

Moderne Physik für Lehramtskandidaten

Vorlesung: PD Dr. S. Gieseke – Übung: Dr. B. Agarwal

Übungsblatt 8

Abgabe: 10.01.2024

Besprechung: 11.01.2024 und 12.01.2024

Aufgabe 1: Lorentzkraft (4 P) Ein positiv geladenes Teilchen mit Masse m und Ladung q ruht im Koordinatenursprung. Nun sollen die magnetische Flussdichte $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_x$ und die elektrische Feldstärke $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_z$ angelegt werden.

- (2 P) Wie sieht die Teilchenbahn qualitativ aus? Stelle die Bewegungsgleichung auf und vereinfache sie mit der Zyklotronfrequenz $\omega = |q| \cdot |\mathbf{B}|/m$. Was beschreibt diese?
- (2 P) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen.

Aufgabe 2: Rotierende Christbaumkugel (10 P)

Eine Christbaumkugel vom Radius R trage auf ihrer Oberfläche, homogen verteilt, die Gesamtladung Q . Sie rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega = \omega\mathbf{e}_z$ um ihren Durchmesser.

- (2 P) Wie lautet die elektrische Feldstärke $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ innerhalb und außerhalb der Kugel?
- (4 P) Bestimmen Sie die Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ und das magnetische Moment

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int d^3r \mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})$$

der Kugel.

- (4 P) Berechnen Sie das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ und das Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ innerhalb und außerhalb der Kugel. Verwenden Sie dabei die Identität

$$\int d^3r' \frac{\delta(r' - R)\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{4\pi R}{3r^2} r_{<}^3 \mathbf{e}_r \quad \text{mit } r_{<} = \min(r, R) = \begin{cases} r & \text{für } r \leq R \\ R & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 3: Wellengleichung (6 P)

Fehlen Ströme und Ladungen, dann erfüllen in der Lorentz-Eichung skalares Potential $\phi(\mathbf{r}, t)$ und Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ im Vakuum die homogene Wellengleichung

$$\square\phi(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$\square\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = 0$$

wobei wir den D'Alembert-Operator $\square = \nabla^2 - (1/c^2)\partial_t^2$ anwendet haben.

- (a) (**2 P**) Zeigen Sie, dass elektrische Feldstärke $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ und magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ dieselbe Differenzialgleichung erfüllen.
- (b) (**2 P**) Die Ausdrücke

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$$

lösen die Wellengleichung. Welche Beziehung besteht dann zwischen ω und \mathbf{k} ? Untersuchen Sie die gegenseitige Lage der Vektoren \mathbf{k} , \mathbf{E}_0 und \mathbf{B}_0 !

- (c) (**2 P**) Wie groß ist die Energiestromdichte (Energiefluss) $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}/\mu_0$? Wie groß ist die Feldenergiedichte $w(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}^2/2 + \mathbf{B}^2/(2\mu_0)$?

Kurzfragen und Bonus Arbeit

Elektrodynamik - Kurzfragen:

Dieser Abschnitt wird nicht geprüft. Es handelt sich nur um Wiederholungsmaterial für die Klausur, die einige Kurzfragen wie diese enthalten wird. Es ist nicht nur für die Klausur, sondern auch für die mündliche Prüfung wichtig, dass Sie diese Kurzfragen beantworten können.

Elektrostatik

1. Geben Sie die Ladungsdichte einer Punktladung q an.
2. Wie lautet das Coulomb-Gesetz für Punktladungen?
3. Wie ist das elektrostatische Feld definiert?
4. Ist die Coulomb-Kraft konservativ?
5. Was versteht man unter dem *physikalischen* gaußschen Satz?
6. Formulieren Sie die Maxwell-Gleichungen der Elektrostatik in differentieller und integraler Form.
7. Was versteht man unter dem Grundproblem der Elektrostatik?
8. Was ist ein Plattenkondensator?
9. Wie ist die Kapazität eines Kondensators definiert?
10. Welche r -Abhängigkeit besitzt das elektrische Dipolfeld?
11. Was ist ein Quadrupol? Wie sieht das Quadrupolpotential aus?
12. Skizzieren Sie die Äquipotentialflächen und die elektrischen Feldlinien des gestreckten (linearen) Quadrupols.
13. Was versteht man unter einer Multipolentwicklung?
14. Skizzieren Sie die Äquipotentialflächen und die elektrischen Feldlinien des gestreckten (linearen) Quadrupols.
15. Was versteht man unter einem Randwertproblem?
16. Definieren Sie Dirichlet- und Neumann-Randbedingungen.

17. Beschreiben Sie die Methode der Bildladungen.
18. Was versteht man unter influenzierter Ladungsdichte?
19. Eine Punktladung q befinde sich im Abstand r vom Mittelpunkt einer geerdeten Metallkugel vom Radius R ($r > R$). Wie groß ist die gesamte, auf der Kugel influenzierte Flächenladung? Ist die Bildkraft anziehend oder abstoßend?

Magnetostatik

1. Wie sind Stromdichte und Stromstärke definiert?
2. Was besagt die Kontinuitätsgleichung?
3. Wodurch ist die magnetische Induktion definiert?
4. Wie lauten die Maxwell-Gleichungen der Magnetostatik?
5. Wie hängt das Vektorpotenzial mit der Stromdichte zusammen?
6. Wie lautet das magnetische Moment eines beliebigen, geschlossenen, ebenen Stromkreises?
7. Welche Kraft übt ein homogenes Magnetfeld auf eine stationäre Stromverteilung aus?

Elektrodynamik

1. Wie lautet das Faraday'sche Induktionsgesetz? Welche experimentellen Beobachtungen liegen ihm zugrunde?
2. Welchen Sinn hat die Einführung der elektromagnetischen Potentiale ϕ und \mathbf{A} ?
3. Welche Kraft wirkt auf eine Punktladung q im elektromagnetischen Feld?
4. Geben Sie den vollständigen Satz der Maxwell-Gleichungen an.
5. Unter welchen Bedingungen erfüllen die Komponenten von \mathbf{E} und \mathbf{B} die homogene Wellengleichung? Wie lautet diese?
6. Welche Struktur hat die allgemeine Lösung der homogenen Wellengleichung?
7. Was versteht man unter einer ebenen Welle? Definieren Sie für diese die Begriffe Phasengeschwindigkeit, wellenlänge, Ausbreitungsvektor, Frequenz und Periode.

Bonus Arbeit:

Ein junger Physiker ist einem Problem begegnet. Es war sogar das größte Problem, welchen er bisher in seinem Leben voller Neugierde begegnete. Er hatte die folgenden Gedanken:

Daß die Elektrodynamik Mawells—wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt—in ihrer Anwedung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z.B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters

befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber—Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt—zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Wie groß sind die Kräfte in beiden Fällen? Wie würden Sie das Problem einem Familienangehörigen erklären? Haben Sie eine Idee, wie der junge Physiker dieses Problem lösen konnte?

Wir wünschen Ihnen allen eine fantastische und erholsame Weihnachtspause!