

# Moderne Theoretische Physik für Lehramtskandidaten

Vorlesung: PD Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. F. Staub

## Übungsblatt 6

Ausgabe: Mi, 21.11.2018 – Besprechung: Fr, 30.11.2018

### Aufgabe 1: Punktladung vor einer Metallwand

11 P

Eine Möglichkeit der Lösung der Poissongleichung mit vorgegebenen Randbedingungen für ein Volumen  $V$  besteht darin, außerhalb von  $V$ , an von der Geometrie des Problems abhängigen Stellen, fiktive (Spiegel-)Ladungen anzubringen. Wir betrachten dazu folgendes Beispiel: Eine Punktladung  $Q$  sei am Ort  $\vec{r}_Q = (0, 0, a)$ , und eine unendlich große *geerdete* Metallplatte liege in der  $xy$ -Ebene. Das heißt bei  $z = 0$  soll das elektrostatische Potential  $\Phi$  verschwinden.

- (a) 2 P Wie lauten die Randbedingungen? Zeige, dass dieses Randwertproblem durch  $\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{Q}{|\vec{r}-\vec{r}_Q|} - \frac{Q}{|\vec{r}+\vec{r}_Q|} \right)$  gelöst wird, wobei  $\vec{r}$  in dem Halbraum liegen soll, in dem sich die Ladung befindet.
- (b) 2 P Wie sieht das Potential im anderen Halbraum aus? Wie kann man das Zustandekommen des Potentials im positiven Halbraum anschaulich interpretieren?
- (c) 2 P Zeige, dass die Oberflächenladungsverteilung aufgrund von Influenz auf der Platte durch den Sprung des elektrischen Feldes gemäß  $\sigma(x, y) = -\epsilon_0 \partial_z \Phi|_{z=0}$  gegeben ist.
- (d) 2 P Fertige jeweils eine Zeichnung der Feldlinien und der Oberflächenladungsverteilung an. Welche Symmetrie gibt es?
- (e) 2 P Wie groß ist die totale Influenzladung  $Q_{\text{inf}} = \int dx dy \sigma(x, y)$ .
- (f) 1 P Welche Kraft wird auf die Ladung ausgeübt? Was passiert für eine nicht geerdete Platte?

### Aufgabe 2: Geerdete Metallkugel

7 P

Gegeben sei eine geerdete Metallkugel mit dem Radius  $R$ , sowie eine Punktladung  $q$ , die sich im Abstand  $r'$  vom Mittelpunkt der Metallkugel befindet.

- (a) 1 P Wie lautet die zugehörige Randbedingung?

- (b) 3 P Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Spiegelladung das Potential  $\varphi(\vec{r})$ .
- (c) 3 P Bestimmen Sie die auf der Kugel influenzierte Flächenladungsdichte.

**Aufgabe 3: 60°-Keil**

8 P

Zwei geerdete Halbebenen schließen einen Winkel  $60^\circ$  miteinander ein. Eine Halbebene sei die  $xz$ -Ebene mit  $x > 0$ . Die andere sei die entsprechende, um  $60^\circ$  um die  $z$ -Achse gedrehte Halbebene. Die Ebenen treffen sich also in der  $z$ -Achse.

- (a) 4 P Bestimmen Sie das Potential einer Punktladung innerhalb dieses Winkels mit Hilfe der Methode der Spiegelladung.
- (b) 4 P Untersuchen Sie das Potential für große Entfernungen  $r$  von der Probeladung. Zeigen Sie, dass die ersten beiden Terme der Entwicklung verschwinden.
- (c) **Freiwillige Zusatzaufgabe (4 P):** Zeigen Sie, dass auch der Quadrupolterm verschwindet. Wie lautet der führende Term?