

Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 0

Ausgabe: Mi, 18.10.17 – Abgabe: — – Besprechung: Mi, 25.10.17

Aufgabe 1: Fouriertransformation

Berechnen Sie die Fouriertransformationen folgender Funktionen für $a > 0$:

(a) $f_a(t) = e^{-a|t|}$,

(b) $f_b(t) = \frac{2a}{a^2+t^2}$.

Aufgabe 2: Die Diracsche δ -Funktion

- (a) Leiten Sie mit Hilfe des Fourier'schen Integraltheorems die folgende Darstellung der δ -Funktion her:

$$\delta(x - x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ik(x-x')} dk .$$

Wie lautet die entsprechende Darstellung im dreidimensionalen Raum?

- (b) Skizzieren Sie eine Stammfunktion der $\delta(x)$ -Funktion.

Aufgabe 3: Rechenregeln der Diracsche δ -Funktion

Zeigen Sie mit Hilfe der Definition der δ -Funktion die Gültigkeit folgender Rechenregeln:

(a) $x\delta(x) = 0$,

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x-t)\delta(y-t)dt = \delta(x-y)$,

(c) $\delta(ax) = |a|^{-1}\delta(x)$,

(d) $x\delta'(x) = -\delta(x)$.

Aufgabe 4: δ -Funktion einer Funktion $g(x)$

$g(x)$ sei eine differenzierbare Funktion mit einfachen Nullstellen x_n [$g(x) = 0, g'(x) \neq 0$].
Beweisen Sie die folgende Identität:

$$\delta(g(x)) = \sum_n \frac{1}{|g'(x_n)|} \delta(x - x_n).$$

Aufgabe 5: Nützliche Relationen zur Vektoranalysis

Beweisen Sie die folgende Relationen zweier Vektorfelder $\vec{a}(x)$ und $\vec{b}(x)$ im \mathbb{R}^3 .

(a) Gradient des Skalarproduktes:

$$\nabla(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\vec{b} \cdot \nabla)\vec{a} + (\vec{a} \cdot \nabla)\vec{b} + \vec{b} \times (\nabla \times \vec{a}) + \vec{a} \times (\nabla \times \vec{b}).$$

(b) Divergenz eines Vektorproduktes:

$$\nabla \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\nabla \times \vec{a}) - \vec{a} \cdot (\nabla \times \vec{b}).$$

(c) Rotation einer Rotation:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{a}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{a}) - \Delta \vec{a}.$$