Wintersemester 2017/18
Theorie A - Blatt 14

Prof. Dr. M. Mühlleitner, Dr. S. Liebler

Ausgabe: Mo, 29.01.18
Abgabe: Mo, 05.02.18
Besprechung: Fr, 09.02.18

Gesamtpunktzahl: **20P**

Übungsbetreuung: Stefan Liebler (stefan.liebler@kit.edu) (Raum: 12/03)
Beratungstutorium: Max Stadelmaier (maximilian.stadelmaier@student.kit.edu) (Raum: 12/12)

Nachfolgend folgen einige Hinweise zur An- und Abmeldung zu/von Klausuren:
Bitte vergessen Sie nicht sich zur Vorleistung (falls vom Studiengang vorgeschrieben) anzumelden. Dies ist möglich bis zum 09.02.2018 um 13:00 Uhr. Danach müssen Sie sich zu jeder Klausur, an der Sie teilnehmen möchten, ebenfalls auf CAMPUS online anmelden. Für die erste Klausur am 27.02.2018 ist dies möglich zwischen dem 12.02.18 und Mittwoch, dem 21.02.18 um 23:00 Uhr. Beachten Sie die offzielle Klausurausschreibung auf der Webseite. In der Woche vor der Klausur werden sowohl die Hörsaalbelegung (nach Nachnamen) sowie organisatorische Hinweise zur Klausur auf der Webseite bekanntgegeben, schauen Sie dort am 22./23.02.2018 vorbei.

Abmeldung/Rücktritt von Klausuren, zu denen Sie sich angemeldet haben:
Sie können sich bei Einhaltung der Fristen **grundlos** von der Klausur wieder abmelden. Dies geht für die erste Klausur online auf CAMPUS bis 25.02.2018 um 23:00 Uhr und dann noch persönlich mit Lichtbildausweis direkt **vor** Beginn der Klausur im zugeteilten Hörsaal. Sollten Sie krank sein und sich daher nicht persönlich von der Klausur abmelden können, können Sie (bis zum Klausurende) per Email an die Übungsleitung von der Klausur zurücktreten. Der Rücktritt kann aber im Gegensatz zur Abmeldung **nicht grundlos** erfolgen, sondern muss schnellstmöglich (binnen der gleichen Woche) per (ärztlichem) Attest gerechtfertigt werden!

Nun geben wir noch eine handvoll Hinweise zum Klausurinhalt:
Die Klausur selbst wird aus einer längeren Aufgabe mit Verständnisfragen (mit kleinen Rechnungen in ein oder zwei Zeilen) bestehen (siehe Blatt 10, Aufgabe 4). Diese Verständnisfragen decken ca. 30% der erreichbaren Punkte ab. Dazu gesellen sich weitere Aufgaben zu verschiedenen Themen, die in diesem Semester behandelt wurden. Sollten notwendige Formelzusammenhänge in Vorlesung und Übung nicht behandelt worden sein, werden diese mit angegeben. Die Klausurbewertung orientiert sich am Abschneiden aller Teilnehmer/innen.
Die Aufgaben $2-5$ auf diesem Übungsblatt greifen das aktuelle und ältere Themengebiete auf und geben einen Eindruck solcher Klausuraufgaben, legen aber nicht zwangsläufig die in der Klausur abgedeckten Themen fest!

Wir hoffen, Sie haben aus der Theorie A viel mitgenommen, und wünschen viel Erfolg bei den anstehenden Klausuren und im weiteren Studium!

Mühlleitner sagt das ist bekannt,
doch für mich ist das Neuland.
Drum setz ich ∞ ein für t,
damit ich ein Infimum Physik versteh,
und mit 4,0 aus Theo geh.

$$\begin{pmatrix}\text{Alles easy, nie frustriert}\\ \text{Ohne Zeitdruck stets motiviert}\end{pmatrix}$$
Um die Wahrheit zu erhalten,
wird diese Matrix invertiert.

