Karlsruher Institut für Technologie

Singuletts als Higgs-Doppelgänger: Untersuchung im Rahmen einer effektiven Feldtheorie

Diplomarbeit
von

Hanna Hoffmann

An der Fakultät für Physik
Institut für Theoretische Physik

Referent: Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Korreferent: Prof. Dr. M. Mühlleitner

Bearbeitungszeit: 02. Juli 2012 – 02. Juli 2013

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Hanna Hoffmann
Karlsuhe, den 02. Juli 2013

Als Diplomarbeit anerkannt.

Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Karlsuhe, den 02. Juli 2013

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

Das Higgsboson spielt im Standardmodell (SM) der Teilchenphysik eine zentrale Rolle, denn es steht in direktem Zusammenhang mit der Erklärung zweier bedeutender Probleme des SM: der Erklärung der elektroschwachen Symmetriebrechung und der daraus resultierenden Massenerzeugung für die W- und Z-Bosonen sowie der Erklärung von Fermionmassen.
Im SM sind direkte Massenterme für Eichbosonen sowie für Fermionen nicht erlaubt, da sie zu einer Verletzung der SU(2)-Symmetrie führen. Gemäß des in [1] vorgestellten Mechanismus jedoch ist die Konstruktion von Massentermen mithilfe eines skalaren Dublettfeldes Φ möglich. Dieses Feld nimmt der Theorie zufolge im Grundzustand einen Vakuumerwartungswert an und führt damit zu einer spontanen Brechung der $\mathrm{SU}(2) \times \mathrm{U}(1)$-Eichsymmetrie. Durch Kopplungen an die Eichbosonen kann es, vermittelt durch seinen Vakuumerwartungswert, den W- und Z-Bosonen eine Masse verleihen. Außerdem führen Yukawa-Kopplungen des Feldes Φ an Fermionen zur Erzeugung von Fermionmassen.
Das Higgsboson ist in diesem Mechanismus die physikalische Komponente des Dublettfeldes Φ. Folglich würde eine Entdeckung dieses Teilchens den Higgsmechanismus bestätigen und die Frage, wie die elektroschwache Symmetriebrechung zustande kommt und wie W- und Z-Bosonen sowie Fermionen ihre Masse erhalten, endgültig beantworten. Aufgrund der großen Bedeutung des Higgsbosons für das SM gilt seine Entdeckung als eine der wichtigsten Aufgaben des „Large Hadron Collider“ (LHC) am CERN.

Im Juli 2012 verkündeten die Kollaborationen des CMS- und des ATLAS-Experiments am LHC die Entdeckung eines neuen Teilchens mit einer Masse von 126 GeV. Dieses ist nach bisherigen Messungen innerhalb der experimentellen Unsicherheiten mit dem vom SM vorhergesagte Higgsboson kompatibel [2, 3]. Dennoch werden in den kommenden Jahren noch einige Messungen, insbesondere des Spins und der Kopplungen des neuen Teilchens an die SM-Teilchen notwendig sein, bis die Identität der entdeckten Resonanz als gesichert gelten kann. Bereits jetzt aber ist es möglich, anhand der von ATLAS und CMS vorliegenden Daten, Einschränkungen an mögliche alternative Interpretationen der 126 GeV-Resonanz vorzunehmen.

In dieser Diplomarbeit wird die Möglichkeit untersucht, dass es sich bei dem neu entdeckten Teilchen nicht um das Higgsboson, sondern um ein neutrales, skalares und reelles Singulett S handelt. Vom Higgsboson selbst, welches für die elektroschwache Symmetriebrechung nach wie vor notwendig ist, wird dabei angenommen, dass es eine Masse oberhalb der experimentellen Ausschlussgrenzen von 710 GeV [4] besitzt und daher bisher noch nicht entdeckt wurde.

Eine Erweiterung des skalaren Sektors des SM um ein Singulett ist bereits in zahlreichen Publikationen betrachtet worden [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. In diesen wird untersucht, wie sich ein zusätzliches Singulett auf die Signaturen des Higgsbosons auswirken könnte. Hier ist die Zielrichtung jedoch eine andere, da die 126 GeV-Resonanz nicht, wie in oben genannten Arbeiten, als Higgsboson interpretiert werden soll, sondern als Singulett S angesehen wird.

Der wesentliche Unterschied zwischen dem Higgsboson und einem skalaren Singulett besteht in den Kopplungen an die SM Teilchen. Das Singulett kann nicht direkt an die Teilchen des SM koppeln, sondern wechselwirkt mit diesen nur über Schleifen, in denen hypothetische, schwere nicht-SM-Teilchen umlaufen. Dies kann im Rahmen einer effektiven Theorie beschrieben werden. Damit steht das Singulett S in starkem Gegensatz zum Higgsboson, welches über seinen Vakuumerwartungswert direkt an massive Teilchen koppeln kann.

Die Kopplungsstrukturen des S an die SM-Teilchen und deren Herleitung über eine effektive Lagrangedichte werden in Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit genauer behandelt. Nach einer kurzen Diskussion effektiver Theorien wird die effektive Lagrangedichte für das Singulett S konstruiert. Mithilfe dieser werden die effektiven Kopplungen des S an Eichbosonen definiert und die zugehörigen Feynmanregeln abgeleitet. Außerdem wird die allgemeinste Form einer skalaren Lagrangedichte, die aus dem Singulett S und dem Higgsdublett Φ aufgebaut ist, untersucht. Hierbei wird auf die durch das zusätzliche Singulett veränderte Potentialstruktur sowie auf Mischungseffekte eingegangen.

In Kapitel 3 wird untersucht, wie die effektiven Kopplungen des S an Eichbosonen gewählt werden müssen, damit die am LHC gemessenen Produktions- und Zerfallsraten der 126 GeV-Resonanz durch das Singulett S reproduziert werden. Hierzu werden Ausdrücke für die entsprechenden Raten des S in Abhängigkeit von den effektiven Kopplungen hergeleitet. Diese werden dann verwendet, um anhand eines Fits an die experimentellen Daten diejenigen Kopplungswerte zu bestimmen, welche die Messungen am besten beschreiben. Ähnliche Untersuchungen wurden auch schon in [16] durchgeführt. Allerdings diente dort als Ausgangspunkt die Annahme, dass es sich bei der 126 GeV-Resonanz um ein anomal koppelndes Higgsboson handelt und das Ziel war, die anomalen Higgskopplungen zu bestimmen oder einzuschränken. Im Gegensatz dazu steht hier jedoch die Interpretation der 126 GeV-Resonanz als skalares Singulett im Vordergrund.

Die beiden Kapitel 4 und 5 sind schließlich der Frage gewidmet, ob sich die gefundenen Werte der effektiven Kopplungen durch ein fundamentales Modell hinter der effektiven Theorie erklären lassen. Hierfür werden bosonische und fermionische Multipletts als „Vermittler"-Teilchen, die in den Schleifen der effektiven Vertizes umlaufen, eingeführt. Anschließend werden Ausdrücke für die effektiven Kopplungen in Abhängigkeit von den Eigenschaften dieser Multipletts hergeleitet. Zunächst wird angenommen, dass die Teilchen innerhalb eines Multipletts entartet sind. Da sich jedoch zeigt, dass die Werte der effektiven Kopplungen in diesem Fall nicht reproduziert werden können, wird in Kapitel 5 die SU(2)-Symmetrie der Multipletts gebrochen und die Auswirkung dieser Symmetriebrechung auf die effektiven Kopplungen untersucht.

Zum Abschluss der Diplomarbeit werden die gefundenen Resultate zusammengefasst und diskutiert. Hierbei wird die Ausgangsfragestellung aufgegriffen und erörtert, inwiefern ausgeschlossen werden kann, dass es sich bei der entdeckten 126 GeV-Resonanz um ein neutrales, skalares Singulett handelt.

2. Definition des Modells und Herleitung der Lagrangedichte

Im vorliegenden Kapitel wird die Lagrangedichte für das betrachtete Modell definiert und untersucht. Als Ausgangspunkt dient hierbei die Annahme, dass der skalare Sektor des SM um ein neutrales Singulett S erweitert ist. Das Higgsdublett des SM, welches für die elektroschwache Symmetriebrechung verantwortlich ist, wird weiterhin benötigt. Es wird jedoch als sehr schwer und bisher undetektiert angenommen.
Der erste Abschnitt behandelt den Potentialterm, der aus dem skalaren Higgsdublett Φ sowie dem zusätzlichen skalaren Singulett S gebildet wird. Hierbei liegt ein besonderes Augenmerk auf der Untersuchung der Extrema des Potentials. Außerdem wird die Möglichkeit einer Mischung der beiden Skalare kurz diskutiert.
Anschließend wird die Wechselwirkungs-Lagrangedichte betrachtet, welche die Kopplungen des Singuletts S an die Eichbosonen des SM beschreibt. Es handelt sich hierbei um eine effektive Lagrangedichte. Als solche parametrisiert sie die Auswirkungen neuer Physik, die bei hohen Energien auftritt, im Bereich weit unterhalb dieser Energien. Nach einer kurzen Diskussion effektiver Theorien wird die Lagrangedichte konstruiert und der Zusammenhang mit der Physik bei hohen Energien erläutert.
Der letzte Abschnitt ist der Ableitung der hieraus resultierenden Feynmanregeln und einer allgemeinen Betrachtung skalarer Kopplungsstrukturen gewidmet.

2.1. Die skalare Lagrangedichte

2.1.1. Das skalare Potential

Der allgemeinste Ansatz einer (renormierbaren) Lagrangedichte, die nur aus dem Higgsdublett Φ und dem Singulett S aufgebaut ist, hat die Form:

$$\mathcal{L} = \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger D^\mu \Phi + \partial_\mu S \partial^\mu S - V\left(\Phi, S\right), \tag{1}$$

wobei das Potential $V\left(\Phi, S\right)$ folgende Terme beinhaltet:

$$\begin{aligned} V\left(\Phi, S\right) = {} & \mu_h^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda_h \left(\Phi^\dagger \Phi\right)^2 + \mu_s^2 SS + \lambda_{3s} SSS + \lambda_{4s} \left(SS\right)^2 \\ & + t_1 \left(\Phi^\dagger \Phi\right) S + t_2 \left(\Phi^\dagger \Phi\right) SS. \end{aligned} \tag{2}$$

Die sieben hier aufgeführten Parameter μ_h^2, μ_s^2, λ_h, λ_{3s}, λ_{4s}, t_1 und t_2 sind zunächst vollkommen frei, können jedoch durch Nebenbedingungen eingeschränkt werden (siehe Abschnitt 2.1.2 und 2.1.3). Weiterhin ist die kovariante Ableitung D_μ in Gleichung (1) gegeben durch:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} g' B_\mu + ig \frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a. \tag{3}$$

Hierin stehen B_μ und W_μ^a, $a = 1, 2, 3$, für die U(1)- bzw. SU(2)-Eichfelder mit den zugehörigen Kopplungskonstanten g' und g. Die $\frac{\sigma^a}{2}$ sind die SU(2)-Generatoren in der definierenden Darstellung, wobei die σ^a die drei Paulimatrizen repräsentieren. Außerdem ist das skalare SU(2)-Dublett in der unitären Eichung definiert als:

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h + H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

In $\mathcal{L}$ tauchen neben den aus dem SM bekannten Terme für das Higgspotential auch drei Terme auf, die nur aus S-Feldern aufgebaut sind. Anders als im Fall des Dubletts Φ sind für das Singulett S auch Terme, die eine ungerade Anzahl an S-Feldern enthalten, eichinvariant und somit erlaubt. In den Potentialtermen für S tritt daher zusätzlich zu den quadratischen und quartischen Termen, die auch für Φ gebildet werden können, der Term $\lambda_{3s} SSS$ auf. Prinzipiell könnte auch noch ein Term linear in S hinzugenommen werden. Ein solcher kann jedoch immer durch eine Verschiebung $S \to S + \bar{v}$ und eine Redefinition der Parameter μ_h^2, μ_s^2, λ_{3s}, t_1 und t_2 zum Verschwinden gebracht werden [15].
Weiterhin beinhaltet $\mathcal{L}$ die Terme $t_1 \left(\Phi^\dagger \Phi\right) S$ und $t_2 \left(\Phi^\dagger \Phi\right) SS$, welche Wechselwirkungen zwischen den beiden Skalaren über über 3-Teilchen- und 4-Teilchen-Vertizes ermöglichen. Sie können außerdem zu Mischungen zwischen dem Singulett S und dem Higgsboson H führen, was in Abschnitt 2.1.3 noch genauer untersucht wird.

Weitere Terme, die nur das Singulettfeld S und das Higgsdublett Φ enthalten, können nicht gebildet werden. Da Φ immer in der Kombination $\Phi^\dagger \Phi$ und damit in gerader Anzahl auftauchen muss, müssten alle weiteren denkbaren Terme Massendimensionen $\mathcal{O}(\mathcal{M}) > 4$ aufweisen. Diese sind aber nicht renormierbar und daher in $\mathcal{L}$ nicht zugelassen. In diesem Sinne ist der obige Ansatz für die skalare Lagrangedichte der allgemeinst mögliche.

2.1.2. Minimierung des Potentials und Vakuumerwartungswerte

In Zusammenhang mit der elektroschwachen Symmetriebrechung ist es interessant, die Extrema des skalaren Potentials genauer zu untersuchen. Insbesondere spielt die Lage der Minima eine wichtige Rolle. Denn diese entscheidet darüber, ob die beteiligten skalaren Felder einen Vakuumerwartungswert annehmen können und somit eine spontane Symmetriebrechung vorliegt. Im Folgenden wird dies zunächst am Fall des SM-Higgspotentials erläutert. Anschließend wird das verallgemeinerte Potential mit einem zusätzlichen Singulett S untersucht.

Das skalare Potential des Higgsbosons lautet im SM:

$$V(\Phi) = \mu_h^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda_h \left(\Phi^\dagger \Phi\right)^2 .$$

Damit dieses Potential nach unten beschränkt ist, muss der Parameter $\lambda_h > 0$ gewählt werden.
Im Grundzustand nimmt das Feld Φ einen Wert an, welcher das skalare Potential minimiert. Hierbei spielt aufgrund der Symmetrie des Potentials nur der Betrag des Feldes eine Rolle. Um diese Werte $|\Phi|$ zu finden, für welche $V(\Phi)$ minimal wird, muss folgendes Extremalwertproblem gelöst werden:

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial V}{\partial |\Phi|}\right|_{|\Phi|=\frac{v_h}{\sqrt{2}}} &= \sqrt{2}\mu_h^2 v_h + \sqrt{2}\lambda_h v_h^3 \overset{!}{=} 0 \\
\left.\frac{\partial^2 V}{\partial |\Phi|^2}\right|_{|\Phi|=\frac{v_h}{\sqrt{2}}} &= 2\mu_h^2 + 6\lambda_h v_h^2 \overset{!}{>} 0.
\end{aligned}$$

Die Lösungen für v_h, die aus diesem resultieren, lauten:

$$\begin{aligned}
v_h &= 0 && \text{für } \mu_h^2 \geq 0 \\
v_h &= \pm\sqrt{\frac{-\mu_h^2}{\lambda_h}} && \text{für } \mu_h^2 < 0.
\end{aligned}$$

Im SM nimmt das Higgsdublett also nur für die Wahl $\mu_h^2 < 0$ einen von 0 verschiedenen Vakuumerwartungswert v_h an und nur in diesem Fall liegt eine spontane Symmetriebrechung vor. Für $\mu_h^2 \geq 0$ hingegen liegt das Minimum des Potentials bei $v_h = 0$ und die Symmetrie ist erhalten.

Betrachtet man nun das oben eingeführte erweiterte Potential, so muss das zu lösende Minimierungsproblem verallgemeinert werden. Denn bei Anwesenheit des skalaren Singuletts S muss die Minimierung des Potentials nicht nur bezüglich Φ, sondern auch bezüglich S erfolgen. Neben Φ kann dann auch S einen Vakuumerwartungswert v_s erhalten. Dementsprechend lautet das zu lösende Minimierungsproblem:

$$\left.\frac{\partial V}{\partial S}\right|_{s=\frac{v_s}{\sqrt{2}},|\Phi|=\frac{v_h}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\mu_s^2 v_s + \frac{3}{2}\lambda_{3s}v_s^2 + \sqrt{2}\lambda_{4s}v_s^3 + \frac{t_1}{2}v_h^2 + \frac{t_2}{\sqrt{2}}v_h^2 v_s \stackrel{!}{=} 0$$

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right|_{s=\frac{v_s}{\sqrt{2}},|\Phi|=\frac{v_h}{\sqrt{2}}} = 2\mu_s^2 + 3\sqrt{2}\lambda_{3s}v_s + 6\lambda_{4s}v_s^2 + t_2 v_h^2 \stackrel{!}{>} 0$$

$$\left.\frac{\partial V}{\partial |\Phi|}\right|_{s=\frac{v_s}{\sqrt{2}},|\Phi|=\frac{v_h}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\mu_h^2 v_h + \sqrt{2}\lambda_h v_h^3 + t_1 v_h v_s + \frac{t_2}{\sqrt{2}}v_h v_s^2 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\left.\frac{\partial^2 V}{\partial |\Phi|^2}\right|_{s=\frac{v_s}{\sqrt{2}},|\Phi|=\frac{v_h}{\sqrt{2}}} = 2\mu_h^2 + 6\lambda_h v_h^2 + \sqrt{2}t_1 v_s + t_2 v_s^2 \stackrel{!}{>} 0.$$

Dieses Problem hat neun unterschiedliche Lösungspaare $\{v_h, v_s\}$. Für drei dieser Lösungen ist $v_h = 0$ und v_s ergibt sich aus der Gleichung:

$$\sqrt{2}\mu_s^2 v_s + \frac{3}{2}\lambda_{3s}v_s^2 + \sqrt{2}\lambda_{4s}v_s^3 = 0.$$

Diese kann nach Abspaltung der trivialen Lösung $v_s = 0$ auf eine einfache quadratische Gleichung reduziert und mit den üblichen Methoden gelöst werden.
Von weiterem Interesse sind jedoch nur die Lösungen mit $v_h \neq 0$. Denn im Folgenden wird immer vorausgesetzt, dass es sich bei Φ um das Higgsdublett des SM handelt, welches für die elektroschwache Symmetriebrechung verantwortlich ist und somit einen Vakuumerwartungswert aufweisen muss. Solche Lösungen existieren für $\lambda_h > 0$ nur, falls

$$\mu_h^2 + t_1\frac{v_s}{\sqrt{2}} + \frac{t_2}{2}v_s^2 < 0$$

erfüllt ist. Dies kann als Verallgemeinerung der Bedingung $\mu_h^2 < 0$ im SM angesehen werden. Unter dieser Voraussetzung findet man für v_h folgenden Ausdruck:

$$v_h = \pm\sqrt{\frac{-\left(\mu_h^2 + t_1\frac{v_s}{\sqrt{2}} + \frac{t_2}{2}v_s^2\right)}{\lambda_h}}. \tag{5}$$

Die zugehörigen Ausdrücke für v_s erhält man durch Lösen der kubischen Gleichung:

$$\sqrt{2}\mu_s^2 v_s + \frac{3}{2}\lambda_{3s}v_s^2 + \sqrt{2}\lambda_{4s}v_s^3 + \frac{t_1}{2}v_h^2 + \frac{t_2}{\sqrt{2}}v_h^2 v_s = 0\,, \tag{6}$$

wenn obiger Ausdruck für v_h eingesetzt wird. Diese liefert drei unterschiedliche Lösungen für v_s.
Für die folgenden Untersuchungen wird die Frage interessant sein, unter welchen

Bedingungen S den Vakuumerwartungswert $v_s = 0$ annehmen kann. Um dieser Frage nachzugehen, ist es zweckmäßig, zwischen den beiden Fällen $t_1 \neq 0$ und $t_1 = 0$ zu unterscheiden:

- Für den Fall $t_1 \neq 0$ muss S zwingend einen von 0 verschiedenen Vakuumerwartungswert v_s aufweisen. Dies ist leicht zu erkennen, wenn im Potentialterm aus Gleichung (2) die Ersetzung $\Phi \to \begin{pmatrix} 0, & \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^T$ vorgenommen wird. Aus dieser resultiert ein Term $\frac{t_1}{2} v_h^2 S$, welcher linear in S ist und folglich dazu führt, dass das Potential an der Stelle $\{|\Phi|\,,\, S\} = \left\{\frac{v_h}{\sqrt{2}},\, 0\right\}$ kein Minimum mehr aufweist. Das Minimum wird also durch den linearen Term zu Punkten mit $v_s \neq 0$ verschoben.
- Für den Fall $t_1 = 0$ verschwinden die Terme linear in S. Folglich ist hier $v_s = 0$ wieder eine mögliche Lösung des Minimierungsproblems. Allerdings muss die Bedingung $2\mu_s^2 + t_2 v_h^2 > 0$ erfüllt sein, damit es sich bei $v_s = 0$ auch tatsächlich um ein Minimum des Potentials handelt.
  Denn gilt $2\mu_s^2 + t_2 v_h^2 < 0$, so befindet sich bei 0 ein lokales Maximum und S nimmt einen Vakuumerwartungswert v_s an, der von 0 verschieden ist.

$v_s = 0$ ist demnach nur möglich, wenn $t_1 = 0$ gewählt wird und gleichzeitig $2\mu_s^2 + \frac{1}{2} t_2 v_h^2 > 0$ erfüllt ist. Die Ausdrücke für v_s, die sich im Fall $v_s \neq 0$ ergeben, sind im Allgemeinen recht lang und wenig übersichtlich. Aus diesem Grund werden sie hier nicht explizit aufgeführt.

Schließlich kann noch der Potentialterm $V(H,\, S)$ der Lagrangedichte angegeben werden, der sich aus Gleichung (2) ergibt, wenn die Entwicklungen $\Phi \to \begin{pmatrix} 0, & \frac{v_h + H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^T$ und $S \to \frac{v_s + S}{\sqrt{2}}$ der beiden Felder um ihre Vakuumerwartungswerte durchgeführt werden. Er lautet:

$$\begin{aligned} V(H,\, S) &= -\frac{m_h^2}{2} HH - \frac{m_s^2}{2} SS - m_{hs}^2 HS \\ &\quad + \lambda'_{3h} HHH + t'_1 HHS + t' HSS + \lambda'_{3s} SSS \\ &\quad + \lambda'_{4h} HHHH + t'_2 HHSS + \lambda'_{4s} SSSS \end{aligned}$$

mit den Koeffizienten:

$$
\begin{aligned}
m_h^2 &= 2\left(\frac{\mu_h^2}{2} + \frac{v_s t_1}{2\sqrt{2}} + \frac{v_s^2 t_2}{4} + \frac{3\lambda_h v_h^2}{2}\right) & t' &= -\frac{t_2 v_h}{2} \\
m_s^2 &= 2\left(\frac{\mu_s^2}{2} + \frac{t_2 v_h^2}{4} + \frac{3\lambda_{3s} v_s}{2\sqrt{2}} + \frac{3\lambda_{4s} v_s^2}{2}\right) & \lambda'_{3s} &= -\left(\lambda_{4s} v_s + \frac{\lambda_{3s}}{2\sqrt{2}}\right) \\
m_{hs}^2 &= 2\left(\frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2}\right) & \lambda'_{4h} &= -\frac{\lambda_{4h}}{4} \\
\lambda'_{3h} &= -\lambda_h v_h & t'_2 &= -\frac{t_2}{4} \\
t'_1 &= -\left(\frac{t_1}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_s}{2}\right) & \lambda'_{4s} &= -\frac{\lambda_{4s}}{4}.
\end{aligned}
$$

Offensichtlich tauchen hier neben Massentermen für S und H sowie Wechselwirkungstermen auch bilineare Terme $\sim SH$ auf, welche zu Mischungen zwischen den beiden skalaren Feldern führen. Die Untersuchung dieser Mischung ist Gegenstand des nächsten Abschnitts.

2.1.3. Mischungen zwischen den Skalaren S und H

Am einfachsten lässt sich die Mischung der beiden skalaren Felder anhand der zugehörigen Massenmatrix darstellen. In der Basis der Felder H und S hat sie folgende Form:

$$
\begin{aligned}
M &= \begin{pmatrix} m_h^2 & m_{hs}^2 \\ m_{hs}^2 & m_s^2 \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \mu_h^2 + \frac{t_1 v_s}{\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_s^2}{2} + 3\lambda_h v_h^2 & \frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2} \\ \frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2} & \mu_s^2 + \frac{t_2 v_h^2}{2} + \frac{3\lambda_{3s} v_s}{\sqrt{2}} + 3\lambda_{4s} v_s^2 \end{pmatrix}.
\end{aligned}
$$

Die Nebendiagonalterme sind verantwortlich für die Mischung und es kann direkt abgelesen werden, dass deren Größe maßgeblich von den beiden Kopplungen t_1 und t_2 sowie den Vakuumerwartungswerten v_s und v_h bestimmt wird. Unter der Annahme $v_h \neq 0$ ist eine Entkopplung der beiden skalaren Felder nur in folgenden Fällen möglich:

- $t_1 = 0$ und $t_2 = 0$: Für diese Wahl der Parameter verschwinden im Potential (2) sämtliche Terme, die Wechselwirkungen zwischen S und Φ beschreiben. Die Entkopplung der beiden Skalare ist in diesem Fall also trivial und kann direkt an der Lagrangedichte abgelesen werden. Weiterhin ist an Gleichung (5) zu erkennen, dass v_h in diesem Fall den SM-Wert $v_h = \sqrt{\frac{-\mu_h^2}{\lambda_h}}$ annimmt.

- $t_1 = 0$ und $v_s = 0$: Wie im letzten Abschnitt gefunden, ist $v_s = 0$ für $t_1 = 0$ eine mögliche Lösung des Minimierungsproblems. Somit ist eine Entkopplung der beiden Skalare auch möglich, ohne dass jegliche Wechselwirkungen zwischen ihnen verboten werden müssen. Auch in diesem Fall gewinnt man für v_h den aus dem SM bekannten Wert $v_h = \sqrt{\frac{-\mu_h^2}{\lambda_h}}$ zurück.

In beiden Fällen ist die Voraussetzung für eine Entkopplung von S und H, dass $t_1 = 0$ gewählt wird. Eine Wahl $t_1 \neq 0$ bewirkt demnach immer eine Mischung der beiden skalaren Felder. Eine solche wiederum führt dazu, dass es sich bei S und H nicht mehr um Masseneigenzustände handelt. Vielmehr sind die Masseneigenzustände h_1 und h_2 in diesem Fall Linearkombinationen aus S und H, d.h. es gilt:

$$\begin{aligned} h_1 &= \cos\gamma \cdot H - \sin\gamma \cdot S \\ h_2 &= \sin\gamma \cdot H + \cos\gamma \cdot S. \end{aligned}$$

Um in die Basis der Masseneigenzustände zu gelangen, muss die Mischungsmatrix M mithilfe einer unitären Transformation diagonalisiert werden. Dies liefert neben Masseneigenwerten und Eigenvektoren auch einen Ausdruck für den Mischungswinkel γ:

$$\tan\gamma = \frac{2 \cdot |m_{hs}^2|}{(m_h^2 - m_s^2) + \sqrt{(m_h^2 - m_s^2)^2 + 4 \cdot |m_{hs}^2|^2}}. \tag{7}$$

Für $\tan\gamma \approx 0$ liegt nur eine sehr schwache Mischung vor. Denn mit $\cos\gamma \approx 1$ und $\sin\gamma \approx 0$ ist das Higgsboson H in diesem Fall näherungsweise äquivalent zum Masseneigenzustand h_1, während S in guter Approximation als h_2 angesehen werden kann. Gemäß Gleichung (7) ist dies für kleine Nebendiagonalelemente $|m_{hs}^2|$, also für kleine t_1, t_2 und v_s, der Fall.

Im Rahmen des betrachteten Modells muss die 126 GeV-Resonanz durch einen der beiden Masseneigenzustände h_1 und h_2 repräsentiert werden. Da hier jedoch untersucht werden soll, ob sich die 126 GeV-Resonanz durch ein neutrales skalares Singulett beschreiben lässt, wird im Folgenden immer davon ausgegangen, dass Mischungseffekte zwischen S und H vernachlässigbar sind. Hierzu wird $t_1 = 0$ gesetzt, was wiederum die Möglichkeit eröffnet auch $v_s = 0$ anzunehmen. Mit dieser Wahl wird die Massenmatrix diagonal und S kann als reiner Masseneigenzustand betrachtet werden. Effekte einer möglichen (kleinen) Mischung im Fall $t_1 \neq 0$ werden erst am Ende in Abschnitt 5.5 wieder berücksichtigt.

2.2. Die effektive Lagrangedichte und Kopplungen an Eichbosonen

Um das betrachtete Modell weiter untersuchen zu können, müssen als nächstes die Kopplungen des Singuletts S an die Standardmodellteilchen definiert werden. Hierbei sind insbesondere die Kopplungen an Eichbosonen von Interesse, da diese in der weiteren Arbeit von großer Bedeutung sein werden. Kopplungen an Fermionen werden in den folgenden Kapiteln nicht berücksichtigt und werden hier deshalb auch nicht definiert.

2.2.1. Kopplungen des SM-Higgsbosons

Zunächst werden noch einmal kurz die Kopplungen des (SM-)Higgsboson an die Eichbosonen erläutert, da diese im Folgenden immer wieder benötigt werden. Sie resultieren direkt aus dem kinetischen Term der Lagrangedichte (1)

$$\mathcal{L}_{kin,\Phi} = \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger D^\mu \Phi.$$

Werden die kovariante Ableitung aus Gleichung (3) sowie der Ausdruck (4) für Φ eingesetzt, so führt ein Übergang zu den physikalischen Feldern:

$$\begin{aligned} A_\mu &= B_\mu c_w + W_\mu^3 s_w \\ Z_\mu &= W_\mu^3 c_w - B_\mu s_w \\ W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\mu^1 \mp i W_\mu^2\right) \end{aligned} \tag{8}$$

zu folgendem Ausdruck für $D_\mu \Phi$:

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi) &= \left(\partial_\mu + \frac{i}{2} g' B_\mu + ig\frac{\sigma_a}{2} W_\mu^a\right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_h + H \end{pmatrix} \\ &= \frac{\partial_\mu H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{i\left(v_h + H\right)}{2\sqrt{2}} \left(g' B_\mu + g \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - i W_\mu^2 \\ W_\mu^1 + i W_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{\partial_\mu H}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{i\left(v_h + H\right)}{2\sqrt{2}} \left(\frac{-1}{c_w} Z_\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \sqrt{2} W_\mu^+ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right). \end{aligned}$$

Hierin wurde die Relation $g \cdot s_w = g' \cdot c_w$ verwendet, wobei s_w und c_w für den Sinus bzw. Kosinus des Weinbergwinkels θ_w stehen. Der vollständige kinetische Term lautet dann:

$$\mathcal{L}_{kin,\Phi} = \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{g^2}{8}\,(v_h + H)^2 \left(\frac{1}{c_w^2} Z_\mu Z^\mu + 2 W_\mu^+ W^{-\mu}\right).$$

Betrachtet man in $\mathcal{L}_{kin,\Phi}$ nur die Terme linear in H, so erhält man die gesuchten Kopplungen des Higgsbosons an zwei Eichbosonen:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Phi^{HVV} &= \frac{g^2}{4\,c_w^2} v_h\, H Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{2} v_h\, H W_\mu^+ W^{-\mu} \\
&= \frac{M_z^2}{v_h}\, H Z_\mu Z^\mu + \frac{2M_w^2}{v_h}\, H W_\mu^+ W^{-\mu}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Die Ausdrücke für die Massen

$$M_w = \frac{1}{2} v_h g \qquad \text{und} \qquad M_z = \frac{1}{2}\frac{v_h g}{c_w},$$

die in der zweiten Zeile eingesetzt wurden, resultieren ebenfalls aus $\mathcal{L}_{kin,\Phi}$, wenn nur die Terme betrachtet werden, die quadratisch in v_h sind:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Phi^{v_h^2} &= \frac{1}{2}\frac{g^2}{4\,c_w^2} v_h^2\, Z_\mu Z^\mu + \frac{g^2}{4} v_h^2\, W_\mu^+ W^{-\mu} \\
&= \frac{1}{2} M_z^2\, Z_\mu Z^\mu + M_w^2\, W_\mu^+ W^{-\mu}.
\end{aligned}$$

Wie in Gleichung (9) erkennbar ist, liefert $\mathcal{L}_\Phi^{HVV}$ direkte Kopplungen des Higgsbosons an massive Eichbosonen, nicht jedoch an Photonen und Gluonen. Auch der prinzipiell erlaubte Vertex $HZ\gamma$ tritt in $\mathcal{L}_\Phi^{HVV}$ nicht auf. Folglich kann im SM der Zerfall eines Higgsbosons in zwei masselose Eichbosonen oder in ein Z-Boson und ein Photon nicht direkt erfolgen, sondern muss immer über Schleifen ablaufen. Entsprechend sind die Kopplungen des SM-Higgsbosons an zwei Photonen, zwei Gluonen oder an ein Z-Boson und ein Photon gegenüber den direkten Kopplungen an zwei W- oder Z-Bosonen unterdrückt. Dies wird in den folgenden Untersuchungen eine große Rolle spielen.

2.2.2. Effektive Theorien

Im Gegensatz zum Higgsboson koppelt das S als neutrales, farbloses SU(2)-Singulett nicht direkt an die Standardmodellteilchen. Dennoch können Wechselwirkungen zwischen dem Singulett S und den Eichbosonen über Schleifen, in denen schwere nicht-SM-Teilchen umlaufen, vermittelt werden. Dies kann mithilfe einer effektiven Lagrangedichte beschrieben werden.

Die Idee sog. effektiver Theorien ist es, die Auswirkungen neuer Physik, die bei hohen Energien jenseits einer Skala Λ auftritt, im Bereich unterhalb dieser Skala zu beschreiben. Dies geschieht mithilfe nicht renormierbarer Operatoren der Massendimension $\mathcal{O}(\mathcal{M}) \geq 5$, welche durch die Ausintegration der Freiheitsgrade der neuen Physik zustande kommen. Die effektive Lagrangedichte lässt sich mithilfe dieser Operatoren als eine Reihe in Potenzen von $\frac{1}{\Lambda}$ schreiben [17]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_0 + \frac{\mathcal{L}_1}{\Lambda} + \frac{\mathcal{L}_2}{\Lambda^2} + ... \tag{10}$$

$\mathcal{L}_0$ bezeichnet hier die normale Lagrangedichte mit einer Dimension $\mathcal{O}(\mathcal{M}) = 4$. $\mathcal{L}_1$ beinhaltet alle Operatoren der Dimension fünf, $\mathcal{L}_2$ die der Dimension sechs usw. Da angenommen wird, dass Λ im Vergleich zu den anderen auftretenden Energien sehr groß ist, sind die Terme umso stärker unterdrückt, je höher ihre Massen-Dimension ist. Daher ist es möglich, in der Entwicklung (10) nur die Terme der führenden Ordnung zu berücksichtigen und alle höheren zu vernachlässigen.
Die Freiheitsgrade, welche die Physik oberhalb von Λ beschreiben, tauchen in $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ nicht mehr explizit auf. $\mathcal{L}_0$ enthält nur die kinetischen Terme und die Massenterme für die „leichten“ SM-Teilchen, sowie Terme mit $\mathcal{O}(\mathcal{M}) \leq 4$, die Wechselwirkungen zwischen diesen beschreiben. Die entsprechenden Terme für die schweren Teilchen, welche in der ursprünglichen exakten Lagrangedichte auftreten, verschwinden beim Übergang zur effektiven Theorie.
Auch in den höheren Termen von $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ treten die schweren Freiheitsgrade nicht mehr auf. Denn diese Terme resultieren aus der Ausintegration von Feynmangraphen, die nur leichte Teilchen als externe Linien enthalten und in denen schwere Teilchen als interne Linien vorliegen.
Die schweren Teilchen können für Energien weit unterhalb von Λ nicht reell, also als externe Teilchen, erzeugt werden. Sie können aber sehr wohl im Rahmen der Heisenbergschen Unschärferelation als virtuelle Teilchen zu Beiträgen führen, indem sie als „messenger“-Teilchen Übergänge zwischen den leichten Teilchen vermitteln. Aufgrund der Unschärferelation gilt für die Lebensdauer eines solchen virtuellen Teilchen mit Masse $M \approx \Lambda$:

$$\Delta t \lesssim \frac{1}{\Lambda} \approx \frac{1}{M}.$$

Ebenso gilt für die Strecke, die das Teilchen zurücklegt:

$$\Delta s \lesssim \frac{1}{\Lambda} \approx \frac{1}{p},$$

wobei p der Impuls ist, der zur Erzeugung des Teilchens nötig ist [18].
Obigen Relationen zufolge garantiert die Unschärferelation die räumliche und zeitliche Lokalität der Beiträge der virtuellen Teilchen. Diese wiederum eröffnet die Möglichkeit, die Beiträge der virtuellen Teilchen auszuintegrieren und die Feynmangraphen mit schweren Teilchen als interne Linien zu Punktvertizes zusammenzuziehen. Die effektiven Operatoren, welche diese Vertizes beschreiben, enthalten die schweren Freiheitsgrade dann nicht mehr explizit.

Auf diese Weise kann eine effektive Lagrangedichte konstruiert werden, welche nur aus den Feldern der leichten Teilchen aufgebaut ist, in der die Effekte der schweren Teilchen aber mitinbegriffen sind. Das hier beschriebene Vorgehen wird in Abschnitt 2.2.5 anhand eines Beispiels näher erläutert.

2.2.3. Konstruktion der effektiven Lagrangedichte für das Singulett S

Als nächstes soll nun die effektive Lagrangedichte für das betrachtete Modell konstruiert werden. Hierbei ist zu beachten, dass diese invariant unter Lorentz- und unter $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$-Eichtransformation sein muss. Aus den Feldern des SM können aus diesem Grund keine effektiven Operatoren mit Dimension $\mathcal{O}(\mathcal{M}) < 6$ gebildet werden. Denn die hier zur Verfügung stehenden Felder sind das skalare Higgsdublett Φ und dessen kovariante Ableitung $D_\mu\Phi$, die $SU(3)$-, $SU(2)$- bzw. $\mathrm{U}(1)$-Feldstärketensoren $\hat{G}_{\mu\nu}$, $\hat{W}_{\mu\nu}$, und $\hat{B}_{\mu\nu}$ sowie deren duale Partner $\hat{\tilde{G}}_{\mu\nu}$, $\hat{\tilde{W}}_{\mu\nu}$, und $\hat{\tilde{B}}_{\mu\nu}$. Die Feldstärketensoren sind hierbei definiert als:

$$\begin{aligned}
\hat{G}_{\mu\nu} &= \hat{G}^d_{\mu\nu}\tfrac{\lambda^d}{2} = & ig_s G^d_{\mu\nu}\frac{\lambda^d}{2} = ig_s\left[\partial_\mu G^d_\nu - \partial_\nu G^d_\mu - g_s \mathrm{f}^{def} G^e_\mu G^f_\nu\right]\frac{\lambda^d}{2} \\
\hat{W}_{\mu\nu} &= \hat{W}^a_{\mu\nu}\tfrac{\sigma^a}{2} = & igW^a_{\mu\nu}\frac{\sigma^a}{2} = ig\left[\partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu - g\epsilon^{abc}\left(W^b_\mu W^c_\nu\right)\right]\frac{\sigma^a}{2} \\
\hat{B}_{\mu\nu} &= & i\frac{g'}{2}B_{\mu\nu} = i\frac{g'}{2}\left[\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu\right]
\end{aligned} \tag{11}$$

und die dualen Partner sind gegeben durch:

$$\hat{\tilde{F}}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\hat{F}_{\rho\sigma}.$$

Die G^d_μ in der ersten Zeile von Gleichung (11) stehen für die SU(3)-Eichfelder mit Kopplungskonstante g_s. Ferner stellen die $\mathrm{f}^{\mathrm{def}}$ die Strukturkonstanten und die $\frac{\lambda^d}{2}$ die Generatoren der SU(3)-Lie-Algebra dar. Alle übrigen Felder, Generatoren und Konstanten sind definiert wie in Abschnitt 2.1.1.

Damit die genannten Invarianzbedingungen erfüllt sind, muss in den effektiven Operatoren immer jeweils eine gleiche Anzahl an Isospin-$\frac{1}{2}$-Feldern Φ und $\Phi^\dagger$ auftauchen, und die Lorentzindizes der Feldstärketensoren und kovarianten Ableitungen müssen mit denen anderer Feldstärketensoren oder kovarianten Ableitungen kontrahiert werden. Dies verbietet im SM die Konstruktion von Operatoren ungerader Dimension.
Mit einem zusätzlichen Singulett ist es jedoch möglich, lorentz- und eichinvariante Dimension-5-Operatoren zu konstruieren, da das Singulett S auch in ungerader Anzahl auftreten darf, ohne die Invarianzen zu verletzen. Explizit können die folgenden Operatoren konstruiert werden:

$$
\begin{aligned}
O_{GG} &= \hat{G}^d_{\mu\nu}\hat{G}^{d\mu\nu}S & \qquad O_{DD} &= \left(D_\mu\Phi\right)^\dagger\left(D^\mu\Phi\right)S \\
O_{\tilde{G}G} &= \hat{\tilde{G}}^d_{\mu\nu}\hat{G}^{d\mu\nu}S & O_{DS} &= \Phi^\dagger D_\mu\Phi\partial^\mu S \\
O_{WW} &= \hat{W}^a_{\mu\nu}\hat{W}^{a\mu\nu}S & O_{\Box S} &= \Phi^\dagger\Phi\Box S \\
O_{\tilde{W}W} &= \hat{\tilde{W}}^a_{\mu\nu}\hat{W}^{a\mu\nu}S & O_{DSS} &= S\partial^\mu S\partial_\mu S \\
O_{BB} &= \hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}S & O_S &= \Phi^\dagger\Phi\Phi^\dagger\Phi S \\
O_{\tilde{B}B} &= \hat{\tilde{B}}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}S & O_{3S} &= \Phi^\dagger\Phi SSS \\
& & O_{5S} &= SSSSS.
\end{aligned}
$$

Im Folgenden werden nur Operatoren benötigt, die Beiträge zu effektiven SVV-Vertizes liefern. Da die Operatoren O_{DS}, O_S, O_{3S}, O_{5S}, O_{DSS} und $O_{\Box S}$ keinen oder nur einen Feldstärketensor enthalten und folglich nicht zu SVV-Kopplungen führen können, werden sie fortan nicht weiter betrachtet.
Mit den verbleibenden sieben Operatoren lässt sich die effektive Lagrangedichte für die Kopplungen des S an die Eichbosonen folgendermaßen parametrisieren:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{eff}} = \; & \frac{f_{gg}}{\Lambda_5}\hat{G}^d_{\mu\nu}\hat{G}^{d\mu\nu}S + \frac{f_{ww}}{\Lambda_5}\hat{W}^a_{\mu\nu}\hat{W}^{a\mu\nu}S + \frac{f_{bb}}{\Lambda_5}\hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}S \\
& + \frac{\tilde{f}_{gg}}{\Lambda_5}\hat{\tilde{G}}^d_{\mu\nu}\hat{G}^{d\mu\nu}S + \frac{\tilde{f}_{ww}}{\Lambda_5}\hat{\tilde{W}}^a_{\mu\nu}\hat{W}^{a\mu\nu}S + \frac{\tilde{f}_{bb}}{\Lambda_5}\hat{\tilde{B}}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}S \\
& + \frac{f_{dd}}{\Lambda_5}\left(D_\mu\Phi\right)^\dagger\left(D^\mu\Phi\right)S. \qquad (12)
\end{aligned}
$$

Diese Parametrisierung entspricht der in [13] gewählten. Im Unterschied zu dort werden hier jedoch zusätzlich zu den CP-geraden Operatoren, die aus zwei Feldstärketensoren aufgebaut sind, auch CP-ungerade Operatoren betrachtet, welche einen dualen Feldstärketensor enthalten. Weiterhin wird der Operator O_{DD} hinzugenommen. Um hieraus die Lagrangedichte für die physikalischen Felder A_μ, Z_μ

und $W_\mu^\pm$ zu erhalten, kann die in Gleichung (8) dargestellte Rotation vorgenommen werden. Damit findet man für $\mathcal{L}_{\text{eff}}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{eff}} = &\left(-\frac{f_{gg}}{\Lambda_5}\frac{g_s^2}{4}\right)\cdot G^d_{\mu\nu}G^{d\mu\nu}S + \left(-\frac{f_{ww}+f_{bb}}{\Lambda_5}\cdot s_w^2\frac{g^2}{4}\right)\cdot A_{\mu\nu}A^{\mu\nu}S \\
&+\left(-2\frac{f_{ww}}{\Lambda_5}s_w c_w\frac{g^2}{4} + 2\frac{f_{bb}}{\Lambda_5}s_w c_w\frac{g'^2}{4}\right)\cdot A_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}S \\
&+\left(-\frac{f_{ww}}{\Lambda_5}\cdot c_w^2\frac{g^2}{4} - \frac{f_{bb}}{\Lambda_5}s_w^2\frac{g'^2}{4}\right)\cdot Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}S \\
&+\left(-2\frac{f_{ww}}{\Lambda_5}\frac{g^2}{4}\right)\cdot W^+_{\mu\nu}W^{-\mu\nu}S \\
&+\left(-\frac{\tilde{f}_{gg}}{\Lambda_5}\frac{g_s^2}{4}\right)\cdot \tilde{G}^d_{\mu\nu}G^{d\mu\nu}S + \left(-\frac{\tilde{f}_{ww}+\tilde{f}_{bb}}{\Lambda_5}\cdot s_w^2\frac{g^2}{4}\right)\cdot \tilde{A}_{\mu\nu}A^{\mu\nu}S \\
&+\left(-\frac{\tilde{f}_{ww}}{\Lambda_5}s_w c_w\frac{g^2}{4} + \frac{\tilde{f}_{bb}}{\Lambda_5}s_w c_w\frac{g'^2}{4}\right)\cdot \tilde{Z}_{\mu\nu}A^{\mu\nu}S \\
&+\left(-\frac{\tilde{f}_{ww}}{\Lambda_5}\cdot c_w^2\frac{g^2}{4} - \frac{\tilde{f}_{bb}}{\Lambda_5}s_w^2\frac{g'^2}{4}\right)\cdot \tilde{Z}_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}S \\
&+\left(-2\frac{\tilde{f}_{ww}}{\Lambda_5}\frac{g^2}{4}\right)\cdot \tilde{W}^+_{\mu\nu}W^{-\mu\nu}S \\
&+\frac{f_{dd}}{\Lambda_5}\frac{M_z^2}{2}Z_\mu Z^\mu S + \frac{f_{dd}}{\Lambda_5}M_w^2 W^+_\mu W^{-\mu}S + \frac{f_{dd}}{2\Lambda_5}\partial_\mu H\partial^\mu H S \\
&+\mathcal{O}\left(SHV^2,\, SH^2V^2, SV^3, SV^4\right). \qquad (13)
\end{aligned}$$

$W^+_{\mu\nu}$ ist in der verwendeten Notation definiert als $W^+_{\mu\nu} = \partial_\mu W^+_\nu - \partial_\nu W^+_\mu$. Analoges gilt für $W^-_{\mu\nu}$ und $G^d_{\mu\nu}$ sowie die entsprechenden dualen Partner. Die nicht-abelschen Terme aus den Feldstärketensoren, welche stets drei oder vier Eichfelder enthalten, wurden in $\mathcal{O}\left(SHV^2,\, SH^2V^2, SV^3, SV^4\right)$ zusammengefasst. Ebenso sind hierin alle Terme mit zwei Eichfeldern und ein bis zwei Higgsfeldern H enthalten, welche aus dem Operator O_{DD} resultieren. Diese werden im Folgenden nicht benötigt und werden hier daher nicht explizit angegeben.

