

## QCD und Kolliderphysik

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. H. Mantler, Dr. M. Sekulla

### Übungsblatt 5

Ausgabe: Mi, 20.06.2018 – Besprechung: Mi, 4.07.2018

#### Aufgabe 7: Anomale Dimension

Wie aus der Vorlesung bekannt sind die Counterterme  $Z_2$  und  $Z_3$  gegeben durch

$$Z_2 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2} C_2(f) \left( \frac{1}{\varepsilon} + F_2 \right),$$
$$Z_3 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2} \left( \frac{2n_F}{3} - \frac{5N}{3} \right) \left( \frac{1}{\varepsilon} + F_3 \right).$$

- (a) Berechnen Sie daraus jeweils den führenden Term der anomalen Dimensionen  $\gamma_2$  und  $\gamma_3$ .
- (b) Betrachten Sie eine Vertexfunktion  $\Gamma$  mit der Massendimension  $D$ . Eine Reskalierung der externen Impulse  $p_i$  kann durch einen Faktor  $f(t)$  kompensiert werden:

$$\Gamma(t \cdot p_i, m, g, \mu) = f(t) \cdot \Gamma\left(p_i, \frac{m(t)}{t}, g(t)\right)$$

Bestimmen Sie  $f(t)$ , indem Sie die sich ergebende Differentialgleichung

$$\frac{t}{f} \cdot \frac{df(t)}{dt} = D - n_2 \gamma_2 - n_3 \gamma_3$$

lösen.

*Hinweis:* Es ist nützlich, eine Substitution durchzuführen. Verwenden Sie dabei

$$dg = \frac{dt}{t} \beta(g),$$

um die Integrationsvariable von  $t$  nach  $g$  zu ändern.

### Aufgabe 8: Higgs-Zerfall $H \rightarrow b\bar{b}$

Das Higgsboson hat eine Masse von  $m_H = 125$  GeV und zerfällt vornehmlich in  $b\bar{b}$ -Paare.

- (a) Bestimmen Sie den führenden Beitrag zur Breite  $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})$  auf Baumgraphenniveau. Geben Sie einen numerischen Wert für die Breite an, wobei  $m_b(Q = m_b) = 4.5$  GeV,  $G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5}$  GeV<sup>-2</sup>.
- (b) Wenn  $m_H \gg 2m_b$  kann die QCD-Evolution der  $b$ -Masse nicht mehr vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die *laufende Masse*

$$m(t) = m(0) \exp \left\{ \int_{g(0)}^{g(t)} \frac{\gamma_m(g)}{\beta(g)} dg \right\} \quad (t = \ln \frac{\mu}{\mu_0})$$

auf Einschleifen-Niveau mit  $n_f = 5$  aktiven Quark-flavours. Der dazu notwendige  $b$ -Quark-Massen-Counterterm ist

$$\frac{\delta m}{m} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{3g_s^2}{16\pi^2} \left( \frac{1}{\epsilon} + F_m \right) .$$

- (c) Bestimmen Sie die  $b$ -Masse bei der für den diskutierten Zerfall relevanten Skala  $Q = \frac{m_H}{2}$ . Setzen Sie zusätzlich zu den Massen aus Teil (a) auch  $\alpha_s(M_Z = 91.2 \text{ GeV}) = 0.12$ . Wie groß ist schließlich der Korrekturfaktor für die Breite  $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})$ ?