Universität Karlsruhe (TH) Fachbereich Physik – Institut für Theoretische Physik

November 2005

Erzeugung einzelner Top-Quarks als Hintergrund bei der Higgs-Suche

Diplomarbeit von Manuel Bähr

Referent:Prof. Dr. D. ZeppenfeldKoreferent:Prof. Dr. M. Steinhauser

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.

Karlsruhe, den 30. November 2005

Als Diplomarbeit akzeptiert:

Karlsruhe, den 30. November 2005

Inhalt

1	Einf	ührung	1	
2	2 Grundlagen			
	2.1	Monte Carlo-Integration	3	
	2.2	Wirkungsquerschnittsberechnung	8	
	2.3	Näherungen und Fehlerquellen	13	
3	Higg	gs-Signal	15	
	3.1	Produktion	15	
	3.2	WBF Signatur	17	
	3.3	Zerfallsmoden	19	
4	"sing	gle top"-Produktion als Hintergrund zur W-Produktion	23	
	4.1	Einführung	23	
	4.2	Durchführung	25	
	4.3	Ergebnisse für inklusiven Wirkungsquerschnitt	27	
	4.4	Ergebnisse mit Cuts	28	
	4.5	Verbesserte Cuts	30	
	4.6	Diskussion	34	
5	tWj	-Produktion als Hintergrund zur Higgs-Produktion	35	
	5.1	Einführung	35	
	5.2	Durchführung	35	
	5.3	${\sf Ergebnisse} \ {\sf für} \ {\sf H} \ \to \ {\sf W}^+ \ {\sf W}^- \ \ \ldots $	39	
	5.4	Ergebnisse für H $\rightarrow \tau^+ \tau^-$	49	
	5.5	Diskussion	58	
6	Zusammenfassung 5			
Α	Wichtige Parameter 6			

В	Dete	ektorauflösung	63
С	Pha	senraumzerlegung	65
D	Prog	grammstruktur	67
	D.1	Übersicht	67
	D.2	Phasenraumgenerator	70
	D.3	Matrixelemente	76
Е	Erze	eugung von Zufallszahlen	79
	E.1	Variablentransformation	79
	E.2	Transversalimpuls-Verteilung	79
	E.3	Tan-Mapping zur Breit Wigner Verteilung	80
	Lite	ratur	84
	Dan	ksagung	85

Kapitel 1

Einführung

... Ein Experiment ist das gehärtete Schwert, das du erfolgreich gegen die Geister der Finsternis schwingst, oder das dich schmachvoll untergehen lässt ...

Erwin Schrödinger

Das Standardmodell der Teilchenphysik, das elektroschwache sowie starke Kräfte konsistent beschreibt, wurde in den letzten Jahren experimentell immer wieder bestätigt. Ein Bestandteil jedoch, der Higgssektor, blieb bisher weitestgehend unerforscht. Das skalare Higgs-Boson ist im Standardmodell sowohl für die Erzeugung von W^{\pm} - und Z^0 -Massen, als auch für die Fermion-Massen Erzeugung verantwortlich. Es konnte in bisherigen Experimenten noch nicht beobachtet werden. Dies soll sich mit dem Bau des *Large Hadron Colliders* (LHC) ändern. Neben der Entdeckung und Untersuchung des Higgs-Bosons sind durch die gestiegene Schwerpunktsenergie des LHC auch Theorien in überprüfbare Nähe gerückt, welche neue schwere Teilchen vorhersagen, die bisher noch nicht produziert werden konnten. So bietet sich am LHC eventuell auch die Chance, zu entscheiden, ob die Natur supersymmetrisch ist.

Die größere Schwerpunktsenergie durch die Verwendung von Protonen als Strahlteilchen wird jedoch dadurch erkauft, dass die theoretischen Berechnungen zur Teilchenkollision und der experimentelle Aufbau wesentlich anspruchsvoller sind, als bei e^+e^- -Kollisionen. Dies hängt mit der Quark-Substruktur der Protonen zusammen, welche den Leptonen als Elementarteilchen gänzlich fehlt. Im zweiten Kapitel werden die Grundlagen für Wirkungsquerschnittsberechnungen an Hadron-Beschleunigern besprochen. Die Berechnung von Observablen erfordert die Auswertung von hochdimensionalen Integralen, welche im Falle der Hadron Kollisionen nicht mehr vollständig analytisch vorliegen. Die Integration muss deshalb numerisch durchgeführt werden. Die numerische Integrationsmethode, die hierbei Verwendung findet ist die *Monte Carlo-Methode*, welche ebenfalls im zweiten Kapitel vorgestellt wird.

Da nur eine kleine Zahl verschiedener Teilchen im Experiment detektiert wird, ist ein Ereignis, bei dem ein Higgs-Boson entsteht, nicht eindeutig zu identifizieren. Es gibt verschiedenste Prozesse, die über Zerfallskaskaden zu den gleichen Teilchenendzuständen führen. Diese Untergrund-Prozesse versucht man durch die Anwendung von Schnitten auf kinematische Variablen (Cuts) zu eliminieren. Motivation für die Wahl dieser Cuts erhält man durch vorherige Simulation des Signals und aller Untergrundprozesse. Im dritten Kapitel werden die möglichen Produktionskanäle eines Standardmodell Higgs-Bosons vorgestellt, sowie der betrachtete "weak boson fusion" (WBF) Kanal näher erläutert.

In [1, 2, 3, 4, 5] wurden bereits detaillierte Studien für die Produktion eines Higgs-Bosons in WBF erarbeitet. In dieser Diplomarbeit soll ein zusätzlicher Hintergrund-Prozess, welcher bisher vernachlässigt wurde, berechnet werden. In ihm wird ein einzelnes Top-Quark erzeugt, welches dann sofort in das leichtere Bottom-Quark unter Abstrahlung eines W-Bosons zerfällt.

Im vierten Kapitel wird beschrieben, wie dieser Prozess - die "single top"-Produktion - in Form eines FORTRAN-Programmes umgesetzt wird.

Den eigentlichen Untergrund zur Higgs-Produktion erreicht man erst mit einem komplizierteren Prozess, bei dem noch ein zweites Lepton-Paar emittiert wird - die tWj-Produktion. Die Implementierung dieser Prozesse und der Vergleich mit den bestehenden Analysen findet sich im fünften Kapitel.

Der Zusammenfassung im sechsten Kapitel schließen sich Details der geschriebenen FORTRAN-Routinen im Anhang an.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Monte Carlo-Integration

Die Monte Carlo-Methode basiert auf der stochastischen Auswertung eines Integrals mittels Zufallsvariablen, welche gewählten Wahrscheinlichkeitsverteilungen folgen. Speziell für hochdimensionale (schon ab d > 4) Integrale, wie sie bei der Berechnung von Observablen in der Hochenergiephysik auftauchen (siehe ABSCHNITT 2.2), ist die Monte Carlo-Methode anderen numerischen Integrationsalgorithmen überlegen. Es soll nun anhand von [6] eine kurze Einführung in die relevanten Themen gegeben werden.

2.1.1 Wahrscheinlichkeitsdichten

Für Wahrscheinlichkeiten sollen die Kolmogorov Axiome gelten:

- 1. Positivität
- 2. Normiertheit
- 3. Additivität

Wir betrachten Zufallsvariablen, die ein Kontinuum von Werten annehmen können $(x \in D)$. Die Wahrscheinlichkeit, die Variable x im Intervall [a, b] zu finden, sei gegeben durch:

$$P(a \le x \le b) =: \int_{a}^{b} p(x) \, dx \quad , \qquad (2.1)$$

wobei p(x) die Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen x ist. Die Kolmogorov Axiome sind erfüllt, wenn für p(x) gilt:

$$p(x) \ge 0 \quad \forall x \in \mathcal{D}, \qquad \int_{\mathcal{D}} p(x) dx = 1 \quad .$$
 (2.2)

Da die Integration additiv ist, ist das dritte Axiom immer erfüllt.

2.1.2 Erwartungswert und Varianz

Der *Erwartungswert* $E_p[f]$ einer Funktion f(x) bezüglich einer Wahrscheinlichkeitsdichte p(x) ist:

$$E_p[f] =: \int_{\mathcal{D}} f(x)p(x)dx \quad . \tag{2.3}$$

 $E_p[$] ist per Definition ein linearer Operator. $E_p[x^n]$ bezeichnet man als die algebraischen Momente einer Wahrscheinlichkeitsdichte. Durch sie ist die Wahrscheinlichkeitsdichte eindeutig definiert. Die Varianz ist definiert als:

$$V_p[f] =: E_p \left[(f - E_p[f])^2 \right]$$

$$= E_p[f^2] - E_p[f]^2 .$$
(2.4)

Mit der Linearität von $E_p[$] gilt

$$V_p[\alpha f] = E_p[(\alpha f - E_p[\alpha f])^2] = E_p[\alpha^2 (f - E_p[f])^2] = \alpha^2 V_p[f] .$$
(2.5)

Die Varianz ist die erste nichtverschwindende Abweichung der Funktion f vom Erwartungswert. Sie ist per Definition positiv und wird oft mit σ^2 bezeichnet.

2.1.3 Parameterschätzung

Soll eine Schätzung von Erwartungswerten anhand einer N-elementigen Stichprobe gegeben werden, dann lässt sich über den Zentralen Grenzwertsatz zeigen, dass

$$\langle f \rangle_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad , \quad x_i \text{ gemäß } p(x)$$
 (2.6)

im Limes $N \to \infty$ gaußverteilt um $E_p[f]$ ist. Diese Größe, der Stichproben-Mittelwert, folgt der Gaußverteilung um $E_p[f]$ mit der Standardabweichung

$$\sigma^2 = V_p \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \right] \quad . \tag{2.7}$$

Man hat also mit dem Stichproben-Mittelwert die Möglichkeit, bei genauer Kenntnis der dabei auftretenden Ungenauigkeit, Schätzungen von Erwartungswerten zu berechnen.

2.1.4 Integration in *n* Dimensionen

Gesucht ist der Wert von:

$$I = \int_{\mathcal{D}} f(\vec{x}) \, d^n x \quad . \tag{2.8}$$

Der Integrand wird mit der Funktion $p(\vec{x})$ erweitert:

$$I = \int_{\mathcal{D}} \frac{f(\vec{x})}{p(\vec{x})} \ p(\vec{x}) \ d^n x$$

Wird $p(\vec{x})$ nun so eingeschränkt, dass es alle Voraussetzungen einer Wahrscheinlichkeitsdichte erfüllt (2.2), dann lässt sich (2.8) mit (2.3) wie folgt schreiben:

$$I = E_p \left[\frac{f}{p} \right] \quad . \tag{2.9}$$

Mit (2.6) kann nun eine Schätzung des Integrales gemacht werden, welche unverzerrt gegen den wahren Wert konvergiert und deren Fehler berechenbar ist:

$$I \approx I_{MC} = \left\langle \frac{f}{p} \right\rangle_p$$
 (2.10)

Der Fehler bei dieser Approximation lässt sich mit (2.7) bestimmen:

$$V_p[I_{MC}] = V_p\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^N \frac{f(\vec{x}_i)}{p(\vec{x}_i)}\right] = \frac{1}{N^2} V_p\left[\sum_{i=1}^N \frac{f(\vec{x}_i)}{p(\vec{x}_i)}\right]$$

$$= \frac{1}{N}V_p\left[\frac{f}{p}\right] \quad (\text{da die } \vec{x}_i \text{ unabhängig}) \quad .$$
(2.11)

Die Größe des Fehlers der Monte Carlo-Integration ist also zum einen proportional zu $\frac{1}{\sqrt{N}}$.

Diesem Umstand hat die Monte Carlo-Methode ihre Überlegenheit gegenüber anderen numerischen Integrationsmethoden zu verdanken. Der Fehler ist formal unabhängig von der Dimensionalität n des Integrationsgebietes. Im Gegensatz dazu sind andere Integrationsmethoden beispielsweise über Stützstellen stark (exponentiell) abhängig von der Dimension.

Zum anderen ist der Fehler proportional zu $\sqrt{V_p \left[\frac{f}{p}\right]}$. Ein Weg, die Genauigkeit der Schätzung bei gleichem N zu verbessern, ist also die Varianz des Integranden zu minimieren.

2.1.5 Varianzreduzierende Methoden

Importance Sampling

Anschaulich wird beim *Importance Sampling* die Varianz des Integranden dadurch reduziert, dass die Punkte, an denen der Integrand ausgewertet wird, nicht gleichförmig gewählt werden $(p(\vec{x}) = \frac{1}{\text{vol}(\mathcal{D})})$, sondern die Punktdichte an Stellen vergrößert wird, an denen der Integrand stark zum Schätzwert beiträgt.

Formal geschieht der Übergang dadurch, dass man in (2.10) die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\vec{x})$ so wählt, dass die Varianz der Schätzung minimal wird. Die Varianz der Schätzung ist, wie in (2.11) gezeigt, proportional zu $V_p\left[\frac{f}{p}\right]$:

$$V_p \left[\frac{f}{p} \right] = E_p \left[\frac{f^2}{p^2} \right] - \left(E_p \left[\frac{f}{p} \right] \right)^2$$
$$= E_p \left[\frac{f^2}{p^2} \right] - I^2 = \int_{\mathcal{D}} \frac{f^2(x)}{p(x)} dx - I^2 \quad .$$

Es gilt also $\int_{\mathcal{D}} \frac{f^2(x)}{p(x)} dx - I^2$ zu minimieren.

Die Schätzung für I ist unabhängig von p (für $N \to \infty$), der Fehler jedoch nicht.

Die optimale Wahl von p(x) wäre so geartet, dass $\frac{f}{p} = c = const$. Dann gilt:

$$V_p\left[\frac{f}{p}\right] = E_p\left[c^2\right] - (E_p\left[c\right])^2 \equiv 0 \quad ,$$

d.h. der exakte Integralwert wird schon mit der ersten Funktionsauswertung erreicht.

Variablentransformation

Eine weitere Methode zur Verringerung der Varianz des Integranden und damit der Varianz der Integralwertschätzung ist der Übergang zu einem neuen Koordinatensystem. In diesem nimmt das Integrationsgebiet beispielsweise die Form eines Hyperwürfels mit Kantenlänge eins an:

$$\vec{y} = \vec{\psi}(\vec{x}), \qquad \vec{\psi} : \mathcal{D} \to U = (0, 1)^{\otimes n},$$

 $\to I = \int_0^1 \left(f \circ \vec{\psi}^{-1} \right) \left| \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial \vec{x}} \right|^{-1} d^n y \quad .$
(2.12)

Die ideale Wahl der Transformation wäre so geartet, dass die *Jacobi-Determinante* den Integranden gerade kompensiert:

$$\left. \frac{\partial \vec{\psi}}{\partial \vec{x}} \right| = \left(f \circ \vec{\psi}^{-1} \right)$$

Die Lösung dieses Problems ist aber äquivalent zur analytischen Berechnung von (2.8). Anwendung findet diese Methode dennoch, da man mit ihr die Fluktuation des Integranden deutlich verringern kann. Desweiteren ist es günstig, gewünschte kinematische Variablen auch als Integrationsvariablen zur Verfügung zu haben.

2.1.6 Anwendung

Die Berechnung von Observablen in der Teilchenphysik hängt eng zusammen mit der Auswertung von Integralen des gleichen Typs wie in (2.8).

Zur Durchführung der Monte Carlo-Integration wie in den vorhergehenden Abschnitten beschrieben, wurde in [7] ein Algorithmus (VEGAS) entwickelt. In dieser Arbeit wird auf dieselbe verbesserte Version dieses Algorithmus zurückgegriffen, die schon in [1, 2, 3, 4] verwendet wurde (MONACO). In ihm ist das eben beschriebene Importance Sampling integriert. Es wird mit einer Gleichverteilung für alle Integrationsvariablen begonnen und dann innerhalb einiger weniger Iterationen die Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen dem Verlauf des Integranden angepasst.

Bei Kenntnis der Fluktuationscharakteristika des Integranden/der Matrixelemente lassen sich diejenigen kinematischen Variablen als Integrationsachsen festlegen, in welchen die Fluktuationen des Integranden am Besten sichtbar werden. Diese lassen sich dann über das Importance Sampling bearbeiten.

Die Rechenzeit bzw. der Fehler der Approximation kann so signifikant reduziert werden.

2.2 Wirkungsquerschnittsberechnung

Bei der Berechnung von beobachtbaren Größen, sind in der Teilchenphysik häufig Wirkungsquerschnitte gemeint, da man mit ihnen bei bekannter Luminosität direkt Zählraten berechnen kann:

$$\frac{dN}{dt} = \sigma \mathcal{L}(t) \quad . \tag{2.13}$$

Wirkungsquerschnitte erhält man in einer Feldtheorie als Integration der Amplitudenquadrate über den Phasenraum der auslaufenden Teilchen [8, 9]. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt einer Reaktion $A(p_A) + B(p_B) \rightarrow C_1(p_1) + \ldots + C_n(p_n)$ gilt:

$$d\sigma = \frac{\overline{\sum} |\mathcal{M}|^2}{\mathrm{F}} d\Phi_n \quad . \tag{2.14}$$

Aus den Feynmandiagrammen erhält man unter Benutzung der Feynmanregeln $-i\mathcal{M}$ (siehe z.B. [8, 9, 10]). $|\mathcal{M}|^2$ ist proportional zur Übergangsrate des betrachteten Prozesses. Zusätzlich muss über die Endzustandsquantenzahlen summiert und bei unpolarisierten Anfangszuständen über deren Quantenzahlen gemittelt werden:

$$\overline{\sum} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{4} \frac{1}{\# \operatorname{Farben}(AB)} \sum_{\operatorname{Farben} \operatorname{Polarisationen}} |\mathcal{M}|^2 \quad . \tag{2.15}$$

Der Faktor $\frac{1}{4}$ erklärt sich dadurch, dass Teilchen mit zwei Polarisationszuständen als einlaufende Teilchen angenommen werden, d.h. Spin $\frac{1}{2}$ - oder masselose Spin1-Teilchen. Der einlaufende Teilchenfluss F ist für eine kollineare Kollision der Teilchen A und B durch

$$F = |\vec{v}_A - \vec{v}_B| \ 2E_A \ 2E_B$$

= $4\sqrt{(p_A \cdot p_B)^2 - m_A^2 m_B^2}$ (2.16)

gegeben. Die Zahl der möglichen Endzustände schließlich ist durch das lorentzinvariante Phasenraumvolumenelement $d\Phi_n$ gegeben, wobei n die Zahl der Endzustandsteilchen ist:

$$d\Phi_n(P = p_A + p_B; p_1 \dots p_n) = (2\pi)^4 \,\delta^4 \left(P - \sum_{i=1}^n p_i\right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p_i}}{(2\pi)^3 \, 2E_i}\right) \quad . \quad (2.17)$$

Zusätzlich zur Zahl der Endzustände beinhaltet das Phasenraumvolumenelement noch eine Deltafunktion, die die Viererimpulserhaltung garantiert. Insgesamt ergibt sich daraus die Dimension des Integrals, das man zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten auswerten muss:

$$\dim(d\Phi_n) = 3n - 4 \quad . \tag{2.18}$$

2.2.1 Hadron Kollisionen

Da in dieser Arbeit explizit Rechnungen für den LHC gemacht werden, soll jetzt auf die Besonderheiten einer Hadron bzw. Proton-Proton Kollision eingegangen werden.