Eine genauere Betrachtung der Lagrangedichte zeigt, dass die Koeffizienten der vier Terme $SA_{\mu\nu}A^{\mu\nu}$, $SA_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}$, $SZ_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}$ und $SW^+_{\mu\nu}W^{-\mu\nu}$ nur von den zwei Parametern f_{bb} und f_{ww} abhängen. Dasselbe gilt für die entsprechenden CP-ungeraden Terme. Die vier Koeffizienten sind daher nicht unabhängig voneinander.
In Kapitel 3 soll analysiert werden, ob es möglich ist, die Zerfallsraten des Singuletts S in die verschiedenen Vektorbosonpaare an die am LHC gemessenen Raten anzupassen. Hierbei wird angenommen, dass S nur über $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme an die

Eichbosonen koppelt, d.h. in Gleichung (13) wird $f_{dd} = 0$ gesetzt. Wie Low et al. in [12, 13] gezeigt haben, ist es dann aufgrund der Abhängigkeit der Koeffizienten nicht möglich, die am LHC gemessenen Raten zu reproduzieren.
Die Abhängigkeit der Kopplungen kann jedoch dadurch beseitigt werden, dass die Beiträge effektiver Operatoren höherer Massendimensionen mitberücksichtigt werden. Dies wird im nächsten Abschnitt noch genauer erläutert.
Da es letztlich das Ziel ist, die am LHC gemessenen Raten durch das Singulett S zu reproduzieren, wird im Folgenden immer angenommen, dass die vier Koeffizienten unabhängig voneinander sind. Es empfiehlt sich daher, eine andere Parametrisierung zu wählen, in der diese von vornherein als unabhängig betrachtet werden. Hierfür eignet sich eine Parametrisierung, welche an die in [19] verwendete angelehnt ist:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{eff}} = &\frac{g^e_{sgg}}{2\Lambda_5} \cdot G^d_{\mu\nu} G^{d\mu\nu} S + \frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{2\Lambda_5} \cdot A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} S \\
&+ \frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5} \cdot A_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} S + \frac{g^e_{szz}}{2\Lambda_5} \cdot Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} S \\
&+ \frac{g^e_{sww}}{\Lambda_5} \cdot W^+_{\mu\nu} W^{-\mu\nu} S \\
&+ \frac{g^o_{sgg}}{2\Lambda_5} \cdot \tilde{G}^d_{\mu\nu} G^{d\mu\nu} S + \frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{2\Lambda_5} \cdot \tilde{A}_{\mu\nu} A^{\mu\nu} S \\
&+ \frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5} \cdot \tilde{A}_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} S + \frac{g^o_{szz}}{2\Lambda_5} \cdot \tilde{Z}_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} S \\
&+ \frac{g^o_{sww}}{\Lambda_5} \cdot \tilde{W}^+_{\mu\nu} W^{-\mu\nu} S \\
&+ \frac{g^{a_1}_{szz}}{\Lambda_5} \frac{M_z^2}{2} Z_\mu Z^\mu S + \frac{g^{a_1}_{sww}}{\Lambda_5} M_w^2 W^+_\mu W^{-\mu} S \\
&+ \frac{g_{hdd}}{2\Lambda_5} \cdot \partial_\mu H \partial^\mu H S + \mathcal{O}\left(SHV^2, SH^2V^2, SV^3, SV^4\right). \qquad (14)
\end{aligned}$$

Werden nur Operatoren der Dimension fünf betrachtet, dann ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den Koeffizienten der beiden unterschiedlichen Parametrisierungen, der direkt abgelesen werden kann. Es gilt dann z.B.:

$$\frac{g^e_{szz}}{2\Lambda_5} = -\frac{f_{ww}}{\Lambda_5} \cdot c_w^2 \frac{g^2}{4} - \frac{f_{bb}}{\Lambda_5} s_w^2 \frac{g'^2}{4}$$

und die $g^{e/o}_{sxx}$ sind nicht unabhängig voneinander. Bei Berücksichtigung von Operatoren höherer Dimensionen jedoch können alle $g^{e/o}_{sxx}$ als unabhängig betrachtet werden, wie im Folgenden explizit gezeigt wird.

2.2.4. Effektive Operatoren höherer Dimension

Damit die Operatoren der Dimension $\mathcal{O}(\mathcal{M}) > 5$ zu einer Unabhängigkeit der vier Koeffizienten $g^e_{s\gamma\gamma}$, $g^e_{sz\gamma}$, g^e_{szz} und g^e_{sww} führen können, müssen sie einen Beitrag der Form $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$ zur effektiven Lagrangedichte liefern. Außerdem müssen sie, wie die Dimension-5-Operatoren, invariant unter Lorentz- und Eich-Transformationen sein. Eine Argumentation ähnlich zu der in Abschnitt 2.2.3 zeigt, dass die Operatoren daher mindestens die Dimension sieben aufweisen müssen. Denn aus Φ, $D^\mu\Phi$, $\hat{W}^{\mu\nu}$ und $\hat{B}^{\mu\nu}$ können nur Operatoren mit $\mathcal{O}(\mathcal{M}) \geq 6$ gebildet werden; das zusätzlich benötigte S erhöht die Dimension auf sieben.
Im Folgenden werden nur die CP-geraden Operatoren betrachtet. Der CP-ungerade Fall kann analog behandelt werden.

Um die benötigten Operatoren der Dimension sieben zu erhalten, kann man von den elf möglichen CP-geraden Dimension-6-Operatoren ausgehen, die im Rahmen anomaler Higgskopplungen betrachtet werden [20, 21, 22, 23]:

$$\begin{aligned}
O^{(6)}_{WW} &= \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu}\hat{W}^{\mu\nu}\Phi & \qquad O^{(6)}_{DW} &= Tr\left[\left[D_\mu, \hat{W}_{\nu\rho}\right]\left[D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}\right]\right] \\
O^{(6)}_{BB} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}\Phi & O^{(6)}_{DB} &= -\frac{g'^2}{2}\left(\partial_\mu B_{\nu\rho}\right)\left(\partial^\mu B^{\nu\rho}\right) \\
O^{(6)}_{BW} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu}\hat{W}^{\mu\nu}\Phi & O^{(6)}_{WWW} &= Tr\left[\hat{W}^{\mu\nu}\hat{W}_{\nu\rho}\hat{W}^\rho_\mu\right] \\
O^{(6)}_{\phi,1} &= \left(D^\mu\Phi\right)^\dagger \Phi\Phi^\dagger \left(D_\mu\Phi\right) & O^{(6)}_{\phi,2} &= \frac{1}{2}\partial^\mu\left(\Phi^\dagger\Phi\right)\partial_\mu\left(\Phi^\dagger\Phi\right) \\
O^{(6)}_{W} &= \left(D^\mu\Phi\right)^\dagger \hat{W}_{\mu\nu}\left(D^\nu\Phi\right) & O^{(6)}_{\phi,3} &= \frac{1}{3}\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^3. \\
O^{(6)}_{B} &= \left(D^\mu\Phi\right)^\dagger \hat{B}_{\mu\nu}\left(D^\nu\Phi\right) & &
\end{aligned}$$

Damit diese Dimension-6-Operatoren zu den effektiven Vertizes für das Singulett beitragen können, müssen sie noch mit einem Faktor S multipliziert werden. Dies führt zu den gesuchten Operatoren der Dimension sieben:

$$O^{(7)}_{XX} = O^{(6)}_{XX} S.$$

Zusätzlich zu den so erhaltenen Operatoren können auch noch die Operatoren

$$\begin{aligned}
O^{(7)}_{WdS} &= \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu}\left(D^\mu\Phi\right)\left(\partial^\nu S\right) & \qquad O^{(7)}_{W\Box S} &= \hat{W}^a_{\mu\nu}\hat{W}^{a\mu\nu}\Box S \\
O^{(7)}_{BdS} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu}\left(D^\mu\Phi\right)\left(\partial^\nu S\right) & O^{(7)}_{B\Box S} &= \hat{B}_{\mu\nu}\hat{B}^{\mu\nu}\Box S
\end{aligned}$$

gebildet werden. Alle weiteren Operatoren der Dimension sieben, die aus den verwendeten Bausteinen konstruiert werden können, liefern keine Beiträge zu den

SVV-Vertizes und werden hier deshalb nicht aufgeführt.
Auch von den Operatoren, die aus den Dimension-6-Operatoren gewonnen wurden, tragen nicht alle zu den SVV-Vertizes bei. Denn $O^{(7)}_{\phi,2}$ und $O^{(7)}_{\phi,3}$ enthalten nur Skalare und können daher keine Vertizes mit Eichbosonen ergeben, $O^{(7)}_{WWW}$ führt immer zu Vertizes mit mindestens drei Eichbosonen und auch die Vertizes, die aus $O^{(7)}_{W}$ und $O^{(7)}_{B}$ resultieren, enthalten stets ein zusätzliches Higgsboson oder ein drittes Eichboson.
$O^{(7)}_{\phi,1}$ wiederum liefert zwar einen Beitrag zu den SVV-Vertizes, modifiziert aber nur die Kopplung $g^{a_1}_{szz}$, da er nach dem Übergang $\Phi \to \left(0, \frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T$ des Feldes Φ zum Vakuumerwartungswert zu dem Ausdruck

$$O^{(7)}_{\phi,1} \overset{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \frac{M_Z^2}{4} v_h^2 \cdot Z_\mu Z^\mu S$$

führt.
Aus den neun verbleibenden Operatoren $O^{(7)}_{WW}$, $O^{(7)}_{BB}$, $O^{(7)}_{BW}$, $O^{(7)}_{DB}$, $O^{(7)}_{DW}$, $O^{(7)}_{WdS}$, $O^{(7)}_{BdS}$, $O^{(7)}_{W\Box S}$ und $O^{(7)}_{B\Box S}$ erhält man schließlich die gewünschten Terme der Form $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$. Allerdings sind die $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Beiträge dieser neun Operatoren nicht alle unabhängig voneinander und von denen der Dimension-5-Operatoren.
Für die beiden Operatoren $O^{(7)}_{W\Box S}$ und $O^{(7)}_{B\Box S}$ wird dies deutlich, wenn man die Bewegungsgleichung für das Singulett S

$$\Box S = -m_s^2 S$$

betrachtet. Denn Einsetzen dieser Relation in die Ausdrücke für $O^{(7)}_{W\Box S}$ und $O^{(7)}_{B\Box S}$ führt zu:

$$\begin{aligned} O^{(7)}_{W\Box S} &= -m_s^2 \hat{W}^a_{\mu\nu} \hat{W}^{a\mu\nu} S = -m_s^2 O_{WW} \\ O^{(7)}_{B\Box S} &= -m_s^2 \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} S = -m_s^2 O_{BB}. \end{aligned}$$

Die Operatoren $O^{(7)}_{W\Box S}$ und $O^{(7)}_{B\Box S}$ sind somit direkt proportional zu den Dimension-5-Operatoren O_{WW} bzw. O_{BB}.
Auch $O^{(7)}_{WW}$ und $O^{(7)}_{BB}$ sind, sofern nur die Beiträge zu den SVV-Vertizes betrachtet werden, äquivalent zu O_{WW} bzw. O_{BB}. Dies soll hier exemplarisch anhand von $O^{(7)}_{WW}$ gezeigt werden.

$$
\begin{aligned}
O_{WW}^{(7)} &= \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu}\hat{W}^{\mu\nu}\Phi\cdot S \\
&\overset{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^\dagger i\frac{g}{2}W_{\mu\nu}^a\sigma^a \cdot i\frac{g}{2}W^{b\mu\nu}\sigma^b \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\cdot S \\
&= -\frac{g^2}{4}W_{\mu\nu}^a W^{b\mu\nu}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^\dagger \sigma^a\cdot\sigma^b \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\cdot S \\
&= -\frac{g^2}{4}W_{\mu\nu}^a W^{b\mu\nu}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^\dagger \left(\delta^{ab}1 + i\epsilon^{abc}\sigma^c\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\cdot S \\
&= -\frac{g^2}{4}W_{\mu\nu}^a W^{b\mu\nu}\delta^{ab}\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}\cdot S \\
&= -\frac{g^2}{4}\left(W_{\mu\nu}^1 W^{1\mu\nu} + W_{\mu\nu}^2 W^{2\mu\nu} + W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu}\right)\frac{v_h^2}{2}\cdot S \\
&= \frac{v_h^2}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^a\hat{W}^{a\mu\nu}S.
\end{aligned}
$$

$O_{WW}^{(7)}$ entspricht folglich, was seine Beiträge zu den $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Termen betrifft, bis auf die multiplikative Konstante $\frac{v_h^2}{2}$ dem Operator O_{WW}. Analoges gilt auch für $O_{BB}^{(7)}$. Der einzige Effekt der vier Operatoren $O_{W\Box S}^{(7)}$, $O_{B\Box S}^{(7)}$, $O_{WW}^{(7)}$ und $O_{BB}^{(7)}$ auf die $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme ist demnach, dass sie die Parameter f_{ww} und f_{bb} wie folgt modifizieren

$$
\frac{f'_{xx}}{\Lambda_5} = \frac{f_{xx}}{\Lambda_5} + \frac{f_{xx}^{(7)}}{\Lambda_5^3}\cdot\frac{v_h^2}{2} - m_s^2\frac{f_{x\Box s}^{(7)}}{\Lambda_5^3},
$$

wobei $f_{xx}^{(7)}$ und $f_{x\Box s}^{(7)}$ die Kopplungsparameter der Operatoren $O_{XX}^{(7)}$ bzw. $O_{X\Box S}^{(7)}$ in der effektiven Lagrangedichte darstellen. Die Kopplungen $g_{s\gamma\gamma}^e$, $g_{sz\gamma}^e$, g_{szz}^e und g_{sww}^e hängen dann in der gleichen Weise von f'_{ww} und f'_{bb} ab wie zuvor von f_{ww} und f_{bb} und sind daher noch nicht linear unabhängig voneinander.
Weiterhin kann gezeigt werden, dass von den restlichen Operatoren $O_{BW}^{(7)}$, $O_{DB}^{(7)}$, $O_{DW}^{(7)}$, $O_{WdS}^{(7)}$ und $O_{BdS}^{(7)}$ nur genau ein weiterer als unabhängig gewählt werden kann, sofern nur deren $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Beiträge betrachtet werden. Wird z.B. $O_{BW}^{(7)}$ als unabhängig angenommen, so lassen sich die $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme der anderen Operatoren, $O_{DB}^{(7)}$, $O_{DW}^{(7)}$, $O_{WdS}^{(7)}$ und $O_{BdS}^{(7)}$, als Linearkombination der Beiträge der Operatoren $O_{BW}^{(7)}$, $O_{WW}^{(7)}$, $O_{BB}^{(7)}$ ausdrücken. Dies wird in Anhang A.1 durch eine explizite Rechnung demonstriert. Somit führen die vier Operatoren $O_{DB}^{(7)}$, $O_{DW}^{(7)}$,

$O_{WdS}^{(7)}$ und $O_{BdS}^{(7)}$ ebenfalls lediglich zu einer Redefinition der Parameter

$$\begin{aligned} f'_{ww} &\rightarrow f''_{ww} \\ f'_{bb} &\rightarrow f''_{bb} \\ f_{bw}^{(7)} &\rightarrow f_{bw}^{(7)\prime}. \end{aligned}$$

Im Folgenden werden der Einfachheit halber wieder die ungestrichenen Parameter anstelle der redefinierten verwendet.
Mit dieser Wahl liefert ausschließlich der Operator $O_{BW}^{(7)}$ unabhängige $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme in der effektiven Lagrangedichte:

$$\begin{aligned} O_{BW}^{(7)} &= \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu}\hat{W}^{\mu\nu}\Phi \cdot S \\ &\overset{\Phi\rightarrow\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}^\dagger \left(i\frac{g'}{2}B_{\mu\nu}\right)\left(i\frac{g}{2}\sigma^a W^{\mu\nu a}\right)\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot S \\ &= -\frac{gg'}{8}B_{\mu\nu}\begin{pmatrix} 0 \\ v_h \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} W^{3\mu\nu} & W^{1\mu\nu} - iW^{2\mu\nu} \\ W^{1\mu\nu} + iW^{2\mu\nu} & -W^{3\mu\nu} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ v_h \end{pmatrix} \cdot S \\ &= \frac{gg'}{8}v_h^2 B_{\mu\nu}W^{3\mu\nu} \cdot S \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L}_{BW}^{(7)} = \frac{f_{bw}^{(7)}}{\Lambda_5^3}\frac{g^2 s_w}{8c_w}v_h^2\left(\left(c_w^2 - s_w^2\right)Z_{\mu\nu}A^{\mu\nu} + c_w s_w A_{\mu\nu}A^{\mu\nu} - c_w s_w Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu}\right) \cdot S.$$

Die Koeffizienten der vier $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme hängen damit nur von den drei Parametern f_{ww}, f_{bb} und $f_{bw}^{(7)}$ ab, sind also nach wie vor linear abhängig. Um die Unabhängigkeit der Kopplungen zu erreichen, wird noch ein vierter Operator benötigt. Da jedoch keine unabhängigen Dimension-7-Operatoren mehr zur Verfügung stehen, welche zu den SVV-Vertizes beitragen, müssen auch noch Operatoren der Dimension neun berücksichtigt werden. Ein möglicher Dimension-9-Operator ist beispielsweise:

$$O_{W\sigma}^{(9)} = \left(\Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu}\frac{\vec{\sigma}}{2}\Phi\right)^\dagger \left(\Phi^\dagger \hat{W}^{\mu\nu}\frac{\vec{\sigma}}{2}\Phi\right) \cdot S.$$

Die Ausdrücke, welche sich aus diesem für anomale Higgskopplungen der Form $HV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$ ergeben, wurden in [24] berechnet und können hier direkt übernommen werden. Hierzu muss lediglich die Ersetzung $H \rightarrow v_h$ vorgenommen und der sich ergebende Term mit einem zusätzlichen Faktor S multipliziert werden. Außerdem werden die Vorfaktoren der bisherigen Notation entsprechend angepasst. Dies führt zu folgenden neuen $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Termen in $\mathcal{L}_{\text{eff}}$:

$$\mathcal{L}^{(9)}_{W\sigma} = \frac{f^{(9)}_{w\sigma}}{\Lambda_5^5}\frac{g^2}{16}v_h^4\left(\frac{s_w^2}{4}SA_{\mu\nu}A^{\mu\nu} + \frac{c_w^2}{4}SZ_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + \frac{2s_wc_w}{4}SA_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + SW^-_{\mu\nu}W^{+\mu\nu}\right).$$

Nun können alle Beiträge zusammengefasst und die einzelnen Kopplungen in Abhängigkeit von den vier Koeffizienten der Operatoren dargestellt werden:

$$\begin{aligned}
g^e_{s\gamma\gamma} &= \frac{g^2s_w^2}{4\Lambda_5}\left(\left\{-f_{ww}+\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\right\} - f_{bb} + \tilde{f}^{(7)}_{bw}\right)\\
g^e_{sz\gamma} &= \frac{g^2s_w^2}{4\Lambda_5}\left(2\frac{c_w}{s_w}\cdot\left\{-f_{ww}+\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\right\} + 2\frac{s_w}{c_w}f_{bb} + \frac{1}{s_wc_w}\left(c_w^2-s_w^2\right)\tilde{f}^{(7)}_{bw}\right)\\
g^e_{szz} &= \frac{g^2s_w^2}{4\Lambda_5}\left(\frac{c_w^2}{s_w^2}\cdot\left\{-f_{ww}+\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\right\} - \frac{s_w^2}{c_w^2}f_{bb} - \tilde{f}^{(7)}_{bw}\right)\\
g^e_{sww} &= \frac{g^2s_w^2}{4\Lambda_5}\left(-2f_{ww}\frac{1}{s_w^2} + 4\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\frac{1}{s_w^2}\right).
\end{aligned}$$

Hierbei wurde definiert: $\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma} = \frac{f^{(9)}_{w\sigma}}{\Lambda_5^4}\frac{v_h^4}{16}$ und $\tilde{f}^{(7)}_{bw} = \frac{f^{(7)}_{bw}}{\Lambda_5^2}\frac{v_h^2}{2}$.
Diese vier Kopplungen sind genau dann linear unabhängig voneinander, wenn das Gleichungssystem:

$$g^e_{sxx}\left(f_{ww},\, f_{bb},\, \tilde{f}^{(7)}_{bw},\, \tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\right) = 0$$

für $xx = \gamma\gamma,\, z\gamma,\, zz,\, ww$ nur die triviale Lösung $f_{ww},\, f_{bb},\, \tilde{f}^{(7)}_{bw},\, \tilde{f}^{(9)}_{w\sigma} = 0$ besitzt. Um zu zeigen, dass dies hier der Fall ist, kann man z.B. $g^e_{sww} = 0$ setzen und nach $\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}$ auflösen:

$$\begin{aligned}
g^e_{sww} &= \frac{g^2s_w^2}{4\Lambda_5}\left(-2f_{ww}\frac{1}{s_w^2} + 4\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\frac{1}{s_w^2}\right) \stackrel{!}{=} 0\\
\Rightarrow \tilde{f}^{(9)}_{w\sigma} &= \frac{f_{ww}}{2}.
\end{aligned}$$

Das Ergebnis kann nun in die anderen Kopplungen eingesetzt werden. In diesen tritt immer der gemeinsame Term

$$\left\{-f_{ww}+\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\right\}$$

auf, welcher durch Einsetzen obiger Relation zu

$$\left\{-f_{ww} + \tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}\right\} \overset{\tilde{f}^{(9)}_{w\sigma}=\frac{f_{ww}}{2}}{=} -\frac{f_{ww}}{2}$$

wird. Aus der Forderung $g^e_{s\gamma\gamma} \overset{!}{=} 0$ erhält man dann

$$\frac{f_{ww}}{2} = -f_{bb} + \tilde{f}^{(7)}_{bw} ,$$

was eingesetzt in $g^e_{sz\gamma}$ und g^e_{szz} zu

$$\begin{aligned} g^e_{sz\gamma} &= \frac{g^2 s_w^2}{4\Lambda_5} \cdot \frac{1}{c_w s_w} \left(2f_{bb} - \tilde{f}^{(7)}_{bw}\right) \\ g^e_{szz} &= \frac{g^2 s_w^2}{4\Lambda_5} \left(\frac{1}{s_w^2}\right) \left(\frac{c_w^4 - s_w^4}{c_w^2} f_{bb} - \tilde{f}^{(7)}_{bw}\right) \end{aligned}$$

führt. Hieran kann sofort abgelesen werden, dass die beiden Kopplungen linear unabhängig sind, da keine Werte $f_{bb} \neq 0$ und $\tilde{f}^{(7)}_{bw} \neq 0$ existieren, für die sowohl $g^e_{sz\gamma}$ als auch g^e_{szz} verschwinden.

Folglich können die Koeffizienten der $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme als unabhängig betrachtet werden, sofern auch effektive Operatoren der Dimension sieben und neun berücksichtigt werden.

2.2.5. Zusammenhang mit dem zugrunde liegenden Modell

Für die weiteren Betrachtungen, insbesondere in den Kapiteln 4 und 5, ist es interessant, den Zusammenhang zwischen den effektiven Operatoren und der zugrunde liegenden Physik noch etwas genauer zu beleuchten. Dieser wird deutlich, wenn man von den ursprünglichen Feynmangraphen im Bereich hoher Energien ausgeht. Hier wird die Existenz schwerer Teilchen mit einer Masse M oberhalb der Skala Λ_5 angenommen, welche sowohl mit dem Singulett S als auch mit den Standardmodellteilchen wechselwirken.

Das Singulett S kann nun über Schleifen, in denen diese schweren Teilchen umlaufen, indirekt an die Teilchen des Standardmodells koppeln. Im Limes großer Massen M können die schweren Teilchen ausintegriert und die Schleifen zu effektiven Punktvertizes zusammengezogen werden. So erhält man beispielsweise den $S\gamma\gamma$-Vertex aus folgender Ersetzung:

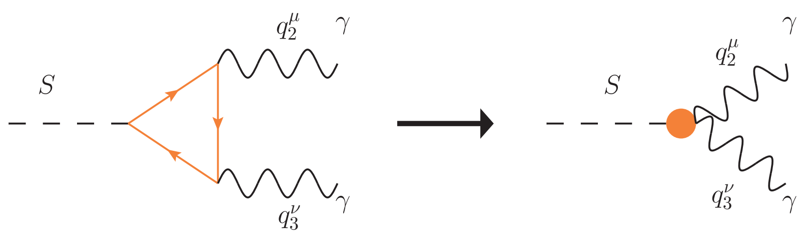


Abbildung 1: Darstellung des Übergangs zu effektiven Vertizes anhand der $S\gamma\gamma$-Kopplung.

Wird das aus dem Dreiecks-Graphen resultierende Schleifenintegral explizit ausgeführt und das Ergebnis in Potenzen von $\frac{q_1^2}{M^2}$ entwickelt, so erhält man als führenden Term einen Ausdruck $\sim \left(q_2 \cdot q_3 g_{\mu\nu} - q_{2\nu} q_{3\mu}\right)$ [24]. Einen solchen liefert auch die Fouriertransformation eines effektiven Operators der Form $SA_{\mu\nu}\left(q_2\right)A^{\mu\nu}\left(q_3\right)$:

$$\begin{aligned}
SA_{\mu\nu}\left(q_2\right)A^{\mu\nu}\left(q_3\right) &= S\left(\partial_\mu A_\nu\left(q_2\right) - \partial_\nu A_\mu\left(q_2\right)\right)\left(\partial^\mu A^\nu\left(q_3\right) - \partial^\nu A^\mu\left(q_3\right)\right) \\
&= -2S \cdot \partial_\nu A_\mu\left(q_2\right)\left(\partial^\mu A^\nu\left(q_3\right) - \partial^\nu A^\mu\left(q_3\right)\right) \\
\text{Fouriertransformation} &\longrightarrow 2S \cdot q_{2\nu} A_\mu\left(q_2\right)\left(q_3^\mu A^\nu\left(q_3\right) - q_3^\nu A^\mu\left(q_3\right)\right) \\
&= -2\left(q_2 \cdot q_3 g_{\mu\nu} - q_{2\nu} q_{3\mu}\right) S \cdot A^\mu\left(q_2\right) A^\nu\left(q_3\right).
\end{aligned}$$

Der schleifeninduzierte $S\gamma\gamma$-Vertex kann folglich durch den Dimension-5-Operator $SA_{\mu\nu}A^{\mu\nu}$ ausgedrückt werden. Ähnliches gilt auch für die anderen CP-geraden Vertizes mit einem S und zwei Eichbosonen.

Schleifen mit CP-ungeraden Kopplungen können ebenfalls auf diese Weise behandelt werden. Sie führen im Limes großer M auf einen Ausdruck $\sim \left(\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{2\rho} q_{3\sigma}\right)$, welcher wiederum auch aus einer Fouriertransformation des effektiven Operators $S\tilde{A}_{\mu\nu}\left(q_2\right)A^{\mu\nu}\left(q_3\right)$ resultiert:

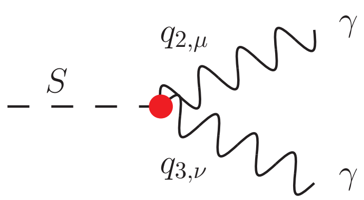
$$\begin{aligned}
S\tilde{A}^{\mu\nu}\left(q_2\right)A_{\mu\nu}\left(q_3\right) &= \frac{1}{2}S \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\left(\partial_\rho A_\sigma\left(q_2\right) - \partial_\sigma A_\rho\left(q_2\right)\right)\left(\partial_\mu A_\nu\left(q_3\right) - \partial_\nu A_\mu\left(q_3\right)\right) \\
&= 2S \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\partial_\rho A_\sigma\left(q_2\right)\partial_\mu A_\nu\left(q_3\right) \\
\text{Fouriertransformation} &\longrightarrow -2S \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{2\rho} A_\sigma\left(q_2\right) q_{3\mu} A_\nu\left(q_3\right) \\
&= 2\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{2\rho} q_{3\sigma} A_\mu\left(q_2\right) A_\nu\left(q_3\right).
\end{aligned}$$

Somit liefern die betrachteten Operatoren der Dimension fünf genau die führenden Terme, die sich aus einer Entwicklung der zugrunde liegenden Schleifen in $\frac{q_1^2}{M^2}$ ergeben.

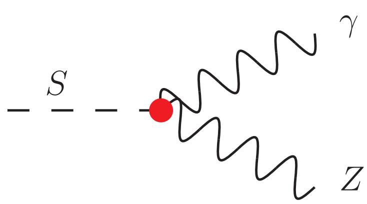
2.3. Feynmanregeln und Kopplungsstrukturen

2.3.1. Feynmanregeln für die effektiven SVV-Kopplungen

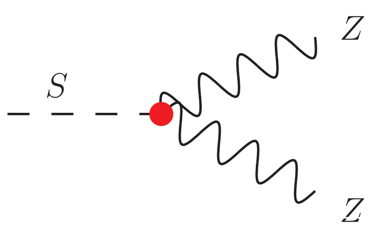
Um explizite Berechnungen im betrachteten Modell durchführen zu können, werden noch die Feynmanregeln für die effektiven Vertizes benötigt. Diese können direkt aus der Lagrangedichte (14) gewonnen werden. Für die entsprechenden Vertizes findet man folgende Ausdrücke:



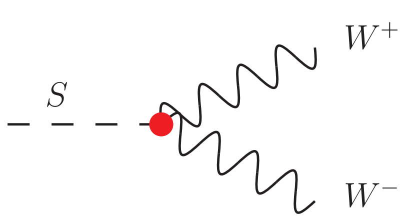
$$= -4i\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{2\Lambda_5}(q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu) + 4i\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{2\Lambda_5}(\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}q_{2\rho}q_{3\sigma})$$



$$= -2i\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}(q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu) + 2i\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}(\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}q_{2\rho}q_{3\sigma})$$



$$= -4i\frac{g^e_{szz}}{2\Lambda_5}(q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu) + 4i\frac{g^o_{szz}}{2\Lambda_5}(\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}q_{2\rho}q_{3\sigma}) + i\frac{g^{a_1}_{szz}}{\Lambda_5}M_z^2 g^{\mu\nu}$$



$$= -2i\frac{g^e_{sww}}{\Lambda_5}(q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu) + 2i\frac{g^o_{sww}}{\Lambda_5}(\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}q_{2\rho}q_{3\sigma}) + i\frac{g^{a_1}_{sww}}{\Lambda_5}M_w^2 g^{\mu\nu}.$$

Diesen Feynmanregeln ist zu entnehmen, dass das Singulett S „demokratisch“ an alle Eichbosonpaare koppelt. Der zusätzliche Beitrag in der Kopplung an W- und Z-Bosonen kommt erst durch die Wechselwirkung mit dem Higgsdublett über

den Term $\left(D_\mu\Phi\right)^\dagger D^\mu\Phi$ zustande, wenn hier der Übergang $\Phi \to \left(0, \frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T$ vollzogen wird. Vernachlässigt man diesen Term, d.h. setzt man in der ursprünglichen Lagrangedichte (12) $f_{dd} = 0$, so ist kein Eichbosonpaar von vornherein bevorzugt. Dies steht in starkem Kontrast zum SM-Higgsboson, welches „Tree-Level“-Kopplungen an Paare massiver Eichbosonen W^+W^- und ZZ aufweist, an $Z\gamma$ - und $\gamma\gamma$-Paare jedoch nur über Schleifen koppelt. Im Standardmodell führt dies zu einer starken natürlichen Unterdrückung der $HZ\gamma$ und $H\gamma\gamma$-Kopplungen.
Es ist sinnvoll, für die folgenden Untersuchungen $f_{dd} = 0$ zu setzten, und den Term $\left(D_\mu\Phi\right)^\dagger D^\mu\Phi$ nicht weiter zu berücksichtigen. Denn die Kopplungen für das Singulett S, die aus diesem Term resultieren, sind direkt proportional zu den Kopplungen des Higgsbosons an die Eichbosonen. Folglich könnten mithilfe dieses Terms die SM Higgs-Produktions- und Zerfallsraten für das Singulett S problemlos reproduziert werden, indem f_{dd} groß genug gewählt wird. Allerdings würde das S dann fast ausschließlich über den Vakuumerwartungswert des Higgsbosons an die Eichbosonen koppeln. Wie schon in der Einleitung erwähnt, interessiert hier aber die Frage, ob die am LHC entdeckte 126 GeV-Resonanz ein Teilchen sein kann, welches nur über Schleifen, und nicht vermittelt über einen Vakuumerwartungswert, an die SM-Teilchen koppelt. Um dieser Frage nachzugehen, muss also der Fall $f_{dd} = 0$ untersucht werden.
Ohne die „Higgs-induzierten“ Kopplungen aus dem Term $\left(D_\mu\Phi\right)^\dagger D^\mu\Phi S$ koppelt das Singulett S gleichermaßen an alle Eichbosonpaare und eine natürliche Unterdrückung der $HZ\gamma$ und $H\gamma\gamma$-Kopplungen existiert nicht. Möchte man eine solche erreichen, muss sie vielmehr durch die Wahl der effektiven Parameter g^e_{sxx} und g^o_{sxx} künstlich erzeugt werden. Dies wird in Kapitel 3 noch genauer erläutert und quantifiziert werden.

2.3.2. Allgemeine skalare Kopplungsstrukturen

Zum Abschluss des Kapitels soll hier noch eine kurze Diskussion allgemeiner skalarer Kopplungsstrukturen erfolgen. Außerdem wird die zugehörige Nomenklatur eingeführt, welche in den nächsten Kapiteln verwendet wird.

Die Kopplung eines Skalars an zwei Eichbosonen kann ganz allgemein folgende Tensorstruktur aufweisen:

$$T^{\mu\nu} = c_1 \cdot g^{\mu\nu} + c_2 \cdot q_2^\mu q_2^\nu + c_3 \cdot q_3^\mu q_3^\nu + c_4 \cdot q_2^\mu q_3^\nu + c_5 \cdot q_2^\nu q_3^\mu + c_6 \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{2,\rho} q_{3,\sigma}.$$

Wird dieser Ausdruck jedoch mit den erhaltenen äußeren Strömen $J_\mu(q_2)$ und $J_\nu(q_3)$ kontrahiert, so verschwinden alle Terme, die einen Faktor q_2^μoder q_3^ν enthalten aufgrund der Stromerhaltung:

$$\begin{aligned} q_2^\mu J_\mu (q_2) &= 0 \\ q_3^\nu J_\nu (q_3) &= 0. \end{aligned}$$

Die verbleibenden drei Terme können noch umsortiert und in eine Form gebracht werden, die für die folgende Diskussion besonders günstig ist:

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= c_1 \cdot g^{\mu\nu} + c_5 \cdot q_2^\nu q_3^\mu + c_6 \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{2,\rho} q_{3,\sigma} \\ &= a_1 \cdot g^{\mu\nu} + a_2 \left(q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu \right) + a_3 \cdot \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_{2,\rho} q_{3,\sigma}. \end{aligned}$$

Das zweckmäßige an dieser Parametrisierung ist, dass die hier auftauchenden a_1-, a_2- und a_3-Terme direkt mit einer physikalischen Interpretation in Verbindung gebracht werden können:
a_1-Terme tauchen in „tree-level“ Kopplungen eines Skalars an Eichbosonen auf. a_2-Terme resultieren aus Schleifen-induzierten CP-geraden Kopplungen, während a_3-Terme aus Schleifen-induzierten CP-ungeraden Kopplungen stammen.
Gemäß dieser Nomenklatur weist das SM-Higgsboson a_1-Kopplungen an die massiven W- und Z-Bosonen auf, während die $H\gamma\gamma$- und $HZ\gamma$-Kopplungen eine reine a_2-Struktur haben.
Das Singulett S koppelt an alle Eichbosonen über Schleifen, was zu Vertizes mit a_2- und a_3-Strukturen führt. Zusätzlich führen die „Higgs-induzierten“ Kopplungen aus dem Term $\left(D_\mu \Phi\right)^\dagger D^\mu \Phi$ zu a_1-Kopplungen an W- und Z-Bosonen. Da dieser Term aber, wie oben dargelegt, im Folgenden nicht weiter betrachtet wird, weisen die aus der Lagrangedichte abgeleiteten Kopplungen des S reine a_2- und a_3-Strukturen auf.
Es soll noch darauf hingewiesen werden, dass die Koeffizienten a_1, a_2 und a_3, auch Formfaktoren genannt, in einer effektiven Theorie im Allgemeinen von den Impulsen q_2, q_3 der beiden Eichbosonen abhängen. Denn die Lagrangedichte einer effektiven Theorie ist eine unendliche Reihe effektiver Operatoren (siehe Abschnitt 2.2.2). Werden hieraus nur die Terme niedrigster Massendimension berücksichtigt und alle höheren Terme vernachlässigt, kommt es zu einer Verletzung der Unitarität. Dies muss dadurch kompensiert werden, dass impulsabhängige Formfaktoren $a_1 (q_2, q_3)$, $a_2 (q_2, q_3)$ und $a_3 (q_2, q_3)$ eingeführt werden, welche die höheren Terme der Lagrangedichte parametrisieren. In der bisherigen Betrachtung wurden die Formfaktoren noch als konstant angenommen. Später, bei der Berechnung von Produktionswirkungsquerschnitten, werden jedoch auch impulsabhängige Formfaktoren benötigt werden (siehe Abschnitt 3.3.1).

3. Bestimmung der effektiven Kopplungen

Im letzten Kapitel wurde das zu untersuchende Modell vorgestellt, die Kopplungen des Singuletts S definiert und die zugehörigen Feynmanregeln abgeleitet.
Als nächstes werden nun die Vorhersagen, die das Modell für verschiedene Produktions- und Zerfallsraten des Singuletts S trifft, berechnet und mit experimentellen Daten verglichen. Hierdurch soll ermittelt werden, wie die effektiven Kopplungen $g_{sxx}^{e/o}$ zu wählen sind, damit die am LHC gemessenen Produktions- und Zerfallsraten der 126 GeV-Resonanz möglichst gut durch die des Singuletts S angenähert werden.
Im vorliegenden Kapitel werden daher die Zerfalls- und Produktionskanäle der 126 GeV-Resonanz, die für die Untersuchungen von Interesse sind, kurz vorgestellt. Anschließend werden Ausdrücke für die Partialbreiten des Singuletts S in Abhängigkeit von den effektiven Kopplungen hergeleitet. Mithilfe dieser wird eine erste Abschätzung der benötigten Werte der $g_{sxx}^{e/o}$ vorgenommen. Im letzten Abschnitt wird dann ein χ^2-fit der Produktions- und Zerfallsraten des Singuletts S an die experimentellen Daten durchgeführt. Hierdurch wird der Satz effektiver Kopplungen bestimmt, der die am LHC gemessenen Raten am besten beschreibt.

3.1. Produktions- und Zerfallskanäle der 126 GeV-Resonanz

Das Ziel der folgenden Untersuchungen ist es, die am LHC gemessenen Produktions- und Zerfallsraten der 126 GeV-Resonanz mithilfe des Singuletts S zu reproduzieren. Hierbei sind insbesondere die vier Zerfallskanäle

$$\begin{aligned}
H &\rightarrow \gamma\gamma & & \\
H &\rightarrow Z\gamma \rightarrow 2l\gamma & & l = e,\, \mu \\
H &\rightarrow ZZ \rightarrow 4l & & 4l = 4e,\, 4\mu,\, 2e2\mu \\
H &\rightarrow WW \rightarrow l\nu l\nu & & l = e,\, \mu.
\end{aligned}$$

von Interesse. Als Produktionskanäle werden Gluonfusion (GGF) und Vektorbosonfusion (VBF) betrachtet.

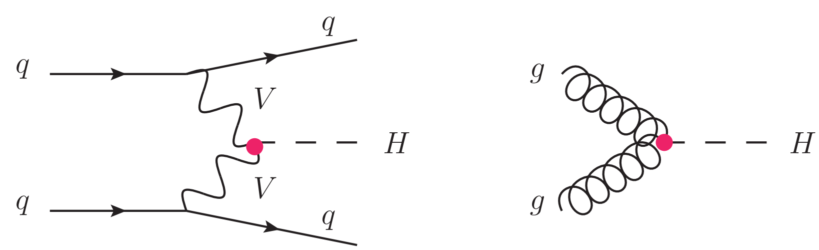


Abbildung 2: Darstellung der VBF (links) und GGF (rechts) für die 126 GeV-Resonanz über einen effektiven Vertex. Für die VBF ist nur ein exemplarisches Beispieldiagramm gezeigt. Im realen Prozess muss über alle Möglichkeiten der einlaufenden Quarks und Antiquarks summiert werden.

In Anlehnung an die Veröffentlichungen der Experimente wird die 126 GeV-Resonanz hier immer als H bezeichnet, wenn von experimentellen Daten die Rede ist. Die Bezeichnung S wird weiterhin nur in Zusammenhang mit den theoretischen Raten für das skalare Singulett verwendet.
Nun sind einzelne Produktions- oder Zerfallsraten im Experiment nicht direkt zugänglich. Vielmehr kann nur die Kombination aus beiden, die sog. Ereignisrate

$$R_{XXD} = \sigma_{XX \to H} \cdot BR_{H \to D},$$

explizit gemessen werden. Hierin ist $\sigma_{XX \to H}$ der Produktionswirkungsquerschnitt der 126 GeV-Resonanz für einen bestimmten Produktionskanal, während $BR_{H \to D}$ das Verzweigungsverhältnis, auf Englisch „branching ratio“, eines speziellen Zerfallskanals darstellt. Die sich aus dem Produkt ergebende Größe R_{XXD} ist die Rate, mit der die Produktion $XX \to H$ gefolgt vom Zerfall $H \to D$ auftritt.
Aus den zwei Produktions- und den vier Zerfallskanälen, die hier von Interesse sind, lassen sich acht Ereignisraten bilden:

$$\sigma_{VBF} \cdot \left\{ \begin{array}{c} BR_{H \to \gamma\gamma} \\ BR_{H \to Z\gamma \to 2l\gamma} \\ BR_{H \to ZZ \to 4l} \\ BR_{H \to WW \to l\nu l\nu} \end{array} \right. \qquad \sigma_{GGF} \cdot \left\{ \begin{array}{c} BR_{H \to \gamma\gamma} \\ BR_{H \to Z\gamma \to 2l\gamma} \\ BR_{H \to ZZ \to 4l} \\ BR_{H \to WW \to l\nu l\nu} \end{array} \right.$$

Diese Raten können experimentell direkt bestimmt werden.
Zu beachten ist, dass hier und in der Literatur zum Kanal $H \to ZZ \to 4l$ nicht nur Zerfälle mit zwei Z-Bosonen im Zwischenzustand gezählt werden, sondern auch solche, bei denen ein oder zwei virtuelle Photonen vorliegen. Zum Kanal $H \to ZZ \to 4l$ tragen demnach die in Abbildung (3) dargestellten Prozesse bei:

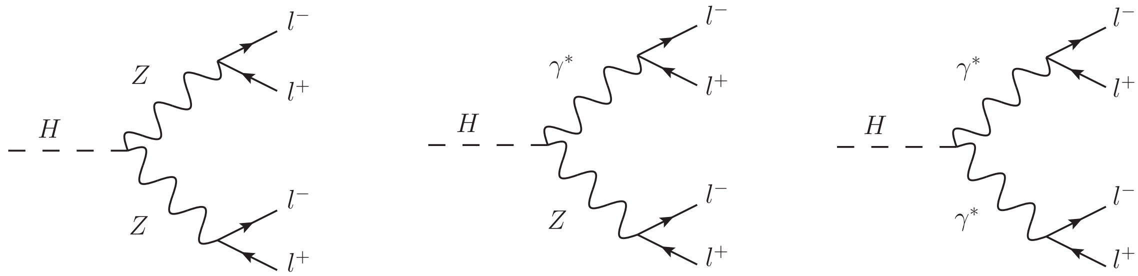


Abbildung 3: Beiträge zum Zerfallskanal $H \to ZZ \to 4l$.

Der Grund hierfür ist, dass diese drei Prozesse experimentell nicht zu unterscheiden sind, da sie alle zu demselben Endzustand führen. Prinzipiell könnte eine Unterscheidung der drei Prozesse anhand der Verteilungen der invarianten Massen der Zerfallsleptonen erfolgen. Aufgrund der geringen Statistik ist dies momentan jedoch noch nicht möglich.
Ebenso tragen zum Zerfallskanal $H \to Z\gamma \to ll\gamma$ auch Prozesse mit einem virtuellen Photon im Zwischenzustand bei:

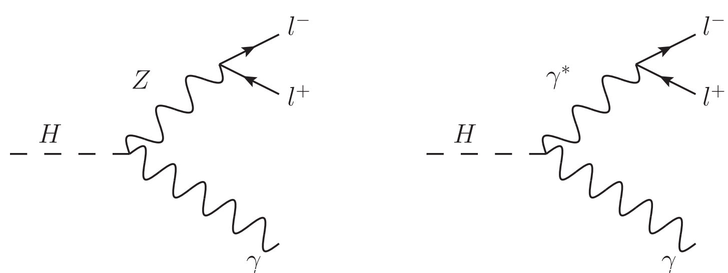


Abbildung 4: Beiträge zum Zerfallskanal $H \to Z\gamma \to ll\gamma$.

Dasselbe gilt für die entsprechenden Zerfallskanäle des Singuletts S. Dies bedeutet, dass die Rate für den Zerfall $S \to ZZ \to 4l$ nicht nur von $g^{e/o}_{szz}$ abhängt, sondern auch von $g^{e/o}_{sz\gamma}$ und $g^{e/o}_{s\gamma\gamma}$. Ebenso enthält die Zerfallsrate für $S \to Z\gamma \to ll\gamma$ sowohl Beiträge von $g^{e/o}_{sz\gamma}$ als auch von $g^{e/o}_{s\gamma\gamma}$.

3.2. Abschätzung der effektiven Kopplungen anhand von Partialbreiten

Für eine erste Abschätzung der effektiven Kopplungen ist es zweckmäßig, zunächst nur die Verhältnisse der Partialbreiten $\Gamma_{S\to YY}$ der Zerfälle des S in zwei

Eichbosonen zu betrachten. Diese stimmen mit den Verhältnissen entsprechender Ereignisraten überein, da sich die Produktionswirkungsquerschnitte und die totale Breite bei der Verhältnisbildung herauskürzen:

$$\frac{R_{XXY_1Y_1}}{R_{XXY_2Y_2}} = \frac{\sigma_{XX\to S} \cdot BR_{S\to Y_1Y_1}}{\sigma_{XX\to S} \cdot BR_{S\to Y_2Y_2}} = \frac{BR_{S\to Y_1Y_1}}{BR_{S\to Y_2Y_2}} = \frac{\Gamma_{S\to Y_1Y_1}}{\Gamma_{S\to Y_2Y_2}}.$$

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass die absoluten Werte der Kopplungen in den Verhältnissen keine Rolle spielen, sondern nur relative Größen von Bedeutung sind. Außerdem weisen die Partialbreiten $\Gamma_{S\to YY}$ eine sehr einfache Abhängigkeit von den $g^{e/o}_{sxx}$ auf. Denn während die effektiven Kopplungen in den Ereignisraten in vierter Potenz auftreten können, lassen sich die $\Gamma_{S\to YY}$ als quadratische Funktionen der Kopplungen darstellen.
Zu beachten ist, dass $\Gamma_{S\to YY}$ in diesem Abschnitt die volle Partialbreite für den Zerfall des S in das Eichbosonpaar $YY = \gamma\gamma$, $Z\gamma$, ZZ, W^+W^- bezeichnet, ungeachtet des genauen Endzustandes. In $\Gamma_{S\to ZZ}$ sind daher beispielsweise nicht nur die Zerfälle $S \to ZZ \to 4l$ mit vier Leptonen im Endzustand enthalten, sondern auch solche, bei denen ein oder zwei Z-Bosonen in Quarks zerfallen.

