

Klassische Theoretische Physik III (Elektrodynamik)

Vorlesung: Prof. Dr. D. Zeppenfeld – Übung: Dr. M. Sekulla

Übungsblatt 9

Ausgabe: Fr, 22.12.17 – Abgabe: Fr, 12.01.17 – Besprechung: Mi, 17.01.18

Aufgabe 26: Unendlich langer stromdurchflossener Draht 5 P

Betrachten Sie einen homogenen, unendlich langen Draht mit Radius R und konstanter Leitfähigkeit κ . Das Ohm'sche Gesetz besagt, dass die Stromdichte durch $\vec{J} = \kappa \vec{E}$ gegeben ist. Im Draht befindet sich ein konstantes, zeitunabhängiges elektrisches Feld \vec{E} parallel zur Richtung des Drahtes.

Berechnen Sie den Poynting-Vektor \vec{S} für dieses System auf unterschiedliche Weisen:

- (a) mit Hilfe des Erhaltungssatzes in differentieller (lokaler) Form:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S} = -\vec{J} \cdot \vec{E},$$

wobei u die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes ist.

- (b) mit der Formel

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}.$$

Es ist hilfreich sich vorher die Richtung des Poynting-Vektors zu überlegen.

Aufgabe 27: Induktivität eines abgeschirmten Leiters 5 P

Durch einen langen Draht mit Durchmesser $2b$ und Permeabilität μ fließt ein Strom I . Der Draht befindet sich in der Luft und ist von einer leitenden zylindrischen Hülle vom Radius $a > b$ umschlossen, durch die der Strom zurückfließt. Die Achsen von Draht und Hülle fallen zusammen.

- (a) Angenommen, die Stromdichte ist konstant über den Querschnitt des Drahtes. Wie lautet die Selbstinduktivität pro Längeneinheit des Stromkreises?

Hinweis:

Um die Selbstinduktivität zu bestimmen nutzen Sie die Formel $W = \frac{1}{2}LI^2$

- (b) Wie lautet die Selbstinduktivität pro Längeneinheit, wenn der Draht durch einen Hohlleiter vom Radius b ersetzt wird?

Aufgabe 28: Rotierende Christbaumkugel 10 P

Eine Christbaumkugel vom Radius R trage auf ihrer Oberfläche, homogen verteilt, die Gesamtladung Q . Sie rotiere mit der (konstanten) Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega \hat{\omega}$ um ihren Durchmesser.

- (a) Bestimmen Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ und das magnetische Moment \vec{m} der Kugel für $\hat{\omega} \parallel \hat{z}$.
- (b) Berechnen Sie das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ und das Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r})$ innerhalb und außerhalb der Kugel.

Hinweis:

Es vereinfacht die Integration, wenn Sie \vec{r} entlang der z -Achse ausrichten und die Richtung von $\hat{\omega}$ nicht festlegen.

Kontrollergebnis:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 Q}{12\pi R} \frac{r_{<}^3}{r^3} \vec{\omega} \times \vec{r}$$

mit $r_{<} = \min(r, R)$.

- (c) Angenommen, das Magnetfeld der Erde ließe sich so beschreiben. Seine horizontale Komponente hat in Karlsruhe die Stärke von etwa $20\mu\text{T}$. Bestimmen Sie daraus die Größe des magnetischen Moments und die im Erdmagnetfeld gespeicherte Energie

$$U_{\text{mag}} = \frac{1}{2\mu_0} \int d^3\vec{r} \vec{B}^2$$

(das Integral erstreckt sich nur über den Außenraum der Kugel). Vergleichen Sie mit der kinetischen Energie der täglichen Rotation der Erde. Zahlenwerte für den Vergleich: Geographische Breite von Karlsruhe $\beta = 49^\circ$; Radius der Erde $R \approx 6400 \text{ km}$; Masse der Erde $M \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.



Abbildung 13: Quelle:www.ruthe.de

Schöne Feiertage
und einen Guten Rutsch ins neue Jahr!