

Michael Kubocz

**Produktion des CP-ungeraden
Higgs-Bosons im
Prozess $pp \rightarrow A^0 jj X$**

Diplomarbeit

Institut für Theoretische Physik
Universität Karlsruhe (TH)

März 2006

Referent: Prof. Dr. D. Zeppenfeld

Korreferent: Prof. Dr. F. R. Klinkhamer

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Karlsruhe, 17. März 2006

Als Diplomarbeit akzeptiert:

Karlsruhe, 17. März 2006

Inhalt

1	Einleitung	5
2	Eichtheorien und Higgs-Mechanismus	3
2.1	Nicht-abelsche Eichtheorie, QCD	3
2.1.1	Die Yang-Mills-Lagrangedichte	3
2.1.2	Die Quantenchromodynamik (QCD)	7
2.2	Higgs-Mechanismus im Standardmodell und MSSM	9
2.2.1	Higgs-Mechanismus im Standardmodell	10
2.2.2	Das Zwei-Higgs-Dublett-Modell (2HDM)	12
2.2.2.1	Modell 1	13
2.2.2.2	Modell 2	14
2.2.3	Higgs-Mechanismus im MSSM	14
3	Higgs-Produktionsprozesse am LHC für A^0jjX-Produktion	17
3.1	Einführung	17
3.2	Die Prozesse $qQ \rightarrow qQA^0$ und $qq \rightarrow qqA^0$	18
3.2.1	Quadrierte Matrixelemente für den Wirkungsquerschnitt	23
3.3	Der Prozess $qg \rightarrow qgA^0$	23
3.3.1	Dreieck-Diagramme für den Prozess $qg \rightarrow qgA^0$	25
3.3.2	Box-Diagramme für den Prozess $qg \rightarrow qgA^0$	26
3.3.3	Quadrierte Matrixelemente für den Wirkungsquerschnitt	28
3.4	Der Prozess $gg \rightarrow ggA^0$	28
3.4.1	Pentagon-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$	29
3.4.2	Box-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$	30
3.4.3	Dreieck-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$	31
3.4.3.1	Diagramme mit zwei Drei-Gluon-Vertizes ohne effektiven Polarisationsvektor	31

3.4.3.2	Diagramme mit zwei Drei-Gluon-Vertizes und effektiven Polarisationsvektor	32
3.4.3.3	Diagramme mit einem Vier-Gluon-Vertex und effektiven Polarisationsvektor	33
3.4.4	Quadrierte Matrixelemente für den Wirkungsquerschnitt	33
4	Checks	35
4.1	Eichinvarianz	35
4.2	Lorentz-Invarianz	37
4.3	Effektive Lagrangedichte	38
4.4	Vergleich mit HadCalc und Hadron2to3	39
5	Wirkungsquerschnitte am LHC	43
5.1	Parameter	43
5.2	Auswertung	44
6	Zusammenfassung	53
A	Darstellungen der γ-Matrizen	55
B	Lie-Algebra und SU(N)-Farbgeneratoren	57
C	Passarino-Veltman-Reduktion	59
D	QCD-Vertizes	63
E	Feynman-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$	65
E.1	Pentagon-Diagramme	65
E.2	Box-Diagramme	66
E.3	Dreieck-Diagramme	67
F	Pentagon-Reduktion	69
	Literatur	77
	Danksagung	81

Kapitel 1

Einleitung

Der von Higgs, Kibble, Guralnik, Hagen, Brout und Englert erforschte und auf den Fall nicht-abelscher Eichtheorien verallgemeinerte Mechanismus für Erzeugung von Massen für Eichbosonen durch spontane Symmetriebrechung ist unter dem Stichwort Higgs-Mechanismus bekannt. In der Theorie der elektro-schwachen Vereinheitlichung, eingeführt durch Glashow, Weinberg und Salam, wird ein komplexes Isospin-Dublett-Skalarfeld (Higgs-Dublett), das vier Freiheitsgrade besitzt, postuliert. Nach der spontanen Symmetriebrechung werden drei Freiheitsgrade durch die Eichbosonen Z und W^\pm absorbiert, welche dadurch ihre Masse erhalten. Das Photon bleibt aber masselos; ergo muss ein freies Higgs-Boson existieren.

Trotz der erfolgreichen Beschreibung der elementaren Teilchenphysik durch das Standardmodell (SM), welches die vereinheitlichte Theorie der elektro-schwachen Wechselwirkung und die Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik, umfasst, blieb das Higgs-Boson unentdeckt und somit die Struktur des Higgs-Sektors experimentell unerforscht. Das SM wird außerdem heutzutage als eine effektive Theorie angesehen, denn es enthält nicht die vierte fundamentale Kraft, die Gravitation, es ist keine wirkliche Vereinheitlichung der starken und elektro-schwachen Wechselwirkung, die Kopplungskonstanten treffen sich auf der Skala der Großen Vereinheitlichten Theorie (GUT) nicht in einem Punkt, es enthält keinen Kandidaten für die dunkle Materie,... Es ist also reichlich Platz für Erweiterungen vorhanden. Eine phänomenologisch interessante Erweiterung des Higgs-Sektors des SM erhält man durch die Hinzunahme eines zweiten komplexen Isospin-Dublett-Skalarfeldes. Dies ist das sogenannte Zwei-Higgs-Dublett-Modell (2HDM). Nach spontaner Symmetriebrechung enthält dieses Modell, im Vergleich zum SM, fünf Higgs-Skalare: zwei neutrale \mathcal{CP} -gerade h^0 - und H^0 -Bosonen, ein neutrales \mathcal{CP} -ungerades A^0 -Boson und zwei geladene H^\pm -Bosonen. Ein weiterer viel versprechender Kandidat für die Physik jenseits des Standardmodells ist das minimal supersymmetrischerweiterte SM (MSSM). Es enthält das gleiche Higgs-Spektrum, wie das 2HDM und bringt einige Eigenschaften mit sich, die Probleme des SM lösen, wie z.B. das Hierarchie-Problem.

Die Suche nach den Higgs-Teilchen des SM und MSSM sowie die Erforschung ihrer

Kopplungen ist die Hauptmotivation für den Bau eines neuen Beschleunigers und Speicherrings am CERN, des Large Hadron Colliders (LHC). Der experimentelle Beweis ihrer Existenz würde die vollständige Bestätigung der elektro-schwachen Vereinheitlichung bedeuten, aber auch Anzeichen für eine Theorie jenseits des SM (z.B. Supersymmetrie) ergeben.

Als wichtige Quellen für die Produktion von neutralen Higgs-Bosonen am LHC werden Gluon-Fusion und die Fusion elektro-schwacher Eichbosonen betrachtet [1]. Im Rahmen des MSSM ist jedoch die Produktion des \mathcal{CP} -ungeraden Higgs-Bosons A^0 durch Fusion von elektro-schwachen Eichbosonen auf Born-Level-Niveau nicht möglich, denn die direkten Kopplungen an Eichbosonen sind durch \mathcal{CP} -Invarianz verboten [2]. In dieser Diplomarbeit wird deshalb die Gluon-Fusion als Quelle für die Produktion von A^0 verwendet. Des Weiteren führen reelle Emissions-Korrekturen der Ordnung α_s^4 zur Higgs-Produktion durch Gluon-Fusion zu einem A^0+2 -Jet-Endzustand [1]. Die zur A^0+2 -Jet-Produktion beitragenden Subprozesse sind: Quark-Quark-Streuung, die Dreieck-Quark-Schleifen enthält, Quark-Gluon-Streuung, welche sowohl Dreieck-Quark-Schleifen als auch Box-Quark-Schleifen beinhaltet und Gluon-Gluon-Streuung, die zusätzlich Diagramme mit Pentagon-Schleifen benötigt. In dieser Diplomarbeit werden die oben genannten Diagramme analytisch berechnet und mit Hilfe des Fortran-Programms *VBFNLO* numerisch ausgewertet. Anschließend werden die für die Phänomenologie am LHC wichtigen Ergebnisse diskutiert. Als Grundlage für die Diplomarbeit wurde die Publikation [1] verwendet.

Im Kapitel 2 wird anhand lokaler Transformationseigenschaften der freien Dirac-Lagrangedichte unter der nicht-abelschen Gruppe $SU(N)$ die Lagrangedichte der QCD hergeleitet. Außerdem werden die Eigenschaften und das Teilchen-Spektrum der QCD beschrieben sowie Propagator-Ausdrücke für Quarks und Gluonen angegeben. Des Weiteren wird der Higgs-Mechanismus innerhalb des Standardmodells und des 2HDM sowie des MSSM kurz beschrieben.

Detaillierte Angaben zu den Berechnungen der Quark-Quark-, Quark-Gluon- und Gluon-Gluon-Streuprozesse sind im Kapitel 3 angegeben.

Die Matrixelemente für alle Subprozesse wurden numerisch getestet. Die wichtigen Test-Methoden werden in Kapitel 4 beschrieben.

Das Kapitel 5 enthält die Ergebnisse der numerischen Auswertung, die mit Hilfe des Fortran-Programms *VBFNLO* durchgeführt wurde und die daraus gewonnenen Erkenntnisse für die LHC-Phänomenologie.

Im Anhang A werden die Eigenschaften der chiralen Darstellung kurz wiederholt. Der Anhang B enthält nützliche Formeln für die Berechnung von Farbgenerator-Spuren innerhalb der Gruppe $SU(N)$.

Wichtige Eigenschaften und Identitäten der Passarino-Veltman-Reduktion von Tensorintegralen sind im Anhang C zusammengefasst.

Des Weiteren sind im Anhang D Ausdrücke für den Quark-Gluon-Vertex, Drei-Gluon-Vertex und Vier-Gluon-Vertex angegeben.

Der Anhang E enthält alle Feynman-Diagramme für den $gg \rightarrow ggA^0$ -Prozess.

Im letzten Anhang F ist der komplette Ausdruck des Passarino-Veltman-reduzierten Fünf-Punkt-Tensorintegrals angegeben.

Kapitel 2

Eichtheorien und Higgs-Mechanismus

Eichsymmetrie bezeichnet die Invarianz der Lagrangedichte unter einer Gruppe G , bei der die Gruppen-Transformation für jeden Raum-Zeit-Punkt unterschiedlich ist. Eines der „ersten Beispiele“ hierfür ist die Allgemeine Relativitätstheorie. Die Eichgruppe dieser Gravitationstheorie ist die $GL(4)$, d.h. die Gruppe der linearen Transformationen des Koordinatensystems [3]. Ein weiteres bekanntes Beispiel ist die Quantenelektrodynamik (QED), deren Ursprung in Maxwells Elektrodynamik liegt. Diese unterliegt der abelschen Gruppe $U(1)$ der lokalen Phasenrotationen. Heutzutage spielen nicht-abelsche Eichtheorien, eingeführt von C. N. Yang und R.L. Mills im Jahre 1954 [4], eine wichtige Rolle in der Teilchenphysik. Hierzu zählen die Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik (QCD) und die Theorie der elektro-schwachen Wechselwirkung. Letztere beinhaltet den Higgs-Mechanismus, der eine Konsequenz der spontanen Symmetriebrechung ist.

2.1 Nicht-abelsche Eichtheorie, QCD

Anhand der lokalen Transformationseigenschaften der freien Dirac-Lagrangedichte unter der nicht-abelschen Gruppe $SU(N)$ wird in diesem Abschnitt die Form der Yang-Mills-Lagrangedichte entwickelt. Anschließend werden weitere charakteristische Eigenschaften der QCD beschrieben und die Feynman-Regeln angegeben.

2.1.1 Die Yang-Mills-Lagrangedichte

Die freie Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi \tag{2.1}$$

mit dem Dirac-Feld-Multiplett

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_1(x) \\ \psi_2(x) \\ \vdots \\ \psi_n(x) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

soll unter der lokalen Transformation

$$\begin{aligned} \psi &\longrightarrow \psi' = U(x)\psi = \exp(i\alpha^a(x)t^a)\psi, \\ \bar{\psi} &\longrightarrow \bar{\psi}' = \bar{\psi}U^\dagger(x) = \bar{\psi} \exp(-i\alpha^a(x)t^a) \end{aligned} \quad (2.3)$$

invariant sein, wobei die t^a die Generatoren der $SU(N)$ -Gruppe sind. Die zugrundeliegende Lie-Algebra wird im Anhang B beschrieben. Der kinetische Term $\partial_\mu\psi$ in Gleichung (2.1) ist unter der Transformation (2.3) nicht invariant, denn es tritt dabei ein Term auf, der proportional zur Ableitung von $\alpha(x)$ ist:

$$\partial_\mu\psi \longrightarrow \partial_\mu\psi' = \exp(i\alpha^a(x)t^a) (\partial_\mu\psi + i\psi t^a \partial_\mu\alpha^a(x)) . \quad (2.4)$$

Betrachtet man außerdem die Ableitung des Spinors ψ in Richtung des Vektors n^μ [8]

$$n^\mu\partial_\mu\psi = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} [\psi(x + \varepsilon n) - \psi(x)] , \quad (2.5)$$

so sieht man, dass sich der Spinor ψ an den beiden Raum-Zeit-Punkten $x + \varepsilon n$ und x nach Gleichung (2.3) jeweils unterschiedlich transformiert. Aus der Sicht der Differential-Geometrie befinden sich die beiden Objekte $\psi(x + \varepsilon n)$ und $\psi(x)$ an unterschiedlichen Punkten der zugrundeliegenden Mannigfaltigkeit. Um sie miteinander vergleichen zu können, muss einer von ihnen von $x + \varepsilon n$ nach x durch einen Parallel-Transport verschoben werden. Denn nur wenn sich die beiden Spinoren im gleichen Koordinatensystem befinden, kann die Differenz zwischen ihnen bestimmt werden. Die Differenz, welche die Transformation (2.3) hier unmöglich macht, kann mit Hilfe einer neuen Größe $V(y, x)$, die von den beiden Raum-Zeit-Punkten abhängig ist und sich folgendermaßen transformiert,

$$\begin{aligned} V(y, x) &\longrightarrow V'(y, x) = \exp(i\alpha^a(y)t^a)V(y, x) \exp(-i\alpha^b(x)t^b) \\ &= U(y)V(y, x)U^\dagger(x), \end{aligned} \quad (2.6)$$

kompensiert werden. Die Größe $V(y, x)$ ermöglicht es nun eine kovariante Ableitung zu definieren, welche den kinetischen Term unter der Transformation (2.3) invariant lässt. Gleichung (2.5) lautet somit:

$$n^\mu D_\mu\psi = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} [\psi(x + \varepsilon n) - V(x + \varepsilon n, x)\psi(x)] . \quad (2.7)$$

Die Entwicklung von $V(x + \varepsilon n, x)$ für infinitesimal benachbarte Punkte hat die Form:

$$V(x + \varepsilon n, x) = 1 + ig\varepsilon n^\mu A_\mu^a t^a + \mathcal{O}(\varepsilon^2), \quad (2.8)$$

wobei A_μ^a in der Differential-Geometrie als affiner Zusammenhang bzw. hier als Eichfeld bezeichnet wird. Das Einsetzen der Gleichung (2.8) in Gleichung (2.7) ergibt nun den endgültigen Ausdruck für die kovariante Ableitung:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a t^a. \quad (2.9)$$

Diese hat natürlich die gewünschten Transformationseigenschaften wie der Spinor $\psi(x)$ (2.3):

$$D_\mu \psi(x) \longrightarrow D_\mu \psi'(x) = \exp(i\alpha^a(x)t^a) D_\mu \psi(x). \quad (2.10)$$

Des Weiteren lässt sich mit Hilfe von Gleichung (2.6) und der Entwicklung (2.8) das Transformationsgesetz für das Eichfeld A_μ^a bestimmen:

$$\begin{aligned} A_\mu^a t^a \longrightarrow A_\mu^{a'} t^a &= A_\mu^a t^a + \frac{1}{g}(\partial_\mu \alpha^a) t^a + i\alpha^a A_\mu^b [t^a, t^b] \\ &= A_\mu^a t^a + \frac{1}{g}(\partial_\mu \alpha^a) t^a + f^{abc} \alpha^b A_\mu^c t^a \\ &= A_\mu^a t^a + \frac{1}{g} D_\mu \alpha^a t^a. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dabei wurden nur Terme der Ordnung α berücksichtigt. Der Faktor f^{abc} ist die Strukturkonstante der $SU(N)$ -Lie-Algebra. Der dritte Term in der zweiten Zeile von Gleichung (2.11) entspricht der Symmetrie-Transformation unter der adjungierten Darstellung der $SU(N)$ -Gruppe [Anhang C].

Für eine wechselwirkende Theorie benötigt man noch einen kinetischen Term für das Eichfeld A_μ^a , d.h. einen lokal-invarianten Term, der nur die Ableitung des Eichfeldes beinhaltet. Dieser kann wieder durch eine geometrische Überlegung konstruiert werden. Dazu betrachtet man zwei Wege auf einem Rechteck, die durch aufeinanderfolgende Parallelverschiebungen von ψ realisiert werden können [6]:

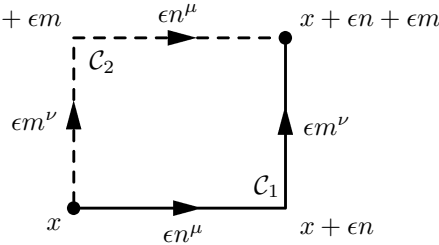


Abbildung 2.1: Parallelverschiebung

Der auf dem Weg C_1 zum Punkt $x + \varepsilon n$ parallel verschobene Spinor $\psi(x)$ hat die folgende Form:

$$\psi(x + \varepsilon n)_{||} = \psi(x + \varepsilon n) - \varepsilon n^\mu D_\mu \psi(x), \quad (2.12)$$

wobei die Abkürzung $\psi(x + \varepsilon n)_{||} = V(x + \varepsilon n, x)\psi(x)$ und die Gleichungen (2.5) mit einem infinitesimalen ε , (2.8) und (2.9) verwendet wurden. Eine weitere Verschiebung zum Punkt $x + \varepsilon n + \varepsilon m$ ergibt:

$$\psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m)_{||} = \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m)_{||} - \varepsilon m^\nu D_\nu \psi(x + \varepsilon n)_{||}. \quad (2.13)$$

Nach dem Einsetzen von Gleichung (2.12) in (2.13) erhält man:

$$\begin{aligned} \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m)_{||} &= \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m) - \varepsilon n^\mu D_\mu \psi(x + \varepsilon m) \\ &\quad - \varepsilon m^\nu D_\nu \psi(x + \varepsilon n) + \varepsilon n^\mu \varepsilon m^\nu D_\nu D_\mu \psi(x). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Der zweite Weg C_2 ergibt:

$$\begin{aligned} \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m)_{||} &= \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m) - \varepsilon m^\mu D_\mu \psi(x + \varepsilon m) \\ &\quad - \varepsilon n^\mu D_\mu \psi(x + \varepsilon n) + \varepsilon n^\mu \varepsilon m^\nu D_\mu D_\nu \psi(x). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Die Differenz zwischen (2.14) und (2.15) ist eine kovariante Größe, weil jeder Summand kovariant ist:

$$\begin{aligned} \Delta\psi(x) &= \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m)_{||} - \psi(x + \varepsilon n + \varepsilon m)_{||} \\ &= \varepsilon n^\mu \varepsilon m^\nu [D_\mu, D_\nu] \psi(x). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Der Kommutator in Gleichung (2.16) ergibt den gewünschten kinetischen Term für das Eichfeld:

$$[D_\mu, D_\nu] = -ig F_{\mu\nu}^a t^a \quad (2.17)$$

mit

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (2.18)$$

Mit Hilfe von Gleichung (2.8) und (2.17) ergibt sich somit für die infinitesimale Transformation der Feldstärke $F_{\mu\nu}^a$:

$$F_{\mu\nu}^a \longrightarrow F_{\mu\nu}^{\prime a} = F_{\mu\nu}^a + f^{abc} \alpha^b F_{\mu\nu}^c. \quad (2.19)$$

Gleichung (2.19) beinhaltet auch einen Term, der sich unter der adjungierten Darstellung der $SU(N)$ -Gruppe transformiert. Einen tieferen Einblick in die Geometrie der Eichinvarianz erlaubt eine Verallgemeinerung der Funktion $V(y, x)$, die sogenannte Wilson-Schleife [8]. Die eichinvariante Kombination aus den Feldstärken für einen kinetischen Term in der Lagrangedichte hat nun die Form:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{Sp} \left[(F_{\mu\nu}^a t^a)^2 \right] = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^a)^2, \quad (2.20)$$

wobei die Identität $\text{Sp}[t^{ab}] = 1/2\delta^{ab}$ [Anhang B] verwendet wurde. Die vollständige Yang-Mills-Lagrangedichte lautet:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{YM} &= \bar{\psi} \left[i\gamma^\mu (\partial_\mu - igA_\mu^a t^a) - m \right] \psi \\ &+ \frac{1}{2} [(\partial_\mu A_\nu^a)(\partial^\mu A^{\nu a}) - (\partial_\mu A_\nu^a)(\partial^\nu A^{\mu a})] \\ &+ gf^{abc}(\partial_\mu A_\nu^a)A^{\mu b}A^{\nu c} + \frac{1}{4}g^2 (f^{abl}A_\mu^a A_\nu^b) (f^{cdl}A^{\mu c} A^{\nu d}).\end{aligned}\quad (2.21)$$

2.1.2 Die Quantenchromodynamik (QCD)

Die im letzten Abschnitt durch lokale Eichinvarianz entwickelte Lagrangedichte (2.21) beschreibt im Falle der nicht-abelschen $SU(3)$ -Gruppe die moderne Theorie der starken Wechselwirkung. Diese beinhaltet neben den durch die $\dim(SU(3)) = 8$ Eichfelder A_μ^a beschriebenen Gluonen auch Spin-1/2-Teilchen, bekannt als Quarks. Die Quarkfelder werden mit ψ_{if} und Anti-Quarkfelder mit $\bar{\psi}^{if}$ bezeichnet, wobei $i = 1, 2, 3$ die zur fundamentalen Darstellung der internen globalen $SU(3)$ -Symmetrie gehörenden drei Farbfreiheitsgrade und f den davon unabhängigen Flavor-Freiheitsgrad darstellen. Es existieren Quarks mit sechs verschiedenen Flavours: u (up), d (down), c (charm), s (strange), b (bottom) und t (top). Diese werden nach steigender Masse in Dubletts, die man Familien oder Generationen nennt, angeordnet:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}.\quad (2.22)$$

Die Quarks in der oberen Reihe haben die Ladung $2e/3$, die der unteren Reihe $-e/3$. Der Grund für die Einführung der globalen $SU(3)$ -Symmetrie war die im Experiment gefundene Resonanz des Δ^{++} -Baryons mit Spin=3/2 und Bahndrehimpuls $l = 0$, welches durch drei u -Quarks aufgebaut ist:

$$|\Delta^{++}\rangle = |u^\uparrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle.\quad (2.23)$$

Es besitzt eine symmetrische Ortswellen- und Spinwellenfunktion und verletzt somit Fermi-Statistik bzw. das Pauli-Prinzip [7]. Mit der neu eingeführten Farbladung kann man das Pauli-Prinzip retten. In experimentellen Messungen wurden jedoch keine freien Quarks, sondern nur hadronische Farbsingulett-Zustände beobachtet. Dieses Phänomen nennt man Confinement. Es wurde von K. Wilson theoretisch begründet mit dem Ergebnis, dass asymptotische Zustände mit endlicher Energie (Hadronen und Mesonen) Farbsingulets der $SU(3)$ -Gruppe sind. In seinem Beweis ersetzte er die Kontinuum-Eichtheorie approximativ durch ein diskretes statistisches mechanisches System, basierend auf einem vierdimensionalen euklidischen Gitter [8]. Ein weiterer Grund für das Confinement ist die Selbstkopplung der Gluonen. Diese tragen auch einen Farbindex und können durch einen

Drei- und Vier-Gluon-Vertex untereinander wechselwirken, wie man anhand der Gleichung (2.21) sieht. Insgesamt folgt, dass die Kopplungsstärke g_s der Gluonen stark ist und daher Störungstheorie, die in Potenzen von g_s entwickelt, sinnlos ist, solange g_s groß ist. Die von Gross, Wilczek und Politzer mit Hilfe der Renormierungsgruppe [3] entdeckte asymptotische Freiheit von nicht-abelschen Eichtheorien lässt sich ausnutzen, um bei hohen Energien doch noch störungstheoretisch sinnvolle Ergebnisse zu erhalten. Anhand der laufenden Kopplung $\alpha_s = g_s^2/4\pi$, die man aus der β -Funktion der Callan-Symanzik-Gleichung ableiten kann, lässt sich die asymptotische Freiheit demonstrieren:

$$\alpha_s(Q) = \frac{2\pi}{\left(11 - \frac{2}{3}n_f\right) \log\left(\frac{Q}{\Lambda_{QCD}}\right)}, \quad (2.24)$$

wobei n_f die Anzahl der Flavor und Λ_{QCD} die QCD-Massenskala kennzeichnen. Die einfachsten Farb-Singulets, die man aus dem Farb-Triplett-Quarkzustand ψ_{if} aufbauen kann, sind:

- Baryonen: $B_{f'f''f'''} \propto \epsilon^{ijk} \psi_{if} \psi_{jf'} \psi_{kf''}$,
- Anti-Baryonen: $\bar{B}^{f'f''f'''} \propto \epsilon_{ijk} \bar{\psi}^{if} \bar{\psi}^{jf'} \bar{\psi}^{kf''}$,
- Mesonen: $M_f^{f'} \propto \psi_{if} \bar{\psi}^{if'}$.

Der Pseudo-Tensor ϵ^{ijk} ist der invariante Tensor unter SU(3)-Transformationen [6]. Die Nukleonen Neutron (udd) und Proton (uud) sind die bekanntesten Baryonen. Neben den drei Quarks, die die Quantenzahlen der Nukleonen ausmachen, existieren noch virtuelle Quark-Anti-Quark-Paare (Seequarks) aus den Generationen von Gleichung (2.22). Ihre effektiven Quantenzahlen verschwinden im Mittel und haben keine Auswirkungen auf die Quantenzahlen des Nukleons. Wegen ihrer elektrischen Ladung sind sie aber in der tiefinelastischen Streuung „sichtbar“. Sie tragen jedoch nur sehr kleine Impulsbruchteile des Nukleons [7]. Alle Quarks und Gluonen innerhalb eines Nukleons werden unter dem Begriff Partonen zusammengefasst. Die Wahrscheinlichkeit ein Parton mit einem longitudinalen Impulsanteil anzutreffen ist durch die experimentell gemessenen Parton-Verteilungsfunktion (PDF) gegeben.