Im Folgenden werden nun zunächst Ausdrücke für die vier Partialbreiten des S in Abhängigkeit von den Parametern $g^{e/o}_{sxx}$ hergeleitet. Anschließend werden die Verhältnisse der Partialbreiten gebildet und mit den zugehörigen Erwartungen für ein SM-Higgsboson verglichen. Hierdurch können dann Rückschlüsse auf die benötigten Größenverhältnisse der effektiven Kopplungen gezogen werden.
Da die am LHC gemessenen Raten für die 126 GeV-Resonanz gut mit den SM-Erwartungen übereinstimmen, ist der Vergleich mit den SM-Werten sinnvoll, um einen ersten Eindruck zu gewinnen. Für den Zerfallskanal $H \to Z\gamma \to ll\gamma$ weisen die Messungen jedoch noch große Unsicherheiten auf. Bezüglich einer Übereinstimmung der zugehörigen Rate mit den SM-Erwartungen kann folglich noch keine Aussage gemacht werden. Daher wird die Partialbreite $\Gamma_{S\to Z\gamma}$ in der folgenden Betrachtung nur dazu verwendet werden, obere Schranken an die effektiven Kopplungen zu gewinnen.

Die analytischen Ausdrücke für die Partialbreiten können in der üblichen Weise berechnet werden, wobei für die Kopplungen des S an die Eichbosonen die Feynmanregeln aus Abschnitt 2.3.1 anzuwenden sind. Für die Partialbreite $\Gamma_{S\to\gamma\gamma}$ ist der sich dabei ergebende Ausdruck besonders einfach, da hier keine Fermionen im Endzustand vorliegen, über die summiert werden muss. Außerdem ist die Phasenraumintegration in diesem Fall leicht analytisch ausführbar, da nur zwei Teilchen im Endzustand auftauchen. Eine Rechnung führt zu folgendem Ausdruck:

$$\Gamma_{S\to\gamma\gamma} = \frac{m_s^3}{64\pi} \cdot 4 \left(\frac{\left(g^e_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2} + \frac{\left(g^o_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2} \right) \tag{15}$$

Für die anderen Partialbreiten ist die Phasenraumintegration nicht so trivial, da es sich bei den zugehörigen Zerfällen um 3- bzw. 4-Körperzerfälle handelt. Daher bleiben in den sich ergebenden Ausdrücken ein oder zwei nicht-triviale Integrationen übrig. Lässt man diese unausgeführt, so kann die Partialbreite $\Gamma_{S\to Z\gamma}$ folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\Gamma_{S\to Z\gamma} = \frac{1}{192\pi^3 m_s^3} \cdot \sum_{f=1}^{11} \sum_{\sigma=-1,1} N_{c,f} \int_{4m_f^2}^{m_s^2} dq^2 \Big\{ \left(m_s^2 - q^2\right)^3 q^2 \\ \Bigg[\left(\frac{1}{q^2}\right)^2 \left(\frac{\left(g^e_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2} + \frac{\left(g^o_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2} \right) Q_f^2 \\ + \frac{1}{\left(q^2 - M_z^2\right)^2 + M_z^2 \Gamma_Z^2} \left(\frac{\left(g^e_{sz\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2} + \frac{\left(g^o_{sz\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2} \right) Z_{f,\sigma}^2 \\ + \frac{1}{q^2} \frac{2\left(q^2 - M_z^2\right)}{\left(q^2 - M_z^2\right)^2 + M_z^2 \Gamma_Z^2} \left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma} g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5^2} + \frac{g^o_{s\gamma\gamma} g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5^2} \right) Z_{f,\sigma} Q_f \Bigg] \Big\}\end{aligned} \tag{16}$$

Die Summe über f läuft hier über alle möglichen Fermionen, die im Endzustand vorliegen können. Explizit gilt: $\{1,\, 2,\, ...\, 11\} = \{\nu_e,\, e,\, \nu_\mu,\, \mu,\, \nu_\tau,\, \tau,\, u,\, d,\, c,\, s,\, b\}$. $N_{c,f}$ steht für den Farbfaktor und Q_f für die Ladung des jeweiligen Fermions f. Außerdem stellt $Z_{f,\sigma}$ die Kopplung des Z-Bosons an das Fermion f mit Helizität σ dar und ist definiert wie folgt:

$$Z_{f,\pm} = \frac{g}{4c_w} \cdot \begin{cases} 1 \mp 1 & f = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \\ -\left(1 - 4s_w^2\right) \pm 1 & f = e,\, \mu,\, \tau \\ \left(1 - \frac{8}{3}s_w^2\right) \mp 1 & f = u,\, c \\ -\left(1 - \frac{4}{3}s_w^2\right) \pm 1 & f = d,\, s,\, b \end{cases}$$

Die Fermionen werden in der Rechnung als masselos angenommen. Um jedoch eine Divergenz des Integrals im Fall $q^2 \to 0$ zu vermeiden, werden in den Integrationsgrenzen nicht verschwindende Fermionmassen als Regulator eingesetzt.
Auf dieselbe Weise lässt sich ein Ausdruck für $\Gamma_{S\to ZZ}$ finden, wobei in diesem Fall zwei Integrationen unausgeführt bleiben:

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{S\to ZZ} = \frac{1}{48^2\pi^5 m_s} & \sum_{f_1=1}^{11}\sum_{f_2=1}^{11}\sum_{\sigma_1=-1,1}\sum_{\sigma_2=-1,1} N_{c,f_1}N_{c,f_2}S\left(f_1,f_2\right)\int_{4m_{f_1}^2}^{m_s^2} dq_1^2 \int_{4m_{f_2}^2}^{\left(m_s-\sqrt{q_1^2}\right)^2} dq_2^2 \\
& \left\{\sqrt{1+\left(\tfrac{q_1^2}{m_s^2}\right)^2+\left(\tfrac{q_1^2}{m_s^2}\right)^2-2\tfrac{q_1^2}{m_s^2}-2\tfrac{q_2^2}{m_s^2}-2\tfrac{q_1^2}{m_s^2}\tfrac{q_2^2}{m_s^2}}\right. \\
& \left|\left(\frac{1}{q_1^2}\right)\left(\frac{1}{q_2^2}\right)\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}Q_{f_1}Q_{f_2}\right. \\
& +\frac{1}{\left(q_1^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{1}{q_2^2}\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}Z_{f_1,\sigma_1}Q_{f_2} \\
& +\frac{1}{\left(q_2^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{1}{q_1^2}\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}Z_{f_2,\sigma_2}Q_{f_1} \\
& \left.+\frac{1}{\left(q_1^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{1}{\left(q_2^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}Z_{f_1,\sigma_1}Z_{f_2,\sigma_2}\right|^2 \\
& \cdot q_1^2q_2^2\left(\frac{\left(m_s^2-q_1^2-q_2^2\right)^2}{2}+q_1^2q_2^2\right) \\
& +\left|\left(\frac{1}{q_1^2}\right)\left(\frac{1}{q_2^2}\right)\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}Q_{f_1}Q_{f_2}\right. \\
& +\frac{1}{\left(q_1^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{1}{q_2^2}\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}Z_{f_1,\sigma_1}Q_{f_2} \\
& +\frac{1}{\left(q_2^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{1}{q_1^2}\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}Z_{f_2,\sigma_2}Q_{f_1} \\
& \left.+\frac{1}{\left(q_1^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{1}{\left(q_2^2-M_z^2\right)+iM_z\Gamma_Z}\frac{g^o_{szz}}{\Lambda_5}Z_{f_1,\sigma_1}Z_{f_2,\sigma_2}\right|^2 \\
& \left.\cdot 2q_1^2q_2^2\left(\frac{\left(m_s^2-q_1^2-q_2^2\right)^2}{4}-q_1^2q_2^2\right)\right\}
\end{aligned} \tag{17}
$$

Da hier insgesamt vier Fermionen im Endzustand vorliegen, werden jeweils zwei Summen über Art und Helizität der Fermionen benötigt. Um eine Doppelzählung im Falle $f_1 = f_2$ zu vermeiden, muss außerdem ein statistischer Faktor $S\left(f_1,\, f_2\right)$ eingeführt werden, der wie folgt definiert ist:

$$
S\left(f_1,\, f_2\right) = \begin{cases} \frac{1}{2} & f_1 = f_2 \\ 1 & f_1 \neq f_2 \end{cases}
$$

Wie man weiterhin erkennen kann, tauchen in den Ausdrücken (15), (16) und (17) für die Partialbreiten keine Interferenzterme zwischen CP-geraden und CP-ungeraden Kopplungen auf. Diese verschwinden bei der Integration über den Phasenraum und werden hier deshalb nicht angegeben.

Auch die Zerfallsbreite $\Gamma_{S\to WW}$ kann auf diese Weise dargestellt werden. Der entsprechende Ausdruck soll hier jedoch nicht explizit angegeben werden, da er nichts wesentlich Neues enthält.
Um nun das Verhältnis zweier Partialbreiten bilden und mit den SM-Werten vergleichen zu können, ist es notwendig die verbleibenden Integrationen auszuführen. Hierzu kann das Programm „VBFNLO" verwendet werden. In diesem können bei der Berechnung von Higgsproduktions- und -zerfallsprozessen anomale Higgskopplungen eingestellt werden [25, 26, 27]. Als Ausgangspunkt für die anomalen Higgskopplungen dient hier eine Lagrangedichte, die äquivalent ist zu der in Gleichung (14). Daher lassen sich die gewünschten Partialbreiten für das Singulett S direkt mithilfe von „VBFNLO" ermitteln, indem die Berechnungen für ein anomal koppelndes Higgsboson durchgeführt und dabei die Standardmodellkopplungen an Eichbosonen und Fermionen auf 0 gesetzt werden.

Das Ziel ist es nun, für die vier Partialbreiten eine Darstellung folgender Form zu finden:

$$\begin{aligned}\Gamma_{S\to YY} = &\sum_{ii}\left[c^e_{iiYY}\left(\frac{g^e_{sii}}{\Lambda_5}\right)^2 + c^o_{iiYY}\left(\frac{g^o_{sii}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \\ &+ \sum_{ii\neq jj}\left[c^e_{iijjYY}\left(\frac{g^e_{sii}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{jj}}{\Lambda_5}\right) + c^o_{iijjYY}\left(\frac{g^o_{sii}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{jj}}{\Lambda_5}\right)\right]\end{aligned} \tag{18}$$

mit $YY, ii, jj = \gamma\gamma,\ Z\gamma,\ ZZ,\ WW$. Die hier auftauchenden Faktoren $c^{e/o}_{iiYY}$, $c^{e/o}_{iijjYY}$ sind die Konstanten, die sich ergeben, wenn in den Ausdrücken (15), (16), (17) und einem analogen Ausdruck für $\Gamma_{S\to WW}$ die verbleibenden Summen und Phasenraumintegrationen ausgeführt werden. Der Einfachheit halber wurden in Gleichung (18) auch Kombinationen der Indizes mitgenommen, die physikalisch nicht sinnvoll sind. Beispielsweise erscheint in der Summe für $YY = WW$ auch ein Term $c^e_{\gamma\gamma WW}\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2$, der in der Realität nicht auftaucht, da die Partialbreite $\Gamma_{S\to WW}$ keine Beiträge der effektiven Kopplung $g^e_{s\gamma\gamma}$ enthält. Die Vorfaktoren $c^{e/o}_{iiYY}$ dieser unsinnigen Kombinationen verschwinden aber automatisch bei der Berechnung der Ausdrücke für die Partialbreiten.
Numerische Werte für die Koeffizienten $c^{e/o}_{iiYY}$ können nun dadurch gewonnen werden, dass in der Berechnung der Partialbreiten mit „VBFNLO" alle Kopplungen $g^{e/o}_{sii}$ auf 0 gesetzt werden außer derjenigen, für welche die Koeffizienten bestimmt werden sollen. Wird diese ausgewählte Kopplung $g^{e/o}_{sxx}$, ebenso wie Λ_5, auf 1 gesetzt, dann entsprechen die numerischen Werte für die $\Gamma_{S\to YY}$, die eine anschließende Berechnung der vier Partialbreiten liefert, gerade den gesuchten Koeffizienten:

$$\begin{aligned}\Gamma_{S\to YY} &= c^{e/o}_{xxYY}\,(1)^2 + 0 \\ \Rightarrow c^{e/o}_{xxYY} &= \Gamma_{S\to YY}.\end{aligned}$$

Auf ähnliche Weise sind die $c^{e/o}_{iijjYY}$ zu bestimmen. Hier müssen allerdings zwei der Kopplungen auf 1 gesetzt werden. Außerdem sind von den so erhaltenen Resultaten die Beiträge abzuziehen, die sich aus den quadratischen Termen ergeben.

$$\begin{aligned}\Gamma_{S\to YY} &= c^{e/o}_{xxYY}\,(1)^2 + c^{e/o}_{zzYY}\,(1)^2 + c^{e/o}_{xxzzYY}\,(1\cdot 1)\\ \Rightarrow c^{e/o}_{xxzzYY} &= \Gamma_{S\to YY} - c^{e/o}_{xxYY} - c^{e/o}_{zzYY}.\end{aligned}$$

Mit dieser Vorgehensweise findet man die folgenden Ausdrücke für die Partialbreiten:

$$\Gamma\left(S\to\gamma\gamma\right) = 3.98\cdot 10^4\left(\frac{\left(g^e_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}+\frac{\left(g^o_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}\right)\mathrm{GeV}^3 \tag{19}$$

$$\begin{aligned}\Gamma\left(S\to\gamma Z\right) = \Bigg[&5.06\cdot 10^3\left(\frac{\left(g^e_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}+\frac{\left(g^o_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}\right)\\ &+8.43\cdot 10^3\left(\frac{\left(g^e_{sz\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}+\frac{\left(g^o_{sz\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}\right)\\ &-2.51\cdot 10^2\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}+\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right)\Bigg]\mathrm{GeV}^3\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}\Gamma\left(S\to ZZ\right) = \Bigg[&5.04\cdot 10^2\left(\frac{\left(g^e_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}+\frac{\left(g^o_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}\right)\\ &+8.95\cdot 10^2\cdot\frac{\left(g^e_{sz\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}+8.46\cdot 10^2\frac{\left(g^o_{sz\gamma}\right)^2}{\Lambda_5^2}\\ &+6.8\cdot 10^{-1}\frac{\left(g^e_{szz}\right)^2}{\Lambda_5^2}+2.82\cdot 10^{-1}\frac{\left(g^o_{szz}\right)^2}{\Lambda_5^2}\\ &-2.56\cdot\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}-8.28\cdot\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\\ &+7.26\cdot 10^{-1}\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}+1.72\cdot 10^{-1}\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{szz}}{\Lambda_5}\\ &-6.05\cdot\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}-2.57\cdot\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{szz}}{\Lambda_5}\Bigg]\mathrm{GeV}^3\end{aligned} \tag{21}$$

$$\Gamma\left(S \to WW\right) = \left[1.16 \cdot 10 \frac{\left(g^{e}_{sww}\right)^2}{\Lambda_5^2} + 4.8 \frac{\left(g^{o}_{sww}\right)^2}{\Lambda_5^2}\right] \mathrm{GeV}^3. \tag{22}$$

Aus diesen vier Partialbreiten lassen sich die drei Verhältnisse $\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}}$, $\frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}}$ und $\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}}$ bilden. Im Standardmodell erwartet man, unter der Annahme eines 126 GeV Higgsbosons, für diese Verhältnisse die folgenden Werte [28]:

$$\begin{aligned}
\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}} &= 0.01 \\
\frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}} &= 0.007 \\
\frac{\Gamma_{S\to ZZ}}{\Gamma_{S\to WW}} &= 0.125.
\end{aligned}$$

Zusammen mit den Ausdrücken (19) bis (22) können diese drei Verhältnisse verwendet werden, um Aussagen über die Größenverhältnisse der effektiven Kopplungen zu gewinnen.

Hierzu kann man zunächst vom Verhältnis $\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}}$ ausgehen. Soll dieses den Standarmodellwert annehmen, muss $g^{e/o}_{s\gamma\gamma}$ deutlich kleiner gewählt werden als $g^{e/o}_{sww}$. Dies ist an folgender Abschätzung erkennbar:

$$\begin{aligned}
0.010 \stackrel{!}{=} \frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}} &\approx \frac{3.98 \cdot 10^4}{1.16 \cdot 10} \frac{\left(g^{e/o}_{s\gamma\gamma}\right)^2}{\left(g^{e/o}_{sww}\right)^2} \\
\Rightarrow \left|g^{e/o}_{s\gamma\gamma}\right| &\approx 0.002 \left|g^{e/o}_{sww}\right|.
\end{aligned}$$

Auf dieselbe Weise kann eine Aussage über die Größe von $g^{e/o}_{sz\gamma}$ relativ zu $g^{e/o}_{sww}$ aus dem Verhältnis $\frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}}$ gewonnen werden. Wie aber bereits erwähnt, ist die Zerfallsrate $S \to Z\gamma \to ll\gamma$ experimentell nicht genau bekannt. Deshalb ist es nicht sinnvoll für das Verhältnis $\frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}}$ vom SM-Wert auszugehen, um Einschränkungen an die Parameter zu erhalten. Besser ist es, die aktuellen experimentellen Schranken [29, 30] von

$$\left(\sigma \cdot BR_{H\to Z\gamma}\right)^{exp} \lesssim 9 \cdot \left(\sigma \cdot BR_{H\to Z\gamma}\right)^{SM}$$

zu verwenden und zu fordern, dass gilt:

$$\frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to WW}} \lesssim 9 \cdot \frac{\Gamma^{SM}_{S\to Z\gamma}}{\Gamma^{SM}_{S\to WW}} = 0.063.$$

Einsetzen von $\left|g^{e/o}_{s\gamma\gamma}\right| \approx 0.002 \left|g^{e/o}_{sww}\right|$ in diese Relation führt dann zu:

$$\frac{5.06 \cdot 10^3 \left(0.002 \cdot g^{e/o}_{sww}\right)^2 + 8.43 \cdot 10^3 \left(g^{e/o}_{sz\gamma}\right)^2 \mp 2.51 \cdot 10^2 \left(g^{e/o}_{sz\gamma}\right)\left(0.002 \cdot g^{e/o}_{sww}\right)}{1.16 \cdot 10 \left(g^{e/o}_{sww}\right)^2} \lesssim 0.063$$

$$\Rightarrow \left|g^{e/o}_{sz\gamma}\right| \lesssim 0.009 \left|g^{e/o}_{sww}\right| .$$

Eine Aussage über die relative Größe von $g^{e/o}_{szz}$ kann schließlich gewonnen werden, indem die gefundenen Relationen für die Kopplungen, $\left|g^{e/o}_{s\gamma\gamma}\right| \approx 0.002 \left|g^{e/o}_{sww}\right|$ und $\left|g^{e/o}_{sz\gamma}\right| \lesssim 0.009 \left|g^{e/o}_{sww}\right|$, in $\frac{\Gamma_{S\to ZZ}}{\Gamma_{S\to WW}}$ eingesetzt werden. Eine Rechnung wie oben liefert dann:

$$\left|g^{e/o}_{szz}\right| \gtrsim 1.65 \cdot \left|g^{e/o}_{sww}\right| .$$

Dieses Resultat kann noch mit dem Ergebnis verglichen werden, auf welches dieselbe Rechnung unter der Annahme $g^{e/o}_{sz\gamma} = 0$ führt:

$$\left|g^{e/o}_{szz}\right| \approx 1.73 \cdot \left|g^{e/o}_{sww}\right| .$$

Die momentanen Unsicherheiten an $\sigma \cdot BR_{H\to Z\gamma}$ resultieren demnach in einer Unsicherheit von ca. 5% an das Verhältnis $\left|\frac{g^{e/o}_{szz}}{g^{e/o}_{sww}}\right|$.

Zusammenfassend können aus den Verhältnissen der vier betrachteten Partialbreiten folgende Aussagen über die Relationen der effektiven Kopplungen gewonnen werden:

$$\begin{aligned}
\frac{g^{e/o}_{s\gamma\gamma}}{g^{e/o}_{szz}} &\approx 0.001 \\
\frac{g^{e/o}_{sz\gamma}}{g^{e/o}_{szz}} &\lesssim 0.005 \\
\frac{g^{e/o}_{sww}}{g^{e/o}_{szz}} &\gtrsim 0.6.
\end{aligned}$$

Hier wurden die Verhältnisse in Bezug auf g^{e}_{szz} angegeben, da sich dies später als nützlich erweisen wird.

An den gefundenen Relationen lässt sich ablesen, dass die effektiven Kopplungen $g^{e/o}_{s\gamma\gamma}$ und $g^{e/o}_{sz\gamma}$ um zwei bis drei Größenordnungen kleiner gewählt werden müssen als $g^{e/o}_{szz}$ und $g^{e/o}_{sww}$, wenn die Verhältnisse der vier betrachteten Partialbreiten korrekt reproduziert werden sollen.

3.3. Fit der Ereignisraten an experimentelle Daten

In der bisherigen Untersuchung wurden die benötigten Werte der effektiven Kopplungen nur grob gegeneinander abgeschätzt. Um die Aussagen des letzten Abschnitts nun etwas konkreter zu formulieren und zu quantifizieren, ist es sinnvoll zur Untersuchung von Ereignisraten $R_{XXD} = \sigma_{XX\to S} \cdot BR_{S\to D}$ überzugehen, anstatt weiterhin nur die Verhältnisse der Partialbreiten zu betrachten. Denn die Produktionswirkungsquerschnitte $\sigma_{XX\to S}$, die in den R_{XXD} auftauchen, hängen ebenfalls von den Parametern $g_{sxx}^{e/o}$ ab. Folglich enthalten sie zusätzliche Informationen über die Kopplungen, welche beim Bilden der Verhältnisse verloren gehen. Außerdem soll das Modell im Folgenden mit tatsächlichen experimentellen Daten verglichen werden und nicht mehr wie bisher mit SM-Werten. Deshalb müssen als Zerfälle nun die in Abschnitt 3.1 vorgestellten betrachtet werden, bei denen nur Photonen, Elektronen oder Myonen im Endzustand auftreten.

$$\begin{aligned}
S &\to \gamma\gamma \\
S &\to Z\gamma \to 2l\gamma \qquad\quad l = e,\, \mu \\
S &\to ZZ \to 4l \qquad\quad\;\; 4l = 4e,\, 4\mu,\, 2e2\mu \\
S &\to WW \to l\nu l\nu \qquad l = e,\, \mu
\end{aligned} \tag{23}$$

Wie in Abschnitt 3.1 erwähnt, sind die zugehörigen Ereignisraten im Experiment direkt zugänglich und es liegen daher entsprechende Daten von ATLAS und CMS vor.

Das Ziel ist es nun, die verschiedenen effektiven Kopplungen so anzupassen, dass die Ereignisraten, die das betrachtete Modell liefert, möglichst gut mit den experimentellen Daten übereinstimmen. Hierfür müssen als erstes Ausdrücke für die Ereignisraten des Singuletts S in Abhängigkeit von den $g_{sxx}^{e/o}$ hergeleitet werden. Dann kann mittels eines χ^2-fits der Satz effektiver Kopplungen ermittelt werden, der die Daten am besten beschreibt. Dazu wird eine χ^2-Funktion gebildet, die wie folgt definiert ist:

$$\chi^2 = \sum_{XX,D,i} \frac{\left(R_{XXD}^{S,i} - R_{XXD}^{exp,i}\right)^2}{\left(\Delta_{XXD}^{i}\right)^2}.$$

Der Index XX läuft hier über die beitragenden Produktionskanäle, D läuft über die vier betrachteten Zerfallskanäle. Außerdem wurde ein Index i eingeführt, der kennzeichnet von welchem Experiment (ATLAS oder CMS) und aus welchem Run (7 TeV oder 8 TeV) die verwendeten Daten stammen. Im Folgenden werden zunächst die einzelnen Terme, die in χ^2 auftauchen, genauer erläutert. Anschließend werden die Ergebnisse des Fits dargestellt und diskutiert.

3.3.1. Ereignisraten in Abhängigkeit von den effektiven Kopplungen

Die Ereignisraten $R^{S,i}_{XXD}$ für das betrachtete Modell lassen sich als Funktionen der effektiven Kopplungen darstellen. Um die entsprechenden Ausdrücke zu erhalten, können die beiden Bestandteile, $\sigma_{XX\to S}$ und $BR_{S\to D}$, getrennt behandelt werden.

Die benötigten Verzweigungsverhältnisse $BR_{S\to D}$ der vier relevanten Zerfallskanäle sind leicht aus den in Abschnitt 3.2 bestimmten Partialbreiten zu erhalten, denn es gilt:

$$BR_{S\to D} = \frac{\Gamma_{S\to YY} \cdot BR_{YY\to D}}{\Gamma^S_{tot}}.$$

$BR_{YY\to D}$ bezeichnet hier das Verzweigungsverhältnis für den Zerfall des Eichbosonpaares YY in den Endzustand D, wobei das jeweilige D der Gleichung (23) entnommen werden kann. Im Fall $YY = ZZ$ steht D beispielsweise für $D = 4l$ mit $4l = 4e$, 4μ, $2e3\mu$. Außerdem ist die hier auftauchende totale Breite Γ^S_{tot} des Singuletts S einfach durch die Summe der einzelnen Partialbreiten (19) bis (22) sowie der analog gewonnenen Zerfallsbreite in Gluonen gegeben, da angenommen wird, dass das S nicht an (SM)-Fermionen koppelt. Diese Annahme beeinflusst die Aussagen der angehenden Untersuchungen nicht wesentlich. Denn ein zusätzlicher fermionischer Beitrag zur totalen Breite führt lediglich zu einer globalen Skalierung der im Folgenden erhaltenen effektiven Kopplungen. Das qualitative Verhalten und insbesondere die Relationen zwischen den $g^{e/o}_{sxx}$ bleiben davon aber unberührt.

Zur Berechnung der Produktionswirkungsquerschnitte kann ähnlich vorgegangen werden wie in Abschnitt 3.2. Wie oben erwähnt sind hier insbesondere die Produktionskanäle VBF und Gluonfusion von Interesse. Da von experimenteller Seite Daten für Schwerpunktsenergien von 7 TeV und 8 TeV existieren, werden Ausdrücke für die Wirkungsquerschnitte für jeweils beide Energiewerte benötigt. Ziel ist es wieder, die $\sigma_{XX\to S}$ als quadratische Funktionen in den $g^{e/o}_{sxx}$ auszudrücken.

$$\begin{aligned}
\sigma_{VBF} &= \sum_{ii}\left[c^e_{ii}\left(\frac{g^e_{sii}}{\Lambda_5}\right)^2 + c^o_{ii}\left(\frac{g^o_{sii}}{\Lambda_5}\right)^2\right] + \sum_{ii\neq jj}\left[c^e_{iijj}\left(\frac{g^e_{sii}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{jj}}{\Lambda_5}\right) + c^o_{iijj}\left(\frac{g^o_{sii}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{jj}}{\Lambda_5}\right)\right] \\
\sigma_{GGF} &= \left[c^e_{gg}\left(\frac{g^e_{sgg}}{\Lambda_5}\right)^2 + c^o_{gg}\left(\frac{g^o_{sgg}}{\Lambda_5}\right)^2\right]
\end{aligned}$$

mit ii, $jj = \gamma\gamma$, $Z\gamma$, ZZ, WW.

Die hier auftauchenden Koeffizienten $c^{e/o}_{ii}$, $c^{e/o}_{gg}$ können analog wie in Abschnitt 3.2 dadurch bestimmt werden, dass in der numerischen Berechnung alle effektiven

Kopplungen bis auf eine auf 0 gesetzt werden und der Wirkungsquerschnitt mit nur diesem einen Parameter $g^{e/o}_{sxx}$ berechnet wird. Das numerische Resultat für den Wirkungsquerschnitt, welches man auf diese Weise erhält, entspricht dann gerade dem Koeffizienten der gewählten Kopplung.

Für die VBF-Wirkungsquerschnitte kann die Berechnungen wieder mithilfe des Programms „VBFNLO“ durchgeführt werden. Wie bereits bei den Partialbreiten ist der gesuchte Produktionswirkungsquerschnitt für das Singulett S einfach dadurch zu erhalten, dass die entsprechende Berechnung für ein anomal koppelndes Higgsboson vorgenommen wird.
Es ist allerdings zu beachten, dass für die Berechnung des VBF-Wirkungsquerschnitts ein Formfaktor erforderlich ist. Neben den in Abschnitt 2.3.2 angeführten Unitaritätsargumenten hat die Notwendigkeit eines Formfaktors hier auch ganz praktische Gründe: In den a_2- und a_3-Termen der effektiven Kopplungen treten zusätzliche Impulsfaktoren q_2, q_3 auf. Diese führen dazu, dass die „tagging jets“, die bei der VBF entstehen, im Vergleich zum SM höhere Transversalimpulse p_t aufweisen. Um ein SM-artiges p_t-Spektrum der „tagging jets“ zu reproduzieren, müssen also Formfaktoren eingeführt werden, die den Bereich hoher Transversalimpulse unterdrücken und so das Spektrum wieder korrigieren.
In „VBFNLO“ können zu diesem Zweck zwei unterschiedliche Formfaktoren gewählt werden [25, 26, 27]:

$$a_i^{F_1}(q_2, q_3) = a_i(0, 0) \frac{\Lambda^2}{q_2^2 - \Lambda^2} \frac{\Lambda^2}{q_3^2 - \Lambda^2} \tag{24}$$

$$a_i^{F_2}(q_2, q_3) = a_i(0, 0) \cdot \left(-2\Lambda^2\right) \cdot C_0\left(q_2^2, q_3^2, (q_2 + q_3)^2, \Lambda^2\right). \tag{25}$$

Hierin bezeichnet Λ die Skala der neuen Physik, welche durch die Formfaktoren parametrisiert werden soll, während die q_i die Impulse der an der VBF beteiligten Eichbosonen darstellen. Außerdem steht die C_0-Funktion aus Gleichung (25) für die skalare 3-Punktfunktion in der Notation von [31]. Der erste Formfaktor a^{F_1} folgt einem besonders einfachen Ansatz und wurde bereits in [19] diskutiert. Die Wahl von a^{F_2} wiederum ist physikalisch dadurch motiviert, dass Faktoren dieser Form bei der Berechnung von Dreiecks-Graphen explizit auftreten. Dabei bezieht sich die Skala Λ auf die Masse der Teilchen in der Schleife.
Λ kann nun so angepasst werden, dass die p_t-Verteilung der „tagging jets“ derjenigen ähnlich ist, die man mit reinen Standardmodell-Kopplungen erhält. Dies wird in Abschnitt 3.4 noch ausführlich diskutiert.
Die folgenden Rechnungen basieren auf der Wahl eines Formfaktors a^{F_1} mit $\Lambda = 100\,\text{GeV}$. Es soll jedoch erwähnt werden, dass eine analoge Rechnung auch mit einem Formfaktor a^{F_2} durchgeführt wurde. Hierbei zeigte sich, dass sich sowohl

die Wahl des Formfaktors als auch der Wert der Skala Λ zwar auf die Absolutwerte der effektiven Kopplungen auswirkt, nicht jedoch auf deren Verhältnisse. Da aber die Verhältnisse der effektiven Kopplungen das eigentlich Interessante sind, spielt es für die Schlussfolgerungen und die weitere Diskussion keine Rolle, welcher Formfaktor für die explizite Rechnung verwendet wird. Die Ausdrücke für die VBF-Wirkungsquerschnitte σ_{VBF}, die für einen Formfaktors a^{F_1} mit $\Lambda = 100\,\mathrm{GeV}$ in oben beschriebener Weise gewonnen wurden, können Anhang A.2 entnommen werden.

Um die Gluonfusionswirkungsquerschnitte für das Singulett S zu erhalten, kann analog vorgegangen werden wie im Fall der VBF. Zur Berechnung der entsprechenden Ausdrücke eignet sich z.B. das Programm „MadGraph“ [32]. Auch hier kann bei der Berechnung von der Produktion eines Higgsbosons ausgegangen und die Beschreibung des Hgg-Vertex über eine effektive Theorie gewählt werden. Dabei wird die top-Schleife, die den Hauptbeitrag zum Gluonfusionsprozess liefert, im Limes $m_h \ll m_{top}$ betrachtet und durch eine Konstante approximiert. Der effektive Hgg-Vertex nimmt dann folgende Form an:

$$-\frac{1}{4} g_h G^a_{\mu\nu} G^{a\mu\nu} H \quad \text{mit} \quad g_h = \frac{\alpha_s}{3\pi v_h}.$$

Dies entspricht formal genau dem Ausdruck für den effektiven CP-geraden Sgg-Vertex in Gleichung (14). Die effektive Kopplung g_h kann hier jedoch nicht von außen auf 1 gesetzt werden, wie es zur Berechnung des Koeffizienten c^e_{gg} nötig ist. Daher müssen die erhaltenen Ergebnisse für den Gluonfusionswirkungsquerschnitt noch durch $\left(\frac{1}{4} g_h\right)^2$ dividiert werden, damit die korrekten Werte für c^e_{gg} resultieren. Theoretisch ermöglicht „MadGraph“ auch eine analoge Berechnung für ein CP-ungerade koppelndes Higgsboson, womit auch Werte für den Koeffizienten c^o_{gg} ermittelt werden könnten. Da im Folgenden aber nur CP-gerade Kopplungen betrachtet werden, wird dies hier nicht näher ausgeführt.
Auch die Resultate für die Gluonfusionswirkungsquerschnitte σ_{GGF} sind im Anhang aufgeführt.

Mit den Ausdrücken für die vier „branching ratios“ $BR_{S\to D}$ und für die zwei Produktionswirkungsquerschnitte σ_{VBF} und σ_{GGF} können nun die acht Ereignisraten, die sich aus diesen bilden lassen, in Abhängigkeit von den effektiven Kopplungen dargestellt werden.

3.3.2. Experimentelle Daten

Die experimentellen Ereignisraten R^{exp}_{XXD} sowie die zugehörigen Fehler Δ_{XXD}, die für den χ^2-fit benötigt werden, können den Veröffentlichungen der ATLAS- und

CMS-Kollaborationen entnommen werden [2, 3]. Allerdings ist zu beachten, dass die Experimente nicht direkt die Ereignisraten angeben, sondern die Anzahl detektierter Ereignisse. Um hieraus die benötigten Raten zu erhalten müssen die Daten noch durch die integrierte Luminosität L und den Akzeptanzfaktor A dividiert werden. Letzterer gibt an, wie viel Prozent der auftretenden Ereignisse tatsächlich detektiert und korrekt klassifiziert werden.
Das Produkt $L \cdot A$ lässt sich ermitteln, indem die SM-Vorhersagen für eine bestimmte Ereignisrate R_{pred}^{SM} mit den Ereigniszahlen N_{pred}^{exp} verglichen werden, welche die Kollaborationen für ein SM-Higgsboson erwarten, denn es gilt:

$$N_{pred}^{exp} = R_{pred}^{SM} \cdot L \cdot A.$$

Die Werte für die N_{pred}^{exp} sind ebenfalls den Veröffentlichungen der beiden Kollaborationen zu entnehmen, während die SM-Vorhersagen R_{pred}^{SM} in [28] aufgeführt werden.
Weiterhin ist zu beachten, dass die Experimente die Ereignisse nicht explizit nach Gluonfusion und VBF klassifizieren. Vielmehr geben sowohl ATLAS als auch CMS für die verschiedenen Zerfallskanäle meist zahlreiche Unterklassen an, in welchen die Ereignisse nach Größen wie Jet-Multiplizität, Transversalimpuls der Jets oder Zerfallsleptonen zusammengefasst werden. In guter Näherung können jedoch die Ereignisse der sog. „dijet“-Klassen als VBF-Ereignisse interpretiert und alle restlichen Klassen dem Gluonfusionskanal zugeschrieben werden. Der Fehler, der hierdurch entsteht, ist nur sehr gering, da die Beiträge der anderen Produktionskanäle, die so fälschlicherweise zur Gluonfusion gezählt werden, klein sind. Wenn in den Daten keine „dijet“-Klasse aufgeführt wird, kann jedoch nicht zwischen VBF und Gluonfusion unterschieden werden. In diesem Fall wird inklusive Produktion betrachtet, d.h. alle Unterklassen eines Zerfallskanals werden zu einer einzigen Ereignisrate zusammengefasst.

Schließlich kann noch der zu einer bestimmten Ereignisrate gehörenden Fehler Δ_{XXD} bestimmt werden, indem die Unsicherheiten der einzelnen Unterklassen, die zu diesem R_{XXD}^{exp} beitragen, aufsummiert werden. Hierbei empfiehlt es sich, relative Unsicherheiten zu betrachten, da diese nach folgender Formel addiert werden können:

$$\Delta_{XXD} = \frac{R_{XXD}^{exp}}{\sqrt{\sum_j \left(\frac{R_{XXjD}^{exp}}{\Delta_{XXjD}} \right)^2}}. \tag{26}$$

Die R_{XXjD}^{exp} stehen hier für die Beiträge zur Ereignisrate R_{XXD}^{exp}, die aus der Klasse j stammen; die Δ_{XXjD} stellen die zugehörigen Fehler dar, die in den Veröffentlichungen der Experimente angegeben werden. Hierbei sind in Δ_{XXjD} statistische

und systematische Fehler zusammengefasst. Streng genommen müssten systematische Fehler gesondert von den statistischen behandelt werden und die vorgenommene Zusammenfassung der beiden Fehler ist nur eine Näherung. Da jedoch der statistische Fehler den systematischen momentan noch deutlich übersteigt, ist diese Näherung sehr gut und für die Zwecke der folgenden Untersuchungen ausreichend.
Das Zustandekommen der Formel (26) kann damit begründet werden, dass für jede Ereignisrate R^{exp}_{XXD} die χ^2-Funktion gebildet wird, welche sich unter der Hypothese ergibt, dass nur Untergrund gemessen wird. In diesem Fall gilt für die theoretisch erwarteten Raten aller Klassen j, die zu R^{exp}_{XXD} beitragen

$$R^{theo}_{XXjD} = 0$$

und die χ^2-Funktion lautet:

$$\chi^2 = \sum_j \frac{\left(R^{theo}_{XXjD} - R^{exp}_{XXjD}\right)^2}{\left(\Delta_{XXjD}\right)^2} = \sum_j \frac{\left(R^{exp}_{XXjD}\right)^2}{\left(\Delta_{XXjD}\right)^2}.$$

Wird dann der Gesamtfehler Δ_{XXD} der Ereignisrate R^{exp}_{XXD} so definiert, dass das Verhältnis $\frac{\left(R^{exp}_{XXD}\right)^2}{\left(\Delta_{XXD}\right)^2}$ dasselbe χ^2 aufweist wie die Summe über die einzelnen Klassen j, so gilt:

$$\frac{\left(R^{exp}_{XXD}\right)^2}{\left(\Delta_{XXD}\right)^2} = \chi^2 = \sum_j \left(\frac{R^{exp}_{XXjD}}{\Delta_{XXjD}}\right)^2.$$

Diese Gleichung kann nun nach Δ_{XXD} aufgelöst werden, was gerade auf die Formel (26) führt.

3.3.3. χ^2-fit: Vorstellung und Diskussion der Resultate

Mit den in den letzten beiden Abschnitten definierten Bestandteilen der χ^2-Funktion kann nun der Fit durchgeführt werden. Hierzu muss die Funktion

$$\chi^2 = \sum_{XX,D,i} \frac{\left(R^{S,i}_{XXD} - R^{exp,i}_{XXD}\right)^2}{\left(\Delta^i_{XXD}\right)^2}$$

in Abhängigkeit von den effektiven Kopplungen minimiert werden. Im Folgenden werden jedoch nur noch CP-gerade Kopplungen betrachtet, d.h. in den Ausdrücken für die $R^{S,i}_{XXD}$ werden vor dem Fit alle CP-ungeraden Kopplungen g^o_{sxx} auf

0 gesetzt. Die Minimierung der χ^2-Funktion erfolgt dann nur noch bezüglich der fünf CP-geraden Kopplungen. Außerdem wird in den weiteren Untersuchungen immer $\Lambda_5 = 480\,\mathrm{GeV}$ gewählt. Dieser Wert entspricht der vorgegebenen Einstellung des Programmes „VBFNLO“ und wird hier der Einfachheit halber so übernommen. Eine Änderung der Skala Λ_5 würde lediglich eine globale Skalierung der effektiven Kopplungen g^e_{sxx} bewirken.

Zur Durchführung des Fits wird das Programm „Minuit“ verwendet. Die Berechnung der Unsicherheiten der Parameter erfolgt dabei nach der „toy-Monte-Carlo“-Methode. Bei dieser werden für jeden Messwert $R^{exp,i}_{XXD}$ 10000 Zufallszahlen generiert, die entsprechend der zugehörigen Unsicherheit Δ^i_{XXD} um den zentralen Wert gaußverteilt sind. Diese Zahlen werden dann als neue „Pseudo-Messwerte“ betrachtet und für jeden Satz so erhaltener „Datenpunkte“ eine Minimierung der χ^2-Funktion durchgeführt. Auf diese Weise wird für jeden der fünf Parameter g^e_{sxx} eine Gauß-Verteilung erzeugt, deren zentraler Wert dem besten Parameterwert entspricht und deren Breite gerade die Unsicherheit des Parameters angibt.

Die so erzielten Resultate sind in Tabelle 1 zusammengefasst. Außerdem dargestellt sind die Parameterwerte, die ein Fit an die von den Experimenten für ein SM-Higgsboson vorhergesagten Raten $R^{SM,i}_{XXD}$ ergibt. Diese können den Veröffentlichungen der CMS- und ATLAS-Kollaborationen entnommen werden [2, 3]. Die Fehler Δ^i_{XXD}, die für den χ^2-Fit benötigt werden, setzten sich in diesem Fall aus einem experimentellen und einem theoretischen Anteil zusammen. Für den experimentellen Anteil werden die Fehler der tatsächlichen Messungen $R^{exp,i}_{XXD}$ übernommen, während sich der theoretische Fehler aus der Skalenunsicherheit ergibt. Die beiden Anteile müssen quadratisch addiert werden.
Da die Vorhersagen $R^{SM,i}_{XXD}$ keinen experimentellen Schwankungen unterworfen sind, ist zu erwarten, dass sich die Raten in diesem Fall exakt anpassen lassen und die Minimierung der χ^2-Funktion einen Wert von $\chi^2 = 0$ liefert. Eine geringe Abweichung von 0 kommt durch die verwendeten Näherungen, wie z.B. die Interpretation der „dijet“-Ereignisse als VBF-Ereignisse, zustande.

	Fit an Daten		Fit an SM-Erwartung
$\lvert g^e_{sww}\rvert$	4.39±0.86	$\lvert g^e_{sww}\rvert$	4.61±0.80
$\lvert g^e_{szz}\rvert$	6.83±1.40	$\lvert g^e_{szz}\rvert$	6.33±1.58
$\lvert g^e_{sz\gamma}\rvert$	$(3.17 \pm 1.65)\cdot 10^{-2}$	$\lvert g^e_{sz\gamma}\rvert$	$(2.17 \pm 1.18)\cdot 10^{-2}$
$\lvert g^e_{s\gamma\gamma}\rvert$	$(1.15 \pm 0.14)\cdot 10^{-2}$	$\lvert g^e_{s\gamma\gamma}\rvert$	$(8.28 \pm 1.23)\cdot 10^{-3}$
$\lvert g^e_{sgg}\rvert$	$(1.2 \pm 0.16)\cdot 10^{-2}$	$\lvert g^e_{sgg}\rvert$	$(1.4 \pm 0.16)\cdot 10^{-2}$
$\left\lvert\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}\right\rvert$	0.64 ± 0.26	$\left\lvert\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}\right\rvert$	0.72 ± 0.22
$\left\lvert\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}\right\rvert$	$(0.46 \pm 0.33)\cdot 10^{-2}$	$\left\lvert\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}\right\rvert$	$(0.34 \pm 0.21)\cdot 10^{-2}$
$\left\lvert\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}\right\rvert$	$(0.17 \pm 0.06)\cdot 10^{-2}$	$\left\lvert\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}\right\rvert$	$(0.13 \pm 0.04)\cdot 10^{-2}$
χ^2/d.o.f	8.4/16	χ^2/d.o.f	0.2/16

Tabelle 1: Resultate des χ^2-fits für die effektiven Kopplungen unter Verwendung der Daten der ATLAS und CMS Kollaborationen [2, 3], sowie unter Annahme eines Formfaktors a^{F_1} mit Skala Λ=100 GeV .

In obiger Tabelle wurden die Beträge der aus dem Fit erhaltenen effektiven Kopplungen angegeben. Die Vorzeichen sind irrelevant für das Ergebnis, denn wie sich bei mehrmaliger Durchführung der Minimierung mit leicht unterschiedlichen Startwerten zeigt, sind die Vorzeichen der effektiven Kopplungen, die der Fit liefert, willkürlich. Dies kann damit begründet werden, dass die Hauptbeiträge zu den Ereignisraten aus Termen stammen, in denen die g^e_{sxx} quadratisch auftreten, während Interferenzterme $\sim g^e_{sx_1x_1} \cdot g^e_{sx_2x_2}$, in denen relative Vorzeichen eine Rolle spielen, kaum beitragen. An den Ausdrücken für die Partialbreiten (19) bis (22) kann dieser Sachverhalt direkt abgelesen werden.
Die Verhältnisse der effektiven Kopplungen in Tabelle 1 verdeutlichen noch einmal, was sich schon in Abschnitt 3.2 abgezeichnet hat: Um die am LHC gemessenen Daten oder die SM-Erwartungen reproduzieren zu können, müssen die effektiven Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$, $g^e_{sz\gamma}$ und g^e_{sgg} um mehr als zwei Größenordnungen kleiner gewählt werden als g^e_{szz} und g^e_{sww}.
Dieser signifikante Größenunterschied der effektiven Parameter macht einen gemeinsamen Ursprung der fünf Kopplungen unwahrscheinlich. Denn erwartungsgemäß sollten Kopplungen, welchen dieselbe Physik zugrunde liegt, in etwa von vergleichbarer Größenordnung sein. Die bisherigen Untersuchungen legen jedoch nahe, dass sich die Kopplungen der am LHC entdeckten 126 GeV-Resonanz an massive Eichbosonen grundlegend von denen an masselose unterscheiden.
Für das Singulett S folgen die Kopplungen an Eichbosonen gemäß des in Kapitel 2 vorgestellten Modells aus Schleifen, in denen schwere Teilchen umlaufen. Da also die Kopplungen an alle Eichbosonpaare denselben Ursprung haben, erscheint es

unwahrscheinlich, dass hier der benötigte Größenunterschied auf natürliche Weise erreicht werden kann.
Das SM-Higgsboson hingegen weist eine klare Differenzierung in den Kopplungen an massive und masselose Eichbosonen auf, da es an W- und Z-Bosonen auf „tree level“ koppelt, während die Kopplung an Photonen und Gluonen nur über Schleifen erfolgen kann. Der fundamentale Unterschied in den Kopplungen hängt hier eng mit der elektroschwachen Symmetriebrechung und der Massenerzeugung für W und Z Bosonen zusammen.
Folglich können die bisherigen Untersuchungen als starker Hinweis darauf interpretiert werden, dass die am LHC entdeckte 126 GeV-Resonanz ein higgsartiges Teilchen sein muss, welches mit der elektroschwachen Symmetriebrechung in Verbindung steht.
Zumindest aber verlangen die Resultate des Fits, dass jedes Modell für die 126 GeV-Resonanz eine Erklärung für die grundlegenden Unterschiede in den Kopplungen an massive und masselose Eichbosonen liefern muss. In Kapitel 4 wird daher untersucht, ob es möglich ist, ein fundamentales Modell für die effektiven Kopplungen des Singuletts S zu konstruieren, welches diese starken Größenunterschiede natürlich begründen kann. Sollte ein solches Modell gefunden werden, dann kann nicht ausgeschlossen werden, dass es sich bei der 126 GeV-Resonanz um ein neutrales skalares Singulett handelt. Andernfalls jedoch erscheint es wenig plausibel, dass die 126 GeV-Resonanz durch ein Teilchen dieser Art realisiert sein kann.

