

Anomale Kopplungen bei der Streuung schwacher Eichbosonen

Diplomarbeit
von

Oliver Schlimpert

An der Fakultät für Physik
Institut für Theoretische Physik

Referent: Prof. Dr. D. Zeppenfeld

Korreferent: Prof. Dr. M. Mühlleitner

Bearbeitungszeit: 01. Februar 2012 – 01. Februar 2013

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Oliver Schlimpert
Karlsruhe, den 01. Februar 2013

Als Diplomarbeit anerkannt.

Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Karlsruhe, den 01. Februar 2013

1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	5
2.1. Das Standardmodell der Teilchenphysik	5
2.1.1. Elektroschwacher Sektor (Glashow-Weinberg-Salam-Theorie)	7
2.2. Effektive Feldtheorien	9
2.2.1. Vier-Fermion-Wechselwirkung	10
2.3. Anomale Kopplungen	12
2.3.1. Operatoren der Dimension 6	12
2.3.2. Operatoren der Dimension 8	14
2.3.3. Effektive Lagrangedichte und Feynman-Regeln	15
2.3.4. Beiträge der Operatoren zu den Eichboson-Propagatoren	18
3. Implementierung in VBFNLO	21
3.1. Das Programm VBFNLO	21
3.1.1. Numerische Berechnung partonischer Wirkungsquerschnitte	22
3.1.2. Programmablauf	23
3.2. Implementierung der anomalen Kopplungen	25
3.2.1. Modifikation der Übergangsmatrixelemente	25
3.2.2. Anpassung der Phasenraumgeneratoren	30
3.2.3. Weitere Änderungen	35
3.3. Verwendung der anomalen Kopplungen in VBFNLO	36
3.4. Kontrolle der Implementierung	38
3.4.1. Vergleich mit der Implementierung des Standardmodells	38
3.4.2. Vergleich mit alten Implementierungen der anomalen Kopplungen	40
3.4.3. Lorentzinvarianz	40
4. Unitarität und Formfaktoren	43
4.1. Unitaritätsverletzung	43
4.2. Formfaktoren	45
4.3. Bestimmung der Unitaritätsgrenzen und Formfaktoren	46
4.4. Verwendung der Formfaktoren in VBFNLO	50

5. Analyse	53
5.1. Prozess- und Parameterauswahl	53
5.2. Verteilungen von differentiellen Wirkungsquerschnitten	56
5.2.1. Verteilungen in führender Ordnung QCD (LO)	56
5.2.2. Verteilungen in nächstführender Ordnung QCD (NLO)	62
5.3. Sensitivität des LHC auf anomale VVVV-Kopplungen	64
6. Zusammenfassung	69
Literaturverzeichnis	75
Anhang	79
A. Feynman-Regeln	79
A.1. Drei-Eichboson-Vertizes	80
A.2. Eichboson-Higgs-Vertizes	82
A.3. Vier-Eichboson-Vertizes	86
B. Parameter und Phasenraumschnitte	122
B.1. Parameter	122
B.2. Phasenraumschnitte	123
C. Formfaktoren	124
D. Alternative Parametrisierung	126

In den letzten Jahrzehnten wurde zur Beschreibung der elementaren Materieteilchen und der zwischen ihnen wirkenden Kräfte eine relativistische Quantenfeldtheorie, das Standardmodell der Teilchenphysik (SM), entwickelt. Diese Theorie beschreibt die meisten der bisherigen experimentellen Beobachtungen und Messungen mit einer beeindruckenden Genauigkeit. Dennoch kann das Standardmodell längst nicht alle Beobachtungen erklären und lässt einige Fragen unbeantwortet:

- Wie lässt sich die elektroschwache mit der starken Wechselwirkung vereinigen? Gibt es auch eine Möglichkeit die Gravitation zusammen mit den restlichen drei Wechselwirkungen zu beschreiben?
- Wie können die inzwischen nachgewiesenen Massen der Neutrinos erklärt werden?
- Wodurch ist die große Materie-Antimaterie-Asymmetrie im Universum entstanden?
- Lassen sich die freien Parameter des Standardmodells, wie zum Beispiel die Kopplungskonstanten der Wechselwirkungen oder die Massen der Fermionen, nur experimentell bestimmen oder kann man sie durch eine allgemeinere Theorie vorhersagen?
- Woraus besteht die dunkle Materie?

Diese und weitere ungeklärte Probleme bedeuten jedoch nicht, dass das Standardmodell inkorrekt ist. Es zeigt lediglich, dass es sich beim SM um eine effektive Theorie handelt, welche die Physik nur bis zu einer bestimmten Energie beschreibt. Die noch ungeklärten Fragen können demnach nur mit der Entdeckung neuer Physik bei höheren Energien verstanden werden. Die neue Physik kann dabei viele verschiedene Ursachen haben, wie zusätzliche Raumdimensionen oder neue Materie- und Wechselwirkungsteilchen mit großen Massen, die bei den bisher zugänglichen Energien nicht beobachtet werden konnten.

Es wurde bereits eine Vielzahl von theoretischen Modellen entwickelt, die einige dieser offenen Fragen beantworten könnten und so eine Erweiterung des SM liefern würden. Um zu untersuchen, ob eine dieser Theorien die Natur richtig beschreibt, müssen ihre Vorhersagen durch Experimente bei hohen Energien überprüft werden.

Seit 2010 steht mit dem „Large Hadron Collider“ (LHC) am Europäischen Kernforschungszentrum CERN in Genf ein Hadronen-Beschleuniger bereit, der die Teilchenphysik bei noch

nie erreichten Energien testen kann. Bereits in den ersten Monaten nachdem der LHC in Betrieb genommen wurde, konnten alle bereits entdeckten Elementarteilchen erneut nachgewiesen werden. 2012 wurde erstmals eine Schwerpunktsenergie der kollidierenden Protonen von 8 TeV erreicht und die Existenz eines bisher unentdeckten Bosons bewiesen, welches sich als das Higgs-Boson herausstellen könnte [1, 2]. Das Higgs-Boson ist das letzte noch nicht nachgewiesene Teilchen, welches vom Standardmodell vorhergesagt wird.

Die Schwerpunktsenergie am LHC reicht des Weiteren aus, um die vorhergesagten Effekte vieler neuer Theorien zu testen. Neben der direkten Untersuchung bestimmter Theorien, zum Beispiel durch den Nachweis neuer Teilchen, besteht auch die Möglichkeit, verschiedene Observablen mit hoher Präzision zu messen und so verschiedene Theorien zu falsifizieren oder deren Parameter einzuschränken.

In dieser Diplomarbeit wird auf ein Beispiel für die indirekte Suche nach neuer Physik eingegangen. Verschiedene Modelle würden, beispielsweise durch weitere schwere Higgs- oder Eichbosonen, zu Abweichungen der vom Standardmodell vorhergesagten Selbstkopplungen der elektroschwachen Eichbosonen W^\pm , Z und γ führen. Diese anomalen Kopplungen lassen sich anhand verschiedener Prozesse am LHC untersuchen, da sie Veränderungen in den Messungen einiger Observablen verursachen würden.

Für die Untersuchung der anomalen Kopplungen am LHC benötigt man jedoch eine Vorhersage dieser Veränderungen, da nur dann eine vom Standardmodell abweichende Messung auf die anomalen Kopplungen zurückgeführt werden kann. Bei der Berechnung der theoretischen Vorhersagen tauchen zwei Probleme auf:

1. Wie sollen die Effekte einer unbekanntes Theorie auf die Eichboson-Kopplungen bestimmt werden?
2. Da die Eichboson-Kopplungen nicht direkt messbar sind, müssen die Auswirkungen der anomalen Kopplungen auf die verschiedenen Observablen berechnet werden.

Das erste Problem wird durch die Verwendung einer effektiven Feldtheorie (EFT) [3, 4] gelöst. Die EFT ermöglicht die Parametrisierung der Effekte auf die Eichboson-Kopplungen, die von einer unbekanntes Physik bei hohen Energien verursacht werden, bei den am LHC zugänglichen Energien [5].

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die anomalen Kopplungen in das Monte-Carlo-Programm VBFNLO [6] zu integrieren und so ein Werkzeug zur Berechnung der Effekte auf die Observablen am LHC zu erhalten. VBFNLO berechnet den totalen sowie beliebige differentielle Wirkungsquerschnitte auf Parton-Level bis zur nächstführenden Ordnung QCD (NLO)¹ für verschiedene Prozesse an Proton-(Anti-)Proton-Beschleunigern. Die Möglichkeit, die NLO-Korrekturen zu berücksichtigen, die modulare Struktur sowie die vorhandenen Prozesse liefern eine ideale Grundlage zur Implementierung und Untersuchung der anomalen Kopplungen.

Die anomalen Kopplungen wurden bereits teilweise in VBFNLO implementiert und anhand bestimmter Prozesse untersucht (siehe zum Beispiel [7, 8]). Die Implementierung soll nun erweitert werden, um eine vollständige Untersuchung der anomalen Kopplungen mit VBFNLO zu ermöglichen. Dabei werden die anomalen Drei-Eichboson-, Vier-Eichboson- und Eichboson-Higgs-Kopplungen in alle Prozesse zur Produktion von zwei Eichbosonen $V_i \in \{W^\pm, Z\}$ in der Vektorbosonfusion (VBF), sowie drei Eichbosonen $V_i \in \{W^\pm, Z\}$ oder reellen Photonen

¹Nächstführende Ordnung bedeutet, dass die Berechnungen bis zur zweiten Ordnung der Entwicklung in der Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung α_s durchgeführt werden. NLO steht für die englische Bezeichnung „next-to-leading order“.

γ , eingearbeitet. Die Eichbosonen zerfallen dabei rein leptonisch:

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 V_2 jj \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 jj$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 V_2 V_3 \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 l_3 \bar{l}_3$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 V_2 \gamma \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 \gamma$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 \gamma \gamma \rightarrow l_1 \bar{l}_1 \gamma \gamma$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow \gamma \gamma \gamma.$$

$l_i^{(-)}$ kann hier für ein geladenes (Anti-)Leptonen $\ell_i^{(-)}$ oder ein (Anti-)Neutrino $\bar{\nu}_i^{(-)}$ stehen. Diese Prozesse eignen sich am besten zur Untersuchung der anomalen Vier-Eichboson-Kopplungen, da sie die niedrigste Anzahl an Endzustandsteilchen aller Prozesse am LHC besitzen, in denen diese Kopplungen vorkommen. Sie haben damit die einfachst mögliche Struktur und vor allem die vergleichsweise größten Wirkungsquerschnitte.

Im folgenden Kapitel 2 werden zunächst die theoretischen Grundlagen beschrieben, die für diese Arbeit relevant sind. Nach einem kurzen Überblick über das SM wird etwas genauer auf den elektroschwachen Sektor eingegangen, da dieser durch die anomalen Kopplungen modifiziert wird. Außerdem wird die Methode der effektiven Feldtheorien und das Modell der anomalen Kopplungen selbst vorgestellt.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der Implementierung der anomalen Kopplungen in das Programm VBFNLO. Dazu wird das Programm und seine Funktionsweise vorgestellt, bevor auf einige Bereiche genauer eingegangen und die Implementierung erläutert wird. Anschließend werden verschiedene Vergleiche und Tests genannt, die zur Vermeidung von Fehlern im neuen Programmcode verwendet werden.

Die Verletzung der Unitarität der S -Matrix durch die anomalen Kopplungen und die daher benötigten Formfaktoren werden in Kapitel 4 thematisiert. Nach der Erklärung der Unitaritätsverletzung und der Vorstellung des Konzepts der Formfaktoren wird hier die Bestimmung der Schwerpunktsenergie, ab der die Unitarität verletzt wird, sowie die Wahl der geeigneten Formfaktoren für die verschiedenen Operatoren veranschaulicht.

Mit dem erweiterten Programm VBFNLO können die Effekte der anomalen Kopplungen auf den totalen Wirkungsquerschnitt und verschiedene differentielle Wirkungsquerschnitte von Prozessen am LHC untersucht werden. Diese Analyse wird in Kapitel 5 beispielhaft für die Produktion von einem W^+W^- -Paar in der Vektorbosonfusion

$$pp \rightarrow W^+W^- jj \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} jj$$

durchgeführt. Darüber hinaus wird die Sensitivität des LHC auf die anomalen Vier-Eichboson-Kopplungen nach dem Lauf von 2012 sowie nach einer Laufzeit von fünf Jahren bei voller Leistung abgeschätzt.

Das letzte Kapitel 6 fasst die Inhalte und Ergebnisse dieser Diplomarbeit abschließend zusammen.

Zum Verständnis der anomalen Kopplungen und deren Umsetzung werden verschiedene Grundlagen benötigt, welche in diesem Kapitel kurz erläutert werden. Zunächst wird das Standardmodell der Teilchenphysik (SM) und der für die anomalen Kopplungen relevante elektroschwache Sektor beschrieben. Im Anschluss wird auf die Methode der effektiven Feldtheorien und die anomalen Kopplungen selbst eingegangen.

2.1. Das Standardmodell der Teilchenphysik

In diesem Unterkapitel wird ein kurzer Überblick über das Standardmodell der Teilchenphysik gegeben. Detaillierte Beschreibungen der Theorie finden sich in zahlreicher Fachliteratur, wie zum Beispiel „AN INTRODUCTION TO QUANTUM FIELD THEORY“ von M. E. Peskin und D. V. Schroeder [9].

Im SM wird eine relativistische Quantenfeldtheorie verwendet um drei der vier fundamentalen Wechselwirkungen zwischen den elementaren Materieteilchen zu erklären. Diese fundamentalen Kräfte sind die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung. Die vierte Kraft, die Gravitation, kann nicht mit Hilfe des SM erklärt werden. Die Materie wird im SM durch Teilchen mit Spin- $\frac{1}{2}$, den Fermionen, beschrieben. Die Kräfte zwischen den Fermionen werden durch Eichbosonen mit Spin-1 vermittelt.

Die Wechselwirkungen der Materie ergeben sich durch Eichsymmetrien der Fermionfelder. Das Standardmodell ist invariant unter Transformationen der Eichgruppe

$$SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}. \quad (2.1)$$

Die Indizes c und Y_W stehen für die Quantenzahlen der beiden Eichgruppen, Farbe (engl. color) beziehungsweise schwache Hyperladung. Der Index L soll darauf hinweisen, dass nur Fermionen mit linkshändiger Chiralität den schwachen Isospin der $SU(2)$ tragen. In einer Eichtheorie kann man jedem Generator der Gruppe ein Eichfeld zuordnen:

$$SU(3)_c \rightarrow G_\mu^a \quad a = 1, \dots, 8 \quad (2.2a)$$

$$SU(2)_L \rightarrow W_\mu^a \quad a = 1, 2, 3 \quad (2.2b)$$

$$U(1)_{Y_W} \rightarrow B_\mu \quad (2.2c)$$

Diese Eichfelder bilden nach der Quantisierung der Felder die Eichbosonen des Standardmodells. Die acht G_μ^a werden als Gluonen bezeichnet und vermitteln die starke Wechselwirkung. Zur Beschreibung dieser Wechselwirkung wird die Quantenchromodynamik (QCD) [10, 11, 12] verwendet. Die drei W_μ^a und das B_μ sind die Eichbosonen der elektroschwachen Wechselwirkung, welche durch die Glashow-Weinberg-Salam-Theorie (GWS-Theorie) [13, 14, 15] beschrieben wird.

Die Fermionen werden nun durch ihre Transformationseigenschaften unter diesen Gruppen klassifiziert. Die Quarks u, d, s, c, b und t sind die Fermionen, welche an der starken Wechselwirkung teilnehmen. Aus ihnen setzen sich dann die Hadronen (z.B. Protonen) und die Mesonen (z.B. Pionen) zusammen. Alle anderen Fermionen $e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu$ und ν_τ werden Leptonen genannt. Jedes Fermionfeld kann mit Hilfe der Projektionsoperatoren

$$P_{L/R} = \frac{1}{2} (1 \mp \gamma^5) \quad (2.3)$$

als eine Kombination aus einem linkshändigen und rechtshändigen Teil geschrieben werden

$$\Psi = P_L \Psi + P_R \Psi = \Psi^L + \Psi^R. \quad (2.4)$$

Linkshändige Fermionen werden dabei in Dubletts und rechtshändige in Singulets unter der $SU(2)_L$ eingeteilt. Die Hyperladung der Fermionen wird über die elektrische Ladung Q und die dritte Komponente des schwachen Isospins T_3^W definiert

$$Q = T_3^W + \frac{Y_W}{2}. \quad (2.5)$$

Nach dieser Klassifizierung gibt es jeweils drei Teilchen mit den gleichen Quantenzahlen. Sie unterscheiden sich jedoch in ihrer Masse und werden in drei unterschiedliche Familien oder Generationen (G1, G2 und G3) eingeteilt (Tb. 2.1).

Leptonen	G1	G2	G3	Q	T_3^W	Y_W	Farbe
Ψ^L	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu_L^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau_L^- \end{pmatrix}$	0 -1	$+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	-1	nein
Ψ^R	e_R^-	μ_R^-	τ_R^-	-1	0	-2	nein

Quarks	G1	G2	G3	Q	T_3^W	Y_W	Farbe
Ψ^L	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	$+\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	ja
Ψ^R	u_R	c_R	t_R	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{4}{3}$	ja
Ψ^R	d_R	s_R	b_R	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$	ja

Tabelle 2.1: Klassifizierung der Fermionen im Standardmodell.

2.1.1. Elektroschwacher Sektor (Glashow-Weinberg-Salam-Theorie)

Die elektroschwache Wechselwirkung wird durch eine spontan gebrochene lokale Eichtheorie beschrieben. Die Eichgruppe des elektroschwachen Sektors ist die $SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}$. Um die Eichsymmetrie der Lagrangedichte der Fermionfelder unter dieser Gruppe zu erhalten, muss die partielle Ableitung durch eine kovariante Ableitung ersetzt werden ($\partial_\mu \rightarrow D_\mu$). Dadurch werden Eichfelder in die Lagrangedichte eingeführt. Die Lagrangedichte für die Fermionen lautet damit

$$\mathcal{L}_{Fermionen} = \sum_j \bar{\Psi}_j^L i \not{D}^L \Psi_j^L + \sum_{j,k} \bar{\Psi}_{j,k}^R i \not{D}^R \Psi_{j,k}^R. \quad (2.6)$$

Ψ_j^L und $\Psi_{j,k}^R$ bezeichnen die links- beziehungsweise rechtshändigen Fermionfelder. Der Index j steht für die drei Familien der Fermionen und k unterscheidet bei den rechtshändigen Fermionen die up-artigen von down-artigen Quarks. Die kovarianten Ableitungen sind durch

$$D_\mu^L = \partial_\mu + ig W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} + ig' B_\mu \frac{Y_W}{2} \quad (2.7a)$$

$$D_\mu^R = \partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y_W}{2} \quad (2.7b)$$

gegeben. σ^a sind die Pauli-Matrizen und Y_W die Quantenzahl der schwachen Hyperladung. g und g' sind die Kopplungskonstanten der $SU(2)_L$ und $U(1)_Y$. Die rechtshändigen Fermionen koppeln nicht an die Eichbosonen der $SU(2)_L$, da sie Singulets unter dieser Gruppe sind. $\mathcal{L}_{Fermionen}$ enthält nun die kinetischen Terme für die Fermionen sowie Kopplungen zwischen Fermionen und Eichbosonen.

Durch die Einführung eines Eichfeldterms in die Lagrangedichte werden die Eichfelder zu dynamischen Feldern

$$\mathcal{L}_{Eichfelder} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (2.8)$$

Hierbei sind die Feldstärketensoren durch

$$\hat{W}_{\mu\nu} = i \frac{g}{2} W_{\mu\nu}^a \sigma^a = [D_\mu, D_\nu] |_{g'=0} \quad (2.9a)$$

$$\hat{B}_{\mu\nu} = i \frac{g'}{2} B_{\mu\nu} = [D_\mu, D_\nu] |_{g=0} \quad (2.9b)$$

definiert. Mit der kovarianten Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + ig W_\mu^a \frac{\sigma^a}{2} + i \frac{g'}{2} B_\mu \quad (2.10)$$

sind die Feldstärketensoren explizit durch die Eichbosonen gegeben

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g \epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c \quad (2.11a)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.11b)$$

$\mathcal{L}_{Eichfelder}$ enthält damit die kinetischen Terme und die Selbstwechselwirkungsterme der Eichbosonen.

Die Fermionen und Bosonen der schwachen Wechselwirkung sind massive Teilchen, doch weder $\mathcal{L}_{Fermionen}$ noch $\mathcal{L}_{Eichfelder}$ enthalten Massenterme. Ein Massenterm für die Fermionen der Form $m \bar{\Psi} \Psi = m (\bar{\Psi}^L \Psi^R + \bar{\Psi}^R \Psi^L)$ würde die Eichinvarianz der Lagrangedichte unter der Gruppe $SU(2)_L$ verletzen. Dies gilt ebenso für einen Massenterm der Eichbosonen.

Zur Erzeugung der Massen wurde von P. Higgs et al. [16] ein komplexes skalares $SU(2)_L$ -Dublettfeld ϕ mit der schwachen Hyperladung $Y_W = 1$ eingeführt

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Die Lagrangedichte für dieses Higgs-Feld lautet

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi) + \mathcal{L}_Y. \quad (2.13)$$

$V(\phi)$ ist dabei das Potential des Higgs-Felds und D_μ die kovariante Ableitung aus (2.10). \mathcal{L}_Y enthält Yukawa-Kopplungen zwischen dem Higgs-Feld und den Fermionen, welche nach der spontanen Symmetriebrechung die Masse der Fermionen erzeugen.

Wählt man das Potential als

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad \text{mit } \mu^2, \lambda > 0 \quad (2.14)$$

liegt das Minimum des Potentials bei

$$|\phi_0| = \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^{\frac{1}{2}} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}}. \quad (2.15)$$

Der Grundzustand ϕ_0 wird so gewählt, dass er vom Ladungsoperator Q vernichtet wird und so invariant unter einer $U(1)_{em}$ -Transformation bleibt

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.16)$$

Dies wird als spontane Symmetriebrechung bezeichnet. Die ursprüngliche Symmetrie der Lagrangedichte bleibt erhalten, die Symmetriegruppe des Grundzustands wird jedoch von einer $SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}$ zu einer $U(1)_{em}$ gebrochen.

Entwickelt man nun das Higgs-Feld um den Grundzustand, ergibt sich für das Higgs-Feld in der unitären Eichung

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

H ist nun das Higgs-Boson, ein skalares, massives Teilchen. Die übrigen drei Freiheitsgrade des Higgs-Feldes gehen in der unitären Eichung in die longitudinale Polarisierung der massiven Eichbosonen über.

Setzt man das Higgs-Feld (2.17) in die Lagrangedichte (2.13) ein, erhält man

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Higgs} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu H)^2 - \frac{1}{2} m_H^2 H^2 - \sqrt{\frac{\lambda}{2}} m_H H^3 - \frac{1}{4} \lambda H^4 \\ & + \left[m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \right] \left(1 + \frac{H}{v} \right)^2 + \mathcal{L}_Y. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dabei sind

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (2.19a)$$

$$Z_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gW_\mu^3 - g'B_\mu) \quad (2.19b)$$

$$A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g'W_\mu^3 + gB_\mu) \quad (2.19c)$$

die Masseneigenzustände der Eichbosonen mit den Massen $m_W = \frac{gv}{2}$ und $m_Z = \frac{\sqrt{g^2 + g'^2}}{2}v$. A_μ ist das masselose Photon der elektromagnetischen Wechselwirkung und gehört zur ungebrochenen $U(1)_{em}$ -Symmetrie des Grundzustands. Das Higgs-Boson selbst erhält die Masse $m_H = \sqrt{2\lambda}v$.

Der schwache Mischungswinkel oder Weinbergwinkel θ_W ist über die Basistransformation von (W^3, B) zu (Z, A) definiert:

$$\begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\text{mit } \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \text{und} \quad \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.21)$$

2.2. Effektive Feldtheorien

Das Standardmodell der Teilchenphysik hat viele Erfolge vorzuweisen und konnte viele experimentelle Messungen mit hoher Präzision vorhersagen. Jedoch weist es, wie in der Einleitung (Kapitel 1) bereits erwähnt, in einigen Bereichen noch Schwächen auf. So gelingt es dem SM beispielsweise nicht, die elektroschwache Wechselwirkung mit der starken zu vereinigen oder zu erklären, warum genau drei Generationen der fundamentalen Fermionen existieren. Es wurden schon zahlreiche Versuche unternommen die Physik jenseits des Standardmodells in neue Theorien zu fassen. Um zu bestimmen, welche Theorie die Physik oberhalb der elektroschwachen Skala beschreibt, müssten die Parameter jedes Modells durch die aktuellen Experimente eingeschränkt werden.

Effektive Feldtheorien sind eine modellunabhängige beziehungsweise nur durch wenige Annahmen beschränkte Möglichkeit, um neue Physik zu untersuchen [3, 4]. Der Grundgedanke einer effektiven Feldtheorie liegt darin, dass bei den experimentell zugänglichen Energien die Details einer bei viel höheren Energien stattfindenden Theorie vernachlässigt werden können. Die mikroskopischen Effekte der neuen Physik mitteln sich auf einer makroskopischen Skala heraus. Die Effekte der neuen Physik lassen sich dann durch Operatoren beschreiben, die die relevanten Freiheitsgrade und Symmetrien der Theorie bei den experimentell zugänglichen Energien besitzen. Als Operatoren werden die aus den Feldern bestehenden Terme in der Lagrangedichte bezeichnet. Die effektive Lagrangedichte enthält unendlich viele Operatoren, welche nach ihrer Energiedimension¹ geordnet werden

$$\mathcal{L}_{EFT} = \sum_d \sum_i \frac{f_i^{(d)}}{\Lambda^{d-4}} \mathcal{O}_i^{(d)}. \quad (2.22)$$

¹Mit $\hbar = 1 = c$ folgt $[\text{Energie}] = [\text{Masse}] = [\text{Länge}^{-1}] = [\text{Zeit}^{-1}]$.

Die erste Summe läuft über die Dimension d der Operatoren. Die Summe über i läuft über die verschiedenen Operatoren einer Dimension. Da die Lagrangedichte die Dimension 4 hat², muss ein Operator der Dimension d einen Kopplungsparameter mit der Dimension $4 - d$ besitzen. Für Operatoren mit $d > 4$ ist die Dimension des Kopplungsparameters negativ und die Theorie ist nicht mehr renormierbar (siehe z.B. [9]). Die Dimensionsabhängigkeit kann in einen Parameter Λ , welcher als Energieskala der neuen Physik aufgefasst werden kann, absorbiert werden und es bleibt eine dimensionslose Kopplungskonstante $f_i^{(d)}$.

Die effektive Lagrangedichte (2.22) parametrisiert die neue Physik unterhalb der Grenze Λ korrekt. Ab dieser Skala werden die Details der neuen Physik wichtig und man benötigt die fundamentale Theorie zur richtigen Beschreibung.

Auf den ersten Blick scheint es so, dass man eine unendliche Anzahl an Operatoren und Parameter braucht um die Effekte der neuen Physik zu beschreiben. Führt man aber die Experimente bei einer niedrigen Energie E durch, so werden die Operatoren $\mathcal{O}_i^{(d)}$ mit $(\frac{E}{\Lambda})^d$ unterdrückt. Liegt E weit unterhalb von Λ , müssen also nur die Operatoren der niedrigsten Dimensionen betrachtet werden.

Durch Experimente können Grenzen an die Kopplungen $\frac{f_i^{(d)}}{\Lambda^{d-4}}$ der Operatoren gesetzt werden. Um eine bestimmte Theorie zu überprüfen, muss man die Kopplungen der Operatoren in dieser Theorie berechnen. Hierdurch können Theorien ausgeschlossen oder Schranken an deren Parameter abgeleitet werden.

2.2.1. Vier-Fermion-Wechselwirkung

Ein bekanntes und leicht verständliches Beispiel für eine effektive Theorie ist die Vier-Fermion-Wechselwirkung [17], welche von E. Fermi entwickelt wurde um den β -Zerfall des Neutrons zu erklären.

Der Zerfall eines Myons in ein Elektron und Neutrinos

$$\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e \quad (2.23)$$

kann ebenfalls durch eine Vier-Fermion-Wechselwirkung dargestellt werden (Abb. 2.1).

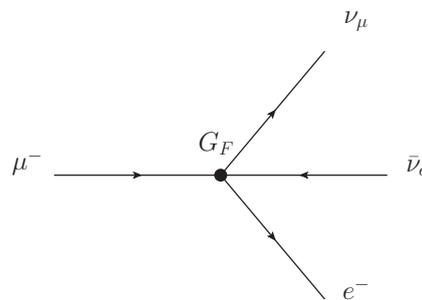


Abbildung 2.1: Zerfall des Myons als Vier-Fermion-Wechselwirkung.

Die Lagrangedichte für dieses Diagramm lautet

$$\mathcal{L}_F = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \mu \bar{e} \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) \nu_e. \quad (2.24)$$

²Die Wirkung $S = \int d^4x \mathcal{L}$ ist dimensionslos. Da d^4x die Dimension $d = -4$ besitzt, muss \mathcal{L} die Dimension $d = 4$ haben.

$\bar{\nu}_\mu, \mu, \bar{e}$ und ν_e sind dabei die Fermionfelder Ψ und haben jeweils die Energiedimension $\frac{3}{2}$. Der gesamte Operator hat damit die Dimension 6. $\frac{G_F}{\sqrt{2}}$ ist die Kopplungskonstante des Operators. Diese muss die Dimension -2 haben, damit die Lagrangedichte die Dimension 4 besitzt. Experimentell wurde der Wert für die Fermi-Kopplungskonstante zu

$$G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (2.25)$$

bestimmt.

Man kann \mathcal{L}_F als effektive Lagrangedichte interpretieren

$$\mathcal{L}_F = \frac{f_F}{\Lambda^2} \mathcal{O}_F \quad \text{mit} \quad \frac{f_F}{\Lambda^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad \mathcal{O}_F = \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \mu \bar{e} \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) \nu_e. \quad (2.26)$$

Der Wirkungsquerschnitt für Vier-Fermion-Kopplungen steigt mit der Schwerpunktsenergie \sqrt{s} an. Diese Theorie beschreibt daher die Wechselwirkung zwischen vier Fermionen nur bis zu einer bestimmten Energie $\Lambda_{FF} \approx \frac{m_W}{2g\sqrt{\pi}}$ korrekt. Oberhalb dieser Skala verletzt die Theorie die Unitarität der S -Matrix und die neue Physik muss miteinbezogen werden.

Die fundamentale Theorie, die dieses Problem löst, ist die GWS-Theorie aus Kapitel 2.1.1. In ihr wird die Wechselwirkung zwischen vier Fermionen über ein Eichboson vermittelt (Abb. 2.2)

$$\frac{g^2}{8} \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \mu \frac{1}{q^2 - m_W^2} \bar{e} \gamma_\alpha (1 - \gamma^5) \nu_e. \quad (2.27)$$

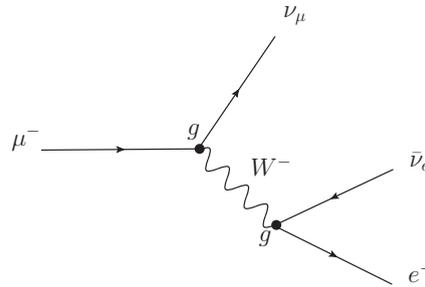


Abbildung 2.2: Zerfall des Myons in der GWS-Theorie.

Der Propagator des W -Bosons verhindert, dass der Wirkungsquerschnitt mit der Schwerpunktsenergie $s = q^2$ ansteigt. Diese Theorie erhält also auch bei hohen Schwerpunktsenergien die Unitarität.

Entwickelt man den W -Propagator in $\frac{q^2}{m_W^2}$

$$\frac{1}{q^2 - m_W^2} = -\frac{1}{m_W^2} \left[1 + \frac{q^2}{m_W^2} + \dots \right] \quad (2.28)$$

erhält man für Energien $q^2 \ll m_W^2$ die Vier-Fermion-Wechselwirkung mit

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_W^2}. \quad (2.29)$$

Mit Gl. (2.26) ist die Skala der neuen Physik $\Lambda = m_W$ und die Kopplungskonstante $f_F = \frac{g^2}{8}$.

2.3. Anomale Kopplungen

In dieser Arbeit sollen die Kopplungen der schwachen Eichbosonen auf neue Physik untersucht werden. Hierfür wird die in Kapitel 2.2 vorgestellte Methode der effektiven Feldtheorien verwendet.

Symmetrien und Freiheitsgrade der effektiven Theorie müssen denen der Glashow-Weinberg-Salam-Theorie entsprechen. Die effektive Lagrangedichte muss demnach invariant unter Transformationen der Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_{Y_W}$ und Lorentztransformationen sein. Die Freiheitsgrade sind die Fermionen, die schwachen Eichbosonen und das Higgs-Feld.

Es werden nur Eichboson-Selbstkopplungen und Kopplungen zwischen zwei Eichbosonen und einem Higgs-Boson betrachtet. Operatoren, welche Fermionfelder enthalten, werden vernachlässigt. Es wird also angenommen, dass die neue Physik nicht oder nur vernachlässigbar an Fermionen koppelt. Diese Annahme lässt sich damit begründen, dass die Kopplungen zwischen Eichbosonen und Fermionen bereits stark eingeschränkt wurden [18]. Eine mögliche neue Physik, die diese Annahme unterstützt, ist ein weiteres schweres Higgs-Boson, dessen Kopplungen proportional zur Masse der Kopplungspartner sind. Fermion-Kopplungen wären aufgrund ihrer geringen Masse gegenüber den Eichboson-Kopplungen unterdrückt.

Mit diesen Bedingungen lassen sich nur Operatoren mit gerader Dimension konstruieren, da Operatoren mit ungerader Dimension entweder die Lorentz- oder Eichinvarianz verletzen würden. Wie in Kapitel 2.2 beschrieben sind die Operatoren mit den niedrigsten Dimensionen dominant. Es werden deshalb nur Operatoren der Dimensionen 6 und 8 betrachtet:

$$\mathcal{L}_{EFT} = \sum_i \frac{f_i}{\Lambda^2} \mathcal{O}_i + \sum_j \frac{f_j}{\Lambda^4} \mathcal{L}_j. \quad (2.30)$$

Dabei sind \mathcal{O}_i die Dimension-6-Operatoren und \mathcal{L}_j die Dimension-8-Operatoren.

2.3.1. Operatoren der Dimension 6

Mit den Freiheitsgraden der GWS-Theorie und der Bedingung, dass die Operatoren die Parität und Ladungskonjugation erhalten, kann man die folgenden Bausteine aus Kapitel 2.1.1 zur Konstruktion der Operatoren verwenden:

$$\hat{W}_{\mu\nu} = i\frac{g}{2}W_{\mu\nu}^a\sigma^a, \quad (2.31a)$$

$$\hat{B}_{\mu\nu} = i\frac{g'}{2}B_{\mu\nu}, \quad (2.31b)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a\frac{\sigma^a}{2} + i\frac{g'}{2}B_\mu \quad (2.31c)$$

$$\text{und } \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}. \quad (2.31d)$$

Unter Einhaltung der Lorentz- und Eichinvarianz lassen sich 11 voneinander unabhängige³ Operatoren konstruieren [19]. Jedoch tragen nur acht Operatoren zu den Eichboson-Selbstkopplungen oder Kopplungen zwischen zwei Eichbosonen und einem Higgs-Boson bei. Diese

³Operatoren, welche sich nur durch eine totale Ableitung unterscheiden, lassen sich ineinander umrechnen. Außerdem liefern die klassischen Bewegungsgleichungen weitere Relationen zwischen verschiedenen Operatoren.

acht Operatoren werden im Folgenden verwendet [19]:

$$\mathcal{O}_W = (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{W}^{\mu\nu} (D_\nu \Phi) \quad (2.32a)$$

$$\mathcal{O}_B = (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{B}^{\mu\nu} (D_\nu \Phi) \quad (2.32b)$$

$$\mathcal{O}_{WWW} = Tr \left[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\rho} \hat{W}_\rho{}^\mu \right] \quad (2.32c)$$

$$\mathcal{O}_{WW} = \Phi^\dagger \hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \quad (2.32d)$$

$$\mathcal{O}_{BB} = \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi \quad (2.32e)$$

$$\mathcal{O}_{\Phi,1} = (D_\mu \Phi)^\dagger \Phi \Phi^\dagger (D_\mu \Phi) \quad (2.32f)$$

$$\mathcal{O}_{DW} = Tr \left([D_\mu, \hat{W}_{\nu\rho}] [D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}] \right) \quad (2.32g)$$

$$\mathcal{O}_{BW} = \Phi^\dagger \hat{B}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \quad (2.32h)$$

Die Operatoren $\mathcal{O}_{\Phi,1}$, \mathcal{O}_{DW} und \mathcal{O}_{BW} tragen auf Baumgraphen-Niveau zu den Zwei-Punkt-Funktionen der Eichbosonen bei. Ihre Kopplungskonstanten wurden deshalb bereits durch die elektroschwachen Präzisionsmessungen stark beschränkt [19], weshalb diese Operatoren im Weiteren nicht mehr betrachtet werden. Außerdem können diese Operatoren zu unphysikalischen Effekten führen, wenn man ihren Beitrag zu den Propagatoren nicht berücksichtigt, jedoch ihre Beiträge zu den Vertizes miteinbezieht. Hierauf wird in Kapitel 2.3.4 nochmals näher eingegangen.

Außer den \mathcal{CP} -geraden⁴ Operatoren aus Gl. (2.32) werden noch sieben \mathcal{CP} -ungerade Operatoren betrachtet:

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} = (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{\tilde{W}}^{\mu\nu} (D_\nu \Phi) \quad (2.33a)$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}} = (D_\mu \Phi)^\dagger \hat{\tilde{B}}^{\mu\nu} (D_\nu \Phi) \quad (2.33b)$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}WW} = Tr \left[\hat{\tilde{W}}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\rho} \hat{W}_\rho{}^\mu \right] \quad (2.33c)$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} = \Phi^\dagger \hat{\tilde{W}}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \Phi \quad (2.33d)$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}B} = \Phi^\dagger \hat{\tilde{B}}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \Phi \quad (2.33e)$$

$$\mathcal{O}_{D\tilde{W}} = Tr \left([D_\mu, \hat{\tilde{W}}_{\nu\rho}] [D^\mu, \hat{W}^{\nu\rho}] \right) \quad (2.33f)$$

$$\mathcal{O}_{B\tilde{W}} = \Phi^\dagger \hat{\tilde{B}}_{\mu\nu} \hat{\tilde{W}}^{\mu\nu} \Phi \quad (2.33g)$$

Diese Operatoren erhält man aus Gl. (2.32) durch die Ersetzung eines Feldstärketensors durch den dazugehörigen dualen Feldstärketensor⁵

$$\hat{W}_{\mu\nu} \rightarrow \hat{\tilde{W}}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \hat{W}^{\rho\sigma}, \quad (2.34a)$$

$$\hat{B}_{\mu\nu} \rightarrow \hat{\tilde{B}}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \hat{B}^{\rho\sigma}. \quad (2.34b)$$

⁴ \mathcal{C} steht für Ladungskonjugation und \mathcal{P} für Parität.

⁵Der Epsilon-Tensor ist ungerade unter einer Paritätstransformation.

Von diesen sieben \mathcal{CP} -ungerade Operatoren sind nur fünf linear unabhängig. $\mathcal{O}_{\widetilde{W}}$ und $\mathcal{O}_{B\widetilde{W}}$ lassen sich zum Beispiel folgendermaßen schreiben [7]:

$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}} = \mathcal{O}_{\widetilde{B}} - \frac{1}{2}\mathcal{O}_{\widetilde{W}W} + \frac{1}{2}\mathcal{O}_{\widetilde{B}B} \quad (2.35a)$$

$$\mathcal{O}_{B\widetilde{W}} = -2\mathcal{O}_{\widetilde{B}} - \mathcal{O}_{\widetilde{B}B} \quad (2.35b)$$

2.3.2. Operatoren der Dimension 8

Neben den Dimension-6-Operatoren werden noch die \mathcal{CP} -geraden Operatoren der Dimension 8 betrachtet [20]. Die Operatoren der Dimension 8 bestehen jeweils aus vier Bausteinen, von denen jeder mindestens ein Feld zur Lagrangedichte liefert. Die Dimension-8-Operatoren modifizieren also nur Vertizes aus vier oder mehr Eichbosonen und lassen die Dreierkopplungen unverändert. Während man zur Untersuchung der Dreierkopplungen die Dimension-6-Operatoren betrachtet, eignen sich bei den Viererkopplungen die Dimension-8-Operatoren. Die Operatoren wurden von Éboli et al. [20] übernommen⁶ und lassen sich in drei Klassen einteilen:

1. Operatoren bestehend aus $D_\mu\Phi$:

$$\mathcal{L}_{S,0} = \left[(D_\mu\Phi)^\dagger D_\nu\Phi \right] \times \left[(D^\mu\Phi)^\dagger D^\nu\Phi \right] \quad (2.36a)$$

$$\mathcal{L}_{S,1} = \left[(D_\mu\Phi)^\dagger D^\mu\Phi \right] \times \left[(D_\nu\Phi)^\dagger D^\nu\Phi \right] \quad (2.36b)$$

2. Operatoren bestehend aus $D_\mu\Phi$, $\hat{W}_{\mu\nu}$ und $\hat{B}_{\mu\nu}$:

$$\mathcal{L}_{M,0} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \right] \times \left[(D_\beta\Phi)^\dagger D^\beta\Phi \right] \quad (2.37a)$$

$$\mathcal{L}_{M,1} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\nu\beta} \right] \times \left[(D_\beta\Phi)^\dagger D^\mu\Phi \right] \quad (2.37b)$$

$$\mathcal{L}_{M,2} = \left[\hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \right] \times \left[(D_\beta\Phi)^\dagger D^\beta\Phi \right] \quad (2.37c)$$

$$\mathcal{L}_{M,3} = \left[\hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\nu\beta} \right] \times \left[(D_\beta\Phi)^\dagger D^\mu\Phi \right] \quad (2.37d)$$

$$\mathcal{L}_{M,4} = \left[(D_\mu\Phi)^\dagger \hat{W}_{\beta\nu} D^\mu\Phi \right] \times \hat{B}^{\beta\nu} \quad (2.37e)$$

$$\mathcal{L}_{M,5} = \left[(D_\mu\Phi)^\dagger \hat{W}_{\beta\nu} D^\nu\Phi \right] \times \hat{B}^{\beta\mu} \quad (2.37f)$$

$$\mathcal{L}_{M,6} = \left[(D_\mu\Phi)^\dagger \hat{W}_{\beta\nu} \hat{W}^{\beta\nu} D^\mu\Phi \right] \quad (2.37g)$$

$$\mathcal{L}_{M,7} = \left[(D_\mu\Phi)^\dagger \hat{W}_{\beta\nu} \hat{W}^{\beta\mu} D^\nu\Phi \right] \quad (2.37h)$$

⁶Die Operatoren $\mathcal{L}_{T,3}$ und $\mathcal{L}_{T,4}$ aus [20] sind identisch Null. Außerdem wird hier eine andere Normierung für die Feldstärketensoren \hat{W} und \hat{B} verwendet, was zu leicht veränderten Kopplungen f_i der Operatoren führt.

3. Operatoren bestehend aus $\hat{W}_{\mu\nu}$ und $\hat{B}_{\mu\nu}$:

$$\mathcal{L}_{T,0} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \right] \times \text{Tr} \left[\hat{W}_{\alpha\beta} \hat{W}^{\alpha\beta} \right] \quad (2.38a)$$

$$\mathcal{L}_{T,1} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\alpha\nu} \hat{W}^{\mu\beta} \right] \times \text{Tr} \left[\hat{W}_{\mu\beta} \hat{W}^{\alpha\nu} \right] \quad (2.38b)$$

$$\mathcal{L}_{T,2} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\alpha\mu} \hat{W}^{\mu\beta} \right] \times \text{Tr} \left[\hat{W}_{\beta\nu} \hat{W}^{\nu\alpha} \right] \quad (2.38c)$$

$$\mathcal{L}_{T,5} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\mu\nu} \hat{W}^{\mu\nu} \right] \times \hat{B}_{\alpha\beta} \hat{B}^{\alpha\beta} \quad (2.38d)$$

$$\mathcal{L}_{T,6} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\alpha\nu} \hat{W}^{\mu\beta} \right] \times \hat{B}_{\mu\beta} \hat{B}^{\alpha\nu} \quad (2.38e)$$

$$\mathcal{L}_{T,7} = \text{Tr} \left[\hat{W}_{\alpha\mu} \hat{W}^{\mu\beta} \right] \times \hat{B}_{\beta\nu} \hat{B}^{\nu\alpha} \quad (2.38f)$$

$$\mathcal{L}_{T,8} = \hat{B}_{\mu\nu} \hat{B}^{\mu\nu} \hat{B}_{\alpha\beta} \hat{B}^{\alpha\beta} \quad (2.38g)$$

$$\mathcal{L}_{T,9} = \hat{B}_{\alpha\mu} \hat{B}^{\mu\beta} \hat{B}_{\beta\nu} \hat{B}^{\nu\alpha} \quad (2.38h)$$

2.3.3. Effektive Lagrangedichte und Feynman-Regeln

Die resultierende effektive Lagrangedichte lautet

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = & \mathcal{L}_{SM} \\ & + \frac{f_W}{\Lambda^2} \mathcal{O}_W + \frac{f_B}{\Lambda^2} \mathcal{O}_B + \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{WWW} + \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{WW} + \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{BB} \\ & + \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{\tilde{W}} + \frac{f_{\tilde{B}}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{\tilde{B}} + \frac{f_{\tilde{W}WW}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{\tilde{W}WW} + \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{\tilde{W}W} + \frac{f_{\tilde{B}B}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{\tilde{B}B} \\ & + \frac{f_{D\tilde{W}}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{D\tilde{W}} + \frac{f_{B\tilde{W}}}{\Lambda^2} \mathcal{O}_{B\tilde{W}} \\ & + \frac{f_{S0}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{S,0} + \frac{f_{S1}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{S,1} \\ & + \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,0} + \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,1} + \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,2} + \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,3} \\ & + \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,4} + \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,5} + \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,6} + \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{M,7} \\ & + \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,0} + \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,1} + \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,2} + \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,5} \\ & + \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,6} + \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,7} + \frac{f_{T8}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,8} + \frac{f_{T9}}{\Lambda^4} \mathcal{L}_{T,9}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Um die Effekte der anomalen Kopplungen auf die Wechselwirkungen der schwachen Eichbosonen zu untersuchen, müssen die Feynman-Regeln aus der effektiven Lagrangedichte (2.39) gewonnen werden. Die anomalen Kopplungen liefern neue Beiträge zu verschiedenen Standardmodellvertizes:

- Vertices aus drei Eichbosonen:

$$W^+W^-Z \quad \text{und} \quad W^+W^-\gamma \quad (2.40)$$

- Vertices aus zwei Eichbosonen und einem Higgs-Boson:

$$W^+W^-H \quad \text{und} \quad ZZH \quad (2.41)$$

- Vertizes aus vier Eichbosonen:

$$W^+W^-W^+W^-, \quad W^+W^-ZZ, \quad W^+W^-Z\gamma \quad \text{und} \quad W^+W^-\gamma\gamma \quad (2.42)$$

Außerdem liefern die anomalen Kopplungen eine Vielzahl an neuen Kopplungen, welche im Standardmodell nicht auftreten. Davon treten in den hier betrachteten Prozessen jedoch nur folgende Vertizes auf:

- Vertizes aus zwei Eichbosonen und einem Higgs-Boson:

$$\gamma ZH \quad \text{und} \quad \gamma\gamma H \quad (2.43)$$

- Vertizes aus vier Eichbosonen:

$$ZZZZ, \quad ZZZ\gamma, \quad ZZ\gamma\gamma, \quad Z\gamma\gamma\gamma \quad \text{und} \quad \gamma\gamma\gamma\gamma \quad (2.44)$$

Verschiedene Formalismen ermöglichen die Herleitung der Feynman-Regeln einer Feldtheorie [9]. Aus diesen Formalismen resultiert ein Rezept zur Ableitung der Feynman-Regeln im Impulsraum aus einer gegebenen Lagrangedichte. Folgende Vorgehensweise ist dabei für die hier betrachteten Vertizes nötig [21].

1. Man sucht in $i\mathcal{L}$ alle Produkte, die die genaue Anzahl der Felder, welche die äußeren Linien des Vertex bilden, enthalten.
2. Man ersetzt alle Ableitungen durch $(-i)$ multipliziert mit dem einlaufenden Impuls der Felder, auf die sie wirken.
3. Man summiert über alle Permutationen der Indizes und Impulse gleicher äußerer Felder.
4. Man streicht die äußeren Felder.

Als Ergebnis erhält man den Beitrag des Vertex zum Übergangsmatrixelement $i\mathcal{M}$.

Die Berechnung der Feynman-Regeln wurde mit dem Mathematica-Paket FeynCalc⁷ durchgeführt. Die Konstruktion der Operatoren erfolgte hierbei mit Hilfe der Bausteine aus Gl. (2.31). Danach wurden die Eichfelder W^1, W^2, W^3 und B mit den Relationen (2.19) in die physikalischen Masseneigenzustände W^+, W^-, Z und A transformiert. Mit der FeynCalc-Funktion FeynRule konnte dann der Beitrag jedes Operators zu den verschiedenen Vertizes bestimmt werden. Zur Überprüfung der Berechnungen wurden die Feynman-Regeln mit den Ergebnissen aus den Diplomarbeiten von Nicolas Greiner [7] und Bastian Feigl [8] verglichen und teilweise von Hand nachgerechnet. Die berechneten Feynman-Regeln befinden sich in Anhang A. Eine Übersicht, welcher Operator zu welchem Vertex beiträgt, findet sich in Tabelle 2.2.

⁷Das Paket und die Dokumentation befinden sich auf <http://www.feyncalc.org>.