Der größte Unterschied zu beispielsweise e^+e^- -Kollisionen ergibt sich dadurch, dass Protonen eine Substruktur besitzen. Erste experimentelle Hinweise darauf erhielt man durch die Lepton-Nukleon Streuung. Die Skaleninvarianz der Strukturfunktionen legte punktförmige Streuzentren nahe. Daraufhin wurde Ende der sechziger Jahre unter anderem von Feynman und Bjorken das *Parton-Modell* entwickelt. Es basiert auf zwei Grundannahmen:

- 1. Ein schnell bewegtes Hadron sieht wie ein Bündel von Partonen aus, die alle mehr oder weniger in dieselbe Richtung wie das Mutter-Hadron fliegen. Die Partonen teilen sich den Dreierimpuls des Hadrons.
- 2. Hadronische Reaktionsraten erhält man durch die inkohärente Summation über die Beiträge aller im Prozess vorhandenen Partonen.

Wie in Annahme 1 beschrieben, gilt damit z.B. für das Parton a1 eines einlaufenden Hadrons A:

$$p^{\mu}(a1) = x_{a1} p^{\mu}(A)$$
 mit $x_{a1} \in (0, 1)$

Den Faktor x_{a1} bezeichnet man als *Feynman x*. Er gibt an, welchen Impulsanteil des Hadrons das einzelne Parton trägt.

Aus den oben erwähnten Experimenten zur Lepton-Nukleon-Streuung lassen sich die Parton Verteilungsfunktionen (PDF) extrahieren. $f_{a1}(x) dx$ entspricht der Wahrscheinlichkeit, das Parton a1 mit einem Impulsanteil [x, x + dx] im entsprechenden Hadron zu finden.



Abbildung 2.1: Parton Wahrscheinlichkeitsdichten des Protons aus [11].



Abbildung 2.2: Ein Subprozess zur "single top"-Produktion: $pp \rightarrow qt$. x_1 und x_2 sind die entsprechenden Impulsanteile der einlaufenden Partonen.

Um nun in einer Hadron-Kollision beobachtbare Produktionsraten berechnen zu können, muss Annahme 2 beachtet werden. Das heißt, zu einer gegebenen Signatur, z.B.

$$p+p \to t+X$$

müssen alle partonischen Subprozesse $(a_1a_2 \rightarrow b_1 \dots b_n)$ identifiziert werden, die diese Signatur erzeugen. In führender Ordnung Störungstheorie sind das:

u + b	\rightarrow	d+t	
b+u	\rightarrow	d+t	t-Kanal Prozess
$u + \bar{d}$	\rightarrow	$\bar{b} + t$	
$\bar{d} + u$	\rightarrow	$\bar{b} + t$	s-Kanal Prozess
b+g	\rightarrow	$W^- + t$	
g + b	\rightarrow	$W^- + t$	tW-Mode

und alle Prozesse in denen statt der Quarks aus der ersten Familie die entsprechenden Quarks der zweiten Familie vorkommen $(u \leftrightarrow c, d \leftrightarrow s)$. Die CKM-Matrix wird hierbei als diagonal approximiert. Desweiteren werden alle Quarks bis auf das Top-Quark in der masselosen Approximation behandelt.

Die Vierervektoren der einlaufenden Partonen nehmen im Schwerpunktssystem folgende Gestalt an:

$$p_u = x_1 \ p_1 = x_1 \frac{\sqrt{s}}{2} \ (1, 0, 0, 1) \quad ,$$

$$p_b = x_2 \ p_2 = x_2 \frac{\sqrt{s}}{2} \ (1, 0, 0, -1) \quad .$$
(2.19)

Für den Flussfaktor aus (2.16) gilt:

$$F = 4 x_1 x_2 s$$
$$= 2 \hat{s} .$$

 $\hat{s} = (p_u + p_b)^2$ ist dabei die effektiv zugängliche Schwerpunktsenergie des Prozesses. Wirklich beobachtbare Zählraten erhält man hiermit aber noch nicht. Aufgrund der endlichen Detektorgröße und Genauigkeit müssen Schnitte auf diverse kinematische Variablen (Cuts) angewendet werden. Zusammengefasst werden sie symbolisch in der Akzeptanzfunktion $\theta(Cuts)$. Der Gesamtwirkungsquerschnitt der hadronischen Reaktion ergibt sich aus (2.14), der inkohärenten Summation über die partonischen Subprozesse und der Anwendung der Akzeptanzfunktion:

$$\sigma = \int dx_1 dx_2 \sum_{\text{Subprozesse}} f_{a1/p1}(x_1) f_{a2/p2}(x_2) \times \frac{1}{2\hat{s}} \int d\Phi_n(x_1 p_1 + x_2 p_2; p_1 \dots p_n) \theta(cuts) \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2 (a_1 a_2 \to b_1 \dots b_n) \quad .$$

$$(2.20)$$

Die Dimensionalität des auszuwertenden Integrals hat sich also noch mal um 2 gegenüber (2.18) auf 3n - 2 erhöht.

Da das Integral jetzt bekannt ist, kann mit (2.10) die numerische Berechnung ausgeführt werden. Der Übersichtlichkeit halber werden die Integrationsvariablen auf einen Hyperwürfel mit Einheitslänge abgebildet, siehe (2.12):

$$\frac{1}{2\hat{s}}dx_1dx_2d\Phi_n = \mathcal{J} \prod_{i=1}^{3n-2} dr_i \quad .$$

Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts stellt sich nun wie folgt dar:

$$\sigma \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathcal{J}(\vec{r_i}) \sum_{\text{Subprozesse}} f_{a1/p1}(x_1(\vec{r_i})) f_{a2/p2}(x_2(\vec{r_i})) \theta(cuts) \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2(\vec{r_i}) \quad . \quad (2.21)$$

In ANHANG D wird die Struktur des Monte Carlo-Programms im Detail erläutert.

Kinematische Besonderheiten

Neben der Integration über die Parton Verteilungsfunktionen und der Summation über eine größere Anzahl von Subprozessen kommt bei Hadron Kollisionen noch eine kinematische Besonderheit neu hinzu: Der eigentliche Prozess findet zwischen Partonen statt. Deren Impulse sind aber a priori unbekannt. Es können also auch keine Randbedingungen der Strahlenergie für die Rekonstruktion von Ereignissen mit unbeobachtbaren Teilchen (Neutrinos oder Neutralinos) herangezogen werden. Da die Partonen aber in erster Näherung keinen Transversalimpuls besitzen, kann die Impulserhaltung in der Ebene senkrecht zur Strahlrichtung ausgenutzt werden. Dies findet in der häufig genutzten Observablen *fehlender Transversalimpuls*, \vec{p}_T , seine Anwendung.

Desweiteren ist das Ruhesystem der harten Kollision nicht mehr identisch mit dem Laborsystem. Das partonische Ruhesystem erfährt also einen Lorentzboost mit Rapidität y in longitudinale (hier: z) Richtung:

$$E' = \cosh(y) E - \sinh(y) p_L$$

$$p'_T = p_T$$

$$p'_L = \cosh(y) p_L - \sinh(y) E .$$
(2.22)

Bei der Beschreibung der Kollision wird dem dadurch Rechnung getragen, dass anstatt der Beschreibung von Vierervektoren über den Streuwinkel θ ,

$$p = \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \sin \theta \cos \phi \\ \beta \sin \theta \sin \phi \\ \beta \cos \theta \end{pmatrix}$$

eine Beschreibung über die Rapidität y gewählt wird, die dem Boost aus dem System mit rein transversalem Impuls entspricht:

$$y := \frac{1}{2} \log \frac{E + p_z}{E - p_z} \quad . \tag{2.23}$$

Im masselosen Grenzfall wird daraus die Pseudorapidität:

$$\eta := \frac{1}{2} \log \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} \quad . \tag{2.24}$$

Angewandt auf den Schwerpunktsimpuls, $p_u + p_b$, in (2.19) erhält man die Rapidität des partonischen Systems im Labor:

$$y_{c.m.} = \frac{1}{2}\log\frac{x_1}{x_2}$$

Damit lassen sich nun Rapiditäten y^* , die im partonischen Ruhesystem berechnet wurden, leicht in das Laborsystem umrechnen, da Rapiditäten sich unter einem Lorentzboost einfach addieren:

$$y_{\rm lab} = y^* + y_{c.m.}$$

Zusätzlich wird durch die Abbildung $\theta \to \eta$ der interessante Bereich kleiner Winkel entzerrt und so die Diskussion der Eigenschaften eines Prozesses in diesem kinematischen Bereich vereinfacht.

2.3 Näherungen und Fehlerquellen

Neben dem offensichtlichen numerischen Fehler aufgrund der endlichen stochastischen Auswertungen des Integranden, treten noch mehrere andere mögliche Fehlerquellen auf, die hier erwähnt werden sollen.

Zum einen stammen sie von Unsicherheiten, die sich dadurch ergeben, dass in dieser Arbeit nur die führende Ordnung Störungstheorie betrachtet wird. Allerdings wurde in [12] bereits gezeigt, dass für WBF-artige Prozesse die Korrekturen unter 10% liegen. Zur hier betrachteten "single top"-Produktion wurden in [13] die Beiträge in der nächsten Ordnung Störungstheorie in α_s (NLO) berechnet. Radiative Korrekturen wurden sowohl bei der Erzeugung als auch im Zerfall berücksichtigt und blieben unter 5%.

Eine weitere Fehlerquelle resultiert aus der Verwendung der Parton Verteilungsfunktionen, die selbst Unsicherheiten aufweisen. Die Parton-Verteilungen der Valenzquarks sind experimentell relativ gut zugänglich und folglich mit kleinen Unsicherheiten belastet. Die *b*-Quark Verteilung, die für die "single top"-Produktion benötigt wird, ist jedoch experimentell bisher noch nicht zugänglich. Sie muss aus der Gluon-Verteilung durch Gluon-Splitting in ein $b\bar{b}$ -Paar berechnet werden. In [14] wurden die Parton-Verteilungen und Unsicherheiten speziell für schwere Quarks betrachtet. Dort wurde gezeigt, dass die relativen Unsicherheiten der *b*-Quark Verteilung für kleine *x* direkt proportional zu denen der Gluon-Verteilung sind. Der relative Fehler der *b*-Quark Verteilung des in Kapitel 5 betrachteten Prozesses gezeigt. Eine erste Abschätzung lässt eine Unsicherheit im 10% – 20% Bereich erwarten. Da dies vergleichbar mit den Korrekturen höherer Ordnung sein könnte, wird nun der Einfluss der Parton-Verteilungen detaillierter untersucht.

Die Parton-Verteilungen der CTEQ-Kollaboration [11] sind abhängig von 20 Parametern. Bei den gewöhnlichen Parton-Verteilungen sind die Werte dieser Parameter so optimiert, dass eine größtmögliche Übereinstimmung mit den experimentellen Daten gewährleistet wird.

Dazu wird eine Funktion definiert,

$$\chi^2 =: \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2$$

welche die Abweichungen zwischen Daten und Modell (Δy_i) misst. Das Prinzip der kleinsten Quadrate besagt nun, dass χ^2 für den optimalen Parametersatz minimal wird. Neben den Parametern am Minimum sind, speziell für die Fehleranalyse, noch 40 weitere Verteilungen erhältlich. Bei diesen wurde jeweils entlang der 20 Eigenvektoren der Hesse-Matrix eine Variation der Parameter bis zur $\pm 1\sigma$ Abweichung vorgenommen. Mit diesen Verteilungen wird nun jeweils ein Wirkungsquerschnitt berechnet.



Abbildung 2.3: Links ist die Feynman-x Verteilung der tWj-Produktion abgebildet, die als Hintergrund zur Higgs-Produktion berechnet wird. Typische Cuts zur Optimierung des $H \rightarrow \tau \tau$ -Signals wurden verwendet. Rechts sind die relativen Fehler der b-Quark Parton-Verteilungen aus [14] dargestellt.

Der Gesamtfehler berechnet sich dann aus den quadratisch addierten Einzelfehlern der Variationen.

Bei dieser Analyse zeigte sich, dass mit Cuts, die auf das $H \to \tau \tau$ -Signal optimiert sind, ein Fehler von ca. 8 % durch die Partonverteilungen induziert wird. Im $H \to WW$ -Kanal liegen die Unsicherheiten auf 5 % Niveau.

Desweiteren werden alle Teilchen bis auf das Top-Quark in der masselosen Approximation behandelt. Der Impuls der beobachtbaren Teilchen wird durch eine Mindestanforderung von $p_T > 20$ GeV eingeschränkt. Für die Energie der Teilchen gilt:

$$E = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2} = |\vec{p}| \left(1 + \frac{m^2}{2\,\vec{p}^{\,2}} + \dots \right)$$

Der Fehler bei der masselosen Approximation liegt damit für die leichteren Quarks (u, d, s, c) mit einer Konstituentenmasse von m < 1.3 GeV im Promille-Bereich. Für das *b*-Quark liegt der Fehler unter 3% und damit immer noch im akzeptablen Bereich. Die CKM-Matrix wird als diagonale Matrix behandelt. Da V_{tb} nahe 1 ist, wird bei der Produktion und dem Zerfall des Top-Quarks ein vernachlässigbarer Fehler gemacht.

Higgs-Signal

In dieser Diplomarbeit werden Hintergründe zur Higgs-Produktion berechnet. Um diese in einen größeren Kontext zu stellen, soll in diesem Kapitel auf die Strategien bei der Higgs-Suche am LHC eingegangen werden. Dazu werden zuerst die verschiedenen Produktionskanäle des Higgs-Bosons kurz vorgestellt und dann die in dieser Arbeit betrachteten Zerfallskanäle des Higgs-Bosons in WBF beschrieben.

3.1 Produktion

In Proton-Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV und bei einer Higgsmasse $M_H > 114$ GeV (untere Schranke durch LEP2-Experiment [15]) gibt es vier Hauptproduktionskanäle. In ABBILDUNG 3.5 sind die Produktionswirkungsquerschnitte der folgenden Produktionskanäle als Funktion der Higgsmasse dargestellt.

1. Gluon-Fusion

Die Gluon-Fusion stellt, wie in ABBILDUNG 3.5 zu sehen ist, über den gesamten Bereich der Higgsmassen bis 1 TeV den größten Wirkungsquerschnitt zur Verfügung. Die große Wahrscheinlichkeitsdichte der Gluonen bei kleinem Feynman-x (siehe ABBILDUNG 2.1) überkompensieren hier den Effekt, dass dieser Prozess erst auf Schleifenniveau möglich ist. QCD-Hintergründe lassen sich hier allerdings schlecht eliminieren.



Abbildung 3.1: Diagramm, welches zur Gluon-Fusion in LO beiträgt.

2. Weak Boson Fusion (WBF)

Die WBF hat den zweitgrößten Wirkungsquerschnitt, aber bessere Möglichkei-

ten der Hintergrundreduktion als die Gluon-Fusion. Neben dem Higgs-Boson treten im Endzustand zwei Jets auf, die zur Identifikation dieses Prozesses genutzt werden können. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zur VVH-Kopplung.



Abbildung 3.2: Diagramm, welches zu WBF in LO beiträgt.

3. Higgs-Strahlung

Der Wirkungsquerschnitt der Higgs-Strahlung ist proportional zur VVH Kopplung, aber aufgrund der s-Kanal Produktion deutlich kleiner als bei der WBF.



Abbildung 3.3: Diagramm, welches zur Higgs-Strahlung in LO beiträgt.

4. $t\bar{t}$ assoziierte Higgs-Produktion

Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zur Yukawa Kopplung der entstehenden Quarks. Der Prozess findet bei großen Feynman-x Werten der Gluonen statt, so dass der Wirkungsquerschnitt stark unterdrückt wird.



Abbildung 3.4: Diagramm, welches zu $gg \rightarrow t\bar{t}H$ in LO beiträgt.



Abbildung 3.5: Higgs-Produktionswirkungsquerschnitte am LHC für die verschiedenen Produktionsmechanismen als Funktion der Higgsmasse M_H . Bis auf $pp \rightarrow t\bar{t}H$ sind alle Prozesse für diesen Plot bis mindestens NLO ausgewertet. [16, S.185].

3.2 WBF Signatur

In ABBILDUNG 3.6 werden die erwarteten relativen Fehler für verschiedene Higgs-Produktions und Zerfalls-Kanäle als Funktion der Higgsmasse aufgetragen. Die Analyse aus [17] nimmt dabei 200 fb^{-1} Daten an. Ihr kann man entnehmen, dass mit dem WBF-Kanal eine Untersuchung des Higgs-Sektors mit dem geringsten relativen Fehler möglich ist. In dieser Arbeit wird deshalb nur die WBF betrachtet.

Mit dem Zerfall des Higgs-Bosons in W-Paare wurden Analysen sowohl im unteren $(m_H \lesssim 150 \text{ GeV } [2])$, als auch im oberen Massenbereich $(m_H \lesssim 200 \text{ GeV } [3])$ durchgeführt. Für beide Analysen werden die entsprechenden Hintergründe berechnet. Der Zerfall in Tau-Paare wird für eine Higgsmasse $m_H \lesssim 150 \text{ GeV}$ betrachtet.

Da das Higgs-Boson ein Spin 0 Teilchen ist, kann die Produktion unabhängig vom Zerfall betrachtet werden. Es können also für beide später betrachteten Zerfallsmoden die Charakteristika, die sich durch den gleichen Produktionsmechanismus ergeben, simultan beschrieben werden.

Das Signal wird in führender Ordnung Störungstheorie durch die Feynmangraphen aus ABBILDUNG 3.2 beschrieben (WW-Fusion und ZZ-Fusion). Durch Kreuzen (keine



Abbildung 3.6: Erwarteter relativer Fehler bei der Bestimmung von $B\sigma$ für verschiedene Higgs-Such-Kanäle am LHC mit 200 fb⁻¹ an Daten. Für die $ttH, H \to W^+W^-$ (rot gepunktet) und die $WH, H \to b\bar{b}$ (Strichpunktlinie) Kurve wurden 300 fb⁻¹ angenommen [17, S.3].

Annihilation der einlaufenden Quarks) und Berücksichtigung verschiedener Quark-Flavours erhält man weitere notwendige Subprozesse.

Die WBF Signatur zeichnet sich dadurch aus, dass die zwei Jets im Detektor mit großer Rapidität auftreten. Im Gegensatz dazu werden die Higgs-Zerfallsprodukte bevorzugt zentral erzeugt. Diese Merkmale werden in den kinematischen Cuts ausgenützt um Hintergründe zu eliminieren. Beispielsweise müssen die Rapiditäten der beiden Jets entgegengesetztes Vorzeichen haben, d.h. verschiedene Detektorhemisphären besetzen. Außerdem wird verlangt, dass die Jets einen gewissen Abstand in der Rapidität aufweisen.

Desweiteren findet bei der WBF kein Farbaustausch zwischen den beiden Quarkströmen statt, da nur Farb-Singuletts im t-Kanal ausgetauscht werden. Dadurch und durch Farb-Kohärenz zwischen Anfangs- und Endzustands- Gluon-Bremsstrahlung wird eine hadronische Aktivität in der zentralen Region stark unterdrückt. Bei vielen Hintergrundprozessen führt Farbaustausch im t-Kanal wiederum zu verstärkter Aktivität. Dieses Merkmal wird zur Hintergrundreduktion im Rahmen eines *zentralen Jet-Vetos* eingesetzt [18, 19, 2, 3, 4].