Die Yang-Mills-Lagrangedichte (2.21) lässt sich elegant mit Hilfe des von Feynman eingeführten Pfadintegral-Formalismus [5] quantisieren. Für den Dirac-Propagator folgt somit [8]:

$$\langle \psi_i(x_1) \bar{\psi}_j(x_2) \rangle = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(\frac{i}{\not{k} - m} \right) \delta_{ij} e^{-ik \cdot (x_1 - x_2)}, \quad (2.25)$$

mit den Indizes $i, j = 1, 2, 3$ der SU(3)-Gruppe. Bei der Quantisierung des Gluonfeldes wird zusätzlich eine Eichfixierung mit Hilfe der Faddeev-Popov-Methode

durchgeführt. Insgesamt ergibt sich für den Gluon-Propagator:

$$\langle A_\mu^a(x_1) A_\nu^b(x_2) \rangle = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{-i}{k^2 + i\epsilon} \left(g_{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \delta^{ab} e^{-ik \cdot (x_1 - x_2)}, \quad (2.26)$$

mit einem frei wählbaren Eichparameter ξ und $a, b = 1, \dots, 8$ den Farbindizes der adjungierten Darstellung der SU(3)-Gruppe. Folgende Werte sind für ξ üblich:

$$\xi = 0 \quad \text{Landau-Eichung}, \quad (2.27)$$

$$\xi = 1 \quad \text{Feynman-Eichung}. \quad (2.28)$$

Die Faddeev-Popov-Methode erweitert außerdem die Yang-Mills-Lagrangedichte durch anti-kommutierende Skalar-Felder c^a und \bar{c}^b . Diese werden Faddeev-Popov-Geister genannt und besitzen auch einen Propagator:

$$\langle c^a(x_1) \bar{c}^b(x_2) \rangle = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2} \delta^{ab} e^{-ik \cdot (x_1 - x_2)}. \quad (2.29)$$

Die Aufgabe der Geister-Felder besteht darin, unphysikalische Freiheitsgrade (longitudinale Polarisationen) der Gluonen zu kompensieren, die bei Berechnungen von Amplituden mit Gluon-Schleifen auftauchen. Die Lagrangedichte, die alle Effekte der Faddeev-Popov-Eichfixierung beinhaltet, hat nun die Form:

$$\mathcal{L}_{FP} = \mathcal{L}_{YM} - \frac{1}{2\xi} (\partial^\mu A_\mu^a)^2 + \bar{c}^a (-\partial^\mu D_\mu^{ab}) c^b. \quad (2.30)$$

Der Faddeev-Popov-Formalismus erzeugt Terme, die nur bilinear in den Geist-Feldern \bar{c} und c sind und beschränkt sich nur auf Eich-Fixierungs-Funktionen $G(A)$, die der verallgemeinerten Lorentz-Eichung

$$G(A) = \partial^\mu A_\mu^a(x) - \omega^a(x) \quad (2.31)$$

entsprechen. Die Verallgemeinerung der Faddeev-Popov-Methode heißt BRST-Symmetrie. Diese deckt ein breiteres Spektrum an Eichfixierungs-Funktionen ab und erzeugt auch höhere Ordnungen von Geist-Felder-Termen.

2.2 Higgs-Mechanismus im Standardmodell und MSSM

Sowohl in abelschen als auch in nicht-abelschen Eichtheorien sind alle auftretenden Eichfelder masselos. Explizite Massenterme, wie

$$\mathcal{L}_{\text{Masse}} = m^2 A_\mu A^\mu, \quad (2.32)$$

würden die Eichinvarianz verletzen [9]. Mit dem Higgs-Mechanismus kann man dieses Problem umgehen. Im folgenden Abschnitt werden drei Modelle, die einen Higgs-Mechanismus enthalten, vorgestellt: das Standardmodell mit einem komplexen Higgs-Dublett, das Zwei-Higgs-Dublett-Standardmodell und das minimal supersymmetrische Standardmodell (MSSM) mit zwei Higgs-Dubletts.

2.2.1 Higgs-Mechanismus im Standardmodell

Das Standardmodell basiert auf dem direkten Produkt der nicht-abelschen Gruppen $SU(3)_C$ und $SU(2)_L$ und der abelschen Gruppe $U(1)_Y$:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y. \quad (2.33)$$

Die Gruppe $SU(3)$ ist die Eichgruppe der in Abschnitt 2.1.2 beschriebenen Quantenchromodynamik. Das Produkt $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ bestimmt die Struktur der elektro-schwachen Theorie. Die Leptonen und Quarks werden in linkshändige Iso-Spin-Doublets und rechtshändige Iso-Spin Singulets der $SU(2)_L$ -Gruppe unterteilt:

- Leptonen:

$$L_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L; \quad L_R = e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R, \quad (2.34)$$

- Quarks:

$$Q_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L; \quad Q_R = u_R, \quad d_R, \quad c_R, \quad s_R, \quad t_R, \quad b_R. \quad (2.35)$$

Die Leptonen und Quarks sowie die Eichfelder der entsprechenden Eichgruppen aus Gleichung (2.33) werden zunächst als masselos angenommen. Das Einführen eines skalaren Feldes („Higgs-Feld“) mit der schwachen Hyperladung $Y_\Phi = 1$, welches aus einem Doublett skalarer Felder

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

besteht und ein Selbstwechselwirkungspotential

$$V(\Phi) = -\mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2, \quad \text{mit } \mu^2 > 0, \lambda > 0, \quad (2.37)$$

hat, bricht die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ -Symmetrie spontan und führt nach Minimierung des Potentials zu einem nichtverschwindendem Vakuumerwartungswert (VEV)

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad \text{mit } v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}}. \quad (2.38)$$

Die $U(1)_Y$ -Symmetrie des Grundzustandes mit dem Vakuumerwartungswert $\langle \Phi \rangle$ bleibt dabei erhalten. Im Gegensatz zu den Eichbosonen der $SU(2)_L$ -Gruppe erhält

das Photon keine Masse. Die Eichboson-Masse erhält man aus dem quadrierten Ausdruck der kovarianten Ableitung des Higgs-Feldes Φ mit VEV (2.38):

$$D_\mu \Phi = \left(\partial_\mu - ig_2 W_\mu^a \tau^a - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu \right) \Phi \longrightarrow (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi), \quad (2.39)$$

wobei die $\tau^a = \sigma^a/2$ mit $a = 1, 2, 3$ die bekannten Pauli-Matrizen [Anhang A] sind, W_μ^a die Eichbosonen, g_2 die Kopplungskonstante der $SU(2)_L$ -Gruppe und B_μ das Eichboson, g_1 die Kopplungskonstante der $U(1)_Y$ -Gruppe. Nach geeigneter Diagonalisierung der Massen-Terme ergeben sich folgende Massen für die Eichbosonen:

$$M_Z = \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \frac{v}{2}, \quad M_W = g_2 \frac{v}{2}, \quad M_{A_\mu} = 0. \quad (2.40)$$

Die $SU(3)$ -Symmetrie wird nicht gebrochen und das Gluon bleibt wie das Photon masselos [10]. Ein Massenterm für Fermionen (Leptonen oder Quarks) der Form

$$m \bar{f} f = m (\bar{F}_L F_R + \bar{F}_R F_L) \quad (2.41)$$

ist nicht möglich, weil das Produkt eines Dubletts mit einem Singulett nicht invariant unter $SU(2)$ -Rotationen ist. Das Einführen des Higgs-Dubletts erlaubt Yukawa-artige Terme:

$$g_f [(\bar{F}_L \cdot \Phi) F_R + \text{h.k.}] , \quad (2.42)$$

die nach der Symmetriebrechung einen Massen-Term für Fermionen

$$g_f \frac{v}{\sqrt{2}} (\bar{f}_L f_R + \bar{f}_R f_L) \quad (2.43)$$

ergeben. Das Higgs-Dublett kann um den VEV entwickelt werden [10]:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ v + H_{SM}^0(x) + i\chi(x) \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Die Goldstone-Bosonen ϕ^+ und $\chi(x)$ können durch die unitäre Eichung, die die lokale $SU(2)_Y$ -Symmetrie der Higgs-Dubletts ausnützt, zum Verschwinden gebracht werden. Das Higgs-Dublett wird dabei zuerst neu parametrisiert [11]:

$$\Phi(x) = \exp \left[i \frac{\tau^a}{v} \chi^a \right] \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H_{SM}^0(x) \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Durch eine Umdefinition des Higgs-Dubletts,

$$\Phi(x)' = \exp \left[-i \frac{\tau^a}{v} \chi^a \right] \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H_{SM}^0(x) \end{pmatrix},$$

und des Eichfeldes,

$$W_\mu^{a'} \tau^a = W_\mu^a \tau^a + \frac{1}{vg} D_\mu \chi^a \tau^a, \quad (2.46)$$

tauchen nun in weiteren Berechnungen die Goldstone-Bosonen nicht mehr auf. Setzt man anschliessend das Higgs-Dublett (2.46) in das Selbstwechselwirkungspotential (2.37) ein, so ergibt sich für das Higgs-Boson H_{SM}^0 die Masse

$$M_{H_{SM}^0} = \sqrt{2}\mu. \quad (2.47)$$

Das Standardmodell enthält also nur ein \mathcal{CP} -gerades Higgs-Teilchen.

2.2.2 Das Zwei-Higgs-Dublett-Modell (2HDM)

Der Higgs-Sektor des Standardmodells kann (minimal) durch ein zweites Higgs-Feld Φ_2 mit Hyperladung $Y = 1$ erweitert werden. Das Higgs-Potential, welches die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ -Symmetrie nach $U(1)_{em}$ bricht, hat dann die Form [12]:

$$\begin{aligned} V(\Phi_1, \Phi_2) = & \lambda_1 \left(\Phi_1^\dagger \Phi_1 - \frac{1}{2} v_1^2 \right)^2 + \lambda_2 \left(\Phi_2^\dagger \Phi_2 - \frac{1}{2} v_2^2 \right)^2 \\ & + \lambda_3 \left[\left(\Phi_1^\dagger \Phi_1 - \frac{1}{2} v_1^2 \right) + \left(\Phi_2^\dagger \Phi_2 - \frac{1}{2} v_2^2 \right) \right]^2 \\ & + \lambda_4 \left[\left(\Phi_1^\dagger \Phi_1 \right) \left(\Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) - \left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) \left(\Phi_2^\dagger \Phi_1 \right) \right] \\ & + \lambda_5 \left[\text{Re} \left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) - \frac{1}{2} v_1 v_2 \cos \xi \right]^2 \\ & + \lambda_6 \left[\text{Im} \left(\Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) - \frac{1}{2} v_1 v_2 \sin \xi \right]^2, \end{aligned} \quad (2.48)$$

wobei die Koeffizienten λ_i reell sind. Für $\sin \xi \neq 0$ tritt im Higgs-Sektor eine \mathcal{CP} -Verletzung auf. In weiteren Berechnungen wird aber $\xi = 0$ verwendet. Das Potential (2.48) ist somit \mathcal{CP} -gerade und bricht die Symmetrie $\Phi_1 \rightarrow -\Phi_1$ nur schwach, mit der man die Abwesenheit von FCNC (Flavour Changing Neutral Currents) in der Lagrangedichte „natürlich“ macht [13]. Die beiden Vakuumerwartungswerte (VEVs)

$$\langle \Phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 e^{i\xi} \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

stehen durch das Verhältnis

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} \quad (2.50)$$

miteinander in Beziehung. Außerdem gilt:

$$\sin \beta = \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} = \frac{v_2}{v}, \quad \cos \beta = \frac{v_1}{v} \quad \text{mit} \quad v^2 = v_1^2 + v_2^2. \quad (2.51)$$

Die Entwicklung der beiden Higgs-Dubletts um die VEVs ergibt:

$$\Phi_{1,2}(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_{1,2}^+ \\ v_{1,2} + H_{1,2}(x) + i\chi_{1,2}(x) \end{pmatrix}. \quad (2.52)$$

Die Diagonalisierung der Massen-Matrix der Higgs-Bosonen in $V(\Phi_1, \Phi_2)$ führt zu den Massen-Eigenzuständen in Form von Mischungen der ursprünglichen Felder [14]:

$$G^\pm = \phi_1^\pm \cos \beta + \phi_2^\pm \sin \beta, \quad (2.53)$$

$$H^\pm = -\phi_1^\pm \sin \beta + \phi_2^\pm \cos \beta, \quad (2.54)$$

$$G^0 = \chi_1 \cos \beta + \chi_2 \sin \beta, \quad (2.55)$$

$$A^0 = -\chi_1 \sin \beta + \chi_2 \cos \beta, \quad (2.56)$$

$$H^0 = H_1 \cos \alpha + H_2 \sin \alpha, \quad (2.57)$$

$$h^0 = -H_1 \sin \alpha + H_2 \cos \alpha. \quad (2.58)$$

Insgesamt enthält das Zwei-Higgs-Dublett-Modell fünf physikalische Higgs-Teilchen: zwei neutrale \mathcal{CP} -gerade Bosonen H^0 und h^0 mit $m_{H^0} > m_{h^0}$, ein neutrales \mathcal{CP} -ungerades Boson A^0 und zwei geladene Bosonen H^\pm . Mit G^\pm werden die geladenen Goldstone-Bosonen und mit G^0 das neutrale Goldstone-Boson bezeichnet. Das Modell hat außerdem sechs freie Parameter ($\tan \beta$, Mischungswinkel α der \mathcal{CP} -geraden Higgs-Bosonen und vier Higgs-Massen) im Vergleich zu dem einen Parameter (v) im SM. Nach der Art der Kopplung der zwei Higgs-Dubletts an die Fermionen können zwei Modelle unterschieden werden:

2.2.2.1 Modell 1

Quarks und Leptonen koppeln nicht an das Higgs-Dublett Φ_1 , sondern an das Higgs-Dublett Φ_2 in gleicher Weise, wie im SM. Für die Yukawa-Terme in der Lagrangedichte des Modells 1 ergibt sich [15]:

$$\mathcal{L}_Y^1 = -(\xi_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \xi_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_2 D_{jR}^0 + \text{leptonischer Sektor} + \text{h.k.}). \quad (2.59)$$

Die ξ_{ij}^0 sind nicht-diagonale 3×3 -Kopplungsmatrizen mit Quark-Familien-Indizes i, j . Des Weiteren bezeichnen U_R^0, D_R^0 rechtshändige up-artige bzw. down-artige Quark-Singulets und \bar{Q}_{iL}^0 linkshändige Iso-Spin-Quark-Dubletts (2.35). Außerdem gilt $\tilde{\Phi}_{1,2} = i\sigma_2 \Phi_{1,2}$. Der Index 0 soll andeuten, daß die Felder nicht Masseneigenzustände sind. Durch bi-unitäres Diagonalisieren der Kopplungsmatrizen [14] können die Terme in der Lagrangedichte in Masseneigenzuständen geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y^1 = & -\frac{1}{\sqrt{2}v} \left\{ \frac{1}{\sin \beta} \bar{D} M_D^{diag} D (H^0 \sin \alpha + h^0 \cos \alpha) + i \cot \beta \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D A^0 \right. \\ & + \frac{1}{\sin \beta} \bar{U} M_U^{diag} U (H^0 \sin \alpha + h^0 \cos \alpha) - i \cot \beta \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D A^0 \\ & \left. - \cot \beta H^+ \bar{U} (M_U^{diag} K P_R - K M_D^{diag} P_L) D \right\} + \text{lept. Sektor} + \text{h.k.} \quad (2.60) \end{aligned}$$

Die $P_{R,L}$ sind die chiralen Projektionsoperatoren (A.7) und K ist die Kobayashi-Maskawa-Mischungsmatrix. Gleichung (2.60) ergibt somit folgenden Vertex für die Kopplung von A^0 an die Quarks:

$$h_{A^0,u\text{-artig}}^{M1} = \frac{\cot \beta}{v} m_u \gamma^5 \quad \text{und} \quad h_{A^0,d\text{-artig}}^{M1} = -\frac{\cot \beta}{v} m_d \gamma^5. \quad (2.61)$$

2.2.2.2 Modell 2

Das Higgs-Dublett Φ_1 koppelt nur an die down-artigen Fermionen und das Higgs-Dublett Φ_2 an die up-artigen Fermionen. Die Lagrangedichte für dieses Modell hat die Form:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y^2 &= -(\xi_{ij}^{U,0} \bar{Q}_{iL}^0 \tilde{\Phi}_2 U_{jR}^0 + \eta_{ij}^{D,0} \bar{Q}_{iL}^0 \Phi_1 D_{jR}^0 + \text{leptonischer Sektor} + \text{h.k.}) \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}v} \left\{ \frac{1}{\cos \beta} \bar{D} M_D^{diag} D (H^0 \sin \alpha - h^0 \cos \alpha) - i \tan \beta \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D A^0 \right. \\ &\quad + \frac{1}{\sin \beta} \bar{U} M_U^{diag} U (H^0 \sin \alpha + h^0 \cos \alpha) - i \cot \beta \bar{D} M_D^{diag} \gamma^5 D A^0 \\ &\quad \left. - H^+ \bar{U} (\cot \beta M_U^{diag} K P_R + \tan \beta K M_D^{diag} P_L) D \right\} + \text{lept. Sektor} \\ &\quad + \text{h.k.} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Die Vertizes für A^0 lauten:

$$h_{A^0,d\text{-artig}}^{M2} = -\frac{\tan \beta}{v} m_d \gamma^5 \quad \text{und} \quad h_{A^0,u\text{-artig}}^{M2} = -\frac{\cot \beta}{v} m_u \gamma^5. \quad (2.63)$$

Die Eichboson-Massen erhält man in ähnlicher Weise wie in Gleichung (2.39), durch einen kinetischen Term für das Higgs-Dublett. Jedoch muss hier noch das zweite Higgs-Dublett berücksichtigt werden:

$$\sum_{n=1}^2 (D_\mu \langle \Phi_n \rangle)^\dagger (D^\mu \langle \Phi_n \rangle). \quad (2.64)$$

Jeder der beiden Summanden ist bis auf die Vorfaktoren v_1^2 und v_2^2 identisch mit dem Term des Standardmodells mit einem Higgs-Dublett. Mit Hilfe der Abkürzung $v^2 = v_1^2 + v_2^2$ ergeben sich die gleichen Ausdrücke für die Massen wie in Gleichung (2.40).

2.2.3 Higgs-Mechanismus im MSSM

Das minimal supersymmetrische Standardmodell ist die einfachste supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells. Die Supersymmetrie erweitert die Poincaré-Gruppe durch neue Generatoren, die bosonische und fermionische Freiheitsgrade miteinander korrelieren. Das Teilchen-Spektrum des Standardmodells wird dadurch erweitert. Die Teilchen des SM und ihre entsprechenden Superpartner werden

zu chiralen Superfeld-Multipletts zusammengefasst. Die Superpartner der Eichbosonen (Gauginos) sind Spin-1/2-Teilchen und heißen Photinos ($\tilde{\gamma}$), Winos (\tilde{W}), Zinos (\tilde{Z}) und Gluinos (\tilde{g}). Die fermionischen Superpartner der Higgs-Bosonen sind die Higgsinos ($\tilde{\Phi}_1, \tilde{\Phi}_2$). Die Higgsinos und die Gauginos der elektro-schwachen Symmetrie können außerdem zu neuen Masseneigenzuständen mischen und ergeben dann zwei geladene Dirac-Fermionen (Charginos $\tilde{\chi}^\pm$) und vier neutrale Majorana-Fermionen (Neutralinos $\tilde{\chi}_{1-4}^0$). Im Gegensatz dazu bildet das Gluino weder Mischzustände mit Higgsinos noch mit Gauginos der elektro-schwachen Symmetrie, weil es zum Multiplett einer ungebrochenen Symmetrie angehört. Die Spin-0-Partner der Fermion-Felder sind die Sfermionen und heißen Squarks (\tilde{q}), Sleptonen (\tilde{l}) und Sneutrinos ($\tilde{\nu}_l$) [15]. Das MSSM enthält auch wie das 2HDM zwei Higgs-Dubletts:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_1^- \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad Y_{\Phi_1} = -1 \quad ; \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad Y_{\Phi_2} = 1. \quad (2.65)$$

In diesem supersymmetrischen Modell erfordert Anomaliefreiheit jedoch, daß die Summe aller Hyperladungen verschwindet. Im Standardmodell ist diese Forderung erfüllt. Um dies im MSSM zu gewährleisten, müssen die beiden Higgs-Dubletts entgegengesetzte Hyperladung tragen um die Hyperladungen der beiden Higgsinos zu kompensieren [16]. Die Hinzunahme von soft-brechenden Termen in der Lagrange-dichte, die Massen-Terme für Gluinos, Winos, Binos, Sfermionen, Higgs-Bosonen, bilineare Higgs-Boson-Terme und trilineare Kopplungsterme zwischen Sfermionen und Higgs-Bosonen enthalten, verhindert außerdem das Auftauchen von quadratisch divergenten Strahlungskorrekturen zu Massenparametern von skalaren Teilchen (Hierarchie-Problem). Die Yukawa-Kopplungen von Fermionen an die beiden Higgs-Dubletts folgen aus dem Superpotential [2]:

$$W = \sum_{i,j=\text{Gen.}} -Y_{ij}^u \hat{u}_{Ri} \hat{\Phi}_2 \cdot \hat{Q}_j + Y_{ij}^d \hat{d}_{Ri} \hat{\Phi}_1 \cdot \hat{Q}_j + Y_{ij}^l \hat{l}_{Ri} \hat{\Phi}_1 \cdot \hat{L}_j + \mu \hat{\Phi}_2 \cdot \hat{\Phi}_1. \quad (2.66)$$

Wegen der Forderung, dass das Superpotential holomorph bezüglich der Superfelder sein soll, haben diese die gleiche Form, wie in Gleichung (2.62) des 2HDM Modell 2. Hierbei bezeichnen \hat{Q} , \hat{L} die schwachen SU(2)-Dublett Quark- und Lepton-Superfelder und \hat{u}_R , \hat{d}_R , \hat{l}_R die schwachen SU(2)-Singulett Quark- und Lepton-Superfelder. Die Higgs-Superfelder sind $\hat{\Phi}_1$ und $\hat{\Phi}_2$. Der letzte Term mit Parameter μ ist ein supersymmetrischer Higgs-Massen-Term und die $Y_{ij}^{u,d,l}$ sind Kopplungen innerhalb der Generationen. Das Higgs-Spektrum, welches aus dem Higgs-Potential [2]

$$V_H = \overline{m}_1^2 (|\phi_1^0|^2 + |\phi_1^-|^2) + \overline{m}_2^2 (|\phi_2^0|^2 + |\phi_2^+|^2) - \overline{m}_3^2 (\phi_1^- \phi_2^+ - \phi_1^0 \phi_2^0 + \text{h.k.}) \quad (2.67)$$

$$+ \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} (|\phi_1^0|^2 + |\phi_1^-|^2 - |\phi_2^0|^2 - |\phi_2^+|^2)^2 + \frac{g_2^2}{2} |\phi_1^{-*} \phi_1^0 + \phi_2^{0*} \phi_2^+|^2 \quad (2.68)$$

mit Soft-Brechungsparametern

$$\overline{m}_1^2 = |\mu|^2 + m_{\Phi_1}^2, \quad \overline{m}_2^2 = |\mu|^2 + m_{\Phi_2}^2, \quad \overline{m}_3^2 = B\mu \quad (2.69)$$

und Kopplungskonstanten g_1, g_2 der Higgs-Selbstwechselwirkung hervorgeht, entspricht dem des 2HDM, d.h. es enthält auch zwei \mathcal{CP} -gerade Skalare (h^0, H^0), ein \mathcal{CP} -ungerader Skalar (A^0) und zwei geladenen Higgs-Bosonen (H^\pm). Aus der Supersymmetrie folgen außerdem einige Beziehungen zwischen den Massen der Higgs-Bosonen und dem Parameter $\tan\beta$ sowie dem Mischungswinkel des \mathcal{CP} -geraden Higgs-Sektors, die eine starke hierarchische Struktur für das Higgs-Massenspektrum ergeben:

$$m_{h^0} < m_Z, \quad m_{A^0} < m_{H^0}, \quad m_w < m_{H^\pm}. \quad (2.70)$$

Diese ist jedoch in der Quantentheorie wegen der großen Top-Quark-Masse durch Strahlungskorrekturen gebrochen. Der Parameter $\tan\beta$ ist außerdem durch folgendes Intervall eingeschränkt:

$$1 \lesssim \tan\beta \lesssim \frac{m_t}{m_b} \quad \text{mit} \quad \frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2}, \quad (2.71)$$

welches durch die Annahme begründet ist, dass das MSSM der Niederenergie-Limes des supergravitativen Modells ist [17]. Der MSSM-Higgs-Sektor ist üblicherweise durch die zwei Parameter $\tan\beta$ und m_{A^0} parametrisiert.

Kapitel 3

Higgs-Produktionsprozesse am LHC für $A^0 jj X$ -Produktion

3.1 Einführung

Das \mathcal{CP} -ungerade Higgs-Boson A^0 wird analog zum \mathcal{CP} -geraden H^0 des Standardmodells durch folgende $2 \rightarrow 3$ -QCD-Prozesse der Ordnung α_s^2 erzeugt:

$$qq \rightarrow qqA^0, \quad qQ \rightarrow qQA^0, \quad gg \rightarrow qqA^0, \quad gg \rightarrow ggA^0. \quad (3.1)$$

Die zwei ersten Prozesse stellen die Streuung von identischen und nicht identischen Quark-Flavors dar. Die beiden letzten beschreiben Streuprozesse von Gluonen mit Quarks bzw. von Gluonen mit Gluonen. Hinzu kommen gekreuzte Prozesse für:

- die (Anti-)Quark-(Anti-)Quark-Streuung:

$$\bar{q}\bar{q} \rightarrow \bar{q}\bar{q}A^0, \quad q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}A^0, \quad \bar{q}q \rightarrow \bar{q}qA^0, \quad (3.2)$$

- die (Anti-)Quark-Gluon-Streuung:

$$\begin{aligned} \bar{q}g \rightarrow \bar{q}gA^0 \quad \text{und} \quad gq \rightarrow gqA^0, \quad g\bar{q} \rightarrow g\bar{q}A^0 \quad (\text{vertauschte } p\text{-Strahlen}), \\ gg \rightarrow \bar{q}qA^0, \quad q\bar{q} \rightarrow ggA^0, \quad \bar{q}q \rightarrow ggA^0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die Kopplungen an die leichteren Quarks aus der ersten und zweiten Generation (2.35) werden hier vernachlässigt und nur die schwere dritte Generation verwendet. Die Erzeugung des Higgs-Bosons A^0 erfolgt durch eine massive Quark-Schleife, wobei je nach Größe von Parameter $\tan \beta = v_2/v_1$ die Yukawa-Kopplung $h_q = \tilde{h}_q \gamma^5$ an das top- oder bottom-Quark favorisiert wird (2.63):

$$h_t = \tilde{h}_t \gamma^5 = -\frac{m_t}{v \cdot \tan \beta} \gamma^5 \quad \text{und} \quad h_b = \tilde{h}_b \gamma^5 = -\frac{m_b \cdot \tan \beta}{v} \gamma^5. \quad (3.4)$$

Somit ist die top-Yukawa-Kopplung h_t für große Werte von $\tan\beta$ unterdrückt. Im MSSM oder 2HDM ist h_t für $\tan\beta = 7$ vergleichbar mit der Bottom-Yukawa-Kopplung h_b . Für größere Werte, wie z.B. $\tan\beta = 50$, erreicht h_b die Größenordnung von h_t^{SM} des Standard Modells. Die im Abschnitt 2.1.1 vorgestellten Geisterfelder c und \bar{c} (2.29) werden in diesen Prozessen nicht benötigt, weil keine Gluon-Schleifen vorhanden sind und außerdem die Higgs-Bosonen an diese wegen $m_{c,\bar{c}} = 0$ nicht koppeln. Des Weiteren werden hier keine Beiträge mit Squark-Schleifen betrachtet, denn auf Amplituden-Neveau für die Ordnung α_s^2 sind all diese Beiträge gleich Null.