	WWZ	WW γ	WWH	ZZH	γ ZH	$\gamma\gamma$ H	WWWW	WWZZ	WWZ γ	WW $\gamma\gamma$
\mathcal{O}_W	×	×	×	×	×		×	×	×	
\mathcal{O}_B	×	×		×	×					
\mathcal{O}_{WWW}	×	×					×	×	×	×
\mathcal{O}_{WW}			×	×	×	×				
\mathcal{O}_{BB}				×	×	×				
$\mathcal{O}_{\widetilde{W}}$	×	×	×	×	×					
$\mathcal{O}_{\widetilde{B}}$	×	×		×	×					
$\mathcal{O}_{\widetilde{WWW}}$	×	×					×	×	×	×
$\mathcal{O}_{\widetilde{WW}}$			×	×	×	×				
$\mathcal{O}_{\widetilde{BB}}$				×	×	×				
$\mathcal{O}_{D\widetilde{W}}$	×	×					×	×	×	×
$\mathcal{O}_{B\widetilde{W}}$	×	×		×	×	×				

	WWWW	WWZZ	WWZ γ	WW $\gamma\gamma$	ZZZZ	ZZZ γ	ZZ $\gamma\gamma$	Z $\gamma\gamma\gamma$	$\gamma\gamma\gamma\gamma$
$\mathcal{L}_{S,0}$	×	×			×				
$\mathcal{L}_{S,1}$	×	×			×				
$\mathcal{L}_{M,0}$	×	×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,1}$	×	×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,2}$		×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,3}$		×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,4}$		×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,5}$		×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,6}$	×	×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{M,7}$	×	×	×	×	×	×	×		
$\mathcal{L}_{T,0}$	×	×	×	×	×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,1}$	×	×	×	×	×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,2}$	×	×	×	×	×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,5}$		×	×	×	×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,6}$		×	×	×	×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,7}$		×	×	×	×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,8}$					×	×	×	×	×
$\mathcal{L}_{T,9}$					×	×	×	×	×

Tabelle 2.2: Beitrag der Operatoren zu den Vertizes.

2.3.4. Beiträge der Operatoren zu den Eichboson-Propagatoren

Die Operatoren $\mathcal{O}_{\Phi,1}$, \mathcal{O}_{DW} und \mathcal{O}_{BW} modifizieren nicht nur die Vertizes, sondern auch die Zwei-Punkt-Funktionen der Eichbosonen auf Baumgraphen-Niveau [19]. Ihr Beitrag zum kinetischen Term der Lagrangedichte ist

$$\mathcal{L}_{VV} = \frac{f_{\phi,1}}{\Lambda^2} \frac{v^2 m_Z^2}{4} Z_\mu Z^\mu + \frac{f_{BW}}{\Lambda^2} \frac{m_Z^2}{2} \sin \theta_W \cos \theta_W W_{\mu\nu}^3 B^{\mu\nu} + \frac{f_{DW}}{\Lambda^2} \frac{g^2}{2} W_{\mu\nu}^a \partial^2 W^{a\mu\nu}. \quad (2.45)$$

$\mathcal{O}_{\Phi,1}$ trägt offensichtlich zur Masse des Z-Bosons, jedoch nicht zur W-Boson-Masse bei. \mathcal{O}_{BW} führt zu einer W^3 -B-Mischung und \mathcal{O}_{DW} verursacht ein anomales Laufen der Feinstrukturkonstante α_{QED} und des schwachen Mischungswinkels θ_W . Da diese Effekte durch die elektroschwachen Präzisionsmessungen bereits stark eingeschränkt sind, lassen sich hierdurch viel bessere Grenzen an die Operatoren setzen als durch ihre Beiträge zu den Vertizes.

Es gibt noch einen weiteren Grund dafür, dass diese Operatoren im Folgenden nicht zur Untersuchung der anomalen Kopplungen betrachtet werden. In VBFNLO sollen nur Modifikationen der Vertizes implementiert werden, wobei die Propagatoren der Eichbosonen unverändert bleiben sollen. Dies liegt daran, dass zum einen nur die Auswirkungen der neuen Physik auf die Vertizes untersucht werden sollen und zum anderen die Modularität von VBFNLO eine zusätzliche Modifikation der Propagatoren erschwert. Am Beispiel des Operators \mathcal{O}_{DW} soll gezeigt werden, dass die Modifikationen der Vertizes unter Vernachlässigung der Beiträge zu den Propagatoren zu unphysikalischen Effekten führen können.

Die Eichinvarianz der vollen Amplitude eines Teilchenprozesses kann durch die elektromagnetische Ward-Identität

$$k_\mu \Gamma_{\alpha\beta}^\mu = (iD_W)_{\alpha\beta}^{-1}(q_1) - (iD_W)_{\alpha\beta}^{-1}(q_2) \quad (2.46)$$

überprüft werden [22]. Dabei bezeichnet $-ig \sin \theta_W \Gamma_{\alpha\beta}^\mu$ den Vertex WWV mit $V \in \{Z, \gamma\}$ und D_W den Propagator des W -Bosons. q_1 und q_2 sind die Impulse der beiden W -Bosonen und k ist der Impuls von V . Die Ward-Identität für den $WW\gamma$ -Vertex lässt sich diagrammatisch darstellen als:

$$\frac{k^\mu}{ig \sin \theta_W} \text{ (Vertex) } = i \text{ (Propagator } q_1) }^{-1} - i \text{ (Propagator } q_2) }^{-1}$$

Für das Standardmodell sind der W -Propagator in der unitären Eichung, sein Inverses und der $WW\gamma$ -Vertex durch

$$D_W^{\alpha\beta}(q) = \frac{-i}{q^2 - m_w^2} \left(g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2} \right) + \frac{i}{m_w^2} \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}, \quad (2.47)$$

$$(iD_W)_{\alpha\beta}^{-1}(q) = (q^2 - m_w^2) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \right) - m_w^2 \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}, \quad (2.48)$$

$$-ig \sin \theta_W \Gamma_{SM}^{\alpha\beta\mu} = -ig \sin \theta_W \left((k^\alpha - q_2^\alpha) g^{\mu\beta} - (k^\beta - q_1^\beta) g^{\mu\alpha} + (q_2^\mu - q_1^\mu) g^{\alpha\beta} \right) \quad (2.49)$$

gegeben [22]. Offensichtlich ist die Ward-Identität für das Standardmodell auf Baumgraphen-Niveau erfüllt. Die Beiträge der Dimension-6-Operatoren zum $WW\gamma$ -Vertex verschwinden bei der Kontraktion mit dem Photonimpuls k . Der Vertex-Beitrag des Operators \mathcal{O}_{WWW} ist beispielsweise

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mathcal{O}_{WWW}}^{\mu\alpha\beta} &= \frac{3}{2}g^2\frac{f_{WWW}}{\Lambda^2}\left(g^{\alpha\beta}(q_1^\mu k \cdot q_2 - q_2^\mu k \cdot q_1) - g^{\mu\alpha}(q_1^\beta k \cdot q_2 - k^\beta q_1 \cdot q_2)\right. \\ &\quad \left.+ g^{\mu\beta}(q_2^\alpha k \cdot q_1 - k^\alpha q_1 \cdot q_2) + q_2^\mu k^\alpha q_1^\beta - q_1^\mu q_2^\alpha k^\beta\right)\end{aligned}\quad (2.50)$$

und es gilt

$$k_\mu \Gamma_{\mathcal{O}_{WWW}}^{\mu\alpha\beta} = 0. \quad (2.51)$$

Die Ward-Identität (2.46) ist also immer noch erfüllt und die Eichinvarianz erhalten.

Der Beitrag vom Operator \mathcal{O}_{DW} zum Vertex verschwindet jedoch nicht, wenn man ihn mit dem Impuls k kontrahiert:

$$k_\mu \Gamma_{\mathcal{O}_{DW}}^{\mu\alpha\beta} = 2g^2\frac{f_{DW}}{\Lambda^2}\left(q_1^4\left(g^{\alpha\beta} - \frac{q_1^\alpha q_1^\beta}{q_1^2}\right) - q_2^4\left(g^{\alpha\beta} - \frac{q_2^\alpha q_2^\beta}{q_2^2}\right)\right). \quad (2.52)$$

Hierbei wurde die Impulserhaltung am Vertex ausgenutzt und die Ersetzung $k \rightarrow -q_1 - q_2$ verwendet.

Um die Ward-Identität zu erfüllen, müssen die Beiträge zu den Propagatoren miteinbezogen werden. Der Beitrag von \mathcal{O}_{DW} zum Propagator des W -Bosons kann als Propagator-Korrektur

$$\Pi_{\mathcal{O}_{DW}}^T(q^2) = 2g^2q^2\frac{f_{DW}}{\Lambda^2}q^2 \quad (2.53)$$

geschrieben werden [19]. Das T deutet darauf hin, dass nur der transversale Anteil modifiziert wird. Der Propagator lautet damit

$$\begin{aligned}D_W^{\alpha\beta}(q) &= \frac{-i}{q^2 - m_w^2 + \Pi_{\mathcal{O}_{DW}}^T(q^2)}\left(g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}\right) + \frac{i}{m_w^2}\frac{q^\alpha q^\beta}{q^2} \\ &= \frac{-i}{q^2 - m_w^2 + 2g^2q^2\frac{f_{DW}}{\Lambda^2}q^2}\left(g^{\alpha\beta} - \frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}\right) + \frac{i}{m_w^2}\frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}.\end{aligned}\quad (2.54)$$

Mit dem Inversen

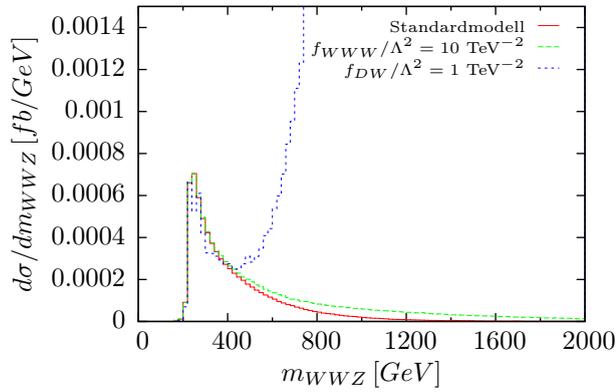
$$(iD_W)_{\alpha\beta}^{-1}(q) = \left(q^2 - m_w^2 + 2g^2q^2\frac{f_{DW}}{\Lambda^2}q^2\right)\left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\right) - m_w^2\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} \quad (2.55)$$

folgt

$$(iD_W)_{\alpha\beta}^{-1}(q_1) - (iD_W)_{\alpha\beta}^{-1}(q_2) = k_\mu \Gamma_{\text{SM}}^{\mu\alpha\beta} + k_\mu \Gamma_{\mathcal{O}_{DW}}^{\mu\alpha\beta}. \quad (2.56)$$

Die Ward-Identität aus Gl. (2.46) ist also nur erfüllt, wenn man den Beitrag des Operators \mathcal{O}_{DW} zum Vertex und zum Propagator betrachtet. Vernachlässigt man die Propagator-Korrekturen, so wird die Eichinvarianz der Theorie verletzt und der Operator \mathcal{O}_{DW} führt zu unphysikalischen Ergebnissen.

In Abbildung 2.3 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt der W^+W^-Z -Produktion gegen die invariante Masse des WWZ -Systems m_{WWZ} aufgetragen. Bei der Berechnung des differentiellem Wirkungsquerschnitts mit VBFNLO wurden die Beiträge des Operators \mathcal{O}_{DW} zu den Eichboson-Propagatoren vernachlässigt. Zum Vergleich sind die Ergebnisse für das Standardmodell und den Operator \mathcal{O}_{WWW} mit $f_{WWW}/\Lambda^2 = 10 \text{ TeV}^{-2}$ dargestellt.

**Abbildung 2.3:**

Differentialer Wirkungsquerschnitt der W^+W^-Z -Produktion aufgetragen gegen die invariante Masse des WWZ -Systems m_{WWZ} . Beim Operator \mathcal{O}_{DW} wurden nur die Beiträge zu den Eichboson-Vertizes in der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts berücksichtigt, während die Beiträge zu den Eichboson-Propagatoren vernachlässigt wurden. Die verwendeten Parameter und Phasenraumschnitte sind in Anhang B beschrieben.

Anhand Abbildung 2.3 wird deutlich, wie gravierend die Auswirkungen sind, wenn die Propagator-Korrekturen nicht berücksichtigt werden und die Eichinvarianz somit verletzt wird. Durch die Verletzung der Eichinvarianz finden Aufhebungen zwischen den Termen verschiedener Feynman-Diagramme nicht mehr statt und der differentielle Wirkungsquerschnitt wächst unnatürlich stark an.

Um die anomalen Kopplungen untersuchen zu können, müssen die durch Experimente gewonnenen Daten mit theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Das Monte-Carlo-Programm VBFNLO [6] berechnet Wirkungsquerschnitte auf Parton-Level in nächstführender Ordnung QCD (NLO) für verschiedene Prozesse am LHC. Es liefert also einen guten Ausgangspunkt, um die theoretischen Vorhersagen der anomalen Kopplungen zu berechnen. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden die anomalen Kopplungen in zwei verschiedene Prozesstypen implementiert:

1. Prozesse zur Produktion von drei Vektorbosonen $V \in \{W^\pm, Z\}$ mit vollständig leptonischem Zerfall $l \in \{\ell, \nu\}$ oder reellen Photonen γ :

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 V_2 V_3 \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 l_3 \bar{l}_3 \quad (3.1a)$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 V_2 \gamma \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 \gamma \quad (3.1b)$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 \gamma \gamma \rightarrow l_1 \bar{l}_1 \gamma \gamma \quad (3.1c)$$

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow \gamma \gamma \gamma \quad (3.1d)$$

2. Prozesse zur Produktion von zwei Vektorbosonen $V \in \{W^\pm, Z\}$ via Vektorbosonfusion mit vollständig leptonischem Zerfall $l \in \{\ell, \nu\}$ der Vektorbosonen:

$$p\bar{p}^{(-)} \rightarrow V_1 V_2 jj \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 jj \quad (3.2)$$

Zunächst wird in Kapitel 3.1 die numerische Berechnung von Wirkungsquerschnitten sowie die Struktur von VBFNLO erläutert. Anschließend wird auf einige Bereiche von VBFNLO genauer eingegangen und die Implementierung der anomalen Kopplungen in diese beschrieben.

3.1. Das Programm VBFNLO

VBFNLO ist ein modular aufgebautes Programm und ist in FORTRAN geschrieben. Ursprünglich wurde es für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten in nächstführender Ordnung QCD (NLO) von Vektorbosonfusion-Prozessen (VBF) geschrieben. Es wurde jedoch um eine Vielzahl von Prozessen an Proton-(Anti-)Proton-Beschleunigern erweitert.

3.1.1. Numerische Berechnung partonischer Wirkungsquerschnitte

Das Programm VBFNLO verwendet die Monte-Carlo-Methode [23] zur numerischen Berechnung der Wirkungsquerschnitte. Um Wirkungsquerschnitte $\sigma(pp \rightarrow n \text{ Teilchen})$ an Proton-Proton-Beschleunigern wie dem LHC zu berechnen muss das Integral

$$\begin{aligned} \sigma(pp \rightarrow b_1 \dots b_n) &= \int dx_1 dx_2 \sum_{\text{Subprozesse}} f_{a_1/p_1}(x_1) f_{a_2/p_2}(x_2) \\ &\quad \frac{1}{2\hat{s}} \int d\Phi_n(x_1 p_{p_1} + x_2 p_{p_2} \rightarrow p_{b_1} \dots p_{b_n}) \Theta_c \\ &\quad \overline{\sum |\mathcal{M}|^2}(a_1 a_2 \rightarrow b_1 \dots b_n) \end{aligned} \quad (3.3)$$

gelöst werden [24]. Die Parton-Dichteverteilungen (PDFs) $f_{a_i/p_j}(x_i)$ geben die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton a_i mit dem Impulsbruchteil x_i des Protonimpulses p_{p_j} innerhalb eines der beiden Protonen p_j zu finden. Da verschiedene Kombinationen zweier Partonen zu den gleichen Endzuständen führen können, muss über mehrere Subprozesse summiert werden. Mit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ eines partonischen Subprozesses ist $\frac{1}{2\hat{s}}$ der Flussfaktor des partonischen Wirkungsquerschnitts. $d\Phi_n(x_1 p_{p_1} + x_2 p_{p_2} \rightarrow p_{b_1} \dots p_{b_n})$ ist das lorentzinvariante Phasenraumelement des $2 \rightarrow n$ Teilchenprozesses und die Heaviside-Funktion Θ_c summiert die Bedingungen aus den Phasenraumschnitten an die Endzustandsteilchen. Der letzte Faktor $\overline{\sum |\mathcal{M}|^2}$ ist das Betragsquadrat des Übergangsmatrixelements des jeweiligen Subprozesses, bei welchem über die möglichen Farben und Polarisierungen der einlaufenden Teilchen gemittelt und der auslaufenden Teilchen summiert wird.

Dieses Integral kann aus mehreren Gründen nicht analytisch gelöst werden:

- Die Parton-Dichteverteilungen sind nur numerisch bekannt, da sie nur über numerische Interpolation aus experimentellen Daten gewonnen werden können.
- Bei n Teilchen im Endzustand muss ein $d = 3n - 4$ dimensionales Phasenraumintegral gelöst werden, was eine analytische Rechnung zwar nicht verhindert, aber erheblich erschwert.
- Die Heaviside-Funktion Θ_c durch die verschiedenen Phasenraumschnitte kann die analytische Integration unmöglich machen.

Bei der Monte-Carlo-Methode wird das Integrationsvolumen auf einen d -dimensionalen Einheitswürfel abgebildet:

$$I = \int_{V=[0,1]^d} f(\vec{x}) d^d x \quad (3.4)$$

Anschließend wird der Integrand an zufällig ausgewählten Punkten $\vec{x}_i \in V$ ausgewertet. Bei N Zufallspunkten erhält man für den Schätzwert des Integrals

$$I_{MC} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(\vec{x}_i), \quad (3.5)$$

welcher für $N \rightarrow \infty$ gegen den wahren Wert des Integrals I konvergiert. Der statistische Fehler von I_{MC} fällt mit $\frac{1}{\sqrt{N}}$ ab und ist von der Dimension des Integrals unabhängig.

Die numerische Integration löst also offensichtlich die ersten beiden Probleme der analytischen Berechnung des Integrals (3.3). Der Heaviside-Funktion Θ_c wird dadurch Rechnung

getragen, dass alle Zufallspunkte, welche zu Phasenraumpunkten führen die außerhalb der Phasenraumschnitte liegen, nicht in die Berechnung des Integrals in Gl. (3.5) miteinbezogen werden.

In VBFNLO werden noch zwei Arten des „Importance Sampling“ verwendet um den statistischen Fehler zu verringern und eine besser Konvergenz des Integrals (3.5) zu erhalten, ohne die Anzahl der Zufallspunkte N zu erhöhen. Zum einen wird eine abgewandelte Version des VEGAS-Algorithmus [25] angewendet. Hierbei wird das Integral in mehreren Iterationen berechnet. In der ersten Iteration wird mit gleichverteilten Zufallszahlen begonnen. In jeder weiteren Iteration werden die Zufallszahlen verstärkt in jene Bereiche gewürfelt, in denen im vorigen Schritt ein großer Beitrag zum Integral geliefert wurde. Die Integrationsroutine passt sich also automatisch dem Problem an. Zum anderen wird das physikalische Vorwissen über die Phasenraumabhängigkeit der Übergangsmatrixelemente ausgenutzt. Die Abbildung der Zufallszahlen auf den Phasenraum wird in VBFNLO durch Phasenraumgeneratoren durchgeführt, welche an die Strukturen der verschiedenen Prozesse angepasst werden. Zum Beispiel werden Resonanzen durch Zerfälle von massiven Teilchen im Phasenraum so berücksichtigt, dass ihre Abbildung im Raum der Zufallszahlen möglichst flach ist. Der Funktionsweise eines Phasenraumgenerators wird in Kapitel 3.2.2 genauer beschrieben.

3.1.2. Programmablauf

Der Programmablauf wird in diesem Abschnitt anhand der Berechnung des Wirkungsquerschnitts in führender Ordnung QCD (LO) erläutert. Für den NLO-Wirkungsquerschnitt werden weitere Beiträge von den reellen Emissionen und den virtuellen Korrekturen benötigt, welche getrennt berechnet und anschließend aufsummiert werden. Der grundlegende Ablauf der Berechnung dieser Terme ist jedoch gleich.

Die wichtigsten Schritte in VBFNLO sind in Abb. 3.1 dargestellt. Zu Beginn werden alle Parameter und verschiedene Routinen initialisiert. Die Prozessparameter, einige physikalische Parameter und Phasenraumschnitte lassen sich in der Datei **vbfno.dat** beziehungsweise **cuts.dat** festlegen. Die Werte für die anomalen Kopplungen werden in **anomV.dat** eingestellt.

Für die Berechnung werden zwei verschachtelte Schleifen verwendet. Die äußere Schleife zählt die verschiedenen Iterationen durch. Dabei wird der Zufallszahlengenerator in jedem Schritt mit Hilfe der Ergebnisse aus der vorigen Iteration besser an das Problem angepasst. In der zweiten Schleife werden nacheinander N Vektoren mit Zufallszahlen \vec{x}_i erzeugt und die Übergangsamplitude für die entsprechenden Impulse berechnet. Die Abbildung der \vec{x}_i auf den Phasenraum geschieht in einem Phasenraumgenerator, welcher neben dem Phasenraumpunkt den Jacobi-Faktor der Variablentransformationen liefert. Liegt ein Phasenraumpunkt außerhalb der Phasenraumschnitte, wird sein Beitrag zum Matrixelement und sein Jacobi-Faktor auf Null gesetzt.

Bei der letzten Iteration werden die Ergebnisse der einzelnen Phasenraumpunkte noch an die Histogrammroutine weitergegeben. Hiermit kann außer dem totalen Wirkungsquerschnitt der differentielle Wirkungsquerschnitt für verschiedene Observablen ausgegeben werden.

Das Programm summiert die Beiträge der Phasenraumpunkte und liefert den Wirkungsquerschnitt zusammen mit dem statistischen Fehler.

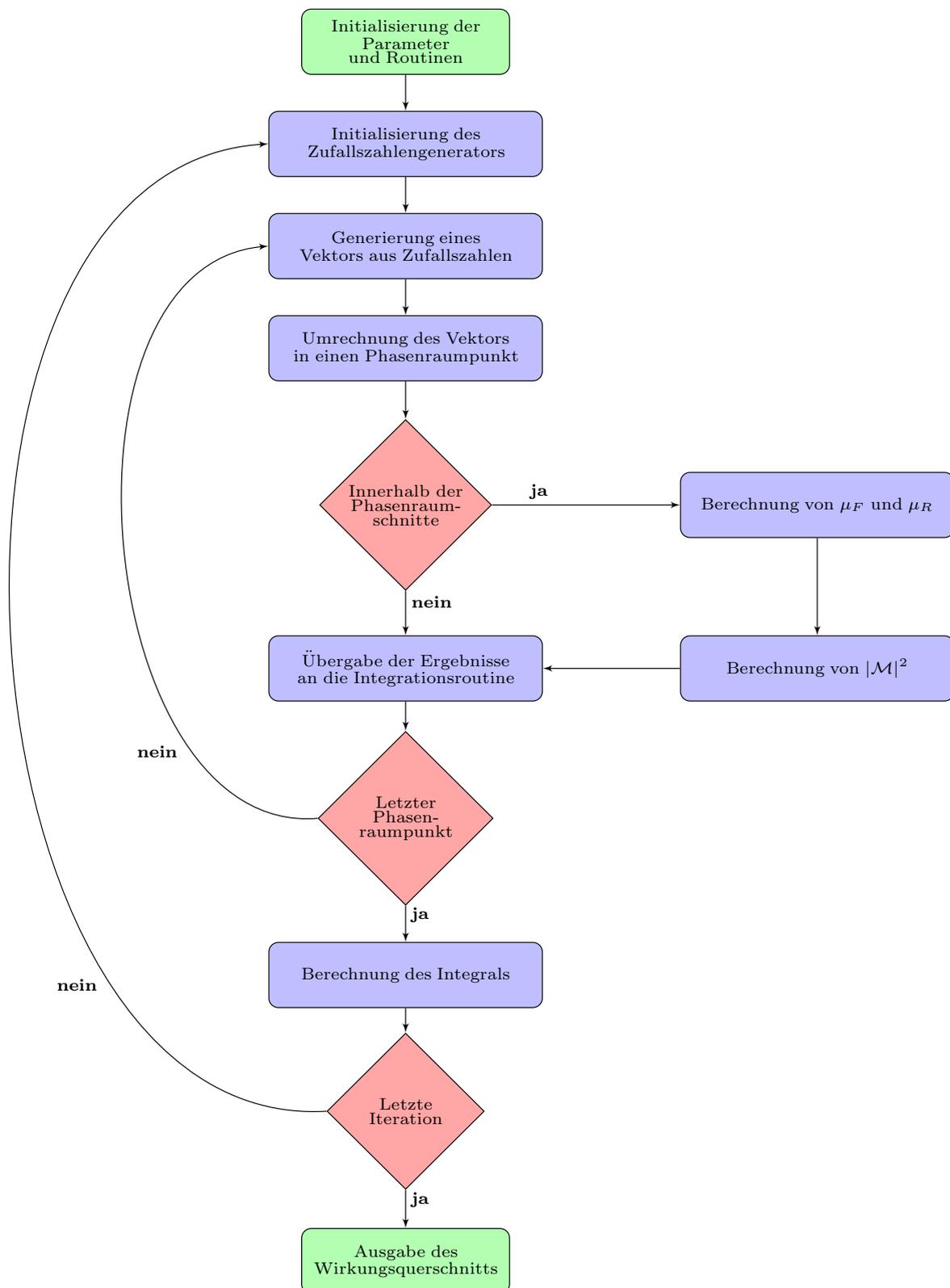


Abbildung 3.1: Programmablauf von VBFNLO.

3.2. Implementierung der anomalen Kopplungen

Die Implementierung der anomalen Kopplungen in das Programm VBFNLO besteht im Wesentlichen darin, die Feynman-Regeln aus Kapitel 2.3.3 in die Übergangsmatrixelemente der verschiedenen Prozesse zu integrieren. Durch die neuen Vertizes der anomalen Kopplungen entstehen in einigen Prozessen jedoch neue Graphen, welche einen erheblichen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefern können. Infolge dessen ist es wichtig die Phasenraumgeneratoren an die anomalen Kopplungen anzupassen.

3.2.1. Modifikation der Übergangsmatrixelemente

Die Struktur und die Berechnung der Übergangsmatrixelemente \mathcal{M} in VBFNLO sowie die Implementierung der anomalen Kopplungen wird am Beispiel der Produktion von zwei Vektorbosonen in der Vektorbosonfusion illustriert:

$$pp \rightarrow V_1 V_2 jj \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 jj \quad (3.6)$$

Für die Produktion von drei Vektorbosonen kann analog vorgegangen werden [8].

In VBFNLO werden alle Prozesse berücksichtigt, die zum selben Endzustand führen:

$$pp \rightarrow l_1 \bar{l}_1 l_2 \bar{l}_2 jj \quad (3.7)$$

Das Matrixelement kann als Summe von Feynman-Diagrammen geschrieben werden, welche in verschiedene Topologien eingeteilt werden können. Abbildung 3.2 zeigt die vier verschiedenen Topologien, wobei diese nach der Abstrahlung der Vektorbosonen von den Quarklinien eingeteilt sind.

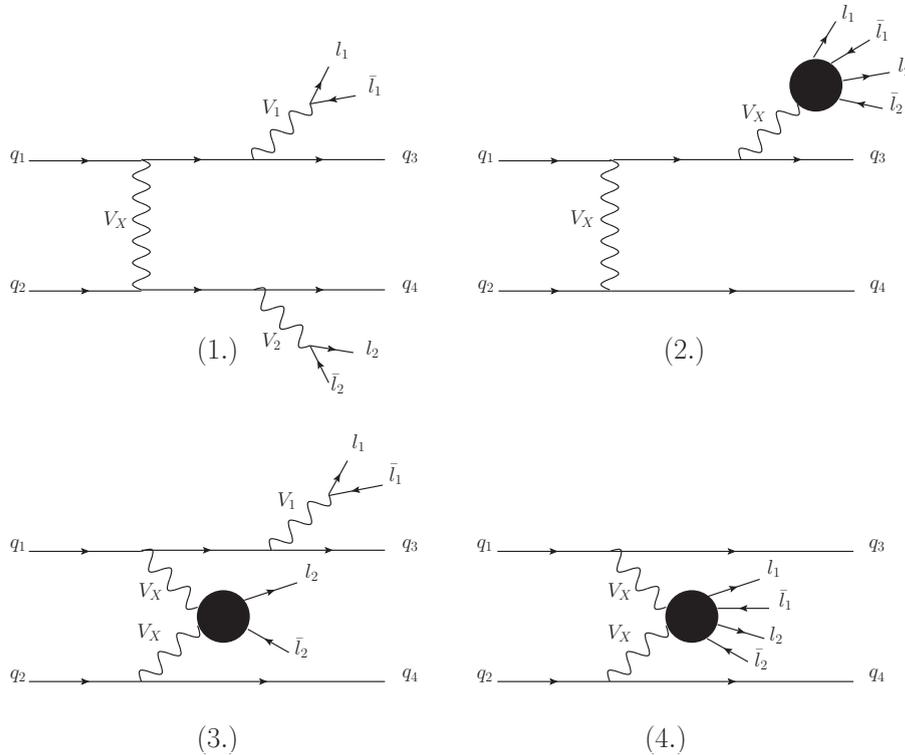


Abbildung 3.2: Topologien in der Produktion von zwei Vektorbosonen in der Vektorbosonfusion.

In den Topologien (2.) – (4.) tragen verschiedene Feynman-Diagramme zu der Produktion der Leptonen bei. Unter anderem sind dabei auch Diagramme mit Drei-Eichboson-Kopplungen enthalten, welche durch die Dimension-6-Operatoren modifiziert werden. Besonders interessant ist die Topologie (4.), in welcher zusätzlich die Eichboson-Higgs- und Vier-Eichboson-Kopplungen vorkommen (Abb. 3.3).

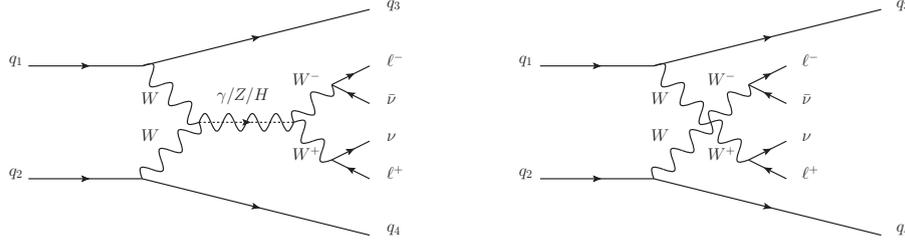


Abbildung 3.3: Feynman-Graphen für die Produktion von W^+W^- in der Vektorbosonfusion, in denen Eichboson-Selbstkopplungen und Eichboson-Higgs-Kopplungen vorkommen.

Zur Berechnung des Betragsquadrates des Übergangsmatrixelements $\sum |\mathcal{M}|^2$ für einen Phasenraumpunkt müssen die Beiträge der verschiedenen Subprozesse bestimmt werden. Bei den Subprozessen unterscheiden sich lediglich die Quantenzahlen der Quarks, sodass der leptonische Teil der Feynman-Diagramme identisch ist. Es bietet sich daher an, die Feynman-Diagramme in leptonische und hadronische Teile zu zerlegen. Die Matrixelemente von Abb. 3.3 lassen sich als Teil von

$$\mathcal{M} = J_\mu^{1 \rightarrow 3} J_\nu^{2 \rightarrow 4} L_{WW \rightarrow WW}^{\mu\nu} \quad (3.8)$$

schreiben. Dabei sind $J_\mu^{1 \rightarrow 3}$ und $J_\nu^{2 \rightarrow 4}$ die hadronischen Ströme und $L_{WW \rightarrow WW}^{\mu\nu}$ der leptonische Tensor, der alle Prozesse $W^+W^- \rightarrow \ell^+\nu\ell^-\bar{\nu}$ enthält. Für den Prozess

$$pp \rightarrow \ell^+\nu\ell^-\bar{\nu}jj \quad (3.9)$$

werden folgende leptonische Tensoren benötigt:

- Topologie (1.) und (3.):
 $L_{W^+ \rightarrow \ell^+\nu}^\mu, L_{W^- \rightarrow \ell^-\bar{\nu}}^\mu$
- Topologie (2.):
 $L_{A \rightarrow WW}^\mu, L_{Z \rightarrow WW}^\mu$
- Topologie (3.):
 $L_{AW \rightarrow W^+}^{\mu\nu}, L_{ZW \rightarrow W^+}^{\mu\nu}, L_{AW \rightarrow W^-}^{\mu\nu}, L_{ZW \rightarrow W^-}^{\mu\nu}$
- Topologie (4.):
 $L_{AA \rightarrow WW}^{\mu\nu}, L_{AZ \rightarrow WW}^{\mu\nu}, L_{ZZ \rightarrow WW}^{\mu\nu}, L_{WW \rightarrow WW}^{\mu\nu}$

Die leptonischen Tensoren der Topologien (3.) und (4.) (außer $L_{AA \rightarrow WW}^{\mu\nu}$ und $L_{ZZ \rightarrow WW}^{\mu\nu}$) werden dabei in zwei verschiedenen Varianten in der Berechnung gebraucht, da unterschieden werden muss, welches Eichboson von welcher Quarklinie abgestrahlt wird und damit, welchen Impulsübertrag es besitzt. Bei der Topologie (3.) muss zudem auch noch berücksichtigt werden von welcher Quarklinie das andere W -Boson emittiert wird, sodass diese Tensoren insgesamt viermal benötigt werden. In VBFNLO wird diese Separation ausgenutzt, indem für jeden Phasenraumpunkt die leptonischen Tensoren nur einmal berechnet werden und anschließend mit den verschiedenen hadronischen Strömen der Subprozesse kontrahiert werden. Hierdurch wird das Programm erheblich schneller.

Diese modulare Struktur von VBFNLO ist auch für die Implementierung der anomalen Kopplungen von großem Vorteil. Die anomalen Kopplungen beeinflussen nur Kopplungen zwischen den schwachen Eichbosonen und dem Higgs-Boson, welche ausschließlich in den leptonischen Tensoren zu finden sind. Um Prozesse in VBFNLO um die anomalen Kopplungen zu erweitern, müssen demnach nur diese Tensoren betrachtet werden, wobei der QCD-Anteil der Matrixelemente unverändert bleibt. Demzufolge sind alle NLO-Korrekturen der QCD auch weiterhin verfügbar, wenn man einen Prozess mit anomalen Kopplungen berechnet.

Zur Berechnung der Amplituden wird in VBFNLO der Helizitätsamplitudenformalismus [26] verwendet und dafür auf HELAS-Routinen [27] zurückgegriffen. Der Code für die leptonischen Tensoren wird mit MADGRAPH [28] erzeugt und für die Verwendung in VBFNLO modifiziert.

Die Vorgehensweise zur Berechnung der leptonischen Tensoren ist wie folgt:

1. Aus den Impulsen der Anfangs- und Endzustandsteilchen werden die Impulsüberträge, also die Impulse der von den Quarklinien abgestrahlten Vektorbosonen, berechnet. Dieser wird dann zusammen mit den Impulsen und einer zufällig gewählten Helizitätskonfiguration der Leptonen im Endzustand an den leptonischen Tensor übergeben.
2. Die Wellenfunktionen der äußeren Leptonen werden gebildet. Dies geschieht in der HELAS-Routine **IXXXXX** für Antiteilchen¹ und **OXXXXX** für Teilchen. Als Argumente benötigen diese Routinen den Impuls, die Masse und die Helizität des Leptons sowie, ob es sich um ein Teilchen oder ein Antiteilchen handelt. In VBFNLO wird für alle Fermionen die Masse $m = 0$ angenommen.
3. In ein beziehungsweise zwei Schleifen werden nacheinander die Komponenten (μ, ν) des leptonischen Tensors berechnet. Für jede Komponente wird dazu zunächst der off-shell² Vektorstrom J^μ der abgestrahlten Vektorbosonen berechnet. Die Routine **VCARTX** benötigt dafür den Impuls q , die Masse m , die Breite Γ und den Index der Komponente μ des Vektorbosons. Der Propagator ist für masselose Vektorbosonen (Photonen) in der Feynman- und für massive Vektorbosonen (W/Z -Bosonen) in der unitären Eichung gegeben. Die endliche Breite der massiven Bosonen wird durch eine vereinfachte Version des „complex mass scheme“ [29] berücksichtigt. Hierbei wird die Ersetzung $m^2 \rightarrow m^2 - im\Gamma$ im Propagator vorgenommen. Anders als im vollständigen „complex mass scheme“ wird der Weinbergwinkel θ_W jedoch reell gelassen.
4. Nachdem die Wellenfunktionen der äußeren Teilchen und eine Komponente des abgestrahlten Vektorstroms bestimmt sind, werden nacheinander die verschiedenen Feynman-Diagramme berechnet, welche zum leptonischen Tensor beitragen. Die Berechnung eines Diagramms erfolgt über die verschiedenen HELAS-Routinen, welche die Feynman-Regeln der Vertizes enthalten. Dazu werden die Wellenfunktionen der äußeren Teilchen über die HELAS-Routinen der Vertizes zu den Strömen der inneren Teilchen umgewandelt und am Ende über einen Vertex zusammen geführt. Die Routine für den letzten Vertex in einem Graphen gibt dann den Beitrag zum leptonischen Tensor aus. Für alle Vertizes werden die Vektorbosonen als auslaufend angenommen. In Tabelle 3.1 sind die verwendeten HELAS-Routinen aufgelistet.
5. Die Amplituden aller Feynman-Diagramme werden addiert und als Komponente des leptonischen Tensors zurückgegeben.

¹Auslaufende Antiteilchen werden als einlaufende Teilchen erzeugt.

²Das Vektorboson sitzt nicht auf der Massenschale $q^2 \neq m^2$.

HELAS-Routinen	Funktion der Routine
IXXXXX	Wellenfunktion der äußeren einlaufenden Fermionen.
OXXXXX	Wellenfunktion der äußeren auslaufenden Fermionen.
VXXXXX	Wellenfunktion eines äußeren Vektorbosons.
VCARTX	Off-shell Vektorstrom der von den Quarklinien abgestrahlten Vektorbosonen.
JIOXXX	Off-shell Vektorstrom aus zwei Fermionen.
FVIXXX	Off-shell Fermionstrom aus einem einlaufenden Fermion und einem Vektorboson.
FVOXXX	Off-shell Fermionstrom aus einem auslaufenden Fermion und einem Vektorboson.
IOVXXX	Amplitude aus zwei Fermionströmen und einem Vektorstrom ($f\bar{f}V$).
JVVXXX	Off-shell Vektorstrom aus zwei Vektorströmen ($WW\gamma, WWZ$).
VVVXXX	Amplitude aus drei Vektorströmen ($WW\gamma, WWZ$).
W3W3XX	Amplitude aus vier Vektorströmen ($WW\gamma\gamma, WWZ\gamma, WWZZ$).
WWWWWXX	Amplitude aus vier Vektorströmen ($WWWW$).
HVVXXX	Off-shell Skalarstrom aus zwei Vektorströmen (ZZH, WWH).
JVSXXX	Off-shell Vektorstrom aus einem Skalar- und einem Vektorstrom (ZZH, WWH).
VVSXXX	Amplitude aus zwei Vektorströmen und einem Skalarstrom (ZZH, WWH).

Tabelle 3.1: HELAS-Routinen der leptonischen Tensoren. Die fett gedruckten Routinen enthalten Eichboson-Selbstkopplungen beziehungsweise Eichboson-Higgs-Kopplungen.

In Abb. 3.4 ist für ein Diagramm aus dem leptonischen Tensor $L_{WW \rightarrow WW}^{\mu\nu}$ die Berechnung mittels der HELAS-Routinen dargestellt.

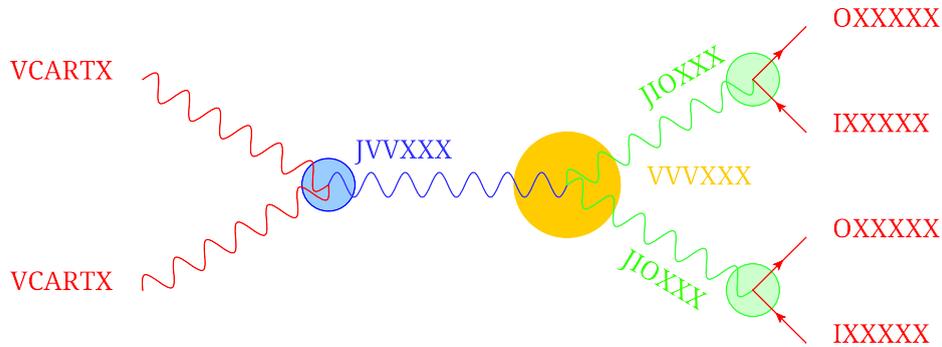


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Berechnung eines Feynman-Graphen mittels HELAS-Routinen.

Um die anomalen Kopplungen nun zu implementieren, müssen alle HELAS-Routinen für Eichboson-Selbstkopplungen und Eichboson-Higgs-Kopplungen modifiziert werden. Hierfür wird auf die HELAS-Routinen für die Produktion von drei Vektorbosonen WWZ , ZZW und WWW mit anomalen Kopplungen aus der Diplomarbeit von B. Feigl [8] zurückgegriffen. In diesen Routinen wurde der Beitrag des Standardmodells neu implementiert und die Feynman-Regeln der anomalen Kopplungen hinzugefügt. Aufgrund der komplexen Struktur der effektiven Operatoren und ihren unterschiedlichen Beiträgen zu verschiedenen Vertizes werden mehr Routinen als im SM benötigt. Es wird für jeden Vertex eine eigene Routine verwendet, da sich die Vertizes nicht mehr nur um Kopplungskonstanten unterscheiden. Die Vertizes für die Drei-Eichboson-Kopplungen $WW\gamma$ und WWZ , die sich im SM nur um den Faktor $\frac{\sin\theta_W}{\cos\theta_W}$ unterscheiden, können zum Beispiel nicht mehr mit der gleichen Routine **VVVXXX** berechnet werden. Dafür verringert sich die Anzahl der Argumente der Routinen, da der zu berechnende Vertex beziehungsweise Strom nicht mehr über die Eingabe der Kopplungskonstante beziehungsweise Masse und Breite definiert werden muss. Darüber hinaus werden weitere Routinen für Vertizes, welche nicht im Standardmodell vorkommen, gebraucht.

Die Routinen von B. Feigl, welche bereits die Beiträge der Dimension-8-Operatoren sowie der Dimension-6-Operatoren \mathcal{O}_W , \mathcal{O}_B und \mathcal{O}_{WWW} enthalten, wurden zunächst übernommen. Danach wurden die Feynman-Regeln der bereits implementierten Operatoren aus zwei Gründen entfernt und neu einprogrammiert.

1. Die Feynman-Regeln wurden in einer kompakteren Form geschrieben, was zu einem übersichtlicheren Code und einer verbesserten numerischen Stabilität führte.
2. Durch Vergleich einer identischen Berechnung mit den unterschiedlichen Routinen, konnten Eingabefehler der Feynman-Regeln nahezu ausgeschlossen werden.

Anschließend wurden die Routinen um die Feynman-Regeln der fehlenden Dimension-6-Operatoren aus Kapitel 2.3.1 erweitert. Aufgrund der neuen Operatoren und der Struktur der hier betrachteten Prozesse werden noch weitere Routinen benötigt, welche für die Produktion von WWZ , ZZW und WWW nicht gebraucht wurden. Dies sind die Routinen für die $\gamma\gamma H$ -Kopplung sowie die neutralen Vier-Eichboson-Kopplungen $ZZZZ$, $ZZZ\gamma$, $ZZ\gamma\gamma$, $Z\gamma\gamma\gamma$ und $\gamma\gamma\gamma\gamma$. Die HELAS-Routinen für die anomalen Kopplungen finden sich in VBFNLO in den Dateien **helas/anomal3.F** beziehungsweise **helas/anomal4.F**.

Die Implementierung für einen Prozess läuft nun folgendermaßen ab:

- Die Dateien, welche die leptonischen Tensoren enthalten werden kopiert und umbenannt (z.B. **amplitudes/vvjj/toww.F** \rightarrow **amplitudes/vvjj/toww_anomal.F**). Die Routinen für die verschiedenen Tensoren darin werden ebenfalls umbenannt (z.B. **subroutine aatoww** \rightarrow **subroutine aatoww_anomal**). In diesen werden alle HELAS-Routinen für die Eichboson-Selbstkopplungen und Eichboson-Higgs-Kopplungen durch die neuen Routinen mit anomalen Kopplungen ersetzt. Sofern durch die neuen Vertizes weitere Feynman-Diagramme in einem leptonischen Tensor existieren, müssen diese hinzugefügt werden.
- Die neuen leptonischen Tensoren werden in die Funktionen, welche die Berechnung der Matrixelemente (z.B. **m2s_vbfv** in der Datei **amplitudes/vvjj/m2s_qzqq.F**) steuern, implementiert. Die neuen Tensoren werden jedoch nur verwendet, wenn die anomalen Kopplungen über einen Schalter aktiviert werden.
- Damit die anomalen Kopplungen für einen Prozess initialisiert werden und damit auch wirklich zur Verfügung stehen, muss der Aufruf der **subroutine read_anomVcouplings**

in der **subroutine InitCouplings** um diesen Prozess erweitert werden. Außerdem muss der Prozess auch in den Schalter zum Einlesen der Kopplungen aller Operatoren in der **subroutine read_anomVcouplings** hinzugefügt werden. Die beiden Routinen befinden sich in den Dateien **utilities/anomV.F** beziehungsweise **utilities/koppln.F**.

3.2.2. Anpassung der Phasenraumgeneratoren

Durch die Modifikation der Matrixelemente in VBFNLO ist die Berechnung von Wirkungsquerschnitten mit anomalen Kopplungen bereits möglich. Die neuen Beiträge zu den Vertizes und vor allem neue Feynman-Diagramme aufgrund der anomalen Kopplungen können dazu führen, dass der Phasenraumgenerator die resonanten Bereiche des Prozesses nicht mehr gut abdeckt und so eine schnelle Konvergenz des Wirkungsquerschnitts verhindert wird.

Funktionsweise des Phasenraumgenerators

Die Aufgabe des Phasenraumgenerators ist es, die gewürfelten Zufallszahlen der Monte-Carlo-Routine in physikalische Impulse p der Quarks im Anfangs- und der Teilchen im Endzustand umzuwandeln, sodass mit diesen das Matrixelement \mathcal{M} berechnet werden kann. Das Phasenraumelement $d\Phi_n$ aus Gl. (3.3) für einen Subprozess $q_1 q_2 \rightarrow b_1 \dots b_n$ lautet

$$d\Phi_n = (2\pi)^4 \delta^4 \left(p_{q_1} + p_{q_2} - \sum_{i=1}^n p_{b_i} \right) \prod_{i=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_{b_i}}{(2\pi)^3 2E_{b_i}}. \quad (3.10)$$

Die δ -Distribution garantiert die Impulserhaltung im Prozess und liefert die erste Einschränkung an die Impulse der äußeren Teilchen.

Zu einem gegebenen Prozess tragen nun jedoch nicht alle möglichen Impulsconfigurationen der Endzustandsteilchen gleich stark bei. Bei der Produktion von massiven Eichbosonen $V \in \{W, Z\}$ entstehen durch deren Propagatoren im „complex mass scheme“

$$D_V \sim \frac{1}{q^2 - m_V^2 + im_V \Gamma_V}, \quad (3.11)$$

Resonanzen in $|\mathcal{M}|^2$ in der Form einer Breit-Wigner-Kurve [30]

$$|\mathcal{M}|^2 \sim p(q^2) \sim \frac{1}{(q^2 - m_V^2)^2 + m_V^2 \Gamma_V^2}. \quad (3.12)$$

$p(q^2)$ ist die Wahrscheinlichkeit das Eichboson mit einem Impulsquadrat q^2 zu erzeugen und besitzt ein Maximum bei $q^2 = m_V^2$. Die Breite der Resonanz wird dabei durch die Zerfallsbreite Γ_V der Eichbosonen bestimmt. Außer den Resonanzen durch die massiven Eichbosonen sind die Resonanzen durch ein Higgs-Boson zu beachten. Diese sind durch die sehr geringe Zerfallsbreite des Higgs-Bosons³ sogar noch schärfer.

Die Berechnung der Impulse aus den Zufallszahlen wird daher an die Struktur der resonanten Feynman-Diagramme angepasst. Die meisten Änderungen des Phasenraumgenerators durch anomale Kopplungen ergeben sich für Prozesse mit reellen Photonen im Endzustand, da hier aufgrund der neuen Vertizes $\gamma\gamma H$ und $\gamma Z H$, nun Feynman-Diagramme mit Higgs-Resonanzen beitragen. Ohne anomale Kopplungen gibt es bei diesen Prozessen keine Diagramme mit Higgs-Bosonen auf Baumgraphen-Niveau.

³Für kleine Massen des Higgs-Bosons ($114 \text{ GeV} \leq m_H \leq 150 \text{ GeV}$) ist die Zerfallsbreite des Higgs-Bosons bis zu drei Größenordnungen kleiner als die Zerfallsbreiten der massiven Eichbosonen.

Für den Prozess $pp \rightarrow W^- Z \gamma \rightarrow \ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \ell_2^- \ell_2^+ \gamma$ werden drei verschiedene Phasenraumgeneratoren verwendet (Abb. 3.5). Die verschiedenen Phasenräume werden benötigt, um die unterschiedlichen Möglichkeiten der Abstrahlung eines reellen Photons zu beschreiben. Die Phasenraumgeneratoren (2) und (3) decken die Abstrahlung des Photons vom W -Boson oder von den geladenen Leptonen aus dem Zerfall des W - beziehungsweise Z -Bosons ab. Der erste Phasenraumgenerator simuliert die restlichen resonanten Graphen.