3.3 Zerfallsmoden



Abbildung 3.7: Totale Breite des Higgs-Bosons.



Abbildung 3.8: Verzweigungsverhältnisse der Haupt-Zerfallskanäle eines Standard-Modell Higgs-Bosons [20, S. 80].

Wie bereits erwähnt sind die zwei Zerfallsmoden, die in dieser Arbeit betrachtet werden, zum einen der Zerfall in Tau-Paare:

$$H \to \tau^+ \tau^- \to \mu^{\mp} e^{\pm} \nu \bar{\nu} \nu_{\tau} \bar{\nu}_{\tau}$$
 (3.1)

und zum anderen der Zerfall in W-Paare:

$$H \to W^+ W^- \to \mu^{\mp} e^{\pm} \nu \bar{\nu}$$
 (3.2)

Während beim Zerfall in Tau-Paare sowohl die Higgsmasse als auch die Higgs-Fermion Kopplung gemessen werden kann, ist der Zerfall in W-Paare, welche weiter leptonisch zerfallen, zur Entdeckung des Higgs-Bosons und zur Messung der *HWW*-Kopplung geeignet. Mit ihm lässt sich also direkt überprüfen, ob die Generierung der Massen von W und Z-Bosonen wirklich über die elektroschwache Symmetriebrechung mit Hilfe eines skalaren Higgs-Feldes realisiert ist.



Abbildung 3.9: Signalprozess mit Zerfall in Tau-Paare.



Abbildung 3.10: Signalprozess mit Zerfall in W-Paare.

Bei beiden Zerfällen beschränkt man sich darauf, dass die Zerfallsleptonen unterschiedlichen Generationen entspringen sollen. Man verhindert dadurch zusätzliche Untergründe durch Z-Produktion und Zerfall in zwei geladene Leptonen, welche dann aus der gleichen Lepton-Generation stammen würden.

Nur für die Analyse des unteren Massebereiches $m_H \lesssim 150 \text{ GeV}$ im $H \to WW$ -Kanal werden auch Leptonen der gleichen Generation zugelassen. Die Z-Untergründe müssen dort durch spezielle Cuts reduziert werden.

Da die Neutrinos in den betrachteten Prozessen im Detektor nicht direkt beobachtbar sind, sondern sich nur durch ein Ungleichgewicht in der Impulsbilanz in der transversalen Ebene bemerkbar machen, führen beide Prozesse zu einer ähnlichen Signatur:

In [1, 2, 3, 4] wurden zu diesen Prozessen verschiedenste relevante Untergründe bereits in einer Parton-Level Monte Carlo-Simulation berechnet. Allerdings wurden aufgrund der verwendeten masselosen Approximation der Quarks die elektroschwachen Untergründe nur unter Vernachlässigung des Top-Quarks berechnet. In dieser Arbeit sollen nun in den folgenden Kapiteln die Beiträge des massiven Top-Quarks berechnet werden.

Kapitel 4

"single top"-Produktion als Hintergrund zur W-Produktion

4.1 Einführung

Wie schon im vorherigen Kapitel besprochen, ist das eigentliche Ziel dieser Arbeit die Berechnung von Higgs-Untergründen. Es sollen diejenigen Untergründe berechnet werden, bei denen ein einzelnes Top-Quark erzeugt wird ("single top"-Produktion). Die eigentliche "single top"-Produktion stellt noch keinen Hintergrund zur Higgs-Produktion dar, sondern zur Erzeugung einzelner W-Bosonen ("single W"-Produktion), weil das Top-Quark im Endzustand sofort in ein Bottom-Quark und ein W-Boson zerfällt. Erst mit der Abstrahlung eines zusätzlichen W-Bosons (tWj-Produktion) erreicht man hier die gleiche Signatur wie in den Higgs-Zerfällen in Tau- oder W-Paare. Es soll aber dennoch zuerst die "single top"-Produktion untersucht werden, da der Prozess etwas einfacher ist und mit existierenden Rechnungen [13] verglichen werden kann.

4.1.1 Prozesse

Auf Tree-Level tragen zur "single top"-Produktion folgende Prozesse bei:

1. s-Kanal Prozesse, z.B.: $u + \bar{d} \rightarrow W^* \rightarrow t + \bar{b}$



Abbildung 4.1: s-Kanal Prozess, welcher zur "single top"-Produktion in LO beiträgt.

2. t-Kanal Prozesse, z.B.: $u+b \rightarrow t+d$



Abbildung 4.2: t-Kanal Prozess, welcher zur "single top"-Produktion in LO beiträgt.

Die tW-Mode $(b + g \rightarrow t + W^{-})$ wird aufgrund des geringen Wirkungsquerschnittes, nach Anwendung der Cuts, nicht weiter berücksichtigt.

Zuerst werden inklusive Wirkungsquerschnitte für diese beiden Prozesse für den LHC berechnet und mit den Ergebnissen aus [13] verglichen, bevor im zweiten Schritt der Zerfall des Top-Quarks mitberücksichtigt wird. Mit der vollen Simulation schließlich kann der Beitrag zum Untergrund der "single W"-Produktion [21] berechnet werden.



Abbildung 4.3: s-Kanal Prozess, mit Top-Zerfall, welcher zur "single top"-Produktion in LO beiträgt.



Abbildung 4.4: t-Kanal Prozess, mit Top-Zerfall, welcher zur "single top"-Produktion in LO beiträgt.

4.2 Durchführung

4.2.1 Ohne Top-Zerfall

Zur Simulation der "single top"-Produktion werden zuerst die Matrixelemente aus ABBILDUNG 4.2 und ABBILDUNG 4.1 als Fortranroutinen mit *MadGraph* generiert (siehe ANHANG D.3). Die elektroschwachen Parameter werden wie in [13] gewählt und nicht wie in ANHANG A. Die Partonverteilungen CTEQ6L werden bei der Faktorisierungsskala

 $\mu_f = m_t$

ausgewertet.

Der Phasenraum wird als einfacher "2 \rightarrow 2" Prozess, wie in ANHANG D.2 beschrieben, aufgebaut.

Folgende Subprozesse sind notwendig:

1. s-Kanal / Top-Produktion

$u + \bar{d}$	\rightarrow	$t+\overline{b}$	$c+\bar{s}$	\rightarrow	$t+\overline{b}$
$\bar{d} + u$	\rightarrow	$t + \overline{b}$	$\bar{s} + c$	\rightarrow	$t + \overline{b}$

2. s-Kanal / Anti-Top-Produktion

3. t-Kanal / Top-Produktion

u+b	\rightarrow	t+d	c+b	\rightarrow	t+s
b+u	\rightarrow	t+d	b+c	\rightarrow	t+s
$\bar{d}+b$	\rightarrow	$t + \bar{u}$	$\bar{s} + b$	\rightarrow	$t + \bar{c}$
$b+\bar{d}$	\rightarrow	$t + \bar{u}$	$b+\bar{s}$	\rightarrow	$t + \bar{c}$

4. t-Kanal / Anti-Top-Produktion

$\bar{u} + \bar{b}$	\rightarrow	$\bar{d} + \bar{t}$	$\bar{c} + \bar{b}$	\rightarrow	$\bar{s} + \bar{t}$
$\bar{b} + \bar{u}$	\rightarrow	$\bar{d} + \bar{t}$	$\bar{b}+\bar{c}$	\rightarrow	$\bar{s}+\bar{t}$
$d+\bar{b}$	\rightarrow	$u + \bar{t}$	$s+\bar{b}$	\rightarrow	$c+\bar{t}$
$\bar{b} + d$	\rightarrow	$u + \bar{t}$	$\bar{b}+s$	\rightarrow	$c+\bar{t}$

Über die beschriebenen Subprozesse wird gemäß (2.20) summiert und die Monte Carlo-Integrationen im Rahmen eines Programmes durchgeführt, wie es in ANHANG D beschrieben wird.

4.2.2 Mit Top-Zerfall

Die Simulation mit integriertem Zerfall des Top-Quarks wird mit den gleichen Parametern durchgeführt wie zuvor.

Der Phasenraum ist jetzt komplizierter, da es sich um einen "2 \rightarrow 4" Prozess handelt.

$$\begin{array}{rccc} q+q' & \to & t+q'' \\ & & & \downarrow \\ & & & \nu_e+e^++b \end{array}$$

In ANHANG C wird gezeigt, dass sich der Phasenraum in kleinere Untersysteme aufspalten lässt. In ABBILDUNG 4.5 ist zu sehen, wie der Phasenraum aus " $2\rightarrow 2$ " und aus " $1\rightarrow 2$ " Phasenräumen aufgebaut wird.

$$d\Phi_4(x_1p_{i1} + x_2p_{i2}; p_1 \dots p_4) = d\Phi_2(x_1p_{i1} + x_2p_{i2}; p_1, p_t) \\ \times \frac{dp_t^2}{2\pi} d\Phi_2(p_t; p_W, p_4) \\ \times \frac{dp_W^2}{2\pi} d\Phi_2(p_W; p_2, p_3)$$
(4.1)





Es werden die gleichen Subprozesse wie zuvor benötigt. Zur jeweiligen Signatur

$$q + q' \rightarrow q'' + b + \nu_e + e^+$$

tragen allerdings auch Prozesse ohne Top-Quark bei. Um aber nur die Beiträge aus ABBILDUNG 4.3 und ABBILDUNG 4.4 zu berechnen, muss das Top-Quark immer exakt On-Shell erzeugt werden. Um die endlich Breite des Top-Quarks dennoch zu

berücksichtigen, wird die Integration über dp_t^2 , die durch das Phasenraumvolumenelement vorgegeben ist, analytisch durchgeführt (siehe ANHANG D.2.5). Die zweite Resonanz in diesem Prozess, das W^+ wird i.A. Off-Shell erzeugt, das heißt p_W^2 folgt der dazugehörigen Breit-Wigner-Verteilung (siehe ANHANG E.3).

4.3 Ergebnisse für inklusiven Wirkungsquerschnitt

4.3.1 Ohne Top-Zerfall

In TABELLE 4.1 werden die Ergebnisse der Monte Carlo-Simulation vorgestellt. Der Wirkungsquerschnitt wird vollständig ohne Anwenden kinematischer Schnitte berechnet.

Der s-Kanal Prozess wird ab jetzt nicht mehr weiter berücksichtigt, da er zum einen weniger als 3% zum Wirkungsquerschnitt beiträgt und zum anderen bei der Anwendung der Cuts im weiteren Verlauf noch weiter unterdrückt werden würde, da er dem Signal weniger ähnelt als der t-Kanal Prozess.

Prozess	σ_{LO}^1 [pb]	σ_{LO} [pb] aus [13]
s-Kanal (t)	4,29	4,26
s-Kanal (\bar{t})	2,61	2,58
t-Kanal (t)	$146,\!25$	146,2
t-Kanal (\bar{t})	84,89	84,8

Tabelle 4.1: Ergebnisse der single top Simulation für *pp*-Kollisionen mit $\sqrt{s} = 14$ TeV und Vergleich mit den Werten aus [13]. Die numerischen Fehler liegen unter 1% und werden deshalb nicht mit angegeben. Mit σ_{LO}^1 wird das eigene Ergebnis ohne Top-Zerfall bezeichnet.

4.3.2 Mit Top-Zerfall

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, wird die "single top"-Produktion mit anschließendem Top-Zerfall simuliert. Die Ergebnisse sind in TABELLE 4.2 dargestellt. Die errechneten Verzweigungsverhältnisse stimmen sehr gut mit den erwarteten (10,80 %) aus [22] überein.

Prozess	σ_{LO}^2 [pb]	$\sigma_{LO}^2/\sigma_{LO}^1$
t-Kanal (t)	15,85	10,83~%
t-Kanal (\bar{t})	9,20	$10,\!84~\%$

Tabelle 4.2: Ergebnisse der single top Simulation für *pp*-Kollisionen mit $\sqrt{s} = 14$ TeV und Zerfall des Top-Quarks. In der dritten Spalte wird das errechnete Verzweigungsverhältnis: BR $(t \rightarrow b + \nu + \ell)$ aufgeführt. Die numerischen Fehler liegen unter 1% und werden deshalb nicht mit angegeben. Mit σ_{LO}^2 wird hier der Wirkungsquerschnitt inklusive Top-Zerfall bezeichnet.

4.4 Ergebnisse mit Cuts

Aufgrund der Ergebnisse aus KAPITEL 4.3 kann von einer korrekten Simulation ausgegangen und nun die einzelnen Cuts angewendet werden. Für die folgenden Ergebnisse wurden im Gegensatz zu oben die Parameter und Faktorisierungsskala wie in [21] gewählt. Um aus Endzustandspartonen Jets zu rekonstruieren, wird der k_T -Algorithmus [23] mit Auflösungsparameter D verwendet, welcher im späteren Verlauf ΔR_{jj} genannt wird. Die Cuts werden ebenfalls wie in [21] gewählt:

Es müssen zwei harte Jets im Endzustand rekonstruiert werden, für welche die Bedingungen:

$$p_{Tj} \ge 20 \text{ GeV}, \qquad |\eta_j| \le 4.5, \qquad \Delta R_{jj} \ge 0.8$$
 (4.2)

gelten. Das Zerfallslepton muss

hart, zentral, isoliert,

$$p_{T\ell} \ge 20 \text{ GeV}, \qquad |\eta_{\ell}| \le 2.5, \qquad \Delta R_{j\ell} \ge 0.4 \qquad (4.3)$$

sein, um gut detektiert werden zu können. $\Delta R_{j\ell}$ bezeichnet hierbei den Jet-Lepton Abstand im LEGO-Plot (Auftragung von Rapidität und Azimuthal-Winkel in einer Ebene). Zusätzlich soll das geladene Lepton, in der Rapidität, zwischen die zwei Jets fallen:

$$\eta_{j,min} < \eta_{\ell} < \eta_{j,max}$$
 (4.4)

Speziell um Untergründe zur WBF zu reduzieren wird eine große Rapiditätsdifferenz zwischen den beiden Jets verlangt:

$$\Delta \eta_{jj} = |\eta_{j_1} - \eta_{j_2}| > 4 \quad . \tag{4.5}$$

Aufgrund der starken Abhängigkeit der LO-Simulation von der Faktorisierungsskala werden die Ergebnisse zur "single top"-Produktion mit denen aus [21] im Rahmen einer Variation der Faktorisierungsskala, wie sie in ABBILDUNG 4.6 zu sehen ist, verglichen.



Abbildung 4.6: Skalenabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts für die "single top"-Produktion in LO innerhalb der Cuts aus (4.2) bis (4.5). Die Fehlerbalken symbolisieren ausschließlich Monte Carlo-Fehler.



Abbildung 4.7: Skalenabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts in LO und NLO innerhalb der Cuts aus (4.2) bis (4.5) für W^- und W^+ Produktion am LHC [21].

Cuts	$\sigma_{NLO}(\text{EW }W^+)$	$\sigma_{LO}(t \to W^+ + b)$	S/B
inklusiv	9,45	13,6	1/1,4
+ basis Jet Cuts (4.2)	4,95	10,7	1/2,2
+ basis Lepton Cuts (4.3)	$3,\!50$	7,52	1/2,1
+ (4.4)	2,38	4,42	1/1,9
+ (4.5)	1,12	0,89	1,3/1
Cuts	$\sigma_{NLO}(EW W^-)$	$\sigma_{LO}(\bar{t} \to W^- + \bar{b})$	S/B
inklusiv	7,30	7,88	1/1,1
+ basis Jet Cuts (4.2)	3,42	6,25	1/1,8
+ basis Lepton Cuts (4.3)	2,54	4,64	1/1,8
+ (4.4)	1,69	2,85	1/1,7
+ (4.5)	0,73	0,55	1,3/1

Tabelle 4.3: Wirkungsquerschnitte der "single top"-Produktion und "single W"-Produktion in pb für W^+ -Produktion (oben) und W^- -Produktion (unten) mit schrittweiser Anwendung der Cuts. Wie in [21] wurde die Faktorisierungsskala auf M_W gesetzt. Die numerischen Fehler liegen unter 1% und werden deshalb nicht mit angegeben.

4.5 Verbesserte Cuts

Das relativ schlechte Verhältnis von Signal zu Untergrund kann durch härtere Cuts signifikant verbessert werden. Das Zerfallslepton muss nun einen größeren Abstand im LEGO-Plot von den Jets haben:

$$p_{T\ell} \ge 20 \text{ GeV}, \qquad |\eta_{\ell}| \le 2.5, \qquad \Delta R_{j\ell} \ge 0.8$$
 (4.6)

Desweiteren wird ein größerer Abstand des Leptons in der Rapidität von den Jets verlangt. Die Jets müssen entgegengesetzte Detektorhemisphären besetzen:

$$y_{j,min} + 0.7 < \eta_{\ell} < y_{j,max} - 0.7, \qquad y_{j_1} \cdot y_{j_2} < 0$$

$$(4.7)$$

Die Rapiditätsdifferenz muss nun größer sein:

$$\Delta y_{jj} = |y_{j_1} - y_{j_2}| > 4,4 \quad . \tag{4.8}$$

Zusätzlich wird ein Cut auf die invariante Masse der zwei Jets gesetzt.

$$m_{jj} > 800 \text{ GeV}$$
 (4.9)


Abbildung 4.8: Differentieller Wirkungsquerschnitt der "single top"-Produktion und der "single W"-Produktion in Abhängigkeit des kleinsten Abstandes im Lego Plot von einem Jet zu dem geladenen Lepton inklusive der Cuts aus (4.2). Die Position des Cuts wurde mit eingezeichnet.



Abbildung 4.9: Differentieller Wirkungsquerschnitt der "single top"-Produktion und der "single W"-Produktion in Abhängigkeit des Lepton-Transversalimpulses inklusive der Cuts aus (4.2). Die Position des Cuts wurde mit eingezeichnet.



Abbildung 4.10: Differentieller Wirkungsquerschnitt der "single top"-Produktion und der "single W"-Produktion in Abhängigkeit der Rapiditätsdifferenz der zwei Jets inklusive der Cuts aus (4.2) + (4.6-4.7). Die Position des Cuts wurde mit eingezeichnet.



Abbildung 4.11: Differentieller Wirkungsquerschnitt der "single top"-Produktion und der "single W"-Produktion in Abhängigkeit der invarianten Masse der zwei Jets inklusive der Cuts aus (4.2) + (4.6-4.8). Die Position des Cuts wurde mit eingezeichnet.



Abbildung 4.12: Differentieller Wirkungsquerschnitt der "single top"-Produktion und der "single W"-Produktion in Abhängigkeit der minimalen invarianten Masse eines Jets und des geladenen Leptons inklusive der Cuts aus (4.2) + (4.6-4.9). Die Position eines möglichen Cuts wurde mit eingezeichnet.

Die "single top"-Produktion zeichnet sich dadurch aus, dass das geladene Lepton ebenso wie einer der Jets, aus dem Zerfall des Top-Quarks stammen. Die invariante Masse dieses Jets, des geladenen Leptons und des Neutrinos entspricht also genau der Masse des Top-Quarks. Das Neutrino bleibt zwar unbeobachtbar, allerdings kann mit

$$m_{j\ell,min} = min \{ m_{j_1\ell}, m_{j_2\ell} \}$$
 (4.10)

eine Observable gefunden werden, welche sich immer noch durch die obere Schranke $m_{j\ell,min} < m_t$ auszeichnet. In ABBILDUNG 4.12 sind die entsprechenden Verteilungen dargestellt.

Mit einem Cut auf diese Größe lässt sich der Untergrund durch die "single top"-Produktion beliebig reduzieren. Beispielsweise wird mit der Bedingung,

$$m_{j\ell,min} > 160 \text{ GeV},$$

die "single top"-Produktion fast vollständig eliminiert. Das Signal wird dabei um 41 % reduziert, so dass der Wirkungsquerschnitt des W^+ -Signals bei 0,36 pb liegt.

Mit dem Programm VBFNLO aus [21] wird die "single W"-Produktion simuliert, damit der Einfluss der neuen Cuts auf den Wirkungsquerschnitt des Signals berechnet werden kann. Diese Ergebnisse sind in TABELLE 4.4 dargestellt.

Cuts	$\sigma_{NLO}(\text{EW }W^+)$	$\sigma_{LO}(t \to W^+ + b)$	S/B
basis Jet Cuts (4.2)	4,95	10,7	1/2,2
+ Lepton Cuts (4.6)	3,29	7,23	1/2,2
+ (4.7)	1,48	2,22	1/1,5
+ (4.8)	0,83	$0,\!48$	1,7/1
+ (4.9)	0,61	$0,\!15$	4,1/1
Cuts	$\sigma_{NLO}(EW W^-)$	$\sigma_{LO}(\bar{t} \to W^- + \bar{b})$	S/B
basis Jet Cuts (4.2)	3,42	6,25	1/1,8
+ Lepton Cuts (4.6)	$2,\!39$	$4,\!47$	1/1,9
+ (4.7)	1,01	1,44	1/1,4
+ (4.8)	$0,\!52$	$0,\!29$	1,8/1
+ (4.9)	$0,\!35$	0,08	4,4/1

Tabelle 4.4: Wirkungsquerschnitte der "single top"-Produktion und "single W"-Produktion in pb für W^+ -Produktion (oben) und W^- -Produktion (unten) mit den härteren Cuts. In der vierten Spalte ist das Verhältnis von Signal zu Untergrund angegeben. Alle Skalen sind auf M_W gesetzt. Elektroschwache Parameter und Partonverteilungen sind identisch gewählt. Die numerischen Fehler liegen unter 1% und werden deshalb nicht mit angegeben.

4.6 Diskussion

Es wurden die Beiträge des Top-Quarks zur "single W"-Produktion innerhalb typischer Cuts berechnet. Ohne den integrierten Top-Zerfall konnten die Ergebnisse mit [13] verglichen und verifiziert werden. Auch das errechnete Verzweigungsverhältnis stimmt mit den Literaturwerten überein. Unter Anwendung der Cuts aus [21] beträgt der Wirkungsquerschnitt der "single top"-Produktion (LO) ca. 80 % des NLO Wirkungsquerschnitts der elektroschwachen W-Produktion. Durch härtere Cuts kann der Beitrag der "single top"-Produktion signifikant gegenüber der W-Produktion reduziert werden.

Kapitel 5

tWj-Produktion als Hintergrund zur Higgs-Produktion

5.1 Einführung

Wie in KAPITEL 3 bereits beschrieben, ist das Ziel dieser Diplomarbeit die Berechnung der Untergründe mit resonanter Top-Quark Produktion. Das Signal ist die Higgs-Produktion in WBF und Zerfall in W- oder τ -Paare. Die erwartete Signatur dazu sieht folgendermaßen aus:

$$pp \rightarrow jj e^{\pm} \mu^{\mp} \not \! p_T$$

Diese Signatur wird mit der "single top"-Produktion erreicht, wenn noch ein zusätzliches Lepton-Paar erzeugt wird. Um sich wieder ausschließlich auf die Beiträge mit resonanter Top-Quark Produktion beschränken zu können, wird das Top-Quark On-Shell generiert, so dass die Prozesse

$$\begin{array}{rcccc} q+b & \rightarrow & q+t+e^-+\bar{\nu}_e \\ q+\bar{b} & \rightarrow & q+\bar{t}+e^++\nu_e \\ \bar{q}+b & \rightarrow & \bar{q}+t+e^-+\bar{\nu}_e \\ \bar{q}+\bar{b} & \rightarrow & \bar{q}+\bar{t}+e^++\nu_e \end{array}$$

für *MadGraph* (siehe ANHANG D.3) vorgegeben werden. Wie man den Zerfall des Top-Quarks berücksichtigt, wird im nächsten Abschnitt beschrieben. Zum erstgenannten Prozess gehören die Feynman-Graphen aus ABBILDUNG 5.2.

5.2 Durchführung

Der Zerfall des Top-Quarks muss nun mit den entsprechenden HELAS-Routinen programmiert werden. In ABBILDUNG 5.1 ist diese Aufgabe in Form von Feynmangraphen dargestellt. Der Kreis symbolisiert den jeweiligen Rest der Feynmangraphen. Im folgenden wird diese Ersetzung im Detail beschrieben:

Der Spinor des auslaufenden Top-Quarks wird ersetzt durch den Spinor, der sich als Rückgabewert der HELAS-Routine FVOXXX ergibt.



Abbildung 5.1: Veranschaulichung der HELAS-Programmierung zum Top-Quark Zerfall.

Dieser wird berechnet aus dem Spinor des auslaufenden b-Quarks (\bar{u}_b) , dem Vektor-Strom V^{μ} , der FFV-Kopplung sowie der Masse und Breite des Off-Shell Fermions (hier das Top-Quark):

$$\bar{u}_t(p_t, \lambda_t) \to \bar{u}_b(p_b, \lambda_b) \ V^{\mu} \gamma_{\mu} \left(\frac{ig}{\sqrt{2}} \ \frac{1-\gamma^5}{2}\right) \ \frac{i(\not\!\!p_t + m_t)}{p_t^2 - m_t^2 + im_t \Gamma_t}$$

Den Vektor V^{μ} erhält man als Rückgabewert der Routine JIOXXX, die aus den Spinoren der beiden Leptonen $(\bar{u}_{\nu_{\mu}}, u_{\mu})$, sowie der FFV-Kopplung und den Informationen über Masse und Breite des W-Bosons den Vektor-Strom berechnet:

$$V^{\mu} = \frac{i}{p_{W}^{2} - m_{W}^{2} + im_{W}\Gamma_{W}} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{p_{W}^{\mu}p_{W}^{\nu}}{m_{W}^{2}}\right) \\ \times \bar{u}_{\nu\mu}(p_{\nu\mu}, \lambda_{\nu\mu})\gamma_{\nu}\left(\frac{ig}{\sqrt{2}} \frac{1 - \gamma^{5}}{2}\right)u_{\mu}(p_{\mu}, \lambda_{\mu})$$

Die Impulse p_i und Helizitäten λ_i der beteiligten Teilchen werden durch ihren tiefgestellten Index den jeweiligen Teilchen eindeutig zugeordnet. Mit m_i werden die Ruhemassen und mit Γ_i die entsprechenden Zerfallsbreiten bezeichnet. Durch die Verwendung der Helizitätsamplituden wird die volle Spin-Korrelation des Top-Zerfalls mitberücksichtigt.

Hiermit wurde allerdings nur ein Teil der Feynmangraphen die zur Signatur $q + b \rightarrow q + b + e^- + \bar{\nu}_e + \mu^+ + \nu_{\mu}$ beitragen, berechnet. Um die Eichinvarianz nicht zu verletzen, wird der Top-Quark Impuls so generiert, dass das Top-Quark immer exakt auf der Massenschale liegt. Die Integration über alle möglichen invarianten Massen des Top-Quarks bleibt dabei allerdings unberücksichtigt, so dass wie schon im vorhergehenden Abschnitt die Integration über die invariante Masse analytisch durchgeführt wird (siehe ANHANG D.2.5).

Die elektroschwachen Parameter und die Parton-Strukturfunktionen werden wie in ANHANG A gewählt. Die endliche Detektorauflösung wird, wie in ANHANG B beschrieben, berücksichtigt.



Abbildung 5.2: Alle Prozesse die zur Signatur $u + b \rightarrow u + t + e^- + \bar{\nu}_e$ beitragen. Der Übersichtlichkeit halber wurde der leptonische Zerfall des W-Bosons nicht mit eingezeichnet. Mit dem anschließenden Zerfall des Top-Quarks stellen diese Prozesse die Beiträge der "single top"-Produktion zur Higgs-Produktion in WBF und Zerfall in W- oder τ -Paare dar.

Der Phasenraum der Prozesse mit Top-Zerfall,

$$\begin{array}{cccc} q+b & \to & q+t+e^-+\bar{\nu}_e \\ & & & & \downarrow \\ & & & & \downarrow \\ & & & & \nu_\mu+\mu^++b \end{array}$$

wird wieder aus " $2 \rightarrow 2$ " und " $1 \rightarrow 2$ " Phasenräumen aufgebaut. Damit lässt sich das Phasenraumvolumenelement folgendermaßen ausdrücken:

$$d\Phi_{6}(x_{1}p_{i1} + x_{2}p_{i2}; p_{1} \dots p_{6}) = d\Phi_{2}(x_{1}p_{i1} + x_{2}p_{i2}; p_{1}, p_{X}) \\ \times \frac{dp_{X}^{2}}{2\pi} d\Phi_{2}(p_{X}; p_{W_{1}}, p_{t}) \frac{dp_{W_{1}}^{2}}{2\pi} d\Phi_{2}(p_{W_{1}}; p_{2}, p_{3}) \\ \times \frac{dp_{t}^{2}}{2\pi} d\Phi_{2}(p_{t}; p_{W_{2}}, p_{6}) \frac{dp_{W_{2}}^{2}}{2\pi} d\Phi_{2}(p_{W_{2}}; p_{4}, p_{5})$$

$$(5.1)$$

Um trotz des zusätzlichen W-Bosons, das nun abgestrahlt wird, bei einem " $2\rightarrow 2$ " Prozess bleiben zu können, wird zunächst ein imaginäres Teilchen erzeugt (X), welches in das Top-Quark und ein W-Boson zerfällt. Das On-Shell Top-Quark zerfällt danach in ein W-Boson und ein *b*-Quark.

Die invarianten Massen der W-Bosonen folgen einer Breit-Wigner Verteilung mit der bekannten Masse und Breite. Das X-Teilchen wird mit einer Masse von 450 GeV und einer Breite von 100 GeV erzeugt, so dass dessen invariante Masse ausreicht um die Zerfallsprodukte generieren zu können (siehe ANHANG E.3). Die Integration über dp_t^2 , die durch das Phasenraumvolumenelement vorgegeben ist, wird analytisch durchgeführt (siehe ANHANG D.2.5).



Abbildung 5.3: Darstellung der Phasenraumzerlegung wie sie in 5.1 verwendet wird.

Prozesse mit zwei einlaufenden b-Quarks werden nicht berücksichtigt. Deren Beitrag wird stark durch die Parton-Verteilungen unterdrückt. Außerdem würden sie unter

anderem zu Endzuständen mit zwei Top-Quarks führen.

Damit muss über die folgende Subprozesse, wie in (2.20) beschrieben, summiert und über den Phasenraum integriert werden:

u + b	\rightarrow	$u + t + e^- + \nu_e$	d+b	\rightarrow	$d + t + e^- + \nu_e$
b+u	\rightarrow	$u + t + e^- + \nu_e$	b+d	\rightarrow	$d + t + e^- + \nu_e$
c+b	\rightarrow	$c + t + e^- + \nu_e$	s+b	\rightarrow	$s + t + e^- + \nu_e$
b+c	\rightarrow	$c + t + e^- + \nu_e$	b+s	\rightarrow	$s + t + e^- + \nu_e$
$u + \overline{b}$	\rightarrow	$u + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$	$d + \overline{b}$	\rightarrow	$d + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$
$\bar{b} + u$	\rightarrow	$u + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$	$\bar{b} + d$	\rightarrow	$d + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$
$c+\bar{b}$	\rightarrow	$c + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$	$s+\bar{b}$	\rightarrow	$s + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$
$\bar{b} + c$	\rightarrow	$c + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$	$\bar{b}+s$	\rightarrow	$s + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e$
$\bar{u} + b$	\rightarrow	$\bar{u} + t + e^- + \nu_e$	$\bar{d} + b$	\rightarrow	$\bar{d} + t + e^- + \nu_e$
$ar{u} + b$ $b + ar{u}$	\rightarrow \rightarrow	$\bar{u} + t + e^- + \nu_e$ $\bar{u} + t + e^- + \nu_e$	$\overline{d} + b$ $b + \overline{d}$	\rightarrow \rightarrow	$ \bar{d} + t + e^- + \nu_e $ $ \bar{d} + t + e^- + \nu_e $
$\begin{aligned} \bar{u} + b \\ b + \bar{u} \\ \bar{c} + b \end{aligned}$	\rightarrow \rightarrow \rightarrow	$\bar{u} + t + e^- + \nu_e$ $\bar{u} + t + e^- + \nu_e$ $\bar{c} + t + e^- + \nu_e$	$\begin{aligned} & \bar{d} + b \\ & b + \bar{d} \\ & \bar{s} + b \end{aligned}$	\rightarrow \rightarrow \rightarrow	$\begin{aligned} \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \end{aligned}$
$\begin{aligned} \bar{u} + b \\ b + \bar{u} \\ \bar{c} + b \\ b + \bar{c} \end{aligned}$	\rightarrow \rightarrow \rightarrow	$\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$	$\begin{aligned} \bar{d} + b \\ b + \bar{d} \\ \bar{s} + b \\ b + \bar{s} \end{aligned}$	\rightarrow \rightarrow \rightarrow	$\begin{aligned} \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \end{aligned}$
$\begin{aligned} \bar{u} + b \\ b + \bar{u} \\ \bar{c} + b \\ b + \bar{c} \end{aligned}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$	$\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$	$\begin{aligned} \bar{d} + b \\ b + \bar{d} \\ \bar{s} + b \\ b + \bar{s} \end{aligned}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$	$\begin{aligned} \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \end{aligned}$
$\begin{aligned} \bar{u} + b \\ b + \bar{u} \\ \bar{c} + b \\ b + \bar{c} \end{aligned}$ $\bar{u} + \bar{b}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$	$\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + \bar{t} + e^{+} + \bar{\nu}_{e}$	$\begin{aligned} \bar{d} + b \\ b + \bar{d} \\ \bar{s} + b \\ b + \bar{s} \end{aligned}$ $\bar{d} + \bar{b}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$	$\begin{aligned} \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e \end{aligned}$
$\begin{aligned} \bar{u} + b \\ b + \bar{u} \\ \bar{c} + b \\ b + \bar{c} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \bar{u} + \bar{b} \\ \bar{b} + \bar{u} \end{aligned}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$	$\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + \bar{t} + e^{+} + \bar{\nu}_{e}$ $\bar{u} + \bar{t} + e^{+} + \bar{\nu}_{e}$	$\begin{aligned} \bar{d} + b \\ b + \bar{d} \\ \bar{s} + b \\ b + \bar{s} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \bar{d} + \bar{b} \\ \bar{b} + \bar{d} \end{aligned}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$	$\begin{split} \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e \\ \bar{d} + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e \end{split}$
$\begin{array}{l} \bar{u}+b\\ b+\bar{u}\\ \bar{c}+b\\ b+\bar{c}\\ \bar{u}+\bar{b}\\ \bar{b}+\bar{u}\\ \bar{c}+\bar{b}\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow $	$\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{c} + t + e^{-} + \nu_{e}$ $\bar{u} + \bar{t} + e^{+} + \bar{\nu}_{e}$ $\bar{u} + \bar{t} + e^{+} + \bar{\nu}_{e}$ $\bar{c} + \bar{t} + e^{+} + \bar{\nu}_{e}$	$\begin{aligned} \bar{d} + b \\ b + \bar{d} \\ \bar{s} + b \\ b + \bar{s} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \bar{d} + \bar{b} \\ \bar{b} + \bar{d} \\ \bar{s} + \bar{b} \end{aligned}$	$\begin{array}{c} \rightarrow \\ \rightarrow $	$\begin{aligned} \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{s} + t + e^- + \nu_e \\ \bar{d} + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e \\ \bar{d} + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e \\ \bar{s} + \bar{t} + e^+ + \bar{\nu}_e \end{aligned}$

5.3 Ergebnisse für $H \rightarrow W^+ W^-$

Es werden nun die Ergebnisse der Monte Carlo-Simulation vorgestellt. In diesem Abschnitt wird die tWj-Produktion als Hintergrund zum Higgs-Zerfall in zwei W-Bosonen betrachtet. Dies geschieht sowohl im unteren Higgsmassen-Bereich bis 150 GeV als auch im oberen bis 200 GeV. In [2] bzw. [3] wurden die relevanten Untergründe bis auf die eines einzelnen Top-Quarks bereits berechnet, so dass im folgenden die gleichen Cuts verwendet werden.

Neben den absoluten Wirkungsquerschnitten nach Anwendung der einzelnen Cuts werden auch differentielle Wirkungsquerschnitte interessanter kinematischer Variablen in Form von Histogrammen gezeigt. Dabei wurde auch der Signalprozess mit den bestehenden Programmen (VBFNLO) simuliert, so dass die differentiellen Wirkungsquerschnitte direkt verglichen werden können. Als Higgsmasse wurde, wie in [2] auch, $m_H = 115$ GeV verwendet.

5.3.1 $m_H \lesssim 150 \text{ GeV}$

Eine Gruppe von grundlegenden Cuts wird angewendet, um die Beobachtung der Jets und Leptonen sicher zu stellen. Zum einen müssen zwei harte Jets im Endzustand rekonstruiert werden, für welche die Bedingungen

$$p_{Tj} \ge 20 \text{ GeV}, \qquad |\eta_j| \le 4.5, \qquad \Delta R_{jj} \ge 0.6$$
 (5.2)

gelten. Zum anderen müssen die zwei Zerfallsleptonen die Bedingungen

$$p_{T\ell_1} \geq 20 \text{ GeV}, \ p_{T\ell_2} \geq 10 \text{ GeV}, \qquad |\eta_\ell| \leq 2.5, \qquad \Delta R_{j\ell} \geq 1.7$$
 (5.3)

erfüllen. Die zwei Zerfallsleptonen müssen außerdem mit einem Abstand von 0,6 Rapiditäts-Einheiten zwischen den Jets liegen. Damit werden QCD Zjj und WWjjHintergründe reduziert, bei denen typischerweise die Rapiditäten der W bzw. Z-Bosonen größer sind als beim Higgs-Signal. Charakteristisch für das Signal ist, dass die beiden Jets entgegengesetzte Detektorhemisphären besetzen.

$$\eta_{j,min} + 0.6 < \eta_{\ell_{1,2}} < \eta_{j,max} - 0.6$$
, $\eta_{j_1} \cdot \eta_{j_2} < 0$. (5.4)

Desweiteren wird eine große invariante Masse der zwei Jets, sowie eine große Differenz ihrer Rapiditäten verlangt, um den Charakteristika der WBF Rechnung zu tragen.

$$m_{jj} > 600 \text{ GeV}, \qquad \Delta \eta_{jj} = |\eta_{j_1} - \eta_{j_2}| > 4.2$$
 . (5.5)



Abbildung 5.4: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals in Abhängigkeit des kleinsten Abstandes im Lego Plot von einem Jet zu einem Lepton inklusive der Cuts (5.2) und (5.3). Die Position des Cuts wurde mit eingezeichnet.



Abbildung 5.5: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals in Abhängigkeit der Rapiditätsdifferenz und der invarianten Masse der zwei Jets, inklusive der Cuts (5.2 - 5.4). Die Positionen der Cuts wurden mit eingezeichnet.

Die zwei geladenen Leptonen stammen im Signalprozess aus dem Zerfall des Higgs-Bosons. Die W-Bosonen, welche dann in die Leptonen zerfallen, werden im Higgs-System beinahe in Ruhe erzeugt. Das hat zur Folge, dass die Lepton-Neutrino Paare "back-to-back" mit gleicher Energie erzeugt werden und so die Beziehung $m_{\ell\ell} \approx m_{\nu\bar{\nu}}$ gilt. In diesem Fall können beide nicht die Grenze der halben Higgsmasse überschreiten. Die V-A Struktur der schwachen Wechselwirkung führt zu einem kleinen Winkel zwischen den beiden geladenen Leptonen. Da der Zerfall in W-Paare in [2] den unteren Massenbereich der Higgs-Suche abdecken sollte ($m_H \leq 130$ GeV) wurden folgende Cuts verwendet:

$$m_{\ell\ell} < 60 \text{ GeV}, \qquad \phi_{\ell\ell} < 140^{\circ} \quad .$$
 (5.6)



Abbildung 5.6: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals in Abhängigkeit der invarianten Masse und der Azimuthalwinkeldifferenz der zwei geladenden Leptonen, inklusive der Cuts (5.2 - 5.5).



Abbildung 5.7: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals in Abhängigkeit der rekonstruierten invarianten τ -Paar Masse, inklusive der Cuts (5.2 - 5.6) Zur Rekonstruktion der τ -Paar Masse wurden nur Ereignisse verwendet, welche $x_{\tau_1}, x_{\tau_2} > 0$ erfüllen. Die Position des Cuts wurde mit eingezeichnet ($m_{\tau\tau} < m_Z - 25$ GeV).

Für den Signalprozess stellt die Produktion von τ -Paaren einen signifikanten Untergrund dar, weshalb eine weitere Stufe von Cuts nötig ist, um diesen zu reduzieren. Über den leptonischen Zerfall des τ -Paares lässt sich aus den Impulsen der Zerfallsleptonen und dem fehlenden Transversalimpuls die invariante Masse $m_{\tau\tau}$ des τ -Paares rekonstruieren [1, Appendix D]. Dabei werden die Verhältnisse der Zerfallslepton-Energie zur τ -Energie in kollinearer Approximation berechnet $[p^{\mu}(\ell) = x_{\tau} p^{\mu}(\tau)]$ und mit x_{τ_1} bzw. x_{τ_2} bezeichnet. Aus diesen Verhältnissen lässt sich die invariante Masse des τ -Paares $m_{\tau\tau} = m_{\ell\ell}/\sqrt{x_{\tau_1}x_{\tau_2}}$ bestimmen. Die Produktion des τ -Paares aus einem Z^0 -Zerfall legt nahe, alle Ereignisse zu verwerfen, die

$$x_{\tau_1} > 0, \qquad x_{\tau_2} > 0, \qquad \text{und} \qquad m_{\tau\tau} > m_Z - 25 \text{ GeV}$$
 (5.7)

erfüllen.

Um speziell für die Higgsproduktion eine Möglichkeit der Identifikation zu haben, ist es vorteilhaft, die Higss-Masse rekonstruieren zu können. Aufgrund der fehlenden Informationen entlang der Strahlachse müssen Observablen in der transversalen Ebene verwendet werden. Die Definition einer transversalen Masse des $\ell \ell \not{p}_T$ -Systems, mit Hilfe der Beziehung $m_{\ell\ell} = m_{\nu\bar{\nu}}$ an der Energieschwelle, macht eine Rekonstruktion des Higgspeaks möglich:

$$M_T(WW) = \sqrt{(\not\!\!E_T + E_{T,\ell\ell})^2 - (\not\!\!p_{T,\ell\ell} + \not\!\!p_T)^2}$$



Abbildung 5.8: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals (links) in Abhängigkeit der transversalen Masse $M_T(WW)$, inklusive der Cuts (5.2 - 5.7). Die Positionen der Cuts wurden mit eingezeichnet. Rechts sind Signal- und Untergrund-Prozesse aus [2] abgebildet.

Für die transversalen Energien gilt:

$$E_{T,\ell\ell} = \sqrt{\vec{p}_{T,\ell\ell}^2 + m_{\ell\ell}^2}$$
 und $E_T = \sqrt{\vec{p}_T^2 + m_{\ell\ell}^2}$

 $\vec{p}_{T,\ell\ell}$ ist der Transversalimpuls der beiden geladenen Leptonen. \vec{p}_T der fehlende Transversalimpuls des Ereignisses.

Es werden nun alle Ereignisse verworfen, die nicht im Bereich

$$50 \text{ GeV} < M_T(WW) < m_H + 20 \text{ GeV}$$
 (5.8)

liegen.

In [2] wird noch ein weiterer Cut angewendet, welcher vor allem die bbjj und $\tau\tau jj$ Untergründe weiter reduziert. Dort wird die Korrelation zwischen Lepton Azimuthalwinkeln und rekonstruiertem, transversalem Higgs Impuls $p_{T,H} = |\vec{p}_{\ell_1} + \vec{p}_{\ell_2} + \vec{p}_T|$ ausgenutzt. Als sinnvoll hat sich herausgestellt, nur Ereignisse zu akzeptieren, die

$$\Delta \phi(\ell \ell, \not\!\!\!p_T) + 1.5 \ p_{T,H} > 180 \quad \text{und} \quad 12\Delta \phi(\ell \ell, \not\!\!\!p_T) + p_{T,H} > 360 \quad (5.9)$$



Abbildung 5.9: Verteilung von ungewichteten Ereignissen des Higgs-Signals und mehrer Untergründe in der $\Delta \phi - p_{T,H}$ Ebene [2]



Abbildung 5.10: Verteilung von ungewichteten Ereignissen der tWj-Produktion in der $\Delta \phi - p_{T,H}$ Ebene. Die Cuts (5.2 - 5.8) wurden angewendet. Die Größe der Rechtecke ist proportional zur Anzahl der Punkte im entsprechenden Bin.



Abbildung 5.11: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals (links) in Abhängigkeit des fehlenden Transversalimpulses $\not{p}_T = |\vec{p}_T|$, inklusive der Cuts (5.2 - 5.9). Es sind nur Ereignisse histogrammiert, bei denen die Bedingung $p_{T,H} > 50$ GeV erfüllt ist. Die Positionen der Cuts wurden mit eingezeichnet. Rechts sind die entsprechenden Verteilungen für das Signal und verschiedene Untergrund-Prozesse aus [2] abgebildet.

Schließlich kann, wie in [2] gezeigt, der verbliebene bbjj Hintergrund dadurch eliminiert werden, dass an den fehlenden Transversalimpuls die Bedingung

$$\not p_T > 20 \text{ GeV} \quad \text{falls } p_{T,H} > 50 \text{ GeV}$$
 (5.10)

gestellt wird.

In TABELLE 5.1 sind die absoluten Wirkungsquerschnitte unter Anwendung der einzelnen Stufen von Cuts angegeben. Zum Vergleich sind in TABELLE 5.2 die Wirkungsquerschnitte des Signals und bekannter Untergründe aus [2] aufgeführt.

In der letzen Spalte wird dort auch noch der Einfluss eines zentralen Jet-Vetos (siehe ABSCHNITT 3.2) berücksichtigt. Da dieser Effekt nicht explizit im Monte Carlo-Programm simuliert wird, werden die Abschätzungen aus [1, 2] verwendet. Für das Higgs-Signal liegt die Wahrscheinlichkeit von dem Jet-Veto nicht eliminiert zu werden bei $P_{surv} = 0.89$, für QCD Hintergründe bei $P_{surv} = 0.29$ und für elektroschwache Hintergründe (wie die tWj-Produktion) bei $P_{surv} = 0.75$.

Cuts	$\sigma_{LO}(pp \to tWj)$ [fb]
$p_{T_j} > 20 \text{ GeV}$	26,3
basis Cuts $(5.2 + 5.3)$	7,0
+ (5.4) η_{ℓ} in gap	2,4
$+ (5.5) m_{jj}, \Delta \eta_{jj}$	1,06
$+ (5.6) m_{\ell\ell}, \phi_{\ell\ell}$	0,28
$+$ (5.7) $m_{\tau\tau}$	0,26
$+ (5.8) M_T(WW)$	$0,\!125$
$+ (5.9) \Delta \phi - p_{T,H}$	0,104
$+ (5.10) \not \! p_T$	0,101

Tabelle 5.1: Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion in fb unter Anwendung der typischen Cuts des Kanals $qq \rightarrow qqH \rightarrow qqW^*W^* \rightarrow qqe^{\pm}\mu^{\mp}\nu\bar{\nu}$ ($m_H = 115$ GeV). Die numerischen Fehler liegen unter 1% und werden deshalb nicht mit angegeben.

Kanal	Cuts (5.2) - (5.10)	$\times P_{surv}$
$m_H = 115 \text{ GeV}$	0,920	0,830
$t\bar{t}$	0,040	0,012
$t\bar{t}j$	1,330	$0,\!390$
$t\bar{t}jj$	0,270	0,078
$bar{b}jj$	0,013	0,004
$QCD \ WW jj$	0,230	0,066
EW WW jj	0,170	$0,\!125$
QCD $\tau \tau j j$	0,100	0,032
EW $\tau \tau j j$	0,024	0,018
EW tWj	0,101	0,076

Tabelle 5.2: Signal- und Hintergrund-Wirkungsquerschnitte in fb aus [2]. Die Ergebnisse der tWj-Produktion sind in der letzten Zeile aufgeführt.

Bisher wurden nur Ereignisse mitgezählt, bei denen die geladenen Leptonen unterschiedlichen Familien entspringen. Der Untergrund durch Zerfall von Z^0 -Bosonen konnte so eliminiert werden. Allerdings verliert man dadurch sehr viele Signal-Ereignisse. Deshalb werden nun auch Leptonen gleichen Flavours zugelassen. Auf diese Ereignisse müssen zusätzliche Cuts angewendet werden. Neben dem Zerfall $Z^0 \rightarrow \ell \ell$ muss auch der Zerfall $\gamma^* \rightarrow \ell \ell$ beachtet werden. Aufgrund des bestehenden Cuts $m_{\ell\ell} < 60$ GeV stellt der Z^0 -Zerfall kein Problem dar. Ein Cut auf die minimale Lepton-Paar Masse reduziert den γ^* Hintergrund. Ein weiterer Untergrund im $\ell \ell j j$ -Kanal ist fehlender Transversalimpuls der durch Detektor-Effekte produziert wird. Durch die Cuts

$$m_{\ell\ell} > 10 \text{ GeV} , \qquad \not p_T > 30 \text{ GeV}$$
 (5.11)

werden diese beiden zusätzlichen Untergründe reduziert.

In TABELLE 5.3 werden Signal- und Untergrund-Wirkungsquerschnitte für Higgsmassen zwischen 110 und 140 GeV gezeigt. Außerdem werden die benötigte integrierte Luminosität für ein 5σ Signal, sowie der statistische Fehler (accuracy) angegeben.

$m_H[\text{ GeV}]$	$H \to WW \to e^{\pm} \mu^{\mp} \not\!$			$H \to W$	$H \to WW \to \ell^+ \ell^- \not\!$			acc.
	S	В	\mathbf{B}_{tWj}	S	В	\mathbf{B}_{tWj}	$[fb^{-1}]$	
110	0,30	$0,\!47$	0,04	0,21	0,43	0,04	104	16,5%
115	$0,\!55$	$0,\!54$	$0,\!05$	0,39	0,49	0,04	39	$10,\!6\%$
120	$0,\!93$	0,60	0,06	0,69	$0,\!55$	$0,\!05$	16	$7{,}3~\%$
125	1,42	0,66	$0,\!07$	1,08	0,60	$0,\!05$	8,2	$5,5 \ \%$
130	2,10	0,73	$0,\!07$	1,60	$0,\!67$	0,06	4,6	$4{,}3~\%$
140	3,41	0,86	0,08	2,72	0,79	$0,\!07$	$2,\!3$	3,2~%

Tabelle 5.3: Erwarteter Wirkungsquerschnitt in fb multipliziert mit einem Identifikations-Effizienz Faktor (ID effic. = 0.67). In der zweiten Spalte sind die Resultate für das Signal und die Summe aller Hintergründe sowie der tWj-Produktion im $e^{\pm}\mu^{\mp}\not{p}_{T}$ - Fall angegeben. Dabei gelten die Cuts (5.2 - 5.10). In der dritten Spalte die analogen Ergebnisse im $\ell^{+}\ell^{-}$ - Fall mit den Cuts (5.2 - 5.11). Die vierte Spalte listet die minimalen integrierten Luminositäten auf, die für ein 5 σ Signal benötigt werden. In der letzten Spalte schließlich wird der erwartete statistische Fehler ($\frac{\sqrt{S+B}}{S}$) bei der Bestimmung von $B\sigma(qq \rightarrow qqH, H \rightarrow WW)$ angegeben. Dabei werden 200 fb^{-1} Daten zugrunde gelegt. Die Tabelle entspricht "Tabelle II" aus [2] mit aktualisiertem Gesamthintergrund durch die tWj-Produktion.

5.3.2 $m_H \lesssim 200 \text{ GeV}$

Für den Bereich großer Higgsmassen werden ähnliche Cuts wie zuvor verwendet. Sie werden im folgenden aufgelistet und die Ergebnisse aus [3] mit den damit errechneten Wirkungsquerschnitten aktualisiert. Dazu werden in TABELLE 5.4 die Signal- und Untergrund Ereignisraten für Higgsmassen zwischen 115 und 200 GeV verglichen. Für den Bereich $m_H \leq 140$ GeV steht mit [2] allerdings eine neuere Analyse zur Verfügung, die im vorigen Abschnitt diskutiert wurde.

Zur Beobachtung der Jets werden die Cuts

$$p_{Tj} \geq 20 \text{ GeV}, \quad |\eta_j| \leq 5,0, \quad \Delta R_{jj} \geq 0,7$$

gefordert. Die Leptonen können durch

$$p_{T\ell} \geq 20 \text{ GeV}, \qquad |\eta_\ell| \leq 2.5, \qquad \Delta R_{j\ell} \geq 0.7$$

beobachtet werden. Das WBF-Signal kann durch

$$\eta_{j,min} + 0.7 < \eta_{\ell_{1,2}} < \eta_{j,max} + 0.7$$
, $\eta_{j1} \cdot \eta_{j2} < 0$

und

$$\Delta \eta_{jj} = |\eta_{j1} - \eta_{j2}| \ge 4.4$$
$$m_{jj} > 650 \text{ GeV}$$

isoliert werden. Der Zerfall des Higgs-Bosons in W-Paare legt die Cuts

$$\phi_{e\mu} < 105^{\circ}, \quad \cos \theta_{e\mu} > 0.2, \quad \Delta R_{e\mu} < 2.2$$

 $m_{e\mu} < 110 \text{ GeV}, \quad p_{T_{e,\mu}} < 120 \text{ GeV}$

auf die geladenen Zerfallsleptonen nahe. Untergründe durch τ -Paar Produktion können durch ein Veto auf Ereignisse mit

$$x_{\tau_1}, x_{\tau_2} > 0, \quad m_Z - 25 \text{ GeV} < m_{\tau\tau} < m_Z + 25 \text{ GeV}$$

eliminiert werden. Eine obere Schranke für die transversale Masse,

$$M_T(WW) < M_{T_{max}} \quad ,$$

wird in TABELLE 5.4 abhängig von der betrachteten Higgsmasse gefordert.

$m_H[\text{ GeV}]$	115	120	130	140	150	160	170	180	190	200
$M_{T_{max}}[\text{ GeV}]$	135	140	150	160	170	180	210	220	-	-
S	1,9	$_{3,4}$	8,3	14,8	22,7	36,5	$35,\!9$	$29,\!3$	20,8	16,3
В	3,2	3,6	4,2	5,0	5,7	6,4	7,7	8,0	8,6	8,6
\mathbf{B}_{tWj}	0,16	$0,\!19$	0,23	0,28	$0,\!33$	$0,\!38$	$0,\!47$	$0,\!49$	$0,\!53$	$0,\!53$
S/B	0,6	$1,\!0$	2,0	$_{3,0}$	4,0	5,7	4,7	3,7	2,4	$1,\!9$
σ_{Gauss}	0,7	1,4	3,1	4,9	6,6	$_{9,4}$	8,8	7,4	5,4	4,4

Tabelle 5.4: Anzahl erwarteter Ereignisse multipliziert mit einem Identifikations-Effizienz Faktor (ID effic. = 0.74) und den Wahrscheinlichkeiten von einem zentralen Jet Veto eliminiert zu werden. Es wird eine integrierte Luminosität von $5fb^{-1}$ zugrunde gelegt. Die dritte Zeile gibt die Anzahl der Signal-Ereignisse an. In der vierten Zeile ist die Anzahl der Gesamt-Untergrund-Ereignisse angegeben und in der fünften der Anteil durch tWj-Produktion. Die sechste Zeile zeigt das Signal zu Untergrund Verhältnis. Als ein Maß der Poisson-Wahrscheinlichkeit des Untergrundes bis auf das Signalniveau zu fluktuieren, wird in der letzten Zeile σ_{Gauss} , die Zahl der Gauß-äquivalenten Standardabweichungen angegeben. Die Tabelle entspricht "Tabelle III" aus [3] mit aktualisiertem Gesamthintergrund durch die tWj-Produktion.

5.4 Ergebnisse für $H \rightarrow \tau^+ \tau^-$

Da die tWj-Produktion auch als Hintergrund für den Zerfall eines Higgs-Bosons in τ -Paare in Frage kommt, werden in diesem Abschnitt τ -spezifische Cuts aus [4] im Monte Carlo-Programm zur tWj-Produktion angewendet. Die entsprechenden Verteilungen und absoluten Wirkungsquerschnitte werden mit denen aus [4] verglichen. Dort sind die Verteilungen des Signals und der übrigen Hintergründe zu sehen.

Es müssen wieder zwei harte Jets im Endzustand rekonstruiert werden, für welche die Bedingungen

 $p_{Tj} \ge 20 \text{ GeV}, \qquad |\eta_j| \le 5,0, \qquad \Delta R_{jj} \ge 0,7$ (5.12)

gefordert werden. Außerdem müssen die zwei Zerfallsleptonen die Bedingungen

$$p_{T\ell} \ge 10 \text{ GeV}, \qquad |\eta_{\ell}| \le 2.5, \qquad \Delta R_{j\ell} \ge 0.7$$
 (5.13)

erfüllen.

Um die Hintergründe vom Zerfall schwerer Quarks zu eliminieren, wird ein Mindestabstand der zwei geladenen Leptonen im LEGO-Plot,

$$\Delta R_{\ell\ell} \geq 0,4 \quad , \tag{5.14}$$



Abbildung 5.12: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion (links) in Abhängigkeit des fehlenden Transversalimpulses $\not p_T = |\vec{p}_T|$, inklusive der Cuts (5.12 - 5.16). Rechts sind die entsprechende Verteilungen aus [4] abgebildet. Signal (rot) und verschieden Hintergründe: $t\bar{t}$ + jets (blau), $b\bar{b}$ + jets (blau gestrichelt), QCD WWjj (grün), EW WWjj (grün gestrichelt), QCD $\tau\tau jj$ (violett), EW $\tau\tau jj$ (violett gestrichelt).

zur Bedingung gemacht.

Ähnlich wie bei der Untersuchung zum $H \to WW$ Signal werden Cuts zur Reduktion von QCD Zjj und WWjj Hintergründen verwendet:

$$\eta_{j,min} + 0.7 < \eta_{\ell_{1,2}} < \eta_{j,max} - 0.7, \qquad \eta_{j_1} \cdot \eta_{j_2} < 0$$
 . (5.15)

Da der Produktionsmechanismus des Higgs-Bosons gleich geblieben ist, wird wieder eine große Differenz der Jets in der Rapidität,

$$\Delta \eta_{jj} = |\eta_{j_1} - \eta_{j_2}| > 4.4 \quad , \tag{5.16}$$

verlangt. Von diesem Set bekannter Basis Cuts aus, werden nun weitere Cuts, die spezifisch für das $H \rightarrow \tau \tau$ Signal sind, verwendet.

Zuerst wird der $b\bar{b}jj$ Hintergrund reduziert, indem an den fehlenden Transversalimpuls eines Ereignisses, motiviert durch die Verteilungen in ABBILDUNG 5.12 , die Bedingung

gestellt wird. Ähnlich wie bei der Verwendung des fehlenden Transversalimpulses lässt sich auch mit dem transversalen Higgs-Impuls $p_{T,H} = |\vec{p}_{T,\ell_1} + \vec{p}_{T,\ell_2} + \not{p}_T|$ der bbjjKanal recht gut isolieren. In [4] wird dies nicht weiter verfolgt, die entsprechenden Verteilungen sind in Abbildung 5.13 aber dennoch aufgeführt.



Abbildung 5.13: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion (links) in Abhängigkeit des transversalen Higgs-Impulses $p_{T,H}$, inklusive der Cuts (5.12 - 5.16). Rechts sind die entsprechende Verteilungen aus [4] abgebildet. Signal (rot) und verschieden Hintergründe: $t\bar{t}$ + jets (blau), $b\bar{b}$ + jets (blau gestrichelt), QCD + EW WWjj (grün), QCD $\tau\tau jj$ (violett), EW $\tau\tau jj$ (violett gestrichelt).

QCD Prozesse treten bei Hadron-Beschleunigern typischerweise bei kleineren invarianten Massen auf, als elektroschwache Prozesse. Der Grund dafür ist die größere Wahrscheinlichkeit für Gluonen bei kleinem Feynman-x, im Vergleich zu den Quark-Verteilungen. Mit einem Cut auf eine minimale invariante Masse der zwei Jets,

$$m_{jj} > 800 \text{ GeV}$$
 , (5.18)

lassen sich also die QCD Hintergründe, wie auch in ABBILDUNG 5.14 zu sehen, signifikant reduzieren.

Speziell für den hier betrachteten Kanal, $H \to \tau \tau$, lassen sich die Überlegungen aus dem vorherigen Abschnitt zur Rekonstruktion der τ -Paar Masse anwenden. Aufgrund der großen Masse des zerfallenden Higgs-Bosons und seines großen Transversalimpulses (siehe ABBILDUNG 5.13) bewegen sich die τ -Leptonen im Laborsystem relativistisch, so dass deren Zerfallsprodukte, die beobachtbaren, geladenen Leptonen, durch den notwendigen Boost nahezu die gleiche Richtung haben. Damit lassen sich wieder die bereits erklärten Impulsverhältnisse x_{τ_1} und x_{τ_2} rekonstruieren. Die Rekonstruktion ist allerdings nur möglich, wenn die τ -Leptonen nicht "back-to-back" in der transversalen Ebene emittiert werden, weshalb die Azimuthaldifferenz zwischen den beiden geladenen Leptonen durch

$$\cos\phi_{e\mu} > -0.9\tag{5.19}$$

eingeschränkt werden muss. Die daraus resultierenden x_{τ_1} und x_{τ_2} Verteilungen werden in ABBILDUNG 5.15 in Form eines Scatterplots von ungewichteten Ereignissen dargestellt.



Abbildung 5.14: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion (links) in Abhängigkeit der invarianten Masse der zwei Jets, inklusive der Cuts (5.12 - 5.16). Der \not{p}_T Cut ändert die Form der Verteilungen nicht, weshalb die Verteilungen ohne die Anwendung desselben erzeugt werden. Rechts sind die entsprechende Verteilungen aus [4] abgebildet. Signal (rot) und verschieden Hintergründe: $t\bar{t}$ + jets (blau), $b\bar{b}$ + jets (blau gestrichelt), QCD WWjj (grün), EW WWjj (grün gestrichelt), QCD $\tau\tau jj$ (violett), EW $\tau\tau jj$ (violett gestrichelt).

Um im physikalisch sinnvollen Bereich zu bleiben, sollten an die Impulsverhältnisse die Bedingungen, $0 < x_{\tau} < 1$ gestellt werden. Mit Abbildung 5.15 werden die Cuts

$$x_{\tau_1} > 0, \quad x_{\tau_2} > 0, \qquad x_{\tau_1}^2 + x_{\tau_1}^2 < 1$$
 (5.20)

motiviert.

Mit diesen Impulsverhältnissen kann nun die invariante Masse des τ Paares $m_{\tau\tau} = m_{\ell\ell}/\sqrt{x_{\tau_1}x_{\tau_2}}$ berechnet werden. In ABBILDUNG 5.16 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von $m_{\tau\tau}$ gezeigt. Wird ein Cut angewendet, der die Z⁰-Resonanz eliminiert, so werden auch die anderen Hintergründe wirkungsvoll reduziert. Da in [4] der Bereich 100 GeV $< m_H < 160$ GeV eines Standardmodell Higgs-Bosons untersucht wurde, wird als Cut

90 GeV
$$< m_{\tau\tau} < 160$$
 GeV (5.21)

gewählt. In TABELLE 5.7 allerdings werden die Wirkungsquerschnitte innerhalb eines ± 10 GeV Bereichs um die SM Higgsmasse $m_H = 120$ GeV angegeben. Das heißt, dort ist der Cut (5.21) immer aktiv und folgendermaßen verändert:

$$110 \text{ GeV} < m_{\tau\tau} < 130 \text{ GeV}$$



Abbildung 5.15: Scatter Plots der x_{τ_1} - x_{τ_2} Verteilungen mit den Cuts (5.12 - 5.19) mit ungewichteten Ereignissen. Links ist die tWj-Produktion und rechts sind die Signal ($m_H = 120 \text{ GeV}$) und Untergrund-Verteilungen aus [4] abgebildet. Die Cuts aus (5.20) sind jeweils mit eingezeichnet.



Abbildung 5.16: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion (links) in Abhängigkeit der rekonstruierten τ -Paar Masse, inklusive der Cuts (5.12 - 5.19). Rechts sind die entsprechende Verteilungen aus [4] abgebildet. WWjj und $t\bar{t}$ + jets (blau), $b\bar{b}$ + jets (blau gestrichelt), QCD + EW Zjj (violett).



Abbildung 5.17: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion (links) in Abhängigkeit des Abstandes der geladenen Leptonen im LEGO-Plot, inklusive der Cuts (5.12 - 5.21). Rechts sind die entsprechende Verteilungen aus [4] abgebildet. Signal $m_H = 100 \text{ GeV}(\text{rot}), m_H = 150 \text{ GeV}$ (rot gestrichelt) und verschieden Hintergründe: $t\bar{t}$ + jets (blau), $b\bar{b}$ + jets (blau gestrichelt), QCD + EW WWjj (grün), QCD $\tau\tau jj$ (violett), EW $\tau\tau jj$ (violett gestrichelt).

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal zwischen Signal und Untergrund ist die Winkelverteilung der geladenen Leptonen relativ zueinander. Im Signal-Prozess treten die Leptonen, wegen des großen Higgs Transversalimpulses, typischerweise mit geringerer Winkeldifferenz im Laborsystem auf als bei den Hintergründen. Eine Größe, die sowohl Azimuthalwinkeldifferenz als auch Polarwinkeldifferenz über die Abbildung auf die Pseudorapidität misst, ist der Abstand im LEGO-Plot $\Delta R_{\ell\ell}$. Eine untere Grenze wurde schon in (5.14) festgelegt. Mit dem Cut

$$\Delta R_{\ell\ell} < 2.6 \quad , \tag{5.22}$$

kann nun hauptsächlich der $t\bar{t}jj$ und $b\bar{b}jj$ Hintergrund reduziert werden.

Eine weitere interessante Verteilung ist die der invarianten Lepton-Paar Masse $m_{\ell\ell}$. In ABBILDUNG 5.18 sind die entsprechenden Verteilungen aufgeführt und dort sieht man auch, dass einige Hintergrund Prozesse eine größere invariante Lepton-Masse generieren als der Higgs-Signalprozess. Da ein Cut auf $m_{\ell\ell}$ aber sensitiv auf die Higgsmasse wäre, wird ein solcher nicht angewendet.



Abbildung 5.18: Differentieller Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion (links) in Abhängigkeit der invarianten Masse der geladenen Leptonen, inklusive der Cuts (5.12 - 5.22). Rechts sind die entsprechende Verteilungen aus [4] abgebildet. Signal $m_H = 100 \text{ GeV}(\text{rot})$, $m_H = 150 \text{ GeV}$ (rot gestrichelt) und verschieden Hintergründe: $t\bar{t}$ + jets (blau), $b\bar{b}$ + jets (blau gestrichelt), QCD + EW WWjj (grün), QCD + EW $\tau\tau jj$ (violett).

In TABELLE 5.5 sind die Wirkungsquerschnitte der tWj-Produktion unter Anwendung der entsprechenden Cuts angegeben. In TABELLE 5.6 wird das Ergebnis nach Anwendung aller Cuts mit den anderen Hintergründen und dem Signal verglichen.

In [4] werden die Wirkungsquerschnitte innerhalb eines ± 10 GeV Bereichs um die Higgsmasse $m_H = 120$ GeV berechnet. Aus diesem Grund werden, wie bereits erwähnt, in TABELLE 5.7 die entsprechenden Werte angegeben. Neben den Cuts 5.12 bis 5.22 werden dort noch weitere Faktoren berücksichtigt. In dem Faktor "ID effic." werden die Fehler bei der Teilchenidentifikation und Detektion zusammengefasst. Er wurde in [4] aus CMS und ATLAS Diskussionen entnommen. In der letzten Zeile von TABELLE 5.7 wird wie schon im $H \rightarrow WW$ Fall der Einfluss eines zentralen Jet-Vetos berücksichtigt. Für das Higgs-Signal liegt die Wahrscheinlichkeit, von dem Jet-Veto nicht eliminiert zu werden, bei $P_{surv} = 0.89$, für QCD Hintergründe bei $P_{surv} = 0.29$ und für elektroschwache Hintergründe bei $P_{surv} = 0.75$. Der letzte Wert wird auch für den tWj-Untergrund angenommen.

Schließlich werden diese Ergebnisse in TABELLE 5.8 noch mit verschiedenen Hintergründen verglichen.

In TABELLE 5.9 wurden Signal und Untergründe für einen Bereich möglicher Higgsmassen berechnet. Die tWj-Produktion trägt dort zum Untergrund bei. In ABBIL-DUNG 5.16 ist allerdings zu sehen, dass die $m_{\tau\tau}$ -Verteilung annähernd flach ist, bzw. sogar mit steigenden Higgsmassen abnimmt. Für $m_H = 120$ GeV liegt der Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion mit 0,002 fb auf 1%-Niveau. Die Signifikanz-Werte aus TABELLE 5.9 ändern sich dadurch nicht, weshalb hier die ursprünglichen Daten aus [4] angegeben werden.

Cuts	Hjj	EW tWj
basis Cuts (5.12 - 5.16)	2,2	1,94
$+ p_T (5.17)$	1,73	1,66
$+ m_{jj}$ (5.18)	1,34	0,89
+ τ (5.19 - 5.21)	1,15	0,015

Tabelle 5.5: Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals ($m_H = 120 \text{ GeV}$) [4] in fb unter Anwendung der typischen Cuts des Kanals $qq \rightarrow qqH \rightarrow qq\tau^+\tau^- \rightarrow qqe^{\pm}\mu^{\mp}\nu\bar{\nu}$. Auf die invariante Masse des τ -Paares $m_{\tau\tau}$ ist bis auf die letzte Zeile, kein Cut angewendet. Dort gilt die Einschränkung aus (5.21). Die numerischen Fehler liegen unter 1% und werden deshalb nicht mit angegeben.

Kanal	Cuts (5.12 - 5.21)
$m_H = 120 \text{ GeV}$	1,15
$t\bar{t} + jets$	0,31
$bar{b}jj$	0,42
$QCD \ WW jj$	0,032
EW WW jj	0,042
QCD $\tau \tau j j$	5,2
EW $\tau \tau j j$	0,63
$EW \ tWj$	0,015

Tabelle 5.6: Signal und Hintergrund Wirkungsquerschnitte in fb aus [4]. Die Ergebnisse der tWj-Produktion sind in der letzten Zeile aufgeführt.

Cuts	Hjj	EW tWj
basis Cuts (5.12 - 5.16)	1,34	0,85
$+ \not\!$	1,17	0,80
$+ m_{jj}$ (5.18)	0,92	0,43
+ τ (5.19 - 5.21)	0,87	0,004
$+ \Delta R_{\ell\ell} (5.22)$	0,84	0,004
+ ID effic. $(\times 0,67)$	0,56	0,003
+ minijet veto	0,50	0,002

Tabelle 5.7: Wirkungsquerschnitt der tWj-Produktion und des Higgs-Signals ($m_H = 120 \text{ GeV}$) [4] in fb unter Anwendung der typischen Cuts des Kanals $qq \rightarrow qqH \rightarrow qq\tau^+\tau^- \rightarrow qqe^{\pm}\mu^{\mp}\nu\bar{\nu}$. Die Ergebnisse sind auf einen $\pm 10 \text{ GeV}$ Bereich um die Higgsmasse beschränkt. Die numerischen Fehler liegen jeweils unter 1% und sind deshalb nicht mit angegeben.

Kanal	Cuts (5.12 - 5.22)
	\times ID effic. \times minijet veto
$m_H = 120 \text{ GeV}$	0,5
$H \to WW$ bkgd	0,014
$t\bar{t} + jets$	0,017
$bar{b}jj$	0,006
QCD $WWjj$	0,002
EW WW jj	0,006
QCD $\tau \tau j j$	0,1
EW $\tau \tau j j$	0,043
EW tWj	0,002

Tabelle 5.8: Signal und Hintergrund Wirkungsquerschnitte in fb aus [4]. Die Ergebnisse der tWj-Produktion sind in der letzten Zeile aufgeführt. Alle Ergebnisse innerhalb 10 GeV Grenzen um die Higgsmasse.

M_H	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
$\epsilon \sigma_{sig}(fb)$	0,62	0,61	$0,\!58$	$0,\!55$	0,50	0,44	0,37	0,30	0,23	0,16	0,11
N_S	37,4	36,5	35,0	32,8	30,0	$26,\!3$	$22,\!3$	$18,\!0$	13,7	$9,\!9$	6,5
N_B	67,7	$45,\!4$	27,4	$16,\!8$	$11,\!2$	8,4	7,1	6,4	6,1	$5,\!9$	5,7
S/B	0,6	0,8	1,3	2,0	2,7	3,2	3,1	2,8	2,2	1,7	$1,\!1$
σ_{Gauss}	4,1	4,8	$5,\!6$	6,4	6,8	6,7	6,1	5,3	4,3	3,2	2,2

5.5 Diskussion

Die Resultate aus TABELLE 5.2 zeigen, dass die tWj-Produktion im Suchkanal $H \rightarrow WW$ als viertgrößter Hintergrund beiträgt. Sie ist deshalb vergleichbar mit den $t\bar{t}jj$ und QCD WWjj-Hintergründen. Mit circa 9,5% Beitrag zum Untergrund ist die tWj-Produktion ein moderater aber nicht zu vernachlässigender Teil. Die beste Reduktion gegenüber dem Higgs-Signal wird in den Verteilungen zum Jet-Lepton Abstand $(\Delta R_{j\ell})$, der invarianten Masse der zwei geladenen Leptonen $(m_{\ell\ell})$ und der transversalen Masse des W-Paares $(M_T(WW))$ erreicht.

Im oberen Massenbereich (150 GeV $\leq m_H \leq 200$ GeV) macht die tWj-Produktion durch etwas abgeänderte Cuts noch ca. 6% des Gesamtuntergrundes aus.

Im Kanal $H \to \tau \tau$ ist die Situation anders. Nach Anwendung der typischen Cuts trägt die tWj-Produktion als kleinster Hintergrund mit ca. 0,2% zum Gesamtuntergrund bei. Hier sind die x_{τ} -Cuts gut geeignet die tWj-Produktion zu reduzieren. Außerdem ist die $m_{\tau\tau}$ Verteilungen gut zur Trennung von Signal und Untergrund geeignet, da ein Higgs-Peak im Hintergrund offensichtlich nicht auftritt. Die tWj-Produktion gewinnt etwas an Bedeutung, sobald ausschließlich eine begrenzte Region um die erwartete Higgmasse untersucht wird (siehe TABELLE 5.8). Dort liegt die tWj-Produktion auf dem Niveau des QCD WWjj-Untergrundes bei circa 1% Beitrag zum Gesamtuntergrund.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Um die letzten Fragen innerhalb des Standardmodells der Teilchenphysik klären zu können, ist die Untersuchung des Higgs-Sektors am LHC essentiell. In der Literatur [1, 2, 3, 4] wurde bereits der "weak boson fusion" Kanal als vielversprechende Option für Präzisionsmessungen untersucht. Um Vorhersagen treffen zu können, ist die Kenntnis der Untergrundprozesse entscheidend. In dieser Arbeit wurde ein bisher vernachlässigter Untergrundprozess, die "single top"-Produktion, in einer Parton-Level Monte Carlo-Simulation untersucht.

Dabei wurde auf das Grundgerüst dieser Simulationen in Form des FORTRAN-Programmes VBFNLO zurückgegriffen.

Im vierten Kapitel wurde die "single top"-Produktion untersucht. Das Programm wurde mit bestehenden Ergebnissen [13] verglichen, bevor durch Anwendung typischer Cuts der Einfluss auf die "single W"-Produktion [21] berechnet werden konnte. Dieser beträgt etwa 80 % und ist stark abhängig von der Wahl der Faktorisierungsskala. Diese Abhängigkeit wird durch die Vernachlässigung der Korrekturen höherer Ordung induziert. Durch Anpassung der Cuts konnte der Untergrund auf etwa 25 % reduziert werden. Zusätzlich wurde mit $m_{j\ell,min}$ eine Observalble gefunden, welche eine vollständige Reduktion der "single top"-Produktion ermöglicht.

Im fünften Kapitel schließlich wurde die "single top"-Produktion durch Abstrahlung eines zusätzlichen Lepton-Paares auf einen Hintergrund zur Higgs-Produktion, die tWj-Produktion, erweitert. Betrachtet wurden konkret die Zerfallsmoden $H \to WW$ und $H \to \tau\tau$ des Higgs-Bosons. Die Ergebnisse wurden unter dem Einfluss der Cuts aus [2, 3, 4] berechnet. Die bereits veröffentlichten Ergebnisse wurden mit der tWj-Produktion als zusätzlichem Untergrund aktualisiert.

Zum $H \to WW$ Hintergrund trägt die tWj-Produktion mit ca. 9,5 % ($m_H \lesssim 150$ GeV) bzw. 6 % (150 GeV $\lesssim m_H \lesssim 200$ GeV) bei. Sie sollte hier also nicht unberücksichtigt bleiben.

Im $H \to \tau \tau$ -Kanal macht die tWj-Produktion 0,2 % des Gesamtuntergrundes aus. Wird ausschließlich in einem schmalen Bereich um die Higgs-Resonanz in der rekonstruierten τ -Paar Masse gesucht, dann steigt der Anteil der tWj-Produktion am Gesamtuntergrund auf etwa 1 %. Sie bleibt damit allerdings immer noch vernachlässigbar klein.

Anhang A

Wichtige Parameter

Es werden Proton-Proton Kollisionen mit einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV simuliert. Für die numerischen Ergebnisse werden, soweit nicht anders beschrieben, folgende Werte der elektroschwachen Parameter gewählt:

$$\sin^2 \theta_W = 0.2315$$
 ,
 $M_Z = 91.19 \text{ GeV}$,
 $G_F = 1.16639 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$

Mit den Tree-Level Beziehungen der elektroschwachen Parameter führt das zu:

$$M_W = 79,94 \text{ GeV}$$

 $\alpha (M_Z)^{-1} = 128,74$.

Diese Werte werden gewählt, um die Ergebnisse mit [1, 2, 3, 4] vergleichen zu können. Da in dieser Arbeit nur rein elektroschwache Prozesse in LO betrachtet werden, muss weder eine Wahl für α_s noch für eine Renormierungsskala getroffen werden. Es werden die Strukturfunktionen CTEQ6L [11] verwendet, wobei die Faktorisierungsskala zu:

$$\mu_f \qquad = \frac{m_t}{4}$$

gewählt wird. Die Parameter, die das Top-Quark betreffen, werden wie folgt verwendet:

$$m_t = 178 \text{ GeV} ,$$

$$\Gamma_t = 1,6511 \text{ GeV}$$

Anhang B

Detektorauflösung

Eine endliche Detektorauflösung muss mitberücksichtigt werden, sobald kinematische Schnitte auf die Ereignisse angewendet werden, da nur endlich genaue Messungen einen Effekt auf die Wirkungsquerschnitte haben können. Subsummieren lassen sich diese Effekte dadurch, dass die tatsächlichen Werte für Impuls und Energie mit einer Detektorakzeptanzfunktion gefaltet werden. Im einfachsten Fall nimmt man für diese Akzeptanzfunktion eine Gaußverteilung mit Erwartungswert 0, deren Standardabweichung den quadratisch addierten Einzelfehlern entspricht. Alle Komponenten der Vierervektoren p^{μ} werden mit dem gleichen Faktor multipliziert, so dass sich an der invarianten Masse des Objekts nichts ändert. Für **Jets** wird folgende Varianz verwendet (ATLAS Vorhersage [24]):

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{5.2}{E} \oplus \frac{0.4}{\sqrt{E}} \oplus 0.009 \quad . \tag{B.1}$$

Für geladene Leptonen und Photonen gilt:

$$\frac{\Delta E}{E} = 0.02 \quad . \tag{B.2}$$

Die Impulse der Neutrinos werden wie im richtigen Experiment einfach dadurch ermittelt, dass die Impulsbilanz entlang der x- und entlang der y-Achse ausgeglichen wird. Der dafür notwendige Impuls wird den Neutrinos zugeschrieben.

Anhang C

Phasenraumzerlegung

Eine der Hauptaufgaben bei der Programmierung besteht darin, den Phasenraum aufzubauen, sprich die externen Impulse zuzuweisen und ein korrektes Phasenraumgewicht zu berechnen. Da der Phasenraum für mehr als zwei externe Teilchen kompliziert wird, ist es sinnvoll, den vollen *n*-Teilchen Phasenraum aus kleineren Teilsystemen aufzubauen.

Aus dem n-Teilchen Phasenraum, wie er in ABBILDUNG C.1 dargestellt ist, lässt sich ein System (Q) separieren (siehe ABBILDUNG C.2). Nachfolgend soll gezeigt werden, dass die lorentzinvarianten Phasenraumvolumenelemente dieser beiden Parametrisierungen identisch sind.

Die einzelnen Phasenräume sind jeder für sich lorentzinvariant, so dass die kinematischen Variablen stets im günstigsten Inertialsystem (beispielsweise dem jeweiligen Ruhesystem) berechnet werden können.



Abbildung C.1: *n*-Teilchen Phasenraum



Abbildung C.2: Phasenraum mit Subsystem Q

$$\begin{split} d\Phi_n \left(P; \ \sum_{i=1}^n p_i \right) &= (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(P - \sum_{i=1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &= (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(P - p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &\times (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(p_q - \sum_{i=1}^k p_i \right)^2 \right) \ dp_q^2 \\ &= (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(P - p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &\times (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(p_q - \sum_{i=k+1}^k p_i \right) \right) \\ &\times \left(\frac{d^3 \vec{p}_q}{(2\pi)^3} \ \frac{\theta(p_q^0) dp_q^0}{(2\pi)} \ dp_q^2}{(2\pi)^3} \ \delta \left((p_q^0)^2 - \vec{p}_q^2 - (\sum_{i=1}^k p_i)^2 \right) \right) \\ &= (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(P - p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &\times \left(2\pi)^4 \ \delta^4 \left(p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &\times \left(2\pi)^4 \ \delta^4 \left(p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \prod_{i=1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &\times \left(\frac{d^3 \vec{p}_q}{(2\pi)^3} \ \frac{dp_q^2}{(2\pi)} \ \theta(p_q^0) dp_q^0 \times \frac{1}{2p_q^0} \ \delta \left(p_q^0 - \sqrt{\vec{p}_q^2 + m_q^2} \right) \right) \\ &= (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(P - p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \frac{d^3 \vec{p}_q}{(2\pi)^3 \ 2E_q} \prod_{i=k+1}^n \left(\frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 \ 2E_i} \right) \\ &\times \ \frac{dp_q^2}{(2\pi)} \ (2\pi)^4 \ \delta^4 \left(p_q - \sum_{i=k+1}^n p_i \right) \frac{dp_q^2}{(2\pi)} \ d\Phi_k \left(p_q; \sum_{i=1}^k p_i \right) \ . \end{split}$$
Anhang D

Programmstruktur

D.1 Übersicht

In diesem Abschnitt soll die Struktur des verwendeten und zum Teil selbstgeschriebenen Programmes erklärt werden. Dazu ist das Hauptprogramm schematisch in AB-BILDUNG D.1 dargestellt. Es wird nicht auf alle Details des Programms eingegangen, sondern nur die zum Verständnis notwendigen Teile erklärt. Nachfolgend eine Beschreibung der verwendeten Funktionen und Subroutinen.

• SUBROUTINE READINPUT

Hier werden Parameter aus einer externen Datei eingelesen (Prozess-Identifier, Werte für die Cuts ...). Bei einer Parameteränderung muss das Programm so nicht neu kompilliert werden.

- SUBROUTINE PDFPINIT Die Initialisierung der Parton-Verteilungsfunktionen findet hier statt.
- SUBROUTINE MONACO_INIT Die NRAND Zufallsvektoren der Länge NCALL werden hier initialisiert.
- SUBROUTINE MONACO_GET

Hier werden in jedem Schleifendurchgang die Zufallszahlen dem Array RAND zugewiesen. In WGT wird die inverse Wahrscheinlichkeitsdichte der Variablen, sowie die Normierung gespeichert. Die Wahrscheinlichkeitsdichte wird innerhalb der ITN-Iterationen dem Verlauf des Integranden angepasst (VEGAS [7]).

- SUBROUTINE MONACO_PUT Diese SUBROUTINE stellt dem Integrationsalgorithmus den Phasenraumpunkt (RAND), sowie den Wert des Integranden (DSIG) an dieser Stelle zur Verfügung.
- SUBROUTINE MONACO_WRITE

Hier wird die Information über die Wahrscheinlichkeitsdichten der Integrationsvariablen in Form eines Gitters in der Datei FILE_NAME_OUT gespeichert.

• SUBROUTINE MONACO_RESULT

Diese Routine addiert die einzelnen Gewichte auf und berechnet daraus die Integralwertschätzung (SIGO), deren Standardabweichung (SDEVO), sowie die Verträglichkeit der einzelnen Schätzungen aus den ITN-Iterationen. Dies wird in Form eines χ^2 -Tests durchgeführt. CHI20 gibt $\langle \chi^2 \rangle$ pro Freiheitsgrad an, was in der Nähe von 1 liegen sollte.

• SUBROUTINE LIPSTOP

Diese Routine wird auch als Phasenraumgenerator bezeichnet. Hier findet die Abbildung der Zufallszahlen auf die kinematischen Variablen statt. Außerdem wird hier das lorentzinvariante Phasenraumgewicht berechnet. Eventuell verwendete varianzreduzierende Methoden wie in ABSCHNITT 2.1 beschrieben, werden hier implementiert.

Details zum hier verwendeten, selbstgeschriebenen Phasenraumgenerator finden sich im nächsten Abschnitt.

• SUBROUTINE HIST_ADD

Hier werden alle gewünschten Histogramme gefüllt. Ganz am Ende des Programms werden die Histogramme dann ausgedruckt.

• FUNCTION CUTS

Hier werden diejenigen Observablen berechnet, auf welche Schnitte angewendet werden. Die Funktion terminiert mit FALSE als Rückgabewert, sobald eine der Cuts-Bedingungen zutrifft.

• Function M2S_STPW

Hier werden die Amplitudenquadrate der MADGRAPH Routinen mit den Parton-Verteilungsfunktionen multipliziert sowie über die gegebenen Subprozesse summiert.



Abbildung D.1: Flow-Chart Darstellung des verwendeten Programms.

D.2 Phasenraumgenerator

D.2.1 Zerfall in zwei Teilchen

Betrachtet wird der Zerfall eines Teilchens der Masse M mit Viererimpuls p_{in} , in zwei Teilchen mit Masse m_1 und Impuls p_1 , sowie Masse m_2 und Impuls p_2 .



Alle Rechnungen werden im Ruhesystem des zerfallenden Teilchens durchgeführt. Für das Phasenraumvolumenelement gilt [8, S.91]:

$$d\Phi_2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{p}{4M} d\Omega$$
, $p = |\vec{p_1}| = |\vec{p_2}|$ (D.1)

Aus der Viererimpulserhaltung lässt sich der Impulsbetrag,

$$p = \frac{1}{2M} \sqrt{\left(M^2 - (m_1^2 + m_2^2)\right)^2 - 4m_1^2 m_2^2} \quad , \tag{D.2}$$

berechnen. Damit ergeben sich für die Viererimpulse der drei Teilchen folgende Werte:

$$p_{in} = \begin{pmatrix} M \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$p_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{p^2 + m_1^2} \\ p_T \cos \phi \\ p_T \sin \phi \\ p_L \end{pmatrix}$$

$$p_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{p^2 + m_2^2} \\ -p_T \cos \phi \\ -p_T \sin \phi \\ -p_L \end{pmatrix} ,$$

mit $p_T = p \sin \theta$ und $p_L = p \cos \theta$

Variablentransformationen

Von $\cos \theta$ geht man über zur Rapidität y^* des Zerfallsteilchens 1. Für y^* gilt:

$$y^{*} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_{L}}{E - p_{L}} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{1 + (\frac{m_{1}}{p})^{2}} + \cos \theta}{\sqrt{1 + (\frac{m_{1}}{p})^{2}} - \cos \theta} \right)$$
(D.3)

$$\rightarrow \cos\theta = \sqrt{1 + \left(\frac{m_1}{p}\right)^2} \tanh y^* \tag{D.4}$$

$$\rightarrow \sin \theta = \frac{1}{\cosh y^*} \sqrt{1 - \left(\frac{m_1}{p}\right)^2 \sinh^2 y^*} \quad . \tag{D.5}$$

Damit lassen sich p_T und p_L berechnen:

$$p_T = \frac{1}{\cosh y^*} \sqrt{p^2 - m_1^2 \sinh^2 y^*}$$
 (D.6)

$$p_L = \sqrt{p^2 + m_1^2} \tanh y^*$$
 . (D.7)

Für das Differential gilt:

$$d(\cos\theta) = \sqrt{1 + (\frac{m_1}{p})^2} \frac{1}{\cosh^2 y^*} \, dy^* \quad . \tag{D.8}$$

Außerdem soll ϕ auf das Einheits
intervall abgebildet werden

$$r_1 = \frac{\phi}{2\pi} \tag{D.9}$$

$$\rightarrow d\phi = 2\pi dr_1 \quad . \tag{D.10}$$

Damit ergibt sich das Phasenraumvolumen
element in den neuen Variablen (y^{\ast},r_{1}) endgültig zu:

$$d\Phi_2 = \frac{p}{8\pi M} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{m_1}{p}\right)^2} \ \frac{1}{\cosh^2 y^*} \right) dy^* dr_1 \quad . \tag{D.11}$$

D.2.2 2 nach 2-Prozess

Betrachtet wird ein Hadron Collider mit Schwerpunktsenergie \sqrt{s} . p_1 und p_2 sind die Impulse der einlaufenden, masselosen Partonen. p_4 ist ebenfalls der Viererimpuls eines masselosen Teilchens und p_3 derjenige eines Teilchens der Masse m.



Die einlaufenden Partonen werden jeweils durch das Feynman-x charakterisiert, so dass für ihre Impulse im Laborsystem gilt:

$$p_{1} = \frac{1}{2}x_{1}\sqrt{s} \begin{pmatrix} 1\\ 0\\ 0\\ 1 \end{pmatrix}$$
(D.12)
$$p_{2} = \frac{1}{2}x_{2}\sqrt{s} \begin{pmatrix} 1\\ 0\\ 0\\ -1 \end{pmatrix} .$$
(D.13)

Es ist sinnvoll zu neuen Variable
n (y,τ) überzugehen mit

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_L}{E - p_L} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) ,$$
 (D.14)

$$\tau = x_1 x_2 \quad , \tag{D.15}$$

mit y als longitudinale Rapiditätskomponente des CM-System und

$$\tau = \frac{\hat{s}}{s}$$

als Verhältnis der zur Verfügung stehenden Schwerpunktsenergie zur Strahl-Energie. Die Ergebnisse von ABSCHNITT D.2.1 werden nun verwendet, wobei $M^2 = \tau s$ gilt. Damit lassen sich nun die einlaufenden Impulse ins **CM-System** boosten:

$$p_{1} = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}} \begin{pmatrix} 1\\ 0\\ 0\\ 1 \end{pmatrix}$$
(D.16)
$$p_{2} = \frac{1}{2}\sqrt{\hat{s}} \begin{pmatrix} 1\\ 0\\ 0\\ -1 \end{pmatrix} .$$
(D.17)

Für die auslaufenden Impulse gilt im CM-System:

$$p_{3} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_{T}^{2} + p_{L}^{2} + m^{2}} \\ p_{T} \cos \phi \\ p_{T} \sin \phi \\ p_{L} \end{pmatrix}$$
(D.18)
$$p_{4} = \begin{pmatrix} \sqrt{p_{T}^{2} + p_{L}^{2}} \\ -p_{T} \cos \phi \\ -p_{T} \sin \phi \\ -p_{L} \end{pmatrix} ,$$
(D.19)

mit $p_L = \sinh(y^*)\sqrt{p_T^2 + m^2}$. Die auslaufenden Impulse im **Laborsystem** erhält man nach einem Boost mit (-y)

D.2.3 Wirkungsquerschnitt

Für den Wirkungsquerschnitt gilt die wohlbekannte Formel:

$$\sigma = \int \frac{1}{F} \underbrace{\left(\sum_{subproc} f_{a_1}(x_1) f_{a_2}(x_2) \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2\right)}_{=:G(x_1, x_2, \theta, \phi)} d\Phi_n dx_1 dx_2 \quad .$$

Bei $2 \rightarrow n$ Prozessen gilt für F [8, S.91]:

$$F = 4\sqrt{(p_A p_B)^2 - m_A^2 m_B^2} = 2\hat{s} \quad \text{für } p_A = p_1 \text{ und } p_B = p_2, \text{ wie oben.}$$

Mit $d\Phi$ aus (D.1) gilt:

$$\sigma = \int \frac{1}{16\pi} \frac{p}{M^3} \sqrt{1 + (\frac{m}{p})^2} \frac{1}{\cosh^2 y^*} G(x_1, x_2, y^*, r_1) \, dy^* dr_1 dx_1 dx_2$$

=
$$\int \frac{1}{32\pi} \frac{M^2 + m^2}{M^4} \frac{1}{\cosh^2(y^*)} G(x_1, x_2, y^*, r_1) \, dy^* dr_1 dx_1 dx_2 \quad . \quad (D.20)$$

Variablentransformationen

Gemäß (2.12) müssen bei Variablentransformationen diverse Jacobi-Faktoren berücksichtigt werden. So z.B. beim Übergang $(x_1, x_2) \rightarrow (y, \tau)$:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \quad \rightarrow y \in \left[-\ln(\frac{1}{\tau}), \ln(\frac{1}{\tau}) \right] \quad ,$$

$$\tau = x_1 x_2 \quad \rightarrow \tau \in (0, 1) \quad ,$$

$$\mathcal{J}_1(y, \tau) = \left| \left(\begin{array}{c} \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial \tau} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial \tau} \end{array} \right) \right| = 1 \quad .$$

Um der Stuktur der Matrixelemente Rechnung zu tragen, soll p_T als Integrationsvariable zur Verfügung stehen. Das heißt es muss noch der Übergang $\tau \to p_T$ berücksichtigt werden.

Für p_T gilt mit (D.6):

$$p^{2} = \cosh^{2}(y^{*})p_{T}^{2} + m^{2}\sinh^{2}(y^{*}) , \qquad p = \frac{1}{2\sqrt{\tau s}}(\tau s - m^{2})$$
$$\rightarrow \mathcal{J}_{2}(p_{T}, y^{*}) = \frac{\partial \tau}{\partial p_{T}} = 2p_{T} \cosh(y^{*}) \frac{(p + \cosh(y^{*}) E_{T})^{2}}{p E_{T} s} , \qquad (D.21)$$
mit $E_{T} = \sqrt{p_{T}^{2} + m^{2}}.$

Der Jacobi-Faktor aus (D.8) muss noch auf die neuen Variablen umgerechnet werden:

$$\mathcal{J}_3(p_T, y^*) = \frac{E_T}{p \quad \cosh(y^*)} \quad . \tag{D.22}$$

Damit wird (D.20) in den neuen Variablen:

$$\sigma = \int \underbrace{\frac{1}{8\pi s} \frac{p_T}{p} \left(\frac{1}{p + E_T \cosh(y^*)}\right)}_{=:\tilde{F}} G(y, p_T, y^*, r_1) \, dy^* dr_1 dy dp_T \quad . (D.23)$$

D.2.4 Wahrscheinlichkeitsdichten

Nach (2.10) gilt für den Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{MC} = \left\langle \frac{\tilde{F}G}{p} \right\rangle_p \quad . \tag{D.24}$$

Mit $p = p(y, p_T, r_1, y^*)$ als Wahrscheinlichkeitsdichte der Integrationsvariablen. Da die einzelnen Variablen unkorreliert sein sollen, gilt für p:

$$p(y, p_T, r_1, y^*) = p_y(y) \cdot p_{p_T}(p_T) \cdot p_{r_1}(r_1) \cdot p_{y^*}(y^*) \quad . \tag{D.25}$$

 r_1 wurde schon so transformiert, dass für sie gleichverteilte Zufallszahlen im Einheitsintervall gewählt werden können, so dass

$$p_{r_1} = 1$$

gilt. Für y^* und y werden ebenfalls Gleichverteilungen verwendet. Die Grenzen der Variablen lassen sich dadurch bestimmen, dass die zugängliche Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}} = M$ einen Zusammenhang zwischen p_T und y^* herstellt und im Intervall $[m, \sqrt{s}]$ liegen soll:

$$p^{2} = (p_{T}^{2} + m^{2}) \cosh^{2}(y^{*}) - m^{2}, \quad p = \frac{M^{2} - m^{2}}{2M}$$
$$\rightarrow \cosh(y^{*}) = \frac{M^{2} + m^{2}}{2M\sqrt{p_{T}^{2} + m^{2}}} .$$

Das liefert die Grenzen für p_T und y^* :

$$p_T \in \left[0, \frac{s-m^2}{2\sqrt{s}}\right]$$
, (D.26)

$$y^* \in \left[-\operatorname{Arcosh}\left(\frac{s+m^2}{2\sqrt{s(p_T^2+m^2)}}\right), \operatorname{Arcosh}\left(\frac{s+m^2}{2\sqrt{s(p_T^2+m^2)}}\right)\right]$$
 (D.27)

$$y \in \left[-\frac{1}{2}\ln\frac{1}{\tau}, \frac{1}{2}\ln\frac{1}{\tau}\right] , \qquad (D.28)$$

mit
$$\tau = \frac{1}{s} \left(\sqrt{p_T^2 \cosh(y^*)^2 + m^2 \sinh(y^*)^2} + \cosh(y^*) \sqrt{p_T^2 + m^2} \right)^2$$

Die Größe p_T ist typischerweise durch die Cuts eingeschränkt und größer als ein Minimalwert p_{TC} . Die Wahrscheinlichkeitsdichte soll nun so angepasst werden, dass ein Anstieg bis p_{TC} in einen Abfallverhalten $\propto \frac{1}{p_T^2}$ übergeht:

$$p_{p_T}(p_T) = \begin{cases} \frac{\beta}{p_{TC}^{n+2}} p_T^n & 0 \le p_T \le p_{TC} \\ \frac{\beta}{p_T^2} & p_{TC} < p_T \le p_{max} \end{cases}$$

Zur Generierung dieser Wahrscheinlichkeitsverteilung und Bestimmung der Normierungskonstante β siehe ANHANG E.2.

Für die Wahrscheinlichkeitsdichte gilt nun:

$$p(y, p_T, r_1, y^*) = \frac{p_{p_T}(p_T)}{\operatorname{Arcosh}\left(\frac{s+m^2}{2\sqrt{s(p_T^2+m^2)}}\right)} \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{\tau(p_T, y^*)}\right)} \quad . \tag{D.29}$$

Als Integrationsalgorithmus mit (D.24) bis (D.29) folgt:

$$\sigma_{MC} = \left\langle \frac{1}{8\pi s} \frac{p_T}{p} \left(\frac{1}{p + E_T \cosh(y^*)} \right) \frac{1}{p_{p_T}(p_T)} \operatorname{Arcosh} \left(\frac{s + m^2}{2\sqrt{s(p_T^2 + m^2)}} \right) \right.$$
$$\left. \ln \left(\frac{1}{\tau(p_T, y^*)} \right) \left(\sum_{subproc} f_{a_1}(x_1) f_{a_2}(x_2) \overline{\sum} |\mathcal{M}|^2 \right) \right\rangle_p \quad . \tag{D.30}$$

Das Ergebnis zeigt die korrekte Massendimension [-2]. Um wieder zu SI-Einheiten zu kommen, muss das Ergebnis mit $(c\hbar)^2$ multipliziert werden.

D.2.5 Analytische Integration über die Top-Masse

Aufgrund der On-Shell Produktion der Top-Quarks in den Simulationen, bleibt deren Breite unberücksichtigt. Mit der Annahme, dass nur der Top Propagator-Term eine Abhängigkeit von der invarianten Masse q^2 des Top-Quarks aufweist, lässt sich die Integration über dq^2 analytisch ausführen.

Durch den Propagator-Term wird das On-Shell Amplitudenquadrat proportional zu:

$$\left|\mathcal{M}_{\text{On-Shell}}\right|^2 \propto \underbrace{\frac{1}{(q^2 - m_t^2)^2} + (m_t \Gamma_t)^2}_{\equiv 0} = \frac{1}{(m_t \Gamma_t)^2}$$

Damit gilt für das volle Amplitudenquadrat:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{(q^2 - m_t^2)^2 + (m_t \Gamma_t)^2} \cdot (m_t \Gamma_t)^2 |\mathcal{M}_{\text{On-Shell}}|^2$$

Für das Phasenraumintegral über dq^2 gilt dann:

$$\int \frac{dq^2}{2\pi} |\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}_{\text{On-Shell}}|^2 (m_t \Gamma_t)^2 \underbrace{\int_{q^2=0}^s \frac{dq^2}{2\pi} \frac{1}{(q^2 - m_t^2)^2 + (m_t \Gamma_t)^2}}_{=:I_1}$$

$$\begin{split} I_1 &= \int_{q^2=0}^s \frac{dq^2}{2\pi} \frac{1}{(q^2 - m_t^2)^2 + (m_t\Gamma_t)^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{(m_t\Gamma_t)^2} \int_{q^2=0}^s \frac{dq^2}{1 + \left(\frac{q^2 - m_t^2}{m_t\Gamma_t}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{m_t\Gamma_t} \int_{u=\frac{-m_t}{\Gamma_t}}^{\frac{s-m_t^2}{m_t\Gamma_t}} \frac{du}{1 + u^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{m_t\Gamma_t} \underbrace{\left(Arctan\left(\frac{s - m_t^2}{m_t\Gamma_t}\right) + Arctan\left(\frac{m_t}{\Gamma_t}\right)\right)}_{\approx\pi} \right)}_{\approx\pi} \end{split}$$

und schließlich:

$$\int \frac{dq^2}{2\pi} \left| \mathcal{M} \right|^2 = \frac{m_t \Gamma_t}{2} \left| \mathcal{M}_{\text{On-Shell}} \right|^2$$

D.3 Matrixelemente

Viele Rechnungen zu Hintergrund-Prozessen an Hadron Collidern erfordern die Berechnung von komplizierten Prozessen mit hunderten von beitragenden Feynman-Graphen. Die Anzahl der Graphen ist bei n Endzustandsteilchen etwa proportional zu n!. Bei der Monte Carlo-Integration muss an jedem Phasenraumpunkt der Beitrag des Amplitudenquadrats berechnet werden. Für Tree-Level Rechnungen wurde hierfür eine Methode vorgeschlagen, die nicht auf der üblichen Spurberechnung basiert, sondern auf der Berechnung der einzelnen Helizitätsamplituden (beispielsweise *HELAS* [25]). Dadurch entgeht man bei der Bildung des Betragsquadrates der Berechnung von Interferenztermen, deren Anzahl quadratisch mit der Zahl der Graphen steigt. Man addiert stattdessen die komplexen Zahlen und bildet dann das Betragsquadrat. Automatisiert wurde diese Methode in dem Programm MadGraph [26], in welchem zu einem vorgegebenen Prozess alle Feynman-Graphen ermittelt und innerhalb einer FORTRAN Routine mithilfe von HELAS berechnet werden. Das heißt, MadGraph liefert den Code einer FORTRAN Funktion, die dann in das Hauptprogramm eingebunden werden kann. Damit ist es möglich, Prozesse mit bis zu 8 Endzustandsteilchen zu berechnen.

Anhang E

Erzeugung von Zufallszahlen

E.1 Variablentransformation

Typischerweise stehen in Programmiersprachen Zufallszahlengeneratoren nur für gleichverteilte Zufallsvariablen im Einheitsintervall zur Verfügung. Wie man dennoch fast beliebige Verteilungen generieren kann, soll hier anhand [6] gezeigt werden.

Man geht von einer gleichverteilten Zufallsvariablen x aus und will sie nun so transformieren, dass die neue Variable y einer ganz bestimmten Wahrscheinlichkeitsdichte f(y) folgt. D.h.

$$f(y)dy = 1dx$$

$$\int_{y_{min}}^{y} f(y')dy' = \int_{0}^{x} 1dx'$$

$$x = \zeta(y; y_{min})$$

$$\rightarrow y = \zeta^{-1}(x; y_{min}) \quad . \tag{E.1}$$

Man kann also mit der Transformationsmethode Verteilungen erzeugen, deren Integrale analytisch berechenbar und invertierbar sind.

Oft wendet man allerdings eine Funktion auf eine Zufallsvariable an und möchte gerne wissen, welcher Wahrscheinlichkeitsdichte die transformierte Variable folgt. Hierzu kann die Variablentransformation einfach rückwärts angewendet werden.

$$y = \xi(x) \tag{E.2}$$

$$\rightarrow f(y) = \frac{d}{dy} \xi^{-1}(y) \quad . \tag{E.3}$$

E.2 Transversalimpuls-Verteilung

Die Größe p_T ist typischerweise durch die Cuts eingeschränkt und größer als ein Minimalwert p_{TC} . Die Wahrscheinlichkeitsdichte soll nun so angepasst werden, dass ein Anstieg von 0 bis p_{TC} in einen Abfallverhalten $\propto \frac{1}{p_T^2}$ übergeht:

$$p_{p_T}(p_T) = \begin{cases} \frac{\beta}{p_{TC}^{n+2}} p_T^n & =: p_1(p_T) & ; \ 0 \le p_T \le p_{TC} \\ \frac{\beta}{p_T^2} & =: p_2(p_T) & ; \ p_{TC} < p_T \le p_{max} \end{cases}$$

Die Konstante β wird aus der Normierungsbedingung bestimmt:

$$\beta = \frac{(n+1)p_{TC} \, p_{max}}{(n+2)p_{max} - (n+1)p_{TC}}$$

Die Variable p_T soll nun zufällig gemäß obiger Wahrscheinlichkeitsdichte aus einer gleichverteilten Variable $x \in [0, 1]$ erzeugt werden (E.1).

Zuerst wird die Wahrscheinlichkeit, im ersten Intervall zu sein, berechnet:

$$\int_{0}^{p_{TC}} p_{p_{T}}(p_{T}) dp_{T} = \frac{\beta}{(n+1)p_{TC}}$$

Das heißt, bei dem erzeugten x wird zunächst eine Fallunterscheidung durchgeführt. Für $x < \frac{\beta}{(n+1)p_{TC}}$ wird $p_1(p_T)$ generiert und in allen anderen Fällen $p_2(p_T)$.

Ein Großteil der generierten Impule im ersten Intervall fällt unter die Schranke, die durch die Cuts gegeben ist. Allerdings müssen dort auch Events erzeugt werden, da durch das Smearing die Impulse noch verändert werden können. Da der Anteil der so verworfenen Events proportional zu $\frac{1}{n+1}$ ist, erhält man also für große n eine größere Effizienz. In der Praxis hat sich ein Wert von n = 3 als günstig erwiesen.

E.2.1 Algorithmus

Bei der Generierung von p_T gemäß $p_1(p_T)$ stehen *x*-Werte aus $\left(0, \frac{\beta}{(n+1)p_{TC}}\right]$ zur Verfügung.

$$p_T = \left[\frac{(n+1)}{\beta} p_{TC}^{n+2} x\right]^{\frac{1}{n+1}} \longrightarrow p_T \in (0, p_{TC}]$$

Für $p_2(p_T)$ gilt: $x \in \left(\frac{\beta}{(n+1)p_{TC}}, 1\right)$ und damit:

$$p_T = \frac{p_{max} \left[p_{TC} - \frac{\beta}{n+1} \right]}{p_{max} - \frac{\beta}{n+1} - x \left(p_{max} - p_{TC} \right)} \quad \rightarrow p_T \in (p_{TC}, p_{max})$$

E.3 Tan-Mapping zur Breit Wigner Verteilung

Bei der Phasenraumzerlegung (siehe ANHANG C) treten die invarianten Massenquadrate der Zerfallsteilchen als neue Integrationsvariablen auf. Diese folgen einer Breit-Wigner- (bzw. Cauchy-) Verteilung:

$$f(q^2) = \frac{1}{\pi} \frac{m\Gamma}{(q^2 - m^2)^2 + (m\Gamma)^2} \quad .$$
 (E.4)

Hierbei bezeichnet m die Ruhemasse und Γ die Zerfallsbreite des zerfallenden Teilchens. Bei der numerischen Integration dieser Funktion besteht nun das Problem darin, dass die Funktion, abhängig von der Zerfallsbreite, einen schmalen Peak besitzt. Die Effizienz wird dadurch stark reduziert. Die numerische Integration beginnt typischerweise mit einer Gleichverteilung aller Variablen und passt im weiteren Verlauf die Wahrscheinlichkeitsdichten abhängig vom Verlauf des Integranden an. Dazu wird das gesamte Integrationsgebiet in Hyperwürfel unterteilt. Ist nun die Dimension des Phasenraumes sehr groß, werden pro Hyperwürfel nur wenige Funktionswerte berechnet. Bei einer schmalen Resonanz kann der Algorithmus den Peak dann eventuell gar nicht erkennen und konvergiert nicht mehr gegen das richtige Ergebnis.

Um diese Probleme zu vermeiden wird die Methode der Variablentransformation aus (2.12) verwendet und von der Variablen q^2 auf die neue Variable x abgebildet:

$$\begin{array}{rcl} q^2 &=& m^2 + m\Gamma \tan x \\ \rightarrow dq^2 &=& \frac{m\Gamma}{(\cos x)^2} \; dx \quad . \end{array}$$

Für $f(q^2) dq^2$ gilt damit:

$$f(q^2) dq^2 = f(x) \frac{dq^2}{dx} dx$$

= $\frac{1}{\pi m\Gamma} \frac{1}{1 + (\tan x)^2} \frac{m\Gamma}{(\cos x)^2} dx$
= $\frac{dx}{\pi}$.

Die Fluktuationen des Integranden konnten somit vollständig weggehoben werden.

Literatur

- D. L. Rainwater, Intermediate-mass Higgs searches in weak boson fusion, PhD thesis, 1999. 1, 2.1.6, 3.3, 5.3.1, 5.3.1, 6, A
- [2] N. Kauer, T. Plehn, D. L. Rainwater, and D. Zeppenfeld, H → WW as the discovery mode for a light Higgs boson, Phys. Lett. B503, 113–120 (2001).
 1, 2.1.6, 3.2, 3.2, 3.3, 5.3, 5.3.1, 5.8, 5.3.1, 5.9, 5.11, 5.3.1, 5.3.1, 5.3.1, 5.2, 5.3, 5.3.2, 6, A
- [3] D. L. Rainwater and D. Zeppenfeld, Observing $H \to W^{(*)}W^{(*)} \to e^{\pm}\mu^{\mp}p_T$ in weak boson fusion with dual forward jet tagging at the CERN LHC, Phys. Rev. **D60**, 113004 (1999). 1, 2.1.6, 3.2, 3.2, 3.3, 5.3, 5.3.2, 5.4, 6, A
- [5] B. Mellado, Prospects for Higgs searches via VBF at the LHC with ATLAS, (2004). 1
- [6] V. Blobel, Data analysis methods in high-energy physics. (in german), Hamburg Desy - INTERNAL REP. F14-81-01 (81,REC.SEP.) 178p. 2.1, E.1
- [7] G. P. Lepage, VEGAS: An adaptive multidimensional integration program, CLNS-80/447. 2.1.6, D.1
- [8] F. Halzen and A. D. Martin, Quarks and leptons: An introductory course in modern particle physics, New York, USA: Wiley (1984) 396p. 2.2, 2.2, D.2.1, D.2.3
- [9] O. Nachtmann, *Phenomena and concepts of elementary particle physics. (in german)*, Braunschweig, F.r. Germany: Vieweg (1986) 474p. 2.2, 2.2
- [10] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, An Introduction to quantum field theory, Reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p. 2.2
- [11] J. Pumplin et al., New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis, JHEP 07, 012 (2002). 2.1, 2.3, A

- T. Figy, C. Oleari, and D. Zeppenfeld, Next-to-leading order jet distributions for Higgs boson production via weak-boson fusion, Phys. Rev. D68, 073005 (2003).
 2.3
- [13] J. Campbell, R. K. Ellis, and F. Tramontano, Single top production and decay at next-to-leading order, Phys. Rev. D70, 094012 (2004). 2.3, 4.1, 4.1.1, 4.2.1, 4.3.1, 4.1, 4.6, 6
- [14] Z. Sullivan and P. M. Nadolsky, Heavy-quark parton distribution functions and their uncertainties, eConf C010630, P511 (2001). 2.3, 2.3
- [15] LEP Higgs Working Group for Higgs boson searches, Search for the standard model Higgs boson at LEP, (2001). 3.1
- [16] A. Djouadi, The anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model, (2005). 3.5
- [17] D. Zeppenfeld, Higgs couplings at the LHC, eConf C010630, P123 (2001). 3.2, 3.6
- [18] V. D. Barger, R. J. N. Phillips, and D. Zeppenfeld, Mini jet veto: A Tool for the heavy Higgs search at the LHC, Phys. Lett. B346, 106–114 (1995). 3.2
- [19] D. L. Rainwater, R. Szalapski, and D. Zeppenfeld, Probing color-singlet exchange in Z + 2-jet events at the LHC, Phys. Rev. D54, 6680–6689 (1996). 3.2
- [20] T. Abe et al., Linear collider physics resource book for Snowmass 2001. 2: Higgs and supersymmetry studies, (2001). 3.8
- [21] C. Oleari and D. Zeppenfeld, Next-to-leading order QCD corrections to W and Z production via vector-boson fusion, Phys. Rev. D69, 093004 (2004). 4.1.1, 4.4, 4.4, 4.7, 4.3, 4.5, 4.6, 6
- [22] S. Eidelman et al., Review of Particle Physics, Physics Letters B 592, 1+ (2004).
 4.3.2
- [23] G. C. Blazey et al., Run II jet physics, (2000). 4.4
- [24] W. W. Armstrong et al., ATLAS: Technical proposal for a general-purpose p p experiment at the Large Hadron Collider at CERN, CERN-LHCC-94-43. B
- [25] H. Murayama, I. Watanabe, and K. Hagiwara, HELAS: HELicity Amplitude Subroutines for Feynman diagram evaluations, KEK-91-11. D.3
- [26] T. Stelzer and W. F. Long, Automatic generation of tree level helicity amplitudes, Comput. Phys. Commun. 81, 357–371 (1994). D.3

Danksagung

Als erstes bedanke ich mich ganz herzlich bei Herrn Zeppenfeld für die interessante Themenstellung und die sehr gute Betreuung während der Diplomarbeit.

Herrn Steinhauser danke ich für die Bereitschaft, das Koreferat zu übernehmen.

Allen Mitgliedern des Instituts für Theoretische Physik möchte ich für die freundliche Atmosphäre und viele hilfreiche Anregungen danken.

Ein großes Dankeschön auch an die Korrekturleser Vera Hankele, Andreas Gessler und Barbara Jäger.

Zu guter Letzt bedanke ich mich bei meiner Mutter für die materielle und seelische Unterstützung während meines gesamten Studiums.