Aufgabe 1: Ellipse - Ellipsengleichung $\boxed{\text{3P}}$

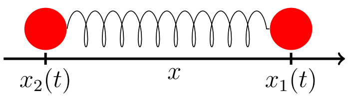
Eine Ellipse ist die Menge aller Punkte (x, y), für die die Summe der Entfernungen L_1 und L_2 zu zwei gegebenen Brennpunkten $F_1(-e, 0)$ und $F_2(e, 0)$ konstant ist $(= 2a)$. Zeigen Sie, dass damit für (x, y) die Mittelpunktsgleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

gelten muss. Bestimmen Sie die kleine Halbachse b als Funktion von a und e.

Aufgabe 2: Klausur-typische Aufgabe - Feder zwischen zwei Körpern $\boxed{\text{5P}}$

Wir betrachten zwei Punktmassen m_1 und m_2, die über ein Feder mit Federkonstante k miteinander verbunden sind und deren Koordinaten $x_1(t)$ und $x_2(t)$ sind. In Ruhelage hat die Feder die Länge a.



(a) $\boxed{\text{1P}}$ Geben Sie die Bewegungsgleichung für die Koordinaten $x_1(t)$ und $x_2(t)$ der beiden Massen an.

(b) $\boxed{\text{2P}}$ Transformieren Sie die Bewegungsgleichungen auf die Schwerpunkts- $\hat{x}(t)$ und die Relativkoordinate $\tilde{x}(t)$. Nutzen Sie die Konvention der Vorlesung mit $\tilde{x} = x_1 - x_2$.

(c) $\boxed{\text{1P}}$ Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für $\hat{x}(t)$ und $\tilde{x}(t)$ getrennt.

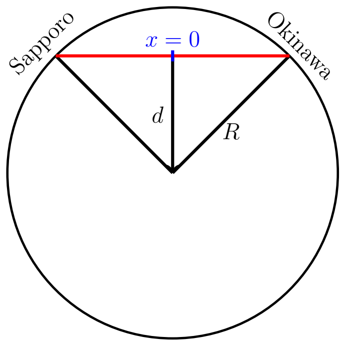
(d) $\boxed{\text{1P}}$ Die Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt $t = 0$ sind $x_2(0) = -a$, $x_1(0) = 0$, $\dot{x}_2(0) = v_0$ und $\dot{x}_1(0) = 0$. Bestimmen Sie $\hat{x}(t)$ und $\tilde{x}(t)$ für diese Anfangsbedingungen.

Aufgabe 3: Klausur-typische Aufgabe - Magnetschwebebahn $\boxed{\text{4P}}$

Die Japaner träumen von einer JR-Maglev Zugverbingung gemäß nebenstehender Skizze von Sapporo nach Okinawa, damit auch der Nordjapaner dem Winter schnell entfliehen kann. Der Tunnel ist gerade und die Magnetschwebebahn mit Masse m verkehre dort reibungsfrei. Unter der Annahme, dass die Massendichte der Erde im Innern konstant ist, ergibt sich die Graviationsbeschleunigung in Abhängigkeit von der Entfernung zum Erdmittelpunkt r innerhalb der Erde zu

$$g(r) = g_0 \frac{r}{R}$$

mit dem Erdradius R und der Erdbeschleunigung g_0 an der Erdoberfläche.



(a) $\boxed{\text{2P}}$ Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Zug auf.
Hinweis: Projiezieren Sie $g(r)$ auf die Tunnelachse.

(b) $\boxed{\text{1P}}$ Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung an.

(c) $\boxed{\text{1P}}$ Der Zug starte zum Zeitpunkt $t = 0$ in Sapporo ohne eigene Beschleunigung. Wann erreicht der Zug Okinawa? Nutzen Sie $g_0 = 9.81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $R = 6371\,\text{km}$. Benötigen Sie die Tunnellänge?
Hinweis: Die Klausur wäre trocken ohne Zahlen.

