \longmapsto f(x)$ nach x:

(a) $f(x) = a \cdot \cos(x) + \sin(bx + c)$,

(b) $f(x) = (3 + 2x - x^2)\, e^x$,

(c) $f(x) = (3 + 4x - x^2)^{1/2}$,

(d) $f(x) = x^x$.

Aufgabe 3: Kurvendiskussion

Berechnen Sie die lokalen Extrema (Minimum und Maximum) der Funktion

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, x \longmapsto g(x) = x^3 - 2x^2 + 4 \,.$$

Aufgabe 4: Reihen und Reihenentwicklung

Die Taylorreihe einer Funktion $f(x)$ am Ursprung $x = 0$ ist gegeben durch

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} f^{(n)}(0) x^n \approx f(0) + f'(0)x + \frac{1}{2} f''(0) x^2 \,,$$

wobei $f^{(n)}(0)$ die n-te Ableitung von $f(x)$ ausgewertet an der Stelle $x = 0$ bezeichnet. Entsprechend sind $f'(0)$ und $f''(0)$ die erste bzw. zweite Ableitung ausgewertet bei $x = 0$. Bestimmen Sie damit die Taylorreihen der folgenden Funktionen bis zur zweiten Ordnung x^2:

(a) $f(x) = e^x$,

(b) $f(x) = \sin(x^2)$.

Aufgabe 5: Integration

(a) Bestimmen Sie die Stammfunktion $F(x)$, d.h. das unbestimmte Integral, zu folgender Funktion

$$f(x) = \frac{x^4 + 2x^2 - 5x + 1}{x} \,.$$

(b) Bestimmen Sie außerdem die folgenden bestimmten Integrale:

$$F = \int_1^2 dx \ln(x) \int_{\ln(x)}^{\infty} dy \, e^{-y} \,, \qquad F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-ax^2} dx \quad \text{für } a > 0 \,,$$

$$F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx \quad \text{für } a > 0 \,.$$

Hinweis: Verwenden Sie das Gauß'sche Integral $F(a) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ für $a > 0$.

Aufgabe 6: Lineare Algebra

Gegeben seien zwei (2×2) Matrizen $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ mit

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \,, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \,.$$

Bestimmen Sie

(a) die Differenz $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$,

(b) die Spur $\mathrm{tr}\,[\mathbf{AB} - \mathbf{BA}]$,

(c) die Determinante $\det(\mathbf{B})$ und die Inverse $\mathbf{B}^{-1}$ von $\mathbf{B}$.