

QCD und Kolliderphysik

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. H. Mantler, Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 3

Ausgabe: Mi, 23.05.2018 – Besprechung: Mi, 06.06.2018

Aufgabe 4: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$

Berechnen Sie das quadrierte Matrixelement für den Prozess

$$e^-(q_1) + e^+(q_2) \rightarrow \gamma^* \rightarrow q(p_1) + \bar{q}(p_2) + g(k),$$

gemittelt (summiert) über einlaufende (auslaufende) Polarisierungen und Farben. Rechnen Sie mit $D = 4 - 2\epsilon$ Raumdimensionen. Gehen Sie wie folgt vor:

- Bestimmen Sie die Matrixelemente aus den Feynmangraphen.
- Die einlaufenden und auslaufenden Fermionlinien ergeben im quadrierten Matrixelement einen leptonischen Tensor $L_{\mu\nu}$ und einen hadronischen Tensor $F_{\mu\nu}$,

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{4} e^4 e_q^2 L_{\mu\nu} \frac{1}{Q^2} F^{\mu\nu},$$

mit dem Impuls des virtuellen Photons $Q = q_1 + q_2 = p_1 + p_2 + k$. Bestimmen Sie $L_{\mu\nu}$ und $F_{\mu\nu}$.

- Zeigen Sie, dass

$$L_{\mu\nu} Q^\mu = L_{\mu\nu} Q^\nu = F_{\mu\nu} Q^\mu = F_{\mu\nu} Q^\nu = 0.$$

Bemerkung: Damit vereinfacht sich die Rechnung bei Mittelung über die Winkel zwischen einlaufendem und auslaufendem System, so dass für den integrierten Wirkungsquerschnitt nur noch $g_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ berechnet werden muss.

- Untersuchen Sie auch den hadronischen Tensor für den Fall, dass sie den Polarisationsvektor des Gluons durch dessen Impuls ersetzen, $\varepsilon^\mu(k) \rightarrow k^\mu$. Was bedeutet das für die Summe über die Gluonenpolarisationen?
- Betrachten Sie nun

$$\overline{|M_{\text{effektiv}}|^2} = -C \cdot g_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

mit einer Konstanten C . Berechnen Sie dieses quadrierte Matrixelement und drücken das Ergebnis durch die Invarianten $p_1 \cdot p_2$, $p_1 \cdot k$, $p_2 \cdot k$ aus. Finden Sie schließlich den Ausdruck, in der lediglich die ‘Dalitz-Variablen’ x_1, x_2, x_3 mit

$$\begin{aligned} 2p_1 \cdot p_2 &= Q^2(1 - x_3), \\ 2p_2 \cdot k &= Q^2(1 - x_1), \\ 2k \cdot p_1 &= Q^2(1 - x_2) \end{aligned}$$

verwendet werden.

- * (f) Bestimmen Sie das quadrierte Matrixelement $\overline{|M|^2}$ für beliebige Euler-Winkel zwischen dem einlaufenden und auslaufenden System in $D = 4$ Raumdimensionen.

Die Benutzung einer Software wie Mathematica zum Berechnen der Spuren wird empfohlen.