Aufgabe 4: Klausur-typische Aufgabe - Green Funktion $\boxed{\textbf{4P}}$

Wir betrachten die DGL
$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \lambda^2\right) y(x) = f(x)\,.$$

Die äußere Anregung $f(x)$ bestimmt somit das Verhalten der Funktion $y(x)$.

(a) $\boxed{\text{2P}}$ Die Green Funktion $G(x)$ der Differentialgleichung erfüllt diese für die Anregung $f(x) = \delta(x)$. Bestimmen Sie die Konstanten B und b in folgendem Ansatz

$$G(x) = Be^{-b|x|} = B\left(\Theta(-x)e^{bx} + \Theta(x)e^{-bx}\right)\,,$$

wobei $\Theta(x)$ die Heavyside-Funktion ist und $\Theta'(-x) = -\delta(x)$.
Hinweis: Nutzen Sie $\delta(x)e^x = \delta(x)e^0 = \delta(x)$.

(b) $\boxed{\text{2P}}$ Bestimmen Sie mit Hilfe von $G(x)$ die Funktion $y(x)$ für $x > a$ für den Fall einer Rechtecksfunktion $f(x) = f_0\Theta(x + a)\Theta(a - x)$.
Hinweis: Falls Sie Teilaufgabe (a) nicht gelöst haben, belassen Sie b und B in $G(x)$.

Aufgabe 5: Klausur-typische Aufgabe - Dragster $\boxed{\textbf{4P}}$

Wir betrachten ein Dragster Rennwagen mit Masse $m(t) = m_D + m_T(t)$, wobei m_D die konstante Masse des Autos und $m_T(t)$ die Masse des getankten Treibstoffs ist. Beim Beschleunigen verbrennt der Motor den Treibstoff mit einer konstanten Rate und erzeugt so eine konstante Schubkraft F_0. Für die Treibstoffmasse gilt dann $m_T(t) = m_0(1 - \frac{t}{\tau})$ für $0 \le t \le \tau$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ steht der Dragster an der Startlinie bei $x(0) = 0$ und beginnt zu beschleunigen. Reibung sei vernachlässigt.

(a) $\boxed{\text{2P}}$ Finden Sie mit Hilfe des zweiten Newton'schen Gesetzes $\frac{dp(t)}{dt} = F$ die Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeit $v(t)$ des Dragsters. Bringen Sie diese auf die Form

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{\mu + v(t)}{\tau' - t}$$

und bestimmen Sie μ und τ'.

(b) $\boxed{\text{2P}}$ Bestimmen Sie $v(t)$ für $0 \le t \le \tau$ mit der Anfangsbedingung $v(0) = 0$ mit Hilfe der Gleichung aus Teilaufgabe (a) und der Methode der Separation der Variablen.

Montag mittags sitz' ich da
und wart' gespannt auf Theo A.
Die Mühlleitner geht auf und ab
und hält und alle stets auf Trab.
Später dann nach Theo A
sitzt man wieder planlos da.
Der Liebler hat sich ausgedacht,
dass man Studenten Freude macht,
wenn man die Übung schwer erstellt.
Wir fragen uns, wo ist der Held,
der uns hier wieder Hoffnung gibt?
Herr Stadelmaier wird geliebt!

Theo wurde immer schlimmer.
Deshalb sagen wir das immer:
Nichts verstanden, nichts gerallt.
Theo hat uns in den Arsch geknallt.

Auf das Lösen von DGLs bin ich nicht erpicht,
drum schreib' ich lieber ein Gedicht.
Ansonsten find' ich Theo klasse,
aber, wenn ich eines hasse,
dann ist's Gewalt an der schönen Algebra,
die ich hier allzu häufig sah.
Das klingt jetzt zwar vielleicht gehässig,
doch Beweis durch Beispiel ist nicht zulässig!
Trotzdem hab' ich die Physiker lieb,
bitte verzeiht mir diesen Hieb.