Die Anzahl und der Typ der Feynman-Diagramme kann aus einfachen Zwei-Jet-QCD-Prozessen in führender Ordnung abgeleitet werden, indem man die Higgs-Gluon-”Vertizes” auf alle möglichen Arten in die Born-Diagramme für $2 \rightarrow 2$ -QCD-Parton-Streuung einsetzt. Alle $A^0 + 4$ -Parton-Amplituden sind dann in niedrigster Ordnung proportional zu $h_q g_s^4$. Des Weiteren werden in den folgenden Berechnungen alle Kopplungskonstanten und Faktoren, wie der Schleifen-Faktor $i/16\pi^2$, der Faktor $4im_q$, der aus der Berechnung der Dirac-Spuren der Quark-Schleifen resultiert, und alle i 's in einen Gesamtfaktor F absorbiert:

$$F = 4m_q \tilde{h}_q \frac{g_s^4}{16\pi^2} i = 4m_q \tilde{h}_q \alpha_s^2 i \quad \text{mit} \quad g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}. \quad (3.5)$$

Im Folgenden werden nur die analytischen Ausdrücke für die Amplituden der entsprechenden Streuprozesse für festgelegte Polarisierungen der externen Quarks und Gluonen in der Feynman-Eichung (2.28) berechnet. Die in den nächsten Kapiteln vorgestellten Feynman-Diagramme wurden für die jeweiligen Prozesse mit Hilfe von *FeynArts* [18] generiert. Für Vereinfachung der analytischen Ausdrücke wurden *FeynCalc* [19], eine Erweiterung für *Mathematica* [20], und *Reduce* [21] verwendet. Die numerische Auswertung der Amplituden und die Berechnung des Wirkungsquerschnitts erfolgt dann mit Hilfe eines FORTRAN-Programms (*VBFNLO*).

3.2 Die Prozesse $qQ \rightarrow qQA^0$ und $qq \rightarrow qqA^0$

Fügt man in die Born-Diagramme für die Quark-Quark-Streuung,

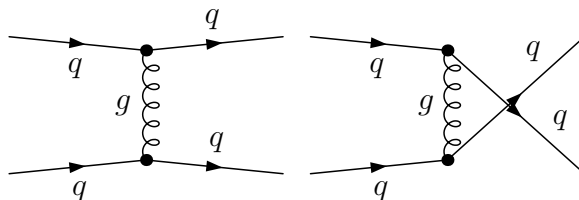


Abbildung 3.1: *Born-Diagramme für den Prozess $qq \rightarrow qq$*

eine Dreieck-Schleife hinzu, so ergeben sich die folgenden einfachsten Beiträge zur

A + 2-Jet-Produktion:

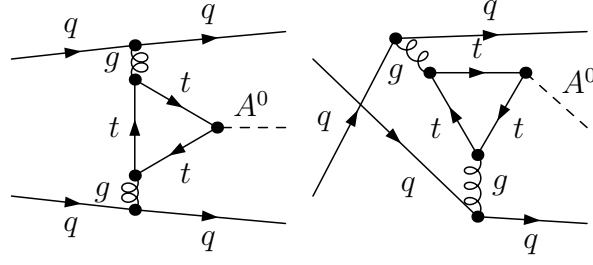
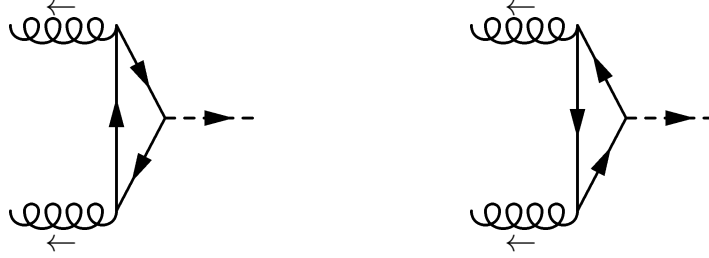


Abbildung 3.2: Beiträge zum $qq \rightarrow qqA^0$ -Prozess.

Im Falle des $qQ \rightarrow qQA^0$ -Prozesses, in dem Q ein anderes Quark-Flavor ist, existieren nur zwei Diagramme, z.B. das erste aus der Abbildung 3.2 und ein weiteres mit entgegengesetzte Richtung der Quark-Schleife. Alle anderen Subprozesse erhält man durch entsprechende Crossing-Relationen (3.2). Mit Hilfe des Theorems von Furry [22] lässt sich zeigen, dass zwei durch Ladungskonjugation in Beziehung stehende Feynman-Diagramme zu einem Diagramm zusammengefasst werden können. Anhand einer Dreiecks-Schleife wird diese Relation kurz näher erläutert:



Die Drei-Punkt-Funktionen für die beiden Dreieck-Schleifen haben nun die folgende Form:

$$T_1^{\mu\nu}(q_1, q_2) = \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\not{k} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + m_q)}{[(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\ \left. \times \gamma^\nu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + \not{q}_2 + m_q)}{[(k + q_1 + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \right] \quad (3.6)$$

$$T_2^{\mu\nu}(q_1, q_2) = \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\not{k} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\nu \frac{(\not{k} + \not{q}_2 + m_q)}{[(k + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\ \left. \times \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + \not{q}_2 + m_q)}{[(k + q_1 + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \right] \\ = \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{[(k + q_1 + q_2) \cdot \gamma^T + m_q]}{[(k + q_1 + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} (-\gamma^\nu)^T \right. \\ \left. \times \frac{[(k + q_1) \cdot \gamma^T + m_q]}{[(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} (-\gamma^\mu)^T \frac{(k \cdot \gamma^T + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} (\gamma^5)^T \right]$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\not{k} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + m_q)}{[(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\
&\quad \left. \times \gamma^\nu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + \not{q}_2 + m_q)}{[(k + q_1 + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \right] = T_1^{\mu\nu}(q_1, q_2), \quad (3.7)
\end{aligned}$$

wobei in der zweiten Zeile der Gleichung (3.7) die Verschiebung $k \rightarrow -k - q_1 - q_2$ sowie der Ladungskonjugationsoperator,

$$\hat{C}\gamma_\mu\hat{C}^{-1} = -\gamma_\mu^T \quad \text{mit} \quad \hat{C} = \gamma^0\gamma^2, \quad \hat{C}^2 = \mathbb{1} \quad (3.8)$$

und $\hat{C}\gamma_5\hat{C}^{-1} = \gamma_5^T$ verwendet wurden. Die Anwendung des Ladungskonjugationsoperators \hat{C} führt, abhängig von einer geraden oder ungeraden Anzahl von γ^μ -Matrizen, die von den Vertizes herkommen, zu einem Vorzeichenwechsel im Ausdruck für die Quark-Schleife. Mit der Eigenschaft der Spur, $\text{Sp}[(\gamma^\mu)^T(\gamma^\nu)^T \dots] = \text{Sp}[\dots\gamma^\nu\gamma^\mu]$, ergibt sich somit insgesamt für die beiden Schleifen-Tensoren:

$$T_1^{\mu\nu}(q_1, q_2) = T_2^{\mu\nu}(q_1, q_2) \equiv T^{\mu\nu}(q_1, q_2). \quad (3.9)$$

Der Faktor $-i/(4m_q)$ kürzt den entsprechenden aus der Dirac-Spur kommenden Vorfaktor. Im QED-Prozess $\gamma q \rightarrow \gamma q A^0$ liefern z.B. Box-Schleifen-Diagramme keinen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt, weil diese durch ihre ladungskonjugierten Partner kompensiert werden.

Für die Berechnungen der Amplituden wurden der Formalismus und die Notation von [1, 23] verwendet. Hier und in allen folgenden Amplituden werden die Gluon-Impulse als auslaufend angenommen. Als Spinoralgebra für einen Subprozess, z.B.:

$$q(\bar{p}_1, i_1) + Q(\bar{p}_3, i_3) \rightarrow q(\bar{p}_2, i_2) + Q(\bar{p}_4, i_4) + A^0(P), \quad (3.10)$$

wird hier die chirale Darstellung mit masselosen Fermionen, d.h.

$$\bar{p}_1^2 = \bar{p}_2^2 = \bar{p}_3^2 = \bar{p}_4^2 = 0, \quad P^2 = m_{A^0}^2 \quad (3.11)$$

verwendet. Im Anhang A sind die wichtigsten Eigenschaften dieser Darstellung kurz angegeben. Jedes externe (Anti-)Fermion lässt sich somit durch einen zweikomponentigen Weyl-Spinor der Chiralität τ beschreiben [23]:

$$\psi(\bar{p}_i, \bar{\sigma}_i)_\tau = S_i \sqrt{2\bar{p}_i^0} \delta_{\sigma_i\tau} \chi_{\sigma_i}(\bar{p}_i). \quad (3.12)$$

Der Faktor $\delta_{\sigma_i\tau}$ sichert die Helizitätserhaltung, so dass Amplituden nur dann einen Beitrag liefern, wenn die Helizität σ_i dem Chiralitätsindex τ gleicht. Außerdem können sich in Subprozessen die Impulse (\bar{p}_i, \bar{q}_i) und Helizitäten $\bar{\sigma}_i$ von physikalischen Teilchen durch einen Vorzeichenfaktor S_i von den Impulsen (p_i, q_i) und Helizitäten σ_i in den entsprechenden Feynman-Diagrammen unterscheiden, z.B. gilt für Fermionen

$$p_i = S_i \bar{p}_i \quad \text{und} \quad \sigma_i = S_i \bar{\sigma}_i \quad (3.13)$$

mit $S_i = +1$ für Quarks und $S_i = -1$ für Anti-Quarks. Unterschiedliche Kanäle (3.2),(3.3) sind dann komplett durch diese Vorzeichenfaktoren festgelegt. Alle Faktoren der Wellenfunktion wie Spinor-Normierung, Spinor-Komponenten (3.12) und Polarisationsvektoren $\epsilon_i(\bar{q}_i)$ sind im Folgenden explizit nur von physikalischen Impulsen \bar{q}_i abhängig. Die Polarisationsvektoren werden außerdem durch eine orthogonale Basis, die aus den Impulsvektoren aufgebaut ist, ausgedrückt und sind somit reell, d.h. $\epsilon_i^*(\bar{q}_i) = \epsilon_i(\bar{q}_i)$. Es gilt [23, 24]:

$$\epsilon_i(\bar{q}_i, 1) = (|\vec{\bar{q}}_i| \bar{q}_{iT})^{-1} (0, \bar{q}_{ix} \bar{q}_{iz}, \bar{q}_{iy} \bar{q}_{iz}, -\bar{q}_{iT}^2), \quad (3.14)$$

$$\epsilon_i(\bar{q}_i, 2) = (\bar{q}_{iT})^{-1} (0, -\bar{q}_{iy}, \bar{q}_{ix}, 0) \quad (3.15)$$

mit

$$\bar{q}_i^\mu = (\bar{E}_i, \bar{q}_{ix}, \bar{q}_{iy}, \bar{q}_{iz}), \quad \bar{E}_i = (|\vec{\bar{q}}_i|^2 + m^2)^{1/2}, \quad \bar{q}_{iT} = (\bar{q}_{ix}^2 + \bar{q}_{iy}^2)^{1/2}. \quad (3.16)$$

Die so definierten Polarisationsvektoren genügen der Transversalitätsbedingung:

$$q \cdot \epsilon(q) = 0 \quad \text{mit} \quad \epsilon^\mu(q) = (0, \vec{\epsilon}(q)). \quad (3.17)$$

Als Kurzschreibweise für die externen Fermionen wird die folgende Bra-Ket-Darstellung eingeführt [1, 23]:

$$\begin{aligned} |1\rangle &= \chi_{\sigma_1}(\bar{p}_1), \\ \langle 2| &= \chi_{\sigma_2}^\dagger(\bar{p}_2), \\ |3\rangle &= \chi_{\sigma_3}(\bar{p}_3), \\ \langle 4| &= \chi_{\sigma_4}^\dagger(\bar{p}_4), \end{aligned} \quad (3.18)$$

wobei hier die einlaufenden Fermionen einen ungeraden und die auslaufenden einen geraden Index tragen. Nun lassen sich die Quark-Gluon-Vertizes und die beiden Gluon-Propagatoren kompakt zu den effektiven Strömen [1]

$$J_{21}^\mu = \delta_{\sigma_2 \sigma_1} \chi_{\sigma_2}^\dagger(\bar{p}_2) (\sigma^\mu)_\tau \chi_{\sigma_1}(\bar{p}_1) \frac{1}{q_1^2} = \delta_{\sigma_2 \sigma_1} \langle 2 | (\sigma^\mu)_\tau | 1 \rangle \frac{1}{(p_1 - p_2)^2}, \quad (3.19)$$

$$J_{43}^\nu = \delta_{\sigma_4 \sigma_3} \chi_{\sigma_4}^\dagger(\bar{p}_4) (\sigma^\nu)_\tau \chi_{\sigma_3}(\bar{p}_3) \frac{1}{q_2^2} = \delta_{\sigma_4 \sigma_3} \langle 4 | (\sigma^\nu)_\tau | 3 \rangle \frac{1}{(p_3 - p_4)^2} \quad (3.20)$$

zusammenfassen. Diese Ströme sind natürlich erhalten, so dass gilt

$$J_{21}^\mu (p_1 - p_2)_\mu = 0 \quad \text{und} \quad J_{43}^\nu (p_3 - p_4)_\nu = 0. \quad (3.21)$$

Die Weyl-Spinoren (3.12) und die Ströme J_{21}^μ und J_{43}^ν können numerisch leicht berechnet werden [23].

Nun geht es weiter mit der Berechnung der Drei-Punkt-Funktion. Die Auswertung der Dirac-Spur im Zähler ergibt einen einfachen Ausdruck,

$$\text{Sp}[(\not{k} + m_q) \gamma^\mu (\not{k} + \not{\not{x}}_1 + m_q) \gamma^\nu (\not{k} + \not{\not{x}}_1 + \not{\not{x}}_2 + m_q) \gamma^5] = i 4 m_q \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_{1\alpha} q_{2\beta}, \quad (3.22)$$

der vom Schleifen-Impuls k unabhängig ist. Nach Passarino-Veltman [25] entspricht das restliche Schleifen-Integral somit einem $C_0(q_1, q_2)$ -Formfaktor

$$-\frac{i\pi^2}{(2\pi)^4}C_0(q_1, q_2) = -\frac{i\pi^2}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{-1}{[k^2 - m_q^2][(k + q_1)^2 - m_q^2][(k + q_1 + q_2)^2 - m_q^2]}, \quad (3.23)$$

der eine skalare Drei-Punkt-Funktion beschreibt. Für $T^{\mu\nu}(q_1, q_2)$ folgt somit insgesamt:

$$T^{\mu\nu}(q_1, q_2) = \varepsilon^{\mu\nu\rho\eta} q_{1\rho} q_{2\eta} \cdot C_0(q_1, q_2). \quad (3.24)$$

Weitere Eigenschaften der Passarino-Veltman-Reduktion sind im Anhang C zusammengefasst.

Bis hierhin wurde aber noch gar nicht die Farbstruktur der Quarks und Gluonen berücksichtigt. Diese Eigenschaft wird anschließend kurz separat behandelt. Die zugrundeliegende Lie-Algebra wird im Anhang B beschrieben. Die durch Ladungskonjugation in Beziehung stehenden Dreieck-Schleifen haben die folgende Farbstruktur:

$$\begin{aligned} \text{Sp}[t^b t^c] T_1^{\mu\nu}(q_1, q_2) + \text{Sp}[t^c t^b] T_2^{\mu\nu}(q_1, q_2) &= \delta^{bc} T^{\mu\nu}(q_1, q_2) \\ \text{mit } \text{Sp}[t^b t^c] &= \frac{1}{2} \delta^{bc}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Die Farbgeneratoren $t_{i_2 i_1}^a, t_{i_4 i_3}^d$ aus den beiden Gluon-Vertizes, die Farbbeiträge δ^{ab}, δ^{cd} aus den beiden Gluon-Propagatoren und Gleichung (2.19) ergeben zusammen:

$$t_{i_2 i_1}^a \cdot \delta^{ab} \cdot \delta^{bc} \cdot \delta^{cd} \cdot t_{i_4 i_3}^d = t_{i_2 i_1}^a t_{i_4 i_3}^a. \quad (3.26)$$

Die i_i sind die Farbindizes der jeweiligen Quarks oder Anti-Quarks. Die Streuamplitude für unterschiedliche Flavors ist dann gegeben durch

$$\mathcal{A}^{qQ} = F^{qQ} J_{21}^\mu J_{43}^\nu T_{\mu\nu}(q_1, q_2) t_{i_2 i_1}^a t_{i_4 i_3}^a \quad (3.27)$$

mit

$$F^{qQ} = S_1 S_2 S_3 S_4 4 \sqrt{\bar{p}_1^0 \bar{p}_2^0 \bar{p}_3^0 \bar{p}_4^0} F \quad (3.28)$$

und dem Faktor F aus Gleichung (3.5). Für zwei identische Quarks muss Pauli-Interferenz berücksichtigt werden. Das bedeutet, dass zur Gleichung (3.27) noch die Amplitude mit vertauschten Quarks 2 und 4 hinzu addiert wird:

$$\mathcal{A}^{qq} = \mathcal{A}_{2143}^{qq} t_{i_2 i_1}^a t_{i_4 i_3}^a - \mathcal{A}_{4123}^{qq} t_{i_4 i_1}^a t_{i_2 i_3}^a. \quad (3.29)$$

Die Vertauschung der beiden Quark-Spinoren führt außerdem zu einem Vorzeichenwechsel für die \mathcal{A}_{4123}^{qq} -Amplitude.

3.2.1 Quadrierte Matrixelemente für den Wirkungsquerschnitt

Letztendlich wird für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts die quadrierte Amplitude, summiert über die Farbe der einlaufenden und auslaufenden Teilchen, benötigt:

$$\sum_{\text{Farbe}} |\mathcal{A}^{qq}|^2 = (|\mathcal{A}_{2143}|^2 + |\mathcal{A}_{4123}|^2) \frac{N^2 - 1}{4} + 2\text{Re}(\mathcal{A}_{2143}\mathcal{A}_{4123}^*) \frac{N^2 - 1}{4N} \quad (3.30)$$

mit

$$\begin{aligned} \sum_{i_1, i_2, i_3, i_4} t_{i_2 i_1}^a t_{i_4 i_3}^a (t_{i_2 i_1}^b t_{i_4 i_3}^b)^\dagger &= \sum_{i_1, i_2, i_3, i_4} t_{i_2 i_1}^a t_{i_4 i_3}^a t_{i_1 i_2}^b t_{i_3 i_4}^b \\ &= \text{Sp}[t^a t^b] \text{Sp}[t^a t^b] = \frac{N^2 - 1}{4} \end{aligned} \quad (3.31)$$

und

$$\sum_{i_1, i_2, i_3, i_4} t_{i_2 i_1}^a t_{i_4 i_3}^a t_{i_3 i_2}^b t_{i_1 i_4}^b = \text{Sp}[t^b t^a t^b t^a] = -\frac{N^2 - 1}{4N}. \quad (3.32)$$

Mit $\mathcal{A}_{4123} = 0$ in Gleichung (3.30) erhält man die quadrierten Matrixelemente für \mathcal{A}^{qQ} .

3.3 Der Prozess $qg \rightarrow qg A^0$

Als Ausgangspunkt für einen Subprozess

$$g(\bar{q}_1, a_1) + q(\bar{p}_1, i_1) \rightarrow g(\bar{q}_2, a_2) + q(\bar{p}_2, i_2) + A^0(P) \quad (3.33)$$

sind folgende Born-Diagramme wichtig:

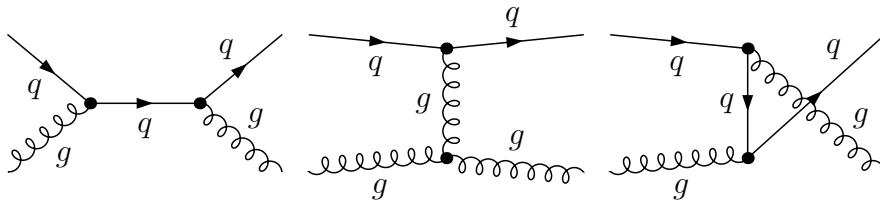


Abbildung 3.3: Born-Diagramme für den Prozess $qg \rightarrow qg$.

Die a_i sind die Farbindices der Gluonen in der adjungierten Darstellung. Des Weiteren werden wieder in alle Gluon-Propagatoren und äußeren Gluon-Beinchen Dreieck-Schleifen eingefügt:

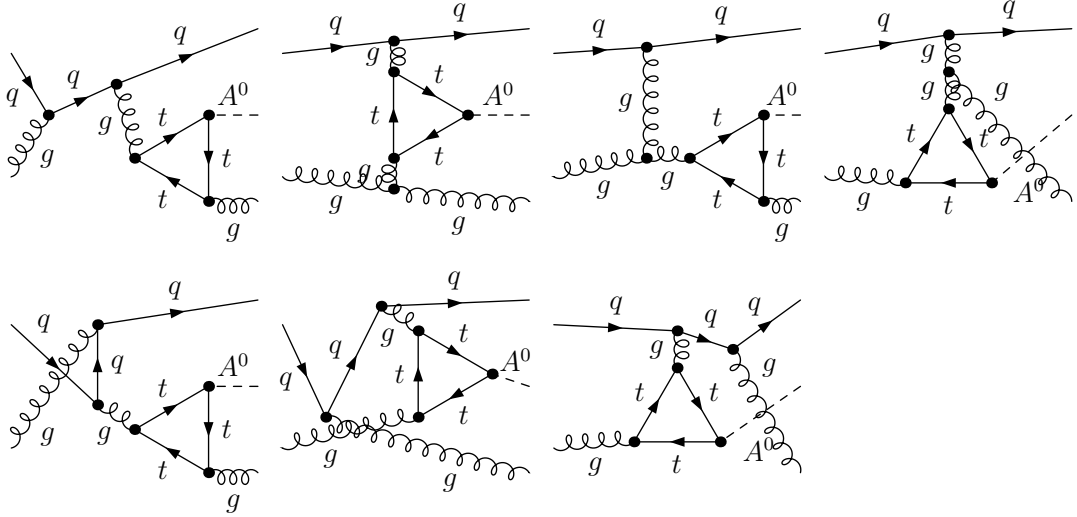


Abbildung 3.4: Beiträge mit einer Dreieck-Schleife zum $qq \rightarrow qqA^0$ -Prozess.

Zusätzliche Beiträge erhält man durch das Hinzufügen von Box-Schleifen in das Drei-Gluon-Vertex-Born-Diagramm:

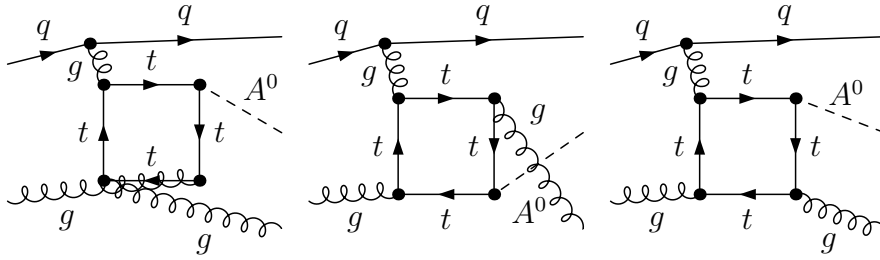


Abbildung 3.5: Beiträge mit einer Box-Schleife zum $qq \rightarrow qqA^0$ -Prozess .

Insgesamt tragen zwanzig Feynman-Diagramme zu diesem Prozess und zu den durch Crossing-Relationen (3.3) entstehenden Prozessen bei. Die zehn nicht aufgeführten Feynman-Diagramme entsprechen den Diagrammen mit entgegengesetztem Schleifen-Impuls k . Die Gluon-Impulse werden wie vorher als auslaufend angenommen, und es gilt

$$\vec{p}_1^2 = \vec{p}_2^2 = \vec{q}_1^2 = \vec{p}_2^2 = 0, \quad P^2 = m_{A^0}^2. \quad (3.34)$$

Es befinden sich jetzt außerdem nicht nur Quarks in Anfangs- und Endzuständen, sondern auch Gluonen. Für die Emission eines Gluons auf der Massenschale in der Nähe eines externen Quarks wird die folgende Kurzschreibweise eingeführt:

$$|q_i, 1\rangle = (\not{p}_1 - \not{A}_i)_{-\sigma_1} (\not{\epsilon}_i)_{\sigma_1} \chi_{\sigma_1}(\vec{p}_1) \frac{1}{(p_1 - q_i)^2}, \quad (3.35)$$

$$\langle 2, q_i | = \chi_{\sigma_2}^\dagger(\vec{p}_2) (\not{\epsilon}_i)_{\sigma_2} (\not{p}_2 + \not{A}_i)_{-\sigma_2} \frac{1}{(p_2 + q_i)^2}. \quad (3.36)$$

3.3.1 Dreieck-Diagramme für den Prozess $qg \rightarrow qgA^0$

Die Drei-Punkt-Funktion für die vier Feynman-Diagramme mit nur einfachen Gluon-Vertizes hat die folgende allgemeine Form:

$$T_{\mu\nu} = -\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q_i^\alpha P^\beta C_0(q_i, -(q_i + P)). \quad (3.37)$$

Für die Berechnungen ist es vorteilhaft, die Polarisationsvektoren $\epsilon_i^\mu = \epsilon_i^\mu(\bar{q}_i)$ von externen Gluonen mit eingefügter Dreieck-Schleife zu effektiven Polarisationsvektoren

$$e_{iA^0\nu} = \varepsilon_{\nu\mu\alpha\beta} \epsilon_i^\mu q_i^\alpha P^\beta \frac{C_0(q_i, -(q_i + P))}{(q_i + P)^2} \quad (3.38)$$

zusammenzufassen. Die vier Amplituden lauten somit:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{1234}^{gg} &= (t^a t^b)_{i_2 i_1} \tilde{\mathcal{A}}_{12}^{gg} + (t^b t^a)_{i_2 i_1} \tilde{\mathcal{A}}_{34}^{gg} \\ &= (t^a t^b)_{i_2 i_1} \left[\langle 2 | (\not{\epsilon}_{1A})_{\sigma_1} | q_2, 1 \rangle + \langle 2, q_1 | (\not{\epsilon}_{2A})_{\sigma_1} | 1 \rangle \right] \\ &\quad + (t^b t^a)_{i_2 i_1} \left[\langle 2 | (\not{\epsilon}_{2A})_{\sigma_1} | q_1, 1 \rangle + \langle 2, q_2 | (\not{\epsilon}_{1A})_{\sigma_1} | 1 \rangle \right]. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Der Farbfaktor $(t^a t^b)_{i_2 i_1}$ ergibt sich aus dem Farbbeitrag δ^{bd} des Gluon-Propagators mit effektivem Polarisationsvektor $e_{1/2A^0}$ und den beiden einfachen Gluon-Vertizes $t_{i_2 i_1}^d, t_{i_2 i_1}^a$. Ähnliches gilt für $(t^b t^a)_{i_2 i_1}$, jedoch mit vertauschten externen Gluonen. Die restlichen drei Feynman-Diagramme mit einer Dreieck-Schleife besitzen einen Drei-Gluon-Vertex [Anhang D]. Davon enthalten zwei Diagramme Gluonen mit effektivem Polarisationsvektor $e_{1/2A^0}$ (3.38). Die Impulskonfigurationen an diesem Vertex haben die folgende Form:

$p = -q_1 - P$	$k = -q_2$	$q = -(p_2 - p_1)$	mit e_{1A}
$p = -q_1$	$k = -q_2 - P$	$q = -(p_2 - p_1)$	mit e_{2A}
$p = -q_1$	$k = -q_2$	$q = q_1 + q_2$	virtuell.

