

Moderne Theoretische Physik für Lehramtskandidaten

Vorlesung: PD Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. F. Staub

Übungsblatt 12

Ausgabe: Mi, 23.01.2019 – Besprechung: Fr, 01.02.2019

Aufgabe 1: Kastenpotential

10 P

Betrachten Sie ein endliches Kastenpotential

$$V(x) = -V_0 \Theta(a - |x|), \quad V_0 > 0.$$

- (a) 1 P Aufgrund allgemeiner Überlegungen kann man zeigen, dass gerade ($\psi(x) = \psi(-x)$) und ungerade ($\psi(x) = -\psi(-x)$) Lösungen existieren. Geben Sie diese allgemeinen Lösungen mit unbestimmten Koeffizienten an. Beachten Sie die dabei die Normierbarkeit der Wellenfunktionen. Verwenden Sie die folgenden “Bausteine”:

$$\cos(qx), \quad \sin(qx), \quad e^{\kappa x}, \quad e^{-\kappa x}.$$

- (b) 2 P Lösen Sie die Schrödingergleichung und finden Sie die daraus folgenden Implikationen für q und κ .
- (c) 2 P Geben Sie die Stetigkeitsbedingungen an. Finden Sie die daraus folgende transzendente Gleichung zwischen κ und q . Formen Sie diese Gleichung in eine solche zwischen qa und ζ um, mit

$$\zeta \equiv \frac{\sqrt{2mV_0 a}}{\hbar}.$$

- (d) 2 P Betrachten Sie nun den Limes des unendlich tiefen Potentialtopfes $V_0 \rightarrow \infty$. Außerhalb des Topfes verschwindet die Wellenfunktion und wir haben $\psi(\pm a) = 0$. Geben Sie unter Berücksichtigung der Stetigkeitsbedingungen die geraden und ungeraden Eigenfunktionen an.
- (e) 3 P Berechnen Sie die Ortsunschärfe ΔX der Eigenfunktionen für den unendlich tiefen Potentialtopf.

Hinweise: Das Integral $\int_{-a}^a f(y)dy$ verschwindet, wenn $f(y) = -f(-y)$ ist. Weiterhin ist

$$\begin{aligned}\sin^2 y &= \frac{1}{2} (1 - \cos(2y)) , \\ \cos^2 y &= \frac{1}{2} (1 + \cos(2y)) .\end{aligned}$$

Aufgabe 2: Potentialstufe

15 P

Betrachten Sie einen von links einlaufenden Teilchenstrom mit der Energie $E > 0$, der auf die Potentialstufe

$$V(x) = -V_0 \cdot \Theta(x) \quad \text{mit} \quad V_0 > 0$$

trifft.

- (a) **1 P** Was passiert im klassischen Fall?
- (b) **14 P** Betrachten wir nun den Vorgang quantenmechanisch. Leiten Sie Formeln für die Reflexions- und Transmissionswahrscheinlichkeiten als Funktion von E und V_0 her. Welche Reflexionswahrscheinlichkeit ergibt sich, wenn $V_0 = 8 \cdot E$ gilt?