Moderne Theoretische Physik für Lehramtskandidaten

Vorlesung: PD Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. F. Staub

Übungsblatt 4

Ausgabe: Mi, 07.11.2018 – Besprechung: Fr, 16.11.2018

Aufgabe 1: Ladung und Dipolmoment $\boxed{7\text{ P}}$

(a) $\boxed{1\text{ P}}$ Der Raum zwischen zwei konzentrischen Kugeln mit dem Radius R_i und R_a ($R_i < R_a$) sei mit der Dichte

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\alpha}{r^2} & \text{falls } R_i < r < R_a \, (\alpha > 0)\,, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

geladen. Berechnen Sie die Gesamtladung.

(b) $\boxed{2\text{ P}}$ Berechnen Sie für die Ladungsverteilung (abgeschirmte Punktladung)

$$\rho(\vec{r}) = q\left[\delta(\vec{r}) - \frac{\alpha^2}{4\pi}\frac{e^{-\alpha r}}{r}\right]$$

die Gesamtladung Q.

(c) $\boxed{4\text{ P}}$ Eine Hohlkugel vom Radius R trage die Ladungsdichte

$$\rho(\vec{r}) = \sigma_0 \cos\vartheta\, \delta(r - R).$$

Berechnen Sie die Gesamtladung Q und das Dipolmoment $\vec{p}$:

$$\vec{p} = \int \vec{r}\,\rho(\vec{r})\, d^3r$$

Aufgabe 2: Feld eines Kreisrings $\boxed{3\text{ P}}$

Ein homogen geladener, unendlich dünner Kreisring mit Radius R liegt in der xy-Ebene und hat seinen Mittelpunkt im Ursprung. Berechne die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ und das Potenzial φ entlang der z-Achse. Diskutiere weiterhin den Grenzfall $|z| \gg R$.

Aufgabe 3: Der Kugelkondensator $\boxed{8\text{ P}}$

Ein Kugelkondensator bestehe aus zwei konzentrischen Kugelschalen mit den Radien R_i und R_a. Auf den (unendlich dünnen) Kugelschalen sollen sich die homogen verteilten Ladungen $+Q$ und $-Q$ befinden.

(a) $\boxed{2\text{ P}}$ Geben Sie die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$ an und berechnen Sie daraus mit Hilfe des Gaußschen Satzes die elektrische Feldstärke.

(b) $\boxed{2\text{ P}}$ Überprüfen Sie, ob die Stetigkeitsbedingungen

$$\Delta E_\perp = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad \text{und} \quad \Delta E_\parallel = 0$$

für die Normalkomponente $E_\perp$ und die Tangentialkomponente $E_\parallel$ des elektrischen Feldes an den beiden Grenzflächen erfüllt sind.

(c) $\boxed{2\text{ P}}$ Bestimmen und skizzieren Sie das Potential unter Berücksichtigung der physikalischen Randbedingungen

$$\varphi(r \to \infty) = 0\,; \qquad \varphi \text{ stetig bei } r = R_i \text{ und } r = R_a.$$

Berechnen Sie daraus auch die Kapazität des Kugelkondensators.

(d) $\boxed{2\text{ P}}$ Was ergibt sich für die Gesamtenergie des Kugelkondensators? Vergleichen Sie Ihr Resultat mit dem Ergebnis für den Plattenkondensator.