Die Amplituden dieser Feynman-Diagramme lauten somit:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{567}^{gg} &= [t^a, t^b]_{i_2 i_1} \tilde{\mathcal{A}}_{567}^{gg} = [t^a, t^b]_{i_2 i_1} \\ &\quad \times \left[2 \left(e_{1A} \cdot \epsilon_2 J_{21} \cdot q_2 - e_{1A} \cdot J_{21} \epsilon_2 \cdot (p_2 - p_1) - e_{1A} \cdot q_2 J_{21} \cdot \epsilon_2 \right) \right. \\ &\quad \left. - 2 \left(e_{2A} \cdot \epsilon_1 J_{21} \cdot q_1 - e_{2A} \cdot q_1 J_{21} \cdot \epsilon_1 - e_{2A} \cdot J_{21} \epsilon_1 \cdot (p_2 - p_1) \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} J_{21}^\nu \left[\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_1^\alpha q_2^\beta (p_2 - p_1)^\beta + (\epsilon_2 \cdot q_1 \epsilon_1^\mu - \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_2^\mu) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times (q_1 + q_2)^\alpha (p_2 - p_1)^\beta \right] \cdot \frac{C_0(p_2 - p_1, q_1 + q_2)}{(q_1 + q_2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Für den Quarkstrom J_{21} wurde wieder die Gleichung (3.19) verwendet. Die Feynman-Diagramme mit ladungskonjugiertem Dreieck-Schleife wurden in den Amplituden \mathcal{A}_{1234}^{gg} und \mathcal{A}_{567}^{gg} unter Verwendung von Gleichung (3.25) mit berücksichtigt.

3.3.2 Box-Diagramme für den Prozess $qg \rightarrow qgA^0$

Die Vier-Punkt-Funktion $\bar{B}_1^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)$ mit der Gluon-Permutation (1, 2, 3) und die ladungskonjugierte Version $\bar{B}_2^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)$ haben die folgende Form:

$$\begin{aligned} \bar{B}_1^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) &= \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\not{k} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + m_q)}{[(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\ &\times \gamma^\nu \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + \not{q}_2 + m_q)}{[(k + q_1 + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\alpha \left. \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + \not{q}_2 + \not{q}_3 + m_q)}{[(k + q_1 + q_2 + q_3)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \right], \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \bar{B}_2^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) &= \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\not{k} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\alpha \frac{(\not{k} + \not{q}_3 + m_q)}{[(k + q_3)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\ &\times \gamma^\nu \frac{(\not{k} + \not{q}_2 + \not{q}_3 + m_q)}{[(k + q_2 + q_3)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\mu \left. \frac{(\not{k} + \not{q}_1 + \not{q}_2 + \not{q}_3 + m_q)}{[(k + q_1 + q_2 + q_3)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \right]. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Die weiteren Permutationen (2, 3, 1) und (3, 1, 2) können durch zyklisches Vertauschen der Grundpermutation (1, 2, 3) erreicht werden. Der Faktor $-i/(4m_q)$ kürzt wieder den entsprechenden aus der Dirac-Spur kommenden Vorfaktor. Nach der Auswertung der Dirac-Spur und mit der Verwendung der Abkürzung

$$\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} a_\mu b_\nu c_\alpha d_\beta = \varepsilon^{abcd} \quad (3.43)$$

ergibt aus dem mit den Polarisationsvektoren der externen Gluonen $\epsilon_1^\mu, \epsilon_2^\nu$ und dem Quarkstrom J_{21}^α kontrahierte Tensor $\bar{B}_{1\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)$ der folgende Beitrag:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_8^{qg} &= \bar{B}_{1\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu J_{21}^\alpha = \\ &\left[\varepsilon^{J_{21}q_1q_2q_3} \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 - \varepsilon^{\epsilon_2q_1q_2q_3} \epsilon_1 \cdot J_{21} + \varepsilon^{\epsilon_2J_{21}q_2q_3} \epsilon_1 \cdot q_1 - \varepsilon^{\epsilon_2J_{21}q_1q_3} \epsilon_1 \cdot q_2 \right. \\ &+ \varepsilon^{\epsilon_2J_{21}q_1q_2} \epsilon_1 \cdot q_3 + \varepsilon^{\epsilon_1q_1q_2q_3} \epsilon_2 \cdot J_{21} + \varepsilon^{\epsilon_1J_{21}q_2q_3} \epsilon_2 \cdot q_1 - \varepsilon^{\epsilon_1J_{21}q_1q_2} \epsilon_2 \cdot q_3 \\ &- \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2q_2q_3} J_{21} \cdot q_1 + \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2q_1q_3} J_{21} \cdot q_2 + \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2J_{21}q_3} q_1 \cdot q_2 - \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2J_{21}q_2} q_1 \cdot q_3 \\ &+ \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2J_{21}q_1} q_2 \cdot q_3 + \varepsilon^{\epsilon_1J_{21}q_1q_3} (2\epsilon_2 \cdot q_1 + \epsilon_2 \cdot q_2) + \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2q_1q_2} (2(J_{21} \cdot q_1 \\ &+ J_{21} \cdot q_2) + J_{21} \cdot q_3) \left. \right] \cdot D_0(q_1, q_2, q_3) \\ &- \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2J_{21}q_3} \cdot C_0(q_1 + q_2, q_3) - \varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2J_{21}q_1} \cdot C_0(q_1, q_2 + q_3) \\ &+ 2\varepsilon^{\epsilon_2J_{21}q_2q_3} \epsilon_1^\mu D_\mu(q_1, q_2, q_3) + 2\varepsilon^{\epsilon_1J_{21}q_1q_3} \epsilon_2^\mu D_\mu(q_1, q_2, q_3) \\ &+ 2\varepsilon^{\epsilon_1\epsilon_2q_1q_2} J_{21}^\mu D_\mu(q_1, q_2, q_3). \end{aligned} \quad (3.44)$$

Der Formfaktor $D_0(q_1, q_2, q_3)$ entspricht einer skalaren Vier-Punkt-Funktion. Die Amplitude beinhaltet außerdem ein weiteres Tensorintegral $D_\mu(q_1, q_2, q_3)$, das proportional zum Schleifen-Impuls-Vektor k_μ ist. Dieses lässt sich folgendermaßen mit

Hilfe der Passarino-Veltman-Methode [25] nach den Gluon-Impulsen q_1, q_2 und q_3 kovariant zerlegen

$$D_\mu(q_1, q_2, q_3) = q_{1\mu}D_{11} + q_{2\mu}D_{12} + q_{3\mu}D_{13}. \quad (3.45)$$

Die Berechnung der Funktionen D_{11}, D_{12} und D_{13} wird im Anhang C näher erläutert. Die Terme mit den Faktoren $(\epsilon_1 \cdot q_1), (\epsilon_2 \cdot q_2), (J_{21} \cdot q_3)$ in Gleichung (3.44) liefern eigentlich keinen Beitrag, weil der Strom (3.21) erhalten ist und die Polarisationsvektoren senkrecht auf den jeweiligen Impulsen stehen. Diese Terme sind jedoch relevant für numerische Eichinvarianz-Tests, bei denen der Polarisationsvektor durch den entsprechenden Impulsvektor ersetzt wird [Kapitel 4]. Weil die Box-Schleife durch ein virtuelles Gluon mit dem Quark-Strom verbunden ist, liefert einer der oben genannten Terme nach der Ersetzung immer einen endlichen Beitrag.

Die Anwendung von Furrys Theorem auf die Box-Tensoren $\bar{B}_1^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)$ und $\bar{B}_2^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)$ ergibt:

$$\bar{B}_1^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) = -\bar{B}_2^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) \equiv \bar{B}^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3). \quad (3.46)$$

Daraus folgt für die Farbstruktur

$$\begin{aligned} & \text{Sp}(t^a t^b t^c) \bar{B}_1^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) + \text{Sp}(t^c t^b t^a) \bar{B}_2^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) \\ &= [\text{Sp}(t^a t^b t^c) - \text{Sp}(t^c t^b t^a)] \bar{B}^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) = \frac{i}{2} f^{abc} \bar{B}^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3). \end{aligned} \quad (3.47)$$

Das Ergebnis lässt sich leicht verifizieren, wenn man die Kommutatorrelation für die Farbgeneratoren $[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c$ und die zyklische Invarianz der Spur ausnutzt. Eleganter funktioniert es aber auch mit dieser Identität

$$\text{Sp}(t^a t^b t^c) = \frac{1}{4} (d^{abc} + i f^{abc}), \quad (3.48)$$

wobei d^{abc} total symmetrisch und f^{abc} total antisymmetrisch ist [Anhang B].

Die Summe der sechs Box-Diagramme ist dann proportional zum einzelnen Farbfaktor f^{abc} . Wegen der Bose-Symmetrie der Gluonen ist der kinematische Box-Tensor

$$B^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) = \frac{1}{2} [\bar{B}^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) + \bar{B}^{\nu\alpha\mu}(q_2, q_3, q_1) + \bar{B}^{\alpha\mu\nu}(q_3, q_1, q_2)] \quad (3.49)$$

total antisymmetrisch in den Gluon-Indizes (q_i, μ, ν, α) , $i = 1, 2, 3$. Die volle Amplitude sieht nun folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{gg} = F^{gg} & \left\{ (t^a t^b)_{i_2 i_1} \tilde{\mathcal{A}}_{12}^{gg} + (t^b t^a)_{i_2 i_1} \tilde{\mathcal{A}}_{34}^{gg} \right. \\ & \left. + [t^a, t^b]_{i_2 i_1} (\tilde{\mathcal{A}}_{567}^{gg} - \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu J_{21}^\alpha B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)) \right\} \end{aligned} \quad (3.50)$$

mit

$$F^{gg} = -S_1 S_2 2 \sqrt{\bar{p}_1^0 \bar{p}_2^0} \delta_{\sigma_1 \sigma_2} F \quad (3.51)$$

und Faktor F aus Gleichung (3.5).

3.3.3 Quadrierte Matrixelemente für den Wirkungsquerschnitt

Als Ausgangspunkt für die Berechnung der quadrierten Matrixelemente wird die folgende Farbstruktur

$$\mathcal{A}^{gg} = (t^a t^b)_{i_2 i_1} \mathcal{A}_{ab}^{gg} + (t^b t^a)_{i_2 i_1} \mathcal{A}_{ba}^{gg} \quad (3.52)$$

verwendet. Für die über Farben summierte quadrierte Amplitude gilt somit:

$$\sum_{\text{Farbe}} |\mathcal{A}^{gg}|^2 = \left(|\mathcal{A}_{ab}^{gg}|^2 + |\mathcal{A}_{ba}^{gg}|^2 \right) \frac{(N^2 - 1)^2}{4N} - 2\text{Re} \left[\mathcal{A}_{ab}^{gg} (\mathcal{A}_{ba}^{gg})^* \right] \frac{N^2 - 1}{4N} \quad (3.53)$$

mit

$$\sum_{\text{Farbe}} (t^a t^b)_{i_2 i_1} (t^a t^b)_{i_1 i_2}^\dagger = \text{Sp} [t^a t^a t^b t^b] = \frac{(N^2 - 1)^2}{4N} \quad (3.54)$$

und

$$\sum_{\text{Farbe}} (t^a t^b)_{i_2 i_1} (t^b t^a)_{i_1 i_2}^\dagger = \text{Sp} [t^a t^b t^a t^b] = -\frac{N^2 - 1}{4N}. \quad (3.55)$$

3.4 Der Prozess $gg \rightarrow gg A^0$

Für den Subprozess

$$g(\vec{q}_1^2, a_1) + g(\vec{q}_2^2, a_2) \rightarrow g(\vec{q}_3^2, a_3) + g(\vec{q}_4^2, a_4) + A^0(P) \quad (3.56)$$

sind wieder folgende Born-Diagramme für $gg \rightarrow gg$ -Streuung wichtig:

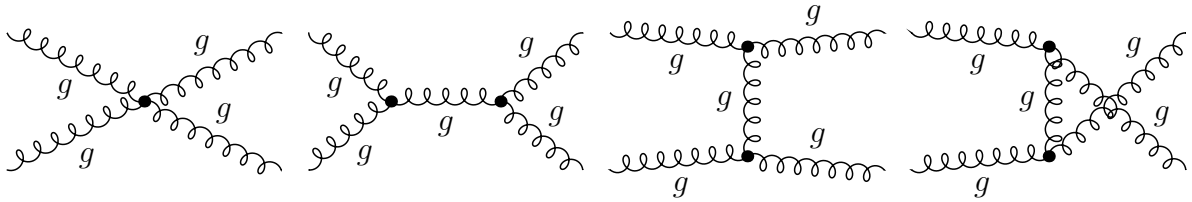


Abbildung 3.6: Born-Diagramme für den $gg \rightarrow gg$ -Prozess.

Die a_i sind die Farbindices der Gluonen in der adjungierten Darstellung. Dieser Prozess enthält, mit Berücksichtigung von Beiträgen mit einer ladungskonjugierten Schleife, insgesamt 98 Feynman-Diagramme. Im Anhang E sind die 49 grundlegenden Feynman-Diagramme abgebildet. Diese sind aufgeteilt in 19 Beiträge, die eine Dreieck-Schleife, 18 Beiträge, die eine Box-Schleife und 12 Beiträge, die eine Pentagon-Schleife enthalten. Des Weiteren gilt für alle externen Gluonen und das Higgs-Boson:

$$\vec{q}_1^2 = \vec{q}_2^2 = \vec{q}_3^2 = \vec{q}_4^2 = 0, \quad P^2 = m_{A^0}^2. \quad (3.57)$$

3.4.1 Pentagon-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$

Es werden zuerst die Beiträge mit einer Pentagon-Schleife betrachtet, denn mit ihrer Hilfe läßt sich die Farbstruktur sowohl für die Diagramme mit einer Dreieck-Schleife als auch mit einer Box-Schleife vorgeben. Der Pentagon-Tensor $P^{\mu\nu\alpha\beta}$ hat die folgende Form:

$$\begin{aligned}
P^{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) &= \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\mathcal{K} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\mu \right. \\
&\times \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_1 + m_q)}{[(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\nu \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{12} + m_q)}{[(k + q_{12})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\alpha \\
&\times \left. \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{123} + m_q)}{[(k + q_{123})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\beta \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{1234} + m_q)}{[(k + q_{1234})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \right]. \quad (3.58)
\end{aligned}$$

Der Faktor $-i/4m_q$ kürzt wieder den entsprechenden Beitrag aus der Dirac-Spur, und die Abkürzung q_{12} bedeutet $q_{12} = q_1 + q_2$. Dies gilt analog für q_{123} und q_{1234} . Die Dirac-Spur von $P^{\mu\nu\alpha\beta}$ wurde von Prof. D. Zeppenfeld mit Hilfe von Reduce [21] und einer geeigneten Auswahl an Propagatoren auf Terme, die nur C_0 -, D_0 -, D_μ -, E_0 - und E_μ -Form-Faktoren enthalten, reduziert. Die komplette Reduktion ist im Anhang F angegeben.

Die Beiträge aus der Summe der ladungskonjugierten Pentagon-Diagramme sind dann proportional zu der Summe von zwei Farbgeneratorspuren. Aus der Invarianz der Spur unter zyklischen Permutationen ergeben sich nur $(4-1)! = 6$ unabhängige Farbspuren, die zu drei unabhängigen Farbstrukturen kombiniert werden können [1]:

$$\begin{aligned}
c_1 &= \text{Sp}[t^a t^b t^c t^d] + \text{Sp}[t^a t^d t^c t^b], \\
c_2 &= \text{Sp}[t^a t^c t^d t^b] + \text{Sp}[t^a t^b t^d t^c], \\
c_3 &= \text{Sp}[t^a t^d t^b t^c] + \text{Sp}[t^a t^c t^b t^d].
\end{aligned} \quad (3.59)$$

Die Auswertung der Spuren für Fermionen in der fundamentalen Darstellung der $SU(N)$ ergibt für die Farbkoeffizienten c_i :

$$\begin{aligned}
c_1 &= \frac{1}{4} \left(\frac{2}{N} \delta^{ab} \delta^{cd} + d^{abm} d^{cdm} - f^{abm} f^{cdm} \right), \\
c_2 &= \frac{1}{4} \left(\frac{2}{N} \delta^{ac} \delta^{db} + d^{acm} d^{dbm} - f^{acm} f^{dbm} \right), \\
c_3 &= \frac{1}{4} \left(\frac{2}{N} \delta^{ad} \delta^{bc} + d^{adm} d^{bcm} - f^{adm} f^{bcm} \right).
\end{aligned} \quad (3.60)$$

Die c_i sind reell, weil f^{abc} und d^{abc} reelle Zahlen sind. Mit Hilfe dieser Farbkoeffizienten lassen sich nun nützliche Identitäten herleiten,

$$\begin{aligned} c_1 - c_2 &= -\frac{1}{2} f^{abm} f^{cdm} \implies f^{abm} f^{cdm} = 2(c_2 - c_1), \\ c_3 - c_1 &= -\frac{1}{2} f^{adm} f^{bcm} \implies f^{adm} f^{bcm} = 2(c_1 - c_3), \\ c_2 - c_3 &= -\frac{1}{2} f^{acm} f^{dbm} \implies f^{acm} f^{dbm} = 2(c_3 - c_2), \end{aligned} \quad (3.61)$$

die für die Farbstrukturen der restlichen Feynman-Diagramme verwendet werden können. Bildet man außerdem die Summe aus den Differenzen der c_i (3.61), so sieht man, dass diese die Jacobi-Identität

$$\begin{aligned} -2 \left[(c_1 - c_2) + (c_3 - c_1) + (c_2 - c_3) \right] &= f^{abm} f^{cdm} + f^{adm} f^{bcm} + f^{acm} f^{dbm} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (3.62)$$

erfüllen.

3.4.2 Box-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$

Alle Diagramme mit einer Box-Schleife enthalten einen Drei-Gluon-Vertex, der proportional zu der entsprechenden Strukturkonstante f^{abc} ist [Anhang D]. Die Summe der ladungskonjugierten Box-Diagramme liefert eine weitere Strukturkonstante f (3.47), so dass der Gesamtfarbfaktor dieser Beiträge dem Produkt zweier Strukturkonstanten entspricht. Mit Hilfe von (3.61) lassen sich nun diese Produkte auch als Differenzen von Farbfaktoren c_i darstellen.

Für einen Beitrag mit der Permutation $(q_1 + q_2, q_3, q_4)$ hat die Amplitude mit Farbstruktur $f^{abm} f^{cdm}$ die folgende Form:

$$\begin{aligned} 2(c_2 - c_1) &\left[B_{\rho\alpha\beta}(q_1 + q_2, q_3, q_4) \epsilon_{1\mu} \epsilon_{2\nu} \epsilon_3^\alpha \epsilon_4^\beta \right. \\ &\quad \left. \times (g^{\mu\nu} (q_2 - q_1)^\rho - g^{\nu\rho} (q_1 + 2q_2)^\mu + g^{\mu\rho} (2q_1 + q_2)^\nu) \right]. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Außerdem gilt für die Gluon-Impulse am Drei-Gluon-Vertex [Anhang D]:

$$\boxed{k = -q_1 \quad p = -q_2 \quad q = q_1 + q_2.}$$

Die zwei weiteren Permutationen $(q_3, q_4, q_1 + q_2)$ und $(q_4, q_1 + q_2, q_3)$, die durch zyklisches Vertauschen hervorgehen, haben natürlich die gleiche Farbstruktur. Als nächstes werden noch für die restlichen fünfzehn Diagramme die entsprechenden Farbstrukturen angegeben:

$$\begin{aligned} \bullet \quad &(q_1 + q_3, q_2, q_4); \quad (q_2, q_4, q_1 + q_3); \quad (q_4, q_1 + q_3, q_2) \\ &\longrightarrow f^{acm} f^{bdm} = -2(c_3 - c_2), \end{aligned} \quad (3.64)$$

- $(q_1 + q_4, q_2, q_3); \quad (q_2, q_3, q_1 + q_4); \quad (q_3, q_1 + q_4, q_2)$
 $\longrightarrow f^{adm} f^{bcm} = 2(c_1 - c_3),$ (3.65)

- $(q_2 + q_3, q_1, q_4); \quad (q_1, q_4, q_2 + q_3); \quad (q_4, q_2 + q_3, q_1)$
 $\longrightarrow f^{bcm} f^{adm} = 2(c_1 - c_3),$ (3.66)

- $(q_2 + q_4, q_1, q_3); \quad (q_1, q_3, q_2 + q_4); \quad (q_3, q_2 + q_4, q_1)$
 $\longrightarrow f^{bdm} f^{acm} = -2(c_3 - c_2),$ (3.67)

- $(q_3 + q_4, q_1, q_2); \quad (q_1, q_2, q_3 + q_4); \quad (q_2, q_3 + q_4, q_1)$
 $\longrightarrow f^{cdm} f^{abm} = 2(c_2 - c_1).$ (3.68)

3.4.3 Dreieck-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$

Für diese Beiträge gelten die gleichen Argumente für die Farbstruktur wie im vorherigen Abschnitt. Vier Diagramme enthalten einen Vier-Gluon-Vertex und sind somit proportional zum Produkt aus zwei Strukturkonstanten [Anhang D]. Die restlichen Diagramme enthalten immer zwei Drei-Gluon-Vertizes. Für diese Beiträge muss auch ein Vorzeichenwechsel bei F berücksichtigt werden. All diese Feynman-Diagramme lassen sich nun in drei Bereiche einteilen:

3.4.3.1 Diagramme mit zwei Drei-Gluon-Vertizes ohne effektiven Polarisationsvektor

Für die Permutation $(q_1 + q_2, q_3 + q_4)$ ergibt sich folgende Gluonimpulsconfiguration an den beiden Drei-Gluon-Vertizes:

$p = -q_2$	$k = -q_1$	$q = (q_1 + q_2)$	Vertex 1,
$p = -q_3$	$k = (q_3 + q_4)$	$q = -q_4$	Vertex 2.

Die Amplitude mit Farbstruktur $f^{abm} f^{cdm}$ sieht für diesen Beitrag nun folgendermaßen aus

$$\begin{aligned}
& (c_2 - c_1) \left[T_{\rho\sigma}(q_1 + q_2, q_3 + q_4) \epsilon_{1\mu} \epsilon_{2\nu} \epsilon_{3\alpha} \epsilon_{4\beta} \right. \\
& \quad \times (g^{\mu\nu}(q_2 - q_1)^\rho - g^{\nu\rho}(q_1 + 2q_2)^\mu + g^{\mu\rho}(2q_1 + q_2)^\nu) \\
& \quad \left. \times (g^{\alpha\beta}(q_4 - q_3)^\sigma - g^{\beta\sigma}(q_3 + 2q_4)^\alpha + g^{\alpha\sigma}(2q_3 + q_4)^\beta) \right]. \quad (3.69)
\end{aligned}$$

Die restlichen zwei Diagramme haben dann folgende Farbstruktur:

- $(q_1 + q_3, q_2 + q_4)$

$$\longrightarrow f^{acm} f^{bdm} = -2(c_3 - c_2), \quad (3.70)$$

- $(q_1 + q_4, q_2 + q_3)$

$$\longrightarrow f^{adm} f^{bcm} = 2(c_1 - c_3). \quad (3.71)$$

3.4.3.2 Diagramme mit zwei Drei-Gluon-Vertizes und effektiven Polarisationsvektor

Die Drei-Gluon-Vertizes sind hier über ein virtuelles Gluon miteinander verbunden. Die Amplitude für die Konfiguration $(q_1 + q_2, e_{3A^0}, q_4)$ hat die folgende Form:

$$\begin{aligned}
& 2(c_1 - c_2) \epsilon_{1\mu} \epsilon_{2\nu} e_{3A^0\alpha} \epsilon_{4\beta} \\
& \times (g^{\mu\nu} (q_1 - q_2)^\rho - g^{\nu\rho} (q_2 + q_3 + q_4 + P)^\mu + g^{\mu\rho} (q_1 + q_3 + q_4 + P)^\nu) \\
& \times (g^{\alpha\beta} (q_4 - q_3 - P)^\rho + g^{\alpha\rho} (2q_3 + q_4 + 2P)^\beta - g^{\beta\rho} (q_3 + 2q_4 + p)^\alpha), \quad (3.72)
\end{aligned}$$

wobei $e_{3A^0\alpha}$ der effektiven Polarisationsvektor (3.38) ist. Des Weiteren werden noch die restlichen Permutationen aufgelistet:

- $(q_1 + q_2, q_3, e_{4A^0})$

$$\longrightarrow f^{abm} f^{cdm} = 2(c_2 - c_1), \quad (3.73)$$

- $(q_1 + q_3, e_{2A^0}, q_4)$

$$\longrightarrow f^{acm} f^{bdm} = -2(c_3 - c_2), \quad (3.74)$$

- $(q_1 + q_3, q_2, e_{4A^0})$

$$\longrightarrow f^{acm} f^{bdm} = -2(c_3 - c_2), \quad (3.75)$$

- $(q_1 + q_4, e_{2A^0}, q_3)$

$$\longrightarrow f^{adm} f^{bcm} = 2(c_1 - c_3), \quad (3.76)$$

- $(q_1 + q_4, q_2, e_{3A^0})$

$$\longrightarrow f^{adm} f^{bcm} = 2(c_1 - c_3), \quad (3.77)$$

- $(q_2 + q_3, e_{1A^0}, q_4)$

$$\longrightarrow f^{bcm} f^{adm} = 2(c_1 - c_3), \quad (3.78)$$

- $(q_2 + q_3, q_1, e_{4A^0})$

$$\longrightarrow f^{bcm} f^{adm} = 2(c_1 - c_3), \quad (3.79)$$

- $(q_2 + q_4, e_{1A^0}, q_3)$

$$\longrightarrow f^{bdm} f^{acm} = -2(c_3 - c_2), \quad (3.80)$$

- $(q_2 + q_4, q_1, e_{3A^0})$

$$\longrightarrow f^{bdm} f^{acm} = -2(c_3 - c_2), \quad (3.81)$$

- $(q_3 + q_4, e_{1A^0}, q_2)$

$$\longrightarrow f^{cdm} f^{abm} = 2(c_2 - c_1), \quad (3.82)$$

- $(q_3 + q_4, q_1, e_{2A^0})$

$$\longrightarrow f^{cdm} f^{abm} = 2(c_2 - c_1). \quad (3.83)$$

3.4.3.3 Diagramme mit einem Vier-Gluon-Vertex und effektiven Polarisationsvektor

Die vier Beiträge mit einem Vier-Gluon-Vertex [Anhang D] enthalten noch jeweils zusätzlich einen effektiven Polarisationsvektor e_{ia} mit $i = 1, 2, 3, 4$. Als Beispiel wird hier die Permutation (e_{1A}, q_2, q_3, q_4) gleich mit den entsprechenden Farbkoeffizienten c_i angegeben:

$$\begin{aligned} & 2(c_2 - c_1) \left((e_{1A} \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4) - (e_{1A} \cdot \epsilon_4)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_3) \right) \\ & - 2(c_3 - c_2) \left((e_{1A} \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4) - (e_{1A} \cdot \epsilon_4)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_3) \right) \\ & + 2(c_1 - c_3) \left((e_{1A} \cdot \epsilon_2)(\epsilon_3 \cdot \epsilon_4) - (e_{1A} \cdot \epsilon_3)(\epsilon_2 \cdot \epsilon_4) \right). \end{aligned} \quad (3.84)$$

Die restlichen Permutationen lauten:

$$(q_1, e_{2A}, q_3, q_4), \quad (q_1, q_2, e_{3A}, q_4), \quad (q_1, q_2, q_3, e_{4A}). \quad (3.85)$$

Insgesamt können nun alle Farbstrukturen, die zum Prozess $gg \rightarrow ggA^0$ beitragen, durch die Farbkoeffizienten c_i aus Gleichung (3.59) ausgedrückt werden. Die vollen Amplituden lassen sich somit in folgender Weise zerlegen:

$$\mathcal{A}^{gg} = \sum_{i=1}^3 c_i \mathcal{A}_i^{gg} = F \sum_{i=1}^3 c_i \tilde{\mathcal{A}}_i^{gg}, \quad (3.86)$$

mit Faktor F aus Gleichung (3.5).