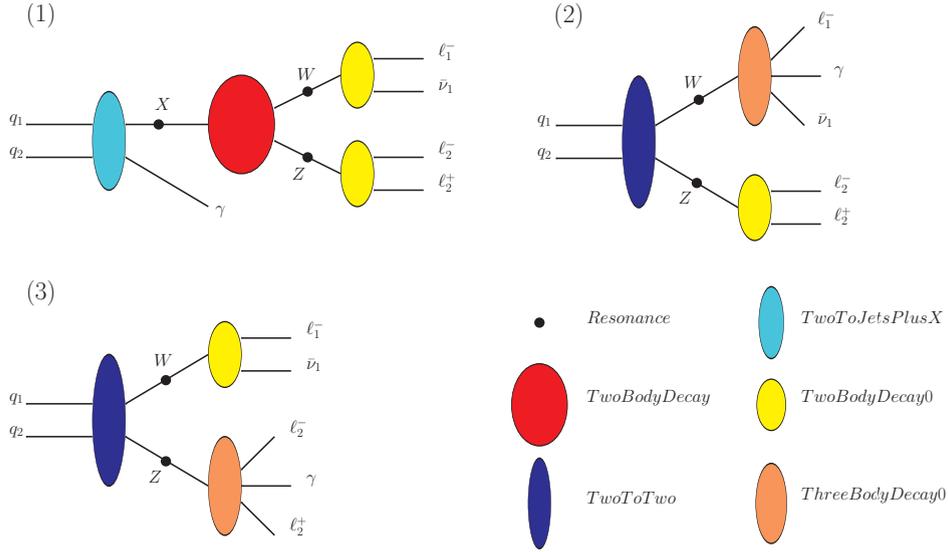


Abbildung 3.5: Struktur der drei Phasenraumgeneratoren für die $W^- Z \gamma$ -Produktion. Rechts unten sind die verwendeten Funktionen und Subroutinen aufgelistet. Diese Funktionen und Subroutinen sind in VBFNLO in der Datei **phasespace/ps_tools.F** enthalten.

In VBFNLO wird die Berechnung des Wirkungsquerschnitts nun für jeden Phasenraumgenerator getrennt ausgeführt und am Ende addiert, wobei in jedem Phasenraumgenerator Impulse aus dem gesamten Phasenraum erzeugt werden. Um zu verhindern, dass die Beiträge verschiedener Phasenraumbereiche mehrfach gezählt werden, wird jeder Phasenraumpunkt überprüft, bevor er zur Berechnung des Matrixelements verwendet wird. Es wird also ein weiterer Phasenraumschnitt zur Aufteilung des Phasenraums verwendet. Erzeugt nun der Phasenraumgenerator (1) einen Phasenraumpunkt, bei dem die invariante Masse des $\ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \gamma$ -Systems nahe der Masse des W -Bosons liegt, so wird dieser Punkt verworfen, da er Teil des Phasenraumbereichs des Phasenraumgenerators (2) ist. Sein Beitrag zur Amplitude und sein Gewicht werden dabei auf null gesetzt. Die Überprüfung der Phasenraumpunkte findet in der Funktion **Choose_PS** statt.

Die Berechnung der Impulse der äußeren Teilchen läuft in allen Phasenraumgeneratoren prinzipiell gleich ab und wird beispielhaft anhand des dritten Phasenraumgenerators erläutert. Zuerst wird das Quadrat des Impulses q^2 der beiden massiven Eichbosonen aus jeweils einer Zufallszahl gewonnen. Um die Breit-Wigner-Resonanz zu berücksichtigen, wird das „tan mapping“-Verfahren angewendet.

Beim „tan mapping“ wird das Phasenraumintegral über den quadrierten Propagator eines massiven Bosons

$$I_{BW} = \int_{q_{min}^2}^{q_{max}^2} f(q^2) \frac{1}{(q^2 - m^2)^2 + (m\Gamma)^2} \frac{dq^2}{2\pi}, \quad (3.13)$$

über eine geeignete Variablentransformation flach auf den Raum der Zufallszahlen abgebildet. Die Funktion $f(q^2)$ beschreibt den restlichen Teil von $|\mathcal{M}|^2$. Durch die Substitution

$$q^2 = m^2 + m\Gamma \tan x \quad \text{und} \quad dq^2 = m\Gamma (1 + \tan^2 x) dx \quad (3.14)$$

wird das Integral (3.13) zu

$$I_{BW} = \frac{1}{2\pi m\Gamma} \int_{x_{min}}^{x_{max}} f(q^2(x)) dx \quad \text{mit} \quad x_{min/max} = \arctan \left[\frac{q_{min/max}^2 - m^2}{m\Gamma} \right]. \quad (3.15)$$

Mit einer weiteren Substitution

$$x = x_{min} + (x_{max} - x_{min}) R \quad \text{und} \quad dx = (x_{max} - x_{min}) dR \quad (3.16)$$

erhält man

$$I_{BW} = \frac{\Delta x}{2\pi m\Gamma} \int_0^1 f(q^2(x(R))) dR \quad \text{mit} \quad \Delta x = x_{max} - x_{min}. \quad (3.17)$$

Da der Schätzwert eines Integrals den geringsten Fehler für einen konstanten Integranden hat und die Resonanz aus dem Integranden eliminiert wurde, kann I_{BW} nun mit geringem Fehler durch Zufallszahlen $R \in \{0, 1\}$ ausgewertet werden.

Im Phasenraumgenerator wird nun mit Hilfe der Funktion **Resonance** aus einer Zufallszahl $R \in \{0, 1\}$, der Masse m , der Breite Γ , sowie q_{min}^2 und q_{max}^2 , der Wert für q^2 zusammen mit einem zugehörigen Gewicht W ausgegeben:

$$q^2 = m^2 + m\Gamma \tan x \quad (3.18)$$

$$W = \frac{\Delta x}{2\pi} m\Gamma (1 + \tan^2 x) \quad (3.19)$$

$$\text{mit } x = x_{min} + \Delta x R \quad (3.20)$$

Das Gewicht W berücksichtigt die Jacobi-Faktoren der Variablentransformationen (3.14) und (3.16) des Phasenraumelements $\frac{dq^2}{2\pi}$. Da der Propagator Teil des Matrix- und nicht des Phasenraumelements ist, gehen die Variablentransformationen des Propagators nicht in den Phasenraumgenerator mit ein.

Nach der Berechnung der Impulsquadrate q^2 der massiven Bosonen werden nacheinander die Impulse der Teilchen aus weiteren Zufallszahlen bestimmt. Für den Phasenraumgenerator (3) aus Abb. 3.5 werden dafür in der Funktion **TwoToTwo** die Viererimpulse der Partonen mit den dazugehörigen Impulsbruchteilen und die Viererimpulse der beiden Eichbosonen W und Z ermittelt. Hierfür werden neben weiteren Zufallszahlen, die zuvor berechneten Impulsquadrate q_W^2 und q_Z^2 , sowie die Schwerpunktsenergie des Proton-Proton-Systems benötigt. Im letzten Schritt werden in den Funktionen **TwoBodyDecay0** und **ThreeBodyDecay0** die Zerfälle des W - beziehungsweise Z -Bosons in masselose Teilchen simuliert, wobei die Viererimpulse der Leptonen und des Photons aus den Impulsen der Eichbosonen hergeleitet werden. Das Gewicht W des Phasenraumpunkts wird dabei in jedem Schritt mit den Jacobi-Faktoren der verschiedenen Variablentransformationen multipliziert.

Als Ergebnis erhält man also prozessoptimierte Viererimpulse der Anfangs- und Endzustandsteilchen zur Berechnung des Beitrags eines Zufallszahlenvektors zur Übergangsamplitude.

Modifikationen aufgrund der anomalen Kopplungen

Die Beiträge der anomalen Kopplungen führen auf zwei Arten zu Veränderungen der Übergangsamplitude die eine Anpassung des Phasenraumgenerators notwendig machen.

1. Die Feynman-Regeln der anomalen Kopplungen enthalten zusätzliche Impulse (siehe Anhang A), welche die Beiträge von hohen Schwerpunktsenergien zum Wirkungsquerschnitt vergrößern.
2. Durch neue Vertizes (z.B. $\gamma\gamma H$ und γZH) entstehen in manchen Prozessen zusätzliche Feynman-Diagramme mit Higgs-Propagatoren, welche weitere Resonanzen liefern.

Die Tendenz zu hohen Schwerpunktsenergien bedeutet auch, dass die Eichbosonen verstärkt mit einem großen Impulsübertrag q^2 erzeugt werden müssen. Die schmalen Breit-Wigner-Resonanzen decken dann den Bereich für hohe q^2 nicht mehr ausreichend ab. Um dem entgegenzuwirken, wurden die Breiten verschiedener Resonanzen vergrößert. In Abbildung 3.6 ist der Beitrag des Phasenraumgenerators (1) (siehe Abb. 3.5) zum Wirkungsquerschnitt der $W^-Z\gamma$ -Produktion über der Zufallszahl $RD(1)$, welche zur Erzeugung des Impulsquadrats q^2 des W -Bosons verwendet wird, aufgetragen. Der Phasenraumgenerator ist ideal, wenn eine Zufallszahl für jeden Wert den gleichen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefert, da er dann die Zufallszahlen gemäß der richtigen Wahrscheinlichkeitsverteilung in die Phasenraumpunkte umrechnet. Die Verteilung über die Zufallszahlen sollte also möglichst konstant sein. Ohne Optimierung des Phasenraumgenerators wird der Beitrag von $RD(1) \approx 1$, also großen q^2 , zum Wirkungsquerschnitt unterschätzt, was zu einer Spitze in der Verteilung führt. Wird eine größere Breite Γ für die Breit-Wigner-Resonanz verwendet und so eine höhere Wahrscheinlichkeit für ein großes q^2 des W -Bosons angenommen, kann diese Spitze reduziert werden und eine bessere Verteilung erreicht werden.

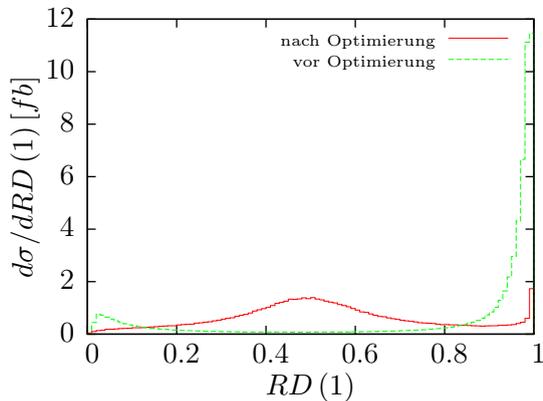


Abbildung 3.6:

Beitrag des Phasenraumgenerators (1) aus Abb. 3.5 zum LO-Wirkungsquerschnitt der $W^-Z\gamma$ -Produktion aufgetragen über der Zufallszahl $RD(1)$, welche zur Bestimmung des Impulsquadrats q^2 des W -Bosons verwendet wird. Als Beispiel für die anomalen Kopplungen wurde der Dimension-8-Operator $\mathcal{L}_{T,0}$ mit $f_{T0}/\Lambda^4 = 1000 \text{ TeV}^{-4}$ verwendet. Die Verteilungen wurden jeweils in 4 Iterationsschritten und mit 2^{24} Phasenraumpunkten erzeugt.

Durch diese Veränderungen konnten die Monte-Carlo-Fehler der totalen Wirkungsquerschnitte für verschiedene Prozesse reduziert werden und die Verteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte wurden insgesamt glatter.

Die weitaus wichtigeren Anpassungen ergeben sich jedoch durch die zusätzlichen Higgs-Propagatoren. Der γZH -Vertex führt zum Beispiel in der $W^-Z\gamma$ -Produktion zu einem neuen Feynman-Diagramm (Abb. 3.7).

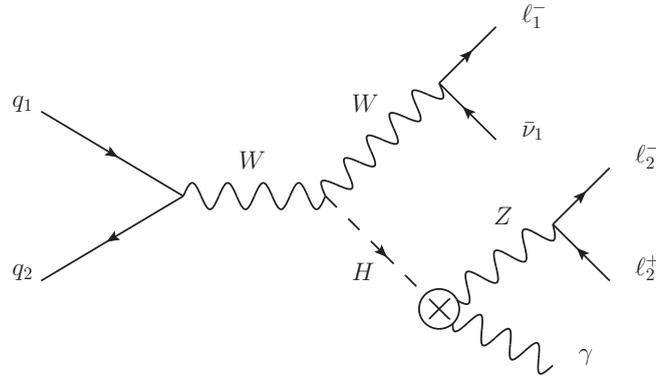


Abbildung 3.7: Feynman-Diagramm mit Higgs-Boson aufgrund der neuen γZH -Kopplung.

Der Propagator des Higgs-Bosons führt, wie die Eichboson-Propagatoren, zu einer Breit-Wigner-Resonanz im Betragsquadrat der Übergangsamplitude $|\mathcal{M}|^2$. Diese Resonanz ist wegen der noch kleineren Zerfallsbreite Γ des Higgs-Bosons³ noch weitaus schärfer und verursacht daher einen großen Anstieg von $|\mathcal{M}|^2$ für $q^2 = (p_{\ell_2^-} + p_{\ell_2^+} + q_\gamma)^2 \approx m_H^2$. Die Higgs-Resonanz kann nun berücksichtigt werden, indem sie im Phasenraumgenerator (3) aus Abb. 3.5 hinzugefügt wird (Abb. 3.8).

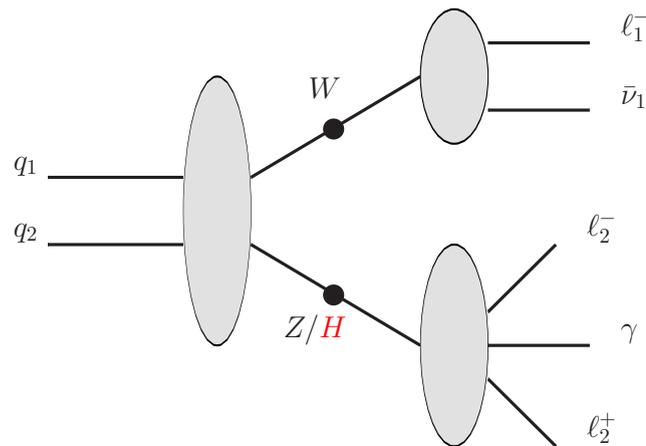
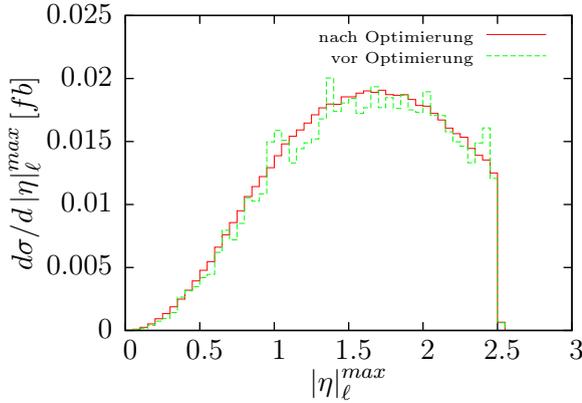


Abbildung 3.8: Phasenraumgenerator (3) aus Abb. 3.5 mit zusätzlicher Higgs-Resonanz.

Zur Berechnung von q^2 werden also die Breit-Wigner-Resonanzen des Z - und des Higgs-Bosons überlagert. Aufgrund der neuen Resonanz deckt der Phasenraumgenerator (3) nun einen weiteren Bereich des Phasenraums ab, was in der Funktion `Choose_PS` berücksichtigt werden muss.

Diese Optimierung macht sich in den verschiedenen Verteilungen bemerkbar. Als Beispiel hierfür zeigt Abbildung 3.9 den differentiellen Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen die maximale Pseudorapidität der geladenen Leptonen $|\eta|_\ell^{max}$, der in beiden Fällen mit 2^{24} Punkten und 4 Iterationen gewonnen wurde. Mit der Berücksichtigung der Higgs-Resonanz im Phasenraumgenerator lässt sich eine deutliche Verbesserung der Verteilung erkennen.

**Abbildung 3.9:**

LO-Wirkungsquerschnitt der $W^-Z\gamma$ -Produktion aufgetragen gegen die maximale Pseudorapidität der geladenen Leptonen $|\eta_\ell^{\max}$. Die differentiellen Wirkungsquerschnitte wurden jeweils mit 2^{24} Punkten berechnet. Als Beispiel für die anomalen Kopplungen wurde der Dimension-6-Operator \mathcal{O}_{WW} mit $f_{WW}/\Lambda^2 = 10 \text{ TeV}^{-2}$ verwendet.

Die Verbesserung des Phasenraumgenerators zeigt sich auch in den statistischen Monte-Carlo-Fehlern der totalen Wirkungsquerschnitte. In dem hier betrachteten Beispiel konnte er etwa um einen Faktor 7 reduziert werden.

Die beschriebenen Änderungen wurden nur bei den Triboson-Prozessen mit mindestens einem reellen Photon im Endzustand durchgeführt. Bei den anderen Triboson-Prozessen und den VBF-Prozessen waren Veränderungen des Phasenraumgenerators nicht nötig, da die Verteilungen hier ausreichend glatt waren. Die neuen Phasenraumgeneratoren kommen außerdem nur bei Verwendung der anomalen Kopplungen zum Einsatz. Bei Berechnungen für das Standardmodell werden diese Modifikationen nicht benötigt und es werden weiterhin die alten Phasenraumgeneratoren verwendet. Dies wird über einen Schalter in der Subroutine **phase-space** geregelt.

3.2.3. Weitere Änderungen

Außer der Modifikationen der Matrixelemente und der Phasenraumgeneratoren wurden noch zwei weitere nennenswerte Veränderungen in VBFNLO vorgenommen.

1. Für die anomalen Kopplungen wird die Möglichkeit zur Verwendung eines Formfaktors gegeben. Der Formfaktor kann zur Unterdrückung der anomalen Kopplungen bei hohen Schwerpunktsenergien verwendet werden, sodass die Unitarität auch mit anomalen Kopplungen erhalten bleibt. Die Unitaritätsverletzung durch die anomalen Kopplungen und die Verwendung von Formfaktoren wird in Kapitel 4 beschrieben.
2. In VBFNLO können anomale Higgs-Kopplungen in der Berechnung der totalen Zerfallsbreite Γ , der Partialbreiten Γ_i und der Verzweungsverhältnisse $B_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma}$ für das Higgs-Boson berücksichtigt werden. Dies wurde jedoch bisher noch nicht für die in dieser Arbeit betrachteten Prozesse und Operatoren implementiert. In Zusammenarbeit mit Sophy Palmer wurden die Dimension-6-Operatoren, welche Beiträge zu den Eichboson-Higgs-Kopplungen liefern, in die Berechnung integriert. Um die anomalen Kopplungen in die Berechnung der Zerfallsbreite des Higgs-Bosons für weitere Prozesse zu implementieren, muss der Schalter zum Aufruf der Subroutine **anomH_convert** in der Subroutine **read_anomVcouplings** um diese Prozesse erweitert werden. Die Routine **read_anomVcouplings** befindet sich in der Datei **utilities/anomV.F**.

3.3. Verwendung der anomalen Kopplungen in VBFNLO

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurden die anomalen Kopplungen in insgesamt 24 Prozesse implementiert oder deren Implementierung erneuert und erweitert. Die Prozesse sind mit den entsprechenden Prozess-IDs (ProcID) in Tabelle 3.2 aufgelistet. Alle Erweiterungen sind bereits seit September 2012 in der Betaversion von VBFNLO **Version 2.7.0 beta 1** enthalten, welche zusammen mit dem Handbuch auf der Internetseite <http://www.itp.kit.edu/vbfnlo> zu finden ist.

Die Verwendung der anomalen Kopplung lässt sich über einen Schalter in der Datei **vbfnlo.dat** regeln. Setzt man den Wert von **ANOM_CPL** von **false** auf **true** werden die modifizierten leptonischen Tensoren und gegebenenfalls die angepassten Phasenraumgeneratoren verwendet. Die Parameter der anomalen Kopplungen lassen sich dann in der Datei **anomV.dat** festlegen, welche in vier Blöcke unterteilt ist:

1. Im ersten Block werden die Werte für die Kopplungen $\frac{f_i}{\Lambda^2}$ der Dimension-6-Operatoren \mathcal{O}_{WWW} , \mathcal{O}_W und \mathcal{O}_B festgelegt. Mit dem Schalter **TRIANOM** kann anstatt dieser drei Operatoren eine alternative Parametrisierung der Drei-Eichboson-Kopplungen gewählt werden (siehe Anhang D).
2. Im zweiten Block können die Kopplungen $\frac{f_i}{\Lambda^2}$ der restlichen Dimension-6-Operatoren eingestellt werden.
3. Die Kopplungen $\frac{f_i}{\Lambda^4}$ der Dimension-8-Operatoren werden im dritten Block festgelegt.
4. Im letzten Block lässt sich über **FORMFAC** die Verwendung des Formfaktors steuern, sowie dessen Parameter Λ_{FF} und n verändern (siehe Kapitel 4). Außerdem können hier auch individuelle Formfaktoren für die Kopplungen aus dem ersten Block gewählt werden.

ProcID	Prozess
200	$p\bar{p} \rightarrow W^+W^-jj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}jj$
210	$p\bar{p} \rightarrow ZZjj \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\ell_2^+\ell_2^-jj$
211	$p\bar{p} \rightarrow ZZjj \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\nu_{\ell_2}\bar{\nu}_{\ell_2}jj$
220	$p\bar{p} \rightarrow W^+Zjj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^+\ell_2^-jj$
230	$p\bar{p} \rightarrow W^-Zjj \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\ell_2^-jj$
250	$p\bar{p} \rightarrow W^+W^+jj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^+\nu_{\ell_2}jj$
260	$p\bar{p} \rightarrow W^-W^-jj \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}jj$
400	$p\bar{p} \rightarrow W^+W^-Z \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}\ell_3^+\ell_3^-$
410	$p\bar{p} \rightarrow ZZW^+ \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\ell_2^+\ell_2^-\ell_3^+\nu_{\ell_3}$
420	$p\bar{p} \rightarrow ZZW^- \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\ell_2^+\ell_2^-\ell_3^-\bar{\nu}_{\ell_3}$
430	$p\bar{p} \rightarrow W^+W^-W^+ \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}\ell_3^+\nu_{\ell_3}$
440	$p\bar{p} \rightarrow W^-W^+W^- \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\nu_{\ell_2}\ell_3^-\bar{\nu}_{\ell_3}$
450	$p\bar{p} \rightarrow ZZZ \rightarrow \ell_1^-\ell_1^+\ell_2^-\ell_2^+\ell_3^-\ell_3^+$
460	$p\bar{p} \rightarrow W^-W^+\gamma \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\nu_{\ell_2}\gamma$
470	$p\bar{p} \rightarrow ZZ\gamma \rightarrow \ell_1^-\ell_1^+\ell_2^-\ell_2^+\gamma$
480	$p\bar{p} \rightarrow W^+Z\gamma \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\ell_2^+\gamma$
490	$p\bar{p} \rightarrow W^-Z\gamma \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^-\ell_2^+\gamma$
500	$p\bar{p} \rightarrow W^+\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\nu_e\gamma\gamma$
510	$p\bar{p} \rightarrow W^-\gamma\gamma \rightarrow \ell^-\bar{\nu}_e\gamma\gamma$
520	$p\bar{p} \rightarrow Z\gamma\gamma \rightarrow \ell^-\ell^+\gamma\gamma$
521	$p\bar{p} \rightarrow Z\gamma\gamma \rightarrow \nu_e\bar{\nu}_e\gamma\gamma$
530	$p\bar{p} \rightarrow \gamma\gamma\gamma$
800	$p\bar{p} \rightarrow W^+\gamma\gamma j \rightarrow \ell^+\nu_e\gamma\gamma j$
810	$p\bar{p} \rightarrow W^-\gamma\gamma j \rightarrow \ell^-\bar{\nu}_e\gamma\gamma j$

Tabelle 3.2: Prozesse und Prozess-IDs (ProcID) in denen in dieser Arbeit anomale Kopplungen implementiert wurden. Bei den fett gedruckten Prozessen wurden die anomalen Kopplungen ganz neu implementiert, während bei den anderen die bereits bestehende Implementierung erweitert und überarbeitet wurde.

3.4. Kontrolle der Implementierung

Ein wichtiger Bestandteil jeder Implementierung ist der Test des neuen Programmcodes. Für die Kontrolle der neu implementierten anomalen Kopplungen wurden drei verschiedene Tests durchgeführt. Zunächst wurde für alle Prozesse überprüft, ob die neuen leptonischen Tensoren das SM-Ergebnis liefern, wenn alle Kopplungen der neuen Operatoren auf null gesetzt werden. Im zweiten Schritt wurden die Operatoren und Prozesse mit bereits bestehenden Implementierungen von anomalen Kopplungen verglichen. Zum Schluss wurden die anomalen Kopplungen in allen Prozessen auf Lorentzinvarianz überprüft.

3.4.1. Vergleich mit der Implementierung des Standardmodells

Die neuen HELAS-Routinen in den modifizierten leptonischen Tensoren enthalten neben den Feynman-Regeln der anomalen Kopplungen immer noch die Feynman-Regeln des Standardmodells. Berechnet man nun einen Wirkungsquerschnitt unter Verwendung der neuen leptonischen Tensoren (Schalter **ANOM_CPL = true**) und setzt dabei alle Kopplungen der neuen Operatoren auf null (alle $\mathbf{f}_i = \mathbf{0}$), erwartet man innerhalb der endlichen numerischen Genauigkeit das gleiche Ergebnis wie bei einer Berechnung mit den alten leptonischen Tensoren des SM (Schalter **ANOM_CPL = false**). Mit diesem Test lassen sich zwei Fehlerquellen eliminieren.

1. Fehler in der grundlegenden Struktur der neuen HELAS-Routinen oder der Implementierung der Feynman-Regeln des Standardmodells.
2. Fehler in der Ersetzung der HELAS-Routinen in den leptonischen Tensoren.

In Tabelle 3.3 sind LO-Wirkungsquerschnitte, sowie die Abweichung

$$\sigma = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sqrt{\Delta\sigma_1^2 + \Delta\sigma_2^2}} \right| \quad (3.21)$$

für alle Prozesse aufgelistet. σ_1 und σ_2 sind die LO-Wirkungsquerschnitte für **ANOM_CPL = false** beziehungsweise **ANOM_CPL = true** und $\Delta\sigma_{1/2}$ ist der entsprechende statistische Fehler. Zur Berechnung wurden die Parameter und Phasenraumschnitte aus Anhang B verwendet.

Für $\sigma \leq 1$ liegt die Abweichung der beiden Wirkungsquerschnitte innerhalb des statistischen Fehlers. Die Wirkungsquerschnitte der VBF-Prozesse (ProcID 200 - 260) sind im Bereich der hier angegebenen Dezimalstellen identisch. Leichte Abweichungen in Bereichen weit unterhalb des statistischen Fehlers ($\sigma \ll 1$) kommen jedoch auch teilweise bei diesen Prozessen vor. Diese sind aber ausschließlich auf die endliche numerische Genauigkeit zurückzuführen.

Bei den Triboson-Prozessen und vor allem bei den Prozessen mit reellen Photonen im Endzustand lassen sich größere Unterschiede erkennen. Diese erhöhten Abweichungen kommen von den Phasenraumgeneratoren. Bei den Prozessen mit reellen Photonen im Endzustand werden unterschiedliche Phasenraumgeneratoren für das SM und die anomalen Kopplungen verwendet (siehe Abschnitt 3.2.2). Hierdurch werden den Phasenraumpunkten zum Teil andere Gewichte zugeordnet, was zu unterschiedlichen Ergebnissen führen kann. Berechnet man zum Beispiel den Prozess $pp \rightarrow W^+ Z \gamma \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \ell_2^+ \gamma$ mit den modifizierten leptonischen Tensoren, aber mit dem Phasenraumgenerator des SM erhält man für den LO-Wirkungsquerschnitt eine Abweichung vom SM weit unterhalb des statistischen Fehlers ($\sigma = 1.1 \cdot 10^{-10}$).

ProcID	Prozess	ANOM_CPL = false	ANOM_CPL = true	σ
200	$pp \rightarrow W^+W^-jj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}jj$	3037.624 ± 1.753 ab	3037.624 ± 1.753 ab	$5.5 \cdot 10^{-9}$
210	$pp \rightarrow ZZjj \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\ell_2^+\ell_2^-jj$	19.736 ± 0.022 ab	19.736 ± 0.022 ab	$1.0 \cdot 10^{-8}$
211	$pp \rightarrow ZZjj \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\nu_{\ell_2}\bar{\nu}_{\ell_2}jj$	183.900 ± 0.127 ab	183.900 ± 0.127 ab	$2.5 \cdot 10^{-9}$
220	$pp \rightarrow W^+Zjj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^+\ell_2^-jj$	174.471 ± 0.140 ab	0174.471 ± 0.140 ab	$2.5 \cdot 10^{-11}$
230	$pp \rightarrow W^-Zjj \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\ell_2^-jj$	84.773 ± 0.069 ab	84.773 ± 0.069 ab	$1.8 \cdot 10^{-10}$
250	$pp \rightarrow W^+W^+jj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^+\nu_{\ell_2}jj$	616.465 ± 0.283 ab	616.465 ± 0.283 ab	$5.0 \cdot 10^{-11}$
260	$pp \rightarrow W^-W^-jj \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}jj$	149.852 ± 0.068 ab	149.852 ± 0.068 ab	$8.1 \cdot 10^{-11}$
400	$pp \rightarrow W^+W^-Z \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}\ell_3^+\ell_3^-$	82.049 ± 0.075 ab	82.073 ± 0.075 ab	0.23
410	$pp \rightarrow ZZW^+ \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\ell_2^+\ell_2^-\ell_3^+\nu_{\ell_3}$	2.714 ± 0.004 ab	2.714 ± 0.004 ab	$1.9 \cdot 10^{-8}$
420	$pp \rightarrow ZZW^- \rightarrow \ell_1^+\ell_1^-\ell_2^+\ell_2^-\ell_3^-\bar{\nu}_{\ell_3}$	1.258 ± 0.002 ab	1.258 ± 0.002 ab	$4.2 \cdot 10^{-7}$
430	$pp \rightarrow W^+W^-W^+ \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}\ell_3^+\nu_{\ell_3}$	348.120 ± 0.658 ab	348.261 ± 0.617 ab	0.16
440	$pp \rightarrow W^-W^+W^- \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\nu_{\ell_2}\ell_3^-\bar{\nu}_{\ell_3}$	178.075 ± 0.232 ab	178.177 ± 0.234 ab	0.31
450	$pp \rightarrow ZZZ \rightarrow \ell_1^-\ell_1^+\ell_2^-\ell_2^+\ell_3^-\ell_3^+$	0.4108 ± 0.0007 ab	0.4108 ± 0.0007 ab	0.02
460	$pp \rightarrow W^-W^+\gamma \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\nu_{\ell_2}\gamma$	2011.236 ± 0.758 ab	2011.264 ± 0.760 ab	0.03
470	$pp \rightarrow ZZ\gamma \rightarrow \ell_1^-\ell_1^+\ell_2^-\ell_2^+\gamma$	45.273 ± 0.024 ab	45.311 ± 0.035 ab	0.88
480	$pp \rightarrow W^+Z\gamma \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\ell_2^+\gamma$	175.825 ± 0.084 ab	175.733 ± 0.081 ab	0.79
490	$pp \rightarrow W^-Z\gamma \rightarrow \ell_1^-\bar{\nu}_{\ell_1}\ell_2^+\ell_2^+\gamma$	103.284 ± 0.042 ab	103.245 ± 0.043 ab	0.64
500	$pp \rightarrow W^+\gamma\gamma \rightarrow \ell^+\nu_{\ell}\gamma\gamma$	613.042 ± 0.214 ab	612.824 ± 0.213 ab	0.72
510	$pp \rightarrow W^-\gamma\gamma \rightarrow \ell^-\bar{\nu}_{\ell}\gamma\gamma$	600.998 ± 0.180 ab	600.945 ± 0.176 ab	0.21
520	$pp \rightarrow Z\gamma\gamma \rightarrow \ell^-\ell^+\gamma\gamma$	1494.765 ± 0.333 ab	1494.736 ± 0.348 ab	0.06
521	$pp \rightarrow Z\gamma\gamma \rightarrow \nu_{\ell}\bar{\nu}_{\ell}\gamma\gamma$	1458.313 ± 0.265 ab	1457.507 ± 0.261 ab	2.17
530	$pp \rightarrow \gamma\gamma\gamma$	4296.105 ± 1.560 ab	4292.875 ± 1.557 ab	1.47
800	$pp \rightarrow W^+\gamma\gamma j \rightarrow \ell^+\nu_{\ell}\gamma\gamma j$	865.835 ± 0.230 ab	865.668 ± 0.230 ab	0.51
810	$pp \rightarrow W^-\gamma\gamma j \rightarrow \ell^-\bar{\nu}_{\ell}\gamma\gamma j$	866.296 ± 0.218 ab	866.357 ± 0.228 ab	0.19

Tabelle 3.3: Vergleich der LO-Wirkungsquerschnitte der alten Implementierung für das Standardmodell und der neuen Implementierung der anomalen Kopplungen (alle $f_i = 0$). Der angegebene Fehler ist der statistische Monte-Carlo-Fehler von VBFNLO. Außerdem wurde die Abweichung σ (siehe Gl. (3.21)) aufgelistet. Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte wurden die Parameter und Phasenraumschnitte aus Anhang B verwendet.

Besonders große Abweichung ($\sigma > 1$) ergeben sich für die Produktion von zwei reellen Photon und einem Z -Boson mit Zerfall in ein Neutrino-Paar, sowie für die Produktion von drei reellen Photonen (ProcID 521 und 530). Diese Abweichungen kommen jedoch ausschließlich von den unterschiedlichen Phasenraumgeneratoren. Im Standardmodell kommen in diesen Prozessen weder Eichboson-Selbstkopplungen, noch Eichboson-Higgs-Kopplungen vor. Es werden demnach keine Feynman-Regeln des SM ersetzt, wenn man die anomalen Kopplungen implementiert. Dafür treten bei diesen Prozessen besonders viele neue Vertizes und resonante Feynman-Graphen auf, welche in den Phasenraumgeneratoren berücksichtigt werden. Die Resonanzen im Phasenraumgenerator führen nun zu einer schlechten Approximation der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Standardmodells und einer langsameren Konvergenz des Wirkungsquerschnitts. Führt man die Berechnung wieder mit den modifizierten leptonischen Tensoren, jedoch mit dem Phasenraumgenerator des SM durch, erhält man die erwartete Abweichung $\sigma = 0.0$. Alle Abweichungen der restlichen Prozesse liegen innerhalb des statistischen Fehlers, sodass sie als übereinstimmend angesehen werden können. Berücksichtigt man die Anzahl der Prozesse, liegen alle Ergebnisse insgesamt innerhalb der statistischen Erwartungen.

3.4.2. Vergleich mit alten Implementierungen der anomalen Kopplungen

Nachdem der neue Code auf Fehler bei den Ersetzungen in den leptonischen Tensoren und in den Feynman-Regeln des SM untersucht wurde, mussten vor allem noch die Feynman-Regeln der anomalen Kopplungen überprüft werden. Hierfür wurden Vergleiche mit bereits bestehenden Implementierungen von anomalen Kopplungen in den VBF- und Triboson-Prozessen ausgeführt.

Die Dimension-6-Operatoren wurden bereits von N. Greiner in die Produktion von einem W^+W^- -Paar in der Vektorbosonfusion eingebaut [7]. Im Rahmen der Diplomarbeit von B. Feigl [8] wurden außerdem die Dimension-8-Operatoren (außer $\mathcal{L}_{T,8}$ und $\mathcal{L}_{T,9}$) und die Dimension-6-Operatoren \mathcal{O}_{WWW} , \mathcal{O}_W und \mathcal{O}_B in die Produktion von drei Vektorbosonen W^+W^-Z , ZZW^+ , ZZW^- , $W^+W^-W^+$ und $W^-W^+W^-$ implementiert.

Durch Vergleich der Wirkungsquerschnitte und verschiedener Verteilungen mit den alten Implementierungen dieser Prozesse und Operatoren, können Fehler in der Berechnung und Implementierung der Feynman-Regeln für fast alle Operatoren nahezu ausgeschlossen werden. Die Feynman-Regeln müssen für die anderen Prozesse nicht erneut überprüft werden, da sie Teil der HELAS-Routinen sind, welche in allen Prozessen verwendet werden.

Alle Fehler in den in dieser Arbeit verwendeten Feynman-Regeln konnten gefunden und beseitigt werden, sodass die Abweichungen innerhalb der statistischen Fehler lagen.

3.4.3. Lorentzinvarianz

Mit den ersten beiden Test wurden die meisten Fehlerquellen nahezu ausgeschlossen. In den Prozessen mit der Prozess-ID 450 - 810 tragen jedoch HELAS-Routinen (z.B. für den $ZZZZ$ -Vertex) und Operatoren ($\mathcal{L}_{T,8}$ und $\mathcal{L}_{T,9}$) bei, welche nicht durch Vergleiche mit dem SM oder den alten Implementierungen überprüft werden konnten.

Fehler in der Implementierungen dieser Feynman-Regeln lassen sich teilweise über einen Test der Lorentzinvarianz finden. Das SM, wie auch die effektive Feldtheorie für die anomalen Kopplungen, sind lorentzinvariante Theorien. Dies bedeutet, dass das Betragsquadrat der Amplitude für einen Phasenraumpunkt, summiert über alle möglichen Polarisierungen der

massiven Teilchen

$$\sum_{\text{Polarisationen}} |\mathcal{M}|^2, \quad (3.22)$$

sich durch eine Lorentz-Transformation (Lorentzboost) des Phasenraumpunkts nicht ändert:

$$\sum_{Pol} |\mathcal{M}|^2 = \sum_{Pol} |\mathcal{M}_{boost}|^2 \quad (3.23)$$

Die Summe über alle Polarisation ist nötig, da sich die Polarisation eines massiven Teilchen durch einen Lorentzboost ändern kann.

VBFNLO wurde für diesen Test so modifiziert, dass für jeden Phasenraumpunkt zunächst die Polarisationssumme der Amplitude $\sum_{Pol} |\mathcal{M}|^2$ berechnet wird, anstatt der Amplitude $|\mathcal{M}|^2$ für eine zufällig gewählte Kombination der Polarisationen. Anschließend werden die Impulse des Phasenraumpunkts um einen γ -Faktor von ca. 3.8 in z-Richtung geboostet und mit ihnen $\sum_{Pol} |\mathcal{M}_{boost}|^2$ berechnet. Aufgrund der endlichen numerischen Genauigkeit von VBFNLO wurde anstatt der Gleichung (3.23)

$$\delta = \left| \frac{\sum_{Pol} |\mathcal{M}|^2}{\sum_{Pol} |\mathcal{M}_{boost}|^2} - 1 \right| \leq \epsilon \quad (3.24)$$

gefordert. Für die relative Abweichung δ der beiden Amplituden wurde damit verlangt, dass sie kleiner als $\epsilon = 10^{-6}$ ist. Zunächst wurde dieser Test für das Standardmodell bei allen Prozessen durchgeführt. Diese Bedingung wurde, je nach Prozess, für maximal 2% der Phasenraumpunkte verletzt und die relative Abweichung δ erreichte höchstens 10^{-5} . Danach wurden die Beiträge von jedem Operator zu allen Prozessen getestet. Für die Kopplungen wurde dabei $f_i/\Lambda^2 = 10 \text{ TeV}^{-2}$ bei den Dimension-6-Operatoren und $f_i/\Lambda^4 = 50 \text{ TeV}^{-4}$ bei den Dimension-8-Operatoren verwendet. Je nach Operator und Prozess wurde die Grenze ϵ bei bis zu 10% der Phasenraumpunkte überschritten und δ betrug nie mehr als 10^{-3} . Diese Werte lagen jedoch für fast alle Operatoren und Prozesse im Bereich des Standardmodells. Große Abweichungen wurden nur für sehr wenige Operatoren und Prozesse beobachtet, welche nochmals gesondert auf Fehler untersucht wurden. Die meisten dieser Operatoren und Prozesse wurden auch schon durch die vorigen Tests auf Fehler untersucht. Außerdem wurden Vergleichstests ausgeführt, bei denen Fehler an verschiedenen Stellen in den Feynman-Regeln eingebaut wurden. Bei diesen Fehlertests verletzten 99 – 100% der Phasenraumpunkte die Gleichung (3.24). Die vereinzelt auftretenden großen Abweichungen δ und die teilweise hohen Anteile an fehlerhaften Punkten kommen also von numerisch instabilen Kombinationen von Operatoren und Prozessen und nicht von Fehlern im Programmcode.

Die anomalen Kopplungen verletzen, wie jede effektive Feldtheorie (siehe Kapitel 2.2), ab einer bestimmten Schwerpunktsenergie die Unitarität der S -Matrix. Dieses Verhalten, die Möglichkeit dies mittels Formfaktoren zu verhindern sowie die Umsetzung in VBFNLO werden im Folgenden erläutert.

4.1. Unitaritätsverletzung

Die Unitaritätsverletzung durch effektive Feldtheorien lässt sich ebenso wie der Formalismus der effektiven Feldtheorien selbst (Kapitel 2.2) mit Hilfe der Vier-Fermion-Wechselwirkung aus Kapitel 2.2.1 erklären. Diese Theorie beschreibt die Physik nur für Energien weit unterhalb der W -Masse ($q^2 \ll m_W^2$) korrekt. Geht die Energie gegen die W -Masse, müssen weitere Terme in der Entwicklung des W -Propagators (Gl. (2.28)) berücksichtigt werden, da die Annahme $\frac{q^2}{m_W^2} \ll 1$ nicht mehr zutreffend ist. Vernachlässigt man nun jedoch die höheren Terme dieser Entwicklung auch bei Energien nahe der W -Masse, führt dies zu einer falschen Beschreibung der Physik und zur Verletzung der Unitarität, da die Amplitude bei hohen Energien weiter mit der Schwerpunktsenergie $s = q^2$ ansteigt.

Diese Überlegungen lassen sich auf die anomalen Kopplungen übertragen. Ab einer bestimmten Schwerpunktsenergie lassen sich die Operatoren mit höheren Dimensionen nicht mehr vernachlässigen, da die experimentell zugängliche Energie E im Bereich der Skala Λ der neuen Physik liegt und $(\frac{E}{\Lambda}) \approx 1$ erreicht wird.

An Hadron-Beschleunigern wie dem LHC variieren die Schwerpunktsenergien in den Eichboson-Vertizes über einen großen Bereich, da die Partonen verschiedene Impulsbruchteile der Protonen tragen können und die partonischen Subprozesse daher stark unterschiedliche Schwerpunktsenergien $\sqrt{\hat{s}}$ besitzen. Bei einer Schwerpunktsenergie des Proton-Proton-Systems von $\sqrt{s} = 8$ TeV, welche 2012 am LHC erreicht wurde, können die Schwerpunktsenergien der Eichboson-Vertizes mehrere TeV betragen, sodass die Annahme $(\frac{E}{\Lambda}) \ll 1$ bereits an Gültigkeit verlieren kann.

In Abbildung 4.1 ist für die Produktion von einem W^+W^- -Paar in der Vektorbosonfusion (ProcID 200) der differentielle LO-Wirkungsquerschnitt gegen die invariante Masse des WW -Systems aufgetragen. Neben dem Ergebnis für das SM sind die differentiellen Wirkungsquer-

schnitte für zwei Dimension-8-Operatoren $\mathcal{L}_{T,1}$ und $\mathcal{L}_{M,0}$ sowie den Dimension-6-Operator \mathcal{O}_{WWW} mit verschiedenen Kopplungsstärken aufgetragen. Die verwendeten Parameter und Phasenraumschnitte sind in Anhang B aufgelistet.

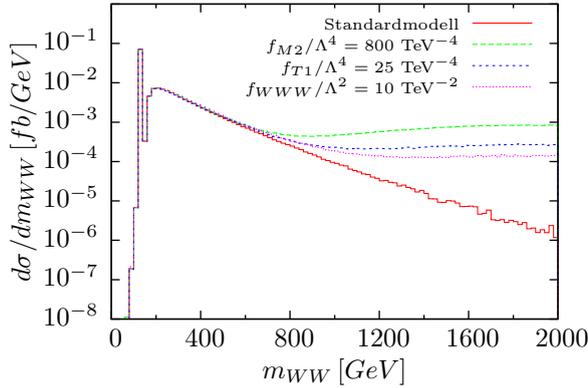


Abbildung 4.1:

Differentialer LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in der Vektorbosonfusion aufgetragen gegen die invariante Masse des WW -Systems m_{WW} . Es wurden die Parameter und Phasenraumschnitte aus Anhang B und eine logarithmische Skala verwendet.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Parton einen großen Anteil x des Protonimpulses besitzt, ist sehr gering (siehe Abb. 4.2). Aufgrund der Parton-Dichteverteilungen wird ein monotonies Abfallen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für große Schwerpunktsenergien $\sqrt{\hat{s}}$ beziehungsweise große invariante Massen m_{WW} erwartet.

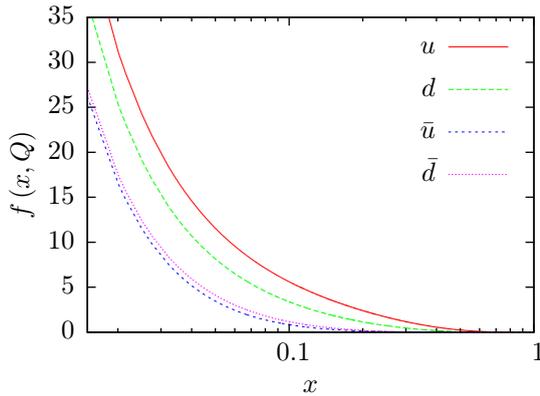


Abbildung 4.2: Parton-Dichteverteilungen CTEQ6L1 für $Q = m_W$. Für die x -Achse wurde eine logarithmische Skala verwendet.

Die Verteilungen mit anomalen Kopplungen steigen jedoch zwischen $m_{WW} = 1$ und 2 TeV an. Dies ist ein Anzeichen dafür, dass die Unitarität in diesem Bereich bereits verletzt wird. Vernachlässigt man diese Beobachtung und setzt mit diesen unphysikalischen und zu großen Wirkungsquerschnitten Grenzen an die Kopplungsparameter, so wird die Sensitivität auf anomale Kopplungen überschätzt.

Am LHC werden also Schwerpunktsenergien erreicht, bei denen es nicht mehr gerechtfertigt ist, nur Operatoren mit niedrigen Energiedimensionen zur Beschreibung der anomalen Kopplungen zu berücksichtigen. Die Verwendung der anomalen Kopplungen kann demnach, ohne Modifikationen zur Erhaltung der Unitarität, keine zuverlässigen Schranken an neue physikalische Modelle liefern.

4.2. Formfaktoren

Die Erhaltung der Unitarität bis zu großen Schwerpunktsenergien \sqrt{s} des bosonischen Systems, wie sie am LHC vorkommen, kann für die anomalen Kopplungen mittels Formfaktoren gewährleistet werden. Multipliziert man die Kopplungskonstanten f_i der Operatoren mit einem Formfaktor $\mathcal{F}(s)$, der die Kopplung für große Energien unterdrückt, kann das Anwachsen der Amplitude verhindert werden:

$$f_i \rightarrow \mathcal{F}(s) \cdot f_i \quad (4.1)$$

Die einfachste Wahl für den Formfaktor ist eine Heaviside-Funktion

$$\mathcal{F}(s) = \Theta(\Lambda_{FF}^2 - s) . \quad (4.2)$$

Λ_{FF} ist dabei die Energieskala, oberhalb der man die Verletzung der Unitarität erwartet und hängt in unbekannter Weise von der Skala der neuen Physik Λ ab. Der genaue Zusammenhang wird von der Art der neuen Physik bestimmt. Im Fall der Vier-Fermion-Wechselwirkung (siehe Kapitel 2.2.1) gilt $\Lambda_{FF} \approx \frac{\Lambda}{2g\sqrt{\pi}}$ mit $\Lambda = m_W$. Die Anwendung der anomalen Kopplungen wird mit diesem Formfaktor lediglich auf den Energiebereich, für den die Annahme $\frac{E}{\Lambda} \ll 1$ gültig ist, beschränkt.

Statt die anomalen Kopplungen auf Energien, für die $\frac{E}{\Lambda} \ll 1$ gilt, zu beschränken, bietet sich die Möglichkeit, ihre Gültigkeit bis zu höheren Energien zu erweitern. Ein Formfaktor der Form

$$\mathcal{F}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\Lambda_{FF}^2}\right)^n} \quad (4.3)$$

dämpft die anomalen Kopplungen für zunehmende Schwerpunktsenergien \sqrt{s} immer stärker ab (Abb. 4.3). Λ_{FF} ist auch hier die Skala, oberhalb der die Unitarität verletzt wird. Der Exponent n ist zunächst frei wählbar.

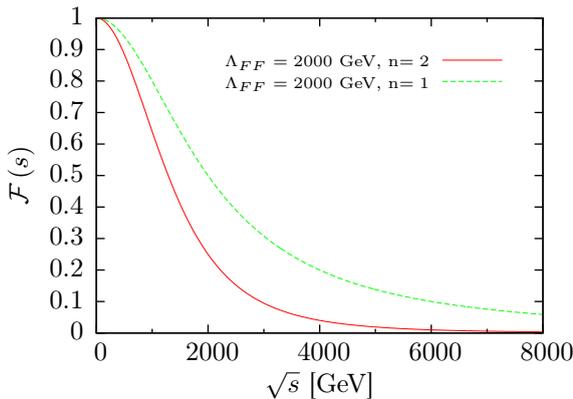


Abbildung 4.3:

Verlauf des Formfaktors aus Gl. (4.3) für $\Lambda_{FF} = 2000$ GeV und $n = 2$ beziehungsweise $n = 1$.

