# Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. M. Sekulla

## Übungsblatt 1

Ausgabe: Fr, 27.10.17 – Abgabe: Fr, 03.11.17 – Besprechung: Mi, 08.11.17

### Aufgabe 1: Anwendungen von $\nabla$ $\boxed{4\ \text{P}}$

Berechnen Sie folgende Ableitungen für $\vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$ und $r = |\vec{r}|$

(a) $\nabla \cdot \vec{r}$,

(b) $\nabla r^\alpha$,

(c) $\nabla \times \vec{r}$,

(d) $\nabla f(r)$.

### Aufgabe 2: Elektrisches Feld des Wasserstoff-Atoms $\boxed{7\ \text{P}}$

Für die Ladungswolke des Elektrons des H-Atoms im Grundzustand kann näherungsweise die Dichte

$$\rho_{el} = -\kappa e^{-2r/a_B}$$

angenommen werden ($a_B$ : Bohr'scher Radius). Das Proton mit Ladung $q = +e$ sei hierbei als punktförmig und im Ursprung zentriert angenommen.

(a) Bestimmen Sie $\kappa$.

(b) Berechnen Sie die Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ des gesamten Wasserstoffatoms unter Benutzung des Gauß'schen Gesetzes.

(c) Bestimmen Sie nun das Potential $\Phi(\vec{r})$ und diskutieren Sie von diesem die Grenzfälle $r \ll a_B$ und $r \gg a_B$.

## Aufgabe 3: Elektrisches Feld einer Kugelschale **6 P**

Betrachten Sie für $\alpha > 0$ die Ladungsverteilung

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{r^2} \text{ für } R_1 < r < R_2\,, \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie das elektrostatische Potential

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \mathrm{d}^3 r' \, \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

dieser kugelsymmetrischen Ladungsverteilung.

*Hinweis:* Wählen Sie $\vec{r}$ in z-Richtung und führen Sie die Integration in Kugelkoordinaten aus.

(b) Bestimmen Sie aus dem elektrostatischen Potential das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$

## Aufgabe 4: Symmetrie der Green'schen Funktion **3 P**

Zeigen Sie mit Hilfe einer Green'schen Identität, dass die Green'sche Funktion $G_D(\vec{x}, \vec{x}\,')$ der Poisson Gleichung mit Dirichlet Randbedingungen in ihren Argumenten symmetrisch ist:

$$G_D(\vec{x}, \vec{x}\,') = G_D(\vec{x}\,', \vec{x})\,.$$

Was bedeutet dies physikalisch?