3.4.4 Quadrierte Matrixelemente für den Wirkungsquerschnitt

Die quadrierte Amplitude, summiert über die Farben der externen Gluonen, ergibt

$$\sum_{\text{Farbe}} |\mathcal{A}^{gg}|^2 = \sum_{i,j=1}^3 \mathcal{A}_i^{gg} (\mathcal{A}_j^{gg})^* \sum_{\text{Farbe}} c_i c_j. \quad (3.87)$$

Mit der Verwendung der Gleichung (3.60) findet man heraus, dass

$$\mathcal{C}_1 \equiv \sum_{\text{Farbe}} c_i c_i = \frac{(N^2 - 1)(N^4 - 2N^2 + 6)}{8N^2}, \quad (\text{keine Sum. über } i), \quad (3.88)$$

$$\mathcal{C}_2 \equiv \sum_{\text{Farbe}} c_i c_j = \frac{(N^2 - 1)(3 - N^2)}{4N^2}, \quad i \neq j, \quad (3.89)$$

gilt. Der komplette Ausdruck für die Amplitude lautet somit

$$\sum_{\text{Farbe}} |\mathcal{A}^{gg}|^2 = \mathcal{C}_1 \sum_{i=1}^3 |\mathcal{A}_i^{gg}|^2 + \mathcal{C}_2 \sum_{i,j=1; i \neq j}^3 \mathcal{A}_i^{gg} (\mathcal{A}_j^{gg})^*. \quad (3.90)$$

Kapitel 4

Checks

Die im Kapitel 3 berechneten Amplituden für die Prozesse $qq \rightarrow qqA^0$, $qg \rightarrow qgA^0$ und $gg \rightarrow ggA^0$ wurden in Fortran programmiert und in das Programm *VBFNLO* integriert. Mit Hilfe von *VBFNLO* wurden diese numerisch auf Lorentz- und Eichinvarianz getestet. Außerdem ergibt der Vergleich der Wirkungsquerschnitte und Amplituden für große Quark-Massen (z.B. 5000 GeV) eine gute Übereinstimmung mit denen der effektiven Theorie innerhalb der statistischen Fehler des Programms. Zusätzlich werden die Wirkungsquerschnitte der oben genannten Prozesse mit den Wirkungsquerschnitten der Programme *HadCalc* [26] und *Hadron2to3* [27] verglichen und ergeben innerhalb statistischer Fehler die gleichen Ergebnisse. In den folgenden Abschnitten werden die verwendeten Test-Methoden näher erläutert.

4.1 Eichinvarianz

Eichinvarianz fordert, dass Amplituden unter der Ersetzung

$$\epsilon_i(q_i) \longrightarrow \epsilon_i(q_i) + \kappa_i q_i \quad (4.1)$$

für beliebige Werte von κ_i invariant sein müssen. Der zweite Term in Gleichung (4.1) impliziert somit das Verschwinden der Amplitude, wenn ein Polarisationsvektor ϵ_i für ein einzelnes Gluon gegen den entsprechenden Impulsvektor q_i ausgetauscht wird. Diese Beziehung ist die bekannte Ward-Identität. Für den Prozess $qg \rightarrow qgA^0$ gelten somit

$$\begin{aligned} q_1^\mu \epsilon_2^\nu (\mathcal{A}^{qg})_{\mu\nu} &= 0, \\ \epsilon_1^\mu q_2^\nu (\mathcal{A}^{qg})_{\mu\nu} &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

und für $gg \rightarrow ggA^0$

$$\begin{aligned}
q_1^\mu \epsilon_2^\nu \epsilon_3^\alpha \epsilon_4^\beta (\mathcal{A}^{gg})_{\mu\nu\alpha\beta} &= 0, \\
\epsilon_1^\mu q_2^\nu \epsilon_3^\alpha \epsilon_4^\beta (\mathcal{A}^{gg})_{\mu\nu\alpha\beta} &= 0, \\
\epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu q_3^\alpha \epsilon_4^\beta (\mathcal{A}^{gg})_{\mu\nu\alpha\beta} &= 0, \\
\epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \epsilon_3^\alpha q_4^\beta (\mathcal{A}^{gg})_{\mu\nu\alpha\beta} &= 0.
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Die im Fortran-Programm integrierten Routinen für die Dreieck-, Box- und Pentagon-Schleifen lassen sich auch separat durch numerische Tests überprüfen.

Die Kontraktion des Dreieck-Schleifen-Tensors $T_{\mu\nu}(q_1, q_2)$ mit dem Impuls q_1^μ oder q_2^μ muss aufgrund der totalen Antisymmetrie des vier-dimensionalen Levi-Civita-Symbols (3.22) verschwinden:

$$q_1^\mu T_{\mu\nu}(q_1, q_2) = q_2^\mu T_{\mu\nu}(q_1, q_2) = 0. \tag{4.4}$$

Die Vier-Punkt-Funktion $B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3)$ der Box-Schleife kann durch die Ersetzung

$$q_1^\mu \gamma_\mu = (\mathcal{K} + \not{q}_1 - m_q) - (\mathcal{K} - m_q) \tag{4.5}$$

auf die Differenz von zwei Drei-Punkt-Funktionen reduziert werden, d.h.

$$q_1^\mu B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\mathcal{K} + m_q)(\mathcal{K} + \not{q}_1 - m_q)(\mathcal{K} + \not{q}_1 + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon] [(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\
&\quad \times \gamma^\nu \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{12} + m_q)}{[(k + q_{12})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\alpha \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{123} + m_q)}{[(k + q_{123})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \left. \right] \\
&\quad - \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\mathcal{K} + m_q)(\mathcal{K} - m_q)(\mathcal{K} + \not{q}_1 + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon] [(k + q_1)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\
&\quad \times \gamma^\nu \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{12} + m_q)}{[(k + q_{12})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\alpha \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{123} + m_q)}{[(k + q_{123})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \left. \right] \\
&= \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\mathcal{K} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\nu \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{12} + m_q)}{[(k + q_{12})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\
&\quad \times \gamma^\alpha \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{123} + m_q)}{[(k + q_{123})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \left. \right]
\end{aligned} \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned}
&- \frac{-i}{4m_q} \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \text{Sp} \left[\frac{(\mathcal{K} + m_q)}{[k^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^\nu \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_2 + m_q)}{[(k + q_2)^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \right. \\
&\quad \times \gamma^\alpha \frac{(\mathcal{K} + \not{q}_{23} + m_q)}{[(k + q_{23})^2 - m_q^2 + i\epsilon]} \gamma^5 \left. \right]
\end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned}
&= T_{\nu\alpha}(q_{12}, q_3) - T_{\nu\alpha}(q_2, q_3),
\end{aligned} \tag{4.9}$$

wobei $(k - m_q)(k + m_q) = k^2 - m_q^2$, analog für $k + q_1$ und Verschiebung $k + q_1 \rightarrow k$ im zweiten Term verwendet wurden. Des Weiteren ergeben die Kontraktionen mit den restlichen Impulsen q_2^ν und q_3^α :

$$q_2^\nu B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) = T_{\mu\alpha}(q_1, q_{23}) - T_{\mu\alpha}(q_{12}, q_3), \quad (4.10)$$

$$q_3^\alpha B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) = T_{\mu\nu}(q_1, q_2) - T_{\mu\nu}(q_1, q_{23}). \quad (4.11)$$

Analog lässt sich auch die Fünf-Punkt-Funktion auf eine Differenz von Vier-Punkt-Funktionen reduzieren:

$$q_1^\mu P_{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) = B_{\nu\alpha\beta}(q_{12}, q_3, q_4) - B_{\nu\alpha\beta}(q_2, q_3, q_4), \quad (4.12)$$

$$q_2^\nu P_{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) = B_{\mu\alpha\beta}(q_1, q_{23}, q_4) - B_{\mu\alpha\beta}(q_{12}, q_3, q_4), \quad (4.13)$$

$$q_3^\alpha P_{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) = B_{\mu\nu\beta}(q_1, q_2, q_{34}) - B_{\mu\nu\beta}(q_1, q_{23}, q_4), \quad (4.14)$$

$$q_4^\beta P_{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) = B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_3) - B_{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, q_{34}). \quad (4.15)$$

Ein weiterer Test für die Pentagon-Diagramme ergibt sich, wenn man den QED-Prozess $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma A^0$ betrachtet. Diagramme mit einem Drei- und Vier-Boson-Vertex müssen nicht berücksichtigt werden, denn in der QED sind diese Vertex-Strukturen nicht vorhanden. Wie schon im Kapitel 3 erwähnt wurde, verschwinden in der QED alle ladungskonjugierten Beiträge mit einer Box-Schleife, wenn man in Gleichung (3.47) die Farbgeneratoren t^a durch den QED-Generator $\mathbb{1}$ ersetzt. Bildet man die Summe aller auf die Differenz zweier Vier-Punkt-Funktion reduzierten Pentagon-Beiträge, so muss diese in diesem QED-Prozess auch verschwinden.

4.2 Lorentz-Invarianz

In diesem Test wurden die quadrierten Matrixelemente auf Lorentz-Invarianz überprüft. Dieser Test ist außerdem eng mit der im vorherigen Unterkapitel beschriebene Eichinvarianz verknüpft, denn die Matrixelemente mit den geboosteten Impuls- und Polarisationsvektoren müssen genauso die Ward-Identitäten aus Gleichungen (4.2) und (4.3) erfüllen. Der Lorentz-Boost für diesen Test hat die folgende Form [28]:

$$\begin{aligned} x'_0 &= \gamma(x_0 - \vec{\beta} \cdot \vec{x}), \\ \vec{x}' &= \vec{x} + \frac{(\gamma - 1)}{\beta^2} (\vec{\beta} \cdot \vec{x}) \vec{\beta} - \gamma \vec{\beta} x_0 \end{aligned} \quad (4.16)$$

mit

$$\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}, \quad \beta = |\vec{\beta}|, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (4.17)$$

Der Referenzvektor \vec{v} kann hier jedoch in beliebige Richtung gewählt werden. Der in Gleichung (4.17) angegebene Zusammenhang zwischen β und γ sowie deren Wertebereiche

$$0 \leq \beta < 1 \quad \text{und} \quad 1 \leq \gamma < \infty \quad (4.18)$$

erlauben die alternative Parametrisierung

$$\beta = \tanh(\zeta), \quad \gamma = \cosh(\zeta), \quad \gamma\beta = \sinh(\zeta), \quad (4.19)$$

wobei ζ als Boost-Parameter oder Rapidität bezeichnet wird. Die Gleichungen (4.16) lauten nun folgendermaßen:

$$\begin{aligned} x'_0 &= \cosh(\zeta)x_0 - \sinh(\zeta)\vec{n} \cdot \vec{x}, \\ \vec{x}' &= \vec{x} + (\cosh(\zeta) - 1)(\vec{n} \cdot \vec{x})\vec{n} - \sinh(\zeta)x_0\vec{n} \end{aligned} \quad (4.20)$$

mit dem Einheitsreferenzvektor $\vec{n} = \vec{\beta}/\beta$.

4.3 Effektive Lagrangedichte

Für Quark-Massen, die viel größer sind als die Higgs-Masse, können Niederenergie-Theoreme ausgenutzt werden, um in diesem Limes Korrekturen für das \mathcal{CP} -gerade und \mathcal{CP} -ungerade Higgs-Boson zu berechnen [29]. Die effektive Lagrangedichte für das \mathcal{CP} -gerade Higgs-Boson wird in [17, 29] mit Hilfe der Photon-Photon-Higgs-Kopplung hergeleitet und in [17] auf die Gruppe SU(3) verallgemeinert. Die effektive Lagrangedichte für das \mathcal{CP} -ungerade Higgs-Boson lässt sich aus der Anomalie des axialen Vektor-Stroms herleiten [30, 29]. Insgesamt ergibt sich die folgende effektive Lagrangedichte für beide Higgs-Bosonen [17]:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \mathcal{L}_{H^0 gg} + \mathcal{L}_{A^0 gg} = \frac{1}{v} \frac{\alpha_s}{12\pi} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} H^0 + \frac{1}{v} \frac{\alpha_s}{8\pi} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{\mu\nu a} A^0 \quad (4.21)$$

mit

$$\tilde{F}^{a\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}^a, \quad \alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}, \quad \frac{1}{v} = \left(\sqrt{2}G_F\right)^{1/2} \quad (4.22)$$

und

$$\begin{aligned} \left(F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu}\right) &= \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu}^a F_{\alpha\beta}^a \\ &= 2\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \left[(\partial_\mu A_\nu^a)(\partial_\alpha A_\beta^a) + g f^{abc} (\partial_\alpha A_\beta^a) A_\mu^b A_\nu^c \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} g^2 (f^{abl} A_\mu^a A_\nu^b) (f^{cdl} A_\alpha^c A_\beta^d) \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

wobei $F_{\alpha\beta}^a$ der nicht-abelsche Feldstärke-Tensor (2.18) ist. Der Pentagon-Beitrag reduziert sich in der effektiven Theorie auf einen Vier-Gluon-Vertex, der für den \mathcal{CP} -ungeraden Fall aufgrund der totalen Antisymmetrie des Levi-Civita-Symbols und der Strukturkonstanten sowie der Bose-Symmetrie der Gluonen verschwinden muss. Das sieht man etwa so:

$$\begin{aligned}
\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{abl} f^{cdl} &= -\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{adl} f^{bcl} \\
&\quad - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{acl} f^{dbl} \\
&= -\epsilon^{\mu\nu\beta\alpha} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{acl} f^{bdl} \\
&\quad - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{acl} f^{dbl} \\
&= +\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{acl} f^{dbl} \\
&\quad - \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu^a A_\nu^b A_\alpha^c A_\beta^d f^{acl} f^{dbl} \\
&= 0,
\end{aligned} \tag{4.24}$$

wobei in Gleichung (4.24) die Jacobi-Identität verwendet wurde:

$$f^{abl} f^{cdl} + f^{adl} f^{bcl} + f^{acl} f^{dbl} = 0. \tag{4.25}$$

Das Verschwinden des effektiven Vier-Gluon-Vertex lässt sich auch folgendermaßen erklären: Die Polarisationsvektoren der vier Gluonen haben nur raum-artige Einträge und sind deshalb auf einen dreidimensionalen Unterraum des Minkowski-Raums beschränkt. Weil dieser Unterraum durch drei linear unabhängige Basis-Vektoren aufgespannt wird, muss der vierte Vektor automatisch eine Linearkombination der Basis-Vektoren sein. Die Kontraktion der linear abhängigen Polarisationsvektoren mit dem Levi-Civita-Symbol verschwindet somit. Der Wirkungsquerschnitt der effektiven Theorie wird in Abbildung 5.3 gezeigt.

4.4 Vergleich mit HadCalc und Hadron2to3

HadCalc [26] ist ein neues Frontend für *FormCalc*, d.h. es verwendet den erzeugten Fortran Code mit einem spezifischen Satz Treiberprogrammen. Es wurde von Michael Rauch geschrieben, der es auch unabhängig von *FormCalc* betreut. *HadCalc* automatisiert das Berechnen von hadronischen Wirkungsquerschnitten. Es führt automatisch die Faltung mit PDFs durch und erlaubt es verschiedene Cuts anzuwenden. Wirkungsquerschnitte können entweder total integriert oder differentiell in der invarianten Masse, der Rapidität, oder dem Transversalen Impuls berechnet werden. *HadCalc* funktioniert entweder im batch mode, wie *FormCalc* oder interaktiv, das dem Benutzer z.B. erlaubt, mit Parametern zu spielen.

hadron2to3.F [27] ist ein Zusatzprogramm (kein Frontend) für *FormCalc 4.1* analog

HadCalc. Jedoch mit der Einschränkung dass nur der totale hadronische Wirkungsquerschnitt berechnet werden kann.

Die folgende Tabelle zeigt, die mit Hilfe des Fortran-Programms *VBFNLO* und der unabhängigen Programme *HadCalc* und *Hadron2to3* berechneten Wirkungsquerschnitte für die einzelnen Hauptprozesse mit einer top-Quark-Schleife. Für Quark-Quark- und Quark-Gluon-Streuung wurde nur die erste Quark-Generation verwendet (2.35). Der Vergleich der Ergebnisse zeigt eine gute Übereinstimmung innerhalb der statistischer Fehler. Für den Vergleich wurden die folgenden Para-

LHC	Totaler hadronischer Wirkungsquerschnitt in fb		
Cuts:	$p_j^T > 20 \text{ GeV}, \eta_j < 5, R_{jj} > 0,6$		
Prozesse	<i>HadCalc</i>	<i>Hadron2to3</i>	<i>VBFNLO</i>
$pp(ud) \rightarrow uAd$	$72,92 \pm 0,15$	$73,01 \pm 0,09$	$73,03 \pm 0,04$
$pp(uu) \rightarrow uAu$	$60,43 \pm 0,11$	$60,49 \pm 0,09$	$60,39 \pm 0,04$
$pp(dd) \rightarrow dAd$	$21,31 \pm 0,04$	$21,34 \pm 0,03$	$21,33 \pm 0,01$
$pp(ug) \rightarrow uAg$	$2910,08 \pm 5,61$	$2909,94 \pm 4,36$	$2909,70 \pm 2,81$
$pp(gg) \rightarrow gAg$	$11679,29 \pm 11,60$	$11689,15 \pm 11,67$	$11675,13 \pm 7,45$

Tabelle 4.1: *Totaler hadronischer Wirkungsquerschnitt in führender Ordnung (LO) (via top-Quark Schleifen)*

meter verwendet:

- Lepton-Massen:

$$\begin{aligned}
 m_e &= 0,51099907 \text{ MeV}, & m_{\nu_e} &= 0 \text{ GeV}, \\
 m_\mu &= 0,105658389 \text{ GeV}, & m_{\nu_\mu} &= 0 \text{ GeV}, \\
 m_\tau &= 1,777 \text{ GeV}, & m_{\nu_\tau} &= 0 \text{ GeV}.
 \end{aligned}$$

- Quark-Massen:

$$\begin{aligned}
 m_u &= 53,8 \text{ MeV}, & m_d &= 53,8 \text{ MeV}, \\
 m_c &= 1,5 \text{ GeV}, & m_s &= 150 \text{ MeV}, \\
 m_t &= 178 \text{ GeV}, & m_b &= 4,7 \text{ GeV}.
 \end{aligned}$$

- CKM-Matrix:

$$V_{CKM} = \mathbf{1} .$$

- Eichboson-Massen:

$$M_Z = 91,1875 \text{ GeV}, \quad M_W = 80,450 \text{ GeV}.$$

- Kopplungskonstanten:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = 1/137,0359895, \quad \alpha_s(100\text{GeV}) = 0,115587473.$$

- Fermi-Konstante (muss nur in Fortran-Programm *VBFNLO* gesetzt werden):

$$G_F = 1,13006493610^{-5} \text{ GeV}.$$

- Renormierungs- und Faktorisationskala:

$$\mu_R = \mu_F = 100 \text{ GeV}.$$

- PDF:

$$CTEQ5L.$$

- MSSM-Parameter:

$$\tan \beta = 1, \quad m_{A^0} = 100 \text{ GeV}. \quad (4.26)$$

- LHC-Schwerpunktsenergie:

$$\sqrt{s} = 14000 \text{ GeV}. \quad (4.27)$$

Kapitel 5

Wirkungsquerschnitte am LHC

5.1 Parameter

Die graphische Auswertung der von *VBFNLO* berechneten Wirkungsquerschnitte wurde mit Hilfe der Programme *PAW* [31] und *ROOT* [32] durchgeführt. Für Parton-Verteilungsfunktionen (PDFs) wurde *CTEQ6L* [33] verwendet. Die Entwicklung der externen Polarisationsvektoren ϵ_i^μ nach den Impulsvektoren q_i^μ ,

$$\epsilon_i^\mu = \sum_{j=1}^4 z_{ij} q_j^\mu, \quad \text{mit } i = 1 \dots 4, \quad (5.1)$$

führt außerdem zu divergenten Wirkungsquerschnitten in der Gluon-Fusion $gg \rightarrow ggA^0$, wenn die Partonen im Endzustand untereinander oder mit einer der einlaufenden Proton-Strahlrichtungen kollinear werden [Anhang F]. Zusätzlich können weiche Gluonen im Endzustand zu divergenten Ergebnissen führen. Um diese Probleme zu vermeiden und den realen Akzeptanzbereich eines Detektors zu berücksichtigen, wird die folgende minimale Anzahl von inklusiven Selektionsschnitten (IC) benötigt:

$$p_{Tj} > 20 \text{ GeV}; \quad |\eta_j| < 5; \quad R_{jj} > 0,6, \quad (5.2)$$

wobei p_{Tj} den transversalen Impuls eines Partons im Endzustand bezeichnet, η_j die Pseudo-Rapidity und R_{jj} den Abstand zweier Partonen in der (η, ϕ) -Ebene. Die Pseudo-Rapidity ist folgendermaßen definiert:

$$\eta_j = -\log \tan \left(\frac{\theta_j}{2} \right) \quad \text{und} \quad \theta_j = 2 \tan^{-1} (e^{-\eta_j}). \quad (5.3)$$

Der Winkel θ_j ist der Polarwinkel des Partons. Die folgende Tabelle zeigt einige Werte für die Beziehung zwischen η_j und θ_j [34]:

θ_j [°]	90	45	40,4	15,4	15	10	5,7	2,1
η_j	0	0,88	1	2	2,03	2,44	3	4

Der Abstand R_{jj} ist durch die folgende Beziehung gegeben:

$$R_{jj} = \sqrt{\Delta\eta_{jj}^2 + \phi_{jj}^2} \quad , \quad (5.4)$$

wobei $\Delta\eta_{jj}$ die Differenz der Pseudo-Rapiditäten und ϕ_{jj} der Azimutalwinkel zwischen zwei Jets sind. Um den Hintergrund von Ereignissen, die durch Fusion von elektro-schwachen Eichbosonen (weak boson fusion) produziert werden, einschätzen zu können und zusätzlich den Standardmodell-Untergrund zu unterdrücken, verwendet man weitere Selektionsschnitte (WBFC):

$$|\eta_{j1} - \eta_{j2}| > 4.2; \quad \eta_{j1} \cdot \eta_{j2} < 0; \quad m_{jj} > 600 \text{ GeV}. \quad (5.5)$$

Sie erlauben nur Jets, die in entgegengesetzten Detektor-Hemisphären liegen und eine große invariante Zwei-Jet-Masse m_{jj} haben. Des Weiteren werden die folgenden Parameter verwendet:

- MSSM-(2HDM)-Parameter: $\tan\beta$, m_{A^0} ,
- Vakuumerwartungswert (VEV): $v = 246.2 \text{ GeV}$,
- Schwerpunktsenergie am LHC: $\sqrt{s} = 14000 \text{ GeV}$,
- QCD-Kopplungskonstante: $\alpha_s = 0.12$,
- Fermi-Konstante: $G_F = 0.000011663900 \text{ (GeV)}^{-2}$,
- Quark-Massen: $m_t = 175 \text{ GeV}$, $m_b = 4,4 \text{ GeV}$.

5.2 Auswertung

Wie man anhand der Abbildung 5.1 sieht, dominiert der Wirkungsquerschnitt für Higgs-Boson-Massen unterhalb von 200 GeV für Beiträge mit einer bottom-Schleife gegenüber den Beiträgen mit einer top-Schleife. Der Wirkungsquerschnitt nimmt im bottom-Fall oberhalb von 200 GeV jedoch rapide ab, während er im top-Fall erst bei großen Higgs-Massen sehr klein wird.

In Abbildung 5.2 werden sowohl die Beiträge der einzelnen Subprozesse als auch die Summe aller Beiträge mit einer top-Schleife für inklusive Selektionsschnitte und $\tan\beta = 1$ gezeigt. Wie man sieht dominiert der durch Gluon-Gluon-Streuung induzierte Beitrag im Vergleich zu den anderen Prozessen mit Quarks in Anfangs- und Endzuständen. Das Maximum des Wirkungsquerschnittes bei $m_{A^0} \approx 350 \text{ GeV} \approx 2m_t$ ist als die Schwelle für die Produktion von zwei reellen top-Quarks zu interpretieren.

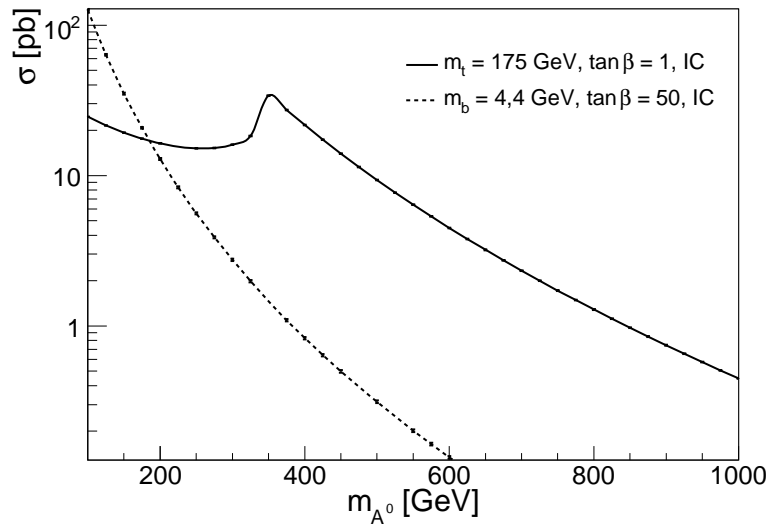


Abbildung 5.1: $A^0 + 2$ -Beiträge zum Wirkungsquerschnitt in pp -Kollisionen als Funktion der Higgs-Boson-Masse m_{A^0} . Es werden der Wirkungsquerschnitt aller durch eine top-Quark-Schleife mit $m_t = 175$ GeV und $\tan\beta = 1$ sowie durch eine bottom-Quark-Schleife mit $m_t = 4,4$ GeV und $\tan\beta = 50$ induzierten Prozesse gezeigt.