3.4. Formfaktoren

Zum Abschluss dieses Kapitels soll noch der Einfluss der Formfaktoren einer genaueren Untersuchung unterzogen werden. Wie in Abschnitt 3.3.1 erläutert, wird zur Berechnung des VBF-Wirkungsquerschnitts für das Singulett S ein Formfaktor benötigt. Dieser hat die Aufgabe im p_t-Spektrum der „tagging jets“, die bei der VBF auftreten, den Bereich hoher Transversalimpulse zu unterdrücken.
In den beiden oben aufgeführten Formfaktoren erscheint ein Parameter Λ, welcher die Skala der neuen Physik angibt, die durch den Formfaktor parametrisiert wird. Diese Skala Λ kann so gewählt werden, dass das p_t-Spektrum der „tagging jets“ eine SM-artige Form annimmt.

Abbildung 5 zeigt die normierten Verteilungen des Transversalimpulses des härtesten und des zweit-härtesten Jets in der VBF unter Annahme eines Formfaktors a^{F_1} (links) bzw. a^{F_2} (rechts) für verschiedene Werte von Λ. Außerdem dargestellt sind die entsprechenden Kurven für den Fall des SM.

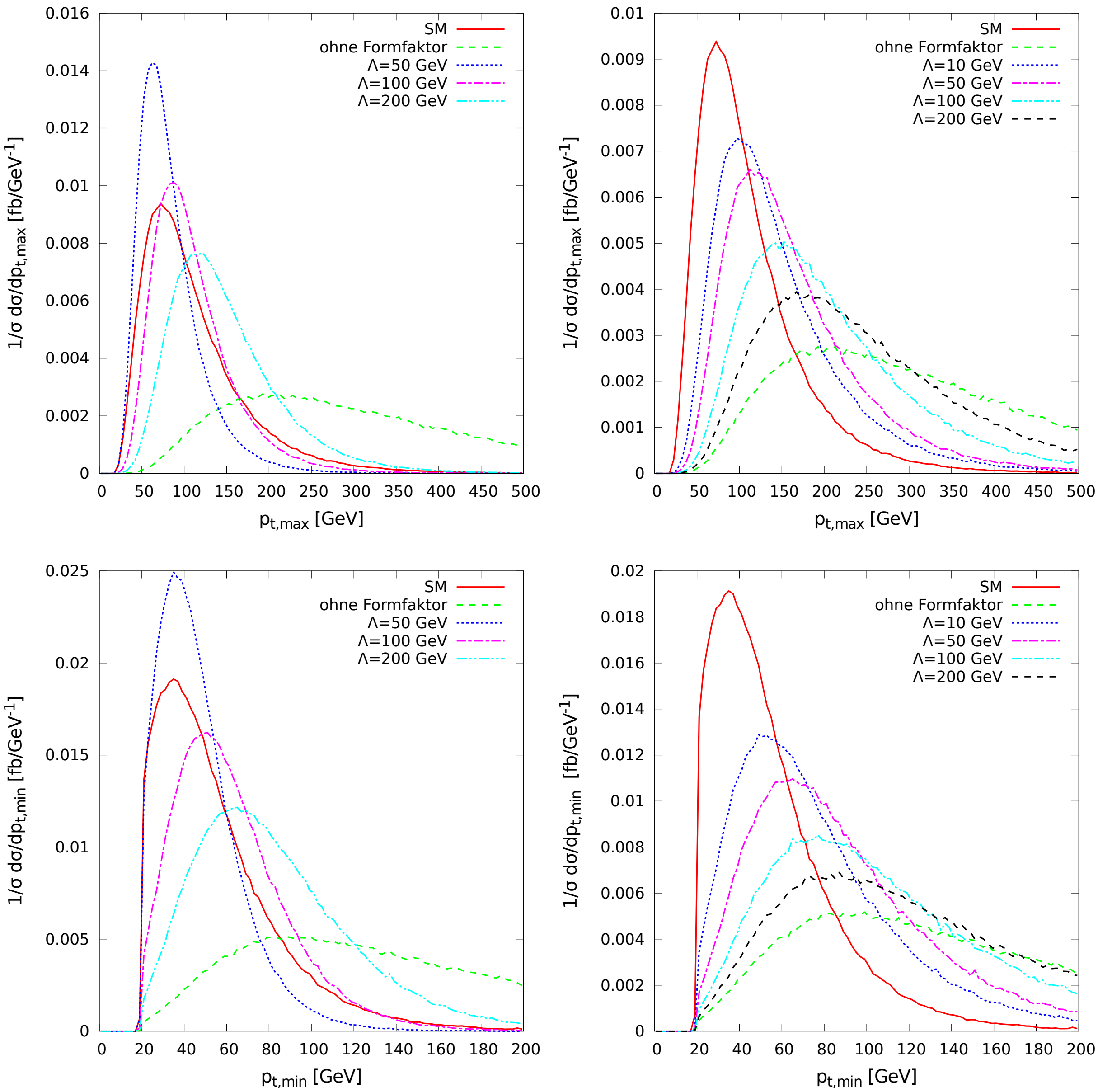


Abbildung 5: oben: normierte Transversalimpulsverteilung des härtesten Jets mit einem Formfaktor a^{F_1} (links) bzw. a^{F_2} (rechts) in der VBF am LHC; unten: normierte Transversalimpulsverteilung des zweit-härtesten Jets mit einem Formfaktor a^{F_1} (links) bzw. a^{F_2} (rechts) in der VBF am LHC; verwendet wurden CP-gerade-Kopplungen mit den Größenverhältnissen aus Abschnitt 3.2: $g^e_{szz} = 7$, $g^e_{sww} = 4.2$, $g^e_{sz\gamma} = 0.04$, $g^e_{s\gamma\gamma} = 0.07$ sowie $\Lambda_5 = 480\,\text{GeV}$.

Den gezeigten Verteilungen ist zu entnehmen, dass für den Formfaktor a^{F_1} ein

Wert von $\Lambda = 100\,\text{GeV}$ die SM-Kurven gut approximiert. Für a^{F_2} hingegen sind selbst für eine Wahl von $\Lambda = 10\,\text{GeV}$ noch deutliche Abweichungen zwischen effektiver Theorie und SM erkennbar und um eine weitere Annäherung zu erreichen, müssten noch kleinere Werte von Λ gewählt werden.
Nun besteht für a^{F_2} aber gemäß der Definition (25) ein direkter Zusammenhang zwischen Λ und der Masse der hypothetischen neuen Teilchen, die durch den Formfaktor parametrisiert werden. Die Wahl einer Skala $\Lambda \leq 10\,\text{GeV}$ würde folglich bedeuten, dass sehr leichte Teilchen mit Massen $M \leq 10\,\text{GeV}$ angenommen werden müssen. Dies steht jedoch im Widerspruch zu experimentellen Beobachtungen. Denn die Existenz solch leichter Teilchen hätte sich bereits bei den Experimenten am LEP („Large Electron Positron Collider“) bemerkbar machen müssen.
Dort aber konnten neue Teilchen mit einer Masse $M \lesssim 50\,\text{GeV}$ ausgeschlossen werden und eine Wahl von $\Lambda \lesssim 50\,\text{GeV}$ ist daher nicht mehr als sinnvoll zu erachten. Unter der Annahme eines Formfaktors a^{F_2} ist es demnach für vernünftige Wahlen von Λ nicht möglich, ein SM-artiges p_t-Spektrum der „tagging jets“ zu reproduzieren.
Für einen Formfaktor a^{F_1} ist die benötigte Skala mit $\Lambda = 100\,\text{GeV}$ zwar noch in einem sinnvollen Energiebereich und eine SM-artige p_t-Verteilung kann problemlos erreicht werden. Jedoch ist ein solcher Formfaktor physikalisch nicht gut motiviert. Denn während a^{F_2} bei der Berechnung von Schleifenintegralen explizit auftritt und somit einen direkten Bezug zur zugrunde liegenden Physik hat, entstammt a^{F_1} eher einem phänomenologischen Ansatz.

Aus oben genannten Gründen ist zu erwarten, dass sich die Realisierung der 126 GeV-Resonanz durch ein skalares Singulett S in einer härteren p_t-Verteilung der „tagging jets“ widerspiegeln sollte, welche gegenüber der im SM erwarteten zu höheren Werten der Transversalimpulse verschoben ist. Demnach kann die Beobachtung eines derartigen härteren p_t-Spektrums als Hinweis dafür gewertet werden, dass es sich bei der 126 GeV-Resonanz nicht um ein SM-Higgsboson handelt, sondern um ein Teilchen, welches über effektive Vertizes an die Eichbosonen koppelt. Ein solches kann beispielsweise durch ein Singulett S oder ein anomal koppelndes Higgsboson realisiert sein.
Der Umkehrschluss ist jedoch nicht ohne Weiteres möglich. D.h. ein SM-artiges p_t-Spektrum bedeutet nicht zwangsläufig, dass es sich bei der 126 GeV-Resonanz nicht um ein Singulett S handeln kann. Denn mithilfe eines Formfaktors a^{F1} kann auch für Teilchen, die über einen effektiven Vertex an die Eichbosonen koppeln, stets ein SM-artiges p_t-Spektrum erreicht werden.

4. Herleitung der effektiven Kopplungen aus einem fundamentalen Modell

In der bisherigen Betrachtung wurden die Kopplungen des Singuletts S an die Eichbosonen über effektive Vertizes beschrieben. Dabei wurde die Natur der neuen Physik, welche der effektiven Theorie zugrunde liegt, noch völlig außer Acht gelassen. Wie in Abschnitt 2.2.5 dargelegt, folgen die effektiven Vertizes der Form $S \cdot V_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$ aus der Ausintegration von Schleifen, in denen neue, schwere Teilchen umlaufen. Um nun das Modell, welches der effektiven Theorie zugrunde liegt, näher zu spezifizieren, müssen diese neuen Teilchen und deren Kopplungen an das Singulett S sowie an die SM-Teilchen definiert werden. Dies ist Gegenstand des ersten Abschnitts des folgenden Kapitels. Anschließend werden die Beiträge der eingeführten Teilchen zu den effektiven Vertizes berechnet und zu Ausdrücken für die effektiven Kopplungen zusammengefasst. Mithilfe von diesen kann dann untersucht werden, ob die Eigenschaften der neuen Teilchen so gewählt werden können, dass die Verhältnisse der effektiven Kopplungen aus dem Fit in Abschnitt 3.3.3 reproduziert werden. Zum Abschluss des Kapitels werden die gefundenen Resultate kurz zusammengefasst.

4.1. Einführung neuer Teilchen-Multipletts

Die neu einzuführenden Teilchen des zugrunde liegenden Modells haben die Aufgabe, über Schleifen Kopplungen zwischen dem Singulett S und den Eichbosonen zu vermitteln. Um diese erfüllen zu können, müssen sie direkte Kopplungen sowohl an S als auch an die Eichbosonen aufweisen. Ganz allgemein kann eine beliebige Anzahl fermionischer Multipletts $\Psi^{(j)}$ und bosonischer Multipletts $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ mit beliebigen Hyperladungen Y_{b_i} und Y_{f_j} als Schleifenteilchen eingeführt werden. Bei den Fermionen ist allerdings zu beachten, dass sie in der Vektordarstellung vorliegen müssen, das heißt linkshändige und rechtshändige Komponenten müssen dasselbe SU(2)-Transformationsverhalten aufweisen. Denn nur mit Vektorfermionen ist es möglich, einen Term der Form

$$S\bar{\Psi}\Psi = S\left(\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L\right) \tag{27}$$

zu konstruieren, über welchen die Fermionen direkt an das Singulett S koppeln können. Für chirale Fermionen, wie sie z.B. im SM auftreten, ist ein solcher Vertex nicht erlaubt. Denn da Ψ_L und Ψ_R in diesem Fall in unterschiedlichen Darstellungen vorliegen, ist ein Term wie in Gleichung (27) für chirale Fermionen nicht eichinvariant.

Für jedes eingeführte Vektorfermion-Multiplett $\Psi^{(j)}$ kann dann eine Kopplung an das Singulett S mit Kopplungskonstante t_{f_j} definiert werden:

$$t_{f_j} S \cdot \bar{\Psi}^{(j)} \Psi^{(j)} = t_{f_j} S \cdot \begin{pmatrix} \bar{\psi}_1^{(j)} \\ \bar{\psi}_2^{(j)} \\ \vdots \\ \bar{\psi}_{n_j}^{(j)} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \psi_1^{(j)} \\ \psi_2^{(j)} \\ \vdots \\ \psi_{n_j}^{(j)} \end{pmatrix}. \tag{28}$$

Ebenso kann für jedes eingeführte bosonische Multiplett $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ eine Kopplung mit Kopplungskonstante t_{b_i} festgelegt werden:

$$t_{b_i} S \cdot \boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger} \boldsymbol{\varphi}^{(i)} = t_{b_i} S \cdot \begin{pmatrix} \varphi_1^{(i)} \\ \varphi_2^{(i)} \\ \vdots \\ \varphi_{n_i}^{(i)} \end{pmatrix}^\dagger \begin{pmatrix} \varphi_1^{(i)} \\ \varphi_2^{(i)} \\ \vdots \\ \varphi_{n_i}^{(i)} \end{pmatrix}. \tag{29}$$

t_{b_i} hat hierin die Dimension einer Masse.
Weiterhin werden noch die Kopplungen der Schleifenteilchen an Eichbosonen benötigt. Diese folgen direkt aus den kovarianten Ableitungen der fermionischen und bosonischen Felder. Für Fermionen erhält man:

$$\begin{aligned}
&i\bar{\Psi}^{(j)} D_\mu \gamma^\mu \Psi^{(j)} \\
&\qquad = \bar{\Psi}^{(j)} \left(i\partial_\mu + \left[-g \cdot I_a W_{a\mu} - g' \frac{Y}{2} B_\mu \right] \right) \gamma^\mu \Psi^{(j)} \\
&\qquad = \bar{\Psi}^{(j)} \left(i\partial_\mu + \left[-g \cdot \left(W_\mu^+ I^+ + W_\mu^- I^- \right) - \left(g I_3 W_{3\mu} + g' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \right] \right) \gamma^\mu \Psi^{(j)} \\
&\qquad \doteq -g \cdot \bar{\Psi}^{(j)} \left(W_\mu^+ I^+ + W_\mu^- I^- \right) \gamma^\mu \Psi^{(j)} \\
&\qquad\quad - \frac{g}{c_w} \bar{\Psi}^{(j)} \left(c_w^2 I_3 - s_w^2 \frac{Y}{2} \right) \gamma^\mu \Psi^{(j)} Z_\mu \\
&\qquad\quad - g s_w \bar{\Psi}^{(j)} \left(I_3 + \frac{Y}{2} \right) \gamma^\mu \Psi^{(j)} A_\mu.
\end{aligned} \tag{30}$$

Analog findet man für Bosonen:

$$\begin{aligned}
&\left(D_\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right)^\dagger D^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad = \left(\left(\partial_\mu + igI_aW_{a\mu} + ig'\frac{Y}{2}B_\mu\right)\boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right)^\dagger \left(\partial^\mu + igI_aW_a^\mu + ig'\frac{Y}{2}B^\mu\right)\boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad \doteq ig\left(\partial_\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right)^\dagger \left(W^{+\mu}I^+ + W^{-\mu}I^-\right)\boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad\quad + i\frac{g}{c_w}\left(\partial_\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right)^\dagger \left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right) Z^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad\quad + igs_w\left(\partial_\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right)^\dagger \left(I_3 + \frac{Y}{2}\right) A^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad\quad + g^2 W_\mu^+ W^{-\mu}\left(\boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger} I^+ I^- \boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right) \\
&\qquad\quad + \frac{g^2}{2c_w^2} Z_\mu Z^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger}\left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right)^2 \boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad\quad + \frac{g^2 s_w}{c_w} Z_\mu A^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger}\left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right)\left(I_3 + \frac{Y}{2}\right)\boldsymbol{\varphi}^{(i)} \\
&\qquad\quad + \frac{g^2}{2} s_w^2 A_\mu A^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger}\left(I_3 + \frac{Y}{2}\right)^2 \boldsymbol{\varphi}^{(i)} + h.c. \qquad (31)
\end{aligned}$$

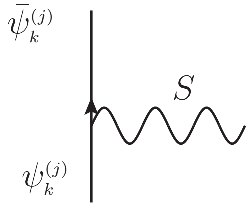
Das Symbol $\doteq$ deutet in diesen Gleichungen an, dass nur die Terme, die zu den im Folgenden relevanten 3-Teilchen- oder 4-Teilchen-Vertizes führen, berücksichtigt werden. Alle übrigen Terme werden in der weiteren Diskussion nicht benötigt und deshalb nicht explizit angegeben. Um die Ausdrücke so allgemein wie möglich zu halten, wurde hier die Operator-Schreibweise gewählt. Die I^a stehen für die SU(2)-Generatoren in der fundamentalen Darstellung, deren Dimension durch die des Multipletts, auf das sie wirken, bestimmt ist. Y stellt den Hyperladungsoperator dar, welcher über die Relation $Q = \left(I_3 + \frac{Y}{2}\right)$ mit dem Operator Q der elektromagnetischen Ladung in Zusammenhang steht.
Gemäß dieser Ausdrücke können für die Fermionen Vertizes der Form

$$\bar{\Psi}^{(j)}\gamma^\mu \Psi^{(j)} V_\mu$$

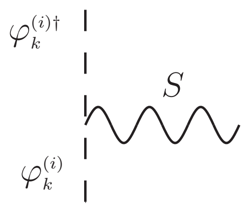
gebildet werden, während die Bosonen über Terme der Form

$$\left(\partial^\mu \boldsymbol{\varphi}^{(i)}\right)^\dagger \boldsymbol{\varphi}^{(i)} V_\mu \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger}\boldsymbol{\varphi}^{(i)} V_\mu V^\mu$$

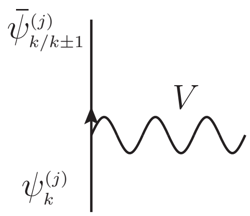
an die Eichbosonen koppeln.
Um explizite Rechnungen mit den neuen Teilchen durchführen zu können, werden noch die Feynmanregeln für die hier gefundenen Vertizes benötigt. Diese sind mithilfe einer Fouriertransformation direkt aus den Gleichungen (28) bis (31) zu erhalten:



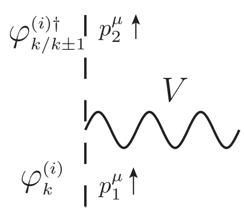
$$=i\cdot t_{f_j} \qquad S\bar{\psi}_k^{(j)}\psi_k^{(j)} \tag{32}$$



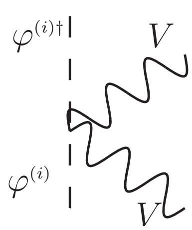
$$= i\cdot t_{b_i} \qquad S\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \tag{33}$$



$$= -ig\gamma^\mu \cdot \left\{ \begin{array}{cc} s_w\left(I_3+\frac{Y}{2}\right)_k & A_\mu\bar{\psi}_k^{(j)}\gamma^\mu\psi_k^{(j)} \\ \frac{1}{c_w}\left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right)_k & Z_\mu\bar{\psi}_k^{(j)}\gamma^\mu\psi_k^{(j)} \\ \left(I^+\right)_{k-1,k} & W_\mu^+\bar{\psi}_{k-1}^{(j)}\gamma^\mu\psi_k^{(j)} \\ \left(I^-\right)_{k+1,k} & W_\mu^-\bar{\psi}_{k+1}^{(j)}\gamma^\mu\psi_k^{(j)} \end{array} \right. \tag{34}$$



$$= -ig\left(p_1+p_2\right)^\mu \cdot \left\{ \begin{array}{cc} s_w\left(I_3+\frac{Y}{2}\right)_k & A_\mu\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \\ \frac{1}{c_w}\left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right)_k & Z_\mu\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \\ \left(I^+\right)_{k-1,k} & W_\mu^+\varphi_{k-1}^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \\ \left(I^-\right)_{k+1,k} & W_\mu^-\varphi_{k+1}^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \end{array} \right. \tag{35}$$



$$= 2ig^2 \cdot \left\{ \begin{array}{cc} s_w^2\left(I_3+\frac{Y}{2}\right)_k^2 & A_\mu A^\mu\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \\ \frac{1}{c_w^2}\left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right)_k^2 & Z_\mu Z^\mu\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \\ \frac{s_w}{c_w}\left(I_3+\frac{Y}{2}\right)_k\left(c_w^2 I_3 - s_w^2\frac{Y}{2}\right)_k & A_\mu Z^\mu\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)} \\ \frac{1}{2}\left[\left(I^+I^-\right)_{k,k}+\left(I^-I^+\right)_{k,k}\right] & W_\mu^+W^{-\mu}\varphi_k^{(i)\dagger}\varphi_k^{(i)}. \end{array} \right. \tag{36}$$

4.2. Beiträge einzelner Multiplett-Komponenten zu den effektiven Vertizes

Das Ziel ist es nun, einen Zusammenhang zwischen den Eigenschaften der eingeführten Teilchen und den effektiven Kopplungen herzustellen. Als Ausgangspunkt dafür dienen die Feynmangraphen, welche Beiträge zu den effektiven Vertizes liefern können. Hier sollen nur Graphen bis zur 1-Schleifenordnung berücksichtigt werden.
Für bosonische Teilchen in den Schleifen können dann folgende Feynmangraphen auftreten:

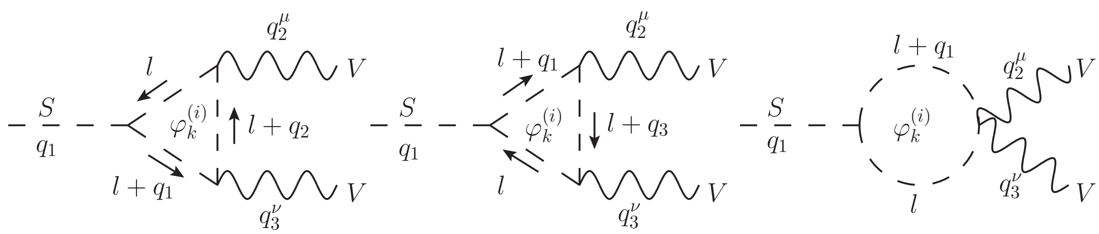


Abbildung 6: Beiträge der Komponente eines bosonischen Multipletts zum effektiven SVV-Vertex.

während für fermionische Vermittler-Teilchen nachstehende Graphen zu Beiträgen führen:

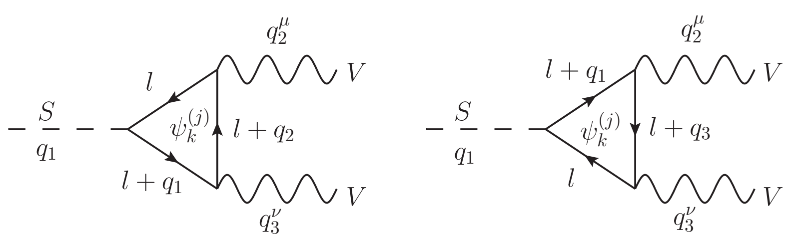


Abbildung 7: Beiträge der Komponente eines fermionisches Multipletts zum effektiven SVV-Vertex.

Jede Komponente k jedes eingeführten Multipletts $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ bzw. $\Psi^{(j)}$ trägt mit Diagrammen dieser Form zu den effektiven Vertizes bei. Um einen Ausdruck für die effektiven Kopplungen zu erhalten, müssen daher die Beiträge all dieser Komponenten berechnet und aufsummiert werden.
Die Rechnung kann jedoch erheblich vereinfacht werden, wenn die Struktur der

Beiträge, die sich aus den Feynmangraphen ergeben, ausgenutzt wird.
Jedes Diagramm in den Abbildungen 6 und 7 führt zu einem Term der Form:

$$it_{b_i/f_j} \cdot \text{Schleifenintegral}\cdot\text{Eichkopplung}.$$

Damit weist der Beitrag einer bestimmten Komponente k eines bosonischen oder fermionischen Multipletts, $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ bzw. $\Psi^{(j)}$, zu den effektiven Vertizes folgende Struktur auf:

$$-it_{b_i} \int (\triangleleft + \triangleleft + i \cdot \circ) \cdot c^2_{xx,b_i}(k) \qquad \text{für die } k\text{-te Komponente von } \boldsymbol{\varphi}^{(i)} \tag{37}$$

$$-it_{f_j} \int (\triangleleft + \triangleleft) \cdot c^2_{xx,f_j}(k) \qquad \text{für die } k\text{-te Komponente von } \Psi^{(j)}. \tag{38}$$

Hier stehen die Ausdrücke $\int (\triangleleft + \triangleleft + i\circ)$ und $\int (\triangleleft + \triangleleft)$ symbolisch für die Schleifenintegrale, die aus den Feynmangraphen in den Abbildungen 6 und 7 folgen. Die genauen Terme werden weiter unten in diesem Abschnitt angegeben. $c_{xx,b_i}(k)$ und $c_{xx,f_j}(k)$ bezeichnen die Eichkopplungen der k-ten Komponente des Multipletts $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ bzw. $\Psi^{(j)}$ an das Eichbosonpaar $xx = \gamma\gamma$, $Z\gamma$, ZZ, W^+W^-, definiert in den Gleichungen (34) und (35). Hier wurde jedoch jeweils ein Faktor i herausgezogen, was zu dem globalen Minuszeichen in den Gleichungen (37) und (38) führt.
Nun ist der erste Teil dieser Ausdrücke, $-it_{b_i/f_j} \int (- \parallel -)$, unabhängig vom Komponentenindex k und somit identisch für alle Mitglieder eines Multipletts. Die Beiträge, welche die verschiedenen Komponenten eines Multipletts zum effektiven Vertex liefern, unterscheiden sich demnach lediglich durch den Eichkopplungsterm $c^2_{xx,b_i}(k)$ bzw. $c^2_{xx,f_j}(k)$. Daher kann der Term $-it_{b_i/f_j} \int (- \parallel -)$ bei der Addition der Beiträge aller Komponenten eines Multipletts als gemeinsame Faktor vor die Summe gezogen werden:

$$\sum_k \left[-it_{b_i/f_j} \int (- \parallel -) \cdot c^2_{xx,b_i/f_j}(k)\right] = -it_{b_i/f_j} \int (- \parallel -) \cdot \sum_k \left[c^2_{xx,b_i/f_j}(k)\right].$$

Die verbleibende Summe beinhaltet dann nur noch die Eichkopplungen und kann leicht ausgeführt werden. Dies liefert einen einfachen Ausdruck für den Gesamtbeitrag eines Multipletts $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ bzw. $\Psi^{(j)}$, welcher nur noch von der Hyperladung, dem Isospin und der Masse des jeweiligen Multipletts abhängt. Im nächsten Abschnitt wird dies anhand eines exemplarischen Multipletts demonstriert.

Der Faktor $-it_{b_i/f_j} \int (- \parallel -)$ ist weiterhin unabhängig davon, welche Eichbosonen im Endzustand vorliegen. Die Beiträge, die ein Multiplett zu zwei verschiedenen

effektiven Vertizes Sxx liefert, unterscheiden sich demnach lediglich durch den Term $\sum_k \left[c^2_{xx,b_i/f_j}(k)\right]$, der sich aus den Eichkopplungen ergibt.
Solange die eingeführten Multipletts entartet sind, gilt dies auch für den Fall, dass zwei W-Bosonen im Endzustand vorliegen. Zwar führt die Kopplung der W-Bosonen an die Schleifenteilchen dazu, dass Übergänge zwischen den Komponenten der Multipletts stattfinden. Daher treten in den Graphen, die zum effektiven SW^+W^--Vertex beitragen, stets zwei verschiedene Teilchen in ein und derselben Schleife auf. Aber solange mit den Übergängen innerhalb der Multipletts keine Massenänderung einhergeht, wird der Wert der Schleifenintegrale dadurch nicht geändert. Im Fall nicht-entarteter Multipletts gilt dies jedoch nicht mehr, wie später gezeigt wird.

Da der Faktor $-it_{b_i/f_j}\int(-\parallel-)$ für alle Komponenten eines Multipletts identisch und unabhängig von den Eichbosonen im Endzustand ist, genügt es, ihn einmal für jedes Multiplett zu berechnen. Hier soll diese Rechnung exemplarisch für den Beitrag einer Komponente $\varphi^{(i)}_k$ eines bosonischen Multipletts mit Masse m_{b_i} durchgeführt werden. Das Vorgehen kann leicht auf den Fall fermionischer Vermittler-Teilchen übertragen werden.
Für eine bosonische Komponente können die in Abbildung 6 dargestellten Feynmangraphen zu den effektiven Vertizes beitragen. Um die Ausdrücke zu berechnen, die sich aus diesen Diagrammen ergeben, müssen die in Abschnitt 4.1 hergeleiteten Feynmanregeln angewendet werden. Mit deren Hilfe sowie unter Verwendung der Relationen $q_1 = q_2 + q_3$ und $q_1^2 = m_s^2$ erhält man für den ersten Dreiecks-Graphen in Abbildung 6:

$$
\begin{aligned}
-it_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)\int\triangleleft \\
= \quad & -t_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)\int\frac{d^Dl}{(2\pi)^D}\frac{(2l+q_2)^\mu\,(2l+q_1+q_2)^\nu}{\left(l^2-m^2_{b_i}\right)\left((l+q_1)^2-m^2_{b_i}\right)\left((l+q_2)^2-m^2_{b_i}\right)} \\
= \quad & -t_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)\int\frac{d^Dl}{(2\pi)^D}\frac{4l^\mu l^\nu+2l^\mu(2q_2+q_3)^\nu+2q_2^\mu l^\nu+q_2^\mu(2q_2+q_3)^\nu}{\left(l^2-m^2_{b_i}\right)\left((l+q_1)^2-m^2_{b_i}\right)\left((l+q_2)^2-m^2_{b_i}\right)} \\
= -& \frac{it_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)}{16\pi^2}\Big[4C_{00}\left(m_s^2,q_2^2,q_3^2,m^2_{b_i},m^2_{b_i},m^2_{b_i}\right)g^{\mu\nu} \\
& +4\left(C_2\left(m_s^2,q_2^2,q_3^2,m^2_{b_i},m^2_{b_i},m^2_{b_i}\right)+C_{12}(-\shortparallel-)+C_{22}(-\shortparallel-)\right)q_2^\nu q_3^\mu\Big] \\
& +\mathcal{O}\left(q_2^\mu,\,q_3^\nu\right). \qquad (39)
\end{aligned}
$$

Hier wurden alle Terme proportional zu q_2^μ oder q_3^ν in $\mathcal{O}\left(q_2^\mu,\,q_3^\nu\right)$ zusammenge-

fasst. Diese tragen nicht zu den effektiven Vertizes bei, da sie bei der Kontraktion mit äußeren Strömen verschwinden. Weiterhin stehen die C-Funktionen in Gleichung (39) für die Passarino-Veltman-Funktionen, definiert in [31]. Eine analoge Rechnung kann für den zweiten Dreiecks-Graphen in Abbildung 6 durchgeführt werden. Diese führt zu einem identischen Resultat.
Ebenso lässt sich der Beitrag berechnen, den der Feynmangraph mit 4-Teilchen-Vertex aus Abbildung 6 liefert:

$$\begin{aligned}2t_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)\int\circ &= -2it_{b_i}c^2_{xx,b_i}\int i\cdot\circ\\ &=2t_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)\int\frac{d^Dl}{(2\pi)^D}\frac{g^{\mu\nu}}{\left(l^2-m^2_{b_i}\right)\left((l+q_1)^2-m^2_{b_i}\right)}\\ &=\frac{2it_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)}{16\pi^2}B_0\left(m_s^2,m^2_{b_i},m^2_{b_i}\right)g^{\mu\nu}.\end{aligned}$$

Der gesamte Beitrag der bosonischen Komponente $\varphi_k^{(i)}$ zu den effektiven Vertizes ergibt sich dann aus der Summe der für die drei Feynmangraphen gefundenen Terme:

$$\begin{aligned}-it_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)&\int\left(\triangleleft+\triangleleft+i\cdot\circ\right)\\ &=-\frac{2it_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)}{16\pi^2}\cdot\Big[4C_{00}\left(m_s^2,q_2^2,q_3^2,m^2_{b_i},m^2_{b_i},m^2_{b_i}\right)g^{\mu\nu}\\ &\quad+4\left(C_2\left(m_s^2,q_2^2,q_3^2,m^2_{b_i},m^2_{b_i},m^2_{b_i}\right)+C_{12}\left(-\shortparallel-\right)+C_{22}\left(-\shortparallel-\right)\right)q_2^\nu q_3^\mu\Big]\\ &\quad+\frac{2it_{b_i}c^2_{xx,b_i}(k)}{16\pi^2}B_0\left(m_s^2,m^2_{b_i},m^2_{b_i}\right)g^{\mu\nu}.\end{aligned}\tag{40}$$

Dieser Ausdruck kann weiter vereinfacht werden, wenn angenommen wird, dass die invarianten Massen der Eichbosonen q_2^2 und q_3^2 gegenüber den Massequadraten der Schleifenteilchen vernachlässigt werden können. Denn unter der Annahme $q_2^2=q_3^2=0$ führt die Passarino-Veltman-Reduktion der in Gleichung (40) auftretenden C-Funktionen zu sehr einfachen Formeln.
Nun ist die Voraussetzung $q_2^2=q_3^2=0$ aber lediglich für die Beiträge zum effektiven $S\gamma\gamma$-Vertex exakt erfüllt. Im Fall aller anderen Vertizes handelt es sich bei dieser Annahme um eine Näherung, deren Güte erst verifiziert werden muss. Zu diesem Zweck wird in Anhang A.3 ein numerischer Vergleich zwischen den exakten Ausdrücken für die effektiven Vertizes und denen, die sich unter Anwendung der Näherung ergeben, durchgeführt. Hierbei zeigt sich, dass die Näherung $q_2^2=q_3^2=0$ gut ist, sofern die Schleifenteilchen eine Masse $m_{b_i/f_j}>100\,\mathrm{GeV}$ aufweisen.
Diese Bedingung muss für die hier eingeführten Schleifenteilchen erfüllt sein. Denn

aufgrund der Beziehung $Q = \left(I_3 + \frac{Y}{2}\right)$ weist stets mindestens eine der Komponenten der Multipletts eine Ladung auf. Bereits bei den Experimenten am LEP aber konnte die Existenz geladener Teilchen mit Massen $M < 100\,\mathrm{GeV}$ jenseits des SM ausgeschlossen werden. Die neu eingeführten Multipletts müssen demnach Massen oberhalb von $100\,\mathrm{GeV}$ aufweisen, weshalb die Voraussetzung für die Näherung als erfüllt angesehen werden kann.
Unter der damit erlaubten Annahme $q_2^2 = q_3^2 = 0$ führt die Passarino-Veltman-Reduktion der C-Funktionen aus Gleichung (40) zu [31]:

$$C_{00}\left(m_s^2, 0, 0, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) = \frac{1}{2} m_{b_i}^2 C_0\left(- \parallel -\right) + \frac{1}{4} B_0\left(m_s^2,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) + \frac{1}{4}$$

$$C_2\left(m_s^2, 0, 0, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) = -\frac{1}{m_s^2} B_0\left(0,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) + \frac{1}{m_s^2} B_0\left(m_s^2,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right)$$

$$\begin{aligned} C_{12}\left(m_s^2, 0, 0, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) = &- \frac{m_{b_i}^2}{m_s^2} C_0\left(- \parallel -\right) + \frac{1}{2m_s^2} B_0\left(0,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) \\ &- \frac{1}{2m_s^2} B_0\left(m_s^2,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) - \frac{1}{2m_s^2} \end{aligned}$$

$$C_{22}\left(m_s^2, 0, 0, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) = \frac{1}{2m_s^2} B_0\left(0,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) - \frac{1}{2m_s^2} B_0\left(m_s^2,\, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right).$$

Wird dies in Gleichung (40) eingesetzt und außerdem verwendet, dass mit der Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ gilt

$$m_s^2 = q_1^2 = \left(q_2 + q_3\right)^2 = 2q_2 q_3 + q_2^2 + q_3^2 \overset{q_2^2 = q_3^2 = 0}{=} 2q_2 \cdot q_3\,,$$

so vereinfacht sich der Ausdruck (40) für den Beitrag der bosonischen Komponente zu:

$$\begin{aligned} &-it_{b_i} c_{xx,b_i}^2\left(k\right) \int \left(\triangleleft + \triangleleft + i \cdot \circ\right) \\ &\quad = \frac{-it_{b_i} c_{xx,b_i}^2\left(k\right)}{16\pi^2} 2 \left[\left(2m_{b_i}^2 C_0\left(- \parallel -\right) + 1\right) g^{\mu\nu} - \frac{2}{m_s^2}\left(2m_{b_i}^2 C_0\left(- \parallel -\right) + 1\right) q_2^\nu q_3^\mu\right] \\ &\quad = \frac{-it_{b_i} c_{xx,b_i}^2\left(k\right)}{4\pi^2 m_s^2}\left(2m_{b_i}^2 C_0\left(m_s^2, 0, 0, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2, m_{b_i}^2\right) + 1\right)\left(q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu\right). \end{aligned} \tag{41}$$

Damit kann nun der Integralfaktor für ein bosonisches Multiplett angegeben werden. Er lautet:

$$
\begin{aligned}
-it_{b_i}\int(\triangleleft+\triangleleft+i\cdot\circ) = \frac{-it_{b_i}}{4\pi^2 m_s^2}&\left(2m_{b_i}^2 C_0\left(m_s^2,0,0,m_{b_i}^2,m_{b_i}^2,m_{b_i}^2\right)+1\right)\\
&\cdot\left(q_2\cdot q_3 g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right). \qquad (42)
\end{aligned}
$$

Ebenso findet man in einer analogen Rechnung für ein fermionisches Multiplett:

$$
\begin{aligned}
-it_{f_j}\int(\triangleleft+\triangleleft) = \frac{it_{f_j}\cdot m_{f_j}}{4\pi^2}&\left(\frac{8m_{f_j}^2 C_0\left(m_s^2,0,0,m_{f_j}^2,m_{f_j}^2,m_{f_j}^2\right)+4}{m_s^2}-2C_0\left(-\parallel-\right)\right)\\
&\cdot\left(q_2\cdot q_3 g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right). \qquad (43)
\end{aligned}
$$

Wie an diesen Resultaten zu erkennen ist, können die Integralfaktoren $-it_{b_i/f_j}\cdot\int(-\parallel-)$ im Rahmen der Näherung durch C_0-Funktionen ausgedrückt werden. Außerdem weisen sie eine reine a_2-Struktur auf, sind also proportional zu dem Faktor $(q_2\cdot q_3 g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu)$.

Werden mehrere Multipletts mit verschiedenen Massen eingeführt, so unterscheiden sich die Schleifenbeiträge der einzelnen Multipletts natürlich voneinander, da die Masse der Schleifenteilchen explizit in die Ausdrücke (42) und (43) eingeht. Um den vollständigen Ausdruck für die effektiven Kopplungen zu erhalten, müssen dann Summen über alle beitragenden Multipletts eingeführt werden. Mit den Definitionen

$$
\int(\triangleleft+\triangleleft+i\cdot\circ)_i := K\left(m_{b_i}\right) \qquad \int(\triangleleft+\triangleleft)_j := T\left(m_{f_j}\right)
$$

lässt sich dies folgendermaßen darstellen:

$$
\begin{aligned}
\frac{g_{sxx}^e}{\Lambda_5} =& \sum_i \frac{t_{b_i}}{2}\cdot K\left(m_{b_i}\right)\left[\sum_{k=1}^{n_i} c_{xx,b_i}^2(k)\right]\\
&+\sum_j \frac{t_{f_j}}{2}\cdot T\left(m_{f_j}\right)\left[\sum_{k=1}^{n_j} c_{xx,f_j}^2(k)\right].
\end{aligned}
$$

Die Indizes i und j kennzeichnen hier die unterschiedlichen bosonischen und fermionischen Multipletts. Diese Ausdrücke für die effektiven Kopplungen gelten nun ganz allgemein für eine beliebige Anzahl unterschiedlicher Multipletts.

4.3. Summen über alle Multiplett-Komponenten

Um nun Ausdrücke für die effektiven Kopplungen zu erhalten, die nur noch von den Eigenschaften der eingeführten Multipletts abhängen, müssen die im letzten Abschnitt gefundenen Summen über die Eichkopplungen der Schleifenteilchen ausgeführt werden. Das Endergebnis der effektiven Kopplungen kann dann in Abhängigkeit von Isospin, Hyperladung und Masse der Multipletts angegeben werden.

Im Folgenden soll dies exemplarisch für ein bosonisches Multiplett $\boldsymbol{\varphi}$ mit Isospin I, Hyperladung Y_b und Masse m_b demonstriert werden. Die Ergebnisse können direkt auf den Fall eines fermionischen Multipletts übertragen werden. Denn die Eichkopplung, über welche die Summen ausgeführt werden, sind für Fermionen und Bosonen identisch, weshalb die Summen in beiden Fällen zu denselben Resultaten führen.

4.3.1. Der Beitrag zum effektiven $S\gamma\gamma$-Vertex

Jede Komponente φ_k des betrachteten Multipletts liefert zum effektiven $S\gamma\gamma$-Vertex einen Beitrag

$$\begin{aligned}
&\frac{-it_b}{4\pi^2 m_s^2}\left(2m_b^2 C_0\left(m_s^2,0,0,m_b^2,m_b^2,m_b^2\right)+1\right)\left(q_2\cdot q_3 g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right)\cdot g^2 s_w^2\left(I_3+\frac{Y_b}{2}\right)_k^2 \\
&:= -it_b\cdot K\left(m_b\right)\cdot g^2 s_w^2\left(I_3+\frac{Y_b}{2}\right)_k^2 .
\end{aligned}$$

Um den Gesamtbeitrag des Multipletts $\boldsymbol{\varphi}$ zu erhalten, muss eine Summe über all seine Komponenten ausgeführt werden. Vorher kann die Summe über den Komponentenindex k jedoch in eine Summe über die i_3-Quantenzahl der Komponenten umgewandelt werden:

$$\begin{aligned}
&-it_b\cdot K\left(m_b\right)\cdot g^2 s_w^2\sum_{k=1}^{n}\left(I_3+\frac{Y_b}{2}\right)_k^2 \\
&=-it_b\cdot K\left(m_b\right)\cdot g^2 s_w^2\sum_{i_3=-I}^{+I}\left(i_3+\frac{Y_b}{2}\right)^2 .
\end{aligned}$$

Diese Summe kann nun weiter vereinfacht werden:

$$\sum_{i_3=-I}^{+I}\left(i_3+\frac{Y_b}{2}\right)^2=\sum_{i_3=-I}^{+I}\left(i_3^2+\frac{Y_b}{4}^2\right)=\left(\sum_{i_3=-I}^{+I}i_3^2\right)+(2I+1)\,\frac{Y_b^2}{4}$$
$$=2\left(\sum_{i_3=0}^{+I}i_3^2\right)+(2I+1)\,\frac{Y_b^2}{4}.$$

Hier wurde ausgenutzt, dass Terme, die linear in i_3 sind, bei der Summation von $-I$ bis $+I$ herausfallen. Außerdem wurde verwendet, dass das Multiplett mit Isospin I insgesamt $(2I+1)$ Komponenten hat. Um die noch verbleibende Summe über i_3 auszuführen, kann die Faulhabersche Formel [33] angewendet werden:

$$\sum_{i_3=0}^{+I}i_3^2=\frac{I\,(I+1)\,(2I+1)}{6}.$$

Mit dieser lautet die Summe:

$$\sum_{i_3=-I}^{+I}\left(i_3+\frac{Y_b}{2}\right)^2=2\cdot\frac{I\,(I+1)\,(2I+1)}{6}+(2I+1)\,\frac{Y_b^2}{4}.$$

Wird schließlich noch die Relation $n_b=(2I+1)$ eingesetzt, so erhält man als Beitrag des gesamten Multipletts $\boldsymbol{\varphi}$ zum effektiven $S\gamma\gamma$-Vertex :

$$-it_b\cdot K\,(m_b)\cdot g^2s_w^2\left[\frac{n_b}{12}\left(n_b^2-1\right)+n_b\cdot\frac{Y_b^2}{4}\right].$$

Jedes weitere bosonische Multiplett liefert einen formal gleichen Beitrag, der sich nur in der Kopplung t_b, der Masse m_b, der Hyperladung Y_b sowie der Teilchenzahl n_b unterscheidet. Für ein fermionisches Multiplett ändert sich zudem noch der Ausdruck, der aus den Schleifenintegralen stammt. Statt $K\,(m_b)$ muss hier der Ausdruck (43), abgekürzt mit $T\,(m_f)$, eingesetzt werden.

4.3.2. Der Beitrag zu den effektiven $SZ\gamma$- und SZZ-Vertizes

Für die effektiven SZZ- und $SZ\gamma$-Vertizes kann ganz analog verfahren werden. Hier liefert jede Komponente des Multipletts $\boldsymbol{\varphi}$ einen Beitrag:

$$-it_bK\,(m_b)\,\frac{g^2}{c_w^2}\left(c_w^2I_3-s_w^2\frac{Y_b}{2}\right)_k^2\ \text{bzw.}\ -it_bK\,(m_b)\,\frac{g^2s_w}{c_w}\left(c_w^2I_3-s_w^2\frac{Y_b}{2}\right)_k\left(I_3+\frac{Y_b}{2}\right)_k.$$

Die Summation über i_3 kann nach derselben Vorgehensweise wie oben durchgeführt werden und man erhält als Gesamtbeitrag des Multipletts zum SZZ-Vertex:

$$-it_b K\left(m_b\right)\cdot\frac{g^2}{c_w^2}\left[c_w^4\frac{n_b}{12}\left(n_b^2-1\right)+n_b\cdot s_w^4\frac{Y_b^2}{4}\right]$$

bzw. zum $SZ\gamma$-Vertex:

$$-it_b K\left(m_b\right)\cdot\frac{g^2 s_w}{c_w}\left[c_w^2\frac{n_b}{12}\left(n_b^2-1\right)-n_b\cdot s_w^2\frac{Y_b^2}{4}\right].$$

Wieder resultieren die analogen fermionischen Ausdrücken aus der Ersetzung von $K\left(m_b\right)$ und t_b durch $T\left(m_f\right)$ und t_f.

4.3.3. Der Beitrag zum effektiven SWW-Vertex

Für den effektiven SWW-Vertex ist ein direktes Übertragen der obigen Vorgehensweise nicht möglich. Denn wie in Abschnitt 4.2 erwähnt, führt die Kopplung der Vermittler-Teilchen an W-Bosonen zu Übergängen innerhalb des Multipletts.

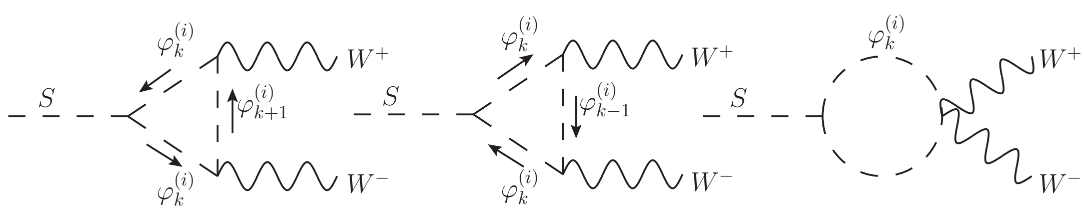


Abbildung 8: Beiträge der Komponente eines bosonischen Multipletts zum effektiven SW^+W^--Vertex.