Der Formfaktor aus Gleichung (4.3) dämpft die anomalen Kopplungen bereits unterhalb von Λ_{FF} erheblich ab. Abhängig vom Exponenten n fällt diese Dämpfung unterschiedlich stark aus. Für $n = 2$ werden die anomalen Kopplungen bei der Skala Λ_{FF} bereits um einen Faktor von 4 unterdrückt.

Diese Wahl für die Formfaktoren (Gl. (4.3)) kann als teilweise Berücksichtigung der Operatoren mit größeren Energiedimensionen verstanden werden. Die Terme der höheren Operatoren, die zu den Drei- und Vier-Eichboson-Kopplungen beitragen, enthalten zusätzliche Ableitun-

gen in Form des d'Alembert-Operators¹ \square und ihre Feynman-Regeln damit weitere Impulsquadrate q^2 . Die Einflüsse dieser Operatoren können daher durch Hinzufügen weiterer Terme mit mehr Impulsen berücksichtigt werden. Die Entwicklung des Formfaktors aus Gleichung (4.3) in $\frac{s}{\Lambda_{FF}^2}$ zeigt, dass der Formfaktor genau dies macht:

$$\mathcal{F}(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\Lambda_{FF}^2}\right)^n} = 1 + a_1 \frac{s}{\Lambda_{FF}^2} + a_2 \left(\frac{s}{\Lambda_{FF}^2}\right)^2 + \mathcal{O}\left[\left(\frac{s}{\Lambda_{FF}^2}\right)^3\right] \quad (4.4)$$

Die Koeffizienten a_i sind hier Funktionen des Exponenten n .

Mittels geeigneter Formfaktoren können die anomalen Kopplungen für große Schwerpunktsenergien unterdrückt und somit die Verletzung der Unitarität verhindert werden. Zu beachten ist jedoch, dass alle Grenzen, die durch Experimente am LHC gewonnen werden, von der Art des Formfaktors und dessen Parametern Λ_{FF} und n abhängen. Damit stellt sich auch die Frage, welche Werte für diese Parameter verwendet werden sollen. Der Exponent n muss so gewählt werden, dass die anomalen Kopplungen ausreichend stark unterdrückt werden und das Ansteigen der Amplitude bis zur Unitaritätsverletzung verhindert wird. Der Bereich in dem die Unitarität verletzt wird und damit Λ_{FF} hängen von den Operatoren und deren Kopplungsstärken² $\frac{f_i}{\Lambda^{d-4}}$ ab. Zur Bestimmung dieser Parameter wird im nächsten Abschnitt die Zerlegung des Matrixelements in Partialwellen und die Streuung von on-shell Vektorbosonen $VV \rightarrow VV$ verwendet.

4.3. Bestimmung der Unitaritätsgrenzen und Formfaktoren

Zur Untersuchung der Unitarität der S -Matrix wird die Zerlegung des Matrixelements \mathcal{M} in Partialwellen verwendet [31]. Der Zusammenhang von S und \mathcal{M} ist über

$$S = \mathbb{1} + iT \quad (4.5)$$

$$\text{und} \quad \langle out | iT | in \rangle = (2\pi)^4 \delta^4(p_{in} - p_{out}) i\mathcal{M}(in \rightarrow out) \quad (4.6)$$

gegeben [9]. Mit der Zerlegung der T -Matrix für einen Prozess $a + b \rightarrow c + d$ von Teilchen mit Spin in Partialwellen $a_{\lambda\mu}^j$ [31] und der Vollständigkeitsrelation der $d_{\lambda\mu}^j$ -Funktionen

$$\langle \theta\phi\lambda_3\lambda_4 | T | 00\lambda_1\lambda_2 \rangle = 16\pi \sum_j (2j+1) a_{\lambda\mu}^j d_{\lambda\mu}^j(\theta), \quad (4.7)$$

$$\int d\cos(\theta) d_{\lambda\mu}^j d_{\lambda\mu}^{j'*} = \frac{2}{2j+1} \delta^{jj'} \quad (4.8)$$

erhält man für die Partialwellen

$$a_{\lambda\mu}^j = \frac{1}{32\pi} \int d\cos(\theta) \mathcal{M} d_{\lambda\mu}^j(\theta). \quad (4.9)$$

Die Zustände der ein- und auslaufenden Teilchen werden durch ihre Winkel θ und ϕ und ihre Polarisierungen λ_i bestimmt. Die Partialwellen und die d -Funktionen hängen vom Drehimpuls

¹Die Operatoren bestehen aus der kovarianten Ableitung, den Eichfeldern und dem Higgs-Feld (siehe Kapitel 2.3). Die höheren Operatoren enthalten demnach zusätzliche Felder, was zu Vertizes mit mehr Teilchen führt, oder weitere Ableitungen. Die Operatoren müssen weiterhin lorentzinvariant sein und die Ableitungen treten daher in Form des d'Alembert-Operators $\square = \partial_\mu \partial^\mu$ auf.

² Λ_{FF} ist abhängig von der Skala der neuen Physik Λ und damit von der Kopplungsstärke $\frac{f_i}{\Lambda^{d-4}}$.

j sowie der Differenz der Polarisierungen der ein- beziehungsweise auslaufenden Teilchen ab ($\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$, $\mu = \lambda_3 - \lambda_4$).

Die Unitaritätsbedingung der S -Matrix

$$S^\dagger S = \mathbf{1} \quad (4.10)$$

lässt sich nach der Partialwellenzerlegung durch die Forderung

$$\left| \Re \left(a_{\lambda\mu}^j \right) \right| \leq 0.5 \quad (4.11)$$

sicherstellen. \Re bezeichnet dabei den Realteil.

Die Unitaritätsgrenzen für die anomalen Kopplungen werden mit einem Programm für die on-shell Vektorboson-Streuung $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ von Christoph Englert [32] bestimmt. Die Vektorboson-Streuung eignet sich aus verschiedenen Gründen zur Untersuchung der Unitaritätsgrenzen und so zur Bestimmung geeigneter Formfaktoren:

1. Die einfache Struktur der Matrixelemente dieser Prozesse bietet die Möglichkeit zur Berechnung der Partialwellen.
2. Die Unitaritätsverletzung ist deutlich zu erkennen, da der differentielle Wirkungsquerschnitt bei hohen Schwerpunktsenergien nicht durch PDFs unterdrückt wird und daher signifikant ansteigt.
3. In diesen Prozessen sind ausschließlich Vertizes vorhanden, welche von den anomalen Kopplungen modifiziert werden. Daher sind sie besonders sensitiv auf die anomalen Kopplungen. Die aus ihnen gewonnenen Unitaritätsgrenzen und Formfaktoren gewährleisten damit eine zuverlässige Unitaritätserhaltung für die Prozesse am LHC.
4. Mit den Prozessen $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$, $WZ \rightarrow WZ$ und $ZZ \rightarrow ZZ$ lassen sich die minimalen Formfaktoren für alle Operatoren der effektiven Lagrangedichte (2.39) bestimmen.

Das Programm für die W^+W^- -Streuung verwendet, wie die leptonischen Tensoren in VBFNLO, einen mit MADGRAPH [28] generierten Code. Die Implementierung der anomalen Kopplungen konnte demzufolge analog zu der in VBFNLO, durch Ersetzung der entsprechenden HELAS-Routinen, durchgeführt werden. Das Programm berechnet nun nicht nur das Betragsquadrat des Matrixelements und den Wirkungsquerschnitt, sondern auch das Matrixelement für eine bestimmte Polarisations-Kombination der Vektorbosonen.

Die anomalen Kopplungen liefern im Allgemeinen den größten Beitrag zur nullten Partialwelle, weshalb zur Vereinfachung nur diese betrachtet wird. Für $j = 0$ gilt $\lambda = \mu = 0$ und die d -Funktion ist durch das nullte Legendre-Polynom gegeben:

$$d_{00}^0(\theta) = P^0(\cos\theta) = 1 \quad (4.12)$$

Die nullte Partialwelle a_{00}^0 wird dann aus der Gleichung (4.9) berechnet, wobei die θ -Integration mit der Subroutine **qromb** [33] durchgeführt wird. Das Verhalten des Wirkungsquerschnitts sowie das der nullten Partialwelle für verschiedene Schwerpunktsenergien und somit die Unitaritätsverletzung durch die anomalen Kopplungen können hiermit untersucht werden. Dafür wurde eine von B. Feigl [8] bereits modifizierte Version des Programms, welche schon um den Prozess $WZ \rightarrow WZ$ erweitert wurde, verwendet und durch die Implementierung der neuen HELAS-Routinen und des Prozesses $ZZ \rightarrow ZZ$ vervollständigt.

Das SM und die Operatoren liefern für verschiedene Polarisierungen der Vektorbosonen unterschiedliche Beiträge zur nullten Partialwelle. In Abbildung 4.4 ist die nullte Partialwelle der WW -Streuung für verschiedene Polarisierungen der W -Bosonen für das SM sowie die Operatoren $\mathcal{L}_{S,0}$ und $\mathcal{L}_{T,0}$ mit $f_i/\Lambda^4 = 100 \text{ TeV}^{-4}$ gegen die Schwerpunktsenergie aufgetragen. Die Polarisierungen $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ werden dabei, wie in den HELAS-Routinen, mit 0 für die longitudinale und ± 1 für die beiden transversalen Polarisierungen angegeben. Es ist zu erkennen, dass die verschiedenen Operatoren zu unterschiedlichen Kombinationen der Polarisierung beitragen und nicht jede Kombination die Unitarität verletzt. Im Weiteren wird daher für jeden Operator nur die Kombination betrachtet, die den größten Beitrag zur nullten Partialwelle liefert und so die stärkste Unterdrückung durch den Formfaktor benötigt.

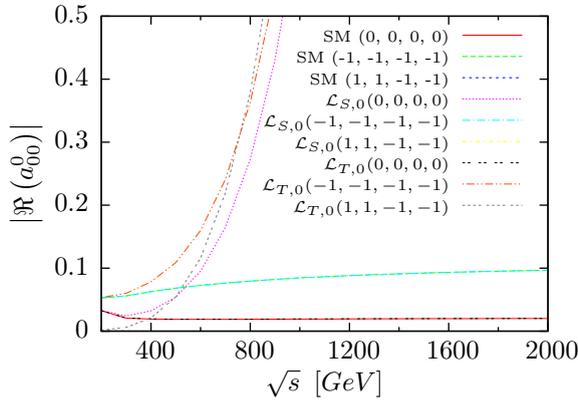
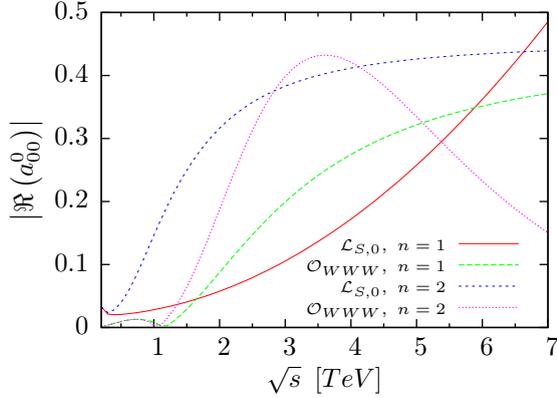


Abbildung 4.4:

Beiträge verschiedener Polarisierungen zur nullten Partialwelle der WW -Streuung für das Standardmodell sowie die Operatoren $\mathcal{L}_{S,0}$ und $\mathcal{L}_{T,0}$ mit $f_i/\Lambda^4 = 100 \text{ TeV}^{-4}$.

Für den Formfaktor müssen die beiden Parameter n und Λ_{FF} bestimmt werden. Zunächst wurde untersucht, welcher Exponent n für die Operatoren der Dimension 6 beziehungsweise 8 eine geeignete Unterdrückung der anomalen Kopplungen liefert. Die Exponenten sollten möglichst klein gewählt werden, damit sie die anomalen Kopplungen nicht zu sehr unterdrücken, aber auch ausreichend groß, sodass die Unitarität auch für hohe Energien erhalten bleibt. Dabei gibt es zwei Möglichkeiten, wie das Verhalten der Partialwellen mit Formfaktor aussehen soll. Die Erste ist, dass die Beiträge der anomalen Kopplungen für hohe Energien verschwinden und nur noch das SM zur Partialwelle beiträgt. Die Zweite ist, dass der Formfaktor die Partialwelle gegen einen Wert ≤ 0.5 konvergieren lässt. Die Zweite Variante entspricht der minimalen Unterdrückung zur Erhaltung der Unitarität und wird daher zur Bestimmung der Exponenten verwendet. In Abbildung 4.5 wird der Einfluss verschiedener Exponenten auf die Partialwellen der Operatoren der Dimension 6 und 8 dargestellt. Die Werte für Λ_{FF} wurden hier so gewählt, dass $\left| \Re \left(a_{\lambda\mu}^j \right) \right| \leq 0.5$ für $\sqrt{s} \leq 7000 \text{ GeV}$ gilt.

**Abbildung 4.5:**

Nullte Partialwelle der WW -Streuung für den Dimension-8-Operator $\mathcal{L}_{S,0}$ und den Dimension-6-Operator \mathcal{O}_{WWW} für verschiedene Exponenten n des Formfaktors. Die Kopplungen der Operatoren sind $f_{S0}/\Lambda^4 = 100 \text{ TeV}^{-4}$ und $f_{WWW}/\Lambda^2 = 10 \text{ TeV}^{-2}$. Die Skala Λ_{FF} für $n = 1$ (2) ist 120 (900) GeV für $\mathcal{L}_{S,0}$ und 1800 (3600) GeV für \mathcal{O}_{WWW} .

Aus Abbildung 4.5 ist ersichtlich, dass die Exponenten $n = 1$ für die Dimension-6-Operatoren und $n = 2$ für die Operatoren der Dimension 8 geeignet sind. Für $n = 1$ zeigt die Partialwelle von \mathcal{O}_{WWW} das gewünschte Verhalten und konvergiert gegen einen Wert kleiner gleich 0.5, während sie für $\mathcal{L}_{S,0}$ nicht ausreichend unterdrückt wird und weiterhin monoton steigt. Der Exponent $n = 2$ liefert hingegen die richtige Dämpfung für den Dimension-8-Operator und den unerwünschten Verlauf für den Dimension-6-Operator. Dieses Ergebnis lässt sich zusätzlich durch Betrachtung der Operatoren und deren Feynman-Regeln nachvollziehen. Die Operatoren der Dimension 6 liefern Feynman-Regeln proportional zu f_i/Λ^2 , die mit maximal $s = q^2$ ansteigen [7]. Aufgrund der höheren Dimension und den damit verbundenen zusätzlichen Ableitungen beziehungsweise Impulsen steigen die Feynman-Regeln der Dimension-8-Operatoren mit maximal $s^2 = q^4$ an. Der Formfaktor muss demnach mit $\frac{1}{s}$ bei den Dimension-6-Operatoren und $\frac{1}{s^2}$ bei den Dimension-8-Operatoren abfallen, um die Partialwellen gegen einen konstanten Wert konvergieren zu lassen.

Nach der Bestimmung der geeigneten Exponenten wurde die Skala Λ_{FF} für alle Operatoren mit jeweils verschiedenen Kopplungsstärken f_i/Λ^{d-4} bestimmt. Dabei wurde gefordert, dass der Realteil der nullten Partialwelle für die Polarisierungen der Vektorbosonen, die den maximalen Beitrag liefert, gegen den Wert 0.5 konvergiert. Dies wurde bis zu einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV überprüft. In Abbildung 4.6 sind die Partialwellen und Wirkungsquerschnitte der WW -Streuung beispielhaft für einige Operatoren abgebildet. Die Kopplungsstärken sind $f_i/\Lambda^2 = 4 \text{ TeV}^{-2}$ bei den Dimension-6-Operatoren und $f_i/\Lambda^4 = 100 \text{ TeV}^{-4}$ bei den Operatoren der Dimension 8. Bei den Diagrammen (a) und (b) wurde kein Formfaktor verwendet, die Verletzung der Unitarität ist deutlich erkennbar. Für die unteren Diagramme (c) und (d) wurde der jeweils angepasste Formfaktor eingeschaltet und die Unitaritätsverletzung somit verhindert.

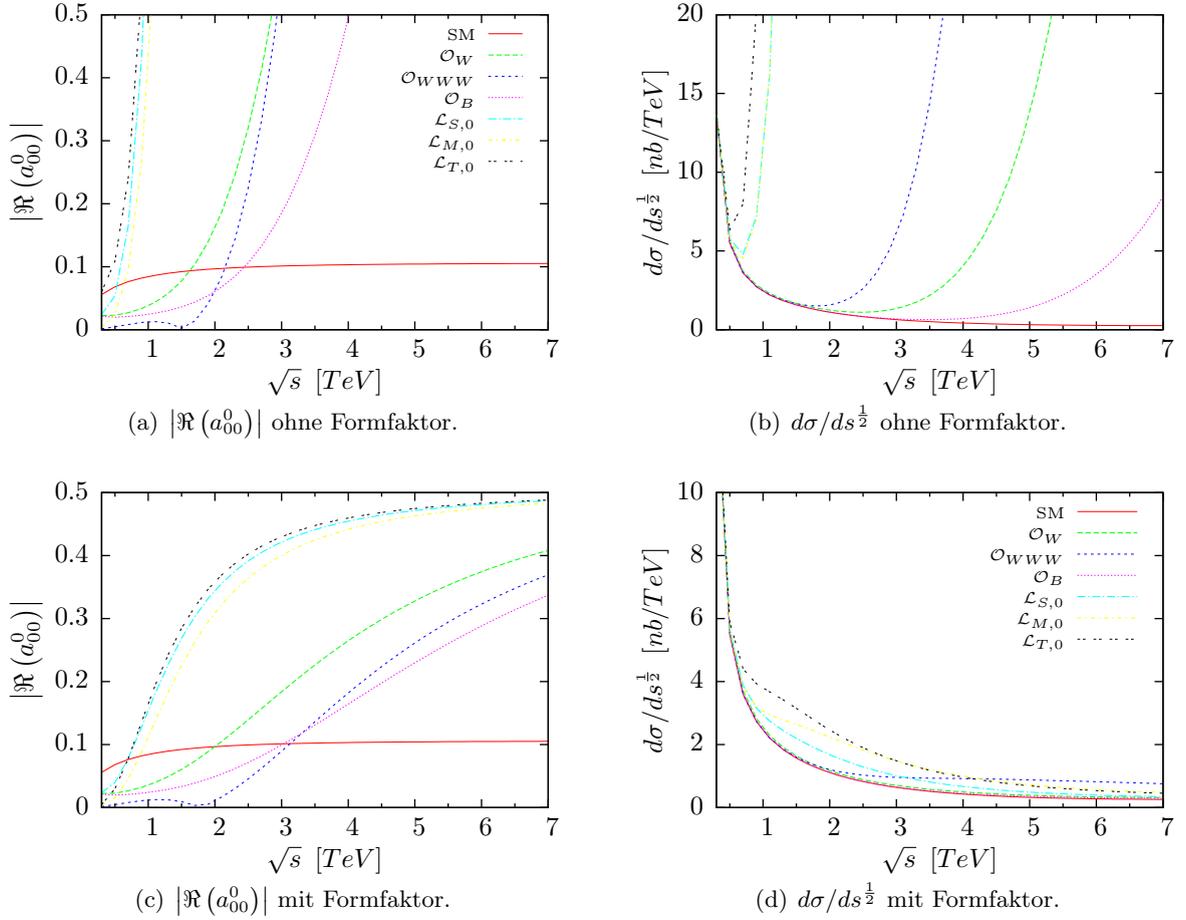


Abbildung 4.6: Nullte Partialwelle und Wirkungsquerschnitt der WW -Streuung für verschiedene Operatoren. Die Kopplungsstärken sind $f_i/\Lambda^2 = 4 \text{ TeV}^{-2}$ bei den Dimension-6-Operatoren und $f_i/\Lambda^4 = 100 \text{ TeV}^{-4}$ bei den Dimension-8-Operatoren. **(a) und (b):** Partialwelle und Wirkungsquerschnitt ohne Formfaktor. **(c) und (d):** Partialwelle und Wirkungsquerschnitt mit angepassten Formfaktoren.

Die Werte für weitere Kopplungsstärken und die restlichen Operatoren wurden analog bestimmt. Dazu mussten auch die WZ - und ZZ -Streuung betrachtet werden, da nicht alle Operatoren zur WW -Streuung beitragen. Bei Operatoren, die zu mehreren dieser Prozesse beitragen, wurde zur Bestimmung des Formfaktors der Prozess verwendet, der die stärksten Einschränkungen liefert. Bei manchen Dimension-6-Operatoren und Kopplungsstärken konnte jedoch keine Verletzung der Unitarität beobachtet werden. Für die Vergleichbarkeit späterer Untersuchungen sollte dennoch ein Formfaktor verwendet werden, daher wurde in diesen Fällen $\Lambda_{FF} = 14 \text{ TeV}$ angenommen. Die Werte von Λ_{FF} für alle Operatoren und verschiedenen Kopplungsstärken sind im Anhang C aufgelistet.

4.4. Verwendung der Formfaktoren in VBFNLO

Die Verwendung eines Formfaktors für die anomalen Kopplungen kann in VBFNLO über die Datei **anomV.dat** gesteuert werden. Der Formfaktor lässt sich über **FORMFAC** aktivieren. Der Exponent n und die Skala Λ_{FF} werden durch **FFMASSSCALE** beziehungsweise **FFEXP** festgelegt.

Der Formfaktor wird dann in der Routine **anomal_formfactor** für jeden Phasenraumpunkt berechnet und vor der Berechnung der leptonischen Tensoren an die Kopplungskonstanten f_i/Λ^{d-4} multipliziert. Bei den Prozessen an Hadronen-Beschleunigern ist die Schwerpunktsenergie in den Eichboson-Vertizes jedoch nicht, anders als bei der on-shell VV -Streuung, gleich der Schwerpunktsenergie der einlaufenden Teilchen. Daher muss für die Energie \sqrt{s} des Formfaktors $\mathcal{F}(s)$ eine andere Skala gewählt werden.

Diese Skala sollte möglichst den Energien in den Eichboson-Vertizes entsprechen. Eine geeignete Wahl wäre demnach die Schwerpunktsenergie der leptonischen Tensoren, die bei den resonanten Graphen den Energien in den Eichboson-Vertizes entspricht und sich in VBFNLO aus den Impulsen der Leptonen im Endzustand berechnen lässt. Als Beispiel sind in Abbildung 4.7 zwei resonante Graphen aus dem leptonischen Tensor $L_{WZ \rightarrow WZ}^{\mu\nu}$ der WZ -Produktion in der Vektorbosonfusion gegeben.

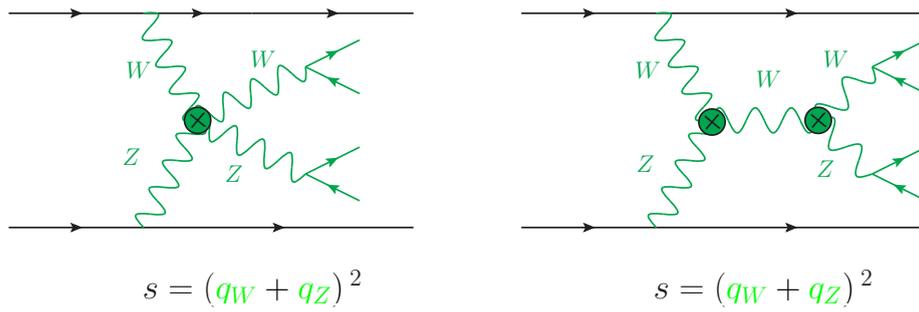


Abbildung 4.7: Feynman-Graphen des leptonischen Tensors $L_{WZ \rightarrow WZ}^{\mu\nu}$, bei denen die Schwerpunktsenergie des leptonischen Tensors den Energien in den Eichboson-Vertizes entspricht.

Zu jedem Prozess tragen jedoch mehrere leptonische Tensoren mit unterschiedlichen Schwerpunktsenergien bei. Dies stellt für die Dimension-8-Operatoren kein Problem dar, da diese ausschließlich zu Vier-Eichboson-Vertizes beitragen. Die Vier-Eichboson-Vertizes kommen nur in den leptonischen Tensoren $L_{VV \rightarrow VV}^{\mu\nu}$ bei den VBF-Prozessen und $L_{V \rightarrow VVV}^{\mu}$ bei den Triboson-Prozessen vor. Diese leptonischen Tensoren besitzen für einen Phasenraumpunkt alle die gleiche Schwerpunktsenergie. Operatoren der Dimension 6 tragen allerdings auch zu Drei-Eichboson-Vertizes und daher zu leptonischen Tensoren mit verschiedenen Schwerpunktsenergien bei (Abb. 4.8).

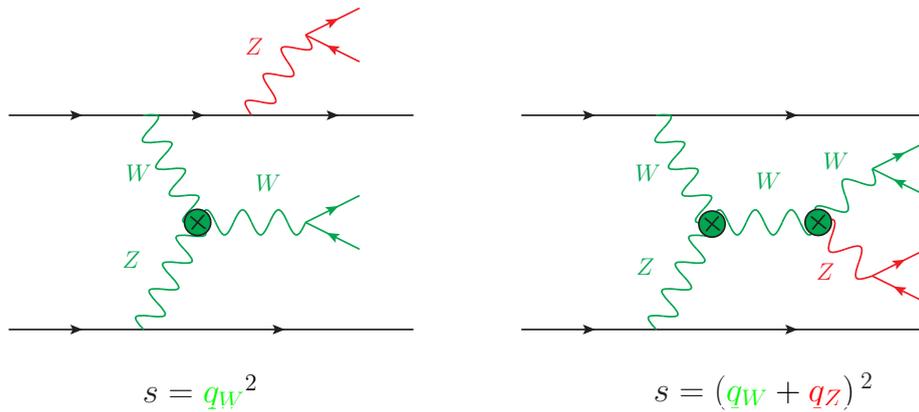


Abbildung 4.8: Feynman-Graphen mit Drei-Eichboson-Vertizes, die zu zwei unterschiedlichen leptonischen Tensoren mit verschiedenen Schwerpunktsenergien s beitragen.

Eine unterschiedliche Wahl von s für die beiden leptonischen Tensoren würde zu einem anderen Wert des Formfaktors und damit zu ungleichen Kopplungsstärken $\mathcal{F} \frac{f_i}{\Lambda^2}$ in den Eichboson-Vertizes führen. Da die beiden Feynman-Diagramme aus Abbildung 4.8 zu einer eichinvarianten Teilmenge [34] gehören, führen unterschiedliche Kopplungsstärken zu einer Verletzung der Eichinvarianz. Die Definition von s muss demnach einheitlich sein. In VBFNLO wurde daher die Schwerpunktsenergie der leptonischen Tensoren, welche die Vier-Eichboson-Vertizes enthalten, gewählt.

In diesem Kapitel werden die Effekte der anomalen Kopplungen untersucht. Dies geschieht mit Hilfe des Programms VBFNLO, welches wie in Kapitel 3 beschrieben erweitert wurde.

5.1. Prozess- und Parameterauswahl

Es soll gezeigt werden, welche Auswirkungen der anomalen Kopplungen am LHC beobachtet werden könnten und welche Schranken man aus den LHC-Daten an die anomalen Kopplungen setzen kann. Zum Zeitpunkt dieser Analyse sind die aktuellsten Daten des LHC aus dem Lauf von 2012 bei einer Schwerpunktsenergie des Proton-Proton-Systems von

$$\sqrt{s} = 8 \text{ TeV} . \quad (5.1)$$

Aus diesem Grund werden die folgenden Berechnungen bei dieser Schwerpunktsenergie ausgeführt. Es werden die Parton-Dichteverteilungen (PDFs) CTEQ6L1 [35] für die LO-Berechnungen und CT10 [36] für die NLO-Berechnungen verwendet. Die Renormierungs- sowie die Faktorisierungsskala werden bei den Vektorbosonfusion-Prozessen auf den Impulsübertrag der ausgetauschten Eichbosonen und für die Triboson-Prozesse auf die invariante Masse des VVV-Systems gesetzt. Aufgrund der Ergebnisse zur Suche nach dem Standardmodell Higgs-Boson am LHC [1, 2] wird in den folgenden Untersuchungen eine Masse des Higgs-Bosons von

$$m_H = 126 \text{ GeV} \quad (5.2)$$

angenommen.

Es werden verschiedene Phasenraumschnitte benutzt, um die Detektierbarkeit der Endzustandsteilchen zu gewährleisten. Für die Jets wird ein minimaler Transversalimpuls

$$p_{Tj} \geq 20 \text{ GeV} \quad (5.3)$$

und eine maximale Rapidität

$$|y_j| \leq 4.5 \quad (5.4)$$

gefordert. Außerdem werden nur Endzustands-Leptonen mit einer maximalen Pseudorapidität

$$|\eta_\ell| \leq 2.5 \quad (5.5)$$

und einem minimalen Transversalimpuls

$$p_{T\ell} \geq 20 \text{ GeV} \quad (5.6)$$

zugelassen. Um Singularitäten durch den Zerfall eines virtuellen Photons in zwei Leptonen ($\gamma^* \rightarrow \ell^+\ell^-$) zu vermeiden, wird ein weiterer Phasenraumschnitt auf die invariante Masse zweier unterschiedlich geladener Leptonen im Endzustand von

$$m_{\ell\ell} \geq 15 \text{ GeV} \quad (5.7)$$

angewandt. Bei den Vektorbosonfusion-Prozessen werden zusätzliche Phasenraumschnitte genutzt. Durch die Forderung einer großen Differenz der Pseudorapiditäten der „tagging jets“¹

$$\Delta\eta_{jj} \geq 4 \quad (5.8)$$

wird der QCD-Untergrund zu den VBF-Prozessen signifikant reduziert. Darüber hinaus wird gefordert, dass die beiden „tagging jets“ in gegenüberliegenden Detektorhemisphären liegen

$$y_{j1} \times y_{j2} < 0 \quad (5.9)$$

und eine invariante Masse

$$m_{jj} \geq 600 \text{ GeV} \quad (5.10)$$

besitzen. Eine Übersicht der Parameter und Phasenraumschnitte befindet sich im Anhang B.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit sind die anomalen Eichboson-Kopplungen für mehrere Prozesse implementiert beziehungsweise deren Implementierung in VBFNLO erweitert worden. In Tabelle 5.1 können all diese Prozesse sowie deren LO- und NLO-Wirkungsquerschnitte im Standardmodell eingesehen werden. In den Berechnungen wurden die oben beschriebenen Parameter und Phasenraumschnitte verwendet und für den leptonischen Zerfall der Vektorbosonen wurde über alle möglichen Zerfälle in die ersten beiden Generationen summiert.

Die Prozesse aus Tabelle 5.1 eignen sich am besten, um die anomalen Vier-Eichboson-Kopplungen der Dimension-8-Operatoren zu untersuchen. In allen anderen Prozessen, in denen Vier-Eichboson-Kopplungen vorkommen, sind mehr Endzustandsteilchen vorhanden. Daher sind diese Prozesse weitaus schwerer zu berechnen und besitzen geringere Wirkungsquerschnitte. Die trilinearen Eichboson-Kopplungen, welche durch Dimension-6-Operatoren modifiziert werden, kommen bereits in den Diboson-Prozessen vor und lassen sich besser anhand dieser analysieren. Hierzu existieren bereits die ersten Ergebnisse von ATLAS (z.B. [37, 38]) und CMS (z.B. [39, 40]). Dementsprechend werden in dieser Analyse vorrangig die Dimension-8-Operatoren untersucht.

Der geeignetste Prozess ist die Produktion von einem W^+W^- -Paar in Vektorbosonfusion mit leptonischem Zerfall der Eichbosonen

$$pp \rightarrow W^+W^- jj \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} jj. \quad (5.11)$$

Dieser Prozess besitzt einen großen Wirkungsquerschnitt und infolge der charakteristischen Phasenraumverteilungen der Teilchen im Endzustand bei VBF-Prozessen einen gut kontrollierbaren Untergrund. Des Weiteren ist dies der einzige Prozess, in dem alle Vier-Eichboson-Kopplungen des Standardmodells vorkommen. Im nächsten Abschnitt werden daher die Auswirkungen der anomalen Kopplungen auf diesen Prozess untersucht.

¹Die beiden Jets mit den größten Transversalimpulsen.

Prozess	σ_{LO} [ab]	σ_{NLO} [ab]
$pp \rightarrow W^+W^- jj \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} jj$	3037.624 ± 1.753	3163.415 ± 4.899
$pp \rightarrow ZZ jj \rightarrow \ell_1^+ \ell_1^- \ell_2^+ \ell_2^- jj$	19.736 ± 0.022	20.980 ± 0.072
$pp \rightarrow ZZ jj \rightarrow \ell_1^+ \ell_1^- \nu_{\ell_2} \bar{\nu}_{\ell_2} jj$	183.900 ± 0.127	192.447 ± 0.778
$pp \rightarrow W^+Z jj \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^+ \ell_2^- jj$	174.471 ± 0.140	180.421 ± 0.446
$pp \rightarrow W^-Z jj \rightarrow \ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \ell_2^+ \ell_2^- jj$	84.773 ± 0.069	89.686 ± 0.190
$pp \rightarrow W^+W^+ jj \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^+ \nu_{\ell_2} jj$	616.465 ± 0.283	633.982 ± 0.885
$pp \rightarrow W^-W^- jj \rightarrow \ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} jj$	149.852 ± 0.068	164.018 ± 0.242
$pp \rightarrow W^+W^-Z \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} \ell_3^+ \ell_3^-$	82.049 ± 0.075	126.031 ± 0.161
$pp \rightarrow ZZW^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_1^- \ell_2^+ \ell_2^- \ell_3^+ \nu_{\ell_3}$	2.714 ± 0.004	4.536 ± 0.008
$pp \rightarrow ZZW^- \rightarrow \ell_1^+ \ell_1^- \ell_2^+ \ell_2^- \ell_3^- \bar{\nu}_{\ell_3}$	1.258 ± 0.002	2.285 ± 0.005
$pp \rightarrow W^+W^-W^+ \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} \ell_3^+ \nu_{\ell_3}$	348.120 ± 0.658	504.103 ± 1.119
$pp \rightarrow W^-W^+W^- \rightarrow \ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \ell_2^+ \nu_{\ell_2} \ell_3^- \bar{\nu}_{\ell_3}$	178.075 ± 0.232	266.012 ± 0.534
$pp \rightarrow ZZZ \rightarrow \ell_1^- \ell_1^+ \ell_2^- \ell_2^+ \ell_3^- \ell_3^+$	0.4108 ± 0.0007	0.626 ± 0.059
$pp \rightarrow W^-W^+\gamma \rightarrow \ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \ell_2^+ \nu_{\ell_2} \gamma$	2011.236 ± 0.758	3330.605 ± 3.884
$pp \rightarrow ZZ\gamma \rightarrow \ell_1^- \ell_1^+ \ell_2^- \ell_2^+ \gamma$	45.273 ± 0.024	63.269 ± 0.081
$pp \rightarrow W^+Z\gamma \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \ell_2^+ \gamma$	175.825 ± 0.084	315.375 ± 0.266
$pp \rightarrow W^-Z\gamma \rightarrow \ell_1^- \bar{\nu}_{\ell_1} \ell_2^+ \ell_2^- \gamma$	103.284 ± 0.042	200.699 ± 0.143
$pp \rightarrow W^+\gamma\gamma \rightarrow \ell^+ \nu_{\ell} \gamma\gamma$	613.042 ± 0.214	2243.793 ± 16.484
$pp \rightarrow W^-\gamma\gamma \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_{\ell} \gamma\gamma$	600.998 ± 0.180	2703.415 ± 12.680
$pp \rightarrow Z\gamma\gamma \rightarrow \ell^- \ell^+ \gamma\gamma$	1494.765 ± 0.333	2183.094 ± 1.956
$pp \rightarrow Z\gamma\gamma \rightarrow \nu_{\ell} \bar{\nu}_{\ell} \gamma\gamma$	1458.313 ± 0.265	2240.806 ± 1.284
$pp \rightarrow \gamma\gamma\gamma$	4296.105 ± 1.560	11137.528 ± 7.885
$pp \rightarrow W^+\gamma\gamma j \rightarrow \ell^+ \nu_{\ell} \gamma\gamma j$	865.835 ± 0.230	1844.618 ± 33.906
$pp \rightarrow W^-\gamma\gamma j \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_{\ell} \gamma\gamma j$	866.296 ± 0.218	2648.042 ± 36.729

Tabelle 5.1: Vergleich der LO- und NLO-Wirkungsquerschnitte aller Prozesse, in denen in dieser Arbeit anomale Kopplungen implementiert wurden. Der angegebene Fehler ist der statistische Monte-Carlo-Fehler von VBFNLO. Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte wurden die Parameter und Phasenraumschnitte aus Anhang B verwendet und für den leptonischen Zerfall der Vektorbosonen über alle möglichen Zerfälle in die ersten beiden Generationen summiert.

5.2. Verteilungen von differentiellen Wirkungsquerschnitten

Hier werden die Auswirkungen der anomalen Kopplungen auf differentielle Wirkungsquerschnitte verschiedener Observablen betrachtet, um so die sensitivsten Observablen und Bereiche des Phasenraums zu bestimmen.

Für die Untersuchung der anomalen Kopplungen werden exemplarisch die Dimension-8-Operatoren $\mathcal{L}_{M,2}$ und $\mathcal{L}_{T,1}$ und der Dimension-6-Operator \mathcal{O}_{WWW} gewählt. Die Berechnungen in VBFNLO wurden für jeden der drei Operatoren getrennt ausgeführt, sodass keine Interferenzen zwischen den verschiedenen Operatoren auftreten. $\mathcal{L}_{T,1}$ und \mathcal{O}_{WWW} tragen zu allen Vier-Eichboson-Kopplungen ($WWWW$, $WWZZ$, $WWZ\gamma$ und $WW\gamma\gamma$) im Prozess aus Gl. (5.11) bei. \mathcal{O}_{WWW} modifiziert zusätzlich die trilinearen Kopplungen WWZ und $WW\gamma$, während $\mathcal{L}_{M,2}$ nur zu den $WWZZ$ -, $WWZ\gamma$ - und $WW\gamma\gamma$ -Kopplungen beiträgt. Bei diesen Operatoren lassen sich die Effekte der anomalen Kopplungen schon bei relativ geringen Werten der Kopplungskonstanten erkennen.

Um die Unitarität nicht zu verletzen und unphysikalische Verteilungen zu vermeiden, müssen, wie in Kapitel 4 beschrieben, Formfaktoren an die Kopplungskonstanten der anomalen Kopplungen multipliziert werden. Die Kopplungsstärken wurden so gewählt, dass Λ_{FF} oberhalb von 1000 GeV liegt, um eine zu frühe Dämpfung der anomalen Kopplungen zu verhindern. Dadurch ergaben sich die folgenden Werte:

$$\frac{f_{M2}}{\Lambda^4} = 800 \text{ TeV}^{-4} \quad \text{mit} \quad \Lambda_{FF} = 1470 \text{ GeV} \quad (5.12a)$$

$$\frac{f_{T1}}{\Lambda^4} = 25 \text{ TeV}^{-4} \quad \text{mit} \quad \Lambda_{FF} = 1295 \text{ GeV} \quad (5.12b)$$

$$\frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} = 10 \text{ TeV}^{-2} \quad \text{mit} \quad \Lambda_{FF} = 1870 \text{ GeV} \quad (5.12c)$$

Alle weiteren Parameter und Phasenraumschnitte sind äquivalent zu den Berechnungen in Kapitel 5.1.

5.2.1. Verteilungen in führender Ordnung QCD (LO)

Bei den Vier-Eichboson-Kopplungen, welche durch die Dimension-8-Operatoren modifiziert werden, entspricht die invariante Masse der beiden W -Bosonen m_{WW} gerade der Schwerpunktsenergie im Vertex. Das Energieverhalten der anomalen Kopplungen lässt sich daher am besten anhand von m_{WW} untersuchen. Experimentell lässt sich die invariante Masse m_{WW} jedoch nicht bestimmen, da der Impuls der einzelnen Neutrinos nicht messbar ist. Im Weiteren wird deshalb die Transversalmasse des $\ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2}$ -Systems m_T^{WW} betrachtet, welche wie in [41] als

$$m_T^{WW} = \left(\left(\sqrt{(p_T^{\ell\ell})^2 + m_{\ell\ell}^2} + \sqrt{\not{p}_T^2 + m_{\ell\ell}^2} \right)^2 - \left(\vec{p}_T^{\ell\ell} + \vec{\not{p}}_T \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (5.13)$$

definiert wird. Hierbei ist $\vec{p}_T^{\ell\ell}$ der Transversalimpuls des Leptonpaares, $\vec{\not{p}}_T$ der fehlende Transversalimpuls und $m_{\ell\ell}$ die invariante Masse der beiden Leptonen. Den Neutrinos wird dabei der fehlende Transversalimpuls zugeschrieben und ihre transversale Energie wird mit $E_T = \sqrt{\not{p}_T^2 + m_{\nu\nu}^2} \approx \sqrt{\not{p}_T^2 + m_{\ell\ell}^2}$ genähert.

In den Abbildungen 5.1 und 5.2 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dm_{WW}$ gegen m_{WW} beziehungsweise $d\sigma/dm_T^{WW}$ gegen m_T^{WW} aufgetragen. Während die Verteilung $d\sigma/dm_{WW}$ über m_{WW} eine scharfe Resonanz bei 126 GeV und ein Kontinuum oberhalb der WW -Schwelle von $2m_W \approx 160$ GeV aufweist, ist diese bei m_T^{WW} breiter und geht in das Kontinuum über. Die Resonanz entspricht dem Zerfall des Higgs-Bosons in zwei W -Bosonen ($H \rightarrow W^+W^-$) und ist durch die kleine Zerfallsbreite des Higgs-Bosons von etwa $4 \cdot 10^{-3}$ GeV sehr schmal. Die Transversalmasse m_T^{WW} ist nur eine Näherung für die invariante Masse m_{WW} , wodurch die Resonanz verschmiert wird.

Beide Verteilungen (Abb. 5.1 und 5.2) zeigen jedoch das gleiche Energieverhalten der anomalen Kopplungen. Die anomalen Kopplungen bewirken erst bei höheren Energien Abweichungen vom Standardmodell. Im Vergleich zum totalen Wirkungsquerschnitt sind diese jedoch so gering, dass man sie hier nur bei einer logarithmischen Skala erkennen kann. Der totale Wirkungsquerschnitt vergrößert sich für $\mathcal{L}_{M,2}$ um 2.9 %, für $\mathcal{L}_{T,1}$ um 1.2 % und für \mathcal{O}_{WWW} um 3.6 %.

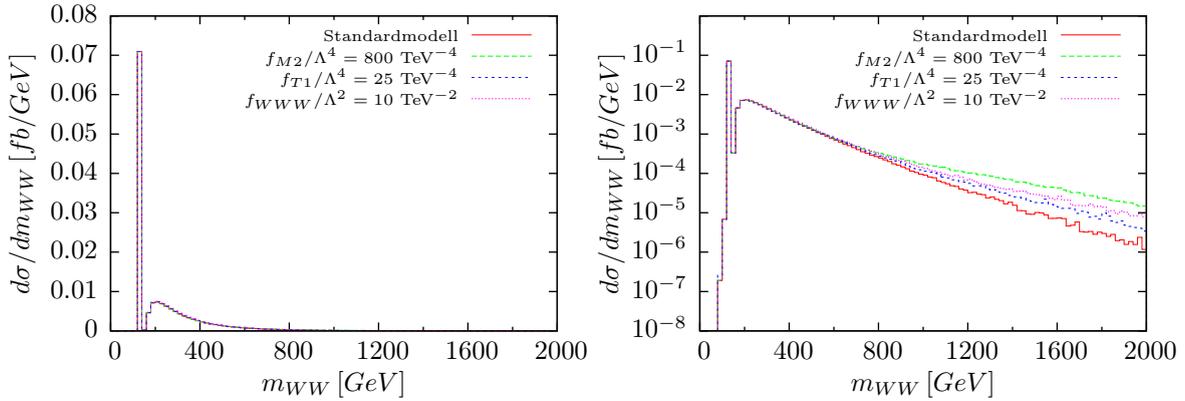


Abbildung 5.1: Differentieller LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen die invariante Masse des WW -Systems. Rechts wurde eine logarithmische Skala verwendet.

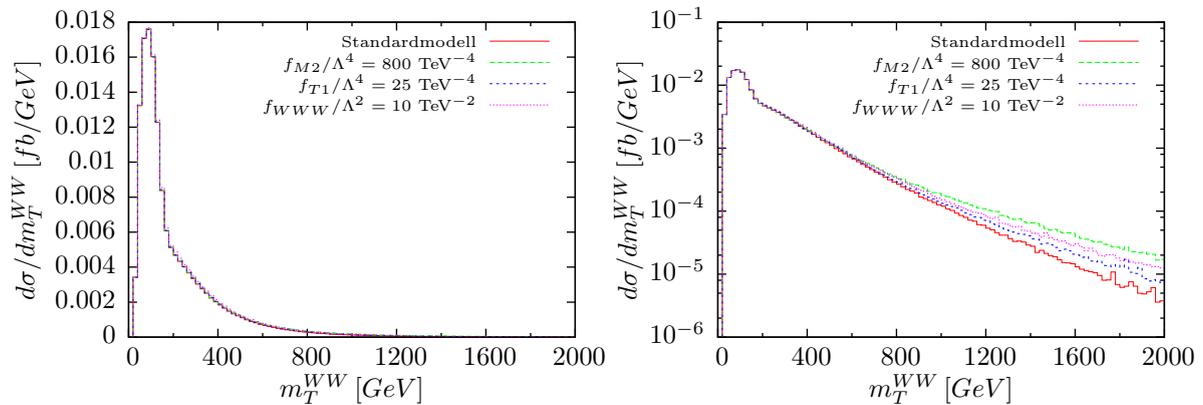


Abbildung 5.2: Differentieller LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen die Transversalmasse des WW -Systems (5.13). Rechts wurde eine logarithmische Skala verwendet.

Um die Sensitivität auf die anomalen Kopplungen zu erhöhen, werden weiterhin nur Phasenraumpunkte mit einer Transversalmasse des $\ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2}$ -Systems von

$$m_T^{WW} \geq 800 \text{ GeV} \quad (5.14)$$

betrachtet. Zusätzlich wird durch diesen Phasenraumschnitt, wie von Éboli et al. [20] gezeigt, der Untergrund durch die Produktion eines Top-Quark-Paars zusammen mit 0, 1 oder 2 Jets reduziert. Die Produktion von einem Top-Quark-Paar

$$pp \rightarrow t\bar{t} (+ n \text{ Jets}) \rightarrow W^+ b W^- \bar{b} (+ n \text{ Jets}) \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} b \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} \bar{b} (+ n \text{ Jets}) \quad (5.15)$$

bildet einen erheblichen Anteil des Untergrunds zur W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion am LHC. Der Wirkungsquerschnitt der $t\bar{t}$ -Produktion liegt jedoch größtenteils im Bereich $m_T^{WW} \leq 800 \text{ GeV}$.

Mit dem Phasenraumschnitt aus Gl. (5.14) verringert sich der totale Wirkungsquerschnitt des Standardmodells um 98 % von $\sigma_{SM}^{LO} = 3.038 \text{ fb}$ auf 0.071 fb. Die totalen Wirkungsquerschnitte steigen nun jedoch für $\mathcal{L}_{M,2}$ um 76.6 %, für $\mathcal{L}_{T,1}$ um 21.7 % und für \mathcal{O}_{WWW} um 45.9 % im Vergleich zum Standardmodell an. Dies erkennt man auch deutlich an den Verteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dm_{WW}$ und $d\sigma/dm_T^{WW}$ in Abb. 5.3.

