

Produktion von CP-verletzenden NMSSM-Higgsbosonen

Diplomarbeit
von

Matthias Weinreuter

An der Fakultät für Physik
Institut für Theoretische Physik

Referent: Prof. Dr. M. Mühlleitner
Korreferent: Prof. Dr. J. Kühn

04. Juni 2012

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und ausschließlich die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Matthias Weinreuter
Karlsruhe, den 04. Juni 2012

Als Diplomarbeit anerkannt.

Prof. Dr. M. Mühleitner
Karlsruhe, den 04. Juni 2012

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	3
2.0.1. Beschreibung von Quantenfeldtheorien	3
2.0.2. S-Matrix und Feynmangraphen	4
2.1. Das Standardmodell	5
2.2. Higgsmechanismus	8
2.3. Unzulänglichkeiten des Standardmodells	10
2.3.1. Erweiterung des Standardmodells	13
3. Supersymmetrische Modelle	15
3.1. Das reelle MSSM	17
3.1.1. Teilcheninhalt	17
3.1.2. Superpotential	18
3.1.3. Weiche SUSY-Brechung	19
3.2. Das reelle NMSSM	20
3.3. Das komplexe NMSSM	21
3.3.1. CP-Verletzung im neutralen NMSSM-Higgssektor	22
4. Higgsuche über den Kanal $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$	25
4.1. Analyse mittels Mathematica	27
4.2. Gluonfusion $gg \rightarrow h$	29
4.2.1. Fusion über Quarkschleifen	30
4.2.2. Fusion über Squarkschleifen	36
4.2.3. Luminosität der Gluonen	39
4.2.4. QCD-Korrekturen	40
4.3. Photonischer Zerfall $h \rightarrow \gamma\gamma$	41
4.4. Einschleifenkorrektur des Higgspropagators	44
4.5. Phasenraumüberlegungen	46
5. Resultate	49
5.1. Parameterpunkte	52
5.2. Variation von ϕ_κ	53
5.3. Simultane Variation von ϕ_κ und ϕ_λ	58
5.4. Weitere Phasen	59
5.5. Vergleich mit der Higgs Cross Section Working Group	60
5.6. Vergleich mit experimentellen Resultaten am LHC	61
6. Zusammenfassung	65
A. Tensorintegrale	67

B. Anhang: Ward-Identität und Lorentzstrukturen	71
C. Anhang: Ergänzende Plots	75
Referenzen	79
Danksagung	83

Die Suche nach dem hypothetischen Higgsboson und dem damit verbundenen Grund, wieso die Teilchen eine Masse haben, ist eine der bedeutendsten Fragen der heutigen Teilchenphysik. Gigantische Teilchenschleuniger mussten gebaut werden, um die Vorhersagen der Quantenfeldtheorie, die im letzten Jahrhundert entwickelt wurde, in Kollisionen hoher Energien zu untersuchen. Das Standardmodell wurde seit der erstmaligen Formulierung der Quarkhypothese 1964 auf insgesamt siebzehn elementare Quantenfelder erweitert und an Beschleunigern mehrfach auf den Prüfstein gebracht. Es wurde zuletzt mit der Entdeckung des Top-Quarks 1995 sowie des Tau-Neutrinos 2000 am Tevatron in seiner Glaubhaftigkeit gefestigt. Der Nachweis der Masse des Higgsbosons ist schließlich der einzige noch zu bestimmende Baustein, um dieses fundamentale Modell der Elementarteilchen abzuschließen. Aktueller Schauplatz der Higgssuche ist der Large Hadron Collider, der 2009 das Tevatron in der Führung der bisher höchsten experimentell erreichten Energien abgelöst hat und seitdem Veröffentlichungen ermöglicht, die sich mit der Hypothese solch eines Standardmodell-Higgsbosons befassen. Ende letzten Jahres gab es Resultate der dortigen Experimente ATLAS und CMS, mit denen sie die Masse eines Higgsbosons, wie es das Standardmodell vorsieht, auf ein Intervall zwischen 115.5 GeV und 129.0 GeV eingrenzen konnten. Es wird erwartet, dass die beiden Experimente bis zum Ende 2012 ausreichend Messdaten gesammelt haben werden, um die Hypothese dieses Higgsbosons endgültig zu bestätigen oder zu verwerfen.

Doch schon bevor experimentelle Resultate den Spielraum einer Higgsmasse ausreichend einschränken konnten, ist sich die Physik unserer Zeit bewusst, dass das Standardmodell trotz der Bestätigung theoretischer Vorhersagen mit einer Genauigkeit von bis zu 0.1% für einige Beobachtungen keine oder nur unzulängliche Beschreibungen kennt. Ein wichtiges Beispiel sei hier in der Form der Verletzung der CP-Symmetrie genannt. Diese Asymmetrie zwischen den Teilchen und ihren entsprechenden Antiteilchen wird als eine der drei Sakharov-Bedingungen genannt, die erfüllt sein müssen, so dass bei der Entstehung unseres Universums eine ausreichende Zahl an Baryonen gegenüber der Zahl an Antibaryonen gebildet werden konnte. Das Standardmodell erklärt zwar mit Hilfe einer komplexen Phase die CP-Verletzung in der schwachen Wechselwirkung und schließt eine ähnliche CP-Verletzung der starken Wechselwirkung nicht aus, aber die experimentellen Schranken dieser Phasen sind zu strikt, um damit den heute existierenden Überschuss an Materie zu erklären. Aufgrund der Erfolge des Standardmodells wird dieses jedoch unabhängig davon, was die Beschleuniger in Zukunft noch erforschen, nicht vollständig verworfen werden. Die gesamte Geschichte der Physik beschreibt

das Bestreben, die separat beobachteten und scheinbar widersprüchlichen Phänomene der Natur in übergeordnete Zusammenhänge zu vereinigen. Das Standardmodell kann deswegen als effektive Theorie funktionieren, die für die heutzutage in Experimenten zugängliche Energieskala gültig ist.