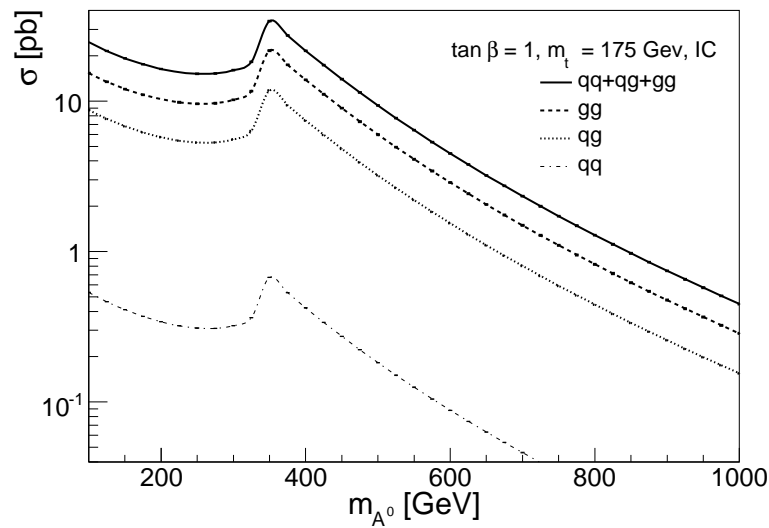


Abbildung 5.2: $A^0 + 2$ -Jet-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt in pp -Kollisionen als Funktion der Higgs-Boson-Masse m_{A^0} . Es werden die einzelnen Beiträge der Subprozesse für Quark-Quark-, Quark-Gluon- und Gluon-Gluon-Streuung sowie die Summe aller Beiträge gezeigt.

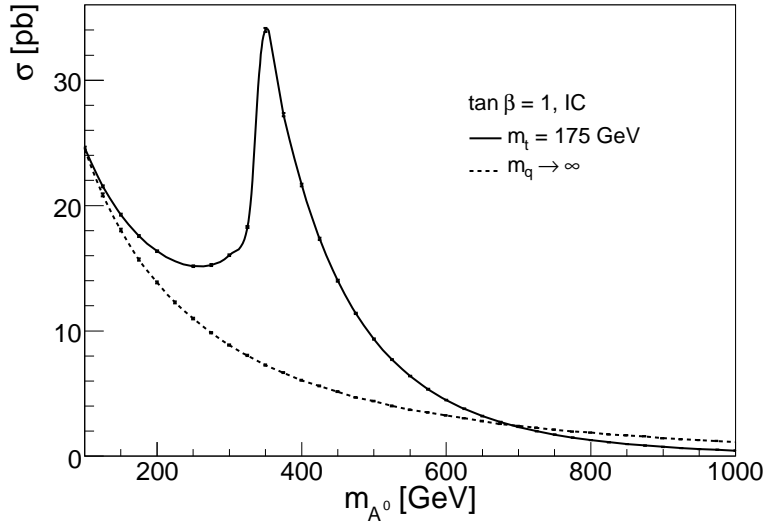


Abbildung 5.3: $A^0 + 2$ -Beiträge zum Wirkungsquerschnitt in pp -Kollisionen als eine Funktion der Higgs-Masse m_{A^0} . Es werden der Wirkungsquerschnitt aller durch eine top-Quark-Schleife mit $m_t = 175$ GeV induzierten Prozesse und der effektiven Theorie mit Lagrangedichte (4.21) für $m_t \rightarrow \infty$ gezeigt.

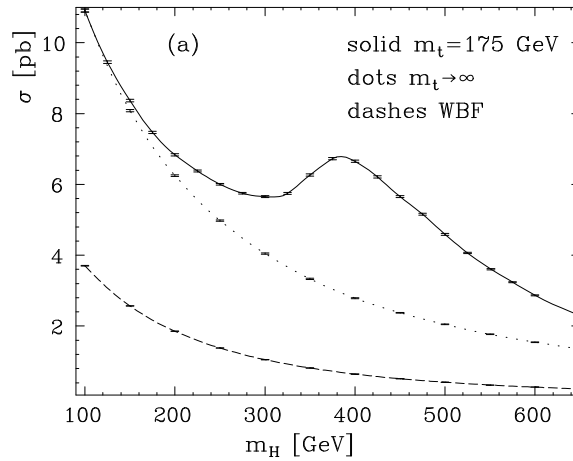


Abbildung 5.4: Wirkungsquerschnitt aller Prozesse für die Produktion des \mathcal{CP} -geraden Higgs-Bosons als Funktion der Higgs-Masse durch Gluon-Fusion, innerhalb der effektiven Theorie, durch Fusion elektro-schwacher Eichbosonen für inklusive Selektionsschnitte. Aus Referenz [1].

Der Beitrag der effektiven Theorie zeigt in Abbildung 5.3 eine gute Approximation unterhalb von 200 GeV. Dieser enthält jedoch kein Maximum im Bereich von 350 GeV, weil alle Quark-Schleifen durch effektive Vertizes approximiert werden. Die Abbildung 5.4 zeigt außerdem, dass der Wirkungsquerschnitt des \mathcal{CP} -geraden Higgs-Bosons für Beiträge mit einer top-Schleife und $\tan\beta = 1$ kleiner ist als für das \mathcal{CP} -ungerade Higgs-Teilchen.

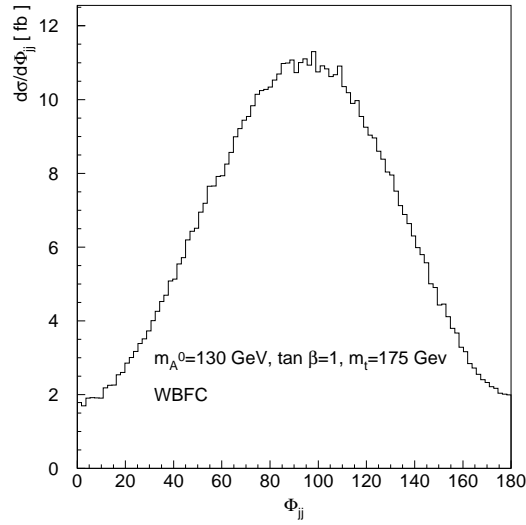


Abbildung 5.5: Azimutal-Winkel-Verteilung zwischen zwei Jets im Endzustand für das \mathcal{CP} -ungerade Higgs-Boson mit Selektionsschnitten der Fusion elektroschwacher Eichbosonen (5.5). Das Ergebnis wird für die Summe aller durch eine top-Schleife induzierten Prozesse gezeigt.

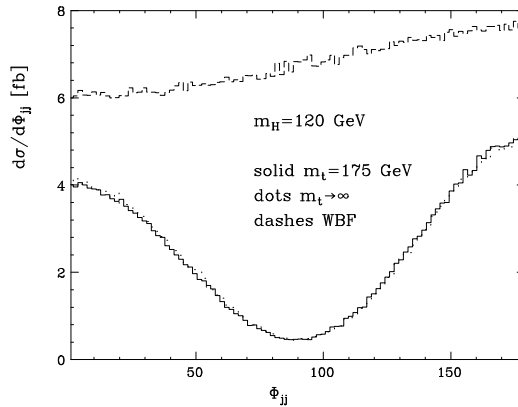


Abbildung 5.6: Azimutal-Winkel-Verteilung zwischen zwei Jets im Endzustand mit Selektionsschnitten der Fusion elektroschwacher Eichbosonen für das \mathcal{CP} -gerade Higgs-Boson. Die Abbildung enthält durch eine top-Quark-Schleife und durch die Fusion von elektroschwachen Eichbosonen induzierten Beiträge sowie Ergebnisse der effektiven Theorie. Aus Referenz [1]

Die Azimutal-Winkelverteilung ist ein guter Indikator für die Analyse der \mathcal{CP} -geraden und \mathcal{CP} -ungeraden Kopplung. In Abbildung 5.5 wird die Azimutal-Winkelverteilung für eine \mathcal{CP} -ungerade Kopplung mit WBFC gezeigt. Das Maximum der Verteilung liegt bei einem Winkel von 90 Grad. Sowohl für kleine Winkel als auch für Winkel nahe 180 Grad sind die Beiträge der beiden Jets unterdrückt. Als Vergleich hierzu zeigt Abbildung 5.6 die Azimutal-Winkelverteilung einer \mathcal{CP} -geraden

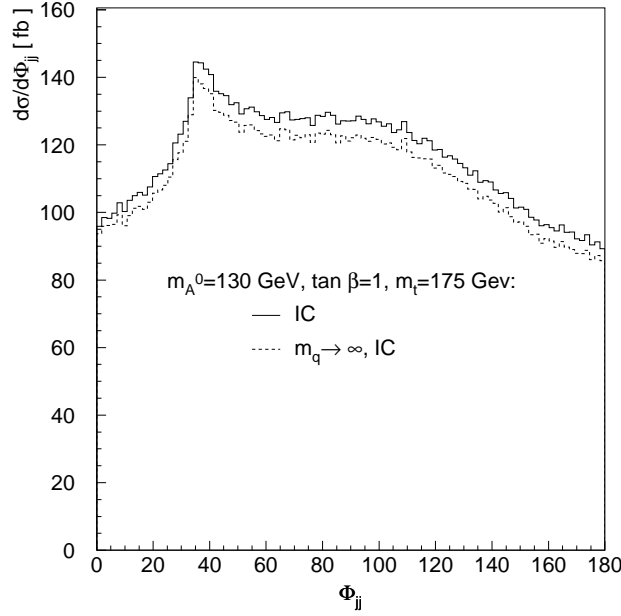


Abbildung 5.7: Azimutal-Winkel-Verteilung zwischen zwei Jets im Endzustand. Es werden $A^0 + 2\text{-Jet}$ -Beiträge mit top-Quark-Schleife und Beiträge der effektiven Theorie für die Auswahl von inklusiven Selektionsschnitten gezeigt.

Kopplung mit WBFC, welche aus [1] entnommen wurde. Hier zeigt sich ein inverses Verhalten. Die Beiträge der beiden Jets dominieren für kleine Winkel sowie für große Winkel nahe 180 Grad. Bei 90 Grad liegt ein Minimum vor.

In Abbildung 5.7 wird noch einmal die Azimutal-Winkelverteilung gezeigt, jedoch mit inklusiven Selektionsschnitten (5.2). Die Verteilung der effektiven Theorie hat die gleiche Form, wie die Verteilung der Gluon-Fusions-Beiträge mit einer Quark-Schleife und $m_{A^0} = 130$ GeV. Außerdem ist diese jedoch leicht nach unten verschoben. Das Maximum bei ungefähr 36 Grad ist eine Konsequenz von $R_{jj} > 0,6$. Dieser Selektionsschnitt verhindert hier einen divergenten Anstieg des Wirkungsquerschnittes aufgrund kleiner $\Delta\eta_{jj}$ - und ϕ_{jj} -Werte.

Die Transversalimpuls-Verteilung in Abbildung 5.8 weist für die Beiträge mit einer bottom-Schleife und $\tan\beta = 50$ eine größere Steigung auf als die Verteilung der durch top-Schleife induzierten Beiträge und kleinen $\tan\beta$. Das bedeutet, dass für Transversalimpulse $p_T(\text{Jets})_{\min}$ bis 70 GeV die Verteilung von Beiträgen mit einer bottom-Schleife gegenüber den mit einer top-Schleife dominiert. Dies ändert sich jedoch schnell zu Gunsten der Beiträge mit einer top-Schleife, wenn man schwere Higgs-Bosonen betrachtet, wie Abbildung 5.9 zeigt. Die Verteilung für bottom-Beiträge weist immer noch eine größere Steigung auf, ist jedoch wegen der großen Higgs-Masse stark unterdrückt. Der senkrechte Anstieg der Verteilungen ist eine Konsequenz des Selektionsschnittes bei 20 GeV (5.2). Gleiches Verhalten zeigen die Transversal-Impuls-Verteilungen für harte Jets in Abbildungen 5.10 und 5.11.

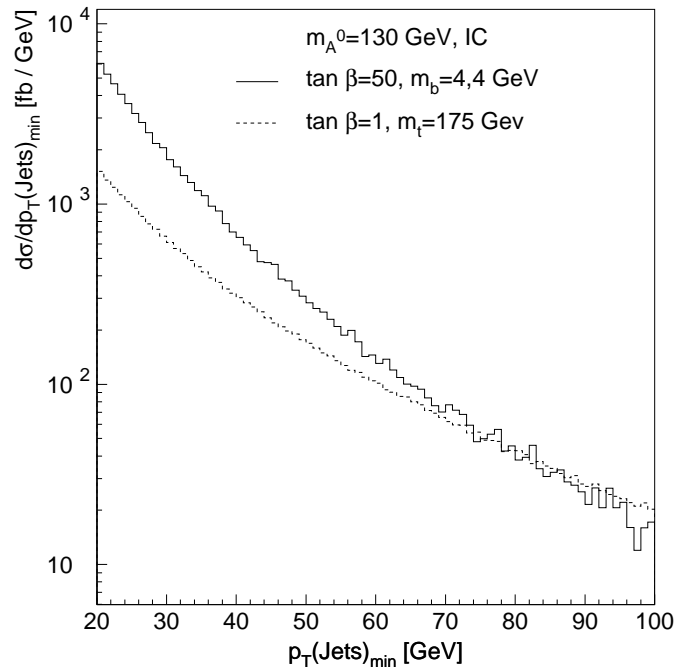


Abbildung 5.8: *Transversalimpuls-Verteilung des weicheren der beiden Jets von Beiträgen mit einer top- oder bottom-Schleife für kleine Higgs-Boson-Massen und inklusive Selektionsschnitte.*

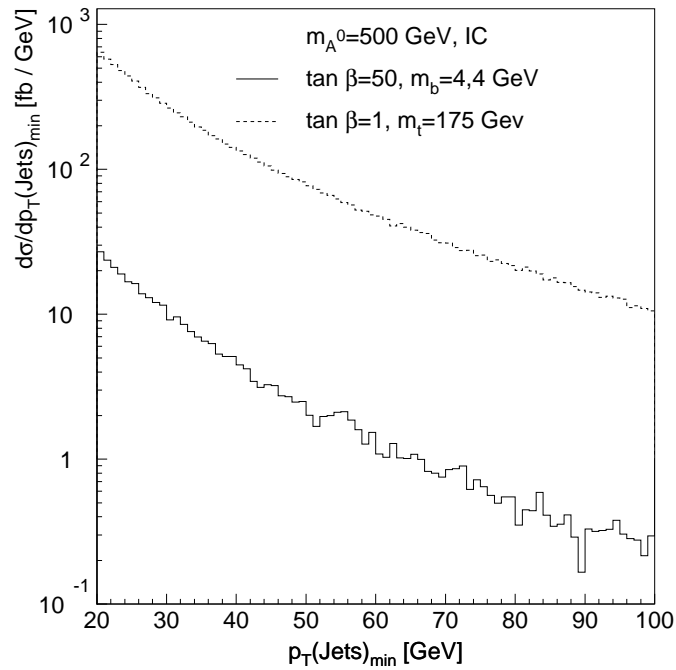


Abbildung 5.9: *Wie in Abbildung 5.8, aber für große $m_{A^0} = 500$ GeV.*

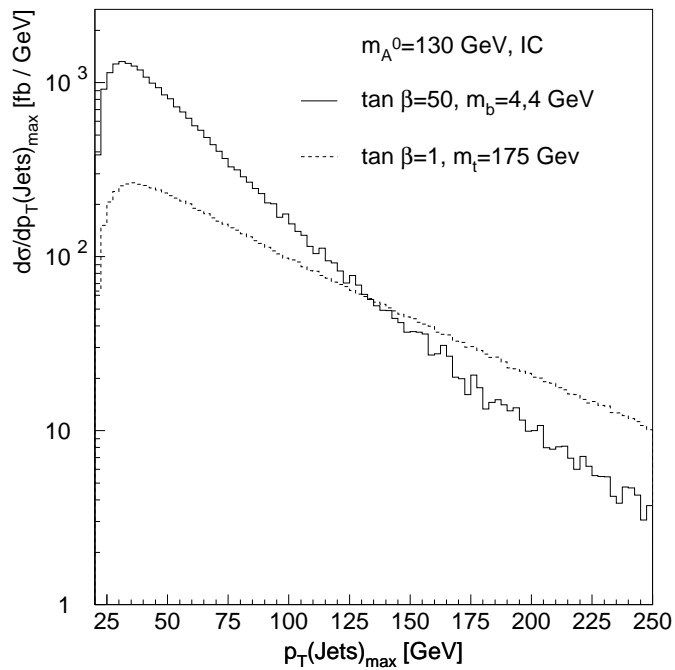


Abbildung 5.10: *Transversalimpuls-Verteilung des härteren der beiden Jets von Beiträgen mit einer top- oder bottom-Schleife für kleine Higgs-Boson-Massen und inklusive Selektionsschnitte.*

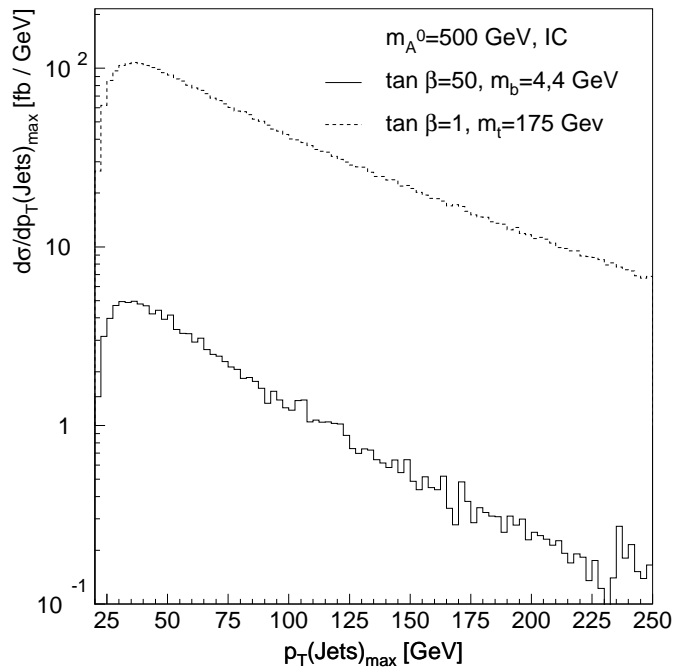


Abbildung 5.11: *Wie in Abbildung 5.10, aber für große $m_{A^0} = 500$ GeV.*

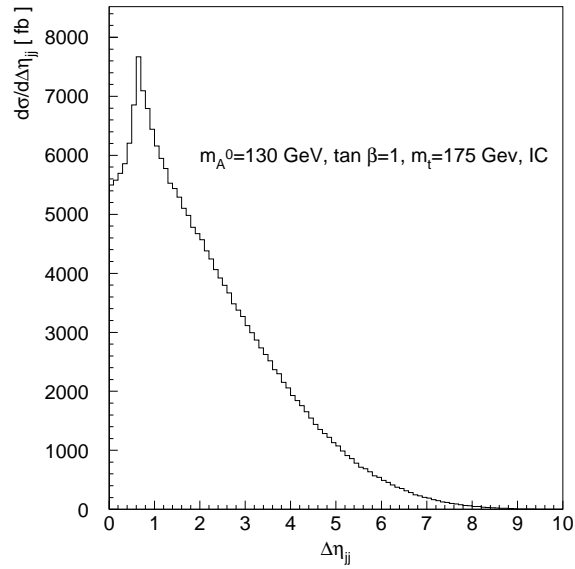


Abbildung 5.12: *Rapidity-Separations-Verteilung der zwei Jets im Endzustand für kleine Higgs-Massen und $\tan \beta = 1$ sowie inklusive Selektionsschnitte.*

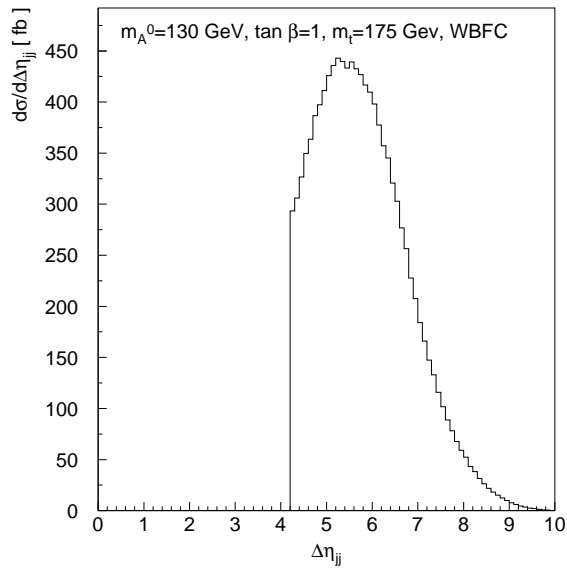


Abbildung 5.13: *Rapidity-Separations-Verteilung der zwei Jets im Endzustand für kleine Higgs-Massen und $\tan \beta = 1$ sowie Selektionsschnitte der elektro-schwachen Fusion von Eichbosonen.*

Wie man in Abbildung 5.12 erkennen kann, sind die größten Beiträge für den Wirkungsquerschnitt bei kleinen $\Delta\eta_{jj}$ zu erwarten. Das Maximum bei $\Delta\eta_{jj} \approx 1$ wird wieder durch den Selektionsschnitt $R_{jj} > 0,6$ erzeugt, der große Beiträge aufgrund kleiner $\Delta\eta_{jj}$ abschneidet. Die Rapidity-Separation $\Delta\eta_{jj}$ in Abbildung 5.13 ist aufgrund der WBFC im Vergleich zur Abbildung 5.12 nach rechts verschoben und stark unterdrückt.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In dieser Diplomarbeit wurde der Wirkungsquerschnitt in Einschleifennäherung für den Prozess $pp \rightarrow A^0 jjX$ für beliebige Quarkmassen, Higgs-Massen und MSSM-Parameter $\tan\beta$ in den Schleifenbeiträgen berechnet. Die theoretischen Grundlagen wurden im Kapitel 2 beschrieben. Mit Hilfe der Methoden aus [1] wurden im Kapitel 3 die Ausdrücke für die Amplituden der einzelnen Subprozesse $qq \rightarrow qqA^0$, $qg \rightarrow qqA^0$ sowie $gg \rightarrow ggA^0$ analytisch manipuliert und berechnet und außerdem in das Fortran-Programm *VBFNLO* integriert. Durch die im Kapitel 4 beschriebenen Test-Methoden (Eichinvarianz, Lorentz-Invarianz, effektive Theorie für große Quark-Massen, Vergleich mit *HardCalc* und *Hadron2to3*) konnten die programmierten Amplituden auf ihre Konsistenz überprüft werden.

Die numerische Berechnung der Wirkungsquerschnitte durch *VBFNLO* ergab im Kapitel 5 interessante phänomenologische Erkenntnisse. Mit Verwendung der inklusiven Selektionsschnitten (Transversalimpuls p_{Tj} eines Partons > 20 GeV, Betrag der Pseudo-Rapidity $|\eta_j| < 5$, Separation zweier Partonen $R_{jj} > 0,6$) konnte gezeigt werden, dass der Wirkungsquerschnitt für Higgs-Massen unterhalb von 200 GeV von Beiträgen mit einer bottom-Schleife und $\tan\beta = 50$ gegenüber den Beiträgen mit einer top-Schleife und $\tan\beta = 1$ dominiert. Die Abnahme des Wirkungsquerschnittes oberhalb von 200 GeV war jedoch im bottom-Fall stärker ausgeprägt, als im top-Fall. Die effektive Theorie zeigte eine gute Approximation des top-Fall-Wirkungsquerschnittes mit $\tan\beta = 1$ für eine Higgs-Masse, die klein gegenüber der top-Produktions-Schwelle ist. Die Azimutal-Winkelverteilungen für die \mathcal{CP} -gerade und \mathcal{CP} -ungerade Kopplung können aufgrund des deutlich unterschiedlichen Verlaufs gut voneinander in Analysen getrennt werden. Die Transversalimpuls-Verteilungen sowohl für weiche als auch harte Jets zeigten im bottom-Fall für große $\tan\beta$ auch eine stärkere Abnahme als im top-Fall mit kleinen $\tan\beta$. Die Produktion des \mathcal{CP} -ungeraden Higgs-Bosons A^0 liefert außerdem einen deutlich größeren Wirkungsquerschnitt für kleine Higgs-Massen, als der \mathcal{CP} -gerade Fall.

Anhang A

Darstellungen der γ -Matrizen

In der Dirac-Darstellung haben γ^μ -Matrizen die folgende Form:

$$\gamma_D^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_D^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_D^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

wobei σ^i die Pauli-Matrizen sind,

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Mit einer nicht-singulären Transformation $\gamma \rightarrow U\gamma U^\dagger$ lassen sich auch andere Darstellungen erreichen (Pauli-Lemma), z.B. die Majorana-Darstellung oder die chirale (Weyl)-Darstellung. Die Transformationsmatrix U_C , welche die Dirac-Darstellung in die chirale-Darstellung umwandelt, d.h. $\gamma_C^\mu = U_C \gamma_D^\mu U_C^\dagger$, ist gegeben durch [35]

$$U_C = \frac{1}{\sqrt{2}} (\gamma_D^0 + \gamma_D^5) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.3})$$

Die γ_C^μ -Matrizen in der chiralen Darstellung haben nun folgende Gestalt:

$$\gamma_C^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_C^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

mit

$$\sigma^0 = \mathbf{1} = \bar{\sigma}^0, \quad \bar{\sigma}^i = -\sigma^i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{A.5})$$

In dieser Basis lässt sich der vier-komponentige Dirac-Spinor durch zwei jeweils zwei-komponentige, komplexe Objekte (ξ) mit $\alpha = 1, 2$ und $(\chi^\dagger)^{\dot{\alpha}}$ mit $\dot{\alpha} = 1, 2$ in der Van-der-Waerden-Notation ausdrücken [16]:

$$\psi_D = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ \chi^{\dagger\dot{\alpha}} \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}_D = \begin{pmatrix} \chi^\alpha & \xi_{\dot{\alpha}}^\dagger \end{pmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

mit $(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}}$ und $(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha}$. Die Stellung der Indizes wird mit dem total antisymmetrischen Levi-Civita-Symbol, $\varepsilon^{12} = -\varepsilon^{21} = \varepsilon_{21} = -\varepsilon_{12}$; $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon^{11} = \varepsilon^{22} = 0$, verändert. Wendet man anschließend die Projektionsoperatoren

$$P_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_C^5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad P_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_C^5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

auf den Spinor ψ_D an, so bleiben zwei Spinoren übrig, die jeweils nur ξ_α oder $\chi^{\dagger\dot{\alpha}}$ enthalten:

$$\psi_L = P_L \psi_D = \begin{pmatrix} \xi_\alpha \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \psi_R = P_R \psi_D = \begin{pmatrix} 0 \\ \chi^{\dagger\dot{\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Diese werden linkshändiger bzw. rechtshändiger Weyl-Spinor genannt. Der hermitesch konjugierte linkshändige Weyl-Spinor ist ein rechtshändiger Weyl-Spinor $(\psi_\alpha)^\dagger = \psi_{\dot{\alpha}}^\dagger$ und umgekehrt. Mit diesen Konventionen ist die Dirac-Lagrangedichte in der chiralen Darstellung gegeben durch:

$$\mathcal{L}_D = i\xi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi + i\chi^\dagger \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \chi - m(\xi\chi + \xi^\dagger\chi^\dagger). \quad (\text{A.9})$$

Ist $m = 0$, so entkoppeln die zwei Dirac-Gleichungen für ψ_L und ψ_R und man erhält die Weyl-Gleichungen:

$$i\bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \xi = 0 \quad \text{und} \quad i\sigma^\mu \partial_\mu \chi = 0. \quad (\text{A.10})$$

Anhang B

Lie-Algebra und SU(N)-Farbgeneratoren

Eine kontinuierlich generierte Gruppe, bei der die Gruppenelemente g beliebig nahe an der Identität durch eine Reihenentwicklung

$$g(\alpha) = 1 + i\alpha^a T^a + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (\text{B.1})$$

und somit durch $g = \exp(i\alpha^a T^a)$ ausgedrückt werden können und außerdem die hermiteschen Operatoren T^a , genannt die Generatoren der Symmetrie-Gruppe, einen Lie-Ring mit dem Ring-Multiplikationsgesetz $[X, Y]$ bilden, d.h.