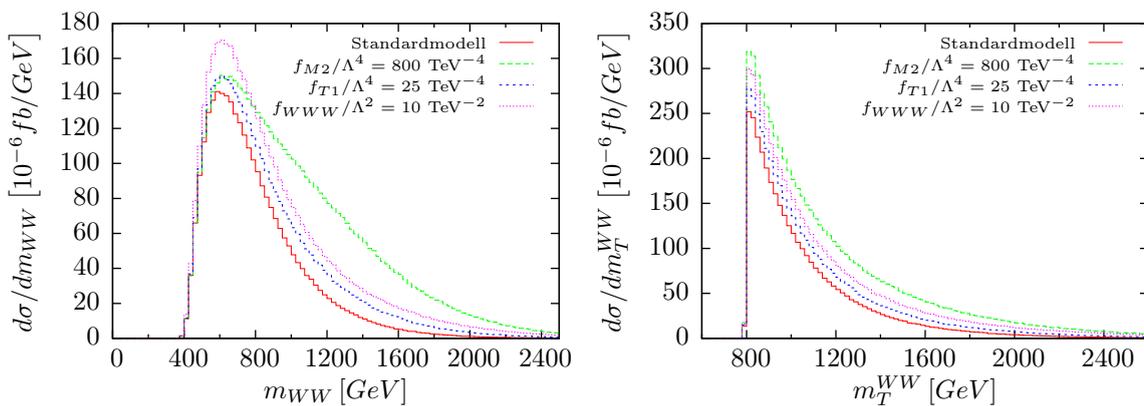
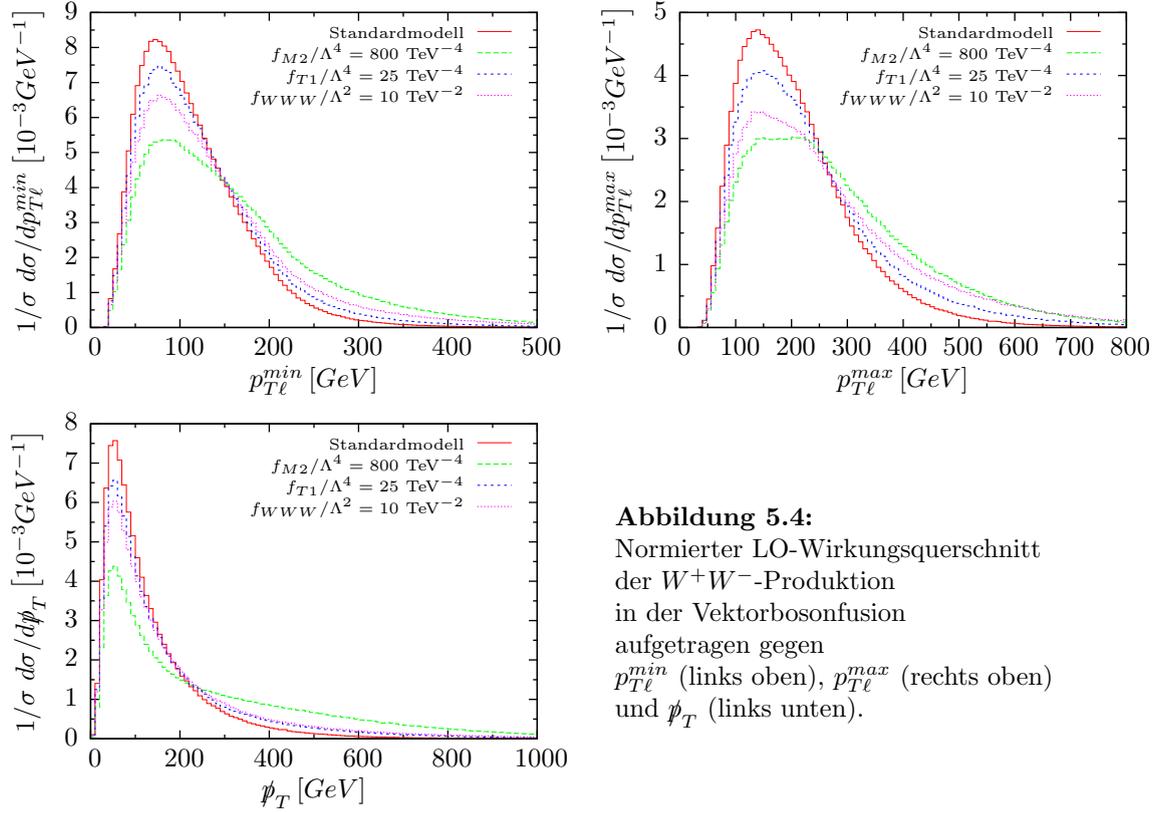


Abbildung 5.3: Differentieller LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen m_{WW} (links) und m_T^{WW} (rechts) mit dem Phasenraumschnitt (5.14).

Im Folgenden soll anhand anderer Observablen untersucht werden, ob es weitere charakteristische Effekte der anomalen Kopplungen gibt. Dabei ist nicht mehr die Zunahme des Wirkungsquerschnittes interessant, sondern Änderungen in der Form der Verteilungen. Um diese Effekte deutlicher zu machen, werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte auf den Gesamtwirkungsquerschnitt normiert. In Abb. 5.4 sind die differentiellen Wirkungsquerschnitte für den minimalen und maximalen Transversalimpuls der Leptonen sowie für den fehlenden Transversalimpuls dargestellt. Es ist klar erkennbar, dass die Verteilungen mit anomalen Kopplungen im Vergleich zum SM zu größeren Transversalimpulsen der Leptonen verschoben sind.

**Abbildung 5.4:**

Normierter LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in der Vektorbosonfusion aufgetragen gegen $p_{T\ell}^{min}$ (links oben), $p_{T\ell}^{max}$ (rechts oben) und p_T (links unten).

Zusätzlich zu den Energie- und Impulsverteilungen werden auch die Winkelverteilungen der Leptonen im Endzustand durch die anomalen Kopplungen verändert. Abbildung 5.5 zeigt die Verteilungen für die minimale und maximale Pseudorapidity der Leptonen, welche durch

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\vec{p}| + p_L}{|\vec{p}| - p_L} \right) \quad (5.16)$$

gegeben ist. Hierbei ist \vec{p} der Impuls und p_L der Longitudinalimpuls des Leptons.

Die Pseudorapidity wird anstelle des Polarwinkels Θ verwendet, um die Richtung des Teilchens relativ zur Strahlachse zu beschreiben:

$$\eta = -\ln \left(\tan \left(\frac{\Theta}{2} \right) \right) \quad (5.17)$$

Eine Pseudorapidity von $\eta = \infty$ entspricht einem Polarwinkel von $\Theta = 0^\circ$, also einer Bewegung in Strahlrichtung, und $\eta = 0$ entspricht $\Theta = 90^\circ$, also einer Bewegung senkrecht zur Strahlrichtung.

Die anomalen Kopplungen bewirken eine Verschiebung zu kleinen Pseudorapiditäten beziehungsweise großen Polarwinkeln. Die Leptonen werden also bevorzugt senkrecht zur Strahlachse emittiert. Dies liegt daran, dass die Operatoren zu Feynman-Graphen (siehe Abb. 3.3) beitragen, die kleine Pseudorapiditäten der Leptonen liefern.

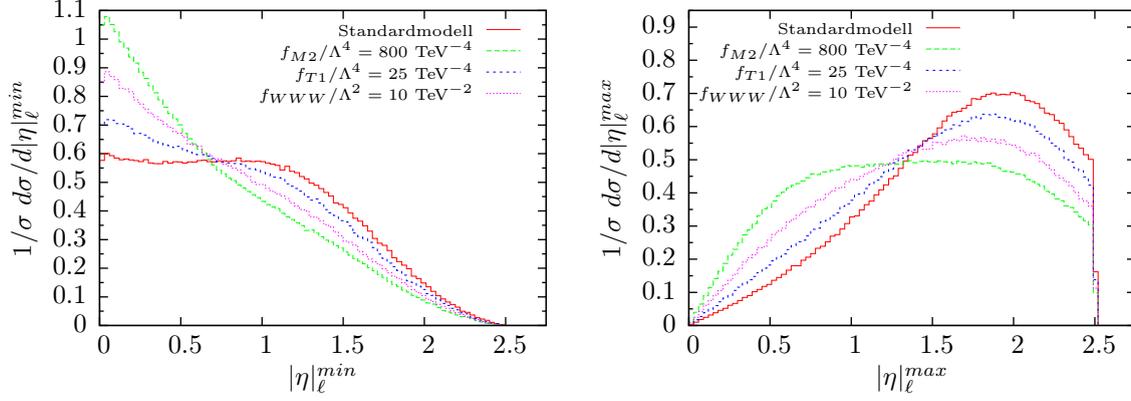


Abbildung 5.5: Normierter LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen $|\eta_\ell^{\min}|$ (links) und $|\eta_\ell^{\max}|$ (rechts).

Auch die Azimutalwinkelverteilungen der Leptonen wird durch die anomalen Kopplungen beeinflusst (Abb. 5.6). Der Effekt, dass die beiden Leptonen bevorzugt in unterschiedliche Richtungen emittiert werden, wird noch verstärkt.

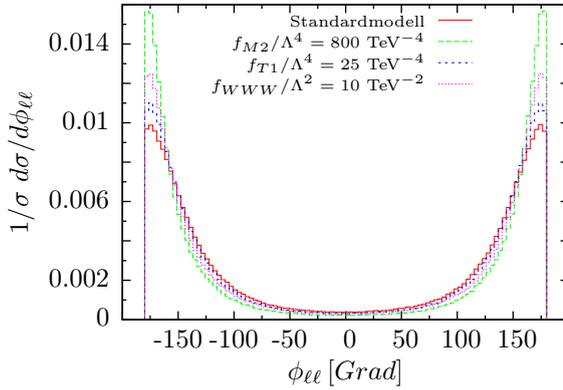


Abbildung 5.6: Normierter LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen $\phi_{\ell\ell}$.

Da sich Polar- und Azimutalwinkelverteilungen durch die anomalen Kopplungen verändern, ist die R -Separation eine weitere interessante Observable. Die R -Separation fasst diese beiden Größen zusammen und ist als

$$\Delta R_{12} = \sqrt{(\eta_1 - \eta_2)^2 + (\phi_1 - \phi_2)^2} \quad (5.18)$$

definiert. Aufgetragen gegen die R -Separation (Abb. 5.7) zeigt der differentielle Wirkungsquerschnitt mit anomalen Kopplungen eine deutlichere Spitze bei $\Delta R_{\ell\ell} \approx 3$ als für das SM. Folglich werden die beiden Leptonen verstärkt in unterschiedliche Richtungen $\phi_{\ell\ell} \rightarrow \pi$ und im gleichen Winkel zur Strahlachse $(\eta_1 - \eta_2)^2 \rightarrow 0$ emittiert.

Durch die modifizierte Winkelverteilung der Leptonen erwartet man auch eine Änderung in der R -Separation zwischen den Leptonen und den Jets $\Delta R_{\ell j}$. Angesichts der Tatsache, dass die Leptonen bevorzugt unter bestimmten Raumwinkeln erzeugt werden, wird auch der differentielle Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen $\Delta R_{\ell j}$ stärker konzentriert werden. Die Verteilung über die minimale R -Separation aller Kombinationen der geladenen Leptonen und der Jets $\Delta R_{\ell j}^{\min}$ wird zu größeren und die Verteilung über die maximale R -Separation $\Delta R_{\ell j}^{\max}$ zu kleineren Werten für $\Delta R_{\ell j}$ verschoben (Abb. 5.8).

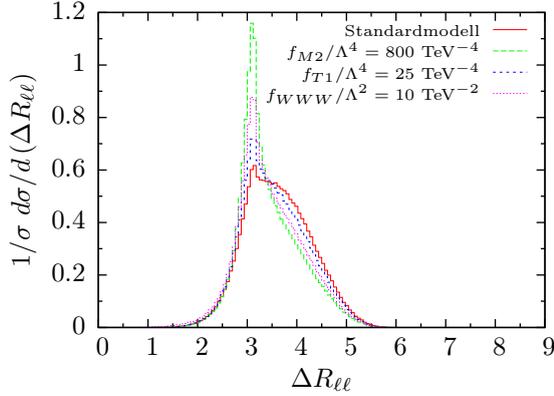


Abbildung 5.7:
Normierter LO-Wirkungsquerschnitt
der W^+W^- -Produktion
in Vektorbosonfusion
aufgetragen über $\Delta R_{\ell\ell}$.

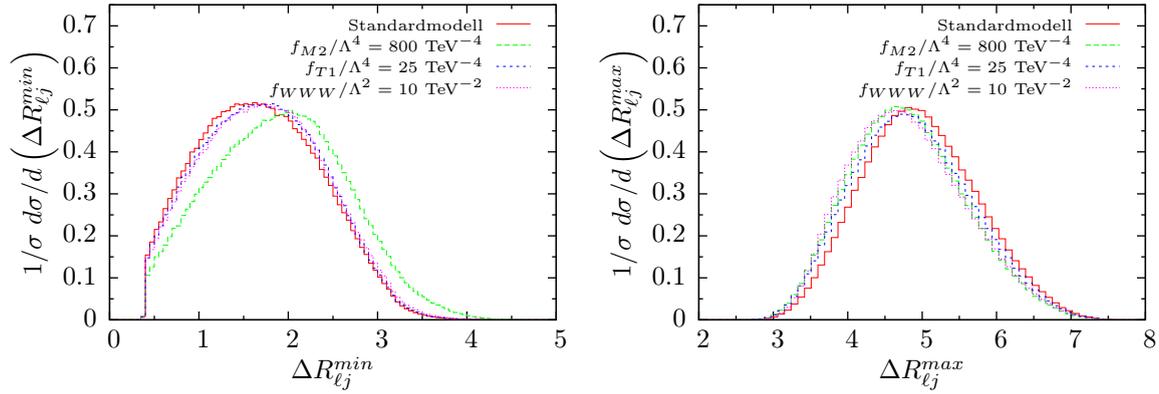


Abbildung 5.8: Normierter LO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen $\Delta R_{\ell j}^{\min}$ (links) und $\Delta R_{\ell j}^{\max}$ (rechts).

Verteilungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts aufgetragen gegen Observablen der Jets sind mit anomalen Kopplungen nahezu unverändert, da die anomalen Kopplungen nur die leptonischen Tensoren modifizieren und die Struktur der QCD unverändert bleibt. Eine Ausnahme bildet die Azimutalwinkelverteilung der Jets. In [42] wird das Verhalten der Azimutalwinkelverteilung der „tagging jets“ für das Standardmodell sowie für \mathcal{CP} -gerade und \mathcal{CP} -ungerade Operatoren bei den WWH - und ZZH -Kopplungen diskutiert. Die Überlegungen lassen sich auf den hier betrachteten Prozess und die hier betrachteten Operatoren übertragen. Wie Abb. 5.9 zeigt, steigt der differentielle Wirkungsquerschnitt mit den anomalen Kopplungen für $\phi_{jj} \rightarrow 0^\circ$ an. Dies liegt an den Beiträgen der hier betrachteten \mathcal{CP} -geraden Operatoren, welche für $\phi_{jj} \rightarrow 0^\circ$ und $\phi_{jj} \rightarrow 180^\circ$ maximal werden und bei $\phi_{jj} = 90^\circ$ ein Minimum aufweisen. Da hier eine Überlagerung der Beiträge des Standardmodells und der anomalen Kopplungen stattfindet, ist dies am besten beim Operator $\mathcal{L}_{M,2}$ zu sehen, für den der prozentuale Anteil der anomalen Kopplung zum totalen Wirkungsquerschnitt am größten ist.

Eine Untersuchung der Azimutalwinkelverteilung der Jets mit \mathcal{CP} -ungeraden Operatoren der Dimension 6 wurde in der Diplomarbeit von N. Greiner [7] durchgeführt.

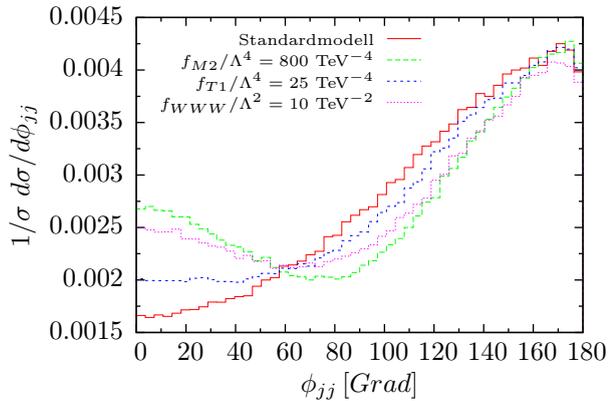


Abbildung 5.9:
Normierter LO-Wirkungsquerschnitt
der W^+W^- -Produktion
in Vektorbosonfusion
aufgetragen gegen ϕ_{jj} .

5.2.2. Verteilungen in nächstführender Ordnung QCD (NLO)

In Kapitel 3 wurde bereits erläutert, dass mit VBFNLO alle Prozesse auch in nächstführender Ordnung der QCD (NLO) berechnet werden können. An dieser Stelle soll getestet werden, ob es signifikante Unterschiede in den Verteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte oder eine veränderte Sensitivität auf die anomalen Kopplungen gibt, wenn man die Berechnungen in nächstführender Ordnung in der starken Kopplungskonstante ausführt. Es werden die gleichen Untersuchungen wie auf LO durchgeführt. Alle Phasenraumschnitte und Parametereinstellungen bleiben unverändert.

Um die Auswirkungen der NLO-Rechnungen abzuschätzen, ist zunächst der K-Faktor

$$K = \frac{\sigma_{NLO}}{\sigma_{LO}} \quad (5.19)$$

des Standardmodells für den hier betrachteten Prozess von besonderem Interesse. Für die W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion ist dieser mit $K = 1.04$ ohne den Phasenraumschnitt (5.14) und $K = 1.005$ mit dem Phasenraumschnitt (5.14) sehr klein, weshalb sich keine signifikanten Änderungen in den Verteilungen ergeben sollten.

Allerdings kann der differentielle K-Faktor

$$K_{\partial}(x) = \frac{d\sigma_{NLO}/dx}{d\sigma_{LO}/dx} \quad (5.20)$$

einer Observablen x für verschiedene Werte der Observable variieren, sodass sich die Verteilungen für LO und NLO dennoch erheblich unterscheiden können. Die Observable mit der stärksten Varianz in K_{∂} ist im hier untersuchten Prozess der Transversalimpuls der „tagging jets“. In den Abb. 5.10 und 5.11 sind die LO- und NLO-Wirkungsquerschnitte gegen den größeren der beiden Transversalimpulse der zwei „tagging jets“ dargestellt. Jedoch sind auch hier die Veränderungen durch die NLO-Korrekturen gering. Eine genauere Untersuchung der NLO-Korrekturen zur W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion befindet sich in [41].

Abb. 5.12 stellt die LO- und NLO-Wirkungsquerschnitte für das Standardmodell und die Operatoren aus Gl. (5.12) aufgetragen gegen m_T^{WW} dar. Die Unterschiede zwischen den LO- und NLO-Verteilungen sind gegenüber den Änderungen aufgrund der anomalen Kopplungen vernachlässigbar. Darüber hinaus weisen die NLO-Korrekturen eine andere Energieabhängigkeit als die anomalen Kopplungen auf und können daher nicht mit diesen verwechselt werden.

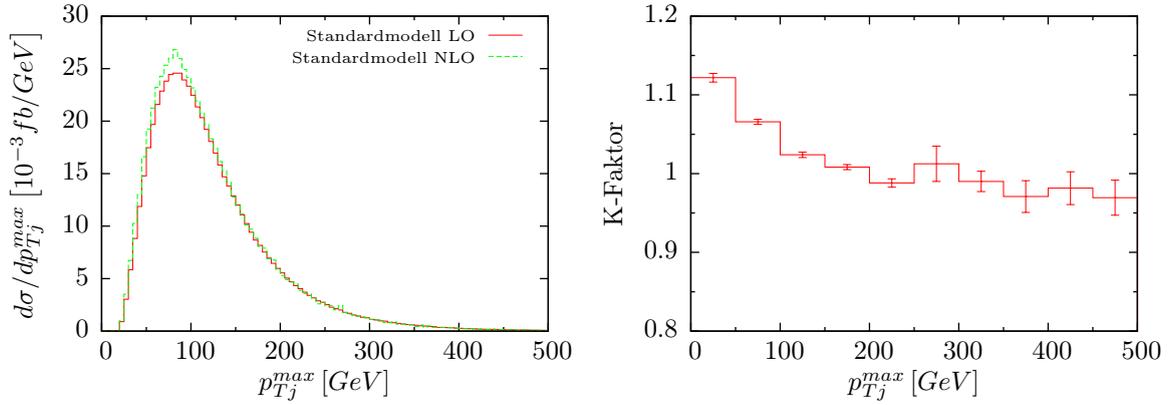


Abbildung 5.10: LO- und NLO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen p_{Tj}^{max} (links) und der dazugehörige differentielle K-Faktor (rechts) ohne Phasenraumschnitt (5.14). p_{Tj}^{max} wurde für den differentielle K-Faktor aufgrund der geringen Statistik bei hohen p_{Tj}^{max} in weniger Bins eingeteilt. Zusätzlich wird der statistische Monte-Carlo-Fehler angegeben.

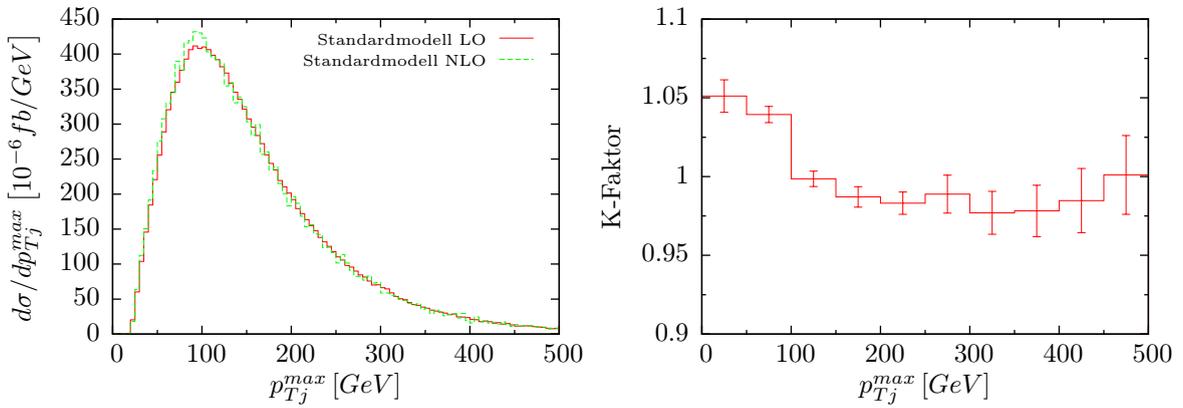


Abbildung 5.11: LO- und NLO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion aufgetragen gegen p_{Tj}^{max} (links) und der dazugehörige differentielle K-Faktor (rechts) mit Phasenraumschnitt (5.14). p_{Tj}^{max} wurde für den differentielle K-Faktor aufgrund der geringen Statistik bei hohen p_{Tj}^{max} in weniger Bins eingeteilt. Zusätzlich wird der statistische Monte-Carlo-Fehler angegeben.

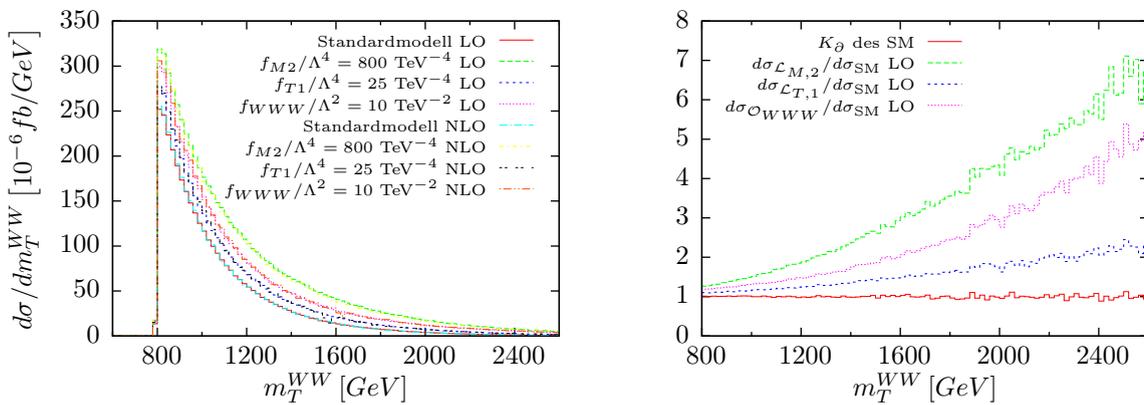


Abbildung 5.12: LO- und NLO-Wirkungsquerschnitt der W^+W^- -Produktion in Vektorbosonfusion mit Phasenraumschnitt (5.14) aufgetragen gegen m_T^{WW} (links); die entsprechenden Verhältnisse zwischen den differentiellen LO-Wirkungsquerschnitten der anomalen Kopplungen und des Standardmodells, sowie der differentielle K-Faktor des Standardmodells (rechts).

Die NLO-Korrekturen spielen bei dem hier betrachteten Prozess für die Untersuchung der anomalen Kopplungen also keine wichtige Rolle. Bei anderen Prozessen kann das hingegen anders sein. So sind zum Beispiel die NLO-Korrekturen bei der Produktion von drei Vektorbosonen weitaus größer und liegen im Bereich der Änderungen durch die anomalen Kopplungen. Jedoch können auch hier die NLO-Korrekturen und die anomalen Kopplungen anhand ihres Energieverhaltens unterschieden werden [8].

5.3. Sensitivität des LHC auf anomale VVVV-Kopplungen

Nachdem im vorherigen Abschnitt die Effekte der anomalen Kopplungen auf verschiedene Verteilungen untersucht wurden, soll nun das Potential des LHC zur Bestimmung von Schranken an die Kopplungsstärken f_i/Λ^4 der Dimension-8-Operatoren abgeschätzt werden.

Um die Sensitivität des LHC zu ermitteln, werden die erwarteten Ereigniszahlen eines Prozesses für das Standardmodell mit denen für verschiedene Dimension-8-Operatoren und Kopplungsstärken verglichen. Dafür werden die Ereigniszahlen über eine Observable aufgetragen und die Grenzen an die anomalen Kopplungen mittels eines χ^2 -Tests festgelegt. Unsicherheiten bei der Energiemessung der Endzustandsteilchen und Untergründe am LHC werden dabei vernachlässigt. Mit diesen Annahmen bietet die W^+W^- -Produktion via Vektorbosonfusion (Gl. (5.11)) wieder die besten Voraussetzungen um eine allgemeine Untersuchung der anomalen Vier-Eichboson-Kopplungen durchzuführen, da sie alle Vier-Eichboson-Kopplungen des Standardmodells enthält. Die folgende Analyse erfolgt daher beispielhaft anhand dieses Prozesses. Es ist jedoch zu beachten, dass durch die großen Untergründe für diesen Prozess, vor allem durch die $t\bar{t}$ -Produktion (siehe Gl. (5.15)), andere Prozesse besser zur Betrachtung der einzelnen Vier-Eichboson-Kopplungen geeignet sind. Die VBF-Prozesse zur Produktion von WZ und W^+W^+/W^-W^- sind wegen ihrer geringeren Untergründe sensitiver auf die $WWZZ$ - beziehungsweise $WWWW$ -Kopplungen.

Zur Berechnung der NLO-Wirkungsquerschnitte mit VBFNLO, welche zur Bestimmung der Ereigniszahlen benötigt werden, werden die Parameter und Phasenraumschnitte wie in Abschnitt 5.1 gesetzt (siehe auch Anhang B). Der Phasenraumschnitt auf die transversale WW -Masse (Gl. 5.14) wird hier nicht verwendet, da sonst keine ausreichende Statistik erreicht werden kann.

Die Ereigniszahlen sollten über einer Observable aufgetragen werden, die möglichst sensitiv auf die anomalen Kopplungen ist. In Abschnitt 5.2.1 wurde bereits gezeigt, dass die transversale Masse des WW -Systems m_T^{WW} die Energieabhängigkeit der anomalen VVVV-Kopplungen wiedergibt und sich daher zur Untersuchung dieser eignet.

Für die Analyse wird zunächst die Ereigniszahl für jeden Bin des Histogramms $d\sigma_{NLO}/dm_T^{WW}$ aus VBFNLO bestimmt:

$$n_i = L \frac{d\sigma_{NLO}}{dm_T^{WW}} \Delta_{Hist} \quad (5.21)$$

L ist dabei die integrierte Luminosität und Δ_{Hist} die Breite der Bins des Histogramms. Anschließend werden diese Bins so zusammengefasst, dass neue Bins mit mindestens 20 Ereignissen für das Standardmodell und einer Breite von 30 GeV oder mehr entstehen:

$$N_j = \sum_i n_i \quad \text{mit} \quad N_j^{SM} \geq 20 \quad \text{und} \quad \Delta_{Bin} \geq 30 \text{ GeV} \quad (5.22)$$

Die letzten Bins i , die zusammen keinen neuen Bin mit $N_j^{SM} \geq 20$ bilden können, werden zu dem vorigen Bin j addiert. Durch diese neue Einteilung wird eine ausreichende Statistik für einen χ^2 -Test und eine Binbreite, die der Energieauflösung der Detektoren genügt, erreicht.

Neben den erwarteten Ereigniszahlen für das Standardmodell und die verschiedenen anomalen Kopplungen wurde für das SM auch der theoretische Fehler ΔN_{theo}^{SM} und der statistische Fehler ΔN_{stat}^{SM} bestimmt. Der statistische Fehler für einen Bin j ergibt sich unter der Annahme, dass zufällig entnommene Messwerte einer Poisson-Verteilung entsprechen, zu

$$\Delta N_{stat,j}^{SM} = \sqrt{N_j^{SM}}. \quad (5.23)$$

Der theoretische Fehler wird durch die Vernachlässigung der höheren Ordnungen der Störungsrechnung für die QCD verursacht und kann mittels Skalenvariation abgeschätzt werden. Die Fehler der PDFs werden hier vernachlässigt. Für die Skalenvariation wurden mit VBFNLO die Ereigniszahlen für die Renormierungs- und Faktorisierungsskalen $\mu_{R/F} = \xi Q$ mit $\xi \in \{0.5, 2\}$ bestimmt. Q ist der Impulsübertrag der von den Quarklinien abgestrahlten Eichbosonen. Der theoretische Fehler eines Bins wird dann zu

$$\Delta N_{theo,j}^{SM} = \frac{|N_j^{SM}(\xi = 2) - N_j^{SM}(\xi = 0.5)|}{2}. \quad (5.24)$$

In Abbildung 5.13 sind die Verteilungen für eine Schwerpunktsenergie des LHC $\sqrt{s} = 8$ TeV und einer integrierten Luminosität $L = 30 \text{ fb}^{-1}$, beziehungsweise für $\sqrt{s} = 14$ TeV und $L = 500 \text{ fb}^{-1}$ dargestellt. Als Beispiel für die anomalen Kopplungen wird der Operator $\mathcal{L}_{S,0}$ mit den Kopplungsstärken $f_{S0}/\Lambda^4 = 200 \text{ TeV}^{-4}$ und 1000 TeV^{-4} gezeigt. Anhand der beiden Verteilungen lässt sich bereits erkennen, wie wichtig eine hohe Statistik für die Sensitivität ist. Bei zu kleinen Ereigniszahlen ist die Unsicherheit durch den statistischen Fehler so groß, dass erst bei sehr hohen Werten der Kopplungsstärken ein deutlicher Unterschied zwischen SM und anomalen Kopplungen beobachtbar ist.

Zur Bestimmung der Schranken an einen Operator wird zunächst für verschiedene Kopplungsstärken die Testgröße

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{j_{max}} \frac{\left(N_j^{SM} - N_j(f_i/\Lambda^4, \Lambda_{FF})\right)^2}{\left(\Delta N_{stat,j}^{SM}\right)^2 + \left(\Delta N_{theo,j}^{SM}\right)^2} + (j_{max} - 1) \quad (5.25)$$

bestimmt [43]. j_{max} ist die Anzahl der Bins und damit auch der Freiheitsgrade des χ^2 -Tests. $N_j(f_i/\Lambda^4, \Lambda_{FF})$ ist die Ereigniszahl pro Bin für einen Operator mit der Kopplungsstärke f_i/Λ^4 und der dazugehörigen Skala Λ_{FF} des Formfaktors². Mit der Funktion **chisqprob** aus dem PYTHON-Modul **SciPy.stats.stats** wird dann aus χ^2 und j_{max} das Vertrauensniveau (engl. Confidence-Level, CL) für die verschiedenen Kopplungsstärken berechnet, welches ein Maß für die statistische Sicherheit ist. In diesem Fall bedeutet zum Beispiel das 95%-CL, dass nur in 5% einer mehrmals wiederholten Messung der Ereigniszahlen, das Standardmodell die erwarteten Ereigniszahlen mit anomalen Kopplungen $N_j(f_i/\Lambda^4, \Lambda_{FF})$ liefert.

Im Weiteren werden die 95%-CL-Grenzen für die Dimension-8-Operatoren angegeben. Die Grenzen wurden dabei für eine Schwerpunktsenergie des LHC von $\sqrt{s} = 8$ TeV und einer integrierten Luminosität von $L = 30 \text{ fb}^{-1}$ bestimmt. Diese Werte entsprechen in etwa denen des LHC für den Lauf im Jahre 2012. Zusätzlich wurde die Untersuchung für $\sqrt{s} = 14$ TeV und $L = 500 \text{ fb}^{-1}$ ausgeführt, also für eine Laufzeit von fünf Jahren bei voller Leistung.

Die einzelnen Operatoren wurden mit folgenden Werten für die Kopplungsstärken $\frac{f_i}{\Lambda^4} [\text{TeV}^{-4}]$ getestet:

$$\pm 25, \pm 50, \pm 100, \pm 200, \pm 400, \pm 600, \pm 800, \pm 1000, \pm 1500, \pm 2000 \quad (5.26)$$

²Die Wirkungsquerschnitte und damit die Ereigniszahlen hängen auch von der Wahl des Formfaktors ab.

Die verwendeten Werte Λ_{FF} der Formfaktoren sind in Anhang C zu finden. Da die Operatoren nur mit bestimmten Kopplungsstärken untersucht wurden und keine Iteration zur genauen Bestimmung der 95%-CL-Grenzen durchgeführt wurde, sind die angegebenen Grenzen in Tabelle 5.2 die kleinsten Werte, die mindestens das 95%-CL erreicht haben.

	$\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}, L = 30 \text{ fb}^{-1}$	$\sqrt{s} = 14 \text{ TeV}, L = 500 \text{ fb}^{-1}$
$\mathcal{L}_{S,0}$	$[-2000, 2000]$	$[-200, 200]$
$\mathcal{L}_{S,1}$	$[-1500, 2000]$	$[-200, 200]$
$\mathcal{L}_{M,0}$	$[-600, 600]$	$[-25, 25]$
$\mathcal{L}_{M,1}$	$[-1000, 1500]$	$[-50, 100]$
$\mathcal{L}_{M,2}$		$[-200, 200]$
$\mathcal{L}_{M,3}$		$[-600, 800]$
$\mathcal{L}_{M,4}$		$[-200, 200]$
$\mathcal{L}_{M,5}$		$[-400, 400]$
$\mathcal{L}_{M,6}$	$[-1500, 1000]$	$[-50, 50]$
$\mathcal{L}_{M,7}$	$[-2000, 1500]$	$[-100, 100]$
$\mathcal{L}_{T,0}$	$[-600, 200]$	$[-25, 25]$
$\mathcal{L}_{T,1}$	$[-1000, 400]$	$[-50, 25]$
$\mathcal{L}_{T,2}$	$[-1500, 600]$	$[-100, 25]$
$\mathcal{L}_{T,5}$	$[-1500, 1000]$	$[-100, 100]$
$\mathcal{L}_{T,6}$		$[-1000, 800]$
$\mathcal{L}_{T,7}$		$[-800, 400]$

Tabelle 5.2: Sensitivitätsgrenzen des LHC mit mindestens 95%-CL für die Kopplungsstärken der Dimension-8-Operatoren $\frac{f_i}{\Lambda^4} [\text{TeV}^{-4}]$ in $pp \rightarrow W^+W^-jj \rightarrow \ell_1^+\nu_{\ell_1}\ell_2^-\bar{\nu}_{\ell_2}jj$. Bei einigen Operatoren konnten mit den untersuchten Kopplungsstärken aus Gl. (5.26) für $\sqrt{s} = 8 \text{ TeV}$ und $L = 30 \text{ fb}^{-1}$ keine Grenzen mit 95%-CL erreicht werden.

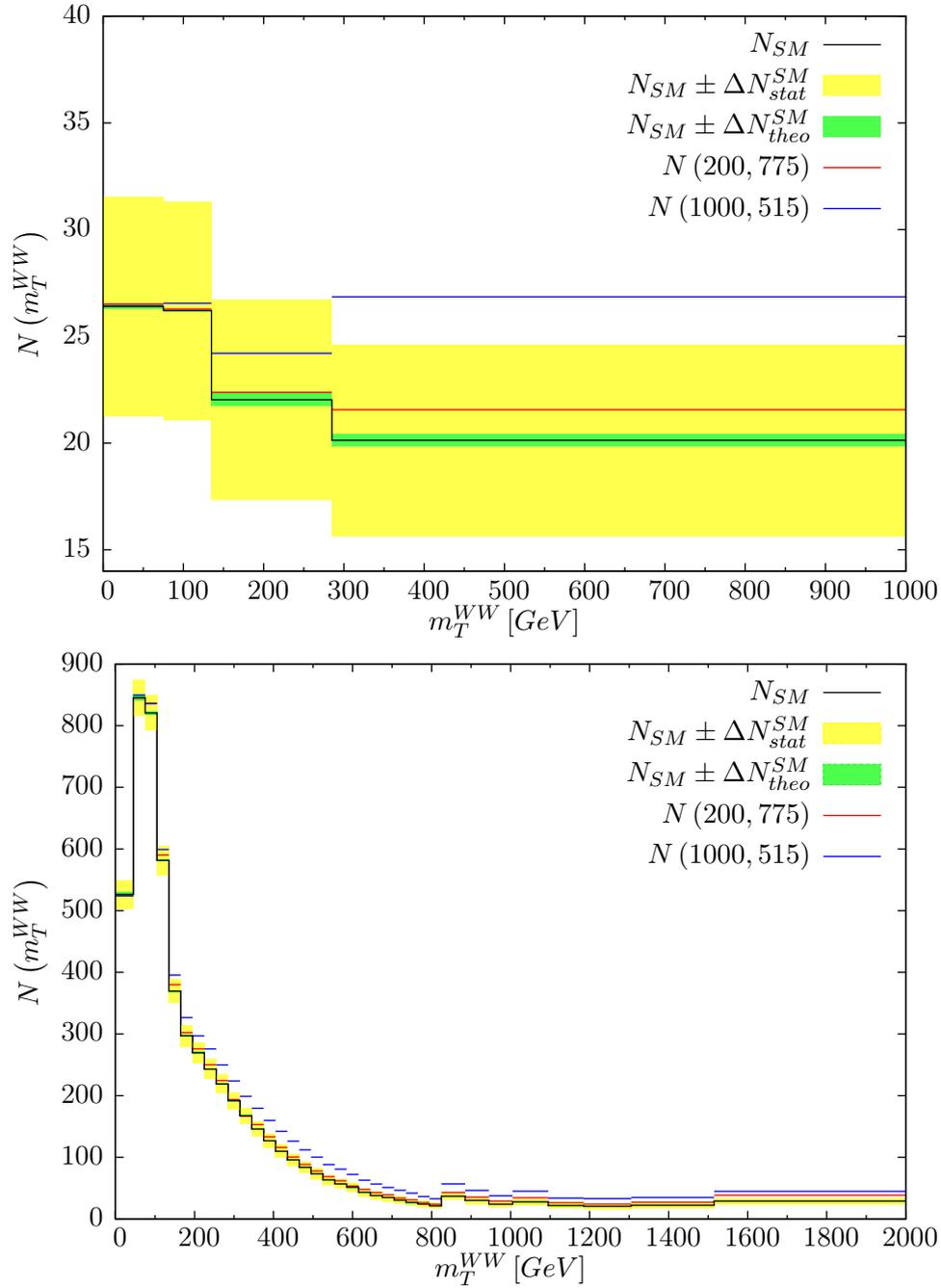


Abbildung 5.13: Verteilung der erwarteten Ereignisse über der transversalen Masse des WW -Systems. Für das SM sind der statistische Fehler N_{stat}^{SM} und der theoretische Fehler N_{theo}^{SM} angegeben. Für die Ereignisse mit anomalen Kopplungen $N(f_i/\Lambda^4, \Lambda_{FF})$ sind beispielhaft $f_{S0}/\Lambda^4 = 200$ TeV $^{-4}$ mit $\Lambda_{FF} = 775$ GeV und $f_{S0}/\Lambda^4 = 1000$ TeV $^{-4}$ mit $\Lambda_{FF} = 515$ GeV dargestellt.

Oben: Mit einer Schwerpunktsenergie des Kolliders von $\sqrt{s} = 8$ TeV und einer integrierten Luminosität $L = 30$ fb $^{-1}$.

Unten: Mit einer Schwerpunktsenergie des Kolliders von $\sqrt{s} = 14$ TeV und einer integrierten Luminosität $L = 500$ fb $^{-1}$.

Der LHC am Kernforschungszentrum CERN ermöglicht die Untersuchung der elementaren Materie und deren Wechselwirkungen bei bisher unerreichten Energien. Aus diesen Messungen erhofft man sich Hinweise auf neue Physik jenseits des Standardmodells und somit Antworten auf ungeklärte Fragen und Probleme der Teilchenphysik. Eine Möglichkeit, Hinweise auf unbekannte Physik zu finden, bieten anomale Kopplungen der schwachen Eichbosonen.

Neuartige Physik, wie zum Beispiel ein schweres Teilchen, kann bei Energien, die viel kleiner als die Skala der neuen Physik sind, zu neuen effektiven Kopplungen der schwachen Eichbosonen des Standardmodells führen. Diese anomalen Kopplungen würden die beobachtbaren Ereigniszahlen verschiedener Prozesse am LHC beeinflussen und können daher untersucht werden.

In dieser Diplomarbeit wurden die anomalen Drei-Eichboson-, Vier-Eichboson- und Eichboson-Higgs-Kopplungen betrachtet. Zur Parametrisierung dieser Kopplungen wurde die Methode der effektiven Feldtheorie verwendet. Bei einer effektiven Feldtheorie werden die Effekte einer neuen Hochenergie-Theorie durch eine unendliche Anzahl von Operatoren mit höheren Energiedimensionen, die die Freiheitsgrade und Symmetrien der bekannten Niederenergie-Physik (Standardmodell) besitzen, ausgedrückt. Finden Experimente bei Energien weit unterhalb der Skala der neuen Physik statt, werden die Einflüsse von Operatoren mit steigender Dimension immer stärker unterdrückt und nur die Operatoren mit niedrigen Dimensionen müssen berücksichtigt werden. Eine möglichst allgemeine Beschreibung der anomalen Kopplungen ist dabei durch Operatoren der Dimension 6 und 8 möglich.

Nach der Ableitung der Feynman-Regeln aus der effektiven Lagrangedichte konnten die anomalen Kopplungen in das Parton-Level Monte-Carlo-Programm VBFNLO implementiert werden. VBFNLO berechnet den totalen sowie beliebige differentielle Wirkungsquerschnitte in nächstführender Ordnung QCD für verschiedene Prozesse am LHC und bietet daher eine ideale Grundlage zur Untersuchung der Eichboson-Kopplungen.

Die anomalen Kopplungen wurden in zwei verschiedene Typen von Prozessen eingearbeitet, die sich vor allem zur Betrachtung der Vier-Eichboson-Kopplungen eignen. Die Produktion von zwei Eichbosonen in der Vektorbosonfusion sowie die Produktion von drei Eichbosonen mit jeweils leptonischem Zerfall der Eichbosonen sind die einfachsten Prozesse am LHC, die Vier-Eichboson-Kopplungen enthalten. Durch die modulare Struktur von VBFNLO, die sich

besonders durch die Verwendung von leptonischen Tensoren und HELAS-Routinen äußert, konnte eine einfache und allgemeine Vorgehensweise zur Einarbeitung der anomalen Kopplungen gefunden werden. Hierdurch konnten in dieser Diplomarbeit insgesamt 24 Prozesse um die anomalen Kopplungen erweitert werden. Verschiedene Vergleiche mit dem Programmcode für das Standardmodell sowie ältere Implementierungen der anomalen Kopplungen und ein Test der Lorentzinvarianz der Matrixelemente wurden zur Vermeidung von Fehlern im Programmcode ausgeführt.

Wie jede effektive Feldtheorie sind die anomalen Kopplungen nur bis zu einer bestimmten Energieskala gültig. Liegt die Schwerpunktsenergie der Eichboson-Kopplungen im Bereich der Skala der neuen Physik, bricht die Annahme, nur Operatoren der niedrigen Energiedimension müssten berücksichtigt werden, zusammen. Dies äußert sich vor allem in der Verletzung der Unitarität der S -Matrix, was zu unphysikalisch großen Wirkungsquerschnitten und damit zu einer Überschätzung der Sensitivität auf die anomalen Kopplungen führt. Um die Verletzung der Unitarität zu verhindern und das Konzept der anomalen Kopplungen auch bei den hohen Schwerpunktsenergien am LHC verwenden zu können, wurden Formfaktoren eingeführt und in VBFNLO implementiert. Die Formfaktoren simulieren die Einflüsse von Operatoren mit höheren Dimensionen und unterdrücken die anomalen Kopplungen bei großen Schwerpunktsenergien, sodass der Wirkungsquerschnitt nicht beliebig mit der Schwerpunktsenergie ansteigt. Die Energie, bei der die Unitarität durch die verschiedenen Operatoren verletzt wird, und somit die geeignete Wahl der Formfaktoren konnten mittels der Streuung von on-shell Eichbosonen ($VV \rightarrow VV$) und der Partialwellenzerlegung bestimmt werden. Dafür konnte ein bereits vorhandenes Programm von C. Englert zur Untersuchung der Unitaritätsverletzung in der WW -Streuung so modifiziert werden, dass die anomalen Kopplungen und Formfaktoren betrachtet werden konnten.

Nachdem durch die Formfaktoren die Verwendung der anomalen Kopplungen bei den Prozessen am LHC möglich war, konnten mit VBFNLO die Effekte auf den totalen Wirkungsquerschnitt sowie auf verschiedene differentielle Wirkungsquerschnitte analysiert werden. Die Analyse wurde beispielhaft an der Produktion von W^+W^- in der Vektorbosonfusion

$$pp \rightarrow W^+W^- jj \rightarrow \ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2} jj$$

durchgeführt. Dabei wurden die Ergebnisse für zwei Operatoren der Dimension 8 ($\mathcal{L}_{M,2}$ und $\mathcal{L}_{T,1}$), sowie einem Dimension-6-Operator (\mathcal{O}_{WW}) mit dem Standardmodell verglichen. Zunächst wurde das Energieverhalten der anomalen Kopplungen anhand der transversalen Masse des WW -Systems m_T^{WW} betrachtet. Wie erwartet konnte man signifikante Abweichungen vom SM erst bei großen m_T^{WW} beobachten, weshalb für die Verteilungen über weitere Observablen der Phasenraumschnitt $m_T^{WW} \geq 800$ GeV verwendet wurde. Neben dem veränderten Energieverhalten der Leptonen im Endzustand wurden auch Änderungen in den Winkelverteilungen der Leptonen und der „tagging jets“ gefunden. Durch den Vergleich des K-Faktors des Standardmodells mit dem Verhältnis vom Wirkungsquerschnitt mit und ohne anomale Kopplungen zeigte sich, dass die QCD-Korrekturen ein anderes Energieverhalten aufweisen und daher keine Gefahr einer Verwechslung besteht.

Zum Schluss wurde noch die Sensitivität des LHC auf anomale Vier-Eichboson-Kopplungen anhand der Produktion von einem W^+W^- -Paar in der Vektorbosonfusion untersucht. Die erwarteten Ereigniszahlen in Abhängigkeit von m_T^{WW} der verschiedenen Dimension-8-Operatoren mit unterschiedlichen Kopplungsstärken wurden hierzu mit denen des Standardmodells verglichen. Über einen χ^2 -Test konnten die Sensitivitätsgrenzen mit 95%-CL für eine Schwerpunktsenergie des LHC von $\sqrt{s} = 8$ TeV und einer integrierten Luminosität von $L = 30$ fb $^{-1}$,

sowie für $\sqrt{s} = 14$ TeV und $L = 500 \text{ fb}^{-1}$ abgeschätzt werden. Die Ergebnisse zeigen, dass mit den Ereigniszahlen aus dem Jahr 2012 bei manchen Operatoren eine ausreichende Sensitivität erreicht wird, um nach Effekten der anomalen Kopplungen zu suchen. Jedoch bleibt die Suche nach neuer Physik mit Hilfe von anomalen Eichboson-Kopplungen eine Aufgabe für große Energien und hohe Statistik. Die Suche nach Abweichungen der Vier-Eichboson-Kopplungen von der Vorhersage des Standardmodells hat also erst begonnen.

DANKSAGUNG

An erster Stelle möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. Zeppenfeld dafür bedanken, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat, die Diplomarbeit in einem sehr interessanten und aktuellen Themengebiet zu schreiben. Die erhaltenen Hilfestellungen und Korrekturvorschläge waren sehr hilf- und lehrreich für mich. Die Gelegenheit am Workshop in Bad Liebenzell teilnehmen zu können, war eine großartige Erfahrung.

Ebenfalls gilt mein Dank Frau Prof. Dr. Mühlleitner für die Übernahme des Korreferats.

Natürlich danke ich allen Mitgliedern des Instituts für die angenehme und freundliche Atmosphäre sowie die interessanten Gespräche und die außerordentliche Hilfsbereitschaft. Besonders hervorgehoben seien hier Johannes Bellm und Bastian Feigl, die mir bei allen Fragen und Problemen zur Seite standen. Allen Korrekturlesern meiner Diplomarbeit gilt mein ausdrücklicher Dank.

Meinen Freunden, die mir auf verschiedene Weise im Laufe meines Studiums geholfen haben oder beistanden und vor allem meiner Freundin möchte ich herzlichst für alles danken.

Zu guter Letzt danke ich meinen Eltern für den Rückhalt sowie die finanzielle und seelische Unterstützung während meines Studiums und in allen Phasen meines Lebens.

- [1] **ATLAS Collaboration** Collaboration, G. Aad *et. al.*, “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC,” *Phys.Lett.* **B716** (2012) 1–29, 1207.7214.
- [2] **CMS Collaboration** Collaboration, S. Chatrchyan *et. al.*, “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC,” *Phys.Lett.* **B716** (2012) 30–61, 1207.7235.
- [3] S. Weinberg, “Phenomenological lagrangians,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **96** (1979), no. 1â2 327 – 340.
- [4] S. Weinberg, “Conceptual foundations of the unified theory of weak and electromagnetic interactions,” *Rev. Mod. Phys.* **52** (Jul, 1980) 515–523.
- [5] W. Buchmueller and D. Wyler, “Effective lagrangian analysis of new interactions and flavour conservation.,” *Nucl. Phys. B* **268** (Aug, 1985) 621–653. 49 p.
- [6] K. Arnold, J. Bellm, G. Bozzi, M. Brieg, F. Campanario, *et. al.*, “VBFNLO: A Parton Level Monte Carlo for Processes with Electroweak Bosons – Manual for Version 2.6.0,” 1107.4038.
- [7] N. Greiner, “Anomale Kopplungen bei der W-Paar-Produktion in Vektor-Boson-Fusion,” Diplomarbeit, ITP, Universität Karlsruhe, <http://www.itp.kit.edu/diplomatheses.de.shtml>, 2006.
- [8] B. Feigl, “Anomale Vier-Vektorboson-Kopplungen bei der Produktion von drei Vektorbosonen am LHC,” Diplomarbeit, ITP, KIT, <http://www.itp.kit.edu/diplomatheses.de.shtml>, 2009.
- [9] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*. Westview Pr., Boulder, Colo. [u.a.], 2006.
- [10] H. Fritzsch and M. Gell-Mann, “Current algebra: Quarks and what else?,” *eConf* **C720906V2** (1972) 135–165, hep-ph/0208010.
- [11] D. J. Gross and F. Wilczek, “Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories,” *Phys. Rev. Lett.* **30** (Jun, 1973) 1343–1346.