Verursacht werden diese Übergänge durch die Auf- und Absteige-Operatoren I^+ und I^-, die in den Kopplungen der W-Bosonen an die Schleifenteilchen auftreten. Die Wirkung dieser Operatoren lässt sich am einfachsten in der Diracschen Ket- und Bra-Schreibweise darstellen. Hier wird eine Komponente des Multipletts durch den Ket $\left|i_3\right\rangle$ symbolisiert, wobei i_3 die I_3-Quantenzahl der Komponente angibt. In dieser Notation ist die Wirkung der Auf- und Absteige-Operatoren auf einen Ket $\left|i_3\right\rangle$ definiert als:

$$\begin{aligned}
I^-\left|i_3\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(I+i_3\right)\left(I-i_3+1\right)}\left|i_3-1\right\rangle\\
I^+\left|i_3\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(I-i_3\right)\left(I+i_3+1\right)}\left|i_3+1\right\rangle.
\end{aligned}$$

Der Beitrag der Dreiecks-Graphen in Abbildung 8 kann in dieser Schreibweise wie folgt symbolisch dargestellt werden:

$$-it_b K_{\triangleleft}(m_b) \cdot g^2 \Big(\langle i_3 | I^+ | i_3 - 1 \rangle \langle i_3 - 1 | I^- | i_3 \rangle + \langle i_3 | I^- | i_3 + 1 \rangle \langle i_3 + 1 | I^+ | i_3 \rangle \Big) . \tag{44}$$

$K_{\triangleleft}(m_b)$ steht hier für den Anteil von $K(m_b)$, der nur aus den Dreiecks-Graphen stammt.
Auch der in Abbildung 8 gezeigte Graph mit 4-Teilchen-Vertex lässt sich in der obigen symbolischen Schreibweise ausdrücken. Bezeichnet man mit $K_{\circ}(m_b)$ den zugehörigen Anteil von $K(m_b)$, so findet man :

$$-it_b K_{\circ}(m_b) \cdot g^2 \Big(\langle i_3 | I^- I^+ + I^+ I^- | i_3 \rangle \Big) . \tag{45}$$

Um nun den Beitrag des gesamten Multipletts zum SWW-Vertex zu berechnen, müssen die beiden Ausdrücke (44) und (45) über alle Komponenten des Multipletts summiert werden. Zuvor kann man jedoch noch ausnutzen, dass gilt:

$$\langle k | I^- | j \rangle \sim \delta_{k,j-1} \quad \text{sowie} \quad \langle k | I^+ | j \rangle \sim \delta_{k,j+1} .$$

und damit in Gleichung (44) folgende Umformungen vornehmen:

$$\langle i_3 | I^- | i_3 + 1 \rangle \langle i_3 + 1 | I^+ | i_3 \rangle = \langle i_3 | I^- \sum_j | j \rangle \langle j | I^+ | i_3 \rangle = \langle i_3 | I^- I^+ | i_3 \rangle$$
$$\langle i_3 | I^+ | i_3 - 1 \rangle \langle i_3 - 1 | I^- | i_3 \rangle = \langle i_3 | I^+ \sum_j | j \rangle \langle j | I^- | i_3 \rangle = \langle i_3 | I^+ I^- | i_3 \rangle$$

$$\Rightarrow (44) = -it_b K_{\triangleleft}(m_b) \cdot g^2 \langle i_3 | I^- I^+ + I^+ I^- | i_3 \rangle .$$

Hinterher weisen beide Beiträge (44) und (45) die gleiche Form auf und es bleibt nur noch eine Summe auszuführen:

$$\begin{aligned}
&\sum_{i_3=-I}^{+I} \Big[\langle i_3 | I^- I^+ | i_3 \rangle + \langle i_3 | I^+ I^- | i_3 \rangle \Big] \\
&= \frac{1}{2} \sum_{i_3=-I}^{+I} \Big[\Big(I^2 - i_3^2 + I - i_3 \Big) + \Big(I^2 - i_3^2 + I + i_3 \Big) \Big] \\
&= \sum_{i_3=-I}^{+I} \Big[\Big(I^2 - i_3^2 + I \Big) \Big] = \sum_{i_3=-I}^{+I} I(I+1) - \sum_{i_3=-I}^{+I} i_3^2 \\
&= n_b \cdot I(I+1) - \frac{n_b}{12} \Big(n_b^2 - 1 \Big) = \frac{n_b}{4} \cdot \Big(n_b^2 - 1 \Big) - \frac{n_b}{12} \Big(n_b^2 - 1 \Big) \\
&= \frac{1}{6} n_b \Big(n_b^2 - 1 \Big) .
\end{aligned}$$

Damit lautet der Gesamtbeitrag eines bosonischen Multipletts zum effektiven SWW-Vertex:

$$-it_b \cdot K\left(m_b\right) \cdot g^2 \frac{1}{12} n_b \left(n_b^2 - 1\right),$$

wobei $2K_\triangleleft + 2K_\circ = K\left(m_b\right)$ verwendet wurde. Auch hier führen die Ersetzungen $K\left(m_b\right) \rightarrow T\left(m_f\right)$ und $t_b \rightarrow t_f$ wieder zu dem entsprechenden Gesamtbeitrag eines fermionischen Multipletts.

4.4. Verhältnisse der Kopplungen

Nachdem im letzten Abschnitt die Beiträge eines exemplarischen Multipletts zu den effektiven Vertizes berechnet wurden, können nun die Gesamtausdrücke für die g_{sxx}^e angegeben werden. Dazu muss lediglich für jedes eingeführte Multiplett ein entsprechender Beitrag berücksichtigt werden. Dies führt zu folgenden Ausdrücken:

$$\begin{aligned} \frac{g_{s\gamma\gamma}^e}{\Lambda_5} &= \sum_i \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i}\right) g^2 s_w^2 \left[\frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) + n_{b_i} \cdot \frac{Y_{b_i}^2}{4}\right] \\ &+ \sum_j \frac{t_{f_j}}{2} T\left(m_{f_j}\right) g^2 s_w^2 \left[\frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right) + n_{f_j} \cdot \frac{Y_{f_j}^2}{4}\right] \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned} \frac{g_{sz\gamma}^e}{\Lambda_5} &= \sum_i \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i}\right) \cdot \frac{g^2 s_w}{c_w} \left[c_w^2 \frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) - s_w^2 n_{b_i} \cdot \frac{Y_{b_i}^2}{4}\right] \\ &+ \sum_j \frac{t_{f_j}}{2} T\left(m_{f_j}\right) \cdot \frac{g^2 s_w}{c_w} \left[c_w^2 \frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right) - s_w^2 n_{f_j} \cdot \frac{Y_{f_j}^2}{4}\right] \end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned} \frac{g_{szz}^e}{\Lambda_5} &= \sum_i \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i}\right) \cdot \frac{g^2}{c_w^2} \left[c_w^4 \frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{b_i} \cdot \frac{Y_{b_i}^2}{4}\right] \\ &+ \sum_j \frac{t_{f_j}}{2} T\left(m_{f_j}\right) \cdot \frac{g^2}{c_w^2} \left[c_w^4 \frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{f_j} \cdot \frac{Y_{f_j}^2}{4}\right] \end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned} \frac{g_{sww}^e}{\Lambda_5} &= \sum_i \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i}\right) g^2 \cdot \frac{1}{12} n_{b_i} \left(n_{b_i}^2 - 1\right) \\ &+ \sum_j \frac{t_{f_j}}{2} T\left(m_{f_j}\right) g^2 \cdot \frac{1}{12} n_{f_j} \left(n_{f_j}^2 - 1\right). \end{aligned} \tag{49}$$

Interessant ist nun die Frage, ob es möglich ist, die Eigenschaften der Multipletts, also Y_{b_i/f_j}, n_{b_i/f_j}, m_{b_i/f_j} und t_{b_i/f_j}, so zu wählen, dass die in Abschnitt 3.3.3 gefundenen Verhältnisse der effektiven Kopplungen reproduziert werden. Diese Frage soll im Folgenden zunächst für den Fall eines bosonischen und eines fermionischen Dubletts als Vermittler untersucht werden. Anschließend werden die gefundenen Resultate auf eine willkürliche Anzahl beliebiger bosonischer und fermionischer Multipletts verallgemeinert.

4.4.1. Verhältnisse für ein bosonisches und ein fermionisches Dublett

Für ein bosonisches und ein fermionisches Dublett nehmen n_b und n_f den Wert 2 an. Wird dies in die Ausdrücke (46) bis (49) eingesetzt, so lauten die effektiven Kopplungen:

$$\begin{aligned}
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5} &= \frac{g^2 s_w^2}{2}\left[\frac{t_b}{2}K\left(m_b\right)\left(1+Y_b^2\right)+\frac{t_f}{2}T\left(m_f\right)\left(1+Y_f^2\right)\right] \\
\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5} &= \frac{g^2}{2}\frac{s_w}{c_w}\left[\frac{t_b}{2}K\left(m_b\right)\left(c_w^2-s_w^2Y_b^2\right)+\frac{t_f}{2}T\left(m_f\right)\left(c_w^2-s_w^2Y_f^2\right)\right] \\
\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5} &= \frac{g^2}{2}\frac{1}{c_w^2}\left[\frac{t_b}{2}K\left(m_b\right)\left(c_w^4+s_w^4Y_b^2\right)+\frac{t_f}{2}T\left(m_f\right)\left(c_w^4+s_w^4Y_f^2\right)\right] \\
\frac{g^e_{sww}}{\Lambda_5} &= \frac{g^2}{2}\left[\frac{t_b}{2}K\left(m_b\right)+\frac{t_f}{2}T\left(m_f\right)\right].
\end{aligned}$$

Die g^e_{sxx} hängen von insgesamt sechs freien Parametern ab: den beiden Massen m_b, m_f, den beiden Kopplungen t_b, t_f und den beiden Hyperladungen Y_b, Y_f der Dubletts. Damit stehen sechs Parameter zur Verfügung, mit denen die drei Verhältnisse $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$, $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}$ beeinflusst werden können. Theoretisch sollte es daher möglich sein, die Verhältnisse der Kopplungen richtig einzustellen. Eine genauere Untersuchung zeigt jedoch, dass eine den Kopplungen zugrunde liegende Symmetrie dazu führt, dass die g^e_{sxx} nicht unabhängig voneinander sind. Daher kann durch keine Wahl der Parameter erreicht werden, dass alle drei Verhältnisse gleichzeitig die vorgegebenen Werte

$$\begin{aligned}
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} &= (0.16\pm0.06)\cdot10^{-2} \\
\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}} &= (0.46\pm0.33)\cdot10^{-2} \\
\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} &= 0.64\pm0.26
\end{aligned}$$

annehmen.
Um dies zu demonstrieren, kann man z.B. vom Verhältnis $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}$ ausgehen. Dieses kann dazu verwendet werden, den Parameter t_b zu eliminieren. Da t_b immer in Kombination mit $K(m_b)$ auftritt, ebenso wie t_f nur zusammen mit $T(m_f)$ auftaucht, können folgende Abkürzungen definiert werden:

$$\frac{t_b}{2} K(m_b) := \tilde{t}_b \text{ und } \frac{t_f}{2} T(m_f) := \tilde{t}_f.$$

Damit lautet das Verhältnis $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}$:

$$\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} = c_w^2 \frac{\tilde{t}_b + \tilde{t}_f}{\tilde{t}_b \left(c_w^4 + s_w^4 Y_b^2\right) + \tilde{t}_f \left(c_w^4 + s_w^4 Y_f^2\right)} \stackrel{!}{=} 0.64^{\pm}.$$

$0.64^{\pm}$ steht hier abkürzend für das Resultat $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} = 0.64 \pm 0.25$ der χ^2-fits.
Wird diese Gleichung nach $\tilde{t}_b$ aufgelöst, so erhält man:

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \tilde{t}_b &= -\tilde{t}_f \frac{c_w^2 - 0.64^{\pm}\left(c_w^4 + s_w^4 Y_f^2\right)}{c_w^2 - 0.64^{\pm}\left(c_w^4 + s_w^4 Y_b^2\right)} \\
&= -\tilde{t}_f \frac{c_w^2\left(1 - 0.64^{\pm} c_w^2\right) - 0.64^{\pm} s_w^4 Y_f^2}{c_w^2\left(1 - 0.64^{\pm} c_w^2\right) - 0.64^{\pm} s_w^4 Y_b^2} \\
&= -\tilde{t}_f \frac{A + B Y_f^2}{A + B Y_b^2}.
\end{aligned}$$

Hier wurden weiterhin die Abkürzungen

$$A = c_w^2 \left(1 - 0.64^{\pm} c_w^2\right) \text{ und } B = -0.64^{\pm} s_w^4$$

definiert.
Als nächstes kann nun das Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ gebildet und oben gefundenes $\tilde{t}_b$ eingesetzt werden. Dies führt zu:

$$
\begin{aligned}
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} &= c_w^2 s_w^2 \frac{\tilde{t}_b\left(1+Y_b^2\right)+\tilde{t}_f\left(1+Y_f^2\right)}{\tilde{t}_b\left(c_w^4+s_w^4Y_b^2\right)+\tilde{t}_f\left(c_w^4+s_w^4Y_f^2\right)} \\
&= c_w^2 s_w^2 \frac{-\frac{A+BY_f^2}{A+BY_b^2}\left(1+Y_b^2\right)+\left(1+Y_f^2\right)}{-\frac{A+BY_f^2}{A+BY_b^2}\left(c_w^4+s_w^4Y_b^2\right)+\left(c_w^4+s_w^4Y_f^2\right)} \\
&= c_w^2 s_w^2 \frac{-\left(A+BY_f^2\right)\left(1+Y_b^2\right)+\left(A+BY_b^2\right)\left(1+Y_f^2\right)}{-\left(A+BY_f^2\right)\left(c_w^4+s_w^4Y_b^2\right)+\left(A+BY_b^2\right)\left(c_w^4+s_w^4Y_f^2\right)} \\
&= c_w^2 s_w^2 \frac{(B-A)\left(Y_b^2-Y_f^2\right)}{\left(B\cdot c_w^4-A\cdot s_w^4\right)\left(Y_b^2-Y_f^2\right)} = c_w^2 s_w^2 \frac{B-A}{\left(B\cdot c_w^4-A\cdot s_w^4\right)} \\
&= \frac{c_w^2+0.64^{\pm}\left(s_w^4-c_w^4\right)}{s_w^2} = 1.83 \mp 0.60.
\end{aligned}
$$

Wie hier zu erkennen ist, kürzen sich in der letzten Zeile der Rechnung jegliche Abhängigkeiten von Hyperladungen, Massen und Kopplungen der Vermittler-Teilchen heraus. Dies bedeutet aber, dass das Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ unabhängig von den Eigenschaften der beiden Dubletts ist und durch die Wahl von $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} = 0.64^{\pm}$ schon vollständig festliegt. Weiterhin fällt auf, dass der Wert, den die Rechnung liefert, mit $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = 1.83 \mp 0.60$ um drei Größenordnungen größer ist als das Resultat $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = (0.16 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$ des χ^2-fits.

Analog zeigt sich, dass auch das Verhältnis $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ nach der Festlegung von $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} = 0.64^{\pm}$ nicht mehr frei gewählt werden kann. Denn setzt man den Ausdruck für $\tilde{t}_b$ in dieses Verhältnis ein, so erhält man:

$$
\begin{aligned}
\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}} &= c_w s_w \frac{\tilde{t}_b\left(c_w^2-s_w^2Y_b^2\right)+\tilde{t}_f\left(c_w^2-s_w^2Y_f^2\right)}{\tilde{t}_b\left(c_w^4+s_w^4Y_b^2\right)+\tilde{t}_f\left(c_w^4+s_w^4Y_f^2\right)} \\
&= c_w s_w \frac{-\left(A+BY_f^2\right)\left(c_w^2-s_w^2Y_b^2\right)+\left(A+BY_b^2\right)\left(c_w^2-s_w^2Y_f^2\right)}{-\left(A+BY_f^2\right)\left(c_w^4+s_w^4Y_b^2\right)+\left(A+BY_b^2\right)\left(c_w^4+s_w^4Y_f^2\right)} \\
&= c_w s_w \frac{c_w^2 B\left(Y_b^2-Y_f^2\right)+s_w^2 A\left(Y_b^2-Y_f^2\right)}{c_w^4 B\left(Y_b^2-Y_f^2\right)-s_w^4 A\left(Y_b^2-Y_f^2\right)} \\
&= -\frac{c_w}{s_w}\left(1-0.64^{\pm}\right) = -\left(0.66 \mp 0.47\right).
\end{aligned}
$$

Auch hier verschwindet in der letzten Zeile jegliche Abhängigkeit von den Eigenschaften der Dubletts. Und ebenso liefert die Rechnung mit $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}} = -\left(0.66 \mp 0.47\right)$

wieder einen Wert, welcher, verglichen mit dem Resultat des χ^2-fits, um einen Faktor 100 zu groß ist.

Dass die gefundenen Verhältnisse der effektiven Kopplungen nicht mit der Realität vereinbar sind, wird deutlich, wenn man die Partialbreiten betrachtet. Denn Einsetzen von $g^e_{s\gamma\gamma} = 1.83 \mp 0.60\, g^e_{szz}$ sowie $g^e_{sz\gamma} = -\left(0.66 \mp 0.47\right)\, g^e_{szz}$ in die Ausdrücke (19), (20) und (21) führt zu folgenden Verhältnissen der Partialbreiten:

$$\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to ZZ}} = 68.9 \pm 28.3$$

$$\frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to ZZ}} = 10.0 \pm 3.3.$$

Diese Werte sind deutlich größer als im Standardmodell erwartet $\left(\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to ZZ}}\Big|_{SM} \approx 0.08,\ \frac{\Gamma_{S\to Z\gamma}}{\Gamma_{S\to ZZ}}\Big|_{SM} \approx 0.06\right)$ und stimmen auch mit den tatsächlich gemessenen Daten nicht überein. Explizit ist das hier gefundene Verhältnis $\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to ZZ}}$ um einen Faktor 500 größer als der entsprechende experimentelle Wert, während $\frac{\Gamma_{S\to\gamma\gamma}}{\Gamma_{S\to ZZ}}$ einen Faktor 100 über den SM-Erwartungen liegt.
Anhand dieser Zahlen wird deutlich, dass es im untersuchten Szenario mit einem bosonischen und einem fermionischen Dublett als Vermittler nicht möglich ist, die experimentell beobachteten Raten zu reproduzieren.

4.4.2. Verhältnisse für eine beliebige Anzahl beliebiger Multipletts

Nun ist der im letzten Abschnitt untersuchte Fall eines bosonischen und eines fermionischen Dubletts natürlich ein stark eingeschränkter Spezialfall. Denn theoretisch ist es möglich, beliebig viele verschiedene Multipletts einzuführen, womit eine große Anzahl denkbarer Fälle verbunden ist. Um nicht jedes einzelne dieser Szenarien separat durchspielen zu müssen, empfiehlt es sich, das Problem so allgemein wie möglich zu formulieren, sodass die unterschiedlichen Fälle gleichzeitig behandelt werden können. Zu diesem Zweck sollen die einzelnen Schritte des letzten Abschnitts noch einmal durchgeführt werden. Dieses Mal aber werden für die effektiven Kopplungen die allgemeinen Ausdrücke (46) bis (49) verwendet.

Zunächst wird wieder das Verhältnis $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}$ gebildet und nach $\tilde{t}_{b_1}$ aufgelöst:

$$
\begin{aligned}
\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} &= c_w^2 \frac{\sum\limits_i \tilde{t}_{b_i} \frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) + \sum\limits_j \tilde{t}_{f_j} \frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right)}{\sum\limits_i \tilde{t}_{b_i}\left[c_w^4 \frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{b_i} \cdot \frac{Y_{b_i}^2}{4}\right] + \sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left[c_w^4 \frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{f_j} \cdot \frac{Y_{f_j}^2}{4}\right]} \\
&\overset{!}{=} 0.64^{\pm}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \tilde{t}_{b_1} = &- \frac{\sum\limits_{i \neq 1} \tilde{t}_{b_i}\left(\frac{0.64^{\pm}}{c_w^2}\left[c_w^4 \frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{b_i} \cdot \frac{Y_{b_i}^2}{4}\right] - \left[\frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right)\right]\right)}{\frac{0.64^{\pm}}{c_w^2}\left[c_w^4 \frac{n_{b_1}}{12}\left(n_{b_1}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{b_1} \cdot \frac{Y_{b_1}^2}{4}\right] - \left[\frac{n_{b_1}}{12}\left(n_{b_1}^2 - 1\right)\right]} \\
&- \frac{\sum\limits_{j} \tilde{t}_{f_j}\left(\frac{0.64^{\pm}}{c_w^2}\left[c_w^4 \frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{f_j} \cdot \frac{Y_{f_j}^2}{4}\right] - \left[\frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right)\right]\right)}{\frac{0.64^{\pm}}{c_w^2}\left[c_w^4 \frac{n_{b_1}}{12}\left(n_{b_1}^2 - 1\right) + s_w^4 n_{b_1} \cdot \frac{Y_{b_1}^2}{4}\right] - \left[\frac{n_{b_1}}{12}\left(n_{b_1}^2 - 1\right)\right]}.
\end{aligned}
$$

Definiert man dann wieder:

$$
A = c_w^2\left(1 - 0.64^{\pm} c_w^2\right), \qquad B = -0.64^{\pm} s_w^4
$$

sowie:

$$
\begin{aligned}
\frac{n_{b_i}}{12}\left(n_{b_i}^2 - 1\right) &:= N_{b_i}, \qquad & \frac{n_{f_j}}{12}\left(n_{f_j}^2 - 1\right) &:= N_{f_j}, \\
n_{b_i}\frac{Y_{b_i}}{4} &:= \Upsilon_{b_i}, \qquad & n_{f_j}\frac{Y_{f_j}}{4} &:= \Upsilon_{f_j},
\end{aligned}
$$

so lässt sich dies kompakt schreiben als:

$$
\tilde{t}_{b_1} = -\frac{\sum\limits_{i \neq 1} \tilde{t}_{b_i}\left(AN_{b_i} + B\Upsilon_{b_i}\right)}{\left(AN_{b_1} + B\Upsilon_{b_1}\right)} - \frac{\sum\limits_{j} \tilde{t}_{f_j}\left(AN_{f_j} + B\Upsilon_{f_j}\right)}{\left(AN_{b_1} + B\Upsilon_{b_1}\right)}.
$$

Nun kann das Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ gebildet und $\tilde{t}_{b_1}$ eingesetzt werden:

$$\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = c_w^2 s_w^2 \frac{\sum\limits_i \tilde{t}_{b_i}\left(N_{b_i}+\Upsilon_{b_i}\right)+\sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left(N_{f_j}+\Upsilon_{f_j}\right)}{\sum\limits_i \tilde{t}_{b_i}\left(c_w^4 N_{b_i}+s_w^4\Upsilon_{b_i}\right)+\sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left(c_w^4 N_{f_j}+s_w^4\Upsilon_{f_j}\right)}$$

$$= c_w^2 s_w^2 \frac{\left(\frac{-\sum\limits_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(AN_{b_i}+B\Upsilon_{b_i}\right)-\sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left(AN_{f_j}+B\Upsilon_{f_j}\right)}{\left(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1}\right)}\right)\left(N_{b_1}+\Upsilon_{b_1}\right)+\sum\limits_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(N_{b_i}+\Upsilon_{b_i}\right)+\sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left(N_{f_j}+\Upsilon_{f_j}\right)}{\left(\frac{-\sum\limits_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(AN_{b_i}+B\Upsilon_{b_i}\right)-\sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left(AN_{f_j}+B\Upsilon_{f_j}\right)}{\left(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1}\right)}\right)\left(c_w^4 N_{b_1}+s_w^4\Upsilon_{b_1}\right)+\sum\limits_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(c_w^4 N_{b_i}+s_w^4\Upsilon_{b_i}\right)+\sum\limits_j \tilde{t}_{f_j}\left(c_w^4 N_{f_j}+s_w^4\Upsilon_{f_j}\right)}.$$

Nach einer Erweiterung mit $(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1})$ lautet der Zähler:

$$\begin{aligned}
&c_w^2 s_w^2 \Bigg[\left(-\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(AN_{b_i}+B\Upsilon_{b_i}\right)-\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left(AN_{f_j}+B\Upsilon_{f_j}\right)\right)\left(N_{b_1}+\Upsilon_{b_1}\right) \\
&\qquad +\left(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1}\right)\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(N_{b_i}+\Upsilon_{b_i}\right)+\left(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1}\right)\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left(N_{f_j}+\Upsilon_{f_j}\right)\Bigg] \\
&= c_w^2 s_w^2 \left\{\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left[N_{b_i}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{b_i}\right]+\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left[N_{f_j}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{f_j}\right]\right\}(B-A).
\end{aligned}$$

und für den Nenner erhält man:

$$\begin{aligned}
&\left(-\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(AN_{b_i}+B\Upsilon_{b_i}\right)-\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left(AN_{f_j}+B\Upsilon_{f_j}\right)\right)\left(c_w^4 N_{b_1}+s_w^4\Upsilon_{b_1}\right) \\
&\quad +\left(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1}\right)\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left(c_w^4 N_{b_i}+s_w^4\Upsilon_{b_i}\right)+\left(AN_{b_1}+B\Upsilon_{b_1}\right)\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left(c_w^4 N_{f_j}+s_w^4\Upsilon_{f_j}\right) \\
&= c_w^4 B\left(\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left[N_{b_i}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{b_i}\right]+\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left[N_{f_j}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{f_j}\right]\right) \\
&\quad - s_w^4 A\left(\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left[N_{b_i}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{b_i}\right]+\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left[N_{f_j}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{f_j}\right]\right) \\
&= \left(c_w^4 B - s_w^4 A\right)\left\{\sum_{i\neq 1}\tilde{t}_{b_i}\left[N_{b_i}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{b_i}\right]+\sum_j \tilde{t}_{f_j}\left[N_{f_j}\Upsilon_{b_1}-N_{b_1}\Upsilon_{f_j}\right]\right\}.
\end{aligned}$$

Der mit geschweiften Klammern versehene Term in der letzten Zeile tritt sowohl im Zähler als auch im Nenner auf und kürzt sich folglich heraus. Damit vereinfacht sich das Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ auf folgenden Ausdruck:

$$\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = \frac{c_w^2 s_w^2\,(B-A)}{(c_w^4 B - s_w^4 A)} = 1.83 \mp 0.60.$$

Dies entspricht genau dem Ergebnis, zu welchem auch der Spezialfall zweier Dubletts geführt hat. Auch für $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ findet man in einer analogen Rechnung wieder dasselbe Resultat wie im vorherigen Abschnitt.
Bemerkenswert an diesem Resultat ist, dass sich die gesamte Abhängigkeit von Anzahl und Art der eingeführten Multipletts vollständig aus den Verhältnissen $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ herauskürzt.
Es spielt also keine Rolle, wie viele Multipletts zu den effektiven Vertizes beitragen und welche Eigenschaften diese besitzen. Sobald das Verhältnis $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}}$ festgelegt wird, sind auch die beiden anderen Verhältnisse $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ schon eindeutig bestimmt.

4.5. Zusammenfassung der Untersuchungen

Obige Untersuchungen haben gezeigt, dass die Verhältnisse der effektiven Kopplungen unabhängig von Anzahl und Art der Vermittler-Multipletts sind. Die Ursache hierfür ist in der Eichsymmetrie zu suchen. Denn da die Eichkopplungen aller eingeführten Teilchen durch die kovarianten Ableitungen bestimmt sind, treten in den Ausdrücken für die effektiven Kopplungen (46) bis (49) immer wieder dieselben Strukturen auf. Dies führt dazu, dass sich in den Verhältnissen zweier effektiver Kopplungen alle Abhängigkeiten von den Eigenschaften der eingeführten Multipletts herauskürzen.
Besonders gut ist dies daran zu erkennen, dass das Auftauchen identischer Strukturen die Möglichkeit eröffnet, alle freien Parameter zu nur zwei „Parametern“ c_N und c_Y zusammenzufassen. Denn mit den Definitionen

$$\begin{aligned} c_N &= \left[\sum_i \tilde{t}_{b_i} N_{b_i} + \sum_j \tilde{t}_{f_j} N_{f_j}\right] \\ c_Y &= \left[\sum_i \tilde{t}_{b_i} \Upsilon_{b_i} + \sum_j \tilde{t}_{f_j} \Upsilon_{f_j}\right] \end{aligned}$$

lässt sich z.B. $g^e_{s\gamma\gamma}$ folgendermaßen ausdrücken:

$$
\begin{aligned}
g^e_{s\gamma\gamma} &= \sum_i \tilde{t}_{b_i} g^2 s_w^2 \left[N_{b_i} + \Upsilon_{b_i}\right] + \sum_j \tilde{t}_{f_j} g^2 s_w^2 \left[N_{f_j} + \Upsilon_{f_j}\right] \\
&= g^2 s_w^2 \left(\left[\sum_i \tilde{t}_{b_i} N_{b_i} + \sum_j \tilde{t}_{f_j} N_{f_j}\right] + \left[\sum_i \tilde{t}_{b_i} \Upsilon_{b_i} + \sum_j \tilde{t}_{f_j} \Upsilon_{f_j}\right]\right) \\
&= g^2 s_w^2 \left(c_N + c_Y\right). \qquad (50)
\end{aligned}
$$

Analog können auch die anderen effektiven Kopplungen umgeformt werden. Die Ausdrücke für die vier g^e_{sxx}, die man auf diese Weise erhält, lauten:

$$
\begin{aligned}
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5} &= g^2 s_w^2 \left(c_N + c_Y\right) \\
\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5} &= g^2 \frac{s_w}{c_w} \left(c_w^2 c_N - s_w^2 c_Y\right) \\
\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5} &= g^2 \frac{1}{c_w^2} \left(c_w^4 c_N + s_w^4 c_Y\right) \\
\frac{g^e_{sww}}{\Lambda_5} &= g^2 c_N .
\end{aligned}
$$

Die Eigenschaften der eingeführten Multipletts gehen zwar in die Parameter c_N und c_Y ein und können somit die absoluten Werte der effektiven Kopplungen beeinflussen. Auf die relativen Größen der g^e_{sxx} haben sie jedoch keinen Einfluss mehr, sobald eines der Verhältnisse fixiert wird. Denn durch die Festlegung eines Verhältnisses $\frac{g^e_{sxx}}{g^e_{syy}}$ der effektiven Kopplungen wird auch die Relation $\frac{c_N}{c_Y}$ bestimmt. Mit dieser wiederum sind bereits alle anderen Verhältnisse der g^e_{sxx} vollständig festgelegt.

Zusammen mit den Resultaten aus Abschnitt 4.4.1 bedeutet dies, dass die Verhältnisse der effektiven Kopplungen, die der χ^2-fit liefert, mit der bisherigen Vorgehensweise nicht reproduziert werden können. D.h. es ist nicht möglich, die Fit-Werte der g^e_{sxx} allein durch Schleifen zu generieren, wenn als Vermittler-Teilchen entartete bosonische und fermionische Multipletts angenommen werden, die in der Art nach Abschnitt 4.1 an die Eichbosonen und das S koppeln. Möchte man dennoch weiterhin an rein Schleifen-induzierten effektiven Kopplungen und an den zugehörigen Werten des χ^2-fits festhalten, so muss eine der Annahmen an die eingeführten Multipletts fallen gelassen werden. Im folgenden Kapitel soll daher die Entartung der Multipletts aufgehoben werden.

5. Aufhebung der Entartung im fundamentalen Modell

Das letzte Kapitel hat gezeigt, dass es nach der bisherigen Vorgehensweise nicht möglich ist, die gewünschten Verhältnisse der effektiven Kopplungen zu reproduzieren. Im vorliegenden Kapitel soll daher untersucht werden, wie sich eine Aufhebung der Entartung innerhalb der Multipletts auf die gefundenen Resultate auswirkt.
Hierzu wird im ersten Abschnitt zunächst die Motivation zur Aufhebung der Entartung erläutert und der Mechanismus erklärt, mit dem diese erreicht werden kann. Anschließend werden Ausdrücke für die effektiven Kopplungen im nicht-entarteten Fall hergeleitet und die Besonderheiten, die sich für die effektive SWW-Kopplung ergeben, näher beleuchtet. Im dritten Abschnitt wird dann untersucht, wie sich die Aufhebung der Entartung auf die Verhältnisse der effektiven Kopplungen und der Partialbreiten auswirkt. Schließlich wird im letzten Abschnitt des Kapitels noch auf Mischungen zwischen dem Singulett S und dem Higgsboson eingegangen, welche durch die Kopplungen der Vermittler-Teilchen an das Higgsboson zustande kommen können.

5.1. Einführung nicht-entarteter Multipletts

5.1.1. Motivation zur Aufhebung der Entartung

Das fundamentale Modell, welches der effektiven Theorie zugrunde liegt, soll gemäß der Resultate des Kapitels 3 die starken Größenunterschiede zwischen den effektiven Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$, $g^e_{sz\gamma}$ einerseits und g^e_{szz}, g^e_{sww} andererseits erklären. In den bisherigen Untersuchungen hat sich gezeigt, dass es nicht ohne Weiteres möglich ist, ein solches Modell zu finden. Wenn nun die Entartung der Multipletts aufgehoben werden soll, ist es daher sinnvoll, dies in einer Art und Weise zu tun, welche die Unterdrückung der beiden effektiven Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ begünstigt.
Um zu sehen, wie dies erreicht werden kann, ist es hilfreich, noch einmal zu den Ausdrücken (42) und (43) für die Beiträge der einzelnen Multiplett-Komponenten zu den effektiven Kopplungen zurückzukehren:

$$-it_{b_i}\int(\triangleleft+\triangleleft+i\cdot\circ)=\frac{-it_{b_i}}{4\pi^2 m_s^2}\left(2m_{b_i}^2 C_0\left(m_s^2,0,0,m_{b_i}^2,m_{b_i}^2,m_{b_i}^2\right)+1\right)\\ \cdot\left(q_2\cdot q_3 g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right) \tag{51}$$

$$-it_{f_j}\int(\triangleleft+\triangleleft)=\frac{it_{f_j}\cdot m_{f_j}}{4\pi^2}\left(\frac{8m_{f_j}^2C_0\left(m_s^2,0,0,m_{f_j}^2,m_{f_j}^2,m_{f_j}^2\right)+4}{m_s^2}-2C_0\left(-\parallel-\right)\right)$$
$$\cdot\left(q_2\cdot q_3g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right). \tag{52}$$

Sowohl bosonische als auch fermionische Vermittler-Teilchen liefern Beiträge, die sich mithilfe von C_0-Funktionen ausdrücken lassen. Hierbei tritt die Masse des jeweiligen Teilchens als Argument in den skalaren 3-Punktfunktionen auf. Um die Abhängigkeit der C_0-Funktionen von der Masse der Teilchen in den Schleifen genauer zu untersuchen, empfiehlt es sich eine Entwicklung in Potenzen von $\frac{1}{m_{b/f}^2}$ durchzuführen:

$$\begin{aligned}C_0\left(m_s^2,0,0,m_{b/f}^2,m_{b/f}^2,m_{b/f}^2\right) &= \frac{1}{m_s^2}\left[\frac{1}{2}\log^2\left(-\frac{1-\sqrt{1-4\frac{m_{b/f}^2}{m_s^2+i\epsilon}}}{1+\sqrt{1-4\frac{m_{b/f}^2}{m_s^2+i\epsilon}}}\right)\right]\\ &= -\frac{1}{2m_{b/f}^2}-\frac{m_s^2}{24m_{b/f}^4}-\frac{m_s^4}{180m_{b/f}^6}+\cdots\end{aligned} \tag{53}$$

Werden diese Entwicklung in die obigen Ausdrücke (51) und (52) für die bosonischen und fermionischen Beiträge eingesetzt, so findet man:

$$-it_{b_i}\int(\triangleleft+\triangleleft+i\cdot\circ)=\frac{-it_{b_i}}{4\pi^2}\left(-\frac{1}{12m_{b_i}^2}-\frac{m_s^2}{90m_{b_i}^4}+\ldots\right)\left(q_2\cdot q_3g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right)$$

$$-it_{f_j}\int(\triangleleft+\triangleleft)=\frac{it_{f_j}\cdot m_{f_j}}{4\pi^2}\left(\frac{2}{3m_{f_j}^2}+\frac{7m_s^2}{180m_{f_j}^4}+\ldots\right)\left(q_2\cdot q_3g^{\mu\nu}-q_2^\nu q_3^\mu\right).$$

Die Beiträge eines Schleifenteilchens sind in niedrigster Ordnung also proportional zu $\frac{1}{m_{b_i}^2}$ bzw. $\frac{1}{m_{f_j}}$ und sind demnach umso größer, je leichter das Teilchen ist.

Nun liegt die Idee nahe, diese Massenabhängigkeit der Schleifen auszunutzen, um eine natürliche Unterdrückung der effektiven Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ zu erzeugen. Eine solche Unterdrückung kann dadurch erreicht werden, dass innerhalb der Multipletts jeweils eine leichte, neutrale Komponente angenommen wird. Diese liefert große Beiträge zu g^e_{szz} und g^e_{sww}, nicht aber zu $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$, da sie aufgrund ihrer Neutralität nicht an Photonen koppelt. Wenn alle anderen Komponenten

viel schwerer sind, dann steuern diese nur vergleichsweise geringe Beiträge zu den Kopplungen bei.
Bezeichnet man nun mit m_{1b_i} $\left[m_{1f_j}\right]$ die Masse des leichten Teilchens und mit m_{2b_i} $\left[m_{2f_j}\right]$ die der schweren Komponenten, dann ist gemäß obiger Überlegung zu erwarten, dass $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ um einen Faktor $d^2_{b_i} = \left(\frac{m_{2b_i}}{m_{1b_i}}\right)^2$ $\left[d_{f,j} = \left(\frac{m_{2f_j}}{m_{1f_j}}\right)\right]$ gegenüber g^e_{szz} und g^e_{sww} unterdrückt sind. Werden also d_{b_i} und d_{f_j} groß genug gewählt, so sollten die richtigen Größenverhältnisse leicht erzeugt werden können. Eine genauere Untersuchung zeigt nun aber, dass es nicht möglich ist, die Entartung der Multipletts in einer Weise aufzuheben, dass nur ein Teilchen eine leichte Masse erhält, während alle anderen dieselbe, schwere Masse bekommen. Vielmehr führt eine Brechung der Symmetrie stets dazu, dass alle Teilchen des Multipletts unterschiedliche Massen erhalten. Dennoch kann nach wie vor angenommen werden, dass es sich bei der leichtesten Komponente um ein neutrales Teilchen handelt, welches nur zu g^e_{szz} und g^e_{sww} Beiträge liefert. Die Unterdrückung der Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ sollte dann immer noch funktionieren.
Im nächsten Abschnitt wird erläutert, auf welche Weise die Aufhebung der Entartung erreicht werden kann und welches Massen-Spektrum sich dabei ergibt.

5.1.2. Mechanismus zur Aufhebung der Entartung

Zunächst ist leicht ersichtlich, dass zur Aufhebung der Entartung ein higgsartiges Teilchen mit Vakuumerwartungswert benötigt wird. Denn ohne ein solches können für die Bosonen und die Vektorfermionen nur folgende Massenterme konstruiert werden:

$$m^2_{b_i}\boldsymbol{\varphi}^{(i)\dagger}\boldsymbol{\varphi}^{(i)} \tag{54}$$

$$m_{f_j}\bar{\Psi}^{(j)}\Psi^{(j)}. \tag{55}$$

Diese verleihen jeder Komponente eines Multipletts dieselbe Masse und führen somit stets zu einem entarteten Spektrum. Mit einem higgsartigen Teilchen jedoch sind Terme möglich, welche die SU(2)-Symmetrie der Multipletts brechen. Im Folgenden soll dies zunächst für den Fall eines bosonischen Multipletts näher erläutert werden.
Der neue bosonische Massenterm muss aus zwei bosonischen Feldern $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ und zwei Higgsfeldern gebildet werden. Offensichtlich führt aber ein Term der Form:

$$t_{\Phi,b}\boldsymbol{\varphi}^\dagger\left(\Phi^\dagger\Phi\right)\boldsymbol{\varphi} \overset{\Phi^\dagger\Phi\to\frac{v_h^2}{2}}{=} t_{\Phi,b}\frac{v_h^2}{2}\boldsymbol{\varphi}^\dagger\boldsymbol{\varphi} \tag{56}$$

nicht zum gewünschten Resultat. Denn wie der direkte Massenterm (54) verleiht ein solcher jeder Multiplett-Komponente stets dieselbe Masse. Um die Entartung

des Multipletts aufzuheben, muss der neue Massenterm also auf eine andere Art und Weise konstruiert werden. Die beiden Higgsdubletts müssen, anstatt wie in Gleichung (56) miteinander kontrahiert zu werden, mit jeweils einem der beiden bosonischen n-pletts zu neuen $(n-1)$-pletts verknüpft werden. Prinzipiell könnte auch eine Verknüpfung zu neuen $(n+1)$-pletts betrachtet werden. Die Ergebnisse für diesen Fall würden sich aber von den im Folgenden erhaltenen nicht wesentlich unterscheiden. Mögliche Effekte einer Mischung der beiden Fälle sollen in der weiteren Untersuchung nicht berücksichtigt werden.
Symbolisch kann die vorgenommene Verknüpfung folgendermaßen dargestellt werden:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \vdots \\ \varphi_{n-1} \\ \varphi_n \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_1 \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_{n-1} \end{pmatrix}. \tag{57}$$

Die resultierenden $(n-1)$-pletts müssen anschließend miteinander kontrahiert werden, was zu folgendem Massenterm führt:

$$\begin{aligned} t_{\Phi,b}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}^\dagger\tilde{\boldsymbol{\varphi}} &= t_{\Phi,b}\sum_{k=1}^{n-1}\tilde{\varphi}_k^\dagger\tilde{\varphi}_k \\ &= t_{\Phi,b}\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{l,l'=1}^{n}\sum_{m,m'=1}^{2} c_{klm}c_{kl'm'}\varphi_l^\dagger\varphi_{l'}\phi_m^\dagger\phi_{m'}. \end{aligned} \tag{58}$$

Die hier auftauchenden Faktoren c_{klm}, $c_{kl'm'}$ sind die Clebsch-Gordan-Koeffizienten (CGK), die zur Verknüpfung der beiden Multipletts benötigt werden. Um den Massenterm (58) vollständig ausschreiben zu können, bedarf es genauer Ausdrücke für diese CGK. Die Herleitung der CGK muss jedoch nicht von Grund aus durchgeführt werden. Vielmehr ist es möglich, direkt die Resultate zu übernehmen, die eine Berechnung der CGK für die L-S-Kopplung in der Atomphysik liefert. Denn bei der Vereinigung der beiden Multipletts in Gleichung (57) wird der Isospin $I = \frac{(n-1)}{2}$ des bosonischen n-pletts mit dem Isospin $\frac{1}{2}$ des Higgsdubletts zum Isospin $\tilde{I} = I - \frac{1}{2} = \frac{(n-1)-1}{2}$ des neuen bosonischen $(n-1)$-pletts verknüpft. In der üblichen Notation lässt sich diese Verknüpfung wie folgt darstellen:

$$\begin{aligned} I \otimes \frac{1}{2} &= \left(I + \frac{1}{2}\right) \oplus \left(I - \frac{1}{2}\right) \\ \Rightarrow \frac{(n-1)}{2} \otimes \frac{1}{2} &= \frac{(n+1)-1}{2} \oplus \frac{(n-1)-1}{2}. \end{aligned}$$

Wie bei der L-S-Kopplung wird bei der Vereinigung der Multipletts also ein Spin $\frac{1}{2}$ zu einem Spin I addiert. Daher treten in den beiden Fällen dieselben CGK auf. In der Atomphysik liefert eine Rechnung für die Zusammensetzung eines Zustandes $\left|J = l - \frac{1}{2},\, m\right\rangle$ aus den beiden Zuständen $|l,\, m_l\rangle$ und $\left|\frac{1}{2},\, m_s\right\rangle$ gemäß [34]:

$$\begin{aligned}\left|J = l - \frac{1}{2},\, m\right\rangle = & -\sqrt{\frac{l - m + \frac{1}{2}}{2l + 1}}\left|l,\, m_l = m - \frac{1}{2}\right\rangle \otimes \left|\frac{1}{2},\, \frac{1}{2}\right\rangle \\ & + \sqrt{\frac{l + m + \frac{1}{2}}{2l + 1}}\left|l,\, m_l = m + \frac{1}{2}\right\rangle \otimes \left|\frac{1}{2},\, -\frac{1}{2}\right\rangle .\end{aligned}$$

Um dieses Resultat auf den vorliegenden Fall übertragen zu können, müssen folgende Ersetzungen vorgenommen werden:

$$\begin{aligned} J \rightarrow \tilde{I}, &\quad m \rightarrow \tilde{i_3} \\ l \rightarrow I, &\quad m_l \rightarrow i_3 . \end{aligned}$$

Hier bezeichnen $\tilde{I}$ $[I]$ und $\tilde{i_3}$ $[i_3]$ den Isospin bzw. die dritte Komponente des Isospins des neuen $(n-1)$-pletts [ursprünglichen n-pletts]. Dies führt zu:

$$\begin{aligned}\left|\tilde{I} = I - \frac{1}{2},\, \tilde{i_3}\right\rangle = & -\sqrt{\frac{I - \tilde{i_3} + \frac{1}{2}}{2I + 1}}\left|I,\, i_3 = \tilde{i_3} - \frac{1}{2}\right\rangle \otimes \left|\frac{1}{2},\, \frac{1}{2}\right\rangle \\ & + \sqrt{\frac{I + \tilde{i_3} + \frac{1}{2}}{2I + 1}}\left|I,\, i_3 = \tilde{i_3} + \frac{1}{2}\right\rangle \otimes \left|\frac{1}{2},\, -\frac{1}{2}\right\rangle .\end{aligned}$$

Unter Verwendung des Zusammenhangs zwischen dem Komponenten-Index k und der Quantenzahl i_3

$$k = I - i_3 + 1$$

sowie mit

$$n = 2I + 1$$

kann man dann definieren:

$$\begin{aligned} |\tilde{\varphi}_{\tilde{k}}\rangle &= \left|\tilde{I},\, \tilde{i_3}\right\rangle \\ |\varphi_k\rangle &= |I,\, i_3\rangle \\ \left|\phi_{1/2}\right\rangle &= \left|\frac{1}{2},\, \pm\frac{1}{2}\right\rangle \end{aligned}$$

und erhält für die Zusammensetzung der $\tilde{k}$-ten Komponente des neuen bosonischen Multipletts $\tilde{\boldsymbol{\varphi}}$:

$$|\tilde{\varphi}_{\tilde{k}}\rangle = -\sqrt{\frac{\tilde{k}}{n}}\left|\varphi_{\tilde{k}+1}\right\rangle \otimes |\phi_1\rangle + \sqrt{\frac{n-\tilde{k}}{n}}\,|\varphi_{\tilde{k}}\rangle \otimes |\phi_2\rangle\,.$$

Mithilfe dieses Ausdrucks für $\tilde{\varphi}_{\tilde{k}}$ kann nun der Massenterm (58) vollständig ausgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} t_{\Phi,b}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}^\dagger\tilde{\boldsymbol{\varphi}} &= t_{\Phi,b}\sum_{k=1}^{n-1}\tilde{\varphi}_k^\dagger\tilde{\varphi}_k \\ &= t_{\Phi,b}\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{k}{n}\varphi_{k+1}^\dagger\varphi_{k+1}\phi_1^\dagger\phi_1 + \frac{n-k}{n}\varphi_k^\dagger\varphi_k\phi_2^\dagger\phi_2\right). \end{aligned} \tag{59}$$

Hier wurde $\tilde{k}$ wieder in k umbenannt. Nimmt man schließlich noch für das Higgsdublett den Übergang zum Vakuumerwartungswert vor, so gelangt man zu den gesuchten Ausdrücken für die Massen, welche die bosonischen Teilchen durch die Kopplung an das Higgsboson erhalten. Hierbei ist es zweckmäßig, statt des Higgsdubletts Φ das ladungskonjugierte Dublett

$$\Phi^c = i\tau_2\Phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} v_h + H \\ 0 \end{pmatrix}$$

zu verwenden. Mit diesem ergibt sich ein einfacherer Zusammenhang zwischen dem Index k einer Komponente und ihrem zusätzlichen Massenterm. Denn Einsetzen von ϕ_1 und ϕ_2 aus Φ^c in Gleichung (59) führt nach dem Übergang zum Vakuumerwartungswert zu:

$$\begin{aligned} t_{\Phi,b}\tilde{\boldsymbol{\varphi}}^\dagger\tilde{\boldsymbol{\varphi}} &\overset{\Phi^\dagger\Phi\to\frac{v_h^2}{2}}{=} t_{\Phi,b}\frac{v_h^2}{2}\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{k}{n}\varphi_{k+1}^\dagger\varphi_{k+1}\right) \\ &= t_{\Phi,b}\frac{v_h^2}{2}\sum_{k=2}^{n}\left(\frac{k-1}{n}\varphi_k^\dagger\varphi_k\right). \end{aligned}$$

Gemäß dieses Ausdrucks ist die zusätzliche Masse, welche die k-te Komponente des bosonischen n-pletts erhält, proportional zu $(k-1)$ ist. Dies bedeutet, dass die Teilchen innerhalb des Multipletts von oben nach unten immer schwerer werden, wobei die Masse in äquidistanten Schritten zunimmt. Zusammen mit dem direkten Massenterm (54) ergibt sich damit für die Komponente φ_k des Multipletts eine Masse:

$$
\begin{aligned}
m_{b,k}^2 &= m_{b,1}^2 + t_{\Phi,b}\frac{v_h^2}{2}\left(\frac{k-1}{n}\right) \\
&= m_{b,1}^2\left(1 + t_{\Phi,b}\frac{v_h^2}{2m_{b,1}^2}\left(\frac{k-1}{n}\right)\right) \\
&= m_{b,1}^2\left(1 + v_m\left(k-1\right)\right).
\end{aligned} \tag{60}
$$

Hier wurde der „Aufspaltungsparameter“ $v_m = \frac{t_{\Phi,b}}{n}\frac{v_h^2}{2m_{b,1}^2}$ definiert, welcher die Differenz der Massen zweier benachbarter Komponenten angibt. An diesem Ausdruck ist erkennbar, dass die erste Komponente mit $k = 1$ als einzige keinen zusätzlichen Massenterm erhält. Somit ist diese das leichteste Mitglied des Multipletts, das gemäß obiger Überlegungen neutral gewählt werden muss.