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \quad (\text{B.2})$$

wird eine Lie-Gruppe genannt. Die Zahlen f^{abc} heißen Strukturkonstanten. Den Vektorraum, der durch die Generatoren aufgespannt wird und die Kommutatorrelation (B.2) enthält, welche die Jakobi-Identität

$$\begin{aligned} & [T^a, [T^b, T^c]] + [T^b, [T^c, T^a]] + [T^c, [T^a, T^b]] \\ & = 0 = f^{ade} f^{bcd} + f^{bde} f^{cad} + f^{cde} f^{abd} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

erfüllt, bezeichnet man als Lie-Algebra.

Die Gruppe SU(N) hat $N^2 - 1$ Generatoren, welche in der fundamentalen Darstellung durch hermitesche $N \times N$ -Matrizen t^a mit der Bedingung

$$\text{Sp}[t^a] = 0 \quad (\text{B.4})$$

dargestellt werden können. Die Strukturkonstanten lassen sich dann folgendermaßen wiedergewinnen:

$$f^{abc} = -2i \text{Sp}([t^a, t^b] t^c), \quad (\text{B.5})$$

wobei die Normierung

$$\text{Sp}[t^a t^b] = \frac{1}{2} \delta^{ab} \quad (\text{B.6})$$

verwendet wurde. Wegen der zyklischen Vertauschbarkeit in der Spur in Gleichung (B.5) ist f^{abc} total antisymmetrisch. Eine weitere Beziehung lässt sich herleiten, wenn man statt (B.2) den Anti-Kommutator betrachtet [36]:

$$\{t^a, t^b\} = \frac{1}{N}\delta^{ab} + d^{abc}t^c. \quad (\text{B.7})$$

Im Gegensatz zu f^{abc} ist d^{abc} total symmetrisch in den Indizes a , b und c und kann folgendermaßen dargestellt werden:

$$d^{abc} = 2 \text{Sp}\left(\{t^a, t^b\}t^c\right). \quad (\text{B.8})$$

Mit Hilfe von (B.2) und (B.7) kann man eine nützliche Beziehung herleiten:

$$t^a t^b = \frac{1}{2N}\delta^{ab} + \frac{1}{2}d^{abc}t^c + \frac{1}{2}if^{abc}t^c, \quad (\text{B.9})$$

mit der man Spuren aus Produkten von Generatoren berechnen kann, z.B.:

$$\text{Sp}[t^a t^b t^c] = \frac{1}{4}(d^{abc} + if^{abc}), \quad (\text{B.10})$$

$$\text{Sp}[t^a t^b t^c t^d] = \frac{1}{4N}\delta^{ab}\delta^{cd} + \frac{1}{8}(d^{abe} + if^{abe})(d^{cde} + if^{cde}). \quad (\text{B.11})$$

Neben der fundamentalen Darstellung ist noch die adjungierte Darstellung von Bedeutung. Hier sind die Generatoren $(N^2 - 1) \times (N^2 - 1)$ -Matrizen und definiert durch [8]:

$$(t^b)_{ac} = if^{abc}. \quad (\text{B.12})$$

Das ist eine reelle Darstellung, weil die Strukturkonstanten reell sind. Bei Berechnungen von Wirkungsquerschnitten in nicht-abelschen Eichtheorien tauchen im Endergebnis Casimir-Operatoren auf. Diese sind Invarianten der Algebra und kommutieren mit allen Generatoren der Gruppe. In der fundamentalen Darstellung hat ein Casimir-Operator die folgende Form:

$$t^a t^a = C_N \cdot \mathbb{1} \quad \text{mit} \quad C_N = \frac{N^2 - 1}{2N}. \quad (\text{B.13})$$

Des Weiteren lautet der Casimir-Operator für die adjungierte Darstellung:

$$i^2 f^{acd} f^{bcd} = -C_A \cdot \delta^{ab} \quad \text{mit} \quad C_A = N. \quad (\text{B.14})$$

Anhang C

Passarino-Veltman-Reduktion

Ein-Schleifen-Tensor- N -Punkt-Integrale haben die folgende allgemeine Form [25, 37]:

$$T^{N,\mu_1\dots\mu_P}(q_1, \dots, q_{N-1}, m_0, \dots, m_{N-1}) = \frac{i(2\pi\mu)^{4-D}}{16\pi^2} \int \frac{d^D k}{i\pi^2} \frac{(-1)^N k^{\mu_1} \dots k^{\mu_P}}{N_0 N_1 \dots N_{N-1}} \quad (\text{C.1})$$

mit den Nenner-Faktoren:

$$N_l = (k + q_l)^2 - m_l^2 + i\epsilon, \quad l = 0, \dots, N-1, \quad q_0 = 0, \quad (\text{C.2})$$

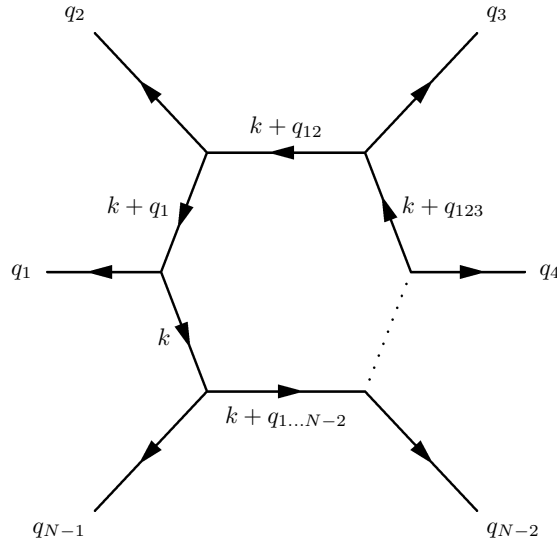


Abbildung C.1: N -Punkt-Schleife

wobei $i\epsilon$ ($\epsilon > 0$) einen infinitesimal kleinen imaginären Anteil darstellt. Der 't Hooft-Massen-Parameter μ stellt sicher, dass die Dimensionen der Kopplungskonstanten vor dem Integral unabhängig von D bleiben. Für $P = 0$ wird das skalare N -Punkt-Integral T_0^N definiert. Folgt man den Definitionen aus [25, 40], so ergibt sich

$$T^1 = KA, \quad T^2 = KB, \quad T^3 = KC, \quad T^4 = KD, \quad T^5 = KE, \dots, \quad (\text{C.3})$$

wobei die A, B, \dots für Passarino-Veltman-Formfaktoren stehen. Der Faktor K hat den Wert $i/16\pi^2$. Die Tensor-Integrale lassen sich weiter in Lorentz-kovariante Strukturen mit skalaren Koeffizienten zerlegen, d.h. dass allgemein alle $T^{N, \mu_1 \dots \mu_P}$ aus Tensoren P -ter Stufe, die sich aus den $q_1^\mu, \dots, q_{N-1}^\mu$ und $g^{\mu\nu}$ bilden lassen, aufgebaut werden können. Die einzelnen N -Punkt-Integrale lauten:

- **1-Punkt-Integral:**

$$\frac{i(2\pi\mu)^{4-D}}{16\pi^2} \int \frac{d^D k}{i\pi^2} \frac{-1}{k^2 - m^2} = KA(m) = \frac{i}{16\pi^2} A(m), \quad (\text{C.4})$$

- **2-Punkt-Integral :**

$$\frac{i(2\pi\mu)^{4-D}}{16\pi^2} \int \frac{d^D k}{i\pi^2} \frac{1; k^\mu; k^\mu k^\nu}{[k^2 - m_1^2][(k+q)^2 - m_2^2]} = \frac{i}{16\pi^2} B_0; B^\mu; B^{\mu\nu}(q, m_1, m_2) \quad (\text{C.5})$$

und

$$B^\mu(q, m_1, m_2) = q^\mu B_1(q, m_1, m_2), \quad (\text{C.6})$$

$$B^{\mu\nu}(q, m_1, m_2) = q^\mu q^\nu B_{21}(q, m_1, m_2) - g^{\mu\nu} B_{22}(q, m_1, m_2). \quad (\text{C.7})$$

- **3-Punkt-Integral :**

$$\begin{aligned} \frac{i(2\pi\mu)^{4-D}}{16\pi^2} \int \frac{d^D k}{i\pi^2} \frac{(-1)1; k^\mu; k^\mu k^\nu; k^\mu k^\nu k^\alpha}{[k^2 - m_1^2][(k+q_1)^2 - m_2^2][(k+q_1+q_2)^2 - m_3^2]} \\ = \frac{i}{16\pi^2} C_0; C^\mu; C^{\mu\nu}; C^{\mu\nu\alpha}(q_1, q_2, m_1, m_2, m_3) \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

und

$$C^\mu = q_1^\mu C_{11} + q_2^\mu C_{12}, \quad (\text{C.9})$$

$$C^{\mu\nu} = q_1^\mu q_1^\nu C_{21} + q_2^\mu q_2^\nu C_{22} + \{q_1 q_2\}^{\mu\nu} C_{23} - g^{\mu\nu} C_{24}, \quad (\text{C.10})$$

$$\begin{aligned} C^{\mu\nu\alpha} = q_1^\mu q_1^\nu q_1^\alpha C_{31} + q_2^\mu q_2^\nu q_2^\alpha C_{32} + \{q_2 q_1 q_1\}^{\mu\nu\alpha} C_{33} + \{q_1 q_2 q_2\}^{\mu\nu\alpha} C_{34} \\ + \{q_1 g\}^{\mu\nu\alpha} C_{35} + \{q_2 g\}^{\mu\nu\alpha} C_{36}, \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

wobei die geschweiften Klammern die Symmetrisierung der Lorentz-Indizes bedeuten sollen, d.h.

$$\{q_1 q_2\}^{\mu\nu} = q_1^\mu q_2^\nu + q_2^\mu q_1^\nu, \quad (\text{C.12})$$

$$\{q_2 q_1 q_1\}^{\mu\nu\alpha} = q_2^\mu q_1^\nu q_1^\alpha + q_1^\mu q_2^\nu q_1^\alpha + q_1^\mu q_1^\nu q_2^\alpha, \quad (\text{C.13})$$

$$\{q_1 g\} = -q_1^\mu g^{\nu\alpha} - q_1^\nu g^{\mu\alpha} - q_1^\alpha g^{\mu\nu}. \quad (\text{C.14})$$

Analog funktioniert die Kovarianten-Zerlegung für die weiteren Tensor-Integrale D, E, \dots . Für die Berechnung der Koeffizienten-Funktionen werden die kovariant-zerlegten Tensor-Integrale mit den Impulsen q_i^μ und der Metrik $g^{\mu\nu}$ kontrahiert

und die daraus resultierenden linearen Gleichungssysteme nach den Koeffizientenfunktionen aufgelöst. Diese sind dann von Tensor-Integralen der Stufe $(P - 2)$ und $(P - 1)$ der $(N - 2)$ - und $(N - 1)$ -Punkt-Integralen abhängig [25, 38, 39]. Weitere nützliche Identitäten für die C_{ij} - und D_{ij} -Funktionen werden in [1] vorgestellt. Nach geeigneter Feynman-Parametrisierung und Linearisierung durch Euler-Transformationen können dann die Integrale durch Di-Logarithmen (Spence-Funktionen)

$$\text{Li}_2(x) = - \int_0^1 \frac{dt}{t} \log(1 - xt) \quad \text{mit} \quad |\arg(1 - x)| < \pi \quad (\text{C.15})$$

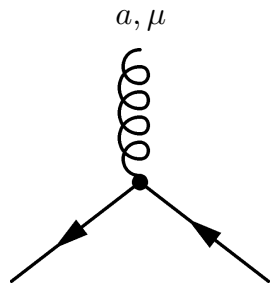
ausgedrückt werden [39]. Die Spence-Funktionen sind ein Spezialfall des Poly-Logarithmus. Weitere Eigenschaften sind in [40, 35] zusammengefasst.

Die in der Diplomarbeit verwendeten C_{0^-} , D_{0^-} , D_{1j} , E_{0^-} , E_{1i} -Formfaktoren sind UV-konvergent und wegen der endlichen Quark-Masse auch IR-konvergent. Diese stehen alle in *VBFNLO* als numerische Programme zur Verfügung.

Anhang D

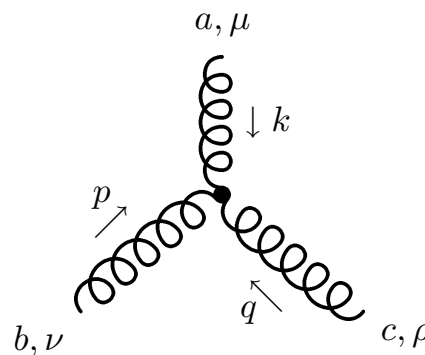
QCD-Vertizes

- Gluon-Quark-Vertex:



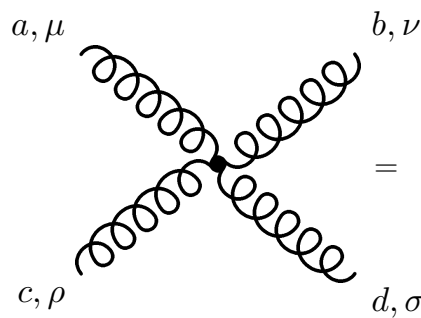
$$= ig\gamma^\mu t^a$$

- Drei-Gluon-Vertex



$$= gf^{abc} \left[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho + g^{\nu\rho}(p-q)^\mu + g^{\rho\mu}(q-k)^\nu \right]$$

- Vier-Gluon-Vertex:



$$= -ig^2 \left[f^{abe} f^{cde} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ace} f^{bde} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ade} f^{bce} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma}) \right]$$

Anhang E

Feynman-Diagramme für den Prozess $gg \rightarrow ggA^0$

E.1 Pentagon-Diagramme

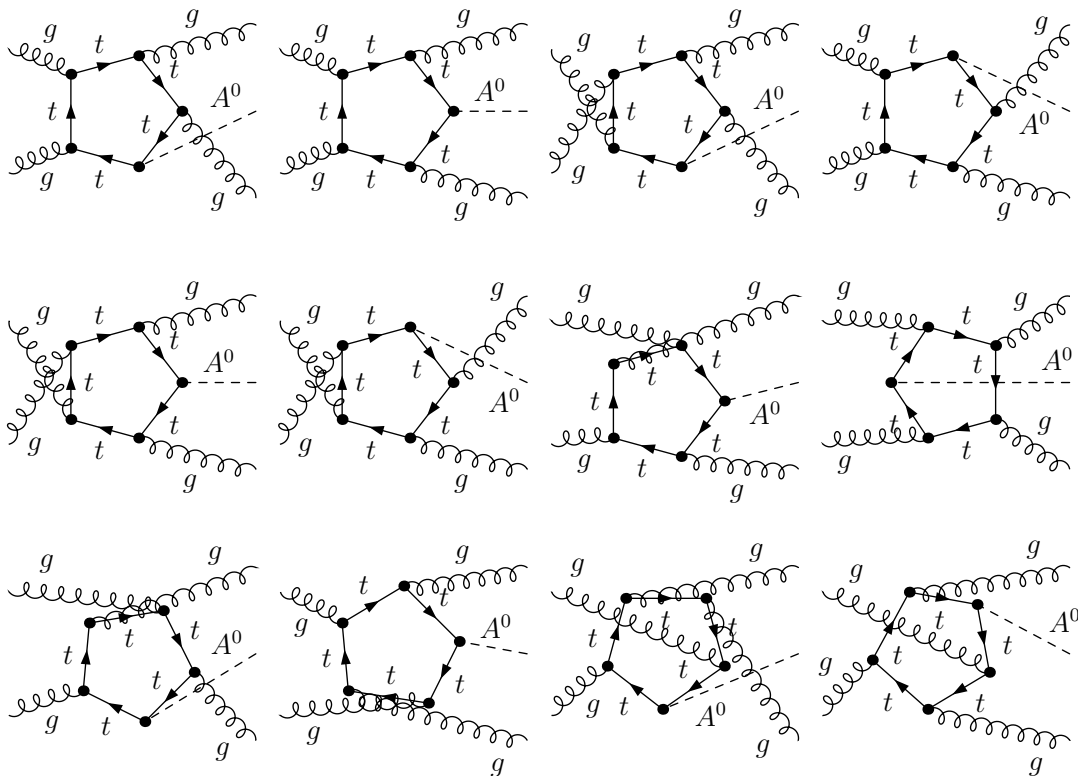


Abbildung E.1: Abbildung zeigt 12 Pentagon-Diagramme für eine Richtung der Quark-Schleife. Insgesamt existieren $4! = 24$ Pentagon-Beiträge. Bei den restlichen 12 Diagrammen ist die Richtung der Quark-Schleife invertiert.

E.2 Box-Diagramme

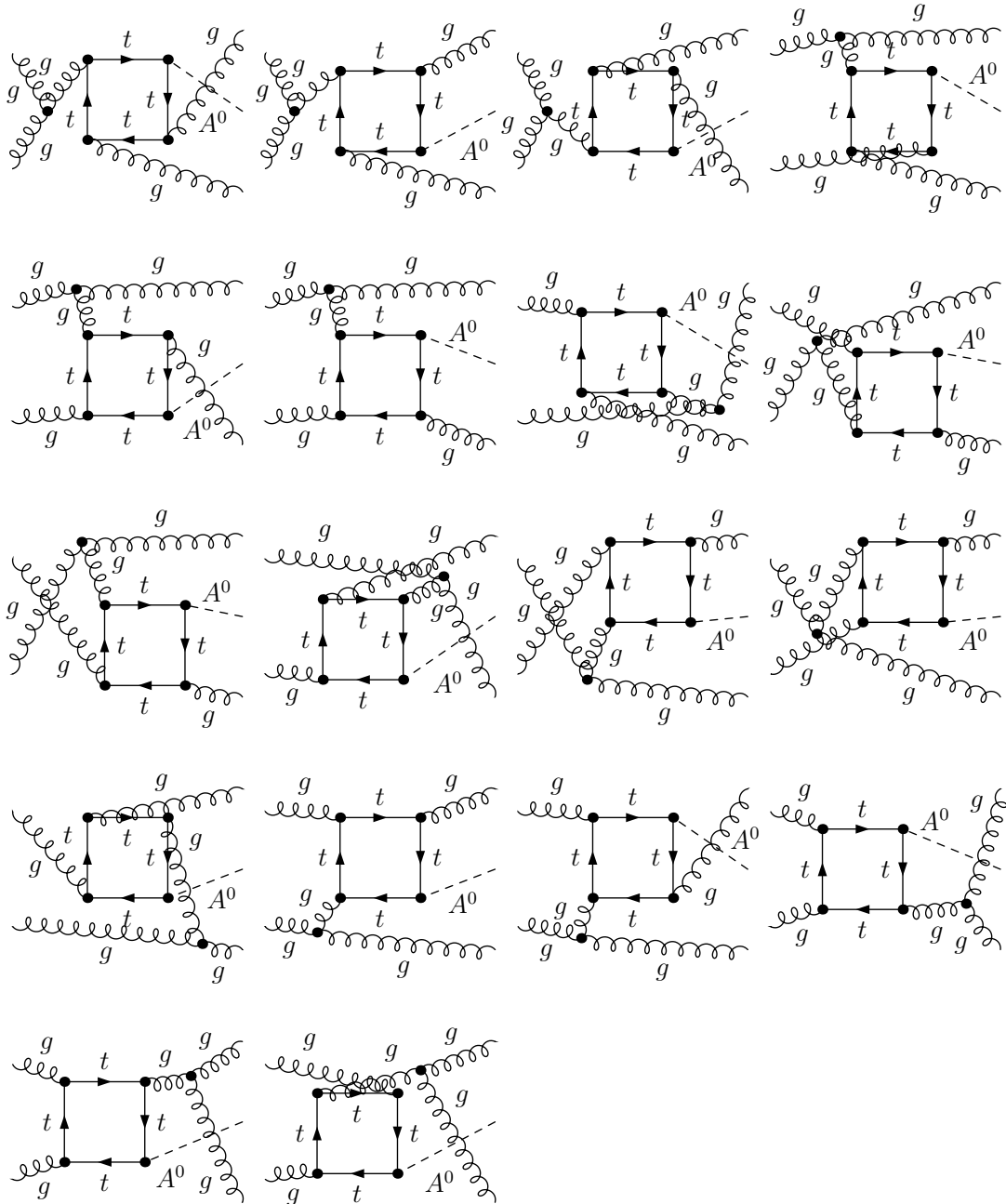


Abbildung E.2: Abbildung zeigt 18 der 36 möglichen Beiträge mit einer Box-Schleife.

E.3 Dreieck-Diagramme

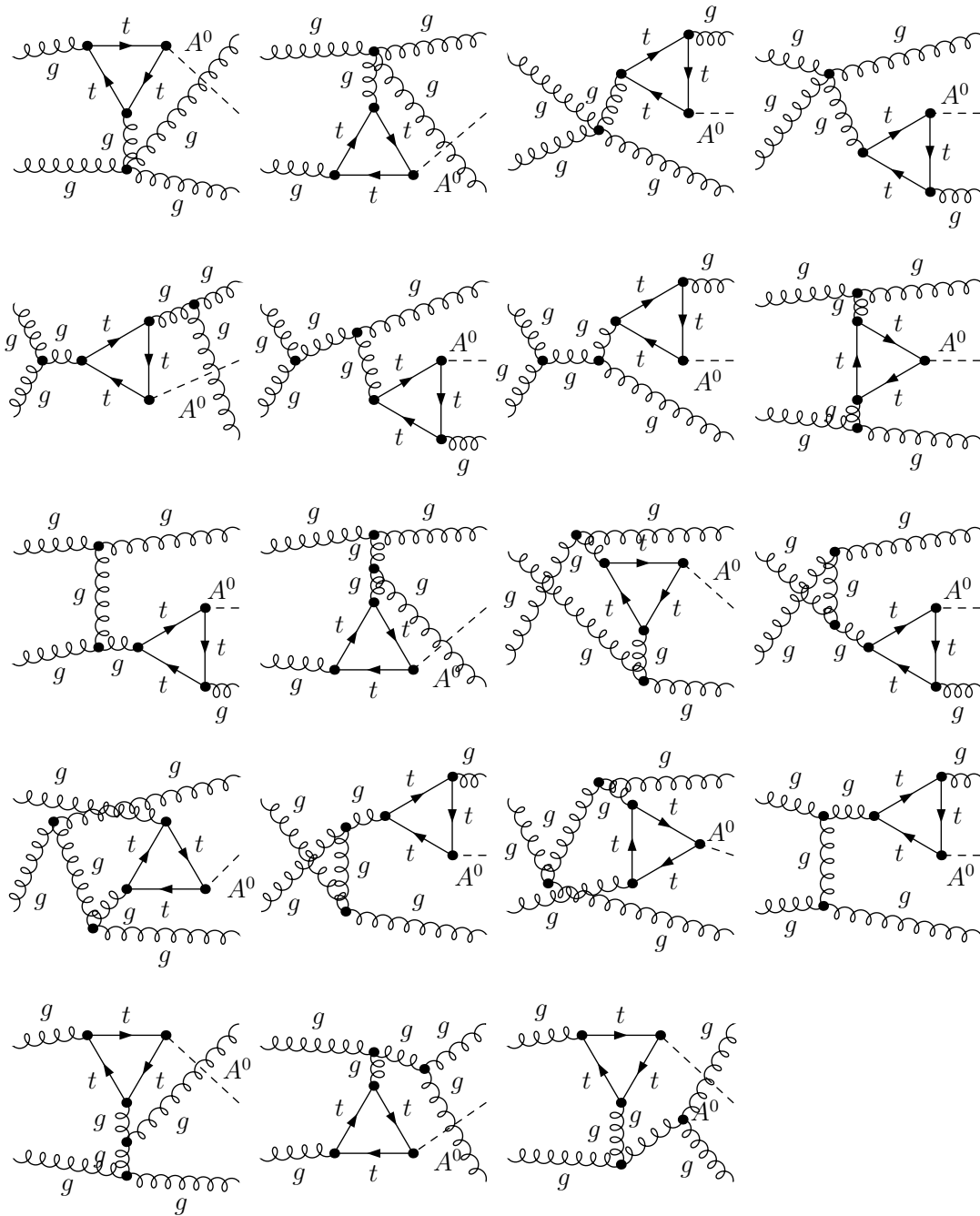


Abbildung E.3: Abbildung zeigt 19 der 38 möglichen Beiträge mit einer Dreieck-Schleife.

Anhang F

Pentagon-Reduktion

Mit Hilfe der Ersetzung

$$k \cdot q_i = \frac{1}{2} \left\{ [(k+p+q_i)^2 - m_q] - [(k+p)^2 - m_q] - 2q_i \cdot p \right\} \quad (\text{F.1})$$

lassen sich Terme im Zähler des Pentagon-Tensors um eine Potenz des Schleifen-Impulses k reduzieren. Terme vom Typ $(k \cdot \epsilon)$ können nach gleichen Verfahren bearbeitet werden, wenn man die folgende Entwicklung des Polarisationsvektors ϵ_i nach den externen Impulsvektoren q_i verwendet:

$$\epsilon_i^\mu = \sum_{j=1}^4 z_{ij} q_j^\mu \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots 4. \quad (\text{F.2})$$

Die Koeffizienten z_{ij} können durch Invertieren des Gleichungssystems

$$\epsilon_i \cdot q_k = - \sum_{j=1}^4 z_{ij} (\mathcal{Q}_4)_{jk} \quad \text{mit} \quad (\mathcal{Q}_4)_{jk} = -q_j \cdot q_k \quad \text{und} \quad i = 1 \dots 4, \quad (\text{F.3})$$

bestimmt werden, wobei die Matrix \mathcal{Q}_4 eine Singularität aufweisen kann, wenn die vier Gluonen linear abhängig werden [1]. Die Singularität lässt sich mit den in Kapitel 5 vorgestellten Selektionsschnitten (5.2) abfangen.