- [12] H. D. Politzer, “Reliable perturbative results for strong interactions?,” *Phys. Rev. Lett.* **30** (Jun, 1973) 1346–1349.
- [13] S. Weinberg, “A model of leptons,” *Phys. Rev. Lett.* **19** (Nov, 1967) 1264–1266.
- [14] A. Salam and J. Ward, “Weak and electromagnetic interactions,” *Il Nuovo Cimento (1955-1965)* **11** (1959) 568–577. 10.1007/BF02726525.
- [15] S. L. Glashow, “Partial Symmetries of Weak Interactions,” *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579–588.
- [16] P. W. Higgs, “Broken symmetries and the masses of gauge bosons,” *Phys. Rev. Lett.* **13** (Oct, 1964) 508–509.
- [17] F. L. Wilson, “Fermi’s theory of beta decay,” *American Journal of Physics* **36** (1968), no. 12 1150–1160.
- [18] **ALEPH Collaboration, DELPHI Collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration, LEP Electroweak Working Group** Collaboration, J. Alcaraz *et. al.*, “A Combination of preliminary electroweak measurements and constraints on the standard model,” [hep-ex/0612034](#).
- [19] K. Hagiwara, S. Ishihara, R. Szalapski, and D. Zeppenfeld, “Low energy effects of new interactions in the electroweak boson sector,” *Phys. Rev. D* **48** (Sep, 1993) 2182–2203.
- [20] O. Éboli, M. Gonzalez-Garcia, and J. Mizukoshi, “ $pp \rightarrow jje^\pm\mu^\pm\nu\nu$ and $jje^\pm\mu^\mp\nu\nu$ at $\mathcal{O}(\alpha_{em}^6)$ and $\mathcal{O}(\alpha_{em}^4\alpha_s^2)$ for the study of the quartic electroweak gauge boson vertex at CERN LHC,” *Phys.Rev.* **D74** (2006) 073005, [hep-ph/0606118](#).
- [21] M. Steinhauser, “Übungen zu Strahlungskorrekturen in Eichtheorien.” Herbstschule für Hochenergiephysik, Maria Laach 2003.
- [22] U. Baur and D. Zeppenfeld, “Finite width effects and gauge invariance in radiative W productions and decay,” *Phys.Rev.Lett.* **75** (1995) 1002–1005, [hep-ph/9503344](#).
- [23] S. Weinzierl, “Introduction to Monte Carlo methods,” [hep-ph/0006269](#).
- [24] D. Zeppenfeld, “Collider physics,” [hep-ph/9902307](#).
- [25] G. P. Lepage, “Vegas: An adaptive multidimensional integration program,”.
- [26] K. Hagiwara and D. Zeppenfeld, “Amplitudes for Multiparton Processes Involving a Current at e^+e^- , e^+p , and Hadron Colliders,” *Nucl.Phys.* **B313** (1989) 560.
- [27] H. Murayama, I. Watanabe, K. Hagiwara, and K. enerugi Butsurigaku Kenkyujo (Japan), *HELAS : HELicity amplitude subroutines for feynman diagram evaluations / H. Murayama, I. Watanabe and K. Hagiwara*. National Laboratory for High Physics, Ibaraki-ken, Japan :, 1992.
- [28] J. Alwall, P. Demin, S. de Visscher, R. Frederix, M. Herquet, *et. al.*, “MadGraph/MadEvent v4: The New Web Generation,” *JHEP* **0709** (2007) 028, 0706.2334.
- [29] A. Denner and S. Dittmaier, “The Complex-mass scheme for perturbative calculations with unstable particles,” *Nucl.Phys.Proc.Suppl.* **160** (2006) 22–26, [hep-ph/0605312](#).

- [30] G. Breit and E. Wigner, “Capture of slow neutrons,” *Phys. Rev.* **49** (Apr, 1936) 519–531.
- [31] M. Jacob and G. Wick, “On the general theory of collisions for particles with spin,” *Annals of Physics* **7** (1959), no. 4 404 – 428.
- [32] C. Englert, “Spin 1 Resonances in Vector Boson Fusion Processes in Warped Higgsless Models,” Diplomarbeit, ITP, Universität Karlsruhe, <http://www.itp.kit.edu/diplomatheses.de.shtml>, 2007.
- [33] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery, *Numerical recipes in Fortran 77: the art of scientific computing*. Cambridge University Press, 1992.
- [34] E. Boos, “Gauge invariant classes of Feynman diagrams and applications for calculations,” [hep-ph/0101274](http://arxiv.org/abs/hep-ph/0101274).
- [35] J. Pumplin, D. Stump, J. Huston, H. Lai, P. M. Nadolsky, *et. al.*, “New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis,” *JHEP* **0207** (2002) 012, [hep-ph/0201195](http://arxiv.org/abs/hep-ph/0201195).
- [36] H.-L. Lai, M. Guzzi, J. Huston, Z. Li, P. M. Nadolsky, *et. al.*, “New parton distributions for collider physics,” *Phys.Rev.* **D82** (2010) 074024, 1007.2241.
- [37] **ATLAS Collaboration** Collaboration, H. Skottowe and f. t. A. collaboration, “Measurements of dibosons with the ATLAS detector and associated constraints on new physics,” 1207.5340.
- [38] **ATLAS Collaboration** Collaboration, G. Aad *et. al.*, “Measurement of WZ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector,” 1208.1390.
- [39] **CMS Collaboration** Collaboration, S. Chatrchyan *et. al.*, “Measurement of W+W- Production and Search for the Higgs Boson in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV,” *Phys.Lett.* **B699** (2011) 25–47, 1102.5429.
- [40] **CMS Collaboration** Collaboration, S. Chatrchyan *et. al.*, “Measurement of $W\gamma$ and $Z\gamma$ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV,” *Phys.Lett.* **B701** (2011) 535–555, 1105.2758.
- [41] B. Jager, C. Oleari, and D. Zeppenfeld, “Next-to-leading order QCD corrections to W^+W^- production via vector-boson fusion,” *JHEP* **0607** (2006) 015, [hep-ph/0603177](http://arxiv.org/abs/hep-ph/0603177).
- [42] T. Plehn, D. L. Rainwater, and D. Zeppenfeld, “Determining the structure of Higgs couplings at the LHC,” *Phys.Rev.Lett.* **88** (2002) 051801, [hep-ph/0105325](http://arxiv.org/abs/hep-ph/0105325).
- [43] U. Baur and E. L. Berger, “Probing the weak-boson sector in $Z\gamma$ production at hadron colliders,” *Phys. Rev. D* **47** (Jun, 1993) 4889–4904.

A. Feynman-Regeln

Für die Implementierung der anomalen Kopplungen in VBFNLO werden die Beiträge der effektiven Lagrangedichte (2.39) zum Übergangsmatrixelement $i\mathcal{M}$ benötigt. Die folgenden Feynman-Regeln für die Eichboson-Vertizes wurden, wie in Unterkapitel 2.3.3 beschrieben, mit dem Mathematica-Paket FeynCalc berechnet.

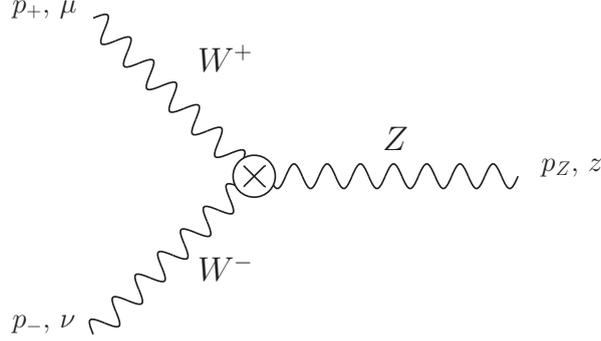
Alle Impulse sind als einlaufend gewählt. Zur Parametrisierung der Kopplungen werden die Kopplungskonstante g der Eichgruppe $SU(2)_L$, die Masse der W -Bosonen $m_W = \frac{gv}{2}$ und der schwache Mischungswinkel θ_W verwendet.

Die Darstellung der Kontraktion von Epsilon-Tensoren mit Impulsen wurde aus FeynCalc übernommen, zum Beispiel

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_\beta = \epsilon^{\mu\nu\alpha p}.$$

A.1. Drei-Eichboson-Vertizes

WWZ -Vertex



$$\mathcal{L}_{SM} : -i g \cos(\theta_W) (g^{\nu\mu} (p_-^z - p_+^z) + g^{\nu z} (p_Z^\mu - p_-^\mu) + g^{\mu z} (p_+^\nu - p_Z^\nu))$$

$$\mathcal{O}_W : -\frac{1}{2} i \frac{f_W}{\Lambda^2} g m_W^2 \sec(\theta_W) (g^{\nu\mu} (p_-^z - p_+^z) - p_-^\mu g^{\nu z} + g^{\mu z} (p_+^\nu - p_Z^\nu \cos^2(\theta_W)) + p_Z^\mu \cos^2(\theta_W) g^{\nu z})$$

$$\mathcal{O}_B : -\frac{1}{2} i \frac{f_B}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) \tan(\theta_W) (p_Z^\nu g^{\mu z} - p_Z^\mu g^{\nu z})$$

$$\mathcal{O}_{WWW} : \frac{3}{2} i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} g^3 \cos(\theta_W) (p_Z^\nu (p_-^\mu p_+^z - g^{\mu z} p_- \cdot p_+) + p_+^\nu (g^{\mu z} p_- \cdot p_Z - p_-^z p_Z^\mu) + g^{\nu z} (p_Z^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_+ \cdot p_Z) + g^{\nu\mu} (p_-^z p_+ \cdot p_Z - p_+^z p_- \cdot p_Z))$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}} : -\frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sec(\theta_W) (\epsilon^{\nu\mu z p_-} + \epsilon^{\nu\mu z p_+} + \cos^2(\theta_W) \epsilon^{\nu\mu z p_Z})$$

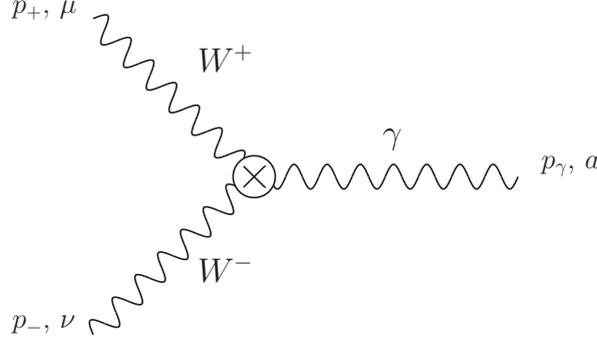
$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{B}}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) \tan(\theta_W) \epsilon^{\nu\mu z p_Z}$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{WWW}} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{WWW}}}{\Lambda^2} g^3 \cos(\theta_W) (g^{\nu\mu} \epsilon^{z p_- p_+ p_Z} + g^{\nu z} \epsilon^{\mu p_- p_+ p_Z} + g^{\mu z} \epsilon^{\nu p_- p_+ p_Z} - p_+^\nu \epsilon^{\mu z p_- p_Z} - p_Z^\nu \epsilon^{\mu z p_- p_+} + p_-^\mu \epsilon^{\nu z p_+ p_Z} - p_Z^\mu \epsilon^{\nu z p_- p_+} + p_-^z \epsilon^{\nu\mu p_+ p_Z} + p_+^z \epsilon^{\nu\mu p_- p_Z} + p_- \cdot p_+ \epsilon^{\nu\mu z p_Z} + p_- \cdot p_Z \epsilon^{\nu\mu z p_+} + p_+ \cdot p_Z \epsilon^{\nu\mu z p_-})$$

$$\mathcal{O}_{D\widetilde{W}} : -2 i \frac{f_{D\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g^3 \cos(\theta_W) (-(p_- \cdot p_+ + p_- \cdot p_Z) \epsilon^{\nu\mu z p_-} - (p_- \cdot p_+ + p_+ \cdot p_Z) \epsilon^{\nu\mu z p_+} - (p_- \cdot p_Z + p_+ \cdot p_Z) \epsilon^{\nu\mu z p_Z} + (p_-^z - p_+^z) \epsilon^{\nu\mu p_- p_+} + (p_Z^\mu - p_-^\mu) \epsilon^{\nu z p_- p_Z} + (p_+^\nu - p_Z^\nu) \epsilon^{\mu z p_+ p_Z})$$

$$\mathcal{O}_{B\widetilde{W}} : -i \frac{f_{B\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) \tan(\theta_W) \epsilon^{\nu\mu z p_Z}$$

WW γ -Vertex



$$\mathcal{L}_{SM} : -i g \sin(\theta_W) (g^{a\nu} (p_\gamma^\mu - p_-^\mu) + g^{a\mu} (p_+^\nu - p_\gamma^\nu) + (p_-^a - p_+^a) g^{\nu\mu})$$

$$\mathcal{O}_W : \frac{1}{2} i \frac{f_W}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) (p_\gamma^\nu g^{a\mu} - p_\gamma^\mu g^{a\nu})$$

$$\mathcal{O}_B : \frac{1}{2} i \frac{f_B}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) (p_\gamma^\nu g^{a\mu} - p_\gamma^\mu g^{a\nu})$$

$$\mathcal{O}_{WWW} : \frac{3}{2} i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} g^3 \sin(\theta_W) \left(p_+^a (p_\gamma^\nu p_-^\mu - g^{\nu\mu} p_\gamma \cdot p_-) + p_-^a (g^{\nu\mu} p_\gamma \cdot p_+ - p_\gamma^\mu p_+^\nu) \right. \\ \left. + g^{a\mu} (p_+^\nu p_\gamma \cdot p_- - p_\gamma^\nu p_- \cdot p_+) + g^{a\nu} (p_\gamma^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_\gamma \cdot p_+) \right)$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}} : -\frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) \epsilon^{a\nu\mu p_\gamma}$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}} : -\frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{B}}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) \epsilon^{a\nu\mu p_\gamma}$$

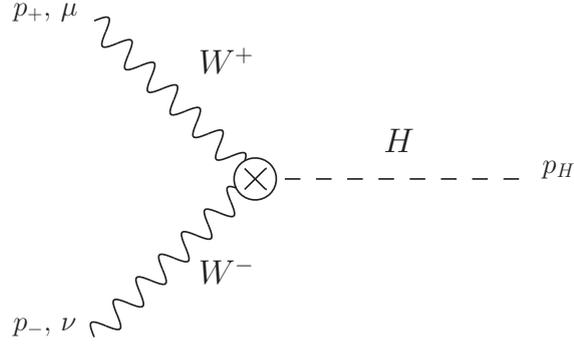
$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}WW} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{W}WW}}{\Lambda^2} g^3 \sin(\theta_W) \left(g^{a\nu} \epsilon^{\mu p_\gamma p_- p_+} + g^{a\mu} \epsilon^{\nu p_\gamma p_- p_+} + g^{\nu\mu} \epsilon^{a p_\gamma p_- p_+} \right. \\ \left. - p_-^a \epsilon^{\nu\mu p_\gamma p_+} - p_+^a \epsilon^{\nu\mu p_\gamma p_-} + p_\gamma^\nu \epsilon^{a\mu p_- p_+} - p_+^\nu \epsilon^{a\mu p_\gamma p_-} + p_\gamma^\mu \epsilon^{a\nu p_- p_+} \right. \\ \left. + p_-^\mu \epsilon^{a\nu p_\gamma p_+} + p_\gamma \cdot p_- \epsilon^{a\nu\mu p_+} + p_\gamma \cdot p_+ \epsilon^{a\nu\mu p_-} + p_- \cdot p_+ \epsilon^{a\nu\mu p_\gamma} \right)$$

$$\mathcal{O}_{D\widetilde{W}} : -2 i \frac{f_{D\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g^3 \sin(\theta_W) \left(-(p_\gamma \cdot p_- + p_\gamma \cdot p_+) \epsilon^{a\nu\mu p_\gamma} \right. \\ \left. - (p_\gamma \cdot p_- + p_- \cdot p_+) \epsilon^{a\nu\mu p_-} - (p_\gamma \cdot p_+ + p_- \cdot p_+) \epsilon^{a\nu\mu p_+} + (p_\gamma^\mu - p_-^\mu) \epsilon^{a\nu p_\gamma p_-} \right. \\ \left. + (p_+^\nu - p_\gamma^\nu) \epsilon^{a\mu p_\gamma p_+} + (p_-^a - p_+^a) \epsilon^{\nu\mu p_- p_+} \right)$$

$$\mathcal{O}_{B\widetilde{W}} : i \frac{f_{B\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W^2 \sin(\theta_W) \epsilon^{a\nu\mu p_\gamma}$$

A.2. Eichboson-Higgs-Vertizes

WWH -Vertex



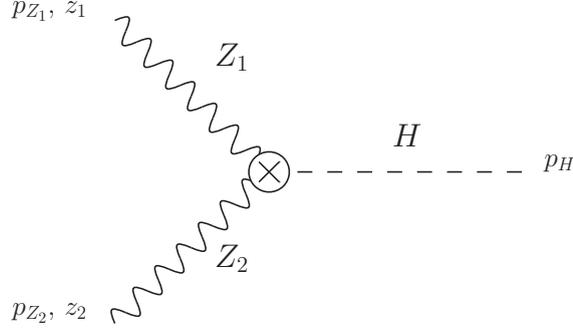
$$\mathcal{L}_{SM} : i g m_W g^{\nu\mu}$$

$$\mathcal{O}_W : -\frac{1}{2} i \frac{f_W}{\Lambda^2} g m_W (-g^{\nu\mu} (p_H \cdot p_- + p_H \cdot p_+) + p_H^\nu p_-^\mu + p_H^\mu p_+^\nu)$$

$$\mathcal{O}_{WW} : -2 i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} g m_W (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+)$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W (\epsilon^{\nu\mu\rho\eta} p_H^\rho p_-^\eta - \epsilon^{\nu\mu\rho\eta} p_H^\rho p_+^\eta)$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} : -2 i \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} g m_W \epsilon^{\nu\mu\rho\eta} p_-^\rho p_+^\eta$$

ZZH-Vertex

$$\mathcal{L}_{SM} : i g m_W \sec^2(\theta_W) g^{z_1 z_2}$$

$$\mathcal{O}_W : -\frac{1}{2} i \frac{f_W}{\Lambda^2} g m_W (-g^{z_1 z_2} (p_H \cdot p_{Z_1} + p_H \cdot p_{Z_2}) + p_H^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + p_H^{z_2} p_{Z_2}^{z_1})$$

$$\mathcal{O}_B : -\frac{1}{2} i \frac{f_B}{\Lambda^2} g m_W \tan^2(\theta_W) (-g^{z_1 z_2} (p_H \cdot p_{Z_1} + p_H \cdot p_{Z_2}) + p_H^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + p_H^{z_2} p_{Z_2}^{z_1})$$

$$\mathcal{O}_{WW} : -2 i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} g m_W \cos^2(\theta_W) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2})$$

$$\mathcal{O}_{BB} : -2 i \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2})$$

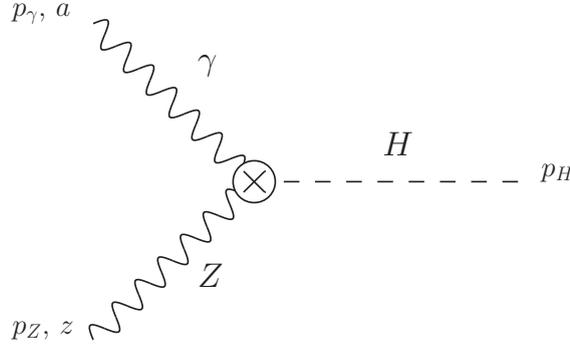
$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W (\epsilon^{z_1 z_2 p_H p_{Z_1}} - \epsilon^{z_1 z_2 p_H p_{Z_2}})$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{B}}}{\Lambda^2} g m_W \tan^2(\theta_W) (\epsilon^{z_1 z_2 p_H p_{Z_1}} - \epsilon^{z_1 z_2 p_H p_{Z_2}})$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}\widetilde{W}} : -2 i \frac{f_{\widetilde{W}\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W \cos^2(\theta_W) \epsilon^{z_1 z_2 p_{Z_1} p_{Z_2}}$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}\widetilde{B}} : -2 i \frac{f_{\widetilde{B}\widetilde{B}}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) \epsilon^{z_1 z_2 p_{Z_1} p_{Z_2}}$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}\widetilde{W}} : -2 i \frac{f_{\widetilde{B}\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \epsilon^{z_1 z_2 p_{Z_1} p_{Z_2}}$$

γZH -Vertex

$$\mathcal{O}_W : -\frac{1}{2} i \frac{f_W}{\Lambda^2} g m_W \tan(\theta_W) (p_H^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_H)$$

$$\mathcal{O}_B : \frac{1}{2} i \frac{f_B}{\Lambda^2} g m_W \tan(\theta_W) (p_H^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_H)$$

$$\mathcal{O}_{WW} : -2 i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} g m_W \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z)$$

$$\mathcal{O}_{BB} : 2 i \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z)$$

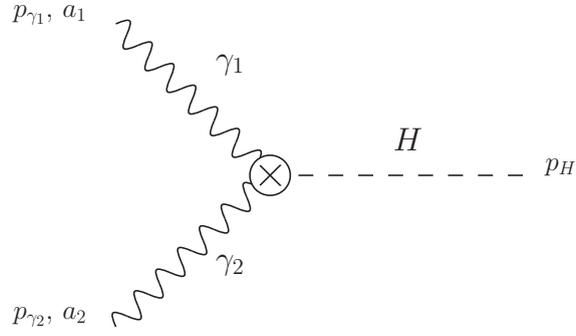
$$\mathcal{O}_{\tilde{W}} : -\frac{1}{2} i \frac{f_{\tilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W \tan(\theta_W) \epsilon^{azp_\gamma p_H}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}} : \frac{1}{2} i \frac{f_{\tilde{B}}}{\Lambda^2} g m_W \tan(\theta_W) \epsilon^{azp_\gamma p_H}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{W}W} : -2 i \frac{f_{\tilde{W}W}}{\Lambda^2} g m_W \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) \epsilon^{azp_\gamma p_Z}$$

$$\mathcal{O}_{\tilde{B}B} : 2 i \frac{f_{\tilde{B}B}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) \epsilon^{azp_\gamma p_Z}$$

$$\mathcal{O}_{B\tilde{W}} : i \frac{f_{B\tilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W (\sin(\theta_W) \cos(\theta_W) - \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W)) \epsilon^{azp_\gamma p_Z}$$

$\gamma\gamma H$ -Vertex

$$\mathcal{O}_{WW} : -2i \frac{f_{WW}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\mathcal{O}_{BB} : -2i \frac{f_{BB}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

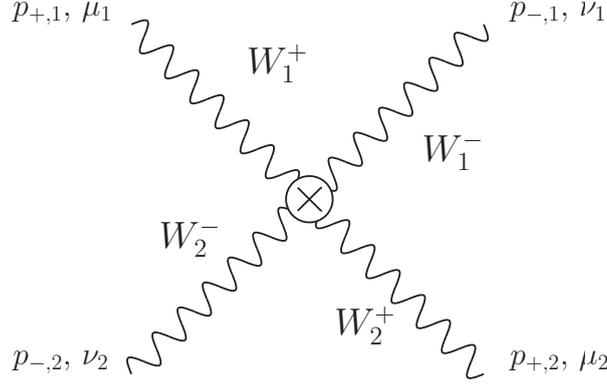
$$\mathcal{O}_{\widetilde{W}W} : -2i \frac{f_{\widetilde{W}W}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_1} p_{\gamma_2}}$$

$$\mathcal{O}_{\widetilde{B}B} : -2i \frac{f_{\widetilde{B}B}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_1} p_{\gamma_2}}$$

$$\mathcal{O}_{B\widetilde{W}} : 2i \frac{f_{B\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g m_W \sin^2(\theta_W) \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_1} p_{\gamma_2}}$$

A.3. Vier-Eichboson-Vertizes

WWWW-Vertex



$$\mathcal{L}_{SM} : -i g^2 (g^{\nu_1 \mu_2} g^{\nu_2 \mu_1} + g^{\nu_1 \mu_1} g^{\nu_2 \mu_2} - 2g^{\nu_1 \nu_2} g^{\mu_1 \mu_2})$$

$$\mathcal{O}_W : -i \frac{f_W}{\Lambda^2} g^2 m_W^2 (g^{\nu_1 \mu_2} g^{\nu_2 \mu_1} + g^{\nu_1 \mu_1} g^{\nu_2 \mu_2} - 2g^{\nu_1 \nu_2} g^{\mu_1 \mu_2})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{WWW} : & \frac{3}{2} i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} g^4 \left(g^{\mu_1 \mu_2} (p_{-,1}^{\nu_2} (p_{+,1}^{\nu_1} + p_{+,2}^{\nu_1}) + p_{-,2}^{\nu_1} (p_{+,1}^{\nu_2} + p_{+,2}^{\nu_2})) \right. \\ & - g^{\nu_2 \mu_2} (p_{+,2}^{\nu_1} (p_{-,1}^{\mu_1} - p_{-,2}^{\mu_1}) + p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_1} + p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,2}^{\mu_1}) \\ & - g^{\nu_1 \mu_2} (p_{+,2}^{\nu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} - p_{-,1}^{\mu_1}) + p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_2} + p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,2}^{\mu_1}) \\ & - g^{\nu_2 \mu_1} (p_{+,1}^{\nu_1} (p_{-,1}^{\mu_2} - p_{-,2}^{\mu_2}) + p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_1}) \\ & + g^{\nu_1 \mu_1} (p_{+,1}^{\nu_2} (p_{-,1}^{\mu_2} - p_{-,2}^{\mu_2}) - p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,1}^{\mu_2} + p_{-,1}^{\mu_2} (-p_{+,2}^{\nu_2})) \\ & + g^{\nu_1 \nu_2} (p_{+,1}^{\mu_2} (p_{-,1}^{\mu_1} + p_{-,2}^{\mu_1}) + p_{+,2}^{\mu_1} (p_{-,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\mu_2})) \\ & \left. - g^{\nu_1 \nu_2} g^{\mu_1 \mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \right. \\ & \left. + g^{\nu_1 \mu_1} g^{\nu_2 \mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1}) + g^{\nu_1 \mu_2} g^{\nu_2 \mu_1} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \right) \end{aligned}$$

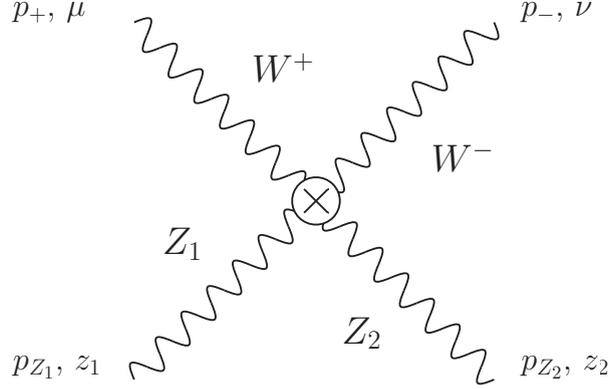
$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\widetilde{WWW}} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{WWW}}}{\Lambda^2} g^4 \left(g^{\nu_1 \nu_2} (\epsilon^{\mu_1 \mu_2 p_{-,1} p_{+,1}} - \epsilon^{\mu_1 \mu_2 p_{-,1} p_{+,2}} + \epsilon^{\mu_1 \mu_2 p_{-,2} p_{+,1}} - \epsilon^{\mu_1 \mu_2 p_{-,2} p_{+,2}}) \right. \\ & + g^{\nu_1 \mu_1} (\epsilon^{\nu_2 \mu_2 p_{-,1} p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_2 \mu_2 p_{-,1} p_{+,2}} + \epsilon^{\nu_2 \mu_2 p_{-,2} p_{+,1}}) \\ & + g^{\nu_1 \mu_2} (\epsilon^{\nu_2 \mu_1 p_{-,1} p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_2 \mu_1 p_{-,1} p_{+,2}} + \epsilon^{\nu_2 \mu_1 p_{-,2} p_{+,2}}) \\ & + g^{\nu_2 \mu_1} (\epsilon^{\nu_1 \mu_2 p_{-,1} p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_1 \mu_2 p_{-,2} p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_1 \mu_2 p_{-,2} p_{+,2}}) \\ & + g^{\nu_2 \mu_2} (\epsilon^{\nu_1 \mu_1 p_{-,1} p_{+,2}} + \epsilon^{\nu_1 \mu_1 p_{-,2} p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_1 \mu_1 p_{-,2} p_{+,2}}) \\ & + g^{\mu_1 \mu_2} (-\epsilon^{\nu_1 \nu_2 p_{-,1} p_{+,1}} - \epsilon^{\nu_1 \nu_2 p_{-,1} p_{+,2}} + \epsilon^{\nu_1 \nu_2 p_{-,2} p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_1 \nu_2 p_{-,2} p_{+,2}}) \\ & - (p_{+,1}^{\nu_1} - p_{+,2}^{\nu_1}) (\epsilon^{\nu_2 \mu_1 \mu_2 p_{-,1}} + \epsilon^{\nu_2 \mu_1 \mu_2 p_{-,2}}) - (p_{+,1}^{\nu_2} - p_{+,2}^{\nu_2}) (\epsilon^{\nu_1 \mu_1 \mu_2 p_{-,1}} + \epsilon^{\nu_1 \mu_1 \mu_2 p_{-,2}}) \\ & - (p_{-,1}^{\mu_1} - p_{-,2}^{\mu_1}) (\epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_2 p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_2 p_{+,2}}) - (p_{-,1}^{\mu_2} - p_{-,2}^{\mu_2}) (\epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_1 p_{+,1}} + \epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_1 p_{+,2}}) \\ & + (-p_{-,1} \cdot p_{+,1}) + p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1} - p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_1 \mu_2} \\ & + p_{+,1}^{\mu_2} (\epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_1 p_{-,2}} - \epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_1 p_{-,1}}) + p_{+,2}^{\mu_1} (\epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_2 p_{-,2}} - \epsilon^{\nu_1 \nu_2 \mu_2 p_{-,1}}) \\ & \left. + p_{-,1}^{\nu_2} (\epsilon^{\nu_1 \mu_1 \mu_2 p_{+,2}} - \epsilon^{\nu_1 \mu_1 \mu_2 p_{+,1}}) + p_{-,2}^{\nu_1} (\epsilon^{\nu_2 \mu_1 \mu_2 p_{+,2}} - \epsilon^{\nu_2 \mu_1 \mu_2 p_{+,1}}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\widetilde{W}} : & -2i \frac{f_{D\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g^4 \left(-2g^{\mu_1\mu_2} \epsilon^{\nu_1\nu_2 p_{-,1} p_{-,2}} + g^{\nu_2\mu_2} \epsilon^{\nu_1\mu_1 p_{-,1} p_{+,1}} + g^{\nu_2\mu_1} \epsilon^{\nu_1\mu_2 p_{-,1} p_{+,2}} \right. \\
& + g^{\nu_1\mu_2} \epsilon^{\nu_2\mu_1 p_{-,2} p_{+,1}} + g^{\nu_1\mu_1} \epsilon^{\nu_2\mu_2 p_{-,2} p_{+,2}} - 2g^{\nu_1\nu_2} \epsilon^{\mu_1\mu_2 p_{+,1} p_{+,2}} \\
& + (p_{-,1} \cdot p_{+,1} - p_{-,1} \cdot p_{+,2} - p_{-,2} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \epsilon^{\nu_1\nu_2\mu_1\mu_2} \\
& - (p_{-,1}^{\mu_2} - p_{-,2}^{\mu_2} + p_{+,1}^{\mu_2}) \epsilon^{\nu_1\nu_2\mu_1 p_{-,2}} + (-p_{-,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\mu_2} + p_{+,1}^{\mu_2}) \epsilon^{\nu_1\nu_2\mu_1 p_{-,1}} \\
& - (p_{-,1}^{\mu_1} - p_{-,2}^{\mu_1} + p_{+,2}^{\mu_1}) \epsilon^{\nu_1\nu_2\mu_2 p_{-,2}} + (-p_{-,1}^{\mu_1} + p_{-,2}^{\mu_1} + p_{+,2}^{\mu_1}) \epsilon^{\nu_1\nu_2\mu_2 p_{-,1}} \\
& - (p_{-,1}^{\nu_2} + p_{+,1}^{\nu_2} - p_{+,2}^{\nu_2}) \epsilon^{\nu_1\mu_1\mu_2 p_{+,2}} + (p_{-,1}^{\nu_2} - p_{+,1}^{\nu_2} + p_{+,2}^{\nu_2}) \epsilon^{\nu_1\mu_1\mu_2 p_{+,1}} \\
& \left. - (p_{-,2}^{\nu_1} + p_{+,1}^{\nu_1} - p_{+,2}^{\nu_1}) \epsilon^{\nu_2\mu_1\mu_2 p_{+,2}} + (p_{-,2}^{\nu_1} - p_{+,1}^{\nu_1} + p_{+,2}^{\nu_1}) \epsilon^{\nu_2\mu_1\mu_2 p_{+,1}} \right) \\
\mathcal{L}_{S,0} : & 4i \frac{f_{S0}}{\Lambda^4} m_W^4 g^{\nu_1\nu_2} g^{\mu_1\mu_2} \\
\mathcal{L}_{S,1} : & 2i \frac{f_{S1}}{\Lambda^4} m_W^4 (g^{\nu_1\mu_2} g^{\nu_2\mu_1} + g^{\nu_1\mu_1} g^{\nu_2\mu_2}) \\
\mathcal{L}_{M,0} : & -2i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(g^{\nu_1\mu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_2} - g^{\nu_2\mu_1} (p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1})) \right. \\
& \left. + g^{\nu_1\mu_1} (p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_2} - g^{\nu_2\mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2})) + p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_1} g^{\nu_2\mu_2} + p_{-,1}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_1} g^{\nu_2\mu_1} \right) \\
\mathcal{L}_{M,1} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(g^{\mu_1\mu_2} (p_{-,1}^{\nu_2} (p_{+,1}^{\nu_1} + p_{+,2}^{\nu_1}) + p_{-,2}^{\nu_1} (p_{+,1}^{\nu_2} + p_{+,2}^{\nu_2})) \right. \\
& + g^{\nu_2\mu_2} (p_{+,2}^{\nu_1} (p_{-,1}^{\mu_1} - p_{-,2}^{\mu_1}) + p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_1} - p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,2}^{\mu_1}) \\
& + g^{\nu_1\mu_2} (p_{+,2}^{\nu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} - p_{-,1}^{\mu_1}) + p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_2} - p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,2}^{\mu_1}) \\
& + g^{\nu_2\mu_1} (p_{+,1}^{\nu_1} (p_{-,1}^{\mu_2} - p_{-,2}^{\mu_2}) - p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_1}) \\
& - g^{\nu_1\mu_1} (p_{+,1}^{\nu_2} (p_{-,1}^{\mu_2} - p_{-,2}^{\mu_2}) + p_{-,2}^{\nu_2} p_{+,1}^{\mu_2} + p_{-,1}^{\mu_2} (-p_{+,2}^{\nu_2})) \\
& + g^{\nu_1\nu_2} (p_{+,1}^{\mu_2} (p_{-,1}^{\mu_1} + p_{-,2}^{\mu_1}) + p_{+,2}^{\mu_1} (p_{-,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\mu_2})) \\
& - g^{\nu_1\nu_2} g^{\mu_1\mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \\
& \left. - g^{\nu_1\mu_1} g^{\nu_2\mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1}) - g^{\nu_1\mu_2} g^{\nu_2\mu_1} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \right) \\
\mathcal{L}_{M,6} : & -i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(g^{\nu_1\mu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_2} - g^{\nu_2\mu_1} (p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1})) \right. \\
& \left. + g^{\nu_1\mu_1} (p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_2} - g^{\nu_2\mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2})) + p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_1} g^{\nu_2\mu_2} + p_{-,1}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_1} g^{\nu_2\mu_1} \right) \\
\mathcal{L}_{M,7} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(g^{\mu_1\mu_2} (p_{-,1}^{\nu_2} (p_{+,1}^{\nu_1} + p_{+,2}^{\nu_1}) + p_{-,2}^{\nu_1} (p_{+,1}^{\nu_2} + p_{+,2}^{\nu_2})) \right. \\
& + g^{\nu_1\nu_2} (p_{+,1}^{\mu_2} (p_{-,1}^{\mu_1} + p_{-,2}^{\mu_1}) + p_{+,2}^{\mu_1} (p_{-,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\mu_2})) \\
& - g^{\nu_1\nu_2} g^{\mu_1\mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,2} \cdot p_{+,1} + p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \\
& \left. - p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,1}^{\mu_2} g^{\nu_1\mu_1} - p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,2}^{\mu_1} g^{\nu_1\mu_2} - p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,1}^{\mu_2} g^{\nu_2\mu_1} - p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,2}^{\mu_1} g^{\nu_2\mu_2} \right) \\
\mathcal{L}_{T,0} : & 8i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \left((p_{-,1}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_1} - g^{\nu_1\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,2}) (p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_2} - g^{\nu_2\mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,1}) \right. \\
& \left. + (p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_1} - g^{\nu_1\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,1}) (p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_2} - g^{\nu_2\mu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,1} : & 4i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \left((p_{-,1}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_1} - g^{\nu_1 \mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,2}) (p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_2} - g^{\nu_2 \mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,1}) \right. \\ & + (p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\nu_1} - g^{\nu_1 \mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,1}) (p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,2}^{\nu_2} - g^{\nu_2 \mu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \\ & \left. + 2 (p_{-,1}^{\nu_2} p_{-,2}^{\nu_1} - g^{\nu_1 \nu_2} p_{-,1} \cdot p_{-,2}) (p_{+,1}^{\mu_2} p_{+,2}^{\mu_1} - g^{\mu_1 \mu_2} p_{+,1} \cdot p_{+,2}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,2} : & i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \left(2p_{+,1}^{\nu_1} p_{+,2}^{\nu_2} p_{-,2}^{\mu_1} p_{-,1}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,1}^{\nu_2} p_{+,2}^{\mu_1} p_{-,1}^{\mu_2} + 2p_{+,2}^{\nu_1} p_{+,1}^{\nu_2} p_{-,1}^{\mu_1} p_{-,2}^{\mu_2} \right. \\ & + p_{+,1}^{\nu_1} p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,2}^{\mu_1} p_{-,2}^{\mu_2} + p_{-,2}^{\nu_1} p_{+,2}^{\nu_2} p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1}^{\mu_2} + p_{+,2}^{\nu_1} p_{-,1}^{\nu_2} p_{+,1}^{\mu_1} p_{+,2}^{\mu_2} \\ & + g^{\nu_1 \nu_2} g^{\mu_1 \mu_2} (p_{-,1} \cdot p_{+,2} p_{-,2} \cdot p_{+,1} + p_{-,1} \cdot p_{+,1} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \\ & + g^{\mu_1 \mu_2} \left(-p_{-,2}^{\nu_1} (p_{+,2}^{\nu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{+,1}^{\nu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,2}) \right. \\ & + p_{+,2}^{\nu_1} (p_{+,1}^{\nu_2} p_{-,1} \cdot p_{-,2} - p_{-,1}^{\nu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,1}) + p_{+,1}^{\nu_1} (p_{+,2}^{\nu_2} p_{-,1} \cdot p_{-,2} - p_{-,1}^{\nu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \left. \right) \\ & - g^{\nu_1 \nu_2} \left(p_{+,2}^{\mu_1} (p_{-,2}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,1} + p_{-,1}^{\mu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,1}) \right. \\ & + p_{+,1}^{\mu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,2} + p_{-,1}^{\mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) - (p_{-,2}^{\mu_1} p_{-,1}^{\mu_2} + p_{-,1}^{\mu_1} p_{-,2}^{\mu_2}) p_{+,1} \cdot p_{+,2} \left. \right) \\ & + g^{\nu_1 \mu_1} g^{\nu_2 \mu_2} (2p_{-,1} \cdot p_{+,2} p_{-,2} \cdot p_{+,1} + p_{-,1} \cdot p_{-,2} p_{+,1} \cdot p_{+,2}) \\ & + g^{\nu_1 \mu_2} g^{\nu_2 \mu_1} (2p_{-,1} \cdot p_{+,1} p_{-,2} \cdot p_{+,2} + p_{-,1} \cdot p_{-,2} p_{+,1} \cdot p_{+,2}) \\ & - g^{\nu_2 \mu_2} \left(p_{+,1}^{\nu_1} (p_{+,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{-,2} + 2p_{-,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,2}) \right. \\ & + p_{+,2}^{\nu_1} (2p_{-,1}^{\mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,1} - 2p_{-,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,1}) + p_{-,2}^{\nu_1} (p_{-,1}^{\mu_1} p_{+,1} \cdot p_{+,2} - p_{+,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,1}) \left. \right) \\ & - g^{\nu_1 \mu_2} \left(2p_{+,2}^{\nu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{+,1} - p_{-,1}^{\mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,1}) \right. \\ & + p_{+,1}^{\nu_2} (p_{+,2}^{\mu_1} p_{-,1} \cdot p_{-,2} + 2p_{-,1}^{\mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) + p_{-,1}^{\nu_2} (p_{-,2}^{\mu_1} p_{+,1} \cdot p_{+,2} - p_{+,2}^{\mu_1} p_{-,2} \cdot p_{+,1}) \left. \right) \\ & - g^{\nu_2 \mu_1} \left(p_{+,2}^{\nu_1} (p_{+,1}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{-,2} + 2p_{-,2}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,1}) \right. \\ & + p_{+,1}^{\nu_1} (2p_{-,2}^{\mu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,2} - 2p_{-,2}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,2}) + p_{-,2}^{\nu_1} (p_{-,1}^{\mu_2} p_{+,1} \cdot p_{+,2} - p_{+,2}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,2}) \left. \right) \\ & - g^{\nu_1 \mu_1} \left(p_{+,2}^{\nu_2} (p_{+,1}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{-,2} + 2p_{-,2}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,1}) \right. \\ & \left. + 2p_{+,1}^{\nu_2} (p_{-,2}^{\mu_2} p_{-,1} \cdot p_{+,2} - p_{-,1}^{\mu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) + p_{-,1}^{\nu_2} (p_{-,2}^{\mu_2} p_{+,1} \cdot p_{+,2} - p_{+,2}^{\mu_2} p_{-,2} \cdot p_{+,2}) \right) \end{aligned}$$

WWZZ-Vertex



$$\mathcal{L}_{SM} : i g^2 \cos^2(\theta_W) (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} - 2g^{\nu\mu} g^{z_1 z_2})$$

$$\mathcal{O}_W : i \frac{f_W}{\Lambda^2} g^2 m_W^2 (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} - 2g^{\nu\mu} g^{z_1 z_2})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{WWW} : & -\frac{3}{2} i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} g^4 \cos^2(\theta_W) \left(g^{z_1 z_2} (p_-^\mu (p_{Z_1}^\nu + p_{Z_2}^\nu) + p_+^\nu (p_{Z_1}^\mu + p_{Z_2}^\mu)) \right. \\ & - g^{\mu z_2} (p_{Z_2}^\nu (p_+^{z_1} - p_-^{z_1}) + p_+^{z_1} p_{Z_1}^\nu + p_+^\nu p_{Z_2}^{z_1}) - g^{\nu z_2} (p_{Z_2}^\mu (p_+^{z_1} - p_-^{z_1}) + p_-^{z_1} p_{Z_1}^\mu + p_-^\mu p_{Z_2}^{z_1}) \\ & - g^{\mu z_1} (p_{Z_1}^\nu (p_-^{z_2} - p_+^{z_2}) + p_+^\nu p_{Z_1}^{z_2} + p_+^{z_2} p_{Z_2}^\nu) + g^{\nu z_1} (p_{Z_1}^\mu (p_-^{z_2} - p_+^{z_2}) - p_-^\mu p_{Z_1}^{z_2} - p_-^{z_2} p_{Z_2}^\mu) \\ & + g^{\nu\mu} (p_{Z_1}^{z_2} (p_-^{z_1} + p_+^{z_1}) + p_{Z_2}^{z_2} (p_-^{z_1} + p_+^{z_1})) \\ & \left. - g^{\nu\mu} g^{z_1 z_2} (p_- \cdot p_{Z_1} + p_- \cdot p_{Z_2} + p_+ \cdot p_{Z_1} + p_+ \cdot p_{Z_2}) \right. \\ & \left. + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} (p_- \cdot p_{Z_2} + p_+ \cdot p_{Z_1}) + g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} (p_- \cdot p_{Z_1} + p_+ \cdot p_{Z_2}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\widetilde{WWW}} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{WWW}}}{\Lambda^2} g^4 \cos^2(\theta_W) \left(g^{\nu\mu} (\epsilon^{z_1 z_2 p_- p_{Z_1}} - \epsilon^{z_1 z_2 p_- p_{Z_2}} + \epsilon^{z_1 z_2 p_+ p_{Z_1}} - \epsilon^{z_1 z_2 p_+ p_{Z_2}}) \right. \\ & + g^{\nu z_1} (\epsilon^{\mu z_2 p_- p_{Z_1}} + \epsilon^{\mu z_2 p_- p_{Z_2}} + \epsilon^{\mu z_2 p_+ p_{Z_1}}) + g^{\nu z_2} (\epsilon^{\mu z_1 p_- p_{Z_1}} + \epsilon^{\mu z_1 p_- p_{Z_2}} + \epsilon^{\mu z_1 p_+ p_{Z_2}}) \\ & + g^{\mu z_1} (\epsilon^{\nu z_2 p_- p_{Z_1}} + \epsilon^{\nu z_2 p_+ p_{Z_1}} + \epsilon^{\nu z_2 p_+ p_{Z_2}}) + g^{\mu z_2} (\epsilon^{\nu z_1 p_- p_{Z_2}} + \epsilon^{\nu z_1 p_+ p_{Z_1}} + \epsilon^{\nu z_1 p_+ p_{Z_2}}) \\ & + g^{z_1 z_2} (-\epsilon^{\nu\mu p_- p_{Z_1}} - \epsilon^{\nu\mu p_- p_{Z_2}} + \epsilon^{\nu\mu p_+ p_{Z_1}} + \epsilon^{\nu\mu p_+ p_{Z_2}}) \\ & - (p_{Z_1}^\nu - p_{Z_2}^\nu) (\epsilon^{\mu z_1 z_2 p_-} + \epsilon^{\mu z_1 z_2 p_+}) - (p_{Z_1}^\mu - p_{Z_2}^\mu) (\epsilon^{\nu z_1 z_2 p_-} + \epsilon^{\nu z_1 z_2 p_+}) \\ & - (p_-^{z_1} - p_+^{z_1}) (\epsilon^{\nu\mu z_2 p_{Z_1}} + \epsilon^{\nu\mu z_2 p_{Z_2}}) - (p_-^{z_2} - p_+^{z_2}) (\epsilon^{\nu\mu z_1 p_{Z_1}} + \epsilon^{\nu\mu z_1 p_{Z_2}}) \\ & + (-p_- \cdot p_{Z_1}) + p_- \cdot p_{Z_2} + p_+ \cdot p_{Z_1} - p_+ \cdot p_{Z_2}) \epsilon^{\nu\mu z_1 z_2} \\ & + p_{Z_1}^{z_2} (\epsilon^{\nu\mu z_1 p_+} - \epsilon^{\nu\mu z_1 p_-}) + p_{Z_2}^{z_1} (\epsilon^{\nu\mu z_2 p_+} - \epsilon^{\nu\mu z_2 p_-}) \\ & \left. + p_-^\mu (\epsilon^{\nu z_1 z_2 p_{Z_2}} - \epsilon^{\nu z_1 z_2 p_{Z_1}}) + p_+^\nu (\epsilon^{\mu z_1 z_2 p_{Z_2}} - \epsilon^{\mu z_1 z_2 p_{Z_1}}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\widetilde{W}} : & -2i \frac{f_{D\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g^4 \cos^2(\theta_W) \left(2g^{z_1 z_2} \epsilon^{\nu\mu p-p_+} - g^{\mu z_2} \epsilon^{\nu z_1 p-p_{Z_1}} - g^{\mu z_1} \epsilon^{\nu z_2 p-p_{Z_2}} \right. \\
& - g^{\nu z_2} \epsilon^{\mu z_1 p+p_{Z_1}} - g^{\nu z_1} \epsilon^{\mu z_2 p+p_{Z_2}} + 2g^{\nu\mu} \epsilon^{z_1 z_2 p_{Z_1} p_{Z_2}} \\
& + (-p_- \cdot p_{Z_1}) + p_- \cdot p_{Z_2} + p_+ \cdot p_{Z_1} - p_+ \cdot p_{Z_2} \Big) \epsilon^{\nu\mu z_1 z_2} \\
& + (p_-^{z_2} - p_+^{z_2} - p_{Z_1}^{z_2}) \epsilon^{\nu\mu z_1 p_-} + (p_-^{z_2} - p_+^{z_2} + p_{Z_1}^{z_2}) \epsilon^{\nu\mu z_1 p_+} \\
& + (p_-^{z_1} - p_+^{z_1} - p_{Z_2}^{z_1}) \epsilon^{\nu\mu z_2 p_-} + (p_-^{z_1} - p_+^{z_1} + p_{Z_2}^{z_1}) \epsilon^{\nu\mu z_2 p_+} \\
& + (p_-^\mu + p_{Z_1}^\mu - p_{Z_2}^\mu) \epsilon^{\nu z_1 z_2 p_{Z_2}} - (p_-^\mu - p_{Z_1}^\mu + p_{Z_2}^\mu) \epsilon^{\nu z_1 z_2 p_{Z_1}} \\
& + (p_+^\nu + p_{Z_1}^\nu - p_{Z_2}^\nu) \epsilon^{\mu z_1 z_2 p_{Z_2}} - (p_+^\nu - p_{Z_1}^\nu + p_{Z_2}^\nu) \epsilon^{\mu z_1 z_2 p_{Z_1}} \Big)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{S,0} : i \frac{f_{S0}}{\Lambda^4} m_W^4 \sec^2(\theta_W) (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2})$$

$$\mathcal{L}_{S,1} : 2i \frac{f_{S1}}{\Lambda^4} m_W^4 \sec^2(\theta_W) g^{\nu\mu} g^{z_1 z_2}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,0} : & -2i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(\sec^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+) \right. \\
& \left. + \cos^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,1} : & \frac{1}{16} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sec^2(\theta_W) \left(\right. \\
& 8 \left(p_+^\nu (p_-^{z_1} g^{\mu z_2} + p_-^{z_2} g^{\mu z_1}) + p_-^\mu (p_+^{z_1} g^{\nu z_2} + p_+^{z_2} g^{\nu z_1}) - g^{\nu\mu} (p_-^{z_2} p_+^{z_1} + p_-^{z_1} p_+^{z_2}) \right) \\
& - 8g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_- \cdot p_+ - 8g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_- \cdot p_+ + 8p_{Z_1}^\nu \cos^4(\theta_W) (p_{Z_2}^{z_1} g^{\mu z_2} - p_{Z_2}^\mu g^{z_1 z_2}) \\
& + 8p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu \cos^4(\theta_W) g^{\nu z_1} + 8p_{Z_2}^\nu \cos^4(\theta_W) (p_{Z_1}^{z_2} g^{\mu z_1} - p_{Z_1}^\mu g^{z_1 z_2}) \\
& + 4p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} \cos(2\theta_W) g^{\nu z_2} + p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} \cos(4\theta_W) g^{\nu z_2} \\
& \left. - 8 \cos^4(\theta_W) p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2}) + 3p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} g^{\nu z_2} \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{M,2} : -i \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,3} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) \left(p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} g^{\nu z_2} + p_{Z_1}^\nu (p_{Z_2}^{z_1} g^{\mu z_2} - p_{Z_2}^\mu g^{z_1 z_2}) \right. \\
& \left. + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu g^{\nu z_1} + p_{Z_2}^\nu (p_{Z_1}^{z_2} g^{\mu z_1} - p_{Z_1}^\mu g^{z_1 z_2}) - p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,4} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(g^{\nu z_2} (p_+^{z_1} p_{Z_1}^\mu - g^{\mu z_1} (p_- \cdot p_{Z_2} + p_+ \cdot p_{Z_1})) \right. \\
& + g^{\nu z_1} (p_+^{z_2} p_{Z_2}^\mu - g^{\mu z_2} (p_- \cdot p_{Z_1} + p_+ \cdot p_{Z_2})) + p_-^{z_1} p_{Z_1}^\nu g^{\mu z_2} + p_-^{z_2} p_{Z_2}^\nu g^{\mu z_1} \\
& \left. + 2 \cos^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,5} : & -\frac{1}{8} i \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(\right. \\
& 2p_{Z_1}^\nu (g^{z_1 z_2} (p_-^\mu + p_{Z_2}^\mu \cos^2(\theta_W)) + p_+^{z_1} g^{\mu z_2} - p_+^{z_2} g^{\mu z_1} + p_{Z_2}^{z_1} \cos^2(\theta_W) (-g^{\mu z_2})) \\
& + 2p_{Z_2}^\nu (g^{z_1 z_2} (p_-^\mu + p_{Z_1}^\mu \cos^2(\theta_W)) - p_+^{z_1} g^{\mu z_2} + p_+^{z_2} g^{\mu z_1} + p_{Z_1}^{z_2} \cos^2(\theta_W) (-g^{\mu z_1})) \\
& - 2p_-^\mu p_{Z_1}^{z_2} g^{\nu z_1} + 2p_-^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} g^{\nu \mu} - 2g^{\nu \mu} g^{z_1 z_2} p_- \cdot p_{Z_1} - 2p_-^\mu p_{Z_2}^{z_1} g^{\nu z_2} \\
& + 2p_-^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{\nu \mu} - 2g^{\nu \mu} g^{z_1 z_2} p_- \cdot p_{Z_2} + 2p_+^{z_2} p_{Z_1}^\mu g^{\nu z_1} - 2g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_+ \cdot p_{Z_1} \\
& + 2p_+^{z_1} p_{Z_2}^\mu g^{\nu z_2} - 2g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_+ \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} \cos(2\theta_W) g^{\nu z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu \cos(2\theta_W) g^{\nu z_1} \\
& \left. + 2 \cos^2(\theta_W) p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2}) - p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} g^{\nu z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu g^{\nu z_1} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,6} : & -i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(\sec^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu \mu} p_- \cdot p_+) \right. \\
& \left. + \cos^2(\theta_W) g^{\nu \mu} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right)
\end{aligned}$$

