Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)

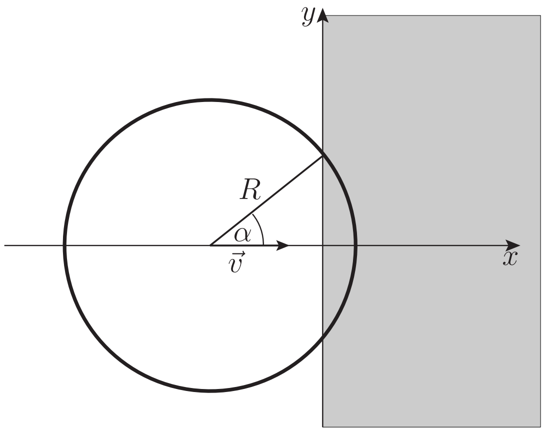
Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 10

Ausgabe: Fr, 12.01.18 – Abgabe: Fr, 19.01.17 – Besprechung: Mi, 24.01.18

Aufgabe 29: Induktion in bewegter kreisförmiger Leiterschleife $\boxed{\text{6 P}}$

Eine Kreisförmige Leiterschleife bewegt sich innerhalb der x-y-Ebene mit einer konstanten Geschwindigkeit $\vec{v} = v\hat{x}$. Im Bereich $x > 0$ wirkt ein homogenes Magnetfeld $B_0\hat{z}$, das in der Zeichnung durch grauen Hintergrund dargestellt wird. Berechnen Sie die in der Leiterschleife induzierte Ringspannung $U(t)$. Skizzieren Sie $U(t)$.



Aufgabe 30: Eindimensionale Wellengleichung $\boxed{\text{6 P}}$

Eine Funktion $u(x,t)$ soll die eindimensionale Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) u(x,t) = 0$$

mit den Randbedingungen

$$u(x,0) \equiv a(x) = N \exp\left(-\frac{x^2}{2\delta^2}\right)$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\bigg|_{t=0} \equiv b(x) = -\frac{N}{\delta^2} x \exp\left(-\frac{x^2}{2\delta^2}\right)$$

lösen. Bestimmen Sie $u(x,t)$ mit Hilfe des Ansatzes

$$u(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \left(\tilde{A}(k) e^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} + \tilde{B}(k) e^{\mathrm{i}(kx+\omega t)}\right)$$

aus den gegebenen Randbedingungen per Fourier–Transformation.
Hinweis: Bestimmen Sie zunächst die Normierungskonstanten N von $u(x,0)$ und nutzen Sie folgende Relation:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x e^{-ax^2} = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \text{ für } a > 0\,.$$

Aufgabe 31: Reflexion ebener Wellen an einer Metallwand $\boxed{\textbf{8 P}}$

Eine ebene Welle $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 e^{\mathrm{i}\vec{k}\cdot\vec{r}-\mathrm{i}\omega t}$ falle auf eine ideal leitende ebene Metallwand mit Normalenvektor $\vec{n}$. Die reflektierte Welle lautet $\vec{E}'(\vec{r},t) = \vec{E}_0' e^{\mathrm{i}\vec{k}'\cdot\vec{r}-\mathrm{i}\omega t}$

(a) Drücken Sie $\vec{k}'$ und $\vec{E}_0'$ durch $\vec{n}$, $\vec{k}$ und $\vec{E}_0$ aus.

(b) Die Welle falle senkrecht zur Metallwand ein. Berechnen Sie Energiedichte und Energiestrom der stehenden Gesamtwelle. Was ergibt sich im zeitlichen Mittel?

Hinweis: Sie können folgendes Additionstheorem nutzen:

$$\cos(2x) = 1 - 2\sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1\,.$$