Auch für Fermionen ist im Prinzip eine ähnliche Vorgehensweise möglich, um die Entartung der Multipletts aufzuheben. Allerdings ist hier die Situation etwas komplizierter, da der zusätzlich Massenterm im fermionischen Fall zu Mischungen zwischen verschiedenen Multipletts führt. Dies folgt aus der Tatsache, dass für Fermionen ein Term direkt analog zu dem aus Gleichung (58) aus Dimensionsgründen nicht gebildet werden kann. Vielmehr ist zur Konstruktion eines fermionischen Massenterms ein Vorgehen wie im Standardmodell notwendig. Dort erhalten die Fermionen ihre Masse über Yukawa-Kopplungen an das Higgsdublett.

Werden diese Yukawa-Kopplungen auf den vorliegenden Fall verallgemeinert, so entsteht ein Term, in dem ein linkshändiges fermionisches n-plett $\Psi_L^{(a)}$ mit dem Higgsdublett zu einem $(n-1)$-plett verknüpft und anschließend mit einem anderen rechtshändigen fermionischen $(n-1)$-plett $\Psi_R^{(b)}$ kontrahiert wird.

Entscheidend ist, dass es sich im Fall der betrachteten Vektorfermionen bei den an der Kopplung beteiligten Teilchen nicht um die links- und rechtshändige Komponente desselben Teilchens handeln kann, wie es im Standardmodell der Fall ist. Denn bei Vektorfermionen liegen links- und rechtshändige Komponenten stets in derselben SU(2)-Darstellung vor. Die beiden an der Yukawa-Kopplung beteiligten fermionischen Multipletts müssen sich jedoch in ihrer Isospinquantenzahl um $\Delta I = 1$ unterscheiden, müssen also aus unterschiedlich dimensionalen Darstellungen stammen. Daher kann es sich im Fall von Vektorfermionen bei den Kopplungspartnern nur um Mitglieder unterschiedlicher Multipletts handeln.

Der Yukawa-artige Term kann nun wieder wie folgt symbolisch dargestellt werden:

$$
t_{\Phi,f}\left[\begin{pmatrix}\bar{\psi}_1^{(a)}\\ \vdots \\ \bar{\psi}_{n-1}^{(a)} \\ \bar{\psi}_n^{(a)}\end{pmatrix}_L \otimes \begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix}\right]\cdot\begin{pmatrix}\psi_1^{(b)}\\ \vdots \\ \psi_{n-1}^{(b)}\end{pmatrix}_R \rightarrow t_{\Phi,f}\left[\begin{pmatrix}\tilde{\bar{\psi}}_1^{(a)}\\ \vdots \\ \tilde{\bar{\psi}}_{n-1}^{(a)}\end{pmatrix}_L\right]\cdot\begin{pmatrix}\psi_1^{(b)}\\ \vdots \\ \psi_{n-1}^{(b)}\end{pmatrix}_R
$$

$$
\begin{aligned}
t_{\Phi,f}\bar{\tilde{\tilde{\Psi}}}_L^{(a)}\Psi_R^{(b)} + h.c. &= t_{\Phi,f}\sum_{k=1}^{n-1}\bar{\tilde{\tilde{\psi}}}_{L,k}^{(a)}\psi_{R,k}^{(b)} + h.c. \\
&= t_{\Phi,f}\sum_{k=1}^{n-1}\sum_{l=1}^{n}\sum_{m=1}^{2} c_{klm}\phi_m\bar{\psi}_{L,l}^{(a)}\psi_{R,k}^{(b)} + h.c. \qquad (61)
\end{aligned}
$$

Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten, die sich hierbei ergeben, sind genau die gleichen wie im bosonischen Fall. Setzt man nun wieder das ladungskonjugierte Higgsdublett

$$
\Phi^c = i\tau_2\Phi^* = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} v_h + H \\ 0 \end{pmatrix}
$$

ein, so nimmt der Massenterm die folgende Gestalt an:

$$
t_{\Phi,f}\bar{\tilde{\tilde{\Psi}}}_L^{(a)}\Psi_R^{(b)} + h.c. \overset{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} t_{\Phi,f}\frac{v_h}{\sqrt{2}}\sum_{k=2}^{n}\sqrt{\frac{k-1}{n}}\bar{\psi}_{L,k}^{(a)}\psi_{R,k-1}^{(b)} + h.c.
$$

Neben den direkten Massentermen (55), welche quadratisch in den fermionischen Feldern sind, erhält man durch die Yukawa-Kopplung folglich noch Terme, die bilinear in den $\Psi^{(j)}$ sind. Diese führen zu Mischungen zwischen den unterschiedlichen Multipletts und somit dazu, dass die Komponenten der ursprünglichen fermionischen Multipletts keine Masseneigenzustände mehr sind. Letztere können durch eine Diagonalisierung der Massenmatrix, welche sich aus den direkten und den Yukawa-artigen Massentermen ergibt, gewonnen werden.
Auf diese Weise kann auch im fermionischen Fall die Entartung der Multipletts aufgehoben werden. Im Folgenden werden jedoch nur die Beiträge bosonischer Vermittler-Teilchen zu den effektiven Kopplungen näher untersucht. Für Fermionen würden die weiteren Rechnungen durch die Tatsache, dass Mischungseffekte zu berücksichtigen sind, schnell recht kompliziert. Sie sollten jedoch im Vergleich zum bosonischen Fall kein qualitativ neues Verhalten zeigen.

Es soll hier noch darauf hingewiesen werden, dass die Terme (58) und (61) auch zu Mischungen zwischen dem Singulett S und dem Higgsboson führen können. Denn durch die Kopplung des Higgsbosons an die Vermittler-Teilchen können folgende Feynmangraphen auftreten:

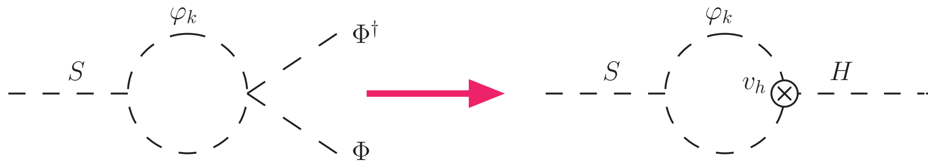


Abbildung 9: Feynmangraphen, die eine S-H-Mischung induzieren können.

Der Feynmangraph links entspricht in der Nomenklatur des Abschnitts 2.1.1 einem effektiven t_1-Term, der beim Übergang $\Phi \to \frac{v_h+H}{\sqrt{2}}$ zu S-H-Mischungen führt. Diese Mischungseffekte müssen in einer vollständigen Analyse berücksichtigt werden. Hier sollen sie aber zunächst außer Acht gelassen, und erst in Abschnitt 5.5 genauer untersucht werden.

5.2. Effektive Kopplungen im nicht-entarteten Fall

5.2.1. Die effektiven Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$, $g^e_{sz\gamma}$ und g^e_{szz}

Nachdem nun das Spektrum, welches sich durch die Aufhebung der Entartung ergibt, bekannt ist, kann untersucht werden, wie sich dieses auf die effektiven Kopplungen g^e_{sxx} auswirkt. Wie am Ende des letzten Abschnitts bemerkt, soll hier jedoch nur der Fall bosonischer Multipletts betrachtet werden.
Gemäß der Idee des letzten Abschnitts kann die Unterdrückung der effektiven Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ dadurch generiert werden, dass die leichteste Komponente der Multipletts jeweils neutral gewählt wird. Dies ist stets dadurch zu erreichen, dass die Hyperladung des Multipletts so festgelegt wird, dass für die leichteste Komponente gilt:

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} = 0.$$

Das leichteste Teilchen eines Multipletts ist aber dem letzten Abschnitt zufolge immer die erste Komponente. Für diese gilt $I_3 = I$ und folglich muss die Hyperladung eines beliebigen n-pletts auf den Wert

$$Y = -2I = -2\frac{(n-1)}{2} \tag{62}$$

festgelegt werden.

Um den Beitrag eines Multipletts zu den effektiven Kopplungen g^e_{sxx} zu berechnen, muss wie schon im entarteten Fall eine Summe über die Beiträge aller Komponenten ausgeführt werden. Die Feynmangraphen, die für die effektiven Vertizes

eine Rolle spielen, sind hierbei dieselben wie bei entarteten Multipletts. Allerdings führt die Massenaufspaltung innerhalb der Multipletts dazu, dass die Beiträge der einzelnen Komponenten nicht mehr alle proportional zu demselben Integralfaktor $K(m_b)$ sind. Aufgrund der Tatsache, dass dieser von der Masse m_b in der Schleife abhängt (siehe Abschnitt 4.2), weist nun jede Komponente k einen unterschiedlichen Faktor $K(m_{b,k})$ auf.
Im Fall der effektiven Kopplung g^e_{sww} ist die Situation noch zusätzlich erschwert. Da die Kopplung der Schleifenteilchen an W-Bosonen zu Übergängen innerhalb der Multipletts führt, tauchen hier nach Aufhebung der Entartung zwei unterschiedliche Massen in ein und derselben Schleife auf. Dies führt dazu, dass die entsprechenden Schleifenintegrale nicht mehr durch den Ausdruck $K(m_{b,k})$, welcher eine reine a_2-Struktur aufweist, darstellbar sind. Vielmehr treten zusätzlich zu den Termen mit a_2-Struktur auch noch solche auf, die eine a_1-Struktur aufweisen. Diese sind proportional zur Differenz der beiden Massen in der Schleife. Da den a_1-Termen im Folgenden eine große Bedeutung zukommen wird, soll ihr Zustandekommen im nächsten Abschnitt separat behandelt werden. Hier werden zunächst nur die drei anderen Kopplungen näher betrachtet.

Im Prinzip kann zur Berechnung der Ausdrücke für $g^e_{s\gamma\gamma}$, $g^e_{sz\gamma}$ und g^e_{szz} ähnlich vorgegangen werden wie in Abschnitt 4.3. Im Unterschied zu dort kann der Integralfaktor $K(m_b)$ hier jedoch nicht vor die Komponentensumme gezogen werden. Die Ausdrücke für die effektiven Kopplungen werden daher zu:

$$\frac{g^e_{sxx}}{\Lambda_5} = \frac{t_b}{2} g^2 \sum_{i_3} K\left(m_{b,k}\left(i_3\right)\right) \cdot \begin{cases} s_w^2 \left(i_3 + \frac{Y}{2}\right)^2 & \text{für } xx = \gamma\gamma \\ \frac{s_w}{c_w}\left(i_3 + \frac{Y}{2}\right)\left(c_w^2 i_3 - s_w^2 \frac{Y}{2}\right) & \text{für } xx = z\gamma \\ \frac{1}{c_w^2}\left(c_w^2 i_3 - s_w^2 \frac{Y}{2}\right)^2 & \text{für } xx = zz. \end{cases}$$

Hier und im Folgenden werden nur die Beiträge eines einzelnen bosonischen Multipletts betrachtet. Die Verallgemeinerung auf eine beliebige Anzahl kann am Ende des Abschnitts leicht vorgenommen werden.
Es ist sinnvoll, die Summen über die Quantenzahl i_3 wieder in eine Summe über den Komponentenindex k umzuwandeln, da oben ein einfacher Zusammenhang zwischen diesem und der Masse $m_{b,k}$ einer Komponente gefunden wurde. Dazu kann wieder die Beziehung $k = I - i_3 + 1$ ausgenutzt werden. Setzt man dies sowie die Relation (62) für die Hyperladung Y ein, so kann man die Kopplungen

der Vermittler-Teilchen an die Eichbosonen folgendermaßen umschreiben:

$$
\begin{aligned}
\left(i_3 + \frac{Y}{2}\right) &= (I - k + 1 - I) = (1 - k) \\
\left(c_w^2 i_3 - s_w^2 \frac{Y}{2}\right) &= \left(c_w^2 (I - k + 1) + s_w^2 I\right) \\
&= \left(I + c_w^2 (1 - k)\right) = \left(\frac{(n-1)}{2} + c_w^2 (1 - k)\right). \qquad (63)
\end{aligned}
$$

Weiterhin ist es zweckmäßig, für die Integralfaktoren $K(m_{b,k})$ die Reihenentwicklung aus Gleichung (53) einzusetzen und hierin nur den führenden Term mitzunehmen. Der Ausdruck für $K(m_{b,k})$ lautet dann:

$$
\begin{aligned}
K(m_{b,k}) &= \frac{1}{4\pi^2 m_s^2}\left(2m_{b,k}^2 C_0\left(m_s^2, 0, 0, m_{b,k}^2, m_{b,k}^2, m_{b,k}^2\right) + 1\right) \\
&\approx -\frac{1}{48\pi^2 m_{b,k}^2} = -\frac{1}{48\pi^2 m_{b,1}^2 (1 + v_m (k-1))} \\
&= K(m_{b,1}) \cdot \frac{1}{(1 + v_m (k-1))}.
\end{aligned}
$$

wobei der Zusammenhang $m_{b,k}^2 = m_{b,1}^2 (1 + v_m (k-1))$ aus Gleichung (60) verwendet wurde. Setzt man nun dies zusammen mit den umgeschriebenen Eichkopplungen (63) in die obigen Ausdrücke für die Komponentensummen ein, so werden diese zu:

$$
\frac{g_{sxx}^e}{\Lambda_5} = \frac{t_b}{2} g^2 K(m_{b,1}) \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(1 + v_m (k-1))} \cdot \begin{cases} s_w^2 (1-k)^2 & xx{=}\gamma\gamma \\ \frac{s_w}{c_w}(1-k)\left(\frac{(n-1)}{2} + (1-k)\cdot c_w^2\right) & xx{=}z\gamma \\ \frac{1}{c_w^2}\left(\frac{(n-1)}{2} + (1-k)\cdot c_w^2\right)^2 & xx{=}zz. \end{cases}
$$

Das Auftauchen des Terms $(k-1)$ im Nenner dieser Ausdrücke führt dazu, dass die Summen über k nicht mehr so einfach ausgeführt werden können, wie im entarteten Fall. Sie lassen sich jedoch mithilfe der Digammafunktion $\psi^{(0)}$ kompakt darstellen [35]. Diese ist definiert als Ableitung des natürlichen Logarithmus der Eulerschen Gammafunktion:

$$
\psi^{(0)}(x) = \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x).
$$

Explizit können die effektiven Kopplungen damit folgendermaßen formuliert werden:

$$
\begin{aligned}
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5} &= g^2 s_w^2 \frac{t_b}{2} K\left(m_{b,1}\right) \frac{(n-1)\left(n\cdot v_m - 2\right) v_m + 2\left(\psi^{(0)}\left(n+\frac{1}{v_m}\right) - \psi^{(0)}\left(1+\frac{1}{v_m}\right)\right)}{2v_m^3} \\
&:= g^2 s_w^2 \frac{t_b}{2} K\left(m_{b,1}\right) P_1 \\
\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5} &= \frac{g^2 s_w}{c_w} \frac{t_b}{2} K\left(m_{b,1}\right) \left[c_w^2 P_1 - \frac{(n-1)\left(\left(n-1\right) v_m - \psi^{(0)}\left(n+\frac{1}{v_m}\right) + \psi^{(0)}\left(1+\frac{1}{v_m}\right)\right)}{2v_m^2}\right] \\
&:= \frac{g^2 s_w}{c_w} \frac{t_b}{2} K\left(m_{b,1}\right) \left(c_w^2 P_1 + P_2\right) \\
\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5} &= \frac{g^2}{c_w^2} \frac{t_b}{2} K\left(m_{b,1}\right) \left[c_w^4 P_1 + 2c_w^2 P_2 + \frac{(n-1)^2 \left(\psi^{(0)}\left(n+\frac{1}{v_m}\right) - \psi^{(0)}\left(\frac{1}{v_m}\right)\right)}{4v_m}\right] \\
&:= \frac{g^2}{c_w^2} \frac{t_b}{2} K\left(m_{b,1}\right) \left(c_w^4 P_1 + 2c_w^2 P_2 + P_3\right).
\end{aligned}
$$

Diese Ausdrücke für die effektiven Kopplungen gelten für den Fall, dass nur ein bosonisches Multiplett vorliegt. Eine Verallgemeinerung auf eine beliebige Anzahl an Multipletts kann aber leicht dadurch erfolgen, dass wieder eine Summe über die verschiedenen Multipletts eingeführt wird. Beispielsweise lautet die Verallgemeinerung von $g^e_{s\gamma\gamma}$:

$$
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5} = \sum_i g^2 s_w^2 \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i,1}\right) P_1\left(n_i,\, v_{mi}\right).
$$

Die Summe läuft hier über alle beitragenden bosonischen Multipletts. Analog können $g^e_{sz\gamma}$ und g^e_{szz} verallgemeinert werden.

5.2.2. Die effektive Kopplung g^e_{sww}

Wie bereits erwähnt, führt beim effektiven SWW-Vertex das Auftreten zweier Massen in den Schleifen dazu, dass die Ausdrücke für die effektive Kopplung keine reine a_2-Struktur mehr aufweisen, sondern zusätzliche a_1-Terme auftauchen. Um das Zustandekommen dieser Terme näher zu untersuchen, ist es notwendig, von den Feynmangraphen auszugehen, die zum effektiven SWW-Vertex beitragen. Auch hier soll zunächst der Fall betrachtet werden, dass nur ein einzelnes bosonisches n-plett Beiträge liefert. Für jede Komponente k dieses Multipletts wird dabei der folgende Satz an Feynmangraphen berücksichtigt:

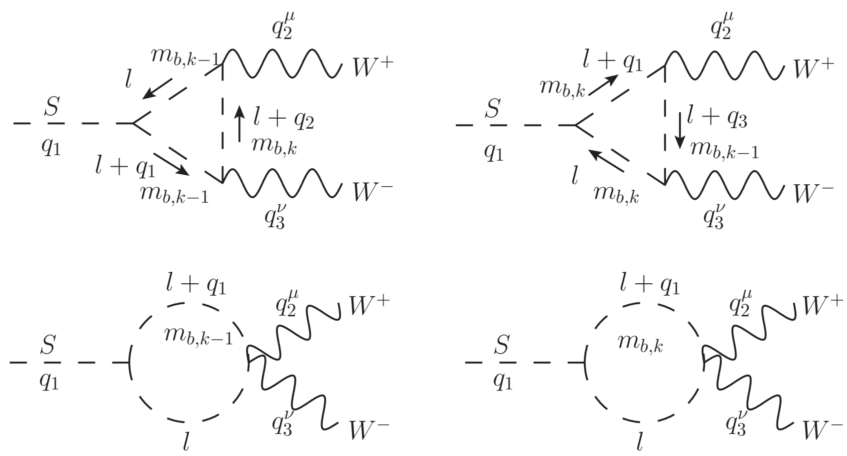


Abbildung 10: Beiträge der Komponente eines bosonischen Multipletts zum effektiven SW^+W^--Vertex im nicht-entarteten Fall.

Der Index k steht hier für die jeweilige Komponente des Multipletts und nimmt Werte von 2 bis n an. Wie ein Vergleich der Abbildung 10 mit der Abbildung 8 auf Seite 61 zeigt, weicht der Satz an Feynmangraphen, der hier einer Komponente k zugeordnet wird, von dem in Abschnitt 4.3.3 betrachteten ab. Diese Reorganisation der Graphen dient der Vereinfachung der später durchzuführenden Summation der einzelnen Diagramme. Von den Graphen mit 4-Teilchen-Vertex (4-TV-Graphen) in Abbildung 10 wird jedoch jeweils nur ein Teil zum Beitrag der Komponente k gezählt. Der andere Teil wird im Fall des linken 4-TV-Graphen der Komponente $k-1$ und im Fall des rechten der Komponente $k+1$ zugeschrieben. Auf diese Weise wird vermieden, dass die 4-TV-Diagramme bei einer Summe über alle Komponenten doppelt gezählt werden. Das genaue Vorgehen wird weiter unten noch erläutert.

Um die Beiträge zu berechnen, welche sich aus den Graphen in Abbildung 10 ergeben, müssen die Feynmanregeln aus Abschnitt 4.1 angewendet werden. Mit deren Hilfe erhält man für das erste Diagramm folgenden Ausdruck:

$$
\begin{aligned}
&-it_b \cdot g^2 \left\langle i_{3,k-1}\right| I^+ \left|i_{3,k}\right\rangle \left\langle i_{3,k}\right| I^- \left|i_{3,k-1}\right\rangle \int (\triangleleft)_{k-1,k} \\
&\quad = -\, t_b \cdot g^2 \left\langle i_{3,k-1}\right| I^+ \left|i_{3,k}\right\rangle \left\langle i_{3,k}\right| I^- \left|i_{3,k-1}\right\rangle \\
&\qquad \cdot \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{(2l+q_2)^\mu \, (2l+q_1+q_2)^\nu}{\left(l^2 - m_{b,k-1}^2\right)\left((l+q_1)^2 - m_{b,k-1}^2\right)\left((l+q_2)^2 - m_{b,k}^2\right)} \\
&\quad = -\, t_b \cdot g^2 \left\langle i_{3,k-1}\right| I^+ I^- \left|i_{3,k-1}\right\rangle \\
&\qquad \cdot \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{4l^\mu l^\nu + 2l^\mu (2q_2+q_3)^\nu + 2q_2^\mu l^\nu + q_2^\mu (2q_2+q_3)^\nu}{\left(l^2 - m_{b,k-1}^2\right)\left((l+q_1)^2 - m_{b,k-1}^2\right)\left((l+q_2)^2 - m_{b,k}^2\right)} \\
&\quad = -\, t_b \cdot g^2 \frac{i}{16\pi^2} \left\langle i_{3,k-1}\right| I^+ I^- \left|i_{3,k-1}\right\rangle \cdot \Big[4C_{00}\left(q_1^2, q_2^2, q_3^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) g^{\mu\nu} \\
&\qquad +4\left(C_1\left(q_1^2, q_2^2, q_3^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) + C_{11}\left(-\,{}^{\shortparallel}\,-\right) + C_{12}\left(-\,{}^{\shortparallel}\,-\right)\right) q_2^\nu q_3^\mu\Big] \\
&\qquad +\mathcal{O}\left(q_2^\mu,\, q_3^\nu\right) .
\end{aligned}
\tag{64}
$$

Hierbei wurden alle Terme proportional zu q_2^μ oder q_3^ν in $\mathcal{O}\left(q_2^\mu,\, q_3^\nu\right)$ zusammengefasst. Diese tragen nicht zur Zerfallsamplitude $S \to W^+W^- \to 2l2\nu$ bei, da sie bei einer Kontraktion mit den leptonischen Strömen verschwinden. Außerdem wurde verwendet, dass $q_1 = q_2 + q_3$ gilt.
Einen identischen Ausdruck liefert das zweiten Diagramm in Abbildung 10, wobei die Rollen von $m_{b,k-1}$ und $m_{b,k}$ vertauscht sind. Weiterhin ist für den Beitrag dieses Graphen der Kopplungsfaktor $\left\langle i_{3,k-1}\right| I^+ I^- \left|i_{3,k-1}\right\rangle$ durch $\left\langle i_{3,k}\right| I^- I^+ \left|i_{3,k}\right\rangle$ zu ersetzen. Aufgrund der Relation $i_{3,k} = i_{3,k-1} - 1$ führen jedoch beide Faktoren zu demselben Term

$$
\begin{aligned}
\left\langle i_{3,k-1}\right| I^+ I^- \left|i_{3,k-1}\right\rangle &= \left\langle i_{3,k}+1\right| I^+ I^- \left|i_{3,k}+1\right\rangle \\
&= \left\langle i_{3,k}\right| I^- I^+ \left|i_{3,k}\right\rangle \\
&= \frac{1}{2}\left(I^2 - i_{3,k}^2 + I - i_{3,k}\right) .
\end{aligned}
$$

Die in Gleichung (64) auftauchenden Tensorintegral-Funktionen können nun weiter auf skalare C_0- und B_0-Funktionen reduziert werden. Zur Vereinfachung der resultierenden Terme wird wie schon in Abschnitt 4.2 angenommen, dass q_2^2 und q_3^2 gegenüber den Massen der Schleifenteilchen vernachlässigt werden können. In Anhang A.4 wird explizit gezeigt, dass dies auch im nicht-entarteten Fall eine gültige Näherung ist. Mit dieser erhält man für den Beitrag des Dreiecks-Graphen aus Gleichung (64), getrennt nach Termen proportional zu $q_2^\nu q_3^\mu$ und zu $g^{\mu\nu}$:

$$
\begin{aligned}
&\left[C_1\left(q_1^2, q_2^2, q_3^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) + C_{11}\left(-\,{\shortparallel}\,-\right) + C_{12}\left(-\,{\shortparallel}\,-\right)\right] q_2^\nu q_3^\mu \\
&\overset{q_2^2=q_3^2=0}{=} -\frac{1}{m_s^4}\left[2\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)^2 C_0\left(m_s^2, 0, 0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right)\right. \\
&\qquad + 2\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)\left(B_0\left(0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) - B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right)\right) \\
&\qquad \left. + m_s^2 m_{b,k}^2 C_0\left(-\,{\shortparallel}\,-\right) + \frac{m_s^2}{2}\right] q_2^\nu q_3^\mu
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&C_{00}\left(q_1^2, q_2^2, q_3^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) g^{\mu\nu} \\
&\overset{q_2^2=q_3^2=0}{=} \frac{1}{2m_s^2}\left[\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)^2 C_0\left(m_s^2, 0, 0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right)\right. \\
&\qquad + \left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)\left(B_0\left(0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) - B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right)\right) \\
&\qquad \left. + \frac{m_s^2}{2} B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right) + m_s^2 m_{b,k}^2 C_0\left(-\,{\shortparallel}\,-\right) + \frac{m_s^2}{2}\right] g^{\mu\nu}.
\end{aligned}
$$

In der Rechnung wurde außerdem verwendet, dass gilt: $q_1^2 = m_s^2$.
Ebenso können die Beiträge berechnet werden, welche sich aus den in Abbildung 10 gezeigten Diagramme mit 4-Teilchen-Vertizes ergeben. Diese lassen sich in Form skalarer B_0-Funktionen darstellen:

$$
\begin{aligned}
&-ig^2 t_b \left(\langle i_{3,k-1}| I^+ I^- |i_{3,k-1}\rangle + \langle i_{3,k-1}| I^- I^+ |i_{3,k-1}\rangle\right) \int (i \cdot \circ)_{k-1,k} \\
&\quad = \frac{ig^2 t_b}{16\pi^2}\left(\langle i_{3,k-1}| I^+ I^- |i_{3,k-1}\rangle + \langle i_{3,k-1}| I^- I^+ |i_{3,k-1}\rangle\right) B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right) g^{\mu\nu}
\end{aligned} \tag{65}
$$

$$
\begin{aligned}
&-ig^2 t_b \left(\langle i_{3,k}| I^+ I^- |i_{3,k}\rangle + \langle i_{3,k}| I^- I^+ |i_{3,k}\rangle\right) \int (i \cdot \circ)_{k,k-1} \\
&\quad = \frac{ig^2 t_b}{16\pi^2}\left(\langle i_{3,k}| I^+ I^- |i_{3,k}\rangle + \langle i_{3,k}| I^- I^+ |i_{3,k}\rangle\right) B_0\left(m_s^2, m_{b,k}^2, m_{b,k}^2\right) g^{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{66}
$$

Wie oben bereits erwähnt, wird hier immer nur ein Teil der Beiträge der beiden 4-TV-Graphen zur Komponente k gezählt. Von dem Ausdruck in Gleichung (65) wird beispielsweise nur der Term proportional zu $\langle i_{3,k-1}| I^+ I^- |i_{3,k-1}\rangle$ im Beitrag der Komponente k berücksichtigt, während aus Gleichung (66) nur der Anteil proportional zu $\langle i_{3,k}| I^- I^+ |i_{3,k}\rangle$ miteinbezogen wird. Die verbleibenden Terme werden der Komponente $k-1$ bzw. $k+1$ zugeschrieben. Damit lauten die Beiträge der 4-TV-Graphen, die zur Komponente k gezählt werden:

$$-ig^2 t_b \langle||\rangle_k \int (i\cdot\circ)_{k-1,k} = \frac{ig^2 t_b}{16\pi^2} \langle i_{3,k-1}| I^+ I^- |i_{3,k-1}\rangle B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right) g^{\mu\nu}$$
$$-ig^2 t_b \langle||\rangle_k \int (i\cdot\circ)_{k,k-1} = \frac{ig^2 t_b}{16\pi^2} \langle i_{3,k}| I^- I^+ |i_{3,k}\rangle\ B_0\left(m_s^2, m_{b,k}^2, m_{b,k}^2\right) g^{\mu\nu}.$$

Das Symbol $\langle||\rangle_k$ steht hier stellvertretend für den Ausdruck $\langle i_{3,k}| I^- I^+ |i_{3,k}\rangle = \langle i_{3,k-1}| I^+ I^- |i_{3,k-1}\rangle$. In einer Summe über alle k wird durch obige Aufspaltung jeder beitragende Feynmangraph genau einmal komplett berücksichtigt.
Um nun den gesamten Beitrag einer Komponente k des Multipletts zum effektiven Vertex zu erhalten, müssen die Ausdrücke für die vier Graphen addiert werden. Nimmt man hierzu zunächst die Terme aus dem ersten Dreiecks-Graphen mit den Termen aus dem ersten 4-TV-Graphen in Abbildung 10 zusammen, so erhält man:

$$\begin{aligned}
&-ig^2 t_b \langle||\rangle_k \int (\triangleleft + i\cdot\circ)_{k-1,k} \\
&= i\frac{g^2 t_b \langle||\rangle_k}{4\pi^2 m_s^4} \Big[2\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)^2 C_0\left(q_1^2, 0, 0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) \\
&\qquad + 2\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)\left(B_0\left(0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) - B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right)\right) \\
&\qquad + m_s^2 m_{b,k}^2 C_0\left(- \shortparallel -\right) + \frac{m_s^2}{2} \Big] [q_2^\nu q_3^\mu] \\
&\quad - i\frac{g^2 t_b \langle||\rangle_k}{8\pi^2 m_s^2} \Big[\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)^2 C_0\left(- \parallel -\right) + m_s^2 m_{b,k}^2 C_0\left(- \shortparallel -\right) + \frac{m_s^2}{2} \\
&\qquad + \left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)\left(B_0\left(0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2\right) - B_0\left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2\right)\right) \Big] [g^{\mu\nu}] \\
&:= \quad ig^2 t_b \langle||\rangle_k \cdot A_2\left(m_{b,k-1},\, m_{b,k}\right)[q_2^\nu q_3^\mu] + ig^2 t_b \langle||\rangle_k \cdot \tilde{A}_1\left(m_{b,k-1},\, m_{b,k}\right)[g^{\mu\nu}]\,.
\end{aligned} \tag{67}$$

Die Kombination des zweiten Dreiecks-Graphen mit dem zweiten 4-TV-Graphen aus Abbildung (10) liefert ein identisches Resultat mit vertauschten Rollen von $m_{b,k-1}$ und $m_{b,k}$.
Es zeigt sich nun, dass die Terme aus Gleichung (67) nicht zu einer reinen a_2-Struktur zusammengefasst werden können. Um dies zu erkennen, ist es zweckmäßig, den hier auftretenden $q_2^\nu q_3^\mu$-Term zu einem a_2-Term zu erweitern. Dazu muss ein Term der Form

$$ig^2 t_b \cdot \langle||\rangle_k A_2\left(m_{b,k-1},\, m_{b,k}\right)[q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu}]$$

addiert und subtrahiert werden. Mit dieser Umformung nimmt die Gleichung (67) folgende Gestalt an:

$$
\begin{aligned}
(67) = & - ig^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k \cdot A_2 \left(m_{b,k-1}, \, m_{b,k} \right) \left[q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu \right] \\
& + \frac{ig^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k}{4\pi^2 m_s^4} \\
& \Bigg\{ \Bigg[\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2 \right) \left(B_0 \left(0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2 \right) - B_0 \left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2 \right) \right) \\
& \qquad + \left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2 \right)^2 C_0 \left(- \parallel - \right) \quad \Bigg] \left[2 \left(q_2 \cdot q_3 \right) - \frac{m_s^2}{2} \right] \\
& + \left[m_s^2 m_{b,k}^2 C_0 \left(- \shortparallel - \right) + \frac{m_s^2}{2} \right] \left[\left(q_2 \cdot q_3 \right) - \frac{m_s^2}{2} \right] \Bigg\} g^{\mu\nu}.
\end{aligned}
$$

Der Term in geschweiften Klammern, der hier erscheint, gibt gerade die Abweichung des Ausdrucks von einer reinen a_2-Struktur an. Er kann mit der Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ noch weiter vereinfacht werden. Denn unter Verwendung von

$$
2 \left(q_2 \cdot q_3 \right) = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \overset{q_2^2 = q_3^2 = 0}{=} m_s^2
$$

wird er zu:

$$
\begin{aligned}
& i \frac{g^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k}{4\pi^2 m_s^4} \left\{ \quad - \parallel - \quad \right\} g^{\mu\nu} \\
= \quad & i \frac{g^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k}{4\pi^2 m_s^4} \left[\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2 \right) \left(B_0 \left(0, m_{b,k-1}^2, m_{b,k}^2 \right) - B_0 \left(m_s^2, m_{b,k-1}^2, m_{b,k-1}^2 \right) \right) \right. \\
& \qquad \left. + \left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2 \right)^2 C_0 \left(- \parallel - \right) \right] \frac{m_s^2}{2} g^{\mu\nu} \\
:= \quad & ig^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k A_1 \left(m_{b,k-1}, \, m_{b,k} \right) \frac{m_s^2}{2} g^{\mu\nu}.
\end{aligned} \tag{68}
$$

Mit den Definitionen von $A_1 \left(m_{b,k-1}, \, m_{b,k} \right)$ und $A_2 \left(m_{b,k-1}, \, m_{b,k} \right)$ aus Gleichung (68) bzw. (67) lässt sich der Beitrag einer Komponente k zum effektiven SWW-Vertex kompakt darstellen:

$$
\begin{aligned}
& -ig^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k \left[\int \left(\triangleleft + i \cdot \circ \right)_{k-1,k} + \int \left(\triangleleft + i \cdot \circ \right)_{k,k-1} \right] \\
= \quad & - ig^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k \left[A_2 \left(m_{b,k-1}, \, m_{b,k} \right) + A_2 \left(m_{b,k}, \, m_{b,k-1} \right) \right] \left[\left(q_2 \cdot q_3 \right) g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu \right] \\
& + ig^2 t_b \left\langle | \, | \right\rangle_k \left[A_1 \left(m_{b,k-1}, \, m_{b,k} \right) + A_1 \left(m_{b,k}, \, m_{b,k-1} \right) \right] \frac{m_s^2}{2} \left[g^{\mu\nu} \right].
\end{aligned} \tag{69}
$$

Wie dem Ausdruck zu entnehmen ist, treten hier neben den Termen mit a_2-Struktur auch solche auf, die proportional zu $g^{\mu\nu}$ sind, also eine a_1-Struktur aufweisen. Diese sind gemäß Gleichung (68) proportional zu $\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)$ bzw. $\left(m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2\right)^2$ und verschwinden daher für entartete Multipletts. Im nichtentarteten Fall jedoch wachsen die a_1-Terme stark mit der Größe des Aufspaltungsfaktors v_m an, denn es gilt:

$$\begin{aligned} m_{b,k-1}^2 - m_{b,k}^2 &= m_{b,1}^2 \cdot (1 + v_m (k-2)) - m_{b,1}^2 \cdot (1 + v_m (k-1)) \\ &= -m_{b,1}^2 v_m. \end{aligned}$$

Da v_m aber ein Maß für die Stärke der eingeführten Symmetriebrechung ist, zeigt dieses Verhalten, dass das Auftauchen der a_1-Terme direkt aus der Brechung der SU(2)-Symmetrie der Multipletts folgt.

Schließlich soll noch der gesamte Ausdruck für den effektiven SWW-Vertex angeben werden, welcher sich aus einer Summe über alle Komponenten des bosonischen n-pletts ergibt:

$$\begin{aligned} & -ig^2 t_b \sum_{k=2}^{n} \langle | \, | \rangle_k \left[\int (\triangleleft + i \cdot \circ)_{k-1,k} + \int (\triangleleft + i \cdot \circ)_{k,k-1} \right] \\ & \qquad = -2i \frac{g_{sww}^e}{\Lambda_5} \left[(q_2 \cdot q_3) \, g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu \right] + i \frac{g_{sww}^{a_1}}{\Lambda_5} \frac{m_s^2}{2} g^{\mu\nu}. \end{aligned}$$

mit:

$$\begin{aligned} \frac{g_{sww}^e}{\Lambda_5} &= \frac{g^2 t_b}{2} \sum_{k=2}^{n} \Big[\langle i_{3,k-1} | \, I^+ I^- \, | i_{3,k-1} \rangle \, A_2 (m_{b,k-1}, \, m_{b,k}) \\ &\qquad + \langle i_{3,k} | \, I^- I^+ \, | i_{3,k} \rangle \, A_2 (m_{b,k}, \, m_{b,k-1}) \Big] \\ &= \frac{g^2 t_b}{2} \sum_{k=2}^{n} \left[\frac{1}{2} \left(I^2 - i_{3,k}^2 + I - i_3 \right) \left(A_2 (m_{b,k-1}, \, m_{b,k}) + A_2 (m_{b,k}, \, m_{b,k-1}) \right) \right] \\ &= \frac{g^2 t_b}{4} \sum_{k=2}^{n} \Bigg[\left(\left(\frac{n-1}{2} \right)^2 - \left(\frac{n+1}{2} - k \right)^2 + \frac{n-1}{2} - \left(\frac{n+1}{2} - k \right) \right) \\ &\qquad \left(A_2 (m_{b,k-1}, \, m_{b,k}) + A_2 (m_{b,k}, \, m_{b,k-1}) \right) \Bigg] \\ &= \frac{g^2 t_b}{4} \sum_{k=1}^{n} \left[(k-1)(n-k+1) \left(A_2 (m_{b,k-1}, \, m_{b,k}) + A_2 (m_{b,k}, \, m_{b,k-1}) \right) \right] \end{aligned} \tag{70}$$

$$\frac{g_{sww}^{a_1}}{\Lambda_5} = \frac{g^2 t_b}{2} \sum_{k=1}^{n} \left[(k-1)(n-k+1) \left(A_1 (m_{b,k-1}, \, m_{b,k}) + A_1 (m_{b,k}, \, m_{b,k-1}) \right) \right]. \tag{71}$$

Hier wurden wieder die Zusammenhänge zwischen n und k einerseits und I und i_3 andererseits verwendet, die auch schon in Abschnitt 5.1.2 benutzt wurden. Die Verallgemeinerung dieses Ausdrucks auf den Fall mehrerer bosonischer Multipletts kann wieder durch eine Summe über alle beitragenden Multipletts erreicht werden.
Außerdem soll noch darauf hingewiesen werden, dass die a_1-Terme hier als proportional zu $\frac{m_s^2}{2}g^{\mu\nu}$ definiert wurden, anstatt wie oben zu $g^{\mu\nu}$. Dies ermöglicht später einen direkten Vergleich der Größenordnung der a_1- und a_2-Terme.

5.3. Verhältnisse der effektiven Kopplungen und Partialbreiten

Anhand der Ausdrücke für die effektiven Kopplungen, die im letzten Abschnitt hergeleitet wurden, kann nun untersucht werden, wie sich die Aufhebung der Entartung auf deren Verhältnisse auswirkt. Dies soll in den nächsten beiden Unterabschnitten geschehen. Hierbei werden zunächst wieder nur die drei Kopplungen $g_{s\gamma\gamma}$, $g_{sz\gamma}$ und g_{szz} betrachtet. Die Auswirkung der a_1-Terme für die entsprechenden Verhältnisse wird anschließend separat behandelt.

5.3.1. Die Verhältnisse $\frac{g_{s\gamma\gamma}}{g_{szz}}$ und $\frac{g_{sz\gamma}}{g_{szz}}$ im nicht-entarteten Fall

In Abschnitt 5.2 wurde gezeigt, dass sich die effektiven Kopplungen $g_{s\gamma\gamma}$, $g_{sz\gamma}$ und g_{szz} folgendermaßen darstellen lassen:

$$
\begin{aligned}
\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5} &= \sum_i g^2 s_w^2 \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i,1}\right) P_1\left(n_i,\, v_{mi}\right) \\
\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5} &= \sum_i g^2 \frac{s_w}{c_w} \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i,1}\right) \Big(c_w^2 P_1\left(n_i,\, v_{mi}\right) + P_2\left(n_i,\, v_{mi}\right)\Big) \\
\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5} &= \sum_i g^2 \frac{1}{c_w^2} \frac{t_{b_i}}{2} K\left(m_{b_i,1}\right) \Big(c_w^4 P_1\left(n_i,\, v_{mi}\right) + 2c_w^2 P_2\left(n_i,\, v_{mi}\right) + P_3\left(n_i,\, v_{mi}\right)\Big)
\end{aligned}
\tag{72}
$$

mit:

$$
\begin{aligned}
P_1\left(n_i,\, v_{mi}\right) &= \frac{\left(n_i-1\right)\left(n_i\cdot v_{mi}-2\right)v_{mi} + 2\left(\psi^{(0)}\Big(n_i+\frac{1}{v_{mi}}\Big) - \psi^{(0)}\Big(1+\frac{1}{v_{mi}}\Big)\right)}{2v_{mi}^3} \\
P_2\left(n_i,\, v_{mi}\right) &= -\frac{\left(n_i-1\right)\left(\left(n_i-1\right)v_{mi} - \psi^{(0)}\Big(n_i+\frac{1}{v_{mi}}\Big) + \psi^{(0)}\Big(1+\frac{1}{v_{mi}}\Big)\right)}{2v_{mi}^2} \\
P_3\left(n_i,\, v_{mi}\right) &= \frac{\left(n_i-1\right)^2\left(\psi^{(0)}\Big(n_i+\frac{1}{v_{mi}}\Big) - \psi^{(0)}\Big(\frac{1}{v_{mi}}\Big)\right)}{4v_{mi}}.
\end{aligned}
$$

Der Einfluss der Symmetriebrechung ist vollständig in den Aufspaltungsparametern v_{mi} enthalten. Um zu analysieren, wie sich die Aufhebung der Entartung auf die beiden Verhältnisse $\frac{g_{s\gamma\gamma}}{g_{szz}}$ und $\frac{g_{sz\gamma}}{g_{szz}}$ auswirkt, muss daher die Abhängigkeit der Funktionen $P_1(n_i, v_{mi})$, $P_2(n_i, v_{mi})$ und $P_3(n_i, v_{mi})$ von v_{mi} untersucht werden. Es ist sinnvoll, hierfür Entwicklungen der Digammafunktion $\psi^{(0)}$ in $\frac{1}{v_{mi}}$ zu betrachten, wobei angenommen wird, dass gilt:

$$v_{mi} \gg 1.$$

Diese Annahme wird später bei der Untersuchung einiger Spezialfälle gerechtfertigt.
In obigen Ausdrücken tritt die Digammafunktion mit folgenden Argumenten auf:

$$\psi^{(0)}\left(\frac{1}{v_{mi}}\right), \ \psi^{(0)}\left(1+\frac{1}{v_{mi}}\right), \ \psi^{(0)}\left(n_i+\frac{1}{v_{mi}}\right).$$

Dies bedeutet, da v_{mi} als groß angenommen wird, dass Entwicklungen von $\psi^{(0)}$ um 0, 1 und n_i benötigt werden. Die führenden Terme für diese lauten [36]:

$$\begin{aligned}
\psi^{(0)}\left(\frac{1}{v_{mi}}\right) &= -v_{mi} - \gamma + \frac{\pi^2}{6}\frac{1}{v_{mi}} + \ldots \\
\psi^{(0)}\left(1+\frac{1}{v_{mi}}\right) &= -\gamma + \frac{\pi^2}{6}\frac{1}{v_{mi}} + \ldots \\
\psi^{(0)}\left(n+\frac{1}{v_{mi}}\right) &= (-\gamma + c_1) + \left(\frac{\pi^2}{6} - c_2\right)\frac{1}{v_{mi}} + \ldots
\end{aligned} \tag{73}$$

Hierbei sind c_1 und c_2 Konstanten der Größenordnung 1, die vom gewählten n abhängen. Setzt man diese Entwicklungen nun in die Ausdrücke für P_1, P_2 und P_3 ein, so findet man:

$$\begin{aligned}
P_1(n_i, v_{mi}) &= \frac{n_i(n_i-1)}{2v_{mi}} - \frac{(n_i-1)}{v_{mi}^2} + \frac{c_1}{v_{mi}^3} + \ldots \\
P_2(n_i, v_{mi}) &= \frac{-(n_i-1)^2}{2v_{mi}} - \frac{c_1}{v_{mi}^2} + \frac{c_2}{v_{mi}^3} + \ldots \\
P_3(n_i, v_{mi}) &= \frac{(n_i-1)^2}{4}\left(1 + \frac{c_1}{v_{mi}} - \frac{c_2}{v_{mi}^2} + \ldots\right).
\end{aligned}$$

Wie hieran direkt abgelesen werden kann, sind $P_1(n_i, v_{mi})$ und $P_2(n_i, v_{mi})$ um eine Ordnung in v_{mi} gegenüber $P_3(n_i, v_{mi})$ unterdrückt, d.h. es gilt:

$$\frac{P_1(n_i, v_{mi})}{P_3(n_i, v_{mi})} \sim \frac{P_2(n_i, v_{mi})}{P_3(n_i, v_{mi})} \sim \frac{1}{v_{mi}}.$$

Dies ist deshalb interessant, da in den Ausdrücken für $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ nur P_1 und P_2 auftreten, während g^e_{szz} auch einen Beitrag von P_3 aufweist. Folglich gilt entsprechend:

$$\frac{g^e_{s\gamma\gamma,i}}{g^e_{szz,i}} \sim \frac{g^e_{sz\gamma,i}}{g^e_{szz,i}} \sim \frac{1}{v_{mi}}. \tag{74}$$

Der Index i deutet hier an, dass $g^e_{sxx,i}$ nur für den Beitrag eines einzelnen bosonischen n-pletts $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ zu g^e_{sxx} steht. Die vollen Ausdrücke für die effektiven Kopplungen sind Summen einzelner $g^e_{sxx,i}$. Da jedes Multiplett einen anderen Wert von v_{mi} aufweisen kann, lässt sich das Verhältnis für die kompletten Ausdrücke der g^e_{sxx} nicht mehr so einfach darstellen. Dennoch ist obiger Relation zu entnehmen, dass jedes Multiplett $\boldsymbol{\varphi}^{(i)}$ zu $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ einen Beitrag liefert, der gegenüber seinem Beitrag zu g^e_{szz} um einen Faktor $\frac{1}{v_{mi}}$ unterdrückt ist. Das gewünschte Verhältnis von $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ zu g^e_{szz} sollte also leicht dadurch zu erreichen sein, dass alle v_{mi} groß genug gewählt werden.

