

Übungsbetreuung: Matthias Kerner (matthias.kerner@kit.edu) (Raum: 12/16)

Die Musterlösung dieses Übungsblattes wird auch online bereitgestellt werden.

### Aufgabe 1: Differentialgleichung - Gravitation

**5P**

Wir betrachten die Gravitationskraft in einem eindimensionalen System. Eine Punktmasse  $m$  am Ort  $a$  werde von einer im Ursprung fixierten Masse  $M$  mit der Kraft

$$F(x) = -GmM \frac{1}{x^2}$$

angezogen. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  ruhe die Punktmasse.

(a) **1P** Geben Sie die Bewegungsgleichung der Punktmasse an.

(b) **1P** Zeigen Sie, dass dies auf  $\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} \dot{x}^2 \right] = \frac{d}{dt} \left[ GM \frac{1}{x} \right]$

führt und integrieren Sie beide Seiten über die Zeit. *Hinweis:* Multiplizieren Sie die Bewegungsgleichung mit  $\dot{x}$ . Obige Beziehung läuft uns später als Energiesatz wieder über den Weg.

(c) **3P** Lösen Sie die verbliebene DGL der Form  $\dot{x}(t) = -\sqrt{2GM} \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}$  durch Separation der Variablen und bestimmen Sie die Zeit  $T$ , zu welcher die beiden Massen zusammenprallen, also  $x(T) = 0$  ist.

### Aufgabe 2: Inertialsysteme - Transformationen zwischen Bezugssystemen

**5P**

Ein Massenpunkt bewege sich in einem Inertialsystem auf der Bahnkurve  $\vec{r}(t) = v_x t \vec{e}_x + z_0 \vec{e}_z$  ausgedrückt in kartesischen Koordinaten im  $\mathbb{R}^3$ . Bestimmen Sie die Bahnkurve in nachfolgenden Bezugssystemen  $B$  und begründen Sie, welche der Systeme Inertialsysteme sind:

(a) **1P**  $B_a$  sei um  $y_0 \vec{e}_y$  gegenüber dem Ursprungssystem verschoben.

*Hinweis:* Der Koordinatenursprung von  $B_a$  liegt im Ursprungssystem also bei  $y_0 \vec{e}_y$ .

(b) **1P**  $B_b$  sei um den Winkel  $\frac{\pi}{2}$  um die  $y$ -Achse gegenüber dem Ursprungssystem gedreht.

*Hinweis:* Führen Sie bei Drehungen neue Einheitsvektoren ein, hier z.B.  $\vec{e}'_x = -\vec{e}_z$ , etc..

(c) **1P**  $B_c$  sei um den Winkel  $\frac{\pi}{4}$  um die  $x$ -Achse gegenüber dem Ursprungssystem gedreht.

(d) **1P**  $B_d$  bewege sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit  $v_z \vec{e}_z$  gegenüber dem Ursprungssystem und falle zum Zeitpunkt  $t = 0$  mit dem Ursprungssystem zusammen.

(e) **1P**  $B_e$  bewege sich mit konstanter Beschleunigung  $a(\vec{e}_x + \vec{e}_z)$  gegenüber dem Ursprungssystem und falle mit diesem zum Zeitpunkt  $t = 0$  zusammen. Auch die Relativgeschwindigkeit der beiden Systeme verschwinde zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

### Aufgabe 3: Keil auf Waage

3P

Ein Keil mit Winkel  $\alpha$  zur Horizontalen ist auf einer Waage montiert. Die Waage sei mit dem Keil auf 0 justiert. Eine Masse  $m$  wird auf der Waage befestigt und die Waage zeigt ihr Gewicht an. Die Masse wird gelöst und kann reibungsfrei den Keil herabrutschen. Wie ändert sich die Anzeige der Waage? Wie groß ist die Kraft der Masse auf den Keil in beiden Situationen?

### Aufgabe 4: Atwood-Maschine

7P

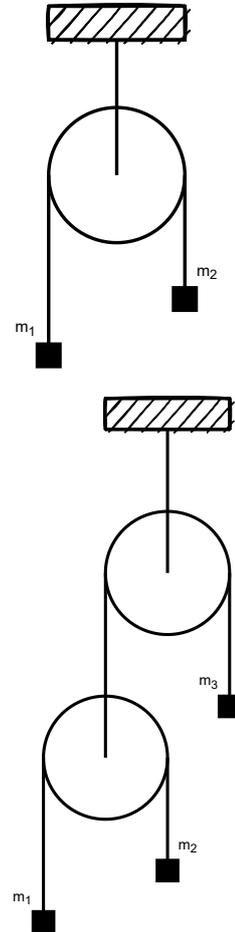
Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  sind über einen Faden miteinander verbunden. Der Faden läuft über eine reibungslose Rolle, so dass die Massen auf beiden Seiten herabhängen. Der Faden und die Rolle seien masselos.

- 2P Wie lauten die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen?
- 1P Bestimmen Sie die Beschleunigung der beiden Massen.
- 1P Mit welcher Kraft ist der Faden gespannt und wie groß ist die Kraft auf die Aufhängung?

Überprüfen Sie Ihre Ergebnisse jeweils für Ihre Erwartungen bei  $m_1 = m_2$ .

Die einfache Atwood-Maschine wird nun an einer Seite einer zweiten Atwood-Maschine befestigt. Auf der anderen Seite haben wir eine Masse  $m_3$ .

- 3P Bestimmen Sie die Beschleunigung  $a_i$  der drei Massen. *Hinweis:* Machen Sie einen Ansatz mit der zunächst unbekanntem Fadenkraft. Eine weitere Gleichung bekommen Sie aus einer Nebenbedingung, die durch das System vorgegeben ist.



## Immatrikulationsbefragung

an alle Erstimmatrikulierten des KIT

Teilt eure Erfahrungen: Helft mit, die Studieneinstiegsphase für euch und nachfolgende Studierende zu optimieren!

**Inhalt:** Fragen zur Hochschulwahl, Bewerbung, Zulassung und zur Studieneinstiegsphase

Ihr habt eine Mail von [befragungen@sek.kit.edu](mailto:befragungen@sek.kit.edu) mit dem entsprechenden Link bekommen. An diese Mail könnt ihr euch auch bei Fragen wenden.

Danke für eure Mitarbeit!