Die Passarino-Veltman-reduzierte und mit den externen Polarisationsvektoren kontrahierte Fünf-Punkt-Funktion hat die folgende Form:

$$\begin{aligned} \epsilon_1^\mu \epsilon_2^\nu \epsilon_3^\alpha \epsilon_4^\beta P_{\mu\nu\alpha\beta}(q_1, q_2, q_3, q_4) = & (CD)_{C_0, D_0, D_{ij}} + (D)_{D_0, D_{ij}} + (E)_{E_{ij}} \\ & + K_{E_0} \cdot E_0(q_1, q_2, q_3, q_4) \end{aligned} \quad (\text{F.4})$$

- Terme mit C_0 -, D_0 - und D_{ij} -Formfaktoren:

$$\begin{aligned}
(CD)_{C_0, D_0, D_{ij}} = & \\
& \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4} C_0(q_{12}, q_{34}) + 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_1} (\varepsilon_4 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_{23}, q_4) + \varepsilon_4 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) \\
& + \varepsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4)) + 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_3} (\varepsilon_4 \cdot q_1 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) + \varepsilon_4 \cdot q_2 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) \\
& + \varepsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_{12}, q_3, q_4)) + 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_4} (\varepsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) + \varepsilon_3 \cdot q_2 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) \\
& + \varepsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_{12}, q_3, q_4)) + 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1} (\varepsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_{34}) + \varepsilon_2 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) \\
& + \varepsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_2, q_{34})) + 2\varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_2} (\varepsilon_1 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_2, q_{34}) + \varepsilon_1 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) \\
& + \varepsilon_1 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_2, q_{34})) + 2\varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_4} (\varepsilon_1 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) + \varepsilon_1 \cdot q_3 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) \\
& + \varepsilon_1 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_{23}, q_4)) - (D_0(q_{12}, q_3, q_4) K_{D_0}^3 + D_0(q_1, q_{23}, q_4) K_{D_0}^2 \\
& + D_0(q_1, q_2, q_{34}) K_{D_0}^1) \tag{F.5}
\end{aligned}$$

- Koeffizienten von D_0 :

$$\begin{aligned}
K_{D_0}^1 = & \\
& \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4} q_1 \cdot q_2 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_1} \varepsilon_4 \cdot q_2 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_2} \varepsilon_4 \cdot q_1 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_1} \varepsilon_3 \cdot q_2 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_2} \varepsilon_3 \cdot q_1 \\
& + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 q_1 q_2} \varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4 - 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1} \varepsilon_2 \cdot q_1 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_2} \varepsilon_2 \cdot q_1 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 q_1 q_2} \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_4 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_4 q_1 q_2} \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 \\
& + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1} \varepsilon_1 \cdot q_2 + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 q_1 q_2} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_4 - \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_4 q_1 q_2} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon^{\varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1 q_2} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \tag{F.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{D_0}^2 = & \\
& \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4} q_1 \cdot q_4 - 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_1} (\varepsilon_4 \cdot q_1 + \varepsilon_4 \cdot q_2 + \varepsilon_4 \cdot q_3) - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_4} \varepsilon_4 \cdot q_1 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_1} \varepsilon_3 \cdot q_4 \\
& + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_4} \varepsilon_3 \cdot q_1 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 q_1 q_4} \varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1} \varepsilon_2 \cdot q_4 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_4} \varepsilon_2 \cdot q_1 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 q_1 q_4} \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_4 \\
& + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_4 q_1 q_4} \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1} \varepsilon_1 \cdot q_4 + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 q_1 q_4} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_4 - \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_4 q_1 q_4} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon^{\varepsilon_3 \varepsilon_4 q_1 q_4} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \tag{F.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{D_0}^3 = & \\
& \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4} q_3 \cdot q_4 - 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_3} (\varepsilon_4 \cdot q_1 + \varepsilon_4 \cdot q_2 + \varepsilon_4 \cdot q_3) - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 q_4} \varepsilon_4 \cdot q_3 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_3} \varepsilon_3 \cdot q_4 \\
& - 2\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_4 q_4} (\varepsilon_3 \cdot q_1 + \varepsilon_3 \cdot q_2) + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 q_3 q_4} \varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4 - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_3} \varepsilon_2 \cdot q_4 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_4} \varepsilon_2 \cdot q_3 \\
& - \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 q_3 q_4} \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_4 + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_4 q_3 q_4} \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_3} \varepsilon_1 \cdot q_4 - \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4 q_4} \varepsilon_1 \cdot q_3 + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 q_3 q_4} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_4 \\
& - \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_4 q_3 q_4} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_3 + \varepsilon^{\varepsilon_3 \varepsilon_4 q_3 q_4} \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \tag{F.8}
\end{aligned}$$

- Weitere Terme mit D_0 - und D_{ij} -Formfaktoren:

$$\begin{aligned}
(D)_{D_0, D_{ij}} = & 2D_0(q_2, q_3, q_4) \\
& \times (\varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_2 q_1 q_2} \varepsilon_4 \cdot q_1 z_{31} + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_3 q_1 q_3} \varepsilon_4 \cdot q_1 z_{21} + \varepsilon^{\varepsilon_1 \varepsilon_4 q_1 q_4} \varepsilon_3 \cdot q_1 z_{21} + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_3 q_2 q_3} \varepsilon_4 \cdot q_1 z_{11} \\
& + \varepsilon^{\varepsilon_2 \varepsilon_4 q_2 q_4} \varepsilon_3 \cdot q_1 z_{11} + \varepsilon^{\varepsilon_3 \varepsilon_4 q_3 q_4} \varepsilon_2 \cdot q_1 z_{11}) + 2(D)_{ij}^1 \tag{F.9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \epsilon_4 \cdot q_2 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} - \epsilon_4 \cdot q_2 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} - \epsilon_4 \cdot q_2 D_{11}(q_2, q_3, q_4) z_{11} \\
& + \epsilon_4 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_4 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} + \epsilon_4 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} \\
& - \epsilon_4 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14} + \epsilon_4 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_3) z_{14} + \epsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} \\
& - \epsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} - \epsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_2, q_3, q_4) z_{11} + \epsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} \\
& - \epsilon_4 \cdot q_3 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} + \epsilon_4 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} - \epsilon_4 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14} \\
& + (D)_{ij}^5 \tag{F.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(D)_{ij}^5 = & \epsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_2 q_4} (\epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_3) z_{14} + \epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} \\
& - \epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} + \epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} \\
& + \epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} - \epsilon_3 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14} + \epsilon_3 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_2, q_3) z_{14} \\
& + \epsilon_3 \cdot q_2 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} - \epsilon_3 \cdot q_2 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} - \epsilon_3 \cdot q_2 D_{11}(q_2, q_3, q_4) z_{11} \\
& + \epsilon_3 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_3 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} + \epsilon_3 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} \\
& - \epsilon_3 \cdot q_2 D_{12}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14} + \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} - \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} \\
& - \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_2, q_3, q_4) z_{11} + \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} \\
& + \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} - \epsilon_3 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14}) + (D)_{ij}^6 \tag{F.14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(D)_{ij}^6 = & \epsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_3 q_4} (\epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_3) z_{14} + \epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} \\
& - \epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} + \epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} \\
& + \epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} - \epsilon_2 \cdot q_1 D_{11}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14} + \epsilon_2 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_3) z_{14} \\
& + \epsilon_2 \cdot q_3 D_{12}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} - \epsilon_2 \cdot q_3 D_{12}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} - \epsilon_2 \cdot q_3 D_{12}(q_2, q_3, q_4) z_{11} \\
& + \epsilon_2 \cdot q_3 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_2 \cdot q_3 D_{12}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} + \epsilon_2 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} \\
& - \epsilon_2 \cdot q_3 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14} + \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_{12}, q_3, q_4) z_{11} - \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_{12}, q_3, q_4) z_{12} \\
& - \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_2, q_3, q_4) z_{11} + \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_{23}, q_4) z_{12} - \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_{23}, q_4) z_{13} \\
& + \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{13} - \epsilon_2 \cdot q_4 D_{13}(q_1, q_2, q_{34}) z_{14}) \tag{F.15}
\end{aligned}$$

- Koeffizienten von E_0 :

$$\begin{aligned}
K_{E_0} = & \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4} (q_1 \cdot q_2 q_3 \cdot q_4 - q_1 \cdot q_3 q_2 \cdot q_4 + q_1 \cdot q_4 q_2 \cdot q_3) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_1} (-2\epsilon_4 \cdot q_1 q_2 \cdot q_3 - 2\epsilon_4 \cdot q_2 q_2 \cdot q_3 + \epsilon_4 \cdot q_2 q_3 \cdot q_4 - 2\epsilon_4 \cdot q_3 q_2 \cdot q_3 - \epsilon_4 \cdot q_3 q_2 \cdot q_4) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_2} (2\epsilon_4 \cdot q_1 q_1 \cdot q_3 - \epsilon_4 \cdot q_1 q_3 \cdot q_4 + 2\epsilon_4 \cdot q_2 q_1 \cdot q_3 + 2\epsilon_4 \cdot q_3 q_1 \cdot q_3 + \epsilon_4 \cdot q_3 q_1 \cdot q_4) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_3} (-2\epsilon_4 \cdot q_1 q_1 \cdot q_2 + \epsilon_4 \cdot q_1 q_2 \cdot q_4 - 2\epsilon_4 \cdot q_2 q_1 \cdot q_2 - \epsilon_4 \cdot q_2 q_1 \cdot q_4 - 2\epsilon_4 \cdot q_3 q_1 \cdot q_2) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_4} (-\epsilon_4 \cdot q_1 q_2 \cdot q_3 + \epsilon_4 \cdot q_2 q_1 \cdot q_3 - \epsilon_4 \cdot q_3 q_1 \cdot q_2) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_1} (-2\epsilon_3 \cdot q_1 q_2 \cdot q_4 - 2\epsilon_3 \cdot q_2 q_2 \cdot q_4 - \epsilon_3 \cdot q_2 q_3 \cdot q_4 + \epsilon_3 \cdot q_4 q_2 \cdot q_3) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_2} (2\epsilon_3 \cdot q_1 q_1 \cdot q_4 + \epsilon_3 \cdot q_1 q_3 \cdot q_4 + 2\epsilon_3 \cdot q_2 q_1 \cdot q_4 - \epsilon_3 \cdot q_4 q_1 \cdot q_3) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_3} (-\epsilon_3 \cdot q_1 q_2 \cdot q_4 + \epsilon_3 \cdot q_2 q_1 \cdot q_4 + \epsilon_3 \cdot q_4 q_1 \cdot q_2) \\
& + \epsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_4} (-2\epsilon_3 \cdot q_1 q_1 \cdot q_2 + \epsilon_3 \cdot q_1 q_2 \cdot q_3 - 2\epsilon_3 \cdot q_2 q_1 \cdot q_2 - \epsilon_3 \cdot q_2 q_1 \cdot q_3) + K_{E_0}^1 \tag{F.16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{E_0}^4 = & \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_1 q_3} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 q_2 \cdot q_4 + 2\epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_4 \cdot q_1 + 2\epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_4 \cdot q_2 + 2\epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_4 \cdot q_3 + \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_4 \cdot q_2) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_1 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 q_2 \cdot q_3 + \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_4 \cdot q_3 - \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_4 \cdot q_2) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_2 q_3} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 q_1 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_4 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_2 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 q_1 \cdot q_3 + \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_4 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_3 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 q_1 \cdot q_2 - \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_4 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_1 q_2} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 q_3 \cdot q_4 + \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_3 \cdot q_4 - 2\epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_3 \cdot q_1 - 2\epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_3 \cdot q_2) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_1 q_3} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 q_2 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_3 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_3 \cdot q_2) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_1 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 q_2 \cdot q_3 + 2\epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_3 \cdot q_1 + 2\epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_3 \cdot q_2 + \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_3 \cdot q_2) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_2 q_3} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 q_1 \cdot q_4 + \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_3 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_2 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 q_1 \cdot q_3 - \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_3 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_3 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 q_1 \cdot q_2 + \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_3 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 q_1 q_2 q_3} (2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_4 \cdot q_1 + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_4 \cdot q_2 + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_4 \cdot q_3 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_3 \cdot q_4 + \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 q_1 q_2 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_4 \cdot q_3 + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_3 \cdot q_1 + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_3 \cdot q_2 - \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4) + K_{E_0}^5
\end{aligned} \tag{F.20}$$

$$\begin{aligned}
K_{E_0}^5 = & \varepsilon^{\epsilon_2 q_1 q_3 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_4 \cdot q_2 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_3 \cdot q_2 + \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_2 q_2 q_3 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_4 \cdot q_1 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_3 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_1 q_2} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_3 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_2 \cdot q_4 + \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_2 \cdot q_3) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_1 q_3} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_2 \cdot q_4 + \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_2 \cdot q_4 - 2\epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_1 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_2 \cdot q_3 - \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_2 \cdot q_3 + 2\epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_2 q_3} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_1 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_2 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_1 \cdot q_3 + \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_3 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 q_1 \cdot q_2 - \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 q_1 q_2 q_3} (-2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_4 \cdot q_1 - 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_4 \cdot q_2 - 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_4 \cdot q_3 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_2 \cdot \epsilon_4) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 q_1 q_2 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_4 \cdot q_3 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot q_3 + \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_2 \cdot \epsilon_4) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 q_1 q_3 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_4 \cdot q_2 + 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot q_1 - \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_2 \cdot \epsilon_4) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 q_2 q_3 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_4 \cdot q_1 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_4 q_1 q_2 q_3} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot q_4 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot q_4 + \epsilon_1 \cdot q_4 \epsilon_2 \epsilon_3) + K_{E_0}^6
\end{aligned} \tag{F.21}$$

$$\begin{aligned}
K_{E_0}^6 = & \varepsilon^{\epsilon_4 q_1 q_2 q_4} (-2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot q_1 - 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot q_2 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot q_3 - \epsilon_1 \cdot q_3 \epsilon_2 \cdot \epsilon_3) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_4 q_1 q_3 q_4} (-\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot q_2 - 2\epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot q_1 + \epsilon_1 \cdot q_2 \epsilon_2 \cdot \epsilon_3) \\
& + \varepsilon^{\epsilon_4 q_2 q_3 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot q_1 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot q_1) \\
& + \varepsilon^{q_1 q_2 q_3 q_4} (\epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 - \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 \epsilon_2 \cdot \epsilon_4 + \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 \epsilon_2 \cdot \epsilon_3)
\end{aligned} \tag{F.22}$$

- Terme mit E_{ij} -Formfaktoren:

$$\begin{aligned}
(E)_{E_{ij}} &= 2 \times \\
& \left[K_{E_{ij}}^1 (\epsilon_1 \cdot q_2 E_{12}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_1 \cdot q_3 E_{13}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_1 \cdot q_4 E_{14}(q_1, q_2, q_3, q_4)) \right. \\
& + K_{E_{ij}}^2 (\epsilon_2 \cdot q_1 E_{11}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_2 \cdot q_3 E_{13}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_2 \cdot q_4 E_{14}(q_1, q_2, q_3, q_4)) \\
& + K_{E_{ij}}^3 (\epsilon_3 \cdot q_1 E_{11}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_3 \cdot q_2 E_{12}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_3 \cdot q_4 E_{14}(q_1, q_2, q_3, q_4)) \\
& \left. + K_{E_{ij}}^4 (\epsilon_4 \cdot q_1 E_{11}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_4 \cdot q_2 E_{12}(q_1, q_2, q_3, q_4) + \epsilon_4 \cdot q_3 E_{13}(q_1, q_2, q_3, q_4)) \right]
\end{aligned} \tag{F.23}$$

- Koeffizienten von E_{ij} :

$$\begin{aligned}
K_{E_{ij}}^1 &= \\
& - \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 q_2} q_3 \cdot q_4 + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 q_3} q_2 \cdot q_4 - \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 \epsilon_4 q_4} q_2 \cdot q_3 - 2\varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_2 q_3} (\epsilon_4 \cdot q_1 + \epsilon_4 \cdot q_2 + \epsilon_4 \cdot q_3) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_2 q_4} \epsilon_4 \cdot q_3 + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_3 q_4} \epsilon_4 \cdot q_2 + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_2 q_3} \epsilon_3 \cdot q_4 - 2\varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_2 q_4} (\epsilon_3 \cdot q_1 + \epsilon_3 \cdot q_2) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_3 q_4} \epsilon_3 \cdot q_2 - \varepsilon^{\epsilon_2 q_2 q_3 q_4} \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 - \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_2 q_3} \epsilon_2 \cdot q_4 + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_2 q_4} \epsilon_2 \cdot q_3 - 2\varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_3 q_4} \epsilon_2 \cdot q_1 \\
& + \varepsilon^{\epsilon_3 q_2 q_3 q_4} \epsilon_2 \cdot \epsilon_4 - \varepsilon^{\epsilon_4 q_2 q_3 q_4} \epsilon_2 \cdot \epsilon_3
\end{aligned} \tag{F.24}$$

$$\begin{aligned}
K_{E_{ij}}^2 &= \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 \epsilon_4 q_1} q_3 \cdot q_4 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 \epsilon_4 q_3} q_1 \cdot q_4 - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 \epsilon_4 q_4} q_1 \cdot q_3 - 2\varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 q_1 q_3} (\epsilon_4 \cdot q_1 + \epsilon_4 \cdot q_2 + \epsilon_4 \cdot q_3) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 q_1 q_4} \epsilon_4 \cdot q_3 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 q_3 q_4} \epsilon_4 \cdot q_1 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_4 q_1 q_3} \epsilon_3 \cdot q_4 - 2\varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_4 q_1 q_4} (\epsilon_3 \cdot q_1 + \epsilon_3 \cdot q_2) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_4 q_3 q_4} \epsilon_3 \cdot q_1 - \varepsilon^{\epsilon_1 q_1 q_3 q_4} \epsilon_3 \cdot \epsilon_4 - \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_1 q_3} \epsilon_1 \cdot q_4 + \varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_1 q_4} \epsilon_1 \cdot q_3 \\
& + 2\varepsilon^{\epsilon_3 \epsilon_4 q_3 q_4} (q_2 \cdot q_3 z_{13} + q_2 \cdot q_4 z_{14} + q_3 \cdot q_4 z_{14}) + \varepsilon^{\epsilon_3 q_1 q_3 q_4} \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 - \varepsilon^{\epsilon_4 q_1 q_3 q_4} \epsilon_1 \cdot \epsilon_3
\end{aligned} \tag{F.25}$$

$$\begin{aligned}
K_{E_{ij}}^3 &= \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_1} q_2 \cdot q_4 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_2} q_1 \cdot q_4 - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_4 q_4} q_1 \cdot q_2 - 2\varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 q_1 q_2} (\epsilon_4 \cdot q_1 + \epsilon_4 \cdot q_2 + \epsilon_4 \cdot q_3) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 q_1 q_4} \epsilon_4 \cdot q_2 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 q_2 q_4} \epsilon_4 \cdot q_1 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_4 q_1 q_2} \epsilon_2 \cdot q_4 + 2\varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_4 q_1 q_4} (q_2 \cdot q_3 z_{23} + q_2 \cdot q_4 z_{24} \\
& + q_3 \cdot q_4 z_{24}) - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_4 q_2 q_4} \epsilon_2 \cdot q_1 - \varepsilon^{\epsilon_1 q_1 q_2 q_4} \epsilon_2 \cdot \epsilon_4 - \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_1 q_2} \epsilon_1 \cdot q_4 + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_1 q_4} \epsilon_1 \cdot q_2 \\
& + 2\varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_4 q_2 q_4} (q_2 \cdot q_3 z_{13} + q_2 \cdot q_4 z_{14} + q_3 \cdot q_4 z_{14}) + \varepsilon^{\epsilon_2 q_1 q_2 q_4} \epsilon_1 \cdot \epsilon_4 - \varepsilon^{\epsilon_4 q_1 q_2 q_4} \epsilon_1 \cdot \epsilon_2
\end{aligned} \tag{F.26}$$

$$\begin{aligned}
K_{E_{ij}}^4 &= \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_1} q_2 \cdot q_3 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_2} q_1 \cdot q_3 - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 q_3} q_1 \cdot q_2 + 2\varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 q_1 q_2} (-q_1 \cdot q_2 z_{31} + q_3 \cdot q_4 z_{34}) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 q_1 q_3} \epsilon_3 \cdot q_2 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_2 q_2 q_3} \epsilon_3 \cdot q_1 + \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 q_1 q_2} \epsilon_2 \cdot q_3 + 2\varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 q_1 q_3} (-q_1 \cdot q_2 z_{21} + q_3 \cdot q_4 z_{24}) \\
& - \varepsilon^{\epsilon_1 \epsilon_3 q_2 q_3} \epsilon_2 \cdot q_1 - \varepsilon^{\epsilon_1 q_1 q_2 q_3} \epsilon_2 \cdot \epsilon_3 - \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_1 q_2} \epsilon_1 \cdot q_3 + \varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_1 q_3} \epsilon_1 \cdot q_2 \\
& + 2\varepsilon^{\epsilon_2 \epsilon_3 q_2 q_3} (q_2 \cdot q_3 z_{13} + q_2 \cdot q_4 z_{14} + q_3 \cdot q_4 z_{14}) + \varepsilon^{\epsilon_2 q_1 q_2 q_3} \epsilon_1 \cdot \epsilon_3 - \varepsilon^{\epsilon_3 q_1 q_2 q_3} \epsilon_1 \cdot \epsilon_2
\end{aligned} \tag{F.27}$$

Literatur

- [1] V. Del Duca, W. Kilgore, C. Oleari, C. Schmidt and D. Zeppenfeld, *Gluon-fusion contributions to $H + 2$ jet production*, Nucl. Phys. B **616** (2001) 367 [arXiv:hep-ph/0108030].
- [2] A. Djouadi, *The anatomy of electro-weak symmetry breaking. II: The Higgs bosons in the minimal supersymmetric model*, [arXiv:hep-ph/0503173].
- [3] J. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press, 1998.
- [4] C. N. Yang and R. L. Mills, *Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance*, Phys. Rev. **96** (1954) 191.
- [5] R. P. Feynman, *Space-time approach to nonrelativistic quantum mechanics*, Rev. Mod. Phys. **20** (1948) 367.
- [6] T. Kugo, *Eichtheorie*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1997.
- [7] B. Povh, K. Rith, C. Scholz, F. Zetsche, *Teilchen und Kerne*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 5. Auflage, 2001.
- [8] M. E. Peskin und D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Westview Press, Boulder, 1995.
- [9] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Vol 80, Addison-Wesley, 1990.
- [10] Ch. Schappacher, *Diplomarbeit*, Institut für Theoretische Physik, Universität Karlsruhe, 1996.
- [11] T.-P. Cheng, L..F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford University Press, New York, 1988.
- [12] J. F. Gunion and H. E. Haber, *Higgs Bosons In Supersymmetric Models. 1*, Nucl. Phys. B **272** (1986) 1 [Erratum-ibid. B **402** (1993) 567].
- [13] A. Kraft, *Dissertation*, Institut für Theoretische Physik, Universität Karlsruhe, 1999

- [14] A. Kraft, *Diplomarbeit*, Institut für Theoretische Physik, Universität Karlsruhe, 1992.
- [15] R. A. D. Sanchez, *Ph. D. Thesis*, Universidad Nacional de Colombia, 2003 [arXiv:hep-ph/0212237].
- [16] S. P. Martin, *A supersymmetry primer*, [arXiv:hep-ph/9709356].
- [17] M. Spira, A. Djouadi, D. Graudenz and P. M. Zerwas, *Higgs boson production at the LHC*, Nucl. Phys. B **453** (1995) 17 [arXiv:hep-ph/9504378].
- [18] T. Hahn, Comput. Phys. Commun. 140 (2001) 418 [arXiv:hep-ph/0012260]; T. Hahn and C. Schappacher, Comput. Phys. Commun. 143 (2002) 54 [hep-ph/0105349].
- [19] R. Mertig, M. Bohm and A. Denner, Comput. Phys. Commun. 64 (1991) 345; <http://www.feyncalc.org/>.
- [20] S. Wolfram, *The Mathematica book, 5th ed*, Wolfram Media/Cambridge University Press, 2003.
- [21] A. C. Hearn, *REDUCE 3.8 User's Manual (2004)*.
- [22] W. H. Furry, *A symmetry theorem in the positron theory*, Phys. Rev. **51** (1936) 125.
- [23] K. Hagiwara and D. Zeppenfeld, *Amplitudes for multiparton processes involving a current at $e^+ e^-$, $e^+ p$ and hadron colliders*, Nucl. Phys. B **313** (1989) 560.
- [24] K. Hagiwara and D. Zeppenfeld, *Helicity amplitudes for heavy lepton production in $e^+ e^-$ annihilation*, Nucl. Phys. B **274** (1986) 1.
- [25] G. Passarino and M. J. G. Veltman, *One loop corrections for $e^+ e^-$ annihilation into $\mu^+ \mu^-$ in the Weinberg Model*, Nucl. Phys. B **160** (1979) 151.
- [26] HadCalc ist auf Anfrage erhältlich von M. Rauch, Max-Planck-Institut für Physik (Werner-Heisenberg-Institut) Foehringer Ring 6, 80805 München, Deutschland; E-mail-Adresse: mrauch@mppmu.mpg.de.
- [27] Christian Schappacher, private Kommunikation.
- [28] J. D. Jackson, *Klassische Elektrodynamik*, Walter de Gruyter-Verlag, Berlin New York, 2002.
- [29] A. Djouadi, M. Spira and P. M. Zerwas, *Two photon decay widths of Higgs particles*, Phys. Lett. B **311** (1993) 255 [arXiv:hep-ph/9305335].

- [30] R. P. Kauffman and W. Schaffer, *QCD corrections to production of Higgs pseudoscalars*, Phys. Rev. D **49** (1994) 551 [arXiv:hep-ph/9305279].
- [31] R. Brun, O. Couet, C. E. Vandoni and P. Zanmarini, *Prepared for International Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems for High-energy and Nuclear Physics, Lyon, France, 19-24 Mar 1990*
- [32] R. Brun, F. Rademakers and S. Panacek, *Prepared for CERN School of Computing (CSC 2000), Marathon, Greece, 17-30 Sep 2000*
- [33] J. Pumplin, D. R. Stump, J. Huston, H. L. Lai, P. Nadolsky and W. K. Tung, *New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis*, JHEP **0207** (2002) 012 [arXiv:hep-ph/0201195].
- [34] R. K. Bock, A. Vasilescu, *The Particle Detector BriefBook*, Internet version, <http://rkb.home.cern.ch/rkb/titleD.html>.
- [35] V. I. Borodulin, R. N. Rogalev and S. R. Slabospitsky, *CORE: COmpendium of RElations: Version 2.1*, [arXiv:hep-ph/9507456].
- [36] T. Muta, *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2000.
- [37] A. Denner and S. Dittmaier, *Reduction schemes for one-loop tensor integrals*, Nucl. Phys. B **734** (2006) 62 [arXiv:hep-ph/0509141].
- [38] W. Hollik, *Renormalization of the Standard Model*, MPI-PH-93-21.
- [39] T. Bonoath, *Übungen zur Strahlungskorrekturen in Eichtheorien*, Herbstschule für Hochenergiephysik, Maria Laach 2004.
- [40] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, *Scalar one loop integrals*, Nucl. Phys. B **153** (1979) 365.

Danksagung

Als erstes bedanke ich mich ganz herzlich bei Herrn Zeppenfeld für die interessante Themenstellung und die sehr gute Betreuung während der Diplomarbeit.

Herrn Klinkhamer danke ich für die Bereitschaft, das Koreferat zu übernehmen.

Allen Mitgliedern des Institutes für Theoretische Physik möchte ich für die freundliche Atmosphäre und viele hilfreiche Anregungen danken.

Ein großes Dankeschön an Gunnar Klämke, Christian Schappacher und Barbara Jäger sowohl fürs Korrekturlesen als auch für die vielen hilfreichen Gespräche und Tipps.

Ein großes Dankeschön an Stephan Bernadotte fürs Korrekturlesen.

Ein großes Dankeschön an Christian Kaufhold, der mir bei allen technischen Problemen mit Rat und Tat zur Seite stand.

Zu guter Letzt bedanke ich mich bei meinen Eltern, Großeltern und meiner Freundin Anna für die materielle und seelische Unterstützung während meines gesamten Studiums.