Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 8

Ausgabe: Fr, 15.12.17 – Abgabe: Fr, 22.12.17 – Besprechung: Mi, 10.01.18

Aufgabe 24: Helmholtz-Spulen $\boxed{\textbf{5 P}}$

Eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius a wird vom Strom I durchflossen und liegt innerhalb der x–y–Ebene bei $z = 0$. Eine weitere Schleife mit gleichem Radius liegt parallel dazu bei $z = b$ und wird ebenfalls vom Strom I durchflossen. Wie lautet das $\vec{B}$–Feld entlang der z–Achse? Bestimmen Sie b so, dass das $\vec{B}$–Feld genau zwischen den Spulen, bei $z = b/2$ besonders homogen wird.

Aufgabe 25: Abschirmung paralleler Leiter $\boxed{\textbf{10 P}}$

Zwei unendlich lange gerade Leiter befinden sich parallel zur z–Achse bei $x = \pm d/2$, $y = 0$. Die Leiter werden entgegengesetzt von einem Gleichstrom $\pm I$ durchflossen.

(a) Zunächst betrachten Sie nur einen unendlich langen Draht in einem Medium mit μ_r.

(i) Wie lautet das $\vec{H}$–Feld im ganzen Raum um den Draht in Zylinderkoordinaten?
Hinweise:
Sie dürfen für diesen Teil annehmen, dass der Draht sich bei $x = 0$ befindet.

$$\nabla_{\text{Zyl}} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

(ii) Die Stromdichte ist auf den Draht begrenzt, also läßt sich das $\vec{H}$–Feld durch ein skalares Potential Φ_m beschreiben, so dass $\vec{H} = -\nabla \Phi_m$. Bestimmen Sie das skalare Potential in kartesischen Koordinaten, wenn sich der Draht bei $x = a$, $y = 0$ befindet.

(b) Nun betrachten Sie beide Leiter bei $x = \pm d/2$

(i) Bestimmen Sie analog zu (a) das skalare Potential des Leiterpaares. Zeigen Sie, dass das Potential bei kleinem Abstand $d \ll \rho$ in Zylinderkoordinaten

$$\Phi_m = -\frac{I d \sin(\varphi)}{2\pi\rho}$$

(ii) Die Drähte befinden sich nun im Zentrum eines Stahlzylinders mit innerem Radius a und äußerem Radius b und Permeabilität $\mu = \mu_0\mu_r$. Das Potential kann (immer noch im Limes $d \ll \rho$) dann innerhalb und außerhalb des Zylinders als

$$\Phi_m = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{\rho}\sin(\varphi) & \rho > b \\ \left(\beta\rho + \dfrac{\gamma}{\rho}\right)\sin(\varphi) & a < \rho \leq b \\ \left(-\dfrac{Id}{2\pi\rho} + \delta\rho\right)\sin(\varphi) & \rho \leq a \end{cases}$$

angesetzt werden. Damit ist das äußere Feld ebenfalls ein Dipolfeld, wie in Teil (i). Bestimmen Sie die reellen Parameter $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ aus geeigneten Randbedingen an die $\vec{B}$– und $\vec{H}$–Felder. Zeigen Sie damit, dass das äußere Feld gegenüber dem Feld ohne den Zylinder um einen Faktor

$$F = \frac{4\mu_r b^2}{(\mu_r + 1)^2 b^2 - (\mu_r - 1)^2 a^2}$$

schwächer ist.