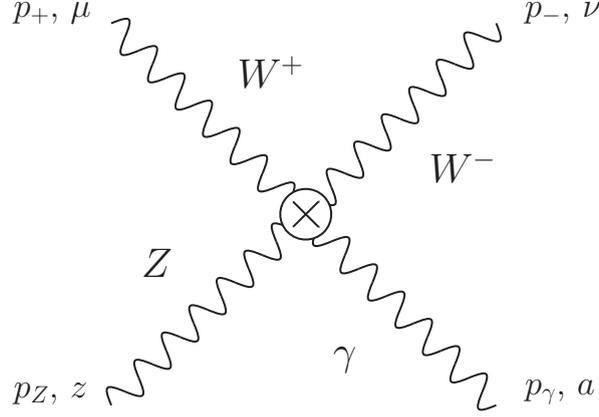
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,7} : & \frac{1}{8} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(\right. \\
& -2 \left(p_+^\nu (g^{\mu z_2} p_-^{z_1} + g^{\mu z_1} p_-^{z_2}) + p_-^\mu (g^{\nu z_2} p_+^{z_1} + g^{\nu z_1} p_+^{z_2}) \right. \\
& \left. - g^{\nu \mu} (p_+^{z_1} p_-^{z_2} + p_-^{z_1} p_+^{z_2}) - (g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2}) p_- \cdot p_+ \right) \sec^2(\theta_W) \\
& + 2p_+^\nu p_{Z_1}^\mu g^{z_1 z_2} + 2p_+^\nu p_{Z_2}^\mu g^{z_1 z_2} - 2g^{\nu z_2} p_{Z_1}^\mu p_-^{z_1} + 2g^{\nu z_2} p_{Z_2}^\mu p_-^{z_1} \\
& - 2g^{\nu z_2} p_{Z_2}^\mu p_+^{z_1} - 2p_+^\nu g^{\mu z_2} p_{Z_2}^{z_1} - 2g^{\nu z_2} p_-^\mu p_{Z_2}^{z_1} - g^{\nu z_2} p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} \\
& + 2g^{\nu z_1} p_{Z_1}^\mu p_-^{z_2} - 2g^{\nu z_1} p_{Z_2}^\mu p_-^{z_2} + 2g^{\nu \mu} p_{Z_2}^{z_1} p_-^{z_2} - 2g^{\nu z_1} p_{Z_1}^\mu p_+^{z_2} + 2g^{\nu \mu} p_{Z_2}^{z_1} p_+^{z_2} \\
& + 2p_{Z_1}^\nu \left(p_{Z_2}^\mu g^{z_1 z_2} \cos^2(\theta_W) + p_-^\mu g^{z_1 z_2} - g^{\mu z_2} (p_{Z_2}^{z_1} \cos^2(\theta_W) + p_+^{z_1}) + g^{\mu z_1} (p_+^{z_2} - p_-^{z_2}) \right) \\
& - 2p_+^\nu g^{\mu z_1} p_{Z_1}^{z_2} - 2g^{\nu z_1} p_-^\mu p_{Z_1}^{z_2} - g^{\nu z_1} p_{Z_2}^\mu p_{Z_1}^{z_2} + 2g^{\nu \mu} p_-^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + 2g^{\nu \mu} p_+^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} \\
& + p_{Z_2}^\nu \left(2 (p_{Z_1}^\mu \cos^2(\theta_W) + p_-^\mu) g^{z_1 z_2} - 2 (g^{\mu z_2} (p_-^{z_1} - p_+^{z_1}) + g^{\mu z_1} (p_{Z_1}^{z_2} \cos^2(\theta_W) + p_+^{z_2})) \right) \\
& + 2g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_- \cdot p_{Z_1} - 2g^{\nu \mu} g^{z_1 z_2} p_- \cdot p_{Z_1} + 2g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_- \cdot p_{Z_2} - 2g^{\nu \mu} g^{z_1 z_2} p_- \cdot p_{Z_2} \\
& + 2g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_+ \cdot p_{Z_1} - 2g^{\nu \mu} g^{z_1 z_2} p_+ \cdot p_{Z_1} + 2g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_+ \cdot p_{Z_2} - 2g^{\nu \mu} g^{z_1 z_2} p_+ \cdot p_{Z_2} \\
& + g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& \left. + \cos(2\theta_W) (g^{\nu z_2} (g^{\mu z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1}) + g^{\nu z_1} (g^{\mu z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^\mu p_{Z_1}^{z_2})) \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{T,0} : 8i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \cos^2(\theta_W) (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu \mu} p_- \cdot p_+) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,1} : & 4i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \cos^2(\theta_W) \left((p_-^{z_2} p_{Z_2}^\nu - g^{\nu z_2} p_- \cdot p_{Z_2}) (p_+^{z_1} p_{Z_1}^\mu - g^{\mu z_1} p_+ \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& \left. + (p_-^{z_1} p_{Z_1}^\nu - g^{\nu z_1} p_- \cdot p_{Z_1}) (p_+^{z_2} p_{Z_2}^\mu - g^{\mu z_2} p_+ \cdot p_{Z_2}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,2} : & i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \cos^2(\theta_W) \left(g^{\nu\mu} g^{z_1 z_2} (p_- \cdot p_{Z_2} p_+ \cdot p_{Z_1} + p_- \cdot p_{Z_1} p_+ \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + g^{z_1 z_2} \left(-p_+^\nu (p_{Z_2}^\mu p_- \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^\mu p_- \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^\nu (p_{Z_1}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_+ \cdot p_{Z_1}) + p_{Z_1}^\nu (p_{Z_2}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_+ \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& + g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_- \cdot p_+ p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_- \cdot p_+ p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& - g^{\nu\mu} \left(p_{Z_2}^{z_1} (p_+^{z_2} p_- \cdot p_{Z_1} + p_-^{z_2} p_+ \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + p_{Z_1}^{z_2} (p_+^{z_1} p_- \cdot p_{Z_2} + p_-^{z_1} p_+ \cdot p_{Z_2}) - p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} (p_-^{z_2} p_+^{z_1} + p_-^{z_1} p_+^{z_2}) \left. \right) \\
& - g^{\mu z_2} (p_{Z_1}^\nu p_{Z_2}^{z_1} p_- \cdot p_+ + p_+^\nu (p_-^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_- \cdot p_{Z_1})) \\
& - g^{\nu z_2} (p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} p_- \cdot p_+ + p_-^\mu (p_+^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_+ \cdot p_{Z_1})) \\
& - g^{\mu z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\nu p_- \cdot p_+ + p_+^\nu (p_-^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_- \cdot p_{Z_2})) \\
& - g^{\nu z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu p_- \cdot p_+ + p_-^\mu (p_+^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_+ \cdot p_{Z_2})) \\
& + p_-^{z_2} p_+^\nu p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} + p_-^\mu p_+^{z_2} p_{Z_1}^\nu p_{Z_2}^{z_1} + p_-^{z_1} p_+^\nu p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu + p_-^\mu p_+^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\nu \left. \right) \\
\mathcal{L}_{T,5} : & 2i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \\
\mathcal{L}_{T,6} : & i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) \left((p_-^{z_2} p_{Z_2}^\nu - g^{\nu z_2} p_- \cdot p_{Z_2}) (p_+^{z_1} p_{Z_1}^\mu - g^{\mu z_1} p_+ \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + (p_-^{z_1} p_{Z_1}^\nu - g^{\nu z_1} p_- \cdot p_{Z_1}) (p_+^{z_2} p_{Z_2}^\mu - g^{\mu z_2} p_+ \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
\mathcal{L}_{T,7} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \tan^2(\theta_W) \left(g^{\nu\mu} g^{z_1 z_2} (p_- \cdot p_{Z_2} p_+ \cdot p_{Z_1} + p_- \cdot p_{Z_1} p_+ \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + g^{z_1 z_2} \left(-p_+^\nu (p_{Z_2}^\mu p_- \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^\mu p_- \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^\nu (p_{Z_1}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_+ \cdot p_{Z_1}) + p_{Z_1}^\nu (p_{Z_2}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_+ \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& + g^{\nu z_2} g^{\mu z_1} p_- \cdot p_+ p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + g^{\nu z_1} g^{\mu z_2} p_- \cdot p_+ p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& - g^{\nu\mu} \left(p_{Z_2}^{z_1} (p_+^{z_2} p_- \cdot p_{Z_1} + p_-^{z_2} p_+ \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + p_{Z_1}^{z_2} (p_+^{z_1} p_- \cdot p_{Z_2} + p_-^{z_1} p_+ \cdot p_{Z_2}) - p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} (p_-^{z_2} p_+^{z_1} + p_-^{z_1} p_+^{z_2}) \left. \right) \\
& - g^{\mu z_2} (p_{Z_1}^\nu p_{Z_2}^{z_1} p_- \cdot p_+ + p_+^\nu (p_-^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_- \cdot p_{Z_1})) \\
& - g^{\nu z_2} (p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} p_- \cdot p_+ + p_-^\mu (p_+^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_+ \cdot p_{Z_1})) \\
& - g^{\mu z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\nu p_- \cdot p_+ + p_+^\nu (p_-^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_- \cdot p_{Z_2})) \\
& - g^{\nu z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu p_- \cdot p_+ + p_-^\mu (p_+^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_+ \cdot p_{Z_2})) \\
& + p_-^{z_2} p_+^\nu p_{Z_1}^\mu p_{Z_2}^{z_1} + p_-^\mu p_+^{z_2} p_{Z_1}^\nu p_{Z_2}^{z_1} + p_-^{z_1} p_+^\nu p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\mu + p_-^\mu p_+^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^\nu \left. \right)
\end{aligned}$$

WWZ γ -Vertex



$$\mathcal{L}_{SM} : -i g^2 \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) (2g^{az} g^{\nu\mu} - g^{a\mu} g^{\nu z} - g^{a\nu} g^{\mu z})$$

$$\mathcal{O}_W : -\frac{1}{2} i \frac{f_W}{\Lambda^2} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) (2g^{az} g^{\nu\mu} - g^{a\mu} g^{\nu z} - g^{a\nu} g^{\mu z})$$

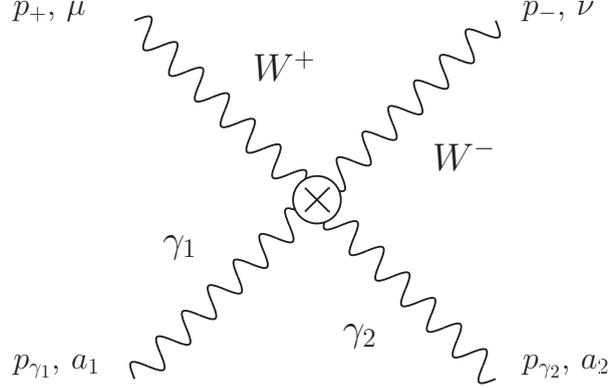
$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{WWW} : & \frac{3}{2} i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} g^4 \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) \left(g^{\mu z} (p_+^a (p_\gamma^\nu - p_Z^\nu) + p_-^a p_Z^\nu + p_Z^a p_+^\nu) \right. \\ & + g^{\nu z} (p_-^a (p_\gamma^\mu - p_Z^\mu) + p_Z^a p_-^\mu + p_+^a p_Z^\mu) - g^{az} (p_-^\mu (p_\gamma^\nu + p_Z^\nu) + p_+^\nu (p_\gamma^\mu + p_Z^\mu)) \\ & + g^{a\mu} (p_\gamma^\nu (p_-^z - p_+^z) + p_\gamma^z p_+^\nu + p_+^z p_Z^\nu) + g^{a\nu} (p_\gamma^\mu (p_+^z - p_-^z) + p_\gamma^z p_-^\mu + p_-^z p_Z^\mu) \\ & - g^{\nu\mu} (p_\gamma^z (p_-^a + p_+^a) + p_Z^a (p_-^z + p_+^z)) - g^{a\nu} g^{\mu z} (p_\gamma \cdot p_+ + p_- \cdot p_Z) \\ & \left. - g^{a\mu} g^{\nu z} (p_\gamma \cdot p_- + p_+ \cdot p_Z) + g^{az} g^{\nu\mu} (p_\gamma \cdot p_- + p_\gamma \cdot p_+ + p_- \cdot p_Z + p_+ \cdot p_Z) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\widetilde{WWW}} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{WWW}}}{\Lambda^2} g^4 \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) \left(g^{a\nu} (\epsilon^{\mu z p_\gamma p_-} + \epsilon^{\mu z p_\gamma p_+} - \epsilon^{\mu z p_- p_Z}) \right. \\ & + g^{a\mu} (\epsilon^{\nu z p_\gamma p_-} + \epsilon^{\nu z p_\gamma p_+} - \epsilon^{\nu z p_+ p_Z}) \\ & + g^{az} (-\epsilon^{\nu\mu p_\gamma p_-} + \epsilon^{\nu\mu p_\gamma p_+} + \epsilon^{\nu\mu p_- p_Z} - \epsilon^{\nu\mu p_+ p_Z}) \\ & + g^{\nu\mu} (\epsilon^{az p_\gamma p_-} + \epsilon^{az p_\gamma p_+} + \epsilon^{az p_- p_Z} + \epsilon^{az p_+ p_Z}) \\ & + g^{\nu z} (-\epsilon^{a\mu p_\gamma p_-} + \epsilon^{a\mu p_- p_Z} + \epsilon^{a\mu p_+ p_Z}) \\ & + g^{\mu z} (-\epsilon^{a\nu p_\gamma p_+} + \epsilon^{a\nu p_- p_Z} + \epsilon^{a\nu p_+ p_Z}) \\ & + (p_-^a - p_+^a) (\epsilon^{\nu\mu z p_\gamma} + \epsilon^{\nu\mu z p_Z}) \\ & - (p_\gamma^\nu - p_Z^\nu) (\epsilon^{a\mu z p_-} + \epsilon^{a\mu z p_+}) \\ & - (p_\gamma^\mu - p_Z^\mu) (\epsilon^{a\nu z p_-} + \epsilon^{a\nu z p_+}) \\ & + (p_-^z - p_+^z) (\epsilon^{a\nu\mu p_\gamma} + \epsilon^{a\nu\mu p_Z}) \\ & + \epsilon^{a\nu\mu z} (p_\gamma \cdot p_- - p_\gamma \cdot p_+ - p_- \cdot p_Z + p_+ \cdot p_Z) \\ & + p_\gamma^z (\epsilon^{a\nu\mu p_-} - \epsilon^{a\nu\mu p_+}) + p_-^\mu (\epsilon^{a\nu z p_Z} - \epsilon^{a\nu z p_\gamma}) \\ & \left. + p_+^\nu (\epsilon^{a\mu z p_Z} - \epsilon^{a\mu z p_\gamma}) + p_Z^a (\epsilon^{\nu\mu z p_-} - \epsilon^{\nu\mu z p_+}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\widetilde{W}} : & \quad i \frac{f_{D\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g^4 \sin(2\theta_W) \left(g^{\mu z} \epsilon^{a\nu p_\gamma p_-} + g^{\nu z} \epsilon^{a\mu p_\gamma p_+} - 2g^{\nu\mu} \epsilon^{az p_\gamma p_Z} \right. \\
& \quad - 2g^{az} \epsilon^{\nu\mu p_- p_+} + g^{a\mu} \epsilon^{\nu z p_- p_Z} + g^{a\nu} \epsilon^{\mu z p_+ p_Z} \\
& \quad + \epsilon^{a\nu\mu z} (p_\gamma \cdot p_- - p_\gamma \cdot p_+ - p_- \cdot p_Z + p_+ \cdot p_Z) \\
& \quad - (p_\gamma^z + p_-^z - p_+^z) \epsilon^{a\nu\mu p_+} + (p_\gamma^z - p_-^z + p_+^z) \epsilon^{a\nu\mu p_-} \\
& \quad + (p_\gamma^\mu - p_-^\mu - p_Z^\mu) \epsilon^{a\nu z p_\gamma} + (p_\gamma^\mu + p_-^\mu - p_Z^\mu) \epsilon^{a\nu z p_Z} \\
& \quad + (p_\gamma^\nu - p_+^\nu - p_Z^\nu) \epsilon^{a\mu z p_\gamma} + (p_\gamma^\nu + p_+^\nu - p_Z^\nu) \epsilon^{a\mu z p_Z} \\
& \quad \left. - (p_-^a - p_+^a + p_Z^a) \epsilon^{\nu\mu z p_+} + (-p_-^a + p_+^a + p_Z^a) \epsilon^{\nu\mu z p_-} \right) \\
\mathcal{L}_{M,0} : & \quad -i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin(2\theta_W) g^{\nu\mu} (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z) \\
\mathcal{L}_{M,1} : & \quad \frac{1}{4} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin(2\theta_W) \left(p_Z^a (p_\gamma^\nu g^{\mu z} + p_\gamma^\mu g^{\nu z}) - g^{az} (p_\gamma^\mu p_Z^\nu + p_\gamma^\nu p_Z^\mu) \right. \\
& \quad \left. + p_\gamma^z (p_Z^\nu g^{a\mu} + p_Z^\mu g^{a\nu}) - p_\gamma \cdot p_Z (g^{a\mu} g^{\nu z} + g^{a\nu} g^{\mu z}) \right) \\
\mathcal{L}_{M,2} : & \quad i \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z) \\
\mathcal{L}_{M,3} : & \quad -\frac{1}{4} i \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) \left(p_Z^a (p_\gamma^\nu g^{\mu z} + p_\gamma^\mu g^{\nu z}) - g^{az} (p_\gamma^\mu p_Z^\nu + p_\gamma^\nu p_Z^\mu) \right. \\
& \quad \left. + p_\gamma^z (p_Z^\nu g^{a\mu} + p_Z^\mu g^{a\nu}) - p_\gamma \cdot p_Z (g^{a\mu} g^{\nu z} + g^{a\nu} g^{\mu z}) \right) \\
\mathcal{L}_{M,4} : & \quad \frac{1}{2} i \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(g^{\mu z} (p_-^a p_\gamma^\nu - g^{a\nu} p_\gamma \cdot p_-) + g^{\nu z} (p_+^a p_\gamma^\mu - g^{a\mu} p_\gamma \cdot p_+) \right. \\
& \quad \left. + \cos(2\theta_W) g^{\nu\mu} (g^{az} p_\gamma \cdot p_Z - p_Z^a p_\gamma^z) \right) \\
\mathcal{L}_{M,5} : & \quad \frac{1}{8} i \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(2p_\gamma^\nu p_-^\mu g^{az} + 2p_-^a p_\gamma^z g^{\nu\mu} - 2p_\gamma^z p_-^\mu g^{a\nu} - 2g^{az} g^{\nu\mu} p_\gamma \cdot p_- \right. \\
& \quad + 2p_+^a p_\gamma^\nu g^{\mu z} - 2p_\gamma^\nu p_+^z g^{a\mu} + 2p_\gamma^\mu p_+^z g^{a\nu} - 2g^{a\nu} g^{\mu z} p_\gamma \cdot p_+ \\
& \quad + p_Z^\nu (p_\gamma^z g^{a\mu} - 2p_\gamma^\mu \sin^2(\theta_W) g^{az}) \\
& \quad + \cos(2\theta_W) (p_\gamma^\nu p_Z^\mu g^{az} - p_\gamma^z (p_Z^\nu g^{a\mu} + p_Z^\mu g^{a\nu})) + p_\gamma \cdot p_Z (g^{a\mu} g^{\nu z} + g^{a\nu} g^{\mu z}) \\
& \quad + p_Z^a (2p_\gamma^\mu \sin^2(\theta_W) g^{\nu z} - 2p_\gamma^\nu \cos^2(\theta_W) g^{\mu z}) \\
& \quad \left. + p_\gamma^\nu p_Z^\mu g^{az} - p_\gamma^z p_Z^\mu g^{a\nu} + g^{a\nu} g^{\mu z} p_\gamma \cdot p_Z - g^{a\mu} g^{\nu z} p_\gamma \cdot p_Z \right) \\
\mathcal{L}_{M,6} : & \quad -i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z) \\
\mathcal{L}_{M,7} : & \quad \frac{1}{8} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(2p_\gamma^\nu p_-^\mu g^{az} - 2p_\gamma^z p_-^\mu g^{a\nu} + 2p_-^a (p_\gamma^z g^{\nu\mu} - p_\gamma^\mu g^{\nu z}) \right. \\
& \quad - 2p_\gamma^\nu p_-^z g^{a\mu} + 2p_\gamma^\mu p_-^z g^{a\nu} - 2g^{az} g^{\nu\mu} p_\gamma \cdot p_- + 2g^{a\mu} g^{\nu z} p_\gamma \cdot p_- + 2p_\gamma^\mu p_+^\nu g^{az} \\
& \quad - 2p_\gamma^z p_+^\nu g^{a\mu} + p_+^a (2p_\gamma^z g^{\nu\mu} - 2p_\gamma^\nu g^{\mu z}) + 2p_\gamma^\nu p_+^z g^{a\mu} - 2p_\gamma^\mu p_+^z g^{a\nu} \\
& \quad - 2g^{az} g^{\nu\mu} p_\gamma \cdot p_+ + 2g^{a\nu} g^{\mu z} p_\gamma \cdot p_+ - 2p_Z^a \cos^2(\theta_W) (p_\gamma^\nu g^{\mu z} + p_\gamma^\mu g^{\nu z}) \\
& \quad + p_\gamma^\mu p_Z^\nu \cos(2\theta_W) g^{az} + p_\gamma^\nu p_Z^\mu \cos(2\theta_W) g^{az} - p_\gamma^z p_Z^\nu \cos(2\theta_W) g^{a\mu} - p_\gamma^z p_Z^\mu \cos(2\theta_W) g^{a\nu} \\
& \quad \left. + 2 \cos^2(\theta_W) p_\gamma \cdot p_Z (g^{a\mu} g^{\nu z} + g^{a\nu} g^{\mu z}) + p_\gamma^\mu p_Z^\nu g^{az} + p_\gamma^\nu p_Z^\mu g^{az} - p_\gamma^z p_Z^\nu g^{a\mu} - p_\gamma^z p_Z^\mu g^{a\nu} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,0} : & \quad 4 i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \sin(2\theta_W) (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z) (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+) \\
\mathcal{L}_{T,1} : & \quad 2 i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \sin(2\theta_W) \left((p_+^a p_\gamma^\mu - g^{a\mu} p_\gamma \cdot p_+) (p_-^z p_Z^\nu - g^{\nu z} p_- \cdot p_Z) \right. \\
& \quad \left. + (p_-^a p_\gamma^\nu - g^{a\nu} p_\gamma \cdot p_-) (p_+^z p_Z^\mu - g^{\mu z} p_+ \cdot p_Z) \right) \\
\mathcal{L}_{T,2} : & \quad i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \sin(\theta_W) \cos(\theta_W) \left(g^{a\mu} g^{\nu z} p_\gamma \cdot p_Z p_- \cdot p_+ + g^{a\nu} g^{\mu z} p_\gamma \cdot p_Z p_- \cdot p_+ \right. \\
& \quad + g^{\mu z} (p_Z^a (p_+^\nu p_\gamma \cdot p_- - p_\gamma^\nu p_- \cdot p_+) - p_-^a p_+^\nu p_\gamma \cdot p_Z) \\
& \quad + g^{\nu z} (p_Z^a (p_-^\mu p_\gamma \cdot p_+ - p_\gamma^\mu p_- \cdot p_+) - p_+^a p_-^\mu p_\gamma \cdot p_Z) \\
& \quad - g^{a\mu} (p_\gamma^z p_Z^\nu p_- \cdot p_+ + p_+^\nu (p_-^z p_\gamma \cdot p_Z - p_\gamma^z p_- \cdot p_Z)) \\
& \quad + g^{az} g^{\nu\mu} (p_\gamma \cdot p_+ p_- \cdot p_Z + p_\gamma \cdot p_- p_+ \cdot p_Z) \\
& \quad - g^{az} (p_Z^\nu (p_-^\mu p_\gamma \cdot p_+ - p_\gamma^\mu p_- \cdot p_+) \\
& \quad + p_+^\nu (p_Z^\mu p_\gamma \cdot p_- + p_\gamma^\mu p_- \cdot p_Z) + p_\gamma^\nu (p_-^\mu p_+ \cdot p_Z - p_Z^\mu p_- \cdot p_+)) \\
& \quad - g^{a\nu} (p_\gamma^z p_Z^\mu p_- \cdot p_+ + p_-^\mu (p_+^z p_\gamma \cdot p_Z - p_\gamma^z p_+ \cdot p_Z)) \\
& \quad - g^{\nu\mu} (p_Z^a (p_+^z p_\gamma \cdot p_- + p_-^z p_\gamma \cdot p_+) \\
& \quad + p_+^a (p_\gamma^z p_- \cdot p_Z - p_-^z p_\gamma \cdot p_Z) + p_-^a (p_\gamma^z p_+ \cdot p_Z - p_+^z p_\gamma \cdot p_Z)) \\
& \quad \left. + p_+^a p_\gamma^z p_-^\mu p_Z^\nu + p_-^a p_\gamma^z p_+^\nu p_Z^\mu + p_Z^a p_\gamma^\mu p_-^z p_+^\nu + p_Z^a p_\gamma^\nu p_-^\mu p_+^z \right) \\
\mathcal{L}_{T,5} : & \quad - 2 i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) (p_Z^a p_\gamma^z - g^{az} p_\gamma \cdot p_Z) (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+) \\
\mathcal{L}_{T,6} : & \quad - i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) \left((p_+^a p_\gamma^\mu - g^{a\mu} p_\gamma \cdot p_+) (p_-^z p_Z^\nu - g^{\nu z} p_- \cdot p_Z) \right. \\
& \quad \left. + (p_-^a p_\gamma^\nu - g^{a\nu} p_\gamma \cdot p_-) (p_+^z p_Z^\mu - g^{\mu z} p_+ \cdot p_Z) \right) \\
\mathcal{L}_{T,7} : & \quad - \frac{1}{4} i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) \left(g^{a\mu} g^{\nu z} p_\gamma \cdot p_Z p_- \cdot p_+ + g^{a\nu} g^{\mu z} p_\gamma \cdot p_Z p_- \cdot p_+ \right. \\
& \quad + g^{\mu z} (p_Z^a (p_+^\nu p_\gamma \cdot p_- - p_\gamma^\nu p_- \cdot p_+) - p_-^a p_+^\nu p_\gamma \cdot p_Z) \\
& \quad + g^{\nu z} (p_Z^a (p_-^\mu p_\gamma \cdot p_+ - p_\gamma^\mu p_- \cdot p_+) - p_+^a p_-^\mu p_\gamma \cdot p_Z) \\
& \quad - g^{a\mu} (p_\gamma^z p_Z^\nu p_- \cdot p_+ + p_+^\nu (p_-^z p_\gamma \cdot p_Z - p_\gamma^z p_- \cdot p_Z)) \\
& \quad + g^{az} g^{\nu\mu} (p_\gamma \cdot p_+ p_- \cdot p_Z + p_\gamma \cdot p_- p_+ \cdot p_Z) \\
& \quad - g^{az} (p_Z^\nu (p_-^\mu p_\gamma \cdot p_+ - p_\gamma^\mu p_- \cdot p_+) \\
& \quad + p_+^\nu (p_Z^\mu p_\gamma \cdot p_- + p_\gamma^\mu p_- \cdot p_Z) + p_\gamma^\nu (p_-^\mu p_+ \cdot p_Z - p_Z^\mu p_- \cdot p_+)) \\
& \quad - g^{a\nu} (p_\gamma^z p_Z^\mu p_- \cdot p_+ + p_-^\mu (p_+^z p_\gamma \cdot p_Z - p_\gamma^z p_+ \cdot p_Z)) \\
& \quad - g^{\nu\mu} (p_Z^a (p_+^z p_\gamma \cdot p_- + p_-^z p_\gamma \cdot p_+) \\
& \quad + p_+^a (p_\gamma^z p_- \cdot p_Z - p_-^z p_\gamma \cdot p_Z) + p_-^a (p_\gamma^z p_+ \cdot p_Z - p_+^z p_\gamma \cdot p_Z)) \\
& \quad \left. + p_+^a p_\gamma^z p_-^\mu p_Z^\nu + p_-^a p_\gamma^z p_+^\nu p_Z^\mu + p_Z^a p_\gamma^\mu p_-^z p_+^\nu + p_Z^a p_\gamma^\nu p_-^\mu p_+^z \right)
\end{aligned}$$

$WW\gamma\gamma$ -Vertex



$$\mathcal{L}_{SM} : i g^2 \sin^2(\theta_W) (g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu} - 2g^{a_1 a_2} g^{\nu\mu})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{WWW} : & -\frac{3}{2} i \frac{f_{WWW}}{\Lambda^2} g^4 \sin^2(\theta_W) \left(g^{\nu\mu} (p_{\gamma_1}^{a_2} (p_-^{a_1} + p_+^{a_1}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_-^{a_2} + p_+^{a_2})) \right. \\ & - g^{a_2\mu} (p_+^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu - p_{\gamma_2}^\nu) + p_-^{a_1} p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_2}^{a_1} p_+^\nu) \\ & - g^{a_1\mu} (p_+^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu - p_{\gamma_1}^\nu) + p_-^{a_2} p_{\gamma_1}^\nu + p_{\gamma_1}^{a_2} p_+^\nu) \\ & - g^{a_2\nu} (p_-^{a_1} (p_{\gamma_1}^\mu - p_{\gamma_2}^\mu) + p_{\gamma_2}^{a_1} p_-^\mu + p_+^{a_1} p_{\gamma_2}^\mu) \\ & + g^{a_1\nu} (p_-^{a_2} (p_{\gamma_1}^\mu - p_{\gamma_2}^\mu) - p_{\gamma_1}^{a_2} p_-^\mu - p_+^{a_2} p_{\gamma_1}^\mu) \\ & + g^{a_1 a_2} (p_-^\mu (p_{\gamma_1}^\nu + p_{\gamma_2}^\nu) + p_+^\nu (p_{\gamma_1}^\mu + p_{\gamma_2}^\mu)) \\ & - g^{a_1 a_2} g^{\nu\mu} (p_{\gamma_1} \cdot p_- + p_{\gamma_1} \cdot p_+ + p_{\gamma_2} \cdot p_- + p_{\gamma_2} \cdot p_+) \\ & \left. + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu} (p_{\gamma_1} \cdot p_+ + p_{\gamma_2} \cdot p_-) + g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} (p_{\gamma_1} \cdot p_- + p_{\gamma_2} \cdot p_+) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{O}_{\widetilde{WWW}} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{\widetilde{WWW}}}{\Lambda^2} g^4 \sin^2(\theta_W) \left(g^{a_1 a_2} (\epsilon^{\nu\mu p_{\gamma_1} p_-} - \epsilon^{\nu\mu p_{\gamma_1} p_+} + \epsilon^{\nu\mu p_{\gamma_2} p_-} - \epsilon^{\nu\mu p_{\gamma_2} p_+}) \right. \\ & + g^{a_1\nu} (\epsilon^{a_2\mu p_{\gamma_1} p_-} + \epsilon^{a_2\mu p_{\gamma_1} p_+} + \epsilon^{a_2\mu p_{\gamma_2} p_-}) \\ & + g^{a_1\mu} (\epsilon^{a_2\nu p_{\gamma_1} p_-} + \epsilon^{a_2\nu p_{\gamma_1} p_+} + \epsilon^{a_2\nu p_{\gamma_2} p_+}) \\ & + g^{a_2\nu} (\epsilon^{a_1\mu p_{\gamma_1} p_-} + \epsilon^{a_1\mu p_{\gamma_2} p_-} + \epsilon^{a_1\mu p_{\gamma_2} p_+}) \\ & + g^{a_2\mu} (\epsilon^{a_1\nu p_{\gamma_1} p_+} + \epsilon^{a_1\nu p_{\gamma_2} p_-} + \epsilon^{a_1\nu p_{\gamma_2} p_+}) \\ & + g^{\nu\mu} (-\epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_1} p_-} - \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_1} p_+} + \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_2} p_-} + \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_2} p_+}) \\ & - (p_-^{a_1} - p_+^{a_1}) (\epsilon^{a_2\nu\mu p_{\gamma_1}} + \epsilon^{a_2\nu\mu p_{\gamma_2}}) \\ & - (p_-^{a_2} - p_+^{a_2}) (\epsilon^{a_1\nu\mu p_{\gamma_1}} + \epsilon^{a_1\nu\mu p_{\gamma_2}}) \\ & - (p_{\gamma_1}^\nu - p_{\gamma_2}^\nu) (\epsilon^{a_1 a_2\mu p_-} + \epsilon^{a_1 a_2\mu p_+}) \\ & - (p_{\gamma_1}^\mu - p_{\gamma_2}^\mu) (\epsilon^{a_1 a_2\nu p_-} + \epsilon^{a_1 a_2\nu p_+}) \\ & + \epsilon^{a_1 a_2\nu\mu} (-(p_{\gamma_1} \cdot p_-) + p_{\gamma_1} \cdot p_+ + p_{\gamma_2} \cdot p_- - p_{\gamma_2} \cdot p_+) \\ & + p_-^\mu (\epsilon^{a_1 a_2\nu p_{\gamma_2}} - \epsilon^{a_1 a_2\nu p_{\gamma_1}}) + p_+^\nu (\epsilon^{a_1 a_2\mu p_{\gamma_2}} - \epsilon^{a_1 a_2\mu p_{\gamma_1}}) \\ & \left. + p_{\gamma_1}^{a_2} (\epsilon^{a_1\nu\mu p_+} - \epsilon^{a_1\nu\mu p_-}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (\epsilon^{a_2\nu\mu p_+} - \epsilon^{a_2\nu\mu p_-}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_{D\widetilde{W}} : & -2i \frac{f_{D\widetilde{W}}}{\Lambda^2} g^4 \sin^2(\theta_W) \left(2g^{\nu\mu} \epsilon^{a_1 a_2 p_{\gamma_1} p_{\gamma_2}} - g^{a_2\mu} \epsilon^{a_1\nu p_{\gamma_1} p_-} - g^{a_2\nu} \epsilon^{a_1\mu p_{\gamma_1} p_+} \right. \\
& - g^{a_1\mu} \epsilon^{a_2\nu p_{\gamma_2} p_-} - g^{a_1\nu} \epsilon^{a_2\mu p_{\gamma_2} p_+} + 2g^{a_1 a_2} \epsilon^{\nu\mu p_- p_+} \\
& + \epsilon^{a_1 a_2 \nu\mu} (-p_{\gamma_1} \cdot p_-) + p_{\gamma_1} \cdot p_+ + p_{\gamma_2} \cdot p_- - p_{\gamma_2} \cdot p_+ \\
& + (p_{\gamma_1}^\mu - p_{\gamma_2}^\mu - p_-^\mu) \epsilon^{a_1 a_2 \nu p_{\gamma_1}} + (p_{\gamma_1}^\mu - p_{\gamma_2}^\mu + p_-^\mu) \epsilon^{a_1 a_2 \nu p_{\gamma_2}} \\
& + (p_{\gamma_1}^\nu - p_{\gamma_2}^\nu - p_+^\nu) \epsilon^{a_1 a_2 \mu p_{\gamma_1}} + (p_{\gamma_1}^\nu - p_{\gamma_2}^\nu + p_+^\nu) \epsilon^{a_1 a_2 \mu p_{\gamma_2}} \\
& + (p_{\gamma_1}^{a_2} + p_-^{a_2} - p_+^{a_2}) \epsilon^{a_1 \nu \mu p_+} - (p_{\gamma_1}^{a_2} - p_-^{a_2} + p_+^{a_2}) \epsilon^{a_1 \nu \mu p_-} \\
& \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} + p_-^{a_1} - p_+^{a_1}) \epsilon^{a_2 \nu \mu p_+} - (p_{\gamma_2}^{a_1} - p_-^{a_1} + p_+^{a_1}) \epsilon^{a_2 \nu \mu p_-} \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{M,0} : -2i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,1} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu g^{a_2\mu} + p_{\gamma_1}^\mu g^{a_2\nu}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu g^{a_1\mu} + p_{\gamma_2}^\mu g^{a_1\nu}) \right. \\
& \left. - g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2}^\mu) - p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu}) \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{M,2} : -i \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,3} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu g^{a_2\mu} + p_{\gamma_1}^\mu g^{a_2\nu}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu g^{a_1\mu} + p_{\gamma_2}^\mu g^{a_1\nu}) \right. \\
& \left. - g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2}^\mu) - p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu}) \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{M,4} : -i \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,5} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu g^{a_2\mu} + p_{\gamma_1}^\mu g^{a_2\nu}) - p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu g^{a_1\mu} + p_{\gamma_2}^\mu g^{a_1\nu}) \right. \\
& \left. + g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2}^\mu) + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu}) \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{M,6} : -i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) g^{\nu\mu} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,7} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \sin^2(\theta_W) \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu g^{a_2\mu} + p_{\gamma_1}^\mu g^{a_2\nu}) - p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu g^{a_1\mu} + p_{\gamma_2}^\mu g^{a_1\nu}) \right. \\
& \left. + g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2}^\mu) + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu}) \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{T,0} : 8i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,1} : & 4i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \left((p_+^{a_1} p_{\gamma_1}^\mu - g^{a_1\mu} p_{\gamma_1} \cdot p_+) (p_-^{a_2} p_{\gamma_2}^\nu - g^{a_2\nu} p_{\gamma_2} \cdot p_-) \right. \\
& \left. + (p_-^{a_1} p_{\gamma_1}^\nu - g^{a_1\nu} p_{\gamma_1} \cdot p_-) (p_+^{a_2} p_{\gamma_2}^\mu - g^{a_2\mu} p_{\gamma_2} \cdot p_+) \right)
\end{aligned}$$

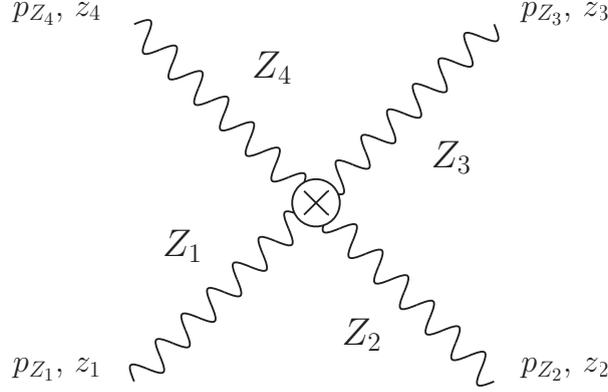
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,2} : & i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \left(g^{a_1 a_2} g^{\nu\mu} (p_{\gamma_1} \cdot p_+ p_{\gamma_2} \cdot p_- + p_{\gamma_1} \cdot p_- p_{\gamma_2} \cdot p_+) \right. \\
& + g^{\nu\mu} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_+^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_- + p_-^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_+) \right. \\
& + p_+^{a_1} (p_-^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_-) + p_-^{a_1} (p_+^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_+) \left. \right) \\
& + g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_- \cdot p_+ + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_- \cdot p_+ \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_+^\nu (p_{\gamma_2}^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_- + p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2} \cdot p_-) \right. \\
& + p_-^\mu (p_{\gamma_2}^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_+ + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2} \cdot p_+) - p_- \cdot p_+ (p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2}^\mu) \left. \right) \\
& - g^{a_2\mu} (p_-^{a_1} p_+^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu p_- \cdot p_+ - p_+^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_-)) \\
& - g^{a_1\mu} (p_-^{a_2} p_+^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu p_- \cdot p_+ - p_+^\nu p_{\gamma_2} \cdot p_-)) \\
& - g^{a_2\nu} (p_+^{a_1} p_-^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_+)) \\
& - g^{a_1\nu} (p_+^{a_2} p_-^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_{\gamma_2} \cdot p_+)) \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_-^{a_2} p_{\gamma_1}^\mu p_+^\nu + p_-^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^\mu p_+^\nu + p_{\gamma_2}^{a_1} p_+^{a_2} p_{\gamma_1}^\nu p_-^\mu + p_+^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^\nu p_-^\mu \left. \right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{T,5} : 2i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_-^\mu p_+^\nu - g^{\nu\mu} p_- \cdot p_+)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,6} : & i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \left((p_+^{a_1} p_{\gamma_1}^\mu - g^{a_1\mu} p_{\gamma_1} \cdot p_+) (p_-^{a_2} p_{\gamma_2}^\nu - g^{a_2\nu} p_{\gamma_2} \cdot p_-) \right. \\
& + (p_-^{a_1} p_{\gamma_1}^\nu - g^{a_1\nu} p_{\gamma_1} \cdot p_-) (p_+^{a_2} p_{\gamma_2}^\mu - g^{a_2\mu} p_{\gamma_2} \cdot p_+) \left. \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,7} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \left(g^{a_1 a_2} g^{\nu\mu} (p_{\gamma_1} \cdot p_+ p_{\gamma_2} \cdot p_- + p_{\gamma_1} \cdot p_- p_{\gamma_2} \cdot p_+) \right. \\
& + g^{\nu\mu} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_+^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_- + p_-^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_+) \right. \\
& + p_+^{a_1} (p_-^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_-) + p_-^{a_1} (p_+^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_+) \left. \right) \\
& + g^{a_1\mu} g^{a_2\nu} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_- \cdot p_+ + g^{a_1\nu} g^{a_2\mu} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_- \cdot p_+ \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_+^\nu (p_{\gamma_2}^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_- + p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2} \cdot p_-) \right. \\
& + p_-^\mu (p_{\gamma_2}^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_+ + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2} \cdot p_+) - p_- \cdot p_+ (p_{\gamma_1}^\mu p_{\gamma_2}^\nu + p_{\gamma_1}^\nu p_{\gamma_2}^\mu) \left. \right) \\
& - g^{a_2\mu} (p_-^{a_1} p_+^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\nu p_- \cdot p_+ - p_+^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_-)) \\
& - g^{a_1\mu} (p_-^{a_2} p_+^\nu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\nu p_- \cdot p_+ - p_+^\nu p_{\gamma_2} \cdot p_-)) \\
& - g^{a_2\nu} (p_+^{a_1} p_-^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_+)) \\
& - g^{a_1\nu} (p_+^{a_2} p_-^\mu p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^\mu p_- \cdot p_+ - p_-^\mu p_{\gamma_2} \cdot p_+)) \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_-^{a_2} p_{\gamma_1}^\mu p_+^\nu + p_-^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^\mu p_+^\nu + p_{\gamma_2}^{a_1} p_+^{a_2} p_{\gamma_1}^\nu p_-^\mu + p_+^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^\nu p_-^\mu \left. \right)
\end{aligned}$$

ZZZZ-Vertex



$$\mathcal{L}_{S,0} : 2i \frac{f_{S0}}{\Lambda^4} m_W^4 \sec^4(\theta_W) (g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4})$$

$$\mathcal{L}_{S,1} : 2i \frac{f_{S1}}{\Lambda^4} m_W^4 \sec^4(\theta_W) (g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M,0} : & 2i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(g^{z_1 z_4} (g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2}) \right. \\ & + g^{z_1 z_3} (g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2}) \\ & + g^{z_1 z_2} (g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) - p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3}) \\ & \left. + p_{Z_1}^{z_2} (-p_{Z_2}^{z_1}) g^{z_3 z_4} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} g^{z_2 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} g^{z_2 z_3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M,1} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(p_{Z_3}^{z_1} (g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^{z_4} - p_{Z_2}^{z_4}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_4}^{z_2}) + g^{z_2 z_4} (p_{Z_2}^{z_3} + p_{Z_4}^{z_3})) \right. \\ & + p_{Z_4}^{z_1} (g^{z_2 z_4} (p_{Z_1}^{z_3} - p_{Z_2}^{z_3}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_3}^{z_2}) + g^{z_2 z_3} (p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_3}^{z_4})) \\ & + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_4} + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_2} \\ & + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\ & + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_3} \\ & + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} \\ & - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_2} \\ & - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_3 z_4} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_3} \\ & - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_2 z_3} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \\ & + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_3 z_4} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_2 z_4} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_2} \\ & - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_3} \\ & \left. - p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} (g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{M,2} : & -i \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^4(\theta_W) \left(g^{z_1 z_4} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_3})) \right. \\ & + g^{z_1 z_3} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_4})) + g^{z_1 z_2} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_3} \cdot p_{Z_4})) \\ & \left. + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_3 z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} g^{z_2 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} g^{z_2 z_3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,3} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^4(\theta_W) \left(p_{Z_3}^{z_1} (g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^{z_4} - p_{Z_2}^{z_4}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_4}^{z_2}) + g^{z_2 z_4} (p_{Z_2}^{z_3} + p_{Z_4}^{z_3})) \right. \\
& + p_{Z_4}^{z_1} (g^{z_2 z_4} (p_{Z_1}^{z_3} - p_{Z_2}^{z_3}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_3}^{z_2}) + g^{z_2 z_3} (p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_3}^{z_4})) \\
& + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_4} + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_2} \\
& + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_3} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_2} \\
& - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_4} \\
& + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} \\
& + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_3 z_4} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_3} - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_2 z_3} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_2} \\
& - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_3 z_4} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_4} \\
& - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_3} g^{z_2 z_4} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3}^{z_3} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} \\
& \left. + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_3} - p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} (g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,4} : & - i \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(g^{z_1 z_4} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_3})) \right. \\
& + g^{z_1 z_3} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_4})) + g^{z_1 z_2} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_3} \cdot p_{Z_4})) \\
& \left. + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_3 z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,5} : & - \frac{1}{4} i \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(p_{Z_3}^{z_1} (g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^{z_4} - p_{Z_2}^{z_4}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_4}^{z_2}) + g^{z_2 z_4} (p_{Z_2}^{z_3} + p_{Z_4}^{z_3})) \right. \\
& + p_{Z_4}^{z_1} (g^{z_2 z_4} (p_{Z_1}^{z_3} - p_{Z_2}^{z_3}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_3}^{z_2}) + g^{z_2 z_3} (p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_3}^{z_4})) \\
& + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_4} + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_2} \\
& + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_3} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_2} \\
& - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_2} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_4} \\
& + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} \\
& + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_3 z_4} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_3} - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_2 z_3} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_2} \\
& - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_3 z_4} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_4} \\
& - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_3} g^{z_2 z_4} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3}^{z_3} g^{z_1 z_2} - g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} \\
& \left. + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_4} + p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_3} - p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} (g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,6} : & i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(g^{z_1 z_4} (g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2}) \right. \\
& + g^{z_1 z_3} (g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2}) + g^{z_1 z_2} (g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) - p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3}) \\
& \left. + p_{Z_1}^{z_2} (-p_{Z_2}^{z_1}) g^{z_3 z_4} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,7} : & \frac{1}{4} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \left(-p_{Z_3}^{z_1} (g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^{z_4} - p_{Z_2}^{z_4}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_4}^{z_2}) + g^{z_2 z_4} (p_{Z_2}^{z_3} + p_{Z_4}^{z_3})) \right. \\
& - p_{Z_4}^{z_1} (g^{z_2 z_4} (p_{Z_1}^{z_3} - p_{Z_2}^{z_3}) + g^{z_3 z_4} (p_{Z_1}^{z_2} - p_{Z_3}^{z_2}) + g^{z_2 z_3} (p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_3}^{z_4})) \\
& - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_4} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2}^{z_3} g^{z_1 z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_3} \\
& + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} g^{z_1 z_2} + g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_4} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_3} \\
& + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_2} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_4} \\
& + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_3} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3}^{z_3} g^{z_1 z_2} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} \\
& - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_3 z_4} - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3}^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_2 z_3} - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} g^{z_1 z_2} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \\
& + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_3 z_4} - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_4} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_2 z_4} - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_2} \\
& + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} + g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} g^{z_1 z_4} - p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} g^{z_1 z_3} \\
& \left. + p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} (g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,0} : & 8 i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \cos^4(\theta_W) \left((p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} - g^{z_1 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,1} : & 8 i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \cos^4(\theta_W) \left((p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} - g^{z_1 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \right)
\end{aligned}$$

