Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 7

Ausgabe: Fr, 08.12.17 – Abgabe: Fr, 15.12.17 – Besprechung: Mi, 19.12.17

Aufgabe 22: Spulenformel **6 P**

Durch eine spiralförmige Spule, $\vec{r} = (R\cos(\varphi), R\sin(\varphi), a\varphi)$ mit n Windungen und der Länge L (mit $L/n \ll 2\pi R$) fließt ein Gleichstrom I.

(a) Bestimmen Sie das Magnetfeld entlang der Spulenachse.

(b) Wie verhält sich das Feld auf der Spulenachse in der Mitte der Spule und in großen Abständen $|z| \gg L$?

Hinweis:
Überzeugen Sie sich, dass die Korrekturterme klein sind, wenn Sie eine Windung als Ring annähern.

Aufgabe 23: Magnetfeld einer rotierenden Scheibe **6 P**

Betrachten Sie eine rotierende Scheibe mit Radius R und vernachlässigbarer Dicke, die sich mit konstanter Wingelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um ihr Zentrum dreht. Eine Ladung Q sei gleichmäßig auf der Scheibe verteilt. Berechnen Sie die magnetische Induktion B auf der Drehachse.
Hinweis:
Verwenden Sie die Stromladungsdichte $\vec{j}(\vec{r}) = \rho(\vec{r})\vec{v}$ mit $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

Aufgabe 24: Ladungsdichte eines Wasserstoffatoms $\boxed{\textbf{8 P}}$

Eine ausgedehnte Ladungsverteilung habe die Dichte

$$\rho(\vec{r}) = \frac{-e}{64\pi a_0^5} r^2 e^{-r/a_0} \sin^2(\Theta)$$

mit dem Bohr'schen Atomradius $a_0 = \varepsilon_0 h/(\pi \mathrm{me}^2) = 0.529 \times 10^{-10}\mathrm{m}$ und der Elementarladung e. Dies enspricht der Ladungsdichte der $m = \pm 1$-Zustände des 2p-Niveaus des Wasserstoffatoms.

(a) Geben Sie eine Multipolentwicklung für das Potential an, das dieser Ladungsdichte entspricht, und bestimmen Sie alle nichtverschwindenen Multipolmomente. Drücken Sie zusätzlich das Potential in großen Abständen vom Ursprung durch eine Entwicklung nach Legendre-Polynomen aus.

(b) Bestimmen Sie das Potential explizit an jedem Raumpunkt und zeigen Sie, dass es in der Nähe des Ursprungs bis einschließlich zur Ordnung r^2 durch

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 a_0}\left[\frac{1}{4} - \frac{r^2}{120 a_0^2} P_2(\cos(\Theta))\right]$$

gegeben ist, wenn $\lim_{r\to\infty} \Phi(\vec{r}) = 0$ verlangt wird.

(c) Für den Fall, dass sich am Ursprung ein Kern mit Gesamtladung $\int \mathrm{d}V \rho_K = Ze$ und dem Quadrupolmoment $Q_{33}/e \equiv Q_{zz}/e = 10^{-28}\mathrm{m}^2$ befindet, bestimme man den Betrag der Wechselwirkungsenergie. Drücken Sie das Ergebnis durch eine Frequenz aus, indem Sie durch das Plank'sche Wirkungsquantum h dividieren.
Anmerkung: Die Quadrupolwechselwirkung besitzt die gleiche Größenordnung, wie man sie in Molekülen findet.

Hinweise:
Integrale der Art $\int_a^b \mathrm{d}x e^{-x/a} x^l$ dürfen Sie nachschlagen oder mit einem Computerprogramm lösen.
Die sogenannte Feinkstrukturkonstane $\alpha = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hc}$ hat den Wert $\alpha = \frac{1}{137{,}036}$.