Supersymmetrie ist eine Möglichkeit, das Standardmodell streng konform mit seinem Verständnis von Symmetrien zu erweitern. Mit supersymmetrischen Modellen, die mehr als ein Higgsboson beinhalten, können theoretische Argumente konstruiert werden, die die Beobachtbarkeit des Higgsbosons in Frage stellen. In Anwesenheit komplexer, CP-verletzender Phasen könnten die theoretisch erwarteten Wirkungsquerschnitte wichtiger Detektionskanäle an Beschleunigern um Größenordnungen kleiner sein als im Standardmodell vorgesehen. Aber erweiterte Higgs-Sektoren können auch mit einem Higgsboson, dessen Signal wie die Erwartung des Standardmodell-Higgsbosons aussehen kann, Hinweise auf neue Physik geben.

Ein Abriss des Standardmodells und des Higgsmechanismus soll in Kapitel 2 gegeben werden. Die einfachsten Möglichkeiten, das Standardmodell supersymmetrisch zu erweitern, werden in Kapitel 3 erklärt. Indem Parameter dann komplex gewählt werden, kann der Einfluss CP-verletzender Phasen studiert werden. Dies wird im Fallbeispiel des an Beschleunigern gut untersuchbaren Kanals zur Higgssuche $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ mit zwei Gluonen im Anfangs- und zwei Photonen im Endzustand geschehen. Die aufwändigen Berechnungen, die hierfür durchgeführt werden müssen, werden mit Hilfe existierender Mathematica-Programmpakete und einem eigens geschriebenen Fortran-Code durchgeführt. In Kapitel 4 wird dazu erklärt, welche Schritte zur Berechnung durchgeführt werden müssen. Kapitel 5 dient zur Ausführung unserer Rechenergebnisse, die in Kapitel 6 zusammengefasst werden. In den Anhängen sind weiterführende Resultate und Rechenergebnisse zu finden, die im Rahmen dieser Arbeit angefallen sind und zur Referenz verwendet werden können.

Theoretische Grundlagen

„principles of symmetry are – the deepest things we know about nature.“

– Steven Weinberg

Auf der Suche nach den Gesetzen, die das Universum und die Elementarteilchen befehligen, werden Wissenschaftler nicht nur von der Vorstellung bewegt, Vorhersagen mit immer größerer Präzision treffen zu können, sondern auch von der Erkenntnis von Zusammenhängen zwischen den Phänomenen, die einfachen Grundsätzen folgen. Die Suche nach Symmetrien in der Natur ist deswegen wesentlicher Bestandteil der modernen Physik. Diese zeugen von einer Ästhetik physikalischer Gesetze und Systeme und schränken außerdem explizit die Zahl möglicher Freiheitsgrade ein; sie sind also der Schlüssel zu den einfachstmöglichen Aussagen, die sich über die Natur treffen lassen.

2.0.1. Beschreibung von Quantenfeldtheorien

In der theoretischen Physik sucht man deswegen auch mathematische Beschreibungen, in denen Symmetrieüberlegungen eine inhärente Rolle spielen. Theorien, die dies unter Beachtung der Regeln der Quantenmechanik und der speziellen Relativitätstheorie (SRT) gewährleisten, sind *Quantenfeldtheorien*. Man legt einen Formalismus zugrunde, der auf dem Hamilton'schen Wirkungsprinzip von 1834 basiert, aber auch den Erkenntnissen des 20. Jahrhunderts Platz einräumt. Zentraler Baustein ist die Lagrangedichte \mathcal{L} . Mit ihr lassen sich die in der Natur umgesetzten Prozesse formal deuten als diejenige Funktion $\varphi(x)$, die das Funktional der *Wirkung* $S \equiv \int d^4x \mathcal{L}(\varphi(x), \partial^\mu \varphi(x))$ minimiert. In einer Quantenfeldtheorie werden diese Funktionen zu quantisierten Anregungen von Feldern, die einerseits von den Koordinaten der vierdimensionalen Raumzeit abhängen und daher feste Transformationvorschriften unter den irreduziblen Darstellungen der Poincaré-Algebra befolgen, und andererseits innere Freiheitsgrade aufweisen können.

Ein wesentliches Resultat der analytischen Mechanik ist das Theorem von Emmy Noether, das kontinuierliche Symmetrien mit der Existenz von Erhaltungsgrößen verbindet. Aus den Symmetrien der Raumzeit folgt die Erhaltung der kinetischen Größen Energie, Impuls und Drehimpuls. Inneren Symmetrien haben beispielsweise den Erhalt elektrischer Ladung zur Folge und sind beliebig erweiterbar.

2.0.2. S-Matrix und Feynmangraphen

In einer Quantenfeldtheorie lassen sich die Felder als Operatoren auffassen und in eine Fourierreihe von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren entwickeln. Die Lagrangedichte ist eine Funktion in den Operatoren, die aus der Kombination der in ihr enthaltenen Erzeuger und Vernichter die Übergänge zwischen Zuständen fest definierter Teilchen und Impulse vermitteln kann. Zur intuitiven Darstellung von Prozessen eignen sich *Feynmangraphen*: Aus der Lagrangedichte lassen sich *Feynmanregeln* ableiten, die angeben wie die Anfangs- und Endzustände, denen externe Linien zugewiesen werden, verknüpft werden können [1]. Die kinetischen und Massenterme drücken über die Euler-Lagrangegleichungen die freie Propagation eines Felds zwischen zwei Punkten (Vertizes) im Graphen aus. Die Wechselwirkungsterme n -ter Potenz führen zur Kopplung von n Feldern aneinander. In der Tat gibt es unendlich viele Möglichkeiten der Verbindung, weil zwischen Anfangs- und Endzustand beliebig viele Schleifen aus weiteren Propagatoren und Vertizes gebildet werden können.

Wenn die Wechselwirkungsterme aber mit einer ausreichend kleinen *Kopplungsstärke* α wirken, wie beispielsweise die Feinstrukturkonstante $\alpha \approx 137^{-1}$ der elektrodynamischen Kopplung, ist die Anwendung der Störungstheorie erlaubt. Dann können die möglichen Graphen, die den Übergang beschreiben, in eine Potenzreihe in α entwickelt und nach einer ausreichenden Ordnung abgebrochen werden. Mathematisch ausgedrückt findet sich diese Tatsache in der Exponentialreihe wieder, die durch die S -Matrix gegeben ist.

$$\langle \text{out} | \text{in} \rangle = \langle \text{in} | S | \text{in} \rangle = \langle \text{in} | T \exp \left(i \int d^4x \mathcal{L}(\varphi(x), \partial^\mu \varphi(x)) \right) | \text{in} \rangle, \quad (2.1)$$

mit dem Zeitordnungsoperator T , der die Kausalität des Übergangs gewährleistet. Die S -Matrix bildet die physikalischen, anfänglichen Zustände eines Prozesses unitär auf die Endzustände nach Wechselwirkungen ab. Die transformierten Zustände müssen für große zeitliche Abstände in die freien Zustände übergehen, die *asymptotischen Zustände*. Wenn man von einem „unphysikalischen Teilchen“ spricht, so sind damit Feldanregungen zu verstehen, die zwar in der S -Matrix, nicht aber in den asymptotischen Zuständen auftreten dürfen. Als Beispiele hierfür können Goldstonebosonen und Fadeev-Popov-Geistfelder genannt werden.

2.1. Das Standardmodell

Das *Standardmodell der Elementarteilchen* (SM) versucht, die bekannte Materie und ihre Wechselwirkungen in einer physikalisch schönen Sprache als Quantenfeldtheorie zu beschreiben [2–5]. Es gruppiert die Materiefelder in Multipletts anhand ihrer Transformationseigenschaften unter einer spontan gebrochenen Eichsymmetrie [6–8], deren ungebrochene Gruppe das Produkt

$$\underbrace{SU(3)_C}_{\text{QCD}} \otimes \underbrace{SU(2)_W \otimes U(1)_Y}_{\text{elektroschwach}}$$

ist. Die Einordnung der Felder erfolgt in

- Quarks q , die eine *Farbladung* oder englisch *colour* $C \in \{r, g, b\}$ tragen. Dieser innere Freiheitsgrad ist nicht messbar, da freie Teilchen nur als *farbneutrale*, in Analogie zur additiven Farbmischung auch *weiß* genannte Zustände auftreten können. Die $SU(3)_C$ beschreibt die Rotationen in diesem Farbraum und die sich damit beschäftigende Theorie nennt man *Quantenchromodynamik* (QCD)¹.

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, u_R, d_R, s_R, c_R, b_R, t_R. \quad (2.2)$$

Die mit L gekennzeichneten Zustände (die „linkshändigen“ Quarks) sind Dubletts des schwachen Isospins \vec{W} d.h. sie transformieren unter der fundamentalen Darstellung der $SU(2)_W$. Damit sind sie strikt zu unterscheiden von den mit R gekennzeichneten Quarks, die als Singlett transformieren. Diese „rechtshändigen“ Zustände sind hier nach Masse aufsteigend geordnet, wodurch sich eine andere Reihenfolge ergibt als bei den linkshändigen, die noch jeweils nach der dritten Komponente W_3 des schwachen Isospin geordnet sind.

- Leptonen l , die keine Farbladung C tragen und daher unter $SU(3)_C$ als Singlett transformieren. Dazu gehört das Elektron und seine schwereren Artgenossen, das Myon und das Tau, sowie jeweils ein Neutrino. Die linkshändige Version der Leptonen ist analog zu den Quarks jeweils durch ein \vec{W} -Dublett aus einem geladenen Lepton und dem zugehörigen Neutrino gegeben, während die rechtshändigen Teilchen Singletts sind.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \tau_R. \quad (2.3)$$

Rechtshändige Neutrinos wurden bislang aber nicht gefunden, da sie dem Schema zufolge Singletts unter allen Wechselwirkungen darstellen müssten und somit nicht mit unserer Welt wechselwirken: $C \nu_R = W_3 \nu_R = Y \nu_R = 0$ (vgl. *Tab. 1*). Außerdem wären sie masselos.

- Die Theorie erfordert außerdem die Einführung eines Higgsfelds, dem das Kapitel 2.2 gewidmet wird.

Sowohl Quarks als auch Leptonen sind Fermionen mit Spin $1/2$. Als solche werden die Felder durch Weylspinoren beschrieben, womit die Namensgebung entsprechend der Chiralität der Spinoren erklärt ist. Aus einem beliebigen Diracspinor Ψ lässt sich immer die L -Komponente bzw. die R -Komponente projizieren:

$$\Psi_L = P_L \Psi \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2} \Psi \quad (2.4)$$

$$\Psi_R = P_R \Psi \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} \Psi. \quad (2.5)$$

¹vom griechischen $\chi\rho\omega\mu\alpha$ (chroma), Farbe

Eine kompakte Übersicht über die Masseteilchen (wozu wir hier auch die im Standardmodell masselosen Neutrinos zählen) ist in *Tab.1* zusammengefasst. Mit jedem Teilchen ist über die Ladungskonjugation C ein Antiteilchen verknüpft, das dieselbe Masse trägt aber entgegengesetzte Ladungen aller Eichsymmetrien. In der Natur findet man vor, dass die meisten Systeme eine Gleichheit (C -Parität) aufweisen. Hierauf wird später nochmals eingegangen.

		$SU(3)_C$	$SU(2)_W$	Y	$Q = W_3/2 + Y$
Quarks	$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	3	2	1/6	+2/3 -1/3
	u_R	3	1	2/3	+2/3
	d_R	3	1	-1/3	-1/3
Leptonen	$L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L$	1	2	-1/2	0 -1
	l_R	1	1	1	-1
Higgs	$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	1	2	1/2	+1 0

Tab.1: Die Felder der Materie und des Higgsbosons mit ihren bezeichnenden Eigenschaften.

Die Kräfte zwischen den Fermionen sind nun im Rahmen des Standardmodells als Eichwechselwirkungen aufzufassen. Dabei wird gefordert, dass physikalische Observablen invariant unter den lokalen Eichtransformationen der $SU(3)_C \otimes SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ bleiben sollen, also den Transformationen, die durch

- $U(1)_Y$:

$$\Psi \longrightarrow \exp(i\alpha(x)Y \cdot \mathbb{1}) \Psi \stackrel{\alpha(x) \ll 1}{\simeq} (1 + i\alpha(x)Y) \Psi \quad (2.6)$$

- $SU(2)_W$:

$$\begin{aligned} \Psi_L &\longrightarrow \exp\left(i\vec{\varphi}(x) \cdot \frac{\vec{\sigma}}{2}\right) \Psi_L \stackrel{\varphi^k(x) \ll 1}{\simeq} \left(1 + \frac{i}{2}\varphi^k(x)\sigma^k\right) \Psi_L & k \in \{1, 2, 3\} \\ \Psi_R &\longrightarrow \Psi_R \end{aligned} \quad (2.7)$$

- $SU(3)_C$:

$$\begin{aligned} q &\longrightarrow \exp(i\theta^a(x)T^a) q \stackrel{\theta^a(x) \ll 1}{\simeq} (1 + i\theta^a(x)T^a) q & a \in \{1\dots 8\} \\ l &\longrightarrow l \end{aligned} \quad (2.8)$$

auf fermionische Felder Ψ , deren links- oder rechtshändige Komponente nach (2.4) und (2.5) und je nach Farbladung auf die Quark- beziehungsweise Leptonfelder wirken. Es bezeichnen $\vec{\sigma}$ den „Vektor“ der Paulimatrizen $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (die Generatoren der $SU(2)$) und T^a die Generatoren der $SU(3)$, die mit den acht Gell-Mann-Matrizen λ^a über $T^a = \lambda^a/2$ bestimmt sind. Nun muss bei einer Änderung der Felder in den Raumzeitkoordinaten x^μ miteingerechnet werden, dass die Transformationsparameter ebenfalls von x^μ abhängen (verkürzt als $\alpha(x), \dots$ notiert), was bei der Ableitung $\partial^\mu \Psi$ extra Terme $\partial^\mu \alpha(x)$ etc. generiert, die die Invarianz der Euler-Lagrangegleichungen gefährden. Das Problem kann durch die Einführung von Vektorfeldern behoben werden, die den Änderungen im richtigen Maß entgegenwirken und damit Kovarianz im Sinne der speziellen Relativitätstheorie garantieren. Als Vektoren tragen diese Felder Spin 1; sie sind damit bosonisch und werden *Eichbosonen* genannt. An Stelle der nur raumzeitabhängigen Ableitung ∂^μ tritt die *kovariante Ableitung*

$$\partial^\mu \longrightarrow D^\mu = \partial^\mu - ig_1 Y B^\mu - \frac{i}{2} g_2 \sigma^k W^{k, \mu} - ig_3 T^a G^{a, \mu} , \quad (2.9)$$

in der das $U(1)_Y$ -Eichfeld B^μ mit der Kopplungsstärke g_1 und die drei $SU(2)_W$ -Eichfelder $W^{k,\mu}$ mit g_2 eingeht, wobei der dem schwachen Isospin entsprechende Term bei rechtshändigen Feldern und der QCD-Term bei Leptonfeldern entfällt. Dieser Schritt ist angelehnt [9] an die Konstruktion des *affinen Zusammenhangs* (engl. affine connection) der Differentialgeometrie und findet auch in der allgemeinen Relativitätstheorie Verwendung, um die ortsabhängige Struktur nichtflacher Metriken zu berücksichtigen.

Die Lagrangedichte der Theorie beinhaltet auch die Terme, die die Dynamik der Eichbosonfelder beschreibt. Diese kinetischen Terme können über ihre Feldstärketensoren

$$F^{\mu\nu} \propto [D^\mu, D^\nu] \quad (2.10)$$

erzeugt werden, begründet dadurch dass diese Tensoren selbst eichinvariant sind und als $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ als lorentzskalare Objekte für die Lagrangedichte in Frage kommen. Über die Euler-Lagrange-Gleichungen ist die Dynamik der Felder dann bestimmt. Das bedeutet aber auch, dass sich diese Felder anregen lassen und in Experimenten eine Rolle spielen. Die Eichsymmetrie der Untergruppe $SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ wird aber durch den *Higgsmechanismus* (vgl. Kapitel 2.2) spontan gebrochen und es verbleibt eine $U(1)$ -Symmetrie, die die Erhaltung der elektrischen Ladung zur Folge hat und somit die *Quantenelektrodynamik* (QED), die Theorie zwischen Photonen und geladenen Leptonen, erzeugt.

$$\underbrace{SU(2)_W \otimes U(1)_Y}_{\text{elektroschwach}} \longrightarrow \underbrace{U(1)_Q}_{\text{QED}}, \quad \text{mit der elektrischen Ladung } Q = Y + \frac{W_3}{2}. \quad (2.11)$$

Aufgrund der elektroschwachen Symmetriebrechung (EWSB) durch den Higgsmechanismus sind nicht diese $B_\mu, W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$, sondern die relativ dazu gedrehten Masseneigenzustände A_μ (Photonfeld), Z_μ (das elektrisch neutrale Z-Boson) und W_μ^\pm (die geladenen W-Bosonen) die physikalischen Eichbosonen.

- ungeladen:

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \stackrel{\text{def.}}{=} \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$\text{mit dem Weinbergwinkel } \theta_W \equiv \arccos \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = \arcsin \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (2.13)$$

- geladen:

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \quad (2.14)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) = (W_\mu^+)^\dagger \quad (2.15)$$

Es bietet sich an, die kovariante Ableitung in den neuen Größen auszudrücken [10],

$$D^\mu = \partial^\mu - \frac{ig_2}{\sqrt{2}}(W^{+\mu}\sigma^+ + W^{-\mu}\sigma^-) - \frac{ig_2}{c_W}Z^\mu\left(\frac{\sigma^3}{2} - s_W^2 Q\right) - ieA^\mu Q - ig_3 T^a G^{a,\mu} \quad (2.16)$$

$$\text{mit } \sigma^\pm = \frac{1}{2}(\sigma^1 \pm i\sigma^2), \quad (2.17)$$

so dass die Photonkopplung sichtbar wird, die man bereits in der Quantenmechanik durch die Vorschrift $\partial^\mu \longrightarrow \partial^\mu - ieA^\mu$, die *minimale Substitution*, einführt. Die elektromagnetische Kopplungskonstante wird identifiziert als

$$e = g_2 s_W = g_1 c_W. \quad (2.18)$$

2.2. Higgsmechanismus

Für den Higgsmechanismus wird ein weiteres Feld postuliert [6–8]: Das skalare² $SU(2)_W$ -Dublett Φ . Seine Einträge sind komplex, das Feld hat also vier Freiheitsgrade. Dem Feld wird die Hyperladung $Y = \frac{1}{2}$ zugewiesen. Unter der gesamten $SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ lautet die Eichtransformation also $\Phi \rightarrow \exp\left(i\varphi^k(x) \cdot \frac{\sigma^k}{2}\right) \exp\left(i\frac{\alpha(x)}{2}\right) \Phi$. Die potentielle Energie des Skalars habe die Form

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.19)$$

mit zwei reellen, positiven Parametern $\lambda, \mu^2 > 0$. Das Potential hat unendlichfach entartete Minima, die auf dem Kreis $|\Phi^\dagger \Phi| = \frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2}$ liegen und sich durch globale $SU(2)_W$ -Eichtransformationen ineinander überführen lassen. Zwar ist die Lagrangedichte symmetrisch unter $SU(2)_W$, in physikalischen Situationen aber, die in der Nähe eines Grundzustands liegen, wird eine der Phasen $\arg(\Phi)$ selektiert: Die Symmetrie geht dabei verloren. Man spricht von einer *spontanen Symmetriebrechung*. Wird nun das Feld in einer geeigneten Basis des schwachen Isospins W um einen reell gewählten *Vakuumerwartungswert* v entwickelt,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} G^+(x) \\ v + h(x) + iG^0(x) \end{pmatrix} \quad \rightsquigarrow \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

finden sich vier Anregungen $h(x), G^0(x), G^\pm(x)$. Der Betrag des Vakuumerwartungswerts lässt sich über die Fermikonstante $G_F = (\sqrt{2}v^2)^{-1}$ bestimmen und beträgt $v \approx 246$ GeV. Die Felder $G^\pm(x)$ und $G^0(x)$ sind *Goldstone*-Bosonen, sie beschreiben Freiheitsgrade entlang der Linie der Potentialminima. Sie sind nach dem Goldstonetheorem Relikte der spontanen Symmetriebrechung: Das Theorem besagt, dass es in einer Theorie, deren Grundzustand eine Anzahl n_G an Symmetrien der Lagrangedichte bricht, n_G dieser masselosen Bosonen gibt. Durch eine *lokale* Eichrotation können wir das Feld aber auf die einfachere Form

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{\frac{1}{\sqrt{\Phi^\dagger(x)\Phi(x)}} \begin{pmatrix} \phi^0(x) & -\phi^+(x) \\ \phi^-(x) & \phi^{0\dagger}(x) \end{pmatrix}}_{\in SU(2)_W} \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\Phi^\dagger(x)\Phi(x)} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

bringen, in der die Goldstonebosonen herausrotiert wurden und Φ somit auf *einen, reellen* Freiheitsgrad $h(x)$ reduziert ist. Dieses Feld ist als *Higgsboson* bekannt. Mit seinem Auftreten verknüpft sind die Massen der massiven Teilchen der Theorie. Diese werden durch den Higgsmechanismus, wie auch die Higgs-Masse selbst, nicht vorhergesagt. Kennt man jedoch den bislang freien Parameter μ im quadratischen Term des Potentials (2.19), wäre diese über die Identifikation

$$\mu^2 h^2 \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} M_h^2 h^2 \quad \implies \quad M_h = \sqrt{2}\mu \quad (2.23)$$

bestimmt.

²gleichbedeutend mit: Spin 0.

Quadratische Terme in der Lagrangedichte beschreiben die Massen der Felder. Jedoch lassen sich ohne Zuhilfenahme mindestens eines solcher Higgsdubletts keine Massenterme *a priori* einfügen, weil sie auf diese Weise nicht invariant unter der kompletten SM-Eichgruppe sein können. Aus dem kinetischen Term der Higgs-Lagrangedichte entstehen durch den nicht-verschwindenden Vakuumerwartungswert jedoch auch quadratische Terme der W - und Z -Eichfelder³. Die physikalischen Massen der Vektorbosonen sind nun gegeben durch den Vakuumerwartungswert des kinetischen Teils der Lagrangedichte,

$$\langle (D^\mu \Phi^\dagger)(D_\mu \Phi) \rangle = \frac{v^2 g_2^2}{4} W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{v^2}{4} (g_1^2 + g_2^2) Z_\mu Z^\mu = M_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu, \quad (2.24)$$

$$\text{ergo } M_W = \frac{v g_2}{2}, \quad (2.25)$$

$$M_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} = \frac{M_W}{c_W}, \quad (2.26)$$

$$M_A = 0. \quad (2.27)$$

Die drei „verschwundenen“ Freiheitsgrade der unphysikalischen Goldstonefelder⁴ finden sich in den massiven Eichbosonen W, Z wieder: Während masselose Vektorteilchen wie das Photon nur zwei mögliche Helizitäten $h = \frac{\vec{p} \cdot \vec{s}}{|\vec{p}| |\vec{s}|} \in \{-1, +1\}$ haben, weil es kein Inertialsystem gibt in dem es ruht, hat ein massebehaftetes Vektorfeld die Spineinstellungen $s_3 \in \{-1, 0, +1\}$, also zusätzlich die longitudinale Polarisation $s_3 = 0$. Das heißt dass die Zahl der Freiheitsgrade durch die Symmetriebrechung natürlich unverändert geblieben ist und die Goldstonebosonen unphysikalischen Freiheitsgraden entsprechen müssen. Werden diese Felder also, weil es einfacher ist, für die konkrete Rechnungen durch die obige Transformation beseitigt, spricht man von der *unitären Eichung*.

Das Higgsfeld kann außerdem den Ursprung der Fermionmassen erklären. Dirac-Massenterme wie $-m_e \bar{L}_e e_R$ (beispielhaft für die erste Leptonengeneration) verletzen die $SU(2)_W$ -Symmetrie explizit, da sie das Dublett L_e mit dem Singulett e_R koppeln. Um unter einer bestimmten Transformation invariant zu sein, müssen die Terme in der Lagrangedichte selbst die Ladung Null tragen. Möglich ist dies durch Kombination der Fermionfelder mit dem Higgsdublett, einer sogenannten *Yukawakopplung*

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk},e} = -y_e \bar{L}_e \Phi e_R, \quad (2.28)$$

da diese Konstruktion explizit $SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ invariant ist. Als Masse identifiziert man den Entwicklungskoeffizienten um den Higgs-Vakuumerwartungswert,

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk},e} = -\frac{v}{\sqrt{2}} y_e \bar{L}_e e_R + \mathcal{O}(h(x)) \quad \implies \quad m_e = \frac{v y_e}{\sqrt{2}}. \quad (2.29)$$

Die Massen der down-artigen Quarks können analog eingefügt werden. Um aus den Feldern der up-artigen Quarks ein $U(1)_Y$ -Singulett zu konstruieren, wird aber das ladungskonjugierte Higgsfeld $\Phi^c = i\sigma_2 \Phi^*$ benötigt.

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk},u} = -y_e \underbrace{\bar{Q}_u}_{Y=-\frac{1}{6}} \underbrace{\Phi^c}_{Y=-\frac{1}{2}} \underbrace{u_R}_{Y=\frac{2}{3}} \quad \implies \quad Y = 0. \quad (2.30)$$

Diese Feinheit wird bedeutend im Rahmen supersymmetrischen Theorien, da dort eine Anforderung an Holomorphie die Verwendung von Φ^* verbietet.

³Als direktes Beispiel sei hier erwähnt, dass ein manuelles Einfügen solcher Terme in die Lagrangedichte die $SU(2)_W$ -Eichinvarianz explizit gebrochen hätte.

⁴Als „unphysikalisch“ kann hier die Tatsache gewertet werden, dass Goldstoneteilchen nicht in den asymptotischen Zuständen einer wechselwirkenden Theorie auftreten können und keine Resonanzen bei $p^2 = 0$ produzieren.

2.3. Unzulänglichkeiten des Standardmodells

Mit dem Standardmodell ist es den theoretischen Physikern des 20. und 21. Jahrhunderts gelungen, ein zusammenhängendes Modell aufzustellen, das eine theoretische Ästhetik aufweist und dessen Vorhersagen zudem mit hoher Genauigkeit im Experiment bestätigt werden können. Noch ist das Higgsboson aber hypothetisch, der Nachweis steht noch aus und wird aktuell am Large Hadron Collider (LHC) versucht. Aber auch außerhalb der Suche nach dem Higgsboson selbst existieren Hinweise auf *Physik jenseits des Standardmodells*.

Higsmassenkorrekturen und fine-tuning

Es wurde bereits erwähnt, dass für jeden Propagator in einem Feynmangraphen auch der Graph in Betracht gezogen werden muss (siehe Abb.2.1), bei dem der Propagator um eine oder mehrere Schleifen *korrigiert* wurde. Dies geht zwar mit einem Koeffizienten von α^2 ($\alpha \ll 1$) einher, aber ob der Graph vernachlässigt werden kann, hängt vom Wert des Integrals ab, das sich durch die Schleife ergibt. [10, 11] Im Allgemeinen ist dieser divergent und muss erst mit Hilfe einer geeigneten Methode *regularisiert* werden. Die Propagatorkorrekturen können zu einer geometrischen Reihe aufsummiert werden, die den Pol des Propagators verschiebt und damit die *Polmasse* korrigiert. Durch explizite Rechnung [12] zeigt sich, dass im Standardmodell der Korrekturterm der Higgsmasse, nach Abb.2.1,

$$M_H^2 \longrightarrow M_H^2 + \delta M_H^2 \quad (2.31)$$

bedenklich groß werden kann. Regularisiert man die Divergenz [13] mittels eines *cutoff*-Parameter Λ_{cutoff} , geht dieser quadratisch in δM_H^2 ein [14]. Wenn Λ_{cutoff} groß gewählt wird, kann δM_H^2 somit keinesfalls eine störungstheoretische Korrektur darstellen. Dies ist grundlegend verschieden von den Korrekturen der fermionischen und eichbosonischen Propagatoren. Diese zeigen keine derart starke Divergenz, eine Abhängigkeit vom Cutoff existiert allenfalls logarithmisch und ist damit regulierbar. Der Hintergrund dessen sind fundamentale Symmetrien, namentlich die spontan gebrochene Eichsymmetrie des schwachen Isospins ($\delta M_{W,Z}^2$) und die explizit gebrochene chirale Symmetrie⁵ der Dirac-Fermionen δm_f . Die exakte $U(1)_Q$ -Symmetrie bedingt die Masselosigkeit des Photons auf allen Ordnungen Störungstheorie $\delta M_A^2 \equiv 0$.

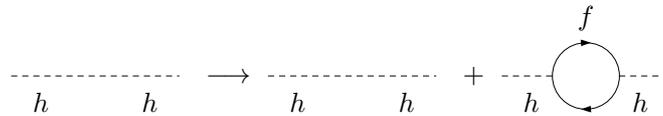


Abb. 2.1.: Einschleifenkorrektur des Higgspropagators (Selbstenergie) durch Kopplung an ein Fermion.

Mit der Methode der Renormierung [15, 16] lassen sich die quadratischen Terme zwar behandeln, dafür müssen aber Gegenterme sehr fein adjustiert werden. Diese Lösung, das *fine-tuning*, ist unzufriedenstellend weil sie nicht erklärt wodurch diese Präzision begründet wird. Eine theoretische Überlegung ermöglicht es, die Higgsmassenkorrektur noch um weitere Hilfsterte zu versehen, indem der Theorie skalare Felder f hinzugefügt werden, die über ihre Kopplungen $[h\tilde{f}\tilde{f}] \sim v\lambda_{\tilde{f}}$ und $[hh\tilde{f}\tilde{f}] \sim \frac{1}{2}\lambda_{\tilde{f}}$ weitere Beiträge zur Higgsmassenkorrektur δM_H^2 liefern. Das wird in Abb.2.2 sichtbar. Die Rechnung kann vorerst unabhängig von der Frage durchgeführt werden, ob es sich um physikalische Teilchen handelt.

⁵die Invarianz der Diracgleichung unter der chiralen Rotation $\psi_e \longrightarrow \exp(i\gamma_5\phi)\psi_e$, die nur für $m = 0$ gilt

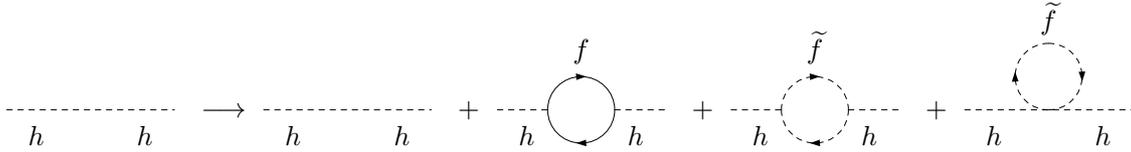


Abb. 2.2.: Einschleifenkorrektur des Higgspropagator (Selbstenergie) durch Kopplung an ein Fermion und ein skalares Feld.

Ergebnis der Überlegung [17, 18] ist, dass sich die quadratische Divergenz genau dann aufhebt, wenn der neue Kopplungsparameter in Beziehung zu der fermionischen Yukawakopplung steht,

$$\lambda_{\tilde{f}} = y_f^2 \quad \Longleftrightarrow \quad \delta M_h^2 \propto \mathcal{O}(\log \Lambda_{\text{cutoff}}^2) \quad (2.32)$$

Die Divergenz der Higgsmasse ist dann nur noch logarithmisch und kann mit den bekannten Renormierungspraktiken behandelt werden, ohne extraordinär große Terme erklären zu müssen. Weiterhin verschwindet auch die logarithmische Divergenz und damit die gesamte Korrektur, wenn Gleichheit der Massen

$$m_{\tilde{f}} = m_f \quad \Longleftrightarrow \quad \delta M_h^2 = 0 \quad (2.33)$$

gilt. Der Rückschluss, dass die Higgsmasse demzufolge durch eine Symmetrie $f \longleftrightarrow \tilde{f}$ geschützt wäre, liegt nahe. Die Symmetriebedingung (2.32) an die Kopplungen ist unabdinglich. Die Symmetriebedingung (2.33) an die Massen darf in Analogie zu den Eichbosonen auch spontan gebrochen sein, ohne schwerwiegende Probleme zu verursachen. Die Higgsmasse (wenn auch unbestimmt) kann so bei glaubwürdig kleinen Werten gehalten werden, ohne dass Parameter unerklärlich genau aufeinander abgestimmt sein müssen⁶. Diesem Problem des *fine-tuning* entspricht gewissermaßen die Frage, ob eine Welt auch möglich wäre, in der die physikalischen Parameter anders liegen und wenn nein, wieso die Parameterwahl exakt so getroffen ist.

CP-Verletzung

Dass die meisten physikalischen Systeme eine Invarianz unter der Raumspiegelung (P -Parität) aufweisen, wenn man zusätzlich alle Teilchen ladungskonjugiert (C -Parität) und damit durch ihre Antiteilchen ersetzt, ist primär eine *Feststellung*. Für die starke, elektromagnetische und gravitative Wechselwirkung gilt dies sogar für die Spiegelung alleine. Es wurden aber im Zerfall neutraler K - und B -Mesonen Phänomene entdeckt [19, 20], die auch gegen die kombinierte CP -Erhaltung verstoßen.

Aus der Entstehung des Universums in seinen heutigen Zustand folgt ein noch viel elementarerer Grund, da CP -Verletzung als eine der *Sakharov*-Bedingungen [21] von der ursprünglichen Materie-Antimaterie-Gleichverteilung im gesamten Universum zu dem vorliegenden Überschuss der Materieteilchen führen kann.

Quantengravitation

Das Standardmodell beschreibt die starke Wechselwirkung mittels Gluonen, die schwache Wechselwirkung mittels massiver W - und Z -Bosonen, und die elektromagnetische Wechselwirkung mittels Photonen, hat aber keine Erklärung für die vierte Grundkraft, die Gravitation. Der Versuch eines Austauschteilchens führt das *Graviton* als Tensorfeld 2. Stufe ein, das an den Energie-Impuls-Tensor koppelt, um mit der allgemeinen Relativitätstheorie konsistent zu bleiben. Bisher [16] konnte ein solches Feld weder experimentell nachgewiesen noch erfolgreich in eine manifest renormierbare Lagrangedichte eingebettet werden.

⁶Weinberg et al. nennen diese Unterdrückung divergenter Korrekturen deswegen *natürlich* [18].

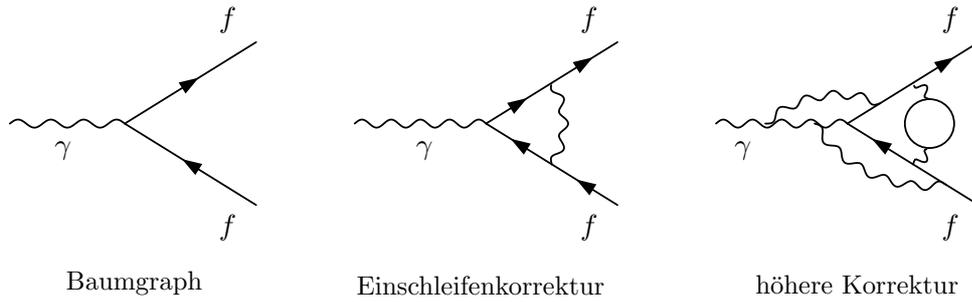


Abb. 2.3.: Strahlungskorrekturen zu α (exemplarisch in QED): Beiträge hoher Ordnungen spielen erst auf sehr großer Skala eine Rolle, müssen aber in der Renormierungsprozedur behandelt werden.

Vereinheitlichte Theorien

Die Kopplungskonstanten g_i aus der kovarianten Ableitung bekommen in der realen Physik eine Bedeutung als *effektive* Konstanten [22], die mit einem bestimmten multiplikativen Faktor skaliert werden, indem man sie an einer bezeichnenden Massenskala renormiert. Anschaulich gesprochen entspricht die Massenskala der kleinsten Distanz, auf der die Wechselwirkung wirken soll, etwa bei der Streuung zweier Leptonen f beschrieben durch die quantenelektrodynamische Lagrangedichte $\mathcal{L} \sim e \bar{f} \gamma_\mu A^\mu f$ proportional zur Elementarladung $e = g_2 s_W = \sqrt{4\pi\alpha}$. Für die physikalische Kopplung, dementsprechend dem klassischen Limes der Thomson-Streuung⁷, müssen aber prinzipiell alle Graphen betrachtet werden, die den Vertex in höheren Ordnungen korrigieren. Dies ist in *Abb.2.3* exemplarisch dargestellt.

Die Korrekturen bilden die *Renormierungsgruppengleichung*, eine nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung für α in Abhängigkeit der Massenskala μ ,

$$d\mu^2 \frac{\partial \alpha}{\partial \mu^2} = \beta(\alpha(\mu^2)) , \quad (2.34)$$

wobei die Funktion β in die Anzahl der zu berücksichtigenden Schleifen entwickelt werden kann. In β gehen Informationen über die Anzahl aktiver Materieteilchen und die Gruppentheorie der betrachteten Eichwechselwirkung ein, wobei nichtabelsche Gruppen ein qualitativ anderes Verhalten haben als abelsche Gruppen. Die Feinstruktur-Kopplung α der abelschen $U(1)_Q$ nimmt deswegen bei steigender Massen- bzw. Energieskala zu, die starke Kopplung α_s der nichtabelschen $SU(3)_C$ aber nimmt ab, weil das Vorzeichen von $\beta(\alpha)$ sich umkehrt. Die Kopplung α_s wird erst ab einer Skala von ungefähr 200 MeV ausreichend klein, um Störungstheorie und damit die Behandlung von QCD-Prozessen mit Feynmandiagrammen niedriger Ordnung zu erlauben.

Die laufenden Kopplungen nähern sich also einander an. In einer vereinheitlichten Theorie (GUT, engl. grand unified theory) vermutet man, dass sich die drei Größen in *einem* Punkt schneiden, dass also die drei Wechselwirkungen bei einer bestimmten Skala M_{GUT}^2 übereinstimmen. Die Gruppe des Standardmodells geht dann als Untergruppe aus einer höheren Symmetrie. Extrapolationen aus dem niederenergetischen Bereich zeigen aber, dass sich die drei laufenden Kopplungen nicht wie gefordert in einem Punkt treffen, wenn das Standardmodell als Theorie bis M_{GUT}^2 gelten soll. Deutet man das Standardmodell aber als effektive Theorie, die eine gültige Näherung im Bereich niedriger Energien beschreibt, sind

⁷Sie bietet eine gute Möglichkeit zur Messung der Elementarladung selbst.