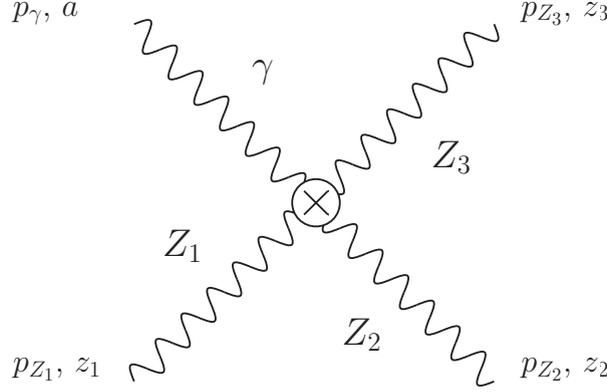
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,2} : & 2i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \cos^4(\theta_W) \left(p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_4}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} + p_{Z_4}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} \\
& + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& + g^{z_3 z_4} \left(-p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \right. \\
& + p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_2} \left(p_{Z_4}^{z_3} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_4} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) - (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4}) p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} \left. \right) \\
& + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \\
& + g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \\
& - g^{z_2 z_4} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \right. \\
& + p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_4} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{z_2 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_2}^{z_2} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& \left. + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,5} : & 4i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} - g^{z_1 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,6} : & 4i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} - g^{z_1 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,7} : & \quad i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left(p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_4}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} \right. \\
& \quad + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} + p_{Z_4}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& \quad + g^{z_3 z_4} \left(-p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \right. \\
& \quad + p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& \quad - g^{z_1 z_2} \left(p_{Z_4}^{z_3} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& \quad + p_{Z_3}^{z_4} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) - (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4}) p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} \left. \right) \\
& \quad + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \\
& \quad + g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \\
& \quad - g^{z_2 z_4} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \right. \\
& \quad + p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& \quad - g^{z_1 z_4} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& \quad + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& \quad - g^{z_2 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& \quad + p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& \quad - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& \quad + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \left. \right) \\
\mathcal{L}_{T,8} : & \quad 2i \frac{f_{T8}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan^4(\theta_W) \left((p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_4}^{z_1} - g^{z_1 z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& \quad + (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_4}^{z_2} - g^{z_2 z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& \quad \left. + (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_4}^{z_3} - g^{z_3 z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,9} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{T9}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan^4(\theta_W) \left(p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_4}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} + p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4} \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} + p_{Z_4}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_4} + g^{z_1 z_2} g^{z_3 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \\
& + g^{z_3 z_4} \left(- p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \right. \\
& + p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_2} \left(p_{Z_4}^{z_3} (p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_4} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) - (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1}^{z_4} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2}^{z_4}) p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} \left. \right) \\
& + g^{z_1 z_3} g^{z_2 z_4} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \\
& + g^{z_1 z_4} g^{z_2 z_3} (p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} + p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4}) \\
& - g^{z_2 z_4} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \right. \\
& + p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_4} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{z_2 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_4}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_2}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_4}^{z_2} (p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_4}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_4}) + p_{Z_1}^{z_2} (p_{Z_1}^{z_4} p_{Z_3} \cdot p_{Z_4} - p_{Z_3}^{z_4} p_{Z_1} \cdot p_{Z_4}) \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

ZZZ γ -Vertex

$$\mathcal{L}_{M,0} : -2i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{a z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) \right. \\ \left. + g^{z_1 z_3} (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{a z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) + g^{z_1 z_2} (p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{a z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,1} : \frac{1}{2} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(-p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} g^{a z_1} + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} g^{a z_3} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1}^{z_2} g^{a z_1} \right. \\ \left. + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_3} g^{a z_2} - g^{a z_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - g^{a z_2} g^{z_1 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} \right. \\ \left. + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{a z_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{a z_1} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{a z_2} + p_{Z_2}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) - p_\gamma^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} g^{a z_2} \right. \\ \left. - g^{a z_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - g^{a z_1} g^{z_2 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - p_\gamma^{z_2} p_{Z_3}^{z_1} g^{a z_3} + p_{Z_3}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3}) \right. \\ \left. - p_\gamma^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{a z_3} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} g^{a z_2} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{a z_1} - p_\gamma \cdot p_{Z_3} (g^{a z_2} g^{z_1 z_3} + g^{a z_1} g^{z_2 z_3}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,2} : i \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^3(\theta_W) \left(g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{a z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) + g^{z_1 z_3} (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{a z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) \right. \\ \left. + g^{z_1 z_2} (p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{a z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,3} : -\frac{1}{4} i \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^3(\theta_W) \left(-p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} g^{a z_1} + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} g^{a z_3} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1}^{z_2} g^{a z_1} \right. \\ \left. + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_3} g^{a z_2} - g^{a z_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - g^{a z_2} g^{z_1 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} \right. \\ \left. + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{a z_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{a z_1} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{a z_2} + p_{Z_2}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) \right. \\ \left. - p_\gamma^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} g^{a z_2} - g^{a z_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - g^{a z_1} g^{z_2 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - p_\gamma^{z_2} p_{Z_3}^{z_1} g^{a z_3} \right. \\ \left. + p_{Z_3}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3}) - p_\gamma^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{a z_3} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} g^{a z_2} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{a z_1} \right. \\ \left. - p_\gamma \cdot p_{Z_3} (g^{a z_2} g^{z_1 z_3} + g^{a z_1} g^{z_2 z_3}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,4} : -\frac{1}{4} i \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 (\sin(\theta_W) - \sin(3\theta_W)) \sec^3(\theta_W) \left(g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{a z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) \right. \\ \left. + g^{z_1 z_3} (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{a z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) + g^{z_1 z_2} (p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{a z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,5} : & -\frac{1}{16} i \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 (\sin(\theta_W) - \sin(3\theta_W)) \sec^3(\theta_W) \left(-p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} g^{az_1} + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} g^{az_3} \right. \\
& - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1}^{z_2} g^{az_1} + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_3} g^{az_2} \\
& - g^{az_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - g^{az_2} g^{z_1 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{az_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{az_1} \\
& - p_\gamma^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{az_2} + p_{Z_2}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) - p_\gamma^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} g^{az_2} \\
& - g^{az_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - g^{az_1} g^{z_2 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - p_\gamma^{z_2} p_{Z_3}^{z_1} g^{az_3} + p_{Z_3}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3}) \\
& \left. - p_\gamma^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{az_3} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} g^{az_2} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{az_1} - p_\gamma \cdot p_{Z_3} (g^{az_2} g^{z_1 z_3} + g^{az_1} g^{z_2 z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,6} : & -i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(g^{z_2 z_3} (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{az_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& \left. + g^{z_1 z_3} (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{az_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) + g^{z_1 z_2} (p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{az_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{M,7} : & -\frac{1}{4} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan(\theta_W) \left(-p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} g^{az_1} + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} g^{az_3} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1}^{z_2} g^{az_1} \right. \\
& + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) + p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_3} g^{az_2} - g^{az_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} \\
& - g^{az_2} g^{z_1 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} g^{az_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} g^{az_1} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_2}^{z_1} g^{az_2} \\
& + p_{Z_2}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_3} g^{z_1 z_2}) - p_\gamma^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} g^{az_2} - g^{az_3} g^{z_1 z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2} \\
& - g^{az_1} g^{z_2 z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - p_\gamma^{z_2} p_{Z_3}^{z_1} g^{az_3} + p_{Z_3}^a (p_\gamma^{z_1} g^{z_2 z_3} + p_\gamma^{z_2} g^{z_1 z_3}) \\
& \left. - p_\gamma^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} g^{az_3} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} g^{az_2} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} g^{az_1} - p_\gamma \cdot p_{Z_3} (g^{az_2} g^{z_1 z_3} + g^{az_1} g^{z_2 z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,0} : & 8i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \sin(\theta_W) \cos^3(\theta_W) \left((p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{az_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{az_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{az_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,1} : & 8i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \sin(\theta_W) \cos^3(\theta_W) \left((p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{az_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{az_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{az_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,2} : & 2i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \cos^3(\theta_W) \sin(\theta_W) \left(p_{Z_2}^a p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma^{z_3} + p_{Z_1}^a p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma^{z_3} + p_{Z_3}^a p_{Z_2}^{z_1} p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} \right. \\
& + p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} + p_{Z_1}^a p_{Z_3}^{z_1} p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} + p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} \\
& + g^{az_1} g^{z_2 z_3} (p_\gamma \cdot p_{Z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_\gamma \cdot p_{Z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \\
& + g^{z_2 z_3} \left(-p_{Z_1}^a (p_{Z_3}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^a (p_{Z_2}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - p_\gamma^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) + p_{Z_2}^a (p_{Z_3}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - p_\gamma^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{az_1} \left(p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_3} (p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) - (p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma^{z_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3}) p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \left. \right) \\
& + g^{az_2} g^{z_1 z_3} (p_\gamma \cdot p_{Z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_\gamma \cdot p_{Z_1} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \\
& + g^{az_3} g^{z_1 z_2} (p_\gamma \cdot p_{Z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_\gamma \cdot p_{Z_1} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \\
& - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_2}^a (p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^a (p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - g^{az_3} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_\gamma^{z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_2} \left(p_{Z_3}^a (p_{Z_2}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^a (p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{az_2} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_2}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_\gamma^{z_1} (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& \left. + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_\gamma^{z_1} (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,5} : & -2i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \cos(2\theta_W) \tan(\theta_W) \left((p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{az_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{az_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{az_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right)
\end{aligned}$$

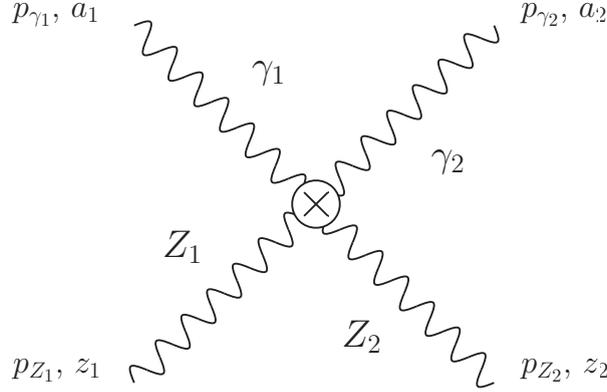
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,6} : & -2i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \cos(2\theta_W) \tan(\theta_W) \left((p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_3} - g^{az_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + (p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_2} - g^{az_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \\
& \left. + (p_{Z_1}^a p_\gamma^{z_1} - g^{az_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,7} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \cos(2\theta_W) \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) \left(p_{Z_3}^a p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_3}^{z_3} - p_{Z_3}^a g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3}^{z_3} - g^{a z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3}^{z_3} \right. \\
& - g^{a z_2} p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3}^{z_3} + p_{Z_3}^a p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_3}^{z_3} + p_{Z_3}^a p_{Z_2}^{z_1} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{a z_3} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& - p_{Z_3}^a g^{z_1 z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{a z_2} p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_3}^a g^{z_1 z_3} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{a z_3} p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& - g^{a z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_3}^a p_{Z_1}^{z_1} g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_3}^a g^{z_1 z_3} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + g^{a z_3} p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& + g^{a z_3} p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} - g^{a z_2} p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - g^{a z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + g^{a z_2} g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} \\
& + g^{a z_1} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} - g^{a z_3} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} + g^{a z_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} + g^{a z_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} \\
& - g^{a z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} + g^{a z_3} g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} + g^{a z_1} g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3} \cdot p_{Z_2} \\
& + p_{Z_2}^a \left(p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} + g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} p_{Z_3}^{z_3} + p_{Z_3}^{z_1} \left(p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} + g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) \right. \\
& \left. - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) - \left(p_{Z_1}^{z_1} g^{z_2 z_3} + g^{z_1 z_2} p_{Z_1}^{z_3} \right) p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) \\
& + \left(g^{a z_1} \left(p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} \right) \right. \\
& \left. + g^{a z_3} \left(g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} \right) + g^{a z_2} \left(g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_3} \right) \right) p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \\
& + p_{Z_1}^a \left(p_{Z_3}^{z_1} \left(p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} - g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) + p_{Z_2}^{z_1} \left(p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} - g^{z_2 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) \right. \\
& \left. + g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \right) + g^{z_1 z_2} \left(p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \right) \right) \Big)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,8} : & -2 i \frac{f_{T8}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan^3(\theta_W) \left(\left(p_{Z_3}^a p_{Z_1}^{z_3} - g^{a z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} \right) \left(p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_1}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) \right. \\
& + \left(p_{Z_2}^a p_{Z_1}^{z_2} - g^{a z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) \left(p_{Z_3}^{z_3} p_{Z_1}^{z_1} - g^{z_1 z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} \right) \\
& \left. + \left(p_{Z_1}^a p_{Z_1}^{z_1} - g^{a z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_1} \right) \left(p_{Z_2}^{z_2} p_{Z_3}^{z_2} - g^{z_2 z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,9} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{T9}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan^3(\theta_W) \left(p_{Z_2}^a p_{Z_3}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma^{z_3} + p_{Z_1}^a p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma^{z_3} + p_{Z_3}^a p_{Z_2}^{z_1} p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} + p_{Z_2}^a p_\gamma^{z_1} p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1}^{z_3} \right. \\
& + p_{Z_1}^a p_{Z_3}^{z_1} p_\gamma^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} + p_{Z_3}^a p_\gamma^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_3} + g^{az_1} g^{z_2 z_3} (p_\gamma \cdot p_{Z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_\gamma \cdot p_{Z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \\
& + g^{z_2 z_3} \left(-p_{Z_1}^a (p_{Z_3}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_2} + p_{Z_2}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^a (p_{Z_2}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - p_\gamma^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) + p_{Z_2}^a (p_{Z_3}^{z_1} p_\gamma \cdot p_{Z_1} - p_\gamma^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{az_1} \left(p_{Z_3}^{z_2} (p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_3} (p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) - (p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma^{z_3} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_1}^{z_3}) p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} \left. \right) \\
& + g^{az_2} g^{z_1 z_3} (p_\gamma \cdot p_{Z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_\gamma \cdot p_{Z_1} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \\
& + g^{az_3} g^{z_1 z_2} (p_\gamma \cdot p_{Z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} + p_\gamma \cdot p_{Z_1} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3}) \\
& - g^{z_1 z_3} \left(p_{Z_2}^a (p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \right. \\
& + p_{Z_3}^a (p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - g^{az_3} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_2} - p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_2} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_\gamma^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_\gamma^{z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_3}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - g^{z_1 z_2} \left(p_{Z_3}^a (p_{Z_2}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^a (p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_1}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) + p_{Z_1}^a (p_\gamma^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_2}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \\
& - g^{az_2} \left(p_{Z_3}^{z_1} (p_{Z_2}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_1} + p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{z_1} (p_{Z_3}^{z_3} p_\gamma \cdot p_{Z_3} - p_\gamma^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) + p_\gamma^{z_1} (p_{Z_1}^{z_3} p_{Z_2} \cdot p_{Z_3} - p_{Z_2}^{z_3} p_{Z_1} \cdot p_{Z_3}) \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

$ZZ\gamma\gamma$ -Vertex



$$\mathcal{L}_{M,0} : -2i \frac{f_{M0}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\mathcal{L}_{M,1} : \frac{1}{2} i \frac{f_{M1}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} g^{a_2 z_2} + p_{\gamma_1}^{z_2} g^{a_2 z_1}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} g^{a_1 z_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} g^{a_1 z_1}) \right. \\ \left. - g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) - p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} + g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,2} : i \frac{f_{M2}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} (g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2})$$

$$\mathcal{L}_{M,3} : \frac{1}{4} i \frac{f_{M3}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} g^{a_2 z_2} + p_{\gamma_1}^{z_2} g^{a_2 z_1}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} g^{a_1 z_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} g^{a_1 z_1}) \right. \\ \left. - g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) - p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} + g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,4} : i \frac{f_{M4}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\mathcal{L}_{M,5} : \frac{1}{4} i \frac{f_{M5}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} g^{a_2 z_2} + p_{\gamma_1}^{z_2} g^{a_2 z_1}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} g^{a_1 z_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} g^{a_1 z_1}) \right. \\ \left. - g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) - p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} + g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{M,6} : -i \frac{f_{M6}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2})$$

$$\mathcal{L}_{M,7} : \frac{1}{4} i \frac{f_{M7}}{\Lambda^4} g^2 m_W^2 \tan^2(\theta_W) \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} g^{a_2 z_2} + p_{\gamma_1}^{z_2} g^{a_2 z_1}) - p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} g^{a_1 z_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} g^{a_1 z_1}) \right. \\ \left. + g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} + g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2}) \right)$$

$$\mathcal{L}_{T,0} : 2i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(2\theta_W) \left((p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_2} - g^{a_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} - g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\ \left. + (p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_1} - g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_2} - g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \right. \\ \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right)$$

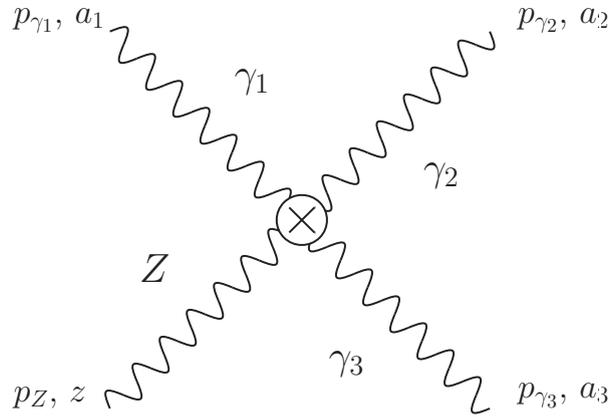
$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,1} : & 2i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(2\theta_W) \left((p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_2} - g^{a_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} - g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\ & + (p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_1} - g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_2} - g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \\ & \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,2} : & 2i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \cos^2(\theta_W) \sin^2(\theta_W) \left(p_{Z_1}^{a_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{Z_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} \right. \\ & + p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} \\ & + g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} (p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \\ & + g^{z_1 z_2} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\ & + p_{Z_2}^{a_1} (p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) + p_{Z_1}^{a_1} (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\ & - g^{a_1 a_2} \left(p_{Z_2}^{z_1} (p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} + p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\ & + p_{Z_1}^{z_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) - (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \left. \right) \\ & + g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2} (p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \\ & + g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} (p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \\ & - g^{a_2 z_2} \left(p_{Z_1}^{a_1} (p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\ & + p_{Z_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) \left. \right) \\ & - g^{a_1 z_2} \left(p_{Z_2}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} - p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\ & + p_{Z_1}^{a_2} (p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \left. \right) \\ & - g^{a_2 z_1} \left(p_{Z_2}^{a_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) \right. \\ & + p_{Z_1}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} - p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\ & - g^{a_1 z_1} \left(p_{Z_2}^{a_2} (p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\ & \left. + p_{Z_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} - p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \right) \left. \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,5} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \left(4 \sin^4(\theta_W) \left(2 \left(p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_2} - g^{a_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} \right) \left(p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} - g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \right) \right. \right. \\ & + 2 \left(p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_1} - g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} \right) \left(p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_2} - g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \right) - p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} \tan^2(\theta_W) \left. \right) \\ & + (\cos(4\theta_W) + 3) \tan^2(\theta_W) g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \left(p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \right) \\ & \left. + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} \left((\cos(4\theta_W) + 3) \tan^2(\theta_W) g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} \sin^2(2\theta_W) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,6} : & -\frac{1}{4} i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \left(16 p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} \sin^4(\theta_W) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + 2 \tan^2(\theta_W) \left(2 p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_2} \cos^2(2\theta_W) (g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1}) \right. \\
& + (\cos(4\theta_W) + 1) \left(g^{a_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} (p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} - g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& - (p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_1} - g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_2} - g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \\
& \left. \left. + g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} (g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} + p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} (\cos(4\theta_W) - 1)) \right) \right) \\
\mathcal{L}_{T,7} : & \frac{1}{8} i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \tan^2(\theta_W) \left(-2 p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \cos^2(2\theta_W) \right. \\
& + 2 \left(g^{a_1 a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) + g^{a_1 z_2} (g^{a_2 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1}) \right. \\
& \left. + g^{a_1 z_1} (g^{a_2 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_2}) \right) p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \cos^2(2\theta_W) \\
& + \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} - p_{Z_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} + \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} \\
& + \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{Z_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \\
& - g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \\
& - \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 z_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} \\
& - p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} + g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} \\
& - \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} + p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} \\
& - g^{a_1 a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} + g^{a_1 z_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} \\
& - \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} - g^{a_1 a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} - \cos(4\theta_W) p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \\
& + p_{Z_2}^{a_1} g^{a_2 z_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \\
& + \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + g^{a_1 z_2} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \\
& + g^{a_1 z_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - g^{a_1 a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \\
& + \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \\
& + \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} \\
& - \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_2} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} + g^{a_1 z_2} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \\
& + \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} - g^{a_1 z_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} + \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \\
& + g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} - \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} - g^{a_1 a_2} p_{Z_1}^{z_1} p_{Z_2}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \\
& + \cos(4\theta_W) g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} - g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \\
& + \cos(4\theta_W) g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} + g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \\
& + (\cos(4\theta_W) + 1) p_{\gamma_2}^{a_1} \left(p_{Z_2}^{a_2} (p_{\gamma_1}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} - g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + p_{Z_1}^{a_2} (p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} - g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) + g^{a_2 z_2} (p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} - p_{\gamma_1}^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \\
& \left. + g^{a_2 z_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} - p_{\gamma_1}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right) \\
& + p_{Z_1}^{a_1} \left(2 g^{a_2 z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} \sin^2(2\theta_W) - \cos(4\theta_W) g^{a_2 z_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \right. \\
& - g^{a_2 z_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{Z_2}^{a_2} ((\cos(4\theta_W) - 1) p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + (\cos(4\theta_W) + 1) g^{z_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \\
& - \cos(4\theta_W) g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} + g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} + \cos(4\theta_W) g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} \\
& \left. - g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} + (\cos(4\theta_W) + 1) p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} - g^{z_1 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,8} : & 2i \frac{f_{T8}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan^2(\theta_W) \left((p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_2} - g^{a_1 z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) (p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} - g^{a_2 z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + (p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{z_1} - g^{a_1 z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_2} - g^{a_2 z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \\
& \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{Z_1}^{z_2} p_{Z_2}^{z_1} - g^{z_1 z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \right) \\
\mathcal{L}_{T,9} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{T9}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan^2(\theta_W) \left(p_{Z_1}^{a_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{Z_2}^{a_1} p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} + p_{Z_1}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2} \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + p_{Z_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{z_1} p_{Z_1}^{z_2} + g^{a_1 a_2} g^{z_1 z_2} (p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \\
& + g^{z_1 z_2} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} + p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{a_1} (p_{Z_1}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) + p_{Z_1}^{a_1} (p_{Z_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_{Z_2}^{z_1} (p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} + p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + p_{Z_1}^{z_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) - (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1}^{z_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2}^{z_2}) p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} \left. \right) \\
& + g^{a_1 z_1} g^{a_2 z_2} (p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \\
& + g^{a_1 z_2} g^{a_2 z_1} (p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2}) \\
& - g^{a_2 z_2} \left(p_{Z_1}^{a_1} (p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) \right. \\
& + p_{Z_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1} - p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 z_2} \left(p_{Z_2}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1} - p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + p_{Z_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_1} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_1} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_1}) \left. \right) \\
& - g^{a_2 z_1} \left(p_{Z_2}^{a_1} (p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& + p_{Z_1}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2} - p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 z_1} \left(p_{Z_2}^{a_2} (p_{Z_1}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_1}) \right. \\
& \left. + p_{Z_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{Z_2} - p_{\gamma_1}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{z_2} p_{Z_1} \cdot p_{Z_2} - p_{Z_2}^{z_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{Z_2}) \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

Z $\gamma\gamma\gamma$ -Vertex

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,0} : & 8i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \sin^3(\theta_W) \cos(\theta_W) \left((p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^z - g^{a_1 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\ & + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^z - g^{a_2 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\ & \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,1} : & 8i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \sin^3(\theta_W) \cos(\theta_W) \left((p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^z - g^{a_1 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\ & + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^z - g^{a_2 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\ & \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,2} : & 2i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \cos(\theta_W) \sin^3(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_Z^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z + p_{\gamma_2}^{a_1} p_Z^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z + p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^z \\
& + g^{a_1 a_2} g^{a_3 z} (p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& + g^{a_3 z} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_Z^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \right. \\
& + p_Z^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_Z^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_Z^{a_3} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^z (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_Z + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) - (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z) p_{\gamma_2} \cdot p_Z \left. \right) \\
& + g^{a_1 a_3} g^{a_2 z} (p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& + g^{a_1 z} g^{a_2 a_3} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& - g^{a_2 z} \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \right. \\
& + p_Z^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 z} \left(p_Z^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_Z^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_2 a_3} \left(p_Z^{a_1} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z) + p_{\gamma_1}^{a_1} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_3} \left(p_Z^{a_2} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z - p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

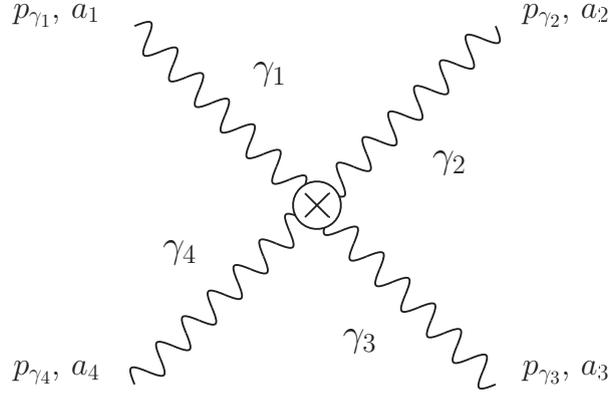
$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,5} : & 2i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \cos(2\theta_W) \tan(\theta_W) \left((p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^z - g^{a_1 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^z - g^{a_2 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \left. \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,6} : & 2i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^2(\theta_W) \cos(2\theta_W) \tan(\theta_W) \left((p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^z - g^{a_1 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^z - g^{a_2 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \left. \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,7} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \cos(2\theta_W) \sin^2(\theta_W) \tan(\theta_W) \left(p_Z^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z - p_Z^{a_1} g^{a_2 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2}^z - g^{a_1 a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2}^z \right. \\
& - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2}^z + p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^z + p_Z^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} g^{a_3 z} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 z} p_{\gamma_2}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \\
& - p_Z^{a_1} g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 a_3} p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_Z^{a_1} g^{a_2 z} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 z} p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \\
& - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z - p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} g^{a_3 z} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - p_Z^{a_1} g^{a_2 z} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + g^{a_1 z} p_Z^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} \\
& + g^{a_1 z} p_{\gamma_1}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 a_3} p_Z^{a_2} p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + g^{a_1 a_3} g^{a_2 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} \\
& + g^{a_1 a_2} g^{a_3 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - g^{a_1 z} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z + g^{a_1 a_3} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z + g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z \\
& - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z + g^{a_1 z} g^{a_2 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z + g^{a_1 a_2} g^{a_3 z} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} \left(p_{\gamma_1}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z + g^{a_2 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2}^z + p_Z^{a_2} \left(p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^z + g^{a_3 z} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \right) \right) \\
& - g^{a_2 z} \left(p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_Z \right) - \left(p_{\gamma_1}^{a_2} g^{a_3 z} + g^{a_2 a_3} p_{\gamma_1}^z \right) p_{\gamma_2} \cdot p_Z \\
& + \left(g^{a_1 a_2} \left(p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z \right) + g^{a_1 z} \left(g^{a_2 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} \right) \right. \\
& \left. + g^{a_1 a_3} \left(g^{a_2 z} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^z \right) \right) p_{\gamma_2} \cdot p_Z \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} \left(p_Z^{a_2} \left(p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \right) + p_{\gamma_2}^{a_2} \left(p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z \right) \right) \\
& \left. + g^{a_2 z} \left(p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z \right) + g^{a_2 a_3} \left(p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z - p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,8} : & - 2 i \frac{f_{T8}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan(\theta_W) \left(\left(p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^z - g^{a_1 z} p_{\gamma_1} \cdot p_Z \right) \left(p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} \right) \right. \\
& + \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \right) \left(p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^z - g^{a_2 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z \right) \\
& \left. + \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} \right) \left(p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z - g^{a_3 z} p_{\gamma_2} \cdot p_Z \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,9} : & -\frac{1}{2} i \frac{f_{T9}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \tan(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_Z^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_Z^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_Z^{a_3} p_{\gamma_2}^z \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_Z^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z + p_Z^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^z + g^{a_1 a_2} g^{a_3 z} (p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& + g^{a_3 z} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_Z^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \right. \\
& + p_Z^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_Z^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_Z^{a_3} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^z (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_Z + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) - (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^z + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^z) p_{\gamma_2} \cdot p_Z \left. \right) \\
& + g^{a_1 a_3} g^{a_2 z} (p_{\gamma_1} \cdot p_Z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& + g^{a_1 z} g^{a_2 a_3} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \\
& - g^{a_2 z} \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \right. \\
& + p_Z^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 z} \left(p_Z^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_Z^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_Z^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_2 a_3} \left(p_Z^{a_1} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_3} \left(p_Z^{a_2} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_1}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_1} \cdot p_Z) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z - p_{\gamma_2}^z p_{\gamma_2} \cdot p_Z) \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

$\gamma\gamma\gamma\gamma$ -Vertex

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,0} : & 8i \frac{f_{T0}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_4} - g^{a_1 a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\ & + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_2 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\ & \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_3 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{T,1} : & 8i \frac{f_{T1}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_4} - g^{a_1 a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\ & + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_2 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\ & \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_3 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,2} : & 2i \frac{f_{T2}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} \\
& + g^{a_1 a_2} g^{a_3 a_4} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& + g^{a_3 a_4} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \right. \\
& + p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_{\gamma_4}^{a_3} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_4} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) - (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4}) p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} \left. \right) \\
& + g^{a_1 a_3} g^{a_2 a_4} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& + g^{a_1 a_4} g^{a_2 a_3} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& - g^{a_2 a_4} \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \right. \\
& + p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_4} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_2 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_4}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_4}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,5} : & 4i \frac{f_{T5}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_4} - g^{a_1 a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_2 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_3 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,6} : & 4i \frac{f_{T6}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_4} - g^{a_1 a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_2 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_3 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,7} : & \quad i \frac{f_{T7}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} \right. \\
& \quad + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} \\
& \quad + g^{a_1 a_2} g^{a_3 a_4} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& \quad + g^{a_3 a_4} \left(-p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \right. \\
& \quad + p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& \quad - g^{a_1 a_2} \left(p_{\gamma_4}^{a_3} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& \quad + p_{\gamma_2}^{a_4} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) - (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4}) p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} \left. \right) \\
& \quad + g^{a_1 a_3} g^{a_2 a_4} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& \quad + g^{a_1 a_4} g^{a_2 a_3} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& \quad - g^{a_2 a_4} \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \right. \\
& \quad + p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& \quad - g^{a_1 a_4} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& \quad + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& \quad - g^{a_2 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& \quad + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& \quad - g^{a_1 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& \quad + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \left. \right) \\
\mathcal{L}_{T,8} : & \quad 2i \frac{f_{T8}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left((p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_4} - g^{a_1 a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} - g^{a_2 a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& \quad + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_3} - g^{a_1 a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_2 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& \quad \left. + (p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} - g^{a_1 a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} - g^{a_3 a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{T,9} : & \frac{1}{2} i \frac{f_{T9}}{\Lambda^4} g^4 \sin^4(\theta_W) \left(p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + p_{\gamma_4}^{a_1} p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4} + g^{a_1 a_2} g^{a_3 a_4} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& + g^{a_3 a_4} \left(- p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \right. \\
& + p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_2} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_2} \left(p_{\gamma_4}^{a_3} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_4} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) - (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1}^{a_4} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2}^{a_4}) p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} \left. \right) \\
& + g^{a_1 a_3} g^{a_2 a_4} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& + g^{a_1 a_4} g^{a_2 a_3} (p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} + p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \\
& - g^{a_2 a_4} \left(p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \right. \\
& + p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_4} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} - p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_4}^{a_3} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \left. \right) \\
& - g^{a_2 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_1} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_2}^{a_1} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \\
& - g^{a_1 a_3} \left(p_{\gamma_4}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_2} + p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_2}) \right. \\
& + p_{\gamma_2}^{a_2} (p_{\gamma_1}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_1} \cdot p_{\gamma_4}) + p_{\gamma_1}^{a_2} (p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4} - p_{\gamma_2}^{a_4} p_{\gamma_2} \cdot p_{\gamma_4}) \left. \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

B. Parameter und Phasenraumschnitte

B.1. Parameter

Für alle Berechnungen mit VBFNLO wurden, sofern nicht anders angegeben, die hier beschriebenen Parametereinstellungen verwendet. In VBFNLO lassen sich die Parameter in der Datei **vbfnlo.dat** eingeben. Die jeweiligen Einstellungen in **vbfnlo.dat** stehen in Klammern. Eine detaillierte Beschreibung der Einstellungsmöglichkeiten befindet sich im Handbuch zu VBFNLO [6]. Alle hier nicht aufgeführten Parameter wurden auf die im Handbuch beschriebenen Standardeinstellungen gesetzt.

Allgemeine Parameter

- Beim leptonenischen Zerfall der Bosonen wurde über alle möglichen Zerfälle in die ersten beiden Generationen summiert.
(LEPTONS = 98)
- Die Anzahl der Iterationsschritte der Monte-Carlo-Integration wurde auf 4 gesetzt.
(LO_ITERATIONS/NLO_ITERATIONS = 4)
- Die Anzahl der Phasenraumpunkte im letzten Iterationsschritt betrug 2^{26} .
(LO_POINTS/NLO_POINTS = 26)
- Die Schwerpunktsenergie des Proton-Proton-Systems \sqrt{s} wurde auf 8000 GeV gesetzt.
(ECM = 8000)
- Für die Renormierungs- und Faktorisierungsskala wurde bei den Vektorbosonfusion-Prozessen der Impulsübertrag der ausgetauschten Eichbosonen und bei den Triboson-Prozessen die invariante Masse des VVV-Systems verwendet.
(ID_MUF/ID_MUR = 1 bzw. 4)

Physikalische Parameter

- Alle Berechnungen wurden mit einem Standardmodell Higgs-Boson mit einer Masse von 126 GeV durchgeführt.
(HMASS = 126, HTYPE = 0)
- Bei allen Berechnungen, die eine von Null verschiedene Kopplungskonstante der anomalen Kopplungen f_i besaßen, wurden die anomalen Kopplungen angeschaltet.
(ANOM_CPL = true)
- Für die Parton-Dichteverteilungen wurden CTEQ6L1 für Berechnungen in führender Ordnung QCD (LO) und CT10 für Berechnungen in nächstführender Ordnung QCD (NLO) verwendet.
(PDF_SWITCH = 0)

B.2. Phasenraumschnitte

Bei den Berechnungen in VBFNLO wurden verschiedene Phasenraumschnitte verwendet, um entweder die Detektierbarkeit der Teilchen zu gewährleisten oder Untergründe zu unterdrücken. Die verschiedenen Phasenraumschnitte lassen sich in `cuts.dat` einstellen. Für alle Werte in `cuts.dat`, die in diesem Anhang nicht aufgelistet sind, wurden die Standardeinstellungen aus dem VBFNLO-Handbuch [6] verwendet.

Phasenraumschnitte für die Jets

Um die Jets detektieren und unterscheiden zu können wurden folgende Phasenraumschnitte verwendet:

- Minimale R -Separation zwischen zwei Jets: $\Delta R_{jj} \geq 0.8$
- Maximale Pseudorapidität der masselosen Partonen im Endzustand: $|\eta_p| \leq 5.0$
- Minimaler Transversalimpuls der Jets: $p_{Tj} \geq 20$ GeV
- Maximale Rapidität der Jets: $|y_j| \leq 4.5$

Phasenraumschnitte für die Leptonen

An die Leptonen im Endzustand wurden folgende Bedingungen gestellt:

- Maximale Pseudorapidität der geladenen Leptonen: $|\eta_\ell| \leq 2.5$
- Minimaler Transversalimpuls der geladenen Leptonen: $p_{T\ell} \geq 20$ GeV
- Minimale invariante Masse aller Kombinationen von zwei unterschiedlich geladenen Leptonen: $m_{\ell\ell} \geq 15$ GeV
- Minimale R -Separation zwischen zwei geladenen Leptonen: $\Delta R_{\ell\ell} \geq 0.4$
- Maximale R -Separation zwischen zwei geladenen Leptonen: $\Delta R_{\ell\ell} \leq 50$
- Minimale R -Separation zwischen einem Jet und einem geladenen Lepton: $\Delta R_{j\ell} \geq 0.4$

Phasenraumschnitte für die Vektorbosonfusion

Die folgenden Phasenraumschnitte wurden nur bei den Vektorbosonfusion-Prozessen verwendet und dienen der Unterdrückung des Untergrunds bei den VBF-Prozessen:

- Minimaler Unterschied in der Pseudorapidität der „tagging jets“¹: $\Delta\eta_{jj} \geq 4.0$
- Minimale invariante Masse der „tagging jets“: $m_{jj} \geq 600$ GeV
- Die „tagging jets“ sollen in gegenüberliegenden Detektorhemisphären gefunden werden: $y_{j1} \times y_{j2} < 0$
- Die Pseudorapidität der geladenen Leptonen soll zwischen den Rapiditäten der „tagging jets“ liegen: $y_{j,\min} < \eta_\ell < y_{j,\max}$

Weitere Phasenraumschnitte

In Kapitel 5.2 wurde teilweise zusätzlich gefordert, dass die invariante Transversalmasse des $\ell_1^+ \nu_{\ell_1} \ell_2^- \bar{\nu}_{\ell_2}$ -Systems $m_T^{WW} \geq 800$ GeV ist.

¹Die beiden Jets mit den größten Transversalimpulsen.

C. Formfaktoren

Die Untersuchung der Unitaritätsverletzung durch die anomalen Kopplungen (vgl. Kapitel 4) lieferte folgende Werte Λ_{FF} für die Formfaktoren. Diese Werte wurden auch in der Analyse aus Kapitel 5 zur Gewährleistung der Unitarität verwendet.

f_i/Λ^2	1	2	4	6	8	10	20	50	100
\mathcal{O}_W	6235	4210	2910	2360	2035	1815	1280	805	570
\mathcal{O}_B	9755	6195	4180	3365	2895	2575	1805	1135	800
\mathcal{O}_{WWW}	6445	4335	2995	2425	2095	1870	1315	830	585
\mathcal{O}_{WW}	14000	9160	5885	4670	3990	3540	2465	1545	1085
\mathcal{O}_{BB}	14000	14000	14000	14000	14000	51215	13135	6735	4510
$\mathcal{O}_{\bar{B}}$	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	13335
$\mathcal{O}_{\bar{W}WW}$	5865	3980	2760	2235	1930	1725	1215	765	540
$\mathcal{O}_{\bar{W}W}$	14000	9160	5885	4670	3990	3540	2465	1545	1085
$\mathcal{O}_{\bar{B}B}$	14000	14000	14000	14000	14000	51215	13135	6735	4510
$\mathcal{O}_{D\bar{W}}$	2760	1930	1360	1105	955	855	605	380	270

f_i/Λ^2	-1	-2	-4	-6	-8	-10	-20	-50	-100
\mathcal{O}_W	7240	4810	3305	2675	2305	2055	1445	910	640
\mathcal{O}_B	10775	6700	4490	3605	3095	2755	1930	1215	855
\mathcal{O}_{WWW}	5355	3655	2540	2065	1780	1590	1120	705	500
\mathcal{O}_{WW}	14000	9160	5885	4670	3990	3540	2465	1545	1085
\mathcal{O}_{BB}	14000	14000	14000	14000	14000	14000	13135	6735	4510
$\mathcal{O}_{\bar{B}}$	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	14000	13335
$\mathcal{O}_{\bar{W}WW}$	5865	3980	2760	2235	1930	1725	1215	765	540
$\mathcal{O}_{\bar{W}W}$	14000	9160	5885	4670	3990	3540	2465	1545	1085
$\mathcal{O}_{\bar{B}B}$	14000	14000	14000	14000	14000	14000	13135	6735	4510
$\mathcal{O}_{D\bar{W}}$	2760	1930	1360	1105	955	855	605	380	270

Tabelle C.1: Eingestellte Werte für Λ_{FF} in GeV für die Operatoren der Dimension 6 bei verschiedenen Kopplungsstärken f_i/Λ^2 in TeV^{-2} . Der Exponent des Formfaktors wurde auf $n = 1$ gesetzt.

f_i/Λ^4	25	50	100	200	400	600	800	1000	1500	2000
$\mathcal{L}_{S,0}$	1310	1100	925	775	650	590	545	515	465	435
$\mathcal{L}_{S,1}$	1100	920	775	650	545	495	460	435	390	365
$\mathcal{L}_{M,0}$	1480	1240	1045	875	735	665	620	585	530	490
$\mathcal{L}_{M,1}$	2105	1765	1480	1240	1045	940	875	830	750	695
$\mathcal{L}_{M,2}$	3595	2995	2500	2095	1755	1585	1470	1390	1255	1170
$\mathcal{L}_{M,3}$	5260	4335	3595	2995	2500	2255	2095	1980	1785	1660
$\mathcal{L}_{M,4}$	3005	2510	2100	1760	1475	1330	1240	1170	1055	985
$\mathcal{L}_{M,5}$	4350	3605	3005	2510	2100	1895	1760	1660	1500	1395
$\mathcal{L}_{M,6}$	1765	1480	1240	1045	875	790	735	695	630	585
$\mathcal{L}_{M,7}$	2515	2105	1765	1480	1245	1120	1045	985	890	830
$\mathcal{L}_{T,0}$	1200	1010	850	710	600	540	500	475	430	400
$\mathcal{L}_{T,1}$	1295	1085	910	765	645	580	540	510	460	430
$\mathcal{L}_{T,2}$	1450	1215	1020	860	720	650	605	575	515	480
$\mathcal{L}_{T,5}$	5075	4185	3475	2895	2420	2180	2025	1915	1725	1605
$\mathcal{L}_{T,6}$	4185	3475	2895	2420	2025	1825	1700	1605	1450	1345
$\mathcal{L}_{T,7}$	5910	4845	4005	3330	2775	2500	2320	2190	1975	1835
$\mathcal{L}_{T,8}$	7115	5770	4740	3920	3260	2930	2720	2565	2310	2145
$\mathcal{L}_{T,9}$	9290	7360	5955	4880	4035	3615	3350	3160	2840	2635

f_i/Λ^4	-25	-50	-100	-200	-400	-600	-800	-1000	-1500	-2000
$\mathcal{L}_{S,0}$	1335	1120	940	790	665	600	560	530	475	445
$\mathcal{L}_{S,1}$	1120	940	790	665	560	505	470	445	400	370
$\mathcal{L}_{M,0}$	1480	1240	1045	875	735	665	620	585	530	490
$\mathcal{L}_{M,1}$	2105	1765	1480	1240	1045	940	875	830	750	695
$\mathcal{L}_{M,2}$	3595	2995	2500	2095	1755	1585	1470	1390	1255	1170
$\mathcal{L}_{M,3}$	5260	4335	3595	2995	2500	2255	2095	1980	1785	1660
$\mathcal{L}_{M,4}$	3005	2510	2100	1760	1475	1330	1240	1170	1055	985
$\mathcal{L}_{M,5}$	4350	3605	3005	2510	2100	1895	1760	1660	1500	1395
$\mathcal{L}_{M,6}$	1765	1480	1240	1045	875	790	735	695	630	585
$\mathcal{L}_{M,7}$	2515	2105	1765	1480	1245	1120	1045	985	890	830
$\mathcal{L}_{T,0}$	1200	1010	850	710	600	540	500	475	430	400
$\mathcal{L}_{T,1}$	1295	1085	910	765	645	580	540	510	460	430
$\mathcal{L}_{T,2}$	1620	1355	1140	955	805	725	675	640	575	535
$\mathcal{L}_{T,5}$	5075	4185	3475	2895	2420	2180	2025	1915	1725	1605
$\mathcal{L}_{T,6}$	4150	3445	2875	2400	2010	1815	1685	1590	1435	1335
$\mathcal{L}_{T,7}$	5030	4150	3445	2875	2400	2165	2010	1900	1715	1590
$\mathcal{L}_{T,8}$	7115	5770	4740	3920	3260	2930	2720	2565	2310	2145
$\mathcal{L}_{T,9}$	9290	7360	5955	4880	4035	3615	3350	3160	2840	2635

Tabelle C.2: Eingestellte Werte für Λ_{FF} in GeV für die Operatoren der Dimension 8 bei verschiedenen Kopplungsstärken f_i/Λ^4 in TeV^{-4} . Der Exponent des Formfaktors wurde auf $n = 2$ gesetzt.

D. Alternative Parametrisierung

Die Untersuchung der anomalen WWZ - und $WW\gamma$ -Kopplungen ist in VBFNLO auch mit einer alternativen Parametrisierung möglich. Die \mathcal{CP} -geraden WWV -Vertizes ($V \in \{Z, \gamma\}$) können durch die effektive Lagrangedichte [19]

$$\mathcal{L}_{WWV} = i g_{WWV} \left(g_1^V (W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} - W^{+\mu} W_{\mu\nu}^-) V^\nu + \kappa_V W_\mu^+ W_\nu^- V^{\mu\nu} + \frac{\lambda_V}{m_W^2} W_\mu^{+\nu} W_\nu^{-\rho} V_\rho^\mu \right)$$

parametrisiert werden. Die Kopplungskonstanten sind $g_{WWZ} = -g \cos(\theta_W)$ beziehungsweise $g_{WW\gamma} = -g \sin(\theta_W)$ und $X_{\mu\nu} = (\partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu)$ für $X \in \{W^\pm, V\}$. Im Standardmodell gilt $g_1^V = \kappa_V = 1$ und $\lambda_V = 0$.

Betrachtet man nur Operatoren der Dimension 6 lassen sich zwischen $g_1^V, \kappa_V, \lambda_V$ und den Kopplungen der Operatoren $\mathcal{O}_W, \mathcal{O}_B$ und \mathcal{O}_{WWV} folgende Relationen finden:

$$\begin{aligned} g_1^Z &= 1 + \frac{f_W}{\Lambda^2} \frac{m_W^2}{2 \cos^2 \theta_W} \\ \kappa_Z &= 1 + \left(\frac{f_W}{\Lambda^2} - \sin^2 \theta_W \left(\frac{f_B}{\Lambda^2} + \frac{f_W}{\Lambda^2} \right) \right) \frac{m_W^2}{2 \cos^2 \theta_W} \\ \kappa_\gamma &= 1 + \left(\frac{f_B}{\Lambda^2} + \frac{f_W}{\Lambda^2} \right) \frac{m_W^2}{2} \\ \lambda_Z = \lambda_\gamma &= \frac{3m_W^2 g^2}{2} \frac{f_{WWV}}{\Lambda^2} \end{aligned}$$

In VBFNLO wird diese Parametrisierung durch die Wahl von **TRIANOM=2** in der Datei **anomV.dat** aktiviert. Die Werte der Parameter werden durch die Eingabe von

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda_Z = \lambda_\gamma, \\ \Delta\kappa_Z &= \kappa_Z - 1, \\ \Delta g_1^Z &= g_1^Z - 1, \\ \Delta\kappa_\gamma &= \kappa_\gamma - 1 \end{aligned}$$

festgelegt.