

## Moderne Theoretische Physik für Lehramtskandidaten

Vorlesung: PD Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. C. B. Duncan

### Übungsblatt 2

Abgabe: Mi, 18.11.2020 – Besprechung: Fr, 20.11.2020

#### Aufgabe 1: Integralsätze von Stokes und Gauß

12 P

- (a) 5 P Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -hx/R \\ 2hy/R \\ z^3/h^2 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Verifizieren Sie an diesem Beispiel die Gültigkeit des Gaußschen Satzes für einen Zylinder mit der Höhe  $h$  und dem Radius  $R$ .

- (b) 5P Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} -x^2y - y^3 \\ \frac{1}{3}x^3 + yz^2 - xy^2 \\ 2xyz \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Berechnen Sie für ein Quadrat mit der Seitenlänge  $2L$  um den Ursprung in der  $x$ - $y$ -Ebene beide Seiten des Satzes von Stokes

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

- (c) 2 P Teilen Sie nun das Quadrat entlang der  $y$ -Achse in zwei Rechtecke und berechnen Sie das Wegintegral (rechte Seite des Satzes von Stokes) für beide Rechtecke.

#### Aufgabe 2: Wegintegrale

8 P

Das skalare elektrische Potential einer Ladungsdichte  $\rho(\vec{r}')$  ist gegeben durch

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}.$$

Betrachten Sie das Zentralpotential einer Punktladung  $Q$  im Ursprung, d.h.

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

In diesem Potential wird eine Punktladung  $q$  von einem Punkt  $P_1$  zu einem Punkt  $P_2$  bewegt.  $P_1$  und  $P_2$  liegen auf einem Kreis um die Ladung  $Q$ . Berechnen Sie für zwei verschiedene Wege im Kraftfeld die dabei verrichtete Arbeit.

- (a) 5 P Der Weg wird geradlinig von  $P_1$  nach  $P_2$  zurückgelegt.
- (b) 3 P Der Weg wird dem Kreisstück von  $P_1$  nach  $P_2$  folgend zurückgelegt.