Betrachtet man nun den Spezialfall, dass nur ein bosonisches Multiplett zu den effektiven Kopplungen beiträgt, dann kann der Wert von v_m, welcher benötigt wird, um das Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = (0.17 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$ zu reproduzieren, explizit berechnet werden. Denn in den Ausdrücken für $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ kürzen sich in diesem Fall t_b und $K(m_{b,1})$ heraus, sodass die Verhältnisse nur noch von n und v_m abhängen. Die Gleichung

$$\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = (0.17 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$$

legt somit für jedes n einen zugehörigen Wert von v_m fest. Im Folgenden soll dies exemplarisch für den Fall eines bosonischen Dubletts dargestellt werden.
Aus den exakten Ausdrücken für die effektiven Kopplungen (72) erhält man für ein Dublett mit n=2:

$$\begin{aligned}
g^e_{s\gamma\gamma} &= g^2 s_w^2 \frac{t_b}{2} K(m_{b,1}) \cdot \frac{1}{(1+v_m)} \\
g^e_{sz\gamma} &= g^2 \frac{s_w}{c_w} \frac{t_b}{2} K(m_{b,1}) \cdot \frac{\frac{1}{2}\left(c_w^2 - s_w^2\right)}{(1+v_m)} \\
g^e_{szz} &= \frac{g^2}{c_w^2} \frac{t_b}{2} K(m_{b,1}) \cdot \left[\frac{1}{4}\left(c_w^2 + s_w^2\right)^2 + \frac{\frac{1}{4}\left(c_w^2 - s_w^2\right)^2}{(1+v_m)}\right].
\end{aligned}$$

Damit lautet die zu lösende Gleichung:

$$\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = \frac{4c_w^2 s_w^2}{c_w^4(v_m+2) + 2c_w^2 s_w^2 v_m + s_w^4(v_m+2)} \stackrel{!}{=} (0.17 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}.$$

Diese kann nach v_m aufgelöst werden, was für den zentralen Fit-Wert $0.17 \cdot 10^{-2}$ auf das Ergebnis $v_m = 421$ führt. Mit dieser Wahl für v_m kann also im Fall eines bosonischen Dubletts das Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = 0.17 \cdot 10^{-2}$ reproduziert werden.

Es zeigt sich, dass die Unsicherheiten des Verhältnisses, $\Delta \frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = \pm 0.06 \cdot 10^{-2}$, starke Auswirkungen auf den Wert von v_m haben. Denn Einsetzen der oberen Schranke $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = 0.0023$ liefert einen Wert $v_m^+ = 317$, während der kleinste mit den Fehlergrenzen verträgliche Wert auf $v_m^- = 626$ führt. Der genaue Wert von v_m hat jedoch keinen Einfluss auf die Hauptaussage dieses und des folgenden Abschnitts, wie die weitere Diskussion zeigt. Daher stellen die großen Unsicherheiten an v_m kein Problem dar. Entscheidend ist nur, dass große Werte von v_m benötigt werden, um die Unterdrückung von $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ zu erreichen.

Nach der Fixierung von v_m steht nun kein freier Parameter mehr zur Verfügung, um auch das Verhältnis $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ einzustellen. Nach obigen Überlegungen aber sollte $g^e_{sz\gamma}$ automatisch um dieselbe Größenordnung gegenüber g^e_{szz} unterdrückt sein wie $g^e_{s\gamma\gamma}$. Tatsächlich erhält man durch Einsetzen der gefundenen Werte für v_m, v_m^+ bzw. v_m^- in $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$:

$$\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}} = \frac{2\left(c_w^2 - s_w^2\right) c_w s_w}{c_w^4\left(v_m + 2\right) + 2c_w^2 s_w^2 v_m + s_w^4\left(v_m + 2\right)} = (0.10 \pm 0.04) \cdot 10^{-2}.$$

Die Unterdrückung von $g^e_{sz\gamma}$ ist also von der nach Gleichung (74) zu erwartenden Größenordnung und das hier gefundene Verhältnis stimmt im Rahmen der Fehlergrenzen mit dem Wert $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}} = (0.46 \pm 0.33) \cdot 10^{-2}$ des χ^2-fits überein.

Ein analoges Vorgehen ist auch für andere Multipletts möglich und führt zu ähnlichen Resultaten. Für einige Spezialfälle von n sind diese in folgender Tabelle angegeben:

n	v_m^+	v_m	v_m^-	$\left\lvert\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}\right\rvert$
2	317	421.0	626	$(0.10 \pm 0.04) \cdot 10^{-2}$
3	238	315.9	470	$(0.04 \pm 0.02) \cdot 10^{-2}$
10	176	233.3	347	$(0.05 \pm 0.02) \cdot 10^{-2}$
100	157	210.0	314	$(0.09 \pm 0.03) \cdot 10^{-2}$

Tabelle 2: Werte des Aufspaltungsfaktors v_m für verschiedene bosonische Multipletts, die zum gewünschten Verhältnis $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = (0.17 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$ führen; $v_m^\pm$ bezieht sich hierbei auf den Wert, der die obere/untere Schranke des Verhältnisses reproduziert. Außerdem sind die Werte des resultierenden Verhältnisses $\left\lvert\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}\right\rvert$ angegeben.

An den gefundenen Resultaten in Tabelle 2 ist zu erkennen, dass die simultane Unterdrückung von $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ durch die Wahl von v_m sehr gut funktioniert.

Das Verhältnis $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ nimmt für dieselben Werte von v_m, die auch $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}} = 0.17 \cdot 10^{-2}$ erfüllen, die gewünschte Größenordnung an. Für einige Fälle von n ist die Unterdrückung von $g^e_{sz\gamma}$ sogar zu stark, so dass das Verhältnis $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ kleiner wird als mit den Fit-Werten verträglich.
Die Entwicklung der Verhältnisse $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ in Abhängigkeit von v_m ist auch an einer graphischen Darstellung gut zu erkennen.

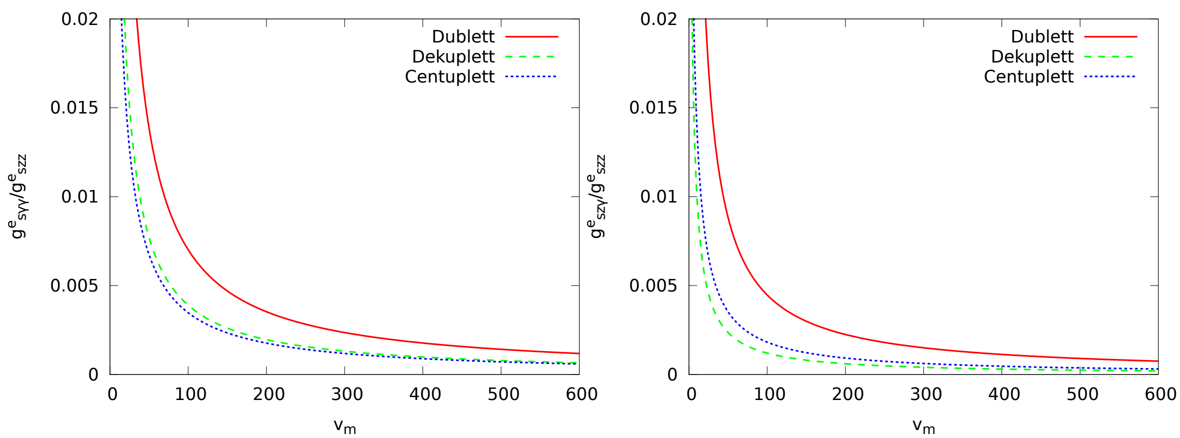


Abbildung 11: Verhältnisse der effektiven Kopplungen $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ in Abhängigkeit vom Aufspaltungsparameter v_m. Dargestellt sind die exemplarischen Fälle eines bosonischen Dubletts, Dekupletts und Centupletts ($n = 100$).

Die Kurven für beide Verhältnisse weisen den gleichen Verlauf auf und fallen für wachsende v_m stark ab. $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ können also gleichzeitig klein gewählt werden. Dieses Resultat unterscheidet sich deutlich vom entarteten Fall, wo stets nur eines der Verhältnisse $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ die gewünschte Größenordnung annehmen kann.
Weiterhin wird anhand obiger Untersuchungen jedoch deutlich, dass für eine Unterdrückung in der gewünschten Größenordnung sehr große Werte von v_m nötig sind. Mit steigender Anzahl an Multiplett-Komponenten nimmt der benötigte Wert zwar leicht ab, aber selbst für ein Centuplett ($n = 100$) bedarf es noch eines v_m von 210. Um die Problematik, die mit Aufspaltungsparametern dieser Größenordnung verbunden ist, zu verdeutlichen, soll noch einmal die Definition von v_m in Erinnerung gerufen werden:

$$v_m = \frac{t_{\Phi,b}}{n} \frac{v_h^2}{2m_{b,1}^2}.$$

$m_{b,1}$ kann als Masse der leichtesten, neutralen Komponente des bosonischen Multipletts nicht beliebig klein gewählt werden. Denn ein Teilchen, welches an Z-Bosonen koppelt und eine Masse kleiner als die halbe Z-Masse von 91.19 GeV aufweist, ist bereits mit LEP ausgeschlossen worden. Somit ist gefordert, dass $m_{b,1} > 46\,\text{GeV}$ erfüllt ist. Wird der hiernach gerade noch erlaubten Wert $m_{b,1} = 46\,\text{GeV}$ sowie $v_h = 246\,\text{GeV}$ in obige Relation eingesetzt, so erhält man für v_m folgende Einschränkung:

$$v_m < \frac{t_{\Phi,b}}{n} \cdot 14.3.$$

$t_{\Phi,b}$ sollte als Kopplung höchstens von der Größenordnung 1 sein, damit eine perturbative Behandlung gerechtfertigt werden kann. Dies bedeutet aber, dass v_m nicht beliebig groß gewählt werden darf und beispielsweise für ein Dublett maximal einen Wert von $v_m \approx 10$ annehmen kann. Für größere n verschiebt sich die obere Schranke an den Aufspaltungsparameter sogar noch weiter nach unten.
Vergleicht man dies nun mit den oben gefundenen Werten für v_m, wird eine klare Diskrepanz deutlich: Zur Unterdrückung von $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ sind offenbar so starke Massenaufspaltungen nötig, dass sich diese nicht mehr durch das angenommene Modell der Symmetriebrechung erklären lassen. Hier zeigt sich bereits, dass auch ein Modell mit nicht-entarteten Multipletts erhebliche Schwierigkeiten hat, die Verhältnisse der effektiven Kopplungen zu erklären.

5.3.2. Die Partialbreite $\Gamma_{S\to WW}$ im nicht-entarteten Fall

Als letztes soll nun die Auswirkung der Symmetriebrechung auf die effektive SWW-Kopplung näher untersucht werden.
Wie in Abschnitt 5.2.2 gefunden, führt die Aufhebung der Entartung dazu, dass im Ausdruck für den effektiven SWW-Vertex zusätzliche a_1-Terme auftreten. Aufgrund dieser können die beiden effektiven Kopplungen g^e_{szz} und g^e_{sww} nicht mehr direkt miteinander verglichen werden. Denn das Verhältnis $\frac{g^e_{sww}}{g^e_{szz}} = 0.64$, welches der χ^2-fit geliefert hat, wurde unter der Annahme gewonnen, dass in den effektiven Vertizes nur a_2-Terme auftreten. Somit ist dieses Resultat nicht mehr gültig, wenn in den SWW-Kopplung auch a_1-Terme zugelassen werden.
Anstatt die effektiven Kopplungen zu vergleichen, muss man also wieder zu den vollen Ausdrücken für die Partialbreiten $\Gamma_{S\to ZZ}$ und $\Gamma_{S\to WW}$ zurückkehren und fordern, dass gilt:

$$\frac{\Gamma_{S\to WW}}{\Gamma_{S\to ZZ}} \approx 8.$$

Für die Partialbreite $\Gamma_{S\to ZZ}$ bleibt der Ausdruck (21) aus Abschnitt 3.2 weiterhin gültig. Im Fall von $\Gamma_{S\to WW}$ jedoch müssen zusätzliche Beiträge durch die a_1-Terme berücksichtigt werden. Diese gehen in die Partialbreite quadratisch ein und führen außerdem zu Interferenzen mit den a_2-Termen. Ein Ausdruck für die Partialbreite in Abhängigkeit von den effektiven Kopplungen kann wie in Abschnitt 3.2 durch eine Ausführung der Phasenraumintegration mithilfe von „VBFNLO“ gewonnen werden:

$$\Gamma_{S\to WW} = \left[11.6 \left(\frac{g^{e}_{sww}}{\Lambda_5} \right)^2 + 22.6 \left(\frac{g^{a_1}_{sww}}{\Lambda_5} \right)^2 + 26.4 \left(\frac{g^{e}_{sww}}{\Lambda_5} \right) \left(\frac{g^{a_1}_{sww}}{\Lambda_5} \right) \right] \mathrm{GeV}^3. \quad (75)$$

Um zu untersuchen, wie sich die Symmetriebrechung auf $\Gamma_{S\to WW}$ und auf das Verhältnis $\frac{\Gamma_{S\to WW}}{\Gamma_{S\to ZZ}}$ auswirkt, ist es sinnvoll, die einzelnen Beiträge zum Ausdruck (75) getrennt zu betrachten. Wie schon im letzten Abschnitt ist vor allem das Verhalten der einzelnen Terme mit wachsendem Aufspaltungsparameter v_m von Interesse. Dieses lässt sich am einfachsten anhand einer Entwicklung der effektiven Kopplungen g^{e}_{sww} und $g^{a_1}_{sww}$ in Potenzen von $\frac{1}{v_m}$ analysieren. Hierbei wird wie in Abschnitt 5.3.1 angenommen, dass v_m groß ist. Betrachtet man den Fall eines bosonischen Dubletts, so lauten die führenden Terme der effektiven Kopplungen aus den Gleichungen (70) und (71):

$$g^{e}_{sww} = \frac{t_b g^2}{8\pi^2 m^2_{b,1}} \left(-\frac{\log(v_m+1)}{12 v_m} + \frac{1}{8 v_m} - \frac{\log(v_m+1)}{4 v_m^2} + ... \right) \quad (76)$$

$$g^{a_1}_{sww} = \frac{t_b g^2}{4\pi^2 m^2_{s}} \left(\frac{\log(v_m+1)}{2} - 1 + \frac{\log(v_m+1)}{v_m} + ... \right). \quad (77)$$

Auch für höhere Multipletts führt eine Entwicklung zu qualitativ ähnlichen Resultaten. An diesen kann direkt abgelesen werden, dass der Koeffizient der a_2-Terme mit wachsendem v_m wie $\frac{\log(v_m+1)}{v_m}$ gegen 0 strebt, während derjenige der a_1-Terme logarithmisch mit v_m anwächst. Dieses Verhalten wird auch anhand der Darstellung in Abbildung 12 deutlich.

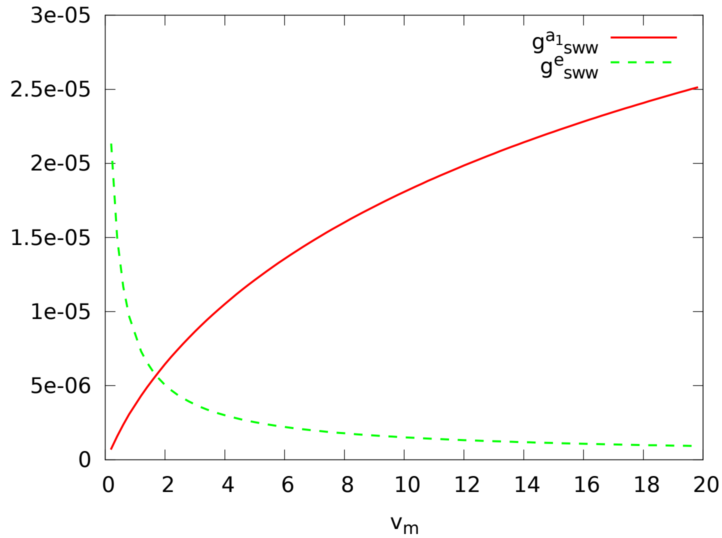


Abbildung 12: Verhalten der a_1- und der a_2-Terme in Abhängigkeit vom Aufspaltungsparameter v_m für ein bosonisches Dublett mit $m_{b,1} = 100\,\text{GeV}$ und $t_b = 1$.

Da die a_1-Terme oben als proportional zu $\frac{m_s^2}{2} g^{\mu\nu}$ definiert wurden, anstatt wie sonst üblich zu $g^{\mu\nu}$, können die Koeffizienten g^e_{sww} und $g^{a_1}_{sww}$ hier direkt miteinander verglichen werden.
Sowohl in Abbildung 12 als auch in der Entwicklung (76) ist erkennbar, dass die a_2-Terme stark mit v_m abfallen. Dieses Verhalten entspricht den Erwartungen. Denn steigende Werte von v_m bedeuten bei gleichbleibender Masse $m_{b,1}$ der leichtesten Komponente, dass die Masse der Teilchen in der Schleife insgesamt zunimmt. Für $v_m \to \infty$ gelangt man daher in den Entkopplungslimes, in dem die Beiträge der Schleifenteilchen zum effektiven Vertex verschwinden. Das Anwachsen der a_1-Beiträge mit v_m hingegen wirkt unphysikalisch und ist ein deutlicher Hinweis darauf, dass diese Terme erst durch die Brechung der Symmetrie zustande kommen.
In die Partialbreite $\Gamma_{S\to WW}$ gehen g^e_{sww} und $g^{a_1}_{sww}$ quadratisch ein, was das oben beobachtete Verhalten der Terme mit v_m noch verstärkt. Um die Größenordnungen der einzelnen Beiträge zu $\Gamma_{S\to WW}$ untereinander und mit $\Gamma_{S\to ZZ}$ vergleichen zu können, empfiehlt es sich, wieder eine graphische Darstellung zu betrachten. In Abbildung (13) sind daher die einzelnen Beiträge zu $\Gamma_{S\to WW}$ sowie die Partialbreite $\Gamma_{S\to ZZ}$ für den Fall eines Dubletts in Abhängigkeit von v_m dargestellt.

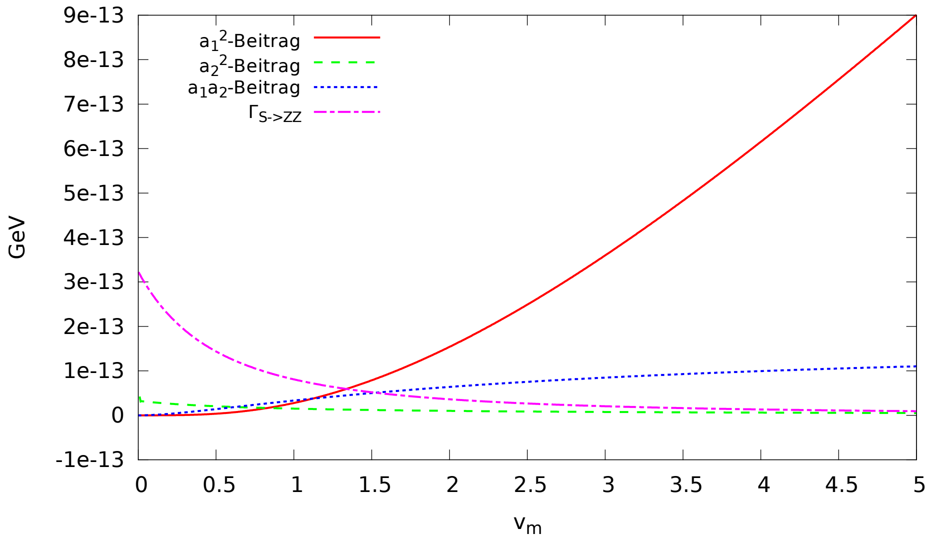


Abbildung 13: Verhalten der Partialbreite $\Gamma_{S\to ZZ}$ sowie der der a_1^2-, a_2^2- und der a_1a_2-Beiträge zu $\Gamma_{S\to WW}$ in Abhängigkeit vom Aufspaltungsparameter v_m für ein bosonisches Dublett mit $m_{b,1} = 100\,\mathrm{GeV}$ und $t_b = 1$.

Wie hier deutlich zu sehen ist, führt das starke Anwachsen der a_1-Beiträge dazu, dass diese die Partialbreite $\Gamma_{S\to WW}$ schon für kleine Werte von v_m vollkommen dominieren. Die a_2-Beiträge hingegen streben schnell gegen 0 und sind bereits oberhalb von $v_m \approx 2$ zu vernachlässigen. Weiterhin ist erkennbar, dass $\Gamma_{S\to ZZ}$ wie die a_2-Beiträge stark mit v_m abfällt. Dies entspricht den Erwartungen, da $\Gamma_{S\to ZZ}$ eine reine a_2-Struktur aufweist und die einzelnen Terme daher im Entkopplungslimes $v_m \to \infty$ verschwinden.
Vergleicht man nun $\Gamma_{S\to ZZ}$ mit den einzelnen Beiträgen zu $\Gamma_{S\to WW}$, so wird deutlich, dass das Verhältnis $\frac{\Gamma_{S\to WW}}{\Gamma_{S\to ZZ}}$ nur im Bereich sehr kleiner v_m den gewünschten Wert $\frac{\Gamma_{S\to WW}}{\Gamma_{S\to ZZ}} \approx 8$ annehmen kann. Denn aufgrund der wie $\log^2(v_m + 1)$ anwachsenden a_1-Beiträge wird $\Gamma_{S\to WW}$ für Werte von $v_m \gtrsim 2$ im Vergleich zu $\Gamma_{S\to ZZ}$ schnell viel zu groß. Ein ähnliches Bild ergibt sich auch für andere bosonische Multipletts. Dies aber steht in starkem Widerspruch zu den Resultaten des letzten Abschnitts. Dort wurde gezeigt, dass Werte von $v_m \approx 100$ benötigt werden, um die gewünschte Größenordnung für die Verhältnisse $\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{g^e_{szz}}$ und $\frac{g^e_{sz\gamma}}{g^e_{szz}}$ zu erreichen.

5.4. Zusammenfassung des nicht-entarteten Falls

Wie der letzte Abschnitt verdeutlicht hat, ist es auch im Fall nicht-entarteter Multipletts als Vermittler-Teilchen nicht ohne Weiteres möglich, die Werte der effektiven Kopplungen so zu reproduzieren, dass die vier Partialbreiten $\Gamma_{S\to\gamma\gamma}$, $\Gamma_{S\to Z\gamma}$, $\Gamma_{S\to ZZ}$ und $\Gamma_{S\to WW}$ die experimentellen Werte annehmen. Die Unterdrückung der Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ gegenüber g^e_{szz} verlangt sehr große Werte v_m, also große Massenaufspaltungen innerhalb der Multipletts. Die damit verbundene starke Brechung der SU(2)-Symmetrie führt aber dazu, dass im effektiven SWW-Vertex sehr große a_1-Terme auftreten, welche die Partialbreite $\Gamma_{S\to WW}$ gegenüber den anderen übermäßig anwachsen lassen.

Es könnte nun versucht werden, mehrere Multipletts einzuführen und die Verhältnisse der g^e_{sxx} bzw. der Partialbreiten durch eine geschickte Wahl der Kopplungen t_{b_i} der Schleifenteilchen an das S zu reproduzieren. Beispielsweise könnten die Kopplungen so gewählt werden, dass sich die Beiträge der unterschiedlichen Multipletts zu $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ gegenseitig nahezu vollständig aufheben. Dadurch könnte möglicherweise schon im Bereich kleiner v_m, wo die a_1-Terme in $\Gamma_{S\to WW}$ noch moderat sind, die nötige Unterdrückung dieser beiden Kopplungen erreicht werden. Allerdings würde dies auch in g^e_{szz} zu Kanzellierungen der einzelnen Beiträge führen. Dies ist an der Struktur der effektiven Kopplungen in Gleichung (72) direkt abzulesen. Somit wäre ein erhebliches „fine-tuning" notwendig, um die gewünschte Reduktion von $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ zu erreichen, ohne gleichzeitig g^e_{szz} zu sehr zu vermindern.

Andersherum könnte auch versucht werden, große v_m zuzulassen, und die Kopplungen der unterschiedlichen Multipletts so zu wählen, dass sich deren a_1-Beiträge gegenseitig kompensieren. Allerdings wäre auch hierzu eine extrem genaue Abstimmung der einzelnen Kopplungen aufeinander notwendig. Außerdem bestünde in diesem Fall immer noch das Problem, dass sich große Werte von v_m nicht mehr mit oben angenommenem Modell der Symmetriebrechung erklären lassen.

Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass auch das nicht-entartete Modell die benötigten Größenverhältnisse der effektiven Kopplungen nicht, oder nur unter erheblichen Anstrengungen und mit genau austarierten Modell-Parametern, reproduzieren kann. Dies wiederum zeigt deutlich, dass der Versuch, die 126 GeV-Resonanz durch ein neutrales skalares Singulett S zu beschreiben, welches nur über Schleifen an die Eichbosonen koppelt, zu großen Schwierigkeiten führt.

5.5. Mischungen zwischen dem Singulett S und dem Higgsboson

Zum Abschluss des Kapitels soll noch untersucht werden, inwiefern eine Mischung zwischen dem Singulett S und dem Higgsboson H die bisherigen Untersuchungen beeinflusst. Wie in Abschnitt 5.1.2 erwähnt, kann die Kopplung der Schleifenteilchen an das Higgsboson zu einer solchen Mischung führen. Verantwortlich dafür sind die folgenden Feynmangraphen:

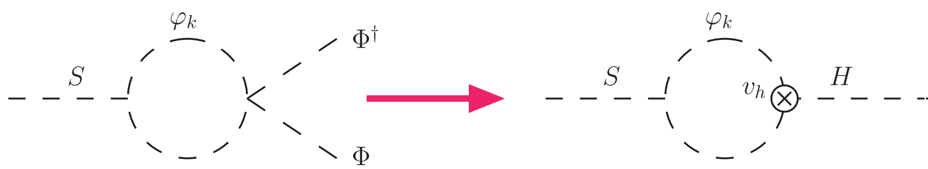


Abbildung 14: Feynmangraphen, die zu Mischungen zwischen S und H führen können.

Die aus diesen Graphen resultierenden Effekte wurden bisher vernachlässigt, müssen aber für ein konsistentes Modell noch berücksichtigt werden.
Um zu verdeutlichen, was eine Mischung zwischen S und H bedeutet, soll noch einmal auf Abschnitt 2.1.3 verwiesen werden. Dort wurde gezeigt, dass die Terme

$$t_1 S\Phi^\dagger\Phi \quad \text{und} \quad t_2 SS\Phi^\dagger\Phi$$

aus der Lagrangedichte (1) zu Übergängen zwischen S und H führen können. Dies wurde mithilfe einer Mischungsmatrix dargestellt, deren Nebendiagonalelemente $\frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2}$ für diese Übergänge verantwortlich sind. Eine Mischung zwischen S und H führt aber dazu, dass diese keine Masseneigenzustände mehr sind und die entdeckte 126 GeV-Resonanz folglich kein reines S mehr sein kann. Vielmehr muss die entdeckte Resonanz eine Linearkombination der beiden Skalare sein. Je größer nun der Anteil des Higgsbosons an der 126 GeV-Resonanz ist, umso stärker werden deren Kopplungen an die Eichbosonen durch die Higgskopplungen bestimmt. Sinn und Zweck der bisherigen Betrachtung war es jedoch, zu untersuchen, ob die beobachteten Kopplungen der 126 GeV-Resonanz über rein Schleifen-induzierte effektive Vertizes reproduziert werden können. Für die durchgeführten Analysen musste daher vorausgesetzt werden, dass keine Mischungen auftreten, oder dass diese zumindest vernachlässigbar klein sind. Dies wurde dadurch erreicht, dass in der ursprünglichen Lagrangedichte $t_1 = 0$ gesetzt wurde, was wiederum die Annahme des Falls $v_s = 0$ ermöglichte. Mit dieser Wahl verschwinden die Nebendiagonalelemente der Mischungsmatrix und S ist ein Masseneigenzustand.

Nun jedoch liefern die Feynmangraphen in Abbildung 14 Beiträge zum effektiven $t_1 S\Phi^\dagger\Phi$-Vertex und führen beim Übergang zum Vakuumerwartungswert zu Mischungen zwischen S und H. Diese Mischungseffekte können durch eine geeignete Wahl der Feldstärke-Renormierungskonstanten für S und H zum Verschwinden gebracht werden, wie in Anhang A.5 explizit demonstriert wird. Das Vorgehen erfolgt hierbei in Analogie zur Behandlung der Mischung zwischen dem Photon und dem Z-Boson [37].
Mischungen zwischen S und H über Schleifen müssen folglich nicht berücksichtigt werden. Allerdings machen die Feynmangraphen in Abbildung 14, die zu effektiven $t_1 S\Phi^\dagger\Phi$-Vertizes führen, eine Wahl $t_1 = 0$ in der ursprünglichen Lagrangedichte

unmöglich. Denn bei der Berechnung dieser Graphen treten UV-Divergenzen auf, welche durch die Einführung entsprechender Counter-Terme aufgehoben werden müssen. Ohne einen t_1-Term in der Lagrangedichte können solche Counter-Terme jedoch nicht definiert werden. Mit $t_1 \neq 0$ wiederum muss das Singulett S auch einen Vakuumerwartungswert v_s erhalten. Dies wurde in Abschnitt 2.1.1 ausführlich diskutiert. Ein nicht verschwindendes v_s schließlich führt dazu, dass auch der Term $t_2 SS\Phi^\dagger\Phi$ aus Gleichung (1) zu S-H-Mischungen führen kann.

Entscheidend ist nun die Frage, ob diese Mischungseffekte, die aus den t_1- und t_2-Termen der skalaren Lagrangedichte resultieren, klein genug gewählt werden können, dass eine Vernachlässigung gerechtfertigt ist. Daher muss untersucht werden, ob im Limes $t_1 \to 0$ eine Entkopplung von S und H erreicht werden kann. Denn in diesem Fall kann ein nicht verschwindendes t_1 gewählt werden, welches die Einführung eines Counter-Terms ermöglicht, gleichzeitig aber klein genug ist, dass Mischungseffekte vernachlässigt werden können.
Da für die Größe der Mischungsterme $\frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2}$ neben t_1 auch v_s entscheidend ist, muss zur Beantwortung dieser Frage untersucht werden, wie sich der Vakuumerwartungswert v_s im Limes $t_1 \to 0$ verhält. In Abschnitt 2.1.1 wurde darauf hingewiesen, dass die Ausdrücke, die sich im Fall $t_1 \neq 0$ für v_s ergeben, im Allgemeinen sehr kompliziert sind. Um einfachere Ausdrücke zu erhalten, sollen nun lediglich die Terme der skalaren Lagrangedichte betrachtet werden, die notwendig sind, um ein konsistentes Modell zu erhalten. In Gleichung (1) werden daher $\lambda_{3s} = 0$ und $\lambda_{4s} = 0$ gesetzt. Die Minimierung des Potentials liefert dann für die Vakuumerwartungswerte:

$$\begin{aligned} v_h &= \pm \sqrt{\frac{-\left(\mu_h^2 + t_1 \frac{v_s}{\sqrt{2}} + \frac{t_2}{2} v_s^2\right)}{\lambda_h}} \\ v_s &= \frac{t_1 v_h^2}{\sqrt{2}\left(2\mu_s^2 - t_2 v_h^2\right)}. \end{aligned}$$

Hieran ist zu erkennen, dass der Vakuumerwartungswert v_s im Limes $t_1 \to 0$ verschwindet und daher auch die Mischungsterme $\frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2}$ beliebig klein werden. Folglich kann dadurch, dass t_1 klein genug gewählt wird, erreicht werden, dass S und H nahezu entkoppeln und in guter Näherung als Masseneigenzustände betrachtet werden können. Dies rechtfertigt im Nachhinein die getroffene Annahme, dass die 126 GeV-Resonanz als reines Singulett S betrachtet werden kann.

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Diplomarbeit wurde die Möglichkeit untersucht, dass es sich bei der am LHC entdeckten 126 GeV-Resonanz nicht um das Higgsboson handelt sondern um ein neutrales, skalares Singulett S. Ein solches koppelt an die SM-Teilchen nur über Schleifen, in denen schwere nicht-SM-Teilchen umlaufen. Damit steht es in starkem Gegensatz zum Higgsboson, welches an alle massiven Teilchen über einen Vakuumerwartungswert koppelt, dessen Wechselwirkungen mit masselosen Teilchen jedoch ebenfalls Schleifen-induziert sind.

In Kapitel 2 wurde das zu betrachtende Modell definiert. Hierzu wurde zunächst die allgemeinst mögliche skalare Lagrangedichte, die nur aus dem skalaren Singulett S und dem Higgsdublett Φ aufgebaut ist, untersucht. Ein besonderes Interesse galt hierbei den Extrema des verallgemeinerten Potentials sowie einer möglichen Mischung zwischen den beiden Skalaren. Die Parameter der skalaren Lagrangedichte wurden dann so gewählt, dass keine Mischungseffekte zwischen dem Singulett und dem Higgsboson auftreten und S keinen Vakuumerwartungswert annimmt. Anschließend wurde im Rahmen einer effektiven Theorie eine Wechselwirkungslagrangedichte konstruiert, welche Kopplungen des S an die Eichbosonen beschreibt. Hierbei wurde auch auf den Zusammenhang zwischen effektiver Theorie und zugrunde liegender Physik kurz eingegangen. Als letztes wurden die Feynmanregeln, die sich aus der effektiven Lagrangedichte ableiten lassen, angegeben.

Kapitel 3 beschäftigte sich mit der Frage, wie die Parameter der effektiven Theorie zu wählen sind, damit die am LHC gemessenen Produktions- und Zerfallsraten der 126 GeV-Resonanz reproduziert werden können. Als Zerfallskanäle wurden hierbei Zerfälle in Eichbosonpaare betrachtet, während als Produktionskanäle Vektorbosonfusion (VBF) und Gluonfusion angenommen wurden. Zunächst wurde anhand der vier Partialbreiten $\Gamma_{S\to\gamma\gamma}$, $\Gamma_{S\to Z\gamma}$, $\Gamma_{S\to ZZ}$ und $\Gamma_{S\to WW}$ grob abgeschätzt, wie sich die effektiven Kopplungen $g^{e/o}_{sxx}$ zueinander verhalten müssen, damit die Verhältnisse der Partialbreiten die SM-Werte annehmen. Anschließend wurde mithilfe eines χ^2-fits der Satz effektiver Kopplungen bestimmt, der die am LHC gemessenen Daten am besten beschreibt. Das Ergebnis dieser Untersuchungen zeigte, dass die effektiven Kopplungen $g^{e/o}_{s\gamma\gamma}$, $g^{e/o}_{sz\gamma}$ und $g^{e/o}_{sgg}$ um mehr als zwei Größenordnungen kleiner gewählt werden müssen als $g^{e/o}_{szz}$ und $g^{e/o}_{sww}$, wenn die Beobachtungen am LHC bzw. die SM-Erwartungen korrekt reproduziert werden sollen.
Dieser beträchtliche Größenunterschied macht einen gemeinsamen Ursprung aller Kopplungen des S an Eichbosonen in demselben zugrunde liegenden Modell sehr unwahrscheinlich. Vielmehr können die gefundenen Resultate als Hinweis dafür gewertet werden, dass es sich bei der 126 GeV-Resonanz um ein Teilchen handeln

muss, welches einen fundamentalen Unterschied in seinen Kopplungen an massive und an masselose Eichbosonen aufweist.

Dennoch wurde in Kapitel 4 untersucht, ob es möglich ist, das Modell, welches der effektiven Theorie zugrunde liegt, so zu entwerfen, dass die benötigten Größenverhältnisse der effektiven Kopplungen erklärt werden. Zur Konstruktion des Modells wurden bosonische und fermionische Multipletts eingeführt, welche als Vermittler-Teilchen in den Schleifen der effektiven Vertizes umlaufen. Ihre Kopplungen an das S und an die Eichbosonen wurden spezifiziert und die daraus resultierenden Feynmanregeln abgeleitet. Anschließend wurden Ausdrücke für die effektiven Kopplungen hergeleitet, welche sich aus den Schleifen ergeben. Eine nachfolgende Untersuchung dieser Ausdrücke zeigte, dass es nicht möglich ist, die Parameter des fundamentalen Modells so zu wählen, dass die benötigten Größenverhältnisse der effektiven Kopplungen reproduziert werden. Der Grund hierfür ist in der Eichsymmetrie zu suchen, welche den Kopplungen der Vermittler-Teilchen an die Vektorbosonen zugrunde liegt. Diese bewirkt, dass die Ausdrücke für die effektiven Kopplungen, die sich aus den Schleifen ergeben, nicht unabhängig voneinander sind.

In Kapitel 5 wurde daher untersucht, ob sich das Problem durch eine Brechung der SU(2)-Symmetrie der eingeführten Multipletts lösen lässt. Die Idee hierbei war, die Unterdrückung der Kopplungen $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ gegenüber g^e_{szz} und g^e_{sww} durch die Annahme zu erreichen, dass die Multipletts jeweils eine leichte, neutrale Komponente enthalten. Diese trägt aufgrund ihrer Neutralität nicht zu den effektiven $S\gamma\gamma$- und $SZ\gamma$-Kopplungen bei. Sie liefert aber Beiträge zu g^e_{szz} und g^e_{sww}, welche sehr groß sein können, wenn die Masse der neutralen Komponente gegenüber den Massen der anderen Komponenten klein genug gewählt wird. Für eine genauere Untersuchung dieser Idee wurde zunächst erläutert, wie die Aufhebung der Entartung innerhalb der Multipletts erreicht werden kann. Hierzu wurden Kopplungen der Vermittler-Teilchen an das Higgsdublett Φ definiert und das Massenspektrum dargelegt, welches sich aus diesen nach dem Übergang zum Vakuumerwartungswert ergibt. Anschließend wurden Ausdrücke für die effektiven Kopplungen, die im Falle nicht-entarteter Multipletts aus den Schleifen resultieren, hergeleitet. Hierbei stellte sich heraus, dass in den effektiven SWW-Kopplungen durch die Symmetriebrechung a_1-Kopplungsterme entstehen. Diese wachsen logarithmisch mit dem „Massenaufspaltungs-Parameter“ v_m an, der die Stärke der Symmetriebrechung angibt. Eine Untersuchung der Verhältnisse der effektiven Kopplungen zeigte dann, dass es möglich ist die Unterdrückung von $g^e_{s\gamma\gamma}$ und $g^e_{sz\gamma}$ gegenüber g^e_{szz} zu erreichen, indem v_m groß genug gewählt wird. Allerdings führt die damit verbundene starke Symmetriebrechung dazu, dass die a_1-Terme der effektiven SWW-Kopplung schnell anwachsen. Dadurch gewinnt die Partialbreite $\Gamma_{S\to WW}$ gegenüber den anderen zu sehr an Bedeutung und die

Verhältnisse $\frac{\Gamma_{S\to WW}}{\Gamma_{S\to YY}}$ nehmen nicht mehr die gewünschten Werte an.

Als letztes wurde überprüft, welche Effekte Mischungen zwischen dem Singulett S und dem Higgsboson, die durch die Kopplung der Schleifenteilchen an das Higgsboson zustande kommen, auf die erhaltenen Resultate haben. Hierbei stellte sich heraus, dass Mischungseffekte vernachlässigt werden können, wenn die Parameter der Lagrangedichte entsprechend gewählt werden.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass nahezu ausgeschlossen werden kann, dass es sich bei der am LHC entdeckten 126 GeV-Resonanz um ein neutrales, skalares Singulett handelt. Die starken Größenunterschiede in den effektiven Kopplungen, die für ein solches benötigt werden, um die LHC-Daten korrekt wiederzugeben, können nicht durch ein zugrunde liegendes Modell reproduziert werden. Für entartete Multipletts als Schleifenteilchen bewirkt die Eichsymmetrie, dass die verschiedenen Kopplungen nicht unabhängig voneinander gewählt werden können. Dies gilt losgelöst von Anzahl und Art der eingeführten Multipletts. Im Fall nicht-entarteter Multipletts wiederum führt die Brechung der SU(2)-Symmetrie dazu, dass die effektive SWW-Kopplung große zusätzliche Beiträge erhält. Durch Einführung mehrerer Multipletts und exaktes Austarieren der Parameter könnten im nicht-entarteten Fall möglicherweise die benötigten Größenverhältnisse der effektiven Kopplungen erreicht werden. Allerdings wäre hierzu ein erhebliches „fine-tuning“ notwendig und ein entsprechendes Modell ist daher wenig sinnvoll.
Die am LHC entdeckte 126 GeV-Resonanz muss demnach mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Teilchen sein, welches in seinen Kopplungen an Eichbosonen konzeptionell zwischen massiven und masselosen Eichbosonen unterscheidet, oder anders ausgedrückt: ein Higgsboson.

A. Anhang

A.1. Operatorumfomungen

A.1.1. Der Operator $O^{(7)}_{WdS}$

In Abschnitt 2.2.4 wird erwähnt, dass die $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Beiträge des Operators $O^{(7)}_{WdS}$ nicht linear unabhängig von den Beiträgen der anderen dort behandelten Operatoren sind. Dies soll hier explizit gezeigt werden. Dazu muss $O^{(7)}_{WdS}$ zunächst mittels partieller Integration umgeformt werden.

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}^{(7)}_{WdS} &= \int d^4x \, O^{(7)}_{WdS} \qquad (78)\\
&= \int d^4x \, \left\{ \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) \left(\partial^\nu S\right) \right\} \\
&= - \int d^4x \left\{ \left(D^\nu \Phi\right)^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) S \; + \; \underbrace{\Phi^\dagger D^\nu \hat{W}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) S}_{\boldsymbol{(I)}} \; + \; \underbrace{\Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \left(D^\nu D^\mu \Phi\right) S}_{\boldsymbol{(II)}} \right\} .
\end{aligned}$$

Der erste Term in der letzten Zeile entspricht dem Operator $O^{(7)}_{W}$ aus Abschnitt 2.2.4. Die beiden anderen Terme können noch weiter umgeformt werden.

Für $\boldsymbol{(I)}$ findet man:

$$\begin{aligned}
\Phi^\dagger D^\nu \hat{W}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) S &= ig \left[D^\nu W^a_{\mu\nu} \right] \Phi^\dagger \frac{\sigma^a}{2} \left(D^\mu \Phi\right) S \\
&= \frac{ig^2}{2} \left[\left(\Phi^\dagger i \overleftrightarrow{D^a_\mu} \Phi + \bar{l} \gamma_\mu \sigma^a l + \bar{q} \gamma_\mu \sigma^a q \right) \right] \Phi^\dagger \frac{\sigma^a}{2} \left(D^\mu \Phi\right) S. \qquad (79)
\end{aligned}$$

Hierbei wurde in der zweiten Zeile die Bewegungsgleichung

$$D^\nu W^a_{\mu\nu} = \frac{g}{2} \left(\Phi^\dagger i \overleftrightarrow{D^a_\mu} \Phi + \bar{l} \gamma_\mu \sigma^a l + \bar{q} \gamma_\mu \sigma^a q \right)$$

für die Feldstärketensoren verwendet [38]. Außerdem steht $\Phi^\dagger i \overleftrightarrow{D^a_\mu} \Phi$ für die hermitesche Ableitung: $\Phi^\dagger i \overleftrightarrow{D^a_\mu} \Phi = i \left[\Phi^\dagger \sigma^a \left(D^\mu \Phi\right) - \left(D^\mu \Phi\right)^\dagger \sigma^a \Phi \right]$.

Die hier auftauchenden fermionischen Terme liefern keinen Beitrag zu den SVV-Vertizes. Weiterhin kann man zeigen, dass der noch verbleibende Term

$$\begin{aligned}
& ig\left[\frac{g}{2}\left(\Phi^\dagger i\overleftrightarrow{D}^a_\mu\Phi\right)\right]\Phi^\dagger\frac{\sigma^a}{2}\left(D^\mu\Phi\right)S \qquad (80)\\
=& -g^2\left[\left(\Phi^\dagger\frac{\sigma^a}{2}D_\mu\Phi\right)-\left(\Phi^\dagger\frac{\sigma^a}{2}D_\mu\Phi\right)^\dagger\right]\left[\Phi^\dagger\frac{\sigma^a}{2}D^\mu\Phi\right]S\\
=& -g^2\left[\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D_\mu\Phi\right)\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D^\mu\Phi\right)-\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D_\mu\Phi\right)^\dagger\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D^\mu\Phi\right)\right]S
\end{aligned}$$

direkt proportional zum Operator O_{DD} ist. Dazu muss der hier immer wieder auftretende Baustein $\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D_\mu\Phi\right)$ ausgeschrieben werden. Für $\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T$ lautet er:

$$\begin{aligned}
&\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D_\mu\Phi\right)\\
&\overset{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix}0\\ v_h\end{pmatrix}^T\frac{\vec{\sigma}}{2}\left(\partial_\mu+i\frac{g'}{2}B_\mu+i\frac{g}{2}W^b_\mu\sigma^b\right)\begin{pmatrix}0\\ v_h\end{pmatrix}\right]\\
&= \frac{1}{2}\left[\begin{pmatrix}0\\ v_h\end{pmatrix}^T\frac{\vec{\sigma}}{2}\left(i\frac{g'}{2}B_\mu+i\frac{g}{2}\begin{pmatrix}W^3_\mu & W^1_\mu-iW^2_\mu\\ W^1_\mu+iW^2_\mu & -W^3_\mu\end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix}0\\ v_h\end{pmatrix}\right]\\
&= \frac{g}{8}v_h^2\left\{\begin{array}{c} i\left(W^1_\mu-iW^2_\mu\right)\\ -\left(W^1_\mu-iW^2_\mu\right)\\ \frac{i}{c_w}\left(c_wW^3_\mu-s_wB_\mu\right)\end{array}\right\}.
\end{aligned}$$

Damit erhält man für den ersten Term in Gleichung (80):

$$\begin{aligned}
&\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D_\mu\Phi\right)\left(\Phi^\dagger\frac{\vec{\sigma}}{2}D^\mu\Phi\right)\\
&\overset{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \frac{g^2}{8^2}v_h^4\left[-2W^+_\mu W^{\mu+}+2W^+_\mu W^{\mu+}-\frac{1}{c_w^2}Z_\mu Z^\mu\right]\\
&= -\frac{g^2}{8^2}v_h^4\frac{1}{c_w^2}Z_\mu Z^\mu.
\end{aligned}$$

und für den zweiten Term:

$$\left(\Phi^\dagger \frac{\vec{\sigma}}{2} D_\mu \Phi\right)^\dagger \left(\Phi^\dagger \frac{\vec{\sigma}}{2} D^\mu \Phi\right)$$
$$\stackrel{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \frac{g^2}{8^2} v_h^4 \left[2W_\mu^+ W^{\mu-} + 2W_\mu^+ W^{\mu-} + \frac{1}{c_w^2} Z_\mu Z^\mu\right].$$

Insgesamt also gilt für $\boldsymbol{(I)}$:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{(I)} &\doteq \tfrac{g^4}{8^2} v_h^4 \tfrac{1}{c_w^2} Z_\mu Z^\mu + \tfrac{g^4}{8^2} v_h^4 \left[2W_\mu^+ W^{\mu-} + 2W_\mu^+ W^{\mu-} + \tfrac{1}{c_w^2} Z_\mu Z^\mu\right] S \\
&= \tfrac{g^4}{32} v_h^4 \left[2W_\mu^+ W^{\mu-} + \tfrac{1}{c_w^2} Z_\mu Z^\mu\right] S \\
&= g^2 \tfrac{v_h^2}{4} \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger \left(D^\mu \Phi\right)\Big|_{\Phi\to\left(0,\frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}.
\end{aligned}$$

was bis auf einen Vorfaktor dem Operator O_{DD} entspricht. Das Symbol $\doteq$ soll hier andeuten, dass die Äquivalenz nur für die Terme gilt, die Beiträge zu den effektiven SVV-Vertizes liefern.

Auch $\boldsymbol{(II)}$ führt nicht zu unabhängigen Beiträge, wie folgende Umformung zeigt:

$\boldsymbol{(II)}$

$$\begin{aligned}
&\Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \left(D^\nu D^\mu \Phi\right) S \\
&\quad = \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \left(\left(\partial^\nu + i\frac{g'}{2} B^\nu + i\frac{g}{2}\sigma^b W^{b\nu}\right)\left(\partial^\mu + i\frac{g'}{2} B^\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a W^{a\mu}\right)\Phi\right) S \\
&\quad \doteq \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \left(i\frac{g'}{2}\partial^\nu B^\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a \partial^\nu W^{a\mu}\right)\Phi \cdot S \\
&\quad \doteq -\frac{1}{2}\Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu}\left(\hat{B}^{\mu\nu} + \hat{W}^{\mu\nu}\right)\Phi \cdot S \\
&\quad = -\frac{1}{2}\left(O_{BW}^{(7)} + O_{WW}^{(7)}\right).
\end{aligned}$$

In der dritten Zeile wurde wieder verwendet, dass für Φ am Ende der Vakuumerwartungswert genommen wird, und der Term $\partial^\nu \Phi$ deshalb wegfällt. Außerdem werden mit $\doteq$ wieder nur die Terme berücksichtigt, die zu den effektiven SVV-Vertizes beitragen. Offensichtlich entsprechen also die Beiträge, die der Operator $O_{WdS}^{(7)}$ zu den SVV-Vertizes liefert, gerade denen der Operatoren O_{DD}, $O_{BW}^{(7)}$ und $O_{BB}^{(7)}$. Betrachtet man speziell nur die Terme der Form $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$, dann kann der Operator $O_{WdS}^{(7)}$ sogar allein durch $O_{BW}^{(7)}$ und $O_{BB}^{(7)}$ ausgedrückt werden.

A.1.2. Der Operator $O_{BdS}^{(7)}$

Auch der Operator $O_{BdS}^{(7)} = \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) \left(\partial^\nu S\right)$ liefert keine linear unabhängigen $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Beiträge. Er kann wie $O_{WdS}^{(7)}$ über partielle Integration umgeformt werden zu:

$$\left(D^\nu \Phi\right)^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) S + \Phi^\dagger D^\nu \hat{B}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) S + \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \left(D^\nu D^\mu \Phi\right) S. \tag{81}$$

Der ersten Term ist äquivalent zu dem Operator $O_B^{(7)}$. Der zweite kann wie der Term (I) in $O_{WdS}^{(7)}$ behandelt werden, wobei hier die Bewegungsgleichung für $B_{\mu\nu}$ anzuwenden ist. Diese lautet [38]:

$$D^\nu B_{\mu\nu} = \partial^\nu B_{\mu\nu} = g' \left(\frac{1}{2} \Phi^\dagger i \overleftrightarrow{D_\mu} \Phi + \sum_{\psi \in \{l,e,q,u,d\}} Y_\psi \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \right).$$

Die hermitesche Ableitung ist hierbei definiert als: $\Phi^\dagger i \overleftrightarrow{D_\mu} \Phi = i \left[\Phi^\dagger \left(D_\mu \Phi\right) - \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger \Phi \right]$. Angewendet auf den zweiten Term in Gleichung (81) und unter Vernachlässigung der fermionischen Terme führt dies zu:

$$\begin{aligned}
&\Phi^\dagger D^\nu \hat{B}_{\mu\nu} \left(D^\mu \Phi\right) S \\
&\quad \doteq \quad -\frac{g'^2}{4} \left[\Phi^\dagger \left(D_\mu \Phi\right) - \left(D_\mu \Phi\right)^\dagger \Phi \right] \Phi^\dagger \left(D^\mu \Phi\right) S \\
&\quad \overset{\Phi \to \left(0, \frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}{=} \quad -\frac{g'^2}{4} \left[-i \frac{v_h^2}{4} \frac{g}{c_w} Z_\mu - i \frac{v_h^2}{4} \frac{g}{c_w} Z_\mu \right] \left[-i \frac{v_h^2}{4} \frac{g}{c_w} Z^\mu \right] S \\
&\quad = \quad \frac{g^2 g'^2}{2 c_w^2} \frac{v_h^4}{16} Z_\mu Z^\mu S \\
&\quad = \quad \frac{g'^2}{2} O_{\Phi,1}^{(7)} \bigg|_{\Phi \to \left(0, \frac{v_h}{\sqrt{2}}\right)^T}.
\end{aligned}$$

Der dritte Term in Gleichung (81) schließlich liefert:

$$
\begin{aligned}
&\Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \left(D^\nu D^\mu \Phi\right) S \\
&\qquad = \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \left(\left(\partial^\nu + i\frac{g'}{2}B^\nu + i\frac{g}{2}\sigma^b W^{b\nu}\right)\left(\partial^\mu + i\frac{g'}{2}B^\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a W^{a\mu}\right)\Phi\right) S \\
&\qquad \doteq \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \left(i\frac{g'}{2}\partial^\nu B^\mu + i\frac{g}{2}\sigma^a \partial^\nu W^{a\mu}\right)\Phi \cdot S \\
&\qquad \doteq -\frac{1}{2}\Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu}\left(\hat{B}^{\mu\nu} + \hat{W}^{\mu\nu}\right)\Phi \cdot S \\
&\qquad = -\frac{1}{2}\left(O^{(7)}_{BB} + O^{(7)}_{BW}\right).
\end{aligned}
$$

In der dritten Zeile wurde wieder verwendet, dass für Φ am Ende der Vakuumerwartungswert genommen wird, und der Term $\partial^\nu \Phi$ deshalb wegfällt. Außerdem werden mit $\doteq$ wieder nur die Terme berücksichtigt, die zu den effektiven SVV-Vertizes beitragen. Auch der Operator $O^{(7)}_{BdS}$ liefert also zu den SVV-Vertizes nur Beiträge, die sich auch durch andere Dimension-7-Operatoren ausdrücken lassen. Weiterhin können die $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Terme des Operators $O^{(7)}_{BdS}$ allein durch die der Operatoren $O^{(7)}_{BB}$ und $O^{(7)}_{BW}$ dargestellt werden.

A.1.3. Die Operatoren $O^{(7)}_{DW}$ und $O^{(7)}_{DB}$

Der Operator $O^{(7)}_{DW} = Tr\left[\left[D_\mu, \hat{W}_{\nu\rho}\right]\left[D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}\right]\right] S$ kann ebenfalls auf die anderen Operatoren zurückgeführt werden, wenn nur die Beiträge der Form $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$ betrachtet werden. Zunächst ist leicht ersichtlich, dass von den Termen, die sich aus den Kommutatoren ergeben, nur der Term mit zwei partiellen Ableitungen $\left(\partial_\mu \hat{W}^a_{\nu\rho}\right)\left(\partial^\mu \hat{W}^{a\nu\rho}\right) S$ zu einem Beitrag zum SVV-Vertex führt; alle anderen enthalten zusätzliche Eichbosonen. Dieser Term kann nun wieder mittels partieller Integration umgeformt werden:

$$
\begin{aligned}
S^{(7)}_{DW} &= \int d^4x \left(\partial_\mu \hat{W}^a_{\nu\rho}\right)\left(\partial^\mu \hat{W}^{a\nu\rho}\right) S \\
&= -\int d^4x \left(\hat{W}^a_{\nu\rho}\left(\Box \hat{W}^{a\nu\rho}\right) S + \hat{W}^a_{\nu\rho}\left(\partial^\mu \hat{W}^{a\nu\rho}\right)\partial_\mu S\right) \\
&= -\int d^4x \Big(\underbrace{\hat{W}^a_{\nu\rho}\left(\Box \hat{W}^{a\nu\rho}\right) S}_{\boldsymbol{(I)}} - \underbrace{\frac{1}{2}\hat{W}^a_{\nu\rho}\hat{W}^{a\nu\rho}\Box S}_{\boldsymbol{(II)}}\Big).
\end{aligned}
$$

Der zweite Term liefert mit der Bewegungsgleichung für S

$$\Box S = -m_s^2 S$$

$\frac{m_s^2}{2}\hat{W}^a_{\nu\rho}\hat{W}^{a\nu\rho}S$ also einen Beitrag analog zum Operator O_{WW}. Der erste Term kann durch Anwenden der Bianchi-Identität, der Bewegungsgleichung für $\hat{W}_{\mu\nu}$ und weiterer partieller Integrationen letztlich wieder auf die anderen Operatoren zurückgeführt werden. Dies wird in [38] ausführlich diskutiert.

Die Schritte, die für $O^{(7)}_{DW}$ vollzogen wurden, können analog auch für $O^{(7)}_{DB}$ durchgeführt werden. Weder $O^{(7)}_{DW}$ noch $O^{(7)}_{DB}$ führen daher zu $SV_{\mu\nu}V^{\mu\nu}$-Beiträgen, die unabhängig von denen der anderen Dimension-7-Operatoren aus Abschnitt 2.2.4 sind.

A.2. Ausdrücke für die Wirkungsquerschnitte

In Abschnitt 3.4.1 wird beschrieben, wie sich Ausdrücke für die VBF- und Gluonfusionswirkungsquerschnitte bestimmen lassen. Die Resultate für diese sollen hier explizit angegeben werden. Für die VBF-Wirkungsquerschnitte wurde ein Formfaktor mit Skala $\Lambda = 100\,\text{GeV}$ verwendet.

$$\begin{aligned}
\sigma^{7TeV}_{VBF} \quad = \quad & \left[8900639.5\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2 + 8814142.7\left(\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[2445333.4\left(\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2 + 2389110.1\left(\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[145569.9\left(\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}\right)^2 + 137633.1\left(\frac{g^o_{szz}}{\Lambda_5}\right)^2\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[636857.4\left(\frac{g^e_{sww}}{\Lambda_5}\right)^2 + 605199.5\left(\frac{g^o_{sww}}{\Lambda_5}\right)^2\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[4049449.7\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right) + 39830992.5\left(\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{z\gamma}}{\Lambda_5}\right)\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[248284.4\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}\right) + 240563.3\left(\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{zz}}{\Lambda_5}\right)\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[527894.2\left(\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}\right) + 505259.2\left(\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{zz}}{\Lambda_5}\right)\right]\text{fb}\cdot\text{GeV}^2
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\sigma_{VBF}^{8TeV} \;=\; & \left[11555753.1\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2 + 11443017.8\left(\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[3297137.1\left(\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2 + 3222816.7\left(\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[293329.1\left(\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}\right)^2 + 192693.7\left(\frac{g^o_{szz}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[892831.5\left(\frac{g^e_{sww}}{\Lambda_5}\right)^2 + 850319.0\left(\frac{g^o_{sww}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[5382778.8\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\right) + 5293793.0\left(\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{z\gamma}}{\Lambda_5}\right)\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[725441.3\left(\frac{g^e_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}\right) + 697840.1\left(\frac{g^o_{s\gamma\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{zz}}{\Lambda_5}\right)\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2 \\
& + \left[334081.5\left(\frac{g^e_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^e_{szz}}{\Lambda_5}\right) + 325292.6\left(\frac{g^o_{sz\gamma}}{\Lambda_5}\cdot\frac{g^o_{zz}}{\Lambda_5}\right)\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2
\end{aligned}
$$

$$
\sigma_{GGF}^{7TeV} \;=\; \left[6684.2\left(\frac{12\pi v_h}{\alpha_s}\right)^2\cdot\left(\frac{g^e_{sgg}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2
$$

$$
\sigma_{GGF}^{8TeV} \;=\; \left[8671.9\left(\frac{12\pi v_h}{\alpha_s}\right)^2\cdot\left(\frac{g^e_{sgg}}{\Lambda_5}\right)^2\right] \text{fb}\cdot\text{GeV}^2.
$$

A.3. Die Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$

In Abschnitt 4.2 wird bei der Berechnung der Schleifenintegrale der effektiven Vertizes angenommen, dass die invarianten Massen der Eichbosonen, q_2^2 und q_3^2, gegenüber den Massequadraten der Schleifenteilchen vernachlässigt werden können. In diesem Teil des Anhangs soll gezeigt werden, dass diese Näherung für Schleifenteilchen mit Massen $M > 100\,\text{GeV}$ gerechtfertigt ist.
Dazu sind in Tabelle 3 einige numerische Werte für den Beitrag einer bosonischen Komponente zu den effektiven Vertizes angegeben, die ohne obige Näherung für verschiedene Werte von q_2^2 und q_3^2 gewonnen wurden. Hierbei sind q_2^2 und q_3^2 so gewählt, dass $\sqrt{q_2^2} + \sqrt{q_3^2} \approx \sqrt{q_1^2} \approx 126\,\text{GeV}$ erfüllt ist. Außerdem sind zum Vergleich die Werte angegeben, welche die genäherte Rechnung liefert.

Um beurteilen zu können, wie gut sich der Beitrag einer Komponente durch eine a_2-Struktur beschreiben lässt, ist es zweckmäßig, den Ausdruck aus Gleichung (40) für diesen Beitrag zunächst auf die Form

$$\frac{-it_b c^2_{xx,b_i}(k)}{16\pi^2}\left[c \cdot q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu} - d \cdot q_2^\nu q_3^\mu\right] \tag{82}$$

zu bringen. In dieser Darstellung können die beiden Koeffizienten c und d des $q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu}$- und des $d \cdot q_2^\nu q_3^\mu$-Terms direkt miteinander verglichen werden. Die Differenz der beiden Koeffizienten gibt dann gerade die Abweichung des Beitrags von einer reinen a_2-Struktur an. Obige Darstellung ist zu erreichen, indem in allen Termen aus Gleichung (40), die proportional zu $g^{\mu\nu}$ sind, Impulsfaktoren $q_2 \cdot q_3$ herausgezogen werden. Dabei kann ausgenutzt werden, dass gilt:

$$1 = \frac{(q_2+q_3)^2 - q_2^2 - q_3^2}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} = \frac{2q_2 \cdot q_3}{m_s^2 - q_2^2 - q_3^2}$$

$$\Rightarrow g^{\mu\nu} = \frac{2}{m_s^2 - q_2^2 - q_3^2} q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu}.$$

Werden daher die $g^{\mu\nu}$-Terme in Ausdruck (40) mit dem Faktor

$$\frac{2q_2 \cdot q_3}{m_s^2 - q_2^2 - q_3^2}$$

multipliziert, so gelangt man zur gewünschten Form aus Gleichung (82).

m_b [GeV]	100		200		300	
$q_2^2,\ q_3^2$ [GeV^2]	c $\left[\frac{10^{-5}}{GeV^2}\right]$	d $\left[\frac{10^{-5}}{GeV^2}\right]$	c $\left[\frac{10^{-6}}{GeV^2}\right]$	d $\left[\frac{10^{-6}}{GeV^2}\right]$	c $\left[\frac{10^{-6}}{GeV^2}\right]$	d $\left[\frac{10^{-6}}{GeV^2}\right]$
0, 0	2.25	2.25	4.41	4.41	1.89	1.89
90^2, 0	2.30	2.30	4.45	4.45	1.90	1.90
$120^2, 5^2$	2.44	2.44	4.51	4.51	1.91	1.91
$110^2, 10^2$	2.39	2.38	4.47	4.46	1.91	1.91
$90^2, 30^2$	2.33	2.32	4.47	4.46	1.91	1.91
$80^2, 40^2$	2.31	2.30	4.47	4.46	1.91	1.91
$70^2, 50^2$	2.30	2.28	4.47	4.46	1.90	1.90

Tabelle 3: Vergleich der exakten Resultate für den Beitrag einer bosonischen Komponente zum effektiven SZZ-Vertex für einige Werte q_2^2, q_3^2 mit den Resultaten, die unter der Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ gewonnen wurden. Die Beiträge sind getrennt nach Koeffizienten c und d der Terme $q_2 q_3 g^{\mu\nu}$ bzw. $-q_2^\nu q_3^\mu$ aus Gleichung (82) aufgeführt.

Um die Güte der Näherung zu beurteilen, ist es sinnvoll, zwischen einem „globalen“ Wert und einem „relativen“ Wert zu unterscheiden.

Der globale Wert gibt an, wie stark sich das Resultat für einen Koeffizienten mit den Impulsen q_2^2, q_3^2 verändert, d.h. wie stark die Werte innerhalb einer Spalte der Tabelle 3 variieren. Dieser Wert ist weniger bedeutend für die Aussagen des Kapitels 4, da er nur zu einer globalen Skalierung der Integralfaktoren $K\,(m_b)$ und $T\,(m_f)$ führt. Der Tabelle ist zu entnehmen, dass die globalen Werte für m_b=100 GeV im relevanten Impulsbereich um weniger als 10% variieren, während sie sich für m_b=300 GeV nur noch um höchstens 1% verändern.
Für die Beiträge zum effektiven SZZ-Vertex sind insbesondere die Impulswerte der fünften Zeile, $q_2^2 = 90^2\,GeV^2$ und $q_3^2 = 30^2\,GeV^2$, von Bedeutung. Denn im Zerfall $S \to ZZ \to 4l$ liegt eines der beiden virtuellen Z-Bosonen bevorzugt on-shell vor und weist demnach eine invariante Masse von 90^2 GeV^2 auf. Gemäß Tabelle 3 weichen für diese Impulswerte die exakten Ergebnisse von den genäherten um ca. 4% ab, wenn die Schleifenteilchen eine Masse von 100 GeV aufweisen. Ebenso spielen für die Beiträge zum effektiven SWW-Vertex bzw. zum effektiven $SZ\gamma$-Vertex die Impulswerte der sechsten bzw. zweiten Zeile die wichtigste Rolle. Auch hier liegen die Abweichungen zwischen exaktem und genähertem Wert für m_b=100 GeV im Bereich von $2 - 3\%$. Für höhere Schleifenmassen werden die Abweichungen in allen Fällen noch geringer. Verglichen mit den experimentellen Unsicherheiten sind die Fehler des globalen Werts, die durch die Näherung zustande kommen, daher zu vernachlässigen.
Wichtiger für die in Kapitel 4 durchgeführte Näherung ist aber der relative Wert: Er gibt an, wie stark sich die Koeffizienten c und d der Terme $q_2 \cdot q_3 g^{\mu\nu}$ und $q_2^\nu q_3^\mu$ bei festen Impulsen voneinander unterscheiden, wie stark also die Beiträge zum effektiven Vertex von einer a_2-Struktur abweichen. Tabelle 3 zeigt, dass die Abweichungen bereits für Schleifenmassen von m_b=100 GeV kleiner als 1% sind. Damit sind auch hier die mit der Näherung verbundenen Fehler vernachlässigbar und die Integralfaktoren können gut durch reine a_2-Strukturen beschrieben werden.

A.4. Die Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ im nicht-entarteten Fall

Auch im nicht-entarteten Fall ist bei der Berechnung der Schleifenintegrale die Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ gültig, sofern die Schleifenteilchen Massen $m_b \geq 100$ GeV aufweisen. Dies soll hier anhand einiger numerischer Werte für den Beitrag einer bosonischen Komponente k zum SWW-Vertex gezeigt werden. Für die anderen effektiven Vertizes können die Resultate des entarteten Falles direkt übernommen werden.
Um die Gültigkeit der Näherung zu demonstieren, wird der Beitrag der k-ten Komponente zum SWW-Vertex, definiert wie in Abschnitt 5.2.2, folgendermaßen

dargestellt:

$$-i\frac{g^2 t_b \langle | | \rangle_k}{16\pi^2}\left[c\cdot[q_2\cdot q_3 g^{\mu\nu} - q_2^\nu q_3^\mu] + d\cdot\frac{m_s^2}{2}g^{\mu\nu}\right].$$

Die Form der Koeffizienten c und d kann den Gleichungen (69), (68) und (67) aus Abschnitt (5.2.2) entnommen werden.
In den Tabellen 4 und 5 werden die Werte dieser Koeffizienten angegeben, die unter der Annahme der Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ sowie in einer exakten Rechnung für $q_2^2 = 80^2\, GeV^2$ und $q_3^2 = 40^2\, GeV^2$ gewonnen wurden. Die Wahl der Impulse für die exakte Rechnung wird motiviert durch die Tatsache, dass im Zerfall $S \to WW \to 2l2\nu$ eines der beiden W-Bosonen bevorzugt on-shell vorliegt und somit eine invariante Masse von $q_2^2 \approx 80^2\, GeV^2$ aufweist.
Die angegebenen Werte beziehen sich auf eine Masse der leichteren Komponente der Schleifenteilchen von $m_{b,k-1} = 100$ GeV bzw. $m_{b,k-1} = 200$ GeV sowie auf verschiedene Massen-Verhältnisse $\frac{m_{b,k}}{m_{b,k-1}}$.

$m_{b,k-1}$ [GeV]	100		200	
$q_2^2,\, q_3^2$ [GeV^2]	$0^2,\, 0^2$	$80^2,\, 40^2$	$0^2,\, 0^2$	$80^2,\, 40^2$
$\frac{m_{b,k}}{m_{b,k-1}}$	c $\left[\frac{10^{-5}}{GeV^2}\right]$	c $\left[\frac{10^{-5}}{GeV^2}\right]$	c $\left[\frac{10^{-6}}{GeV^2}\right]$	c $\left[\frac{10^{-6}}{GeV^2}\right]$
2	1.93	1.99	4.22	4.27
5	$6.36\cdot10^{-1}$	$6.41\cdot10^{-1}$	1.44	1.44
10	$2.40\cdot10^{-1}$	$2.40\cdot10^{-1}$	$5.53\cdot10^{-1}$	$5.53\cdot10^{-1}$
20	$8.19\cdot10^{-2}$	$8.19\cdot10^{-2}$	$1.92\cdot10^{-1}$	$1.92\cdot10^{-1}$
50	$1.79\cdot10^{-2}$	$1.79\cdot10^{-2}$	$4.27\cdot10^{-2}$	$4.27\cdot10^{-2}$

Tabelle 4: Vergleich der genäherten und der exakten Resultate für den Koeffizienten des a_2-Terms im Beitrag einer bosonischen Komponente zum effektiven SWW-Vertex im nicht-entarteten Fall.

$m_{b,k-1}$ [GeV]	100		200	
q_2^2, q_3^2 [GeV^2]	0^2, 0^2	80^2, 40^2	0^2, 0^2	80^2, 40^2
$\frac{m_{b,k}}{m_{b,k-1}}$	d $\left[\frac{10^{-4}}{GeV^2}\right]$	d $\left[\frac{10^{-4}}{GeV^2}\right]$	d $\left[\frac{10^{-5}}{GeV^2}\right]$	d $\left[\frac{10^{-5}}{GeV^2}\right]$
2	$4.13 \cdot 10^{-1}$	$3.94 \cdot 10^{-1}$	$2.39 \cdot 10^{-1}$	$2.30 \cdot 10^{-1}$
5	1.14	1.12	1.17	1.17
10	1.90	1.90	1.85	1.85
20	2.27	2.72	2.64	2.64
50	3.88	3.88	3.72	3.72

Tabelle 5: Vergleich der genäherten und der exakten Resultate für den Koeffizienten des a_1-Terms im Beitrag einer bosonischen Komponente zum effektiven SWW-Vertex im nicht-entarteten Fall.

Den Tabellen 4 und 5 kann entnommen werden, dass die Abweichungen zwischen dem exakten und dem genäherten Resultat im Fall der Koeffizienten d der a_1-Terme geringer als 5% und im Fall der Koeffizienten c der a_2-Terme sogar kleiner als 3% sind. Hierzu müssen immer jeweils die Koeffizienten bei festen Schleifen-Massen aber unterschiedlichen Impulsen q_2^2, q_3^3 miteinander verglichen werden. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Abweichungen für wachsende Schleifenmassen $m_{b,k-1}$ und $m_{b,k}$ weiter abnehmen. Demnach ist der Fehler, der durch die Näherung zustande kommt, wie schon im entarteten Fall klein und kann gegenüber den experimentellen Unsicherheiten vernachlässigt werden. Die Näherung $q_2^2 = q_3^2 = 0$ ist folglich auch im Fall nicht-entarteter Multipletts gültig.

A.5. Feldstärke-Renormierung bei der S-H-Mischung

In diesem Teil des Anhangs soll demonstriert werden, dass die Mischung zwischen dem Higgsboson H und dem skalaren Singulett S in jeder Ordnung der Störungstheorie durch eine Feldstärkerenormierung zum Verschwinden gebracht werden können. Das Vorgehen und die Notation sind hierbei analog zu [37].
Als Ausgangspunkt für die Renormierung dient die skalare Lagrangedichte aus Abschnitt 2.1:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \;=\; & \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{1}{2}\partial_\mu S \partial^\mu S - \frac{m_h^2}{2} HH - \frac{m_s^2}{2} SS - m_{hs}^2 HS \\ & + \lambda'_{3h} HHH + t'_1 HHS + t' HSS + \lambda'_{3s} SSS \\ & + \lambda'_{4h} HHHH + t'_2 HHSS + \lambda'_{4s} SSSS.\end{aligned}$$

Der Einfachheit halber werden im Folgenden nur noch die quadratischen und bilinearen Terme aus $\mathcal{L}$ betrachtet, da die anderen für die zu untersuchende Mischung keine Rolle spielen.

$$\mathcal{L} \;=\; \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H + \frac{1}{2}\partial_\mu S \partial^\mu S - \frac{m_h^2}{2}HH - \frac{m_s^2}{2}SS - m_{hs}^2 HS.$$

Außerdem wird von nun an der Koeffizient des direkten Mischungsterms $m_{hs}^2 = \frac{t_1 v_h}{2\sqrt{2}} + \frac{t_2 v_h v_s}{2}$ auf 0 gesetzt. Dies entspricht der Wahl $t_1 = v_s = 0$. Alle Terme die hierdurch im Folgenden weggelassen werden, verschwinden im Limes $t_1 \to 0$.
Die Lagrangedichte kann nun in die „nackte“ Lagrangedichte $\mathcal{L}_0$ und die „Counter-Term“-Lagrangedichte $\delta\mathcal{L}$ aufgesplittet werden:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - \delta\mathcal{L}.$$

$\mathcal{L}_0$ lautet dann:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_0 \;&=\; \mathcal{L} + \delta\mathcal{L} \qquad (83)\\
&=\; \frac{1}{2}\left(\partial_\mu H \partial^\mu H - m_h^2 HH\right)(1+\delta Z_{hh}) - \frac{1}{2}\delta m_h^2 HH\\
&\quad + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu S \partial^\mu S - m_s^2 SS\right)(1+\delta Z_{ss}) - \frac{1}{2}\delta m_s^2 SS\\
&\quad + \frac{1}{4}\left(\delta Z_{hs} + \delta Z_{sh}\right)\left(\partial_\mu H \partial^\mu S + \partial_\mu S \partial^\mu H\right)\\
&\quad - \frac{1}{4}\left(2\delta Z_{hs} m_h^2 HS + 2\delta Z_{sh} m_s^2 SH\right).
\end{aligned}$$

Hier wurden die Massenrenormierungskonstanten δm_h und δm_s eingeführt, welche definiert sind über:

$$\begin{aligned}
m_{h,0}^2 \;&=\; m_h^2 + \delta^2 m_h\\
m_{s,0}^2 \;&=\; m_s^2 + \delta^2 m_s.
\end{aligned}$$

Außerdem wurden Feldstärkerenormierungskonstanten für die Felder S und H eingeführt. Da die beiden Skalare über radiative Korrekturen mischen können, werden matrixwertige Feldstärkerenormierungskonstanten benötigt:

$$\begin{pmatrix} H_0 \\ S_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1+\frac{1}{2}\delta Z_{hh}\right) & \frac{1}{2}\delta Z_{hs} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{sh} & \left(1+\frac{1}{2}\delta Z_{ss}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H \\ S \end{pmatrix}.$$

Terme der Ordnung δ^2 wurden in Gleichung (83) vernachlässigt.

Die eingeführten Renormierungskonstanten können nun mithilfe der renormierten 1-Teilchen-irreduziblen 2-Punktfunktionen festgelegt werden. Diese sind definiert wie folgt:

$$\begin{aligned} i\hat{\Gamma}^{hh}(k) &= i\left(k^2 - m_h^2\right) + i\hat{\Sigma}^{hh}\left(k^2\right) \\ &= i\left(k^2 - m_h^2\right) + i\Sigma^{hh}\left(k^2\right) + i\left(k^2 - m_h^2\right)\delta Z_{hh} - i\delta m_h^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\hat{\Gamma}^{ss}(k) &= i\left(k^2 - m_s^2\right) + i\hat{\Sigma}^{ss}\left(k^2\right) \\ &= i\left(k^2 - m_s^2\right) + i\Sigma^{ss}\left(k^2\right) + i\left(k^2 - m_s^2\right)\delta Z_{ss} - i\delta m_s^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\hat{\Gamma}^{hs}(k) &= i\hat{\Sigma}^{hs}\left(k^2\right) \\ &= \frac{i}{2}\left(k^2 - m_h^2\right)\delta Z_{hs} + \frac{i}{2}\left(k^2 - m_s^2\right)\delta Z_{sh} + i\Sigma^{hs}\left(k^2\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i\hat{\Gamma}^{sh}(k) &= i\hat{\Sigma}^{hs}\left(k^2\right) \\ &= \frac{i}{2}\left(k^2 - m_h^2\right)\delta Z_{hs} + \frac{i}{2}\left(k^2 - m_s^2\right)\delta Z_{sh} + i\Sigma^{sh}\left(k^2\right). \end{aligned}$$

Hier stehen die $\hat{\Sigma}(k^2)$ für die Selbstenergien und der Hut $\hat{}$ deutet an, dass die renormierten Größen betrachtet werden.
Die 1-Teilchen-irreduziblen 2-Punktfunktionen können verwendet werden, um Renormierungsbedingungen aufzustellen. Im on-shell-Schema lauten diese :

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{hh}(k)\,|_{k^2=m_h^2} = 0 \tag{84}$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{ss}(k)\,|_{k^2=m_s^2} = 0 \tag{85}$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{hs}(k)\,|_{k^2=m_h^2} = 0 \tag{86}$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{sh}(k)\,|_{k^2=m_s^2} = 0 \tag{87}$$

$$\lim_{k^2\to m_h^2} \frac{1}{k^2-m_h^2} \mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{hh}\left(k\right)|_{k^2=m_h^2} = i \tag{88}$$

$$\lim_{k^2\to m_s^2} \frac{1}{k^2-m_s^2} \mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{ss}\left(k\right)|_{k^2=m_s^2} = i. \tag{89}$$

Durch diese Bedingungen werden die Renormierungskonstanten δm_h, δm_s, δZ_{hh}, δZ_{ss}, δZ_{hs} und δZ_{sh} eindeutig bestimmt:

$$\delta m_h^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma^{hh}\left(k^2\right)|_{k^2=m_h^2}$$

$$\delta m_s^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma^{ss}\left(k^2\right)|_{k^2=m_s^2}$$

$$\delta Z_{hh} = -\lim_{k^2\to m_h^2} \mathrm{Re}\,\frac{\Sigma^{hh}\left(k^2\right)-\Sigma^{hh}\left(m_h^2\right)}{k^2-m_h^2}$$

$$\delta Z_{ss} = -\lim_{k^2\to m_s^2} \mathrm{Re}\,\frac{\Sigma^{ss}\left(k^2\right)-\Sigma^{ss}\left(m_s^2\right)}{k^2-m_s^2}$$

$$\delta Z_{hs} = -\mathrm{Re}\,\frac{2\Sigma^{sh}\left(k^2\right)}{k^2-m_h^2}|_{k^2=m_s^2}$$

$$\delta Z_{sh} = -\mathrm{Re}\,\frac{2\Sigma^{hs}\left(k^2\right)}{k^2-m_s^2}|_{k^2=m_h^2}.$$

Wie nun durch Einsetzen von δZ_{hs} und δZ_{sh} in $\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{hs}\left(k\right)$ und $\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{sh}\left(k\right)$ zu erkennen ist, verschwinden die Realteile der gemischten 2-Punktfunktionen gerade, wenn einlaufende on-shell-Teilchen betrachtet werden:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{hs}\left(k^2\right) &= \frac{1}{2}\left(k^2-m_h^2\right)\delta Z_{hs} + \frac{1}{2}\left(k^2-m_s^2\right)\delta Z_{sh} + \mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(k^2\right) \\
&= -\frac{1}{2}\left(k^2-m_h^2\right)\frac{2\mathrm{Re}\,\Sigma^{sh}\left(m_s^2\right)}{m_s^2-m_h^2} - \frac{1}{2}\left(k^2-m_s^2\right)\frac{2\mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(m_h^2\right)}{m_h^2-m_s^2} \\
&\quad +\mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(k^2\right) \\
&\overset{k^2\to m_h^2}{=} -\frac{1}{2}\left(m_h^2-m_s^2\right)\frac{2\mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(m_h^2\right)}{m_h^2-m_s^2} + \mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(m_h^2\right) \\
&= 0
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}^{sh}\left(k^2\right) &= \frac{1}{2}\left(k^2-m_h^2\right)\delta Z_{hs}+\frac{1}{2}\left(k^2-m_s^2\right)\delta Z_{sh}+\mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(k^2\right)\\
&= -\frac{1}{2}\left(k^2-m_h^2\right)\frac{2\mathrm{Re}\,\Sigma^{sh}\left(m_s^2\right)}{m_s^2-m_h^2}-\frac{1}{2}\left(k^2-m_s^2\right)\frac{2\mathrm{Re}\,\Sigma^{hs}\left(m_h^2\right)}{m_h^2-m_s^2}\\
&\quad +\mathrm{Re}\,\Sigma^{sh}\left(k^2\right)\\
&\overset{k^2\to m_s^2}{=} -\frac{1}{2}\left(m_s^2-m_h^2\right)\frac{2\mathrm{Re}\,\Sigma^{sh}\left(m_s^2\right)}{m_s^2-m_h^2}+\mathrm{Re}\,\Sigma^{sh}\left(m_s^2\right)\\
&= 0.
\end{aligned}
$$

Durch die Wahl der Renormierungsbedingungen in den Gleichungen (86) und (87) wird also garantiert, dass Mischungseffekte zwischen S und H in jeder Ordnung Störungstheorie verschwinden.

Literatur

[1] P. W. Higgs, Phys. Lett.12, 132 (1964); P. W. Higgs,Phys. Rev. Lett.13, 508 (1964); F. Englert and R. Brout,Phys. Rev. Lett.13, 321 (1964).

[2] T. A. Colloboration, arXiv:1207.0319; Phys.Rev. Lett.108, 111803 (2012); Phys. Lett. B710, 383 (2012); arXiv:1206.0756; arXiv:; ATLAS-CONF-2012-093; ATLAS-CONF-2012-091; ATLAS-CONF-2012-092; ATLAS-CONF-2012-098.

[3] T. C. Colloboration, S. C. al.[CMS Collaboration], Phys. Lett. B710(2012) 26; Phys. Lett. B710, 91 (2012); Phys. Rev. Lett. 108,111804(2012);Phys. Lett. B710, 403 (2012); CMS-PAS-HIG-12-025; CMS-PAS-HIG-12-020; CMS-PAS-HIG-12-015;CMS-PAS-HIG-12-016; CMS-PAS-HIG-12-017.

[4] S. Chatrchyan, et al., Search for a standard-model-like Higgs boson with a mass of up to 1 TeV at the LHC, Eur. Phys. J. CarXiv:1304.0213.

[5] V. Barger, P. Langacker, M. McCaskey, M. J. Ramsey-Musolf, G. Shaughnessy, CERN LHC phenomenology of an extended standard model with a real scalar singlet, Phys. Rev. D 77 (2008) 035005. doi:10.1103/PhysRevD.77.035005.
URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.035005

[6] J. M. Cline, K. Kainulainen, Electroweak baryogenesis and dark matter from a singlet Higgs, JCAP 1301 (2013) 012. arXiv:1210.4196, doi:10.1088/1475-7516/2013/01/012.

[7] N. Krasnikov, Invisible scalars visible in Higgs decay , Physics Letters B 291 (1-2) (1992) 89 – 91. doi:10.1016/0370-2693(92)90123-L.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/037026939290123L

[8] S. Kyriazidou, Singlet particle extension of the minimal Higgs sector , Nuclear Physics B 398 (1) (1993) 69 – 100. doi:10.1016/0550-3213(93)90628-3.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321393906283

[9] B. Batell, D. McKeen, M. Pospelov, Singlet Neighbors of the Higgs Boson, JHEP 1210 (2012) 104. arXiv:1207.6252, doi:10.1007/JHEP10(2012)104.

[10] M. Montull, F. Riva, Higgs discovery: the beginning or the end of natural EWSB?, JHEP 1211 (2012) 018. arXiv:1207.1716, doi:10.1007/JHEP11(2012)018.

[11] D. O'Connell, M. J. Ramsey-Musolf, M. B. Wise, Minimal Extension of the Standard Model Scalar Sector, Phys.Rev. D75 (2007) 037701. arXiv:hep-ph/0611014, doi:10.1103/PhysRevD.75.037701.

[12] I. Low, J. Lykken, G. Shaughnessy, Have We Observed the Higgs (Imposter)?, Phys.Rev. D86 (2012) 093012. arXiv:1207.1093, doi:10.1103/PhysRevD.86.093012.

[13] I. Low, J. Lykken, G. Shaughnessy, Singlet scalars as Higgs imposters at the Large Hadron Collider, Phys.Rev. D84 (2011) 035027. arXiv:1105.4587, doi:10.1103/PhysRevD.84.035027.

[14] C. L. Wainwright, S. Profumo, M. J. Ramsey-Musolf, Phase Transitions and Gauge Artifacts in an Abelian Higgs Plus Singlet Model, Phys.Rev. D86 (2012) 083537. arXiv:1204.5464, doi:10.1103/PhysRevD.86.083537.

[15] J. R. Espinosa, T. Konstandin, F. Riva, Strong Electroweak Phase Transitions in the Standard Model with a Singlet, Nucl.Phys. B854 (2012) 592–630. arXiv:1107.5441, doi:10.1016/j.nuclphysb.2011.09.010.

[16] Bonnet, M. B. Gavela, T. Ota and W. Win-ter, Phys. Rev. D85, 035016 (2012); D. Carmi,A. Falkowski, E. Ku ik and T. Volansky, arXiv:1202.3144and arXiv:1206.4201; D. Carmi, A. Falkowski, E. Ku ik,T. Volansky and J. Zupan, arXiv:1207.1718; P. P. Gi-ardino, K. Kannike, M. Raidal and A. Strumia, JHEP1206, 117 (2012) and arXiv:1207.1347; J. Ellis andT. You, arXiv:1204.0464 and arXiv:1207.1693; J. R. Es-pinosa, C. Grojean, M. Muehlleitner and M. Trott, JHEP1205, 097 (2012); J. R. Espinosa, M. Muhlleitner,C. Grojean and M. Trott, arXiv:1205.6790; J. R. Es-pinosa, C. Grojean, M. Muhlleitner and M. Trott,arXiv:1207.1717; A. Azatov, R. Contino and J. Galloway, arXiv:1202.3415;A. Azatov, R. Contino, D. Del Re, J. Galloway, M. Grassiand S. Rahatlou, arXiv:1204.4817; S. Dawson and E. Furlan, arXiv:1205.4733; T. Corbett, O. J. P. Eboli, J. Gonzalez-Fraile andM. C. Gonzalez-Garcia, arXiv:1207.1344; S. Baner-jee, S. Mukhopadhyay and B. Mukhopadhyaya,arXiv:1207.3588; F. Bonnet, T. Ota, M. Rauch and W. Winter, arXiv:1207.4599.

[17] W. Buchmüller, D. Wyler, Effective lagrangian analysis of new interactions and flavour conservation, Nuclear Physics B 268 (3-4) (1986) 621 – 653. doi:10.1016/0550-3213(86)90262-2.
URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0550321386902622

[18] C. Burgess, Introduction to Effective Field Theory, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 57 (2007) 329–362. arXiv:hep-th/0701053, doi:10.1146/annurev.nucl.56.080805.140508.

[19] T. Figy, D. Zeppenfeld, QCD corrections to jet correlations in weak boson fusion, Phys.Lett. B591 (2004) 297–303. arXiv:hep-ph/0403297, doi:10.1016/j.physletb.2004.04.033.

[20] O. J. Eboli, M. Gonzalez-Garcia, S. . Lietti, S. Novaes, Probing intermediate mass Higgs interactions at the CERN Large Hadron Collider, Phys.Lett. B478 (2000) 199–207. arXiv:hep-ph/0001030, doi:10.1016/S0370-2693(00)00240-9.

[21] M. Gonzalez-Garcia, Anomalous Higgs couplings, Int.J.Mod.Phys. A14 (1999) 3121–3156. arXiv:hep-ph/9902321, doi:10.1142/S0217751X99001494.

[22] Hagiwara, K. and Ishihara, S. and Szalapski, R. and Zeppenfeld, D., Low energy effects of new interactions in the electroweak boson sector, Phys. Rev. D 48 (1993) 2182–2203.
URL http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.48.2182

[23] B. Zhang, Y.-P. Kuang, H.-J. He, C. Yuan, Testing anomalous gauge couplings of the Higgs boson via weak boson scatterings at the CERN LHC, Phys.Rev. D67 (2003) 114024. arXiv:hep-ph/0303048, doi:10.1103/PhysRevD.67.114024.

[24] V. Hankele, Schranken an anomale Higgs-Kopplungen, Diplomarbeit, KIT Karlsruher Institut für Technologie (2005).

[25] K. Arnold, J. Bellm, G. Bozzi, F. Campanario, C. Englert, et al., Release Note – Vbfnlo-2.6.0 arXiv:1207.4975.

[26] K. Arnold, J. Bellm, G. Bozzi, M. Brieg, F. Campanario, et al., VBFNLO: A Parton Level Monte Carlo for Processes with Electroweak Bosons – Manual for Version 2.5.0 arXiv:1107.4038.

[27] K. Arnold, M. Bahr, G. Bozzi, F. Campanario, C. Englert, et al., VBFNLO: A Parton level Monte Carlo for processes with electroweak bosons, Comput.Phys.Commun. 180 (2009) 1661–1670. arXiv:0811.4559, doi:10.1016/j.cpc.2009.03.006.

[28] S. Dittmaier, et al., Handbook of LHC Higgs Cross Sections: 1. Inclusive Observables arXiv:1101.0593.

[29] Search for the standard model higgs boson in the $h \to z\gamma$ decay mode with pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 tev, Tech. Rep. ATLAS-CONF-2013-009, CERN, Geneva (Mar 2013).

[30] Search for the standard model higgs boson in the z boson plus a photon channel in pp collisions at sqrt-s = 7 and 8 tev, Tech. Rep. CMS-PAS-HIG-13-006, CERN, Geneva (2013).

[31] G. Passarino, M. Veltman, One Loop Corrections for e+ e- Annihilation Into mu+ mu- in the Weinberg Model, Nucl.Phys. B160 (1979) 151. doi:10.1016/0550-3213(79)90234-7.

[32] J. Alwall, P. Demin, S. de Visscher, R. Frederix, M. Herquet, et al., MadGraph/MadEvent v4: The New Web Generation, JHEP 0709 (2007) 028. arXiv:0706.2334, doi:10.1088/1126-6708/2007/09/028.

[33] D. Knuth, Johann Faulhaber and sums of powers, Mathematics of Computation 61 (1993) 277–294. arXiv:arXiv:math/9207222, doi:10.1090/S0025-5718-1993-1197512-7.

[34] J.J. Sakurai, Modern Quantum Mechanics, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1994, ISBN 0-201-53929-2.

[35] Digamma Function:Primary Definition(formula 06.14.02.0001), functions.wolfram.com/GammaBetaErf/PolyGamma/02/.

[36] Digamma Function:Primary Definition(formula 06.14.06.0002), functions.wolfram.com/GammaBetaErf/PolyGamma/06701/01/01/.

[37] A. Denner, Techniques for calculation of electroweak radiative corrections at the one loop level and results for W physics at LEP-200, Fortsch.Phys. 41 (1993) 307–420. arXiv:0709.1075.

[38] B. Grzadkowski, M. Iskrzynski, M. Misiak, J. Rosiek, Dimension-Six Terms in the Standard Model Lagrangian, JHEP 1010 (2010) 085. arXiv:1008.4884, doi:10.1007/JHEP10(2010)085.

Danksagung

Als erstes bedanke ich mich ganz herzlich bei Herrn Prof. Zeppenfeld für die interessante Themenstellung sowie die gute Betreuung meiner Diplomarbeit. Die zahlreichen Diskussionen und Hilfestellungen waren für mich stets sehr lehr- und hilfreich. Weiterhin bedanke ich mich dafür, dass er mir die Möglichkeit einräumte, meine Ergebnisse auf der DPG-Frühjahrstagung in Dresden vorzustellen.

Ebenfalls möchte ich mich bei Frau Prof. Mühlleitner bedanken, dass sie sich bereit erklärte, das Korreferat zu übernehmen.

Ein ganz besonderer Dank gilt auch meinem Betreuer Dr. Michael Rauch, der jederzeit bereit war, meine Fragen sehr ausführlich zu beantworten und der mir bei zahlreichen Problemen helfend zur Seite stand.

Darüber hinaus bedanke ich mich bei allen Mitgliedern des Instituts für Theoretische Physik für die angenehme Atmosphäre und die schöne Zeit. Insbesondere den Korrekturlesern meiner Arbeit Jessica Frank, Nadine Fischer, Matthias Kerner, Robin Roth und Michael Rauch möchte ich an dieser Stelle herzlich danken.

Außerdem bedanke ich mich bei meinem Freund Sebastian Ziesche dafür, dass er immer für mich da war und mir mit seinem unerschütterlichen Optimismus in vielen Situationen eine große Hilfe war.

Zuletzt möchte ich meinen Eltern einen ganz großen Dank dafür aussprechen, dass sie mich in jeder Lebenslage seelisch und finanziell unterstützt haben und mir das Studium ermöglicht haben.