

QCD und Kolliderphysik

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. H. Mantler, Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 5

Ausgabe: Mi, 20.06.2018 – Besprechung: Mi, 4.07.2018

Aufgabe 7: Anomale Dimension

Wie aus der Vorlesung bekannt sind die Counterterme Z_2 und Z_3 gegeben durch

$$Z_2 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2} C_2(f) \left(\frac{1}{\varepsilon} + F_2 \right),$$

$$Z_3 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2} \left(\frac{2n_F}{3} - \frac{5N}{3} \right) \left(\frac{1}{\varepsilon} + F_3 \right).$$

- (a) Berechnen Sie daraus jeweils den führenden Term der anomalen Dimensionen γ_2 und γ_3 .
- (b) Betrachten Sie eine Vertexfunktion Γ mit der Massendimension D . Eine Reskalierung der externen Impulse p_i kann durch einen Faktor $f(t)$ kompensiert werden:

$$\Gamma(t \cdot p_i, m, g, \mu) = f(t) \cdot \Gamma\left(p_i, \frac{m(t)}{t}, g(t)\right)$$

Bestimmen Sie $f(t)$, indem Sie die sich ergebende Differentialgleichung

$$\frac{t}{f} \cdot \frac{df(t)}{dt} = D - n_2 \gamma_2 - n_3 \gamma_3$$

lösen.

Hinweis: Es ist nützlich, eine Substitution durchzuführen. Verwenden Sie dabei

$$dg = \frac{dt}{t} \beta(g),$$

um die Integrationsvariable von t nach g zu ändern.

Aufgabe 8: Higgs-Zerfall $H \rightarrow b\bar{b}$

Das Higgsboson hat eine Masse von $m_H = 125$ GeV und zerfällt vornehmlich in $b\bar{b}$ -Paare.

- (a) Bestimmen Sie den führenden Beitrag zur Breite $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})$ auf Baumgraphenniveau. Geben Sie einen numerischen Wert für die Breite an, wobei $m_b(Q = m_b) = 4.5$ GeV, $G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5}$ GeV⁻².
- (b) Wenn $m_H \gg 2m_b$ kann die QCD-Evolution der b -Masse nicht mehr vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die *laufende Masse*

$$m(t) = m(0) \exp \left\{ \int_{g(0)}^{g(t)} \frac{\gamma_m(g)}{\beta(g)} dg \right\} \quad (t = \ln \frac{\mu}{\mu_0})$$

auf Einschleifen-Niveau mit $n_f = 5$ aktiven Quark-flavours. Der dazu notwendige b -Quark-Massen-Counterterm ist

$$\frac{\delta m}{m} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{3g_s^2}{16\pi^2} \left(\frac{1}{\epsilon} + F_m \right) .$$

- (c) Bestimmen Sie die b -Masse bei der für den diskutierten Zerfall relevanten Skala $Q = \frac{m_H}{2}$. Setzen Sie zusätzlich zu den Massen aus Teil (a) auch $\alpha_s(M_Z = 91.2 \text{ GeV}) = 0.12$. Wie groß ist schließlich der Korrekturfaktor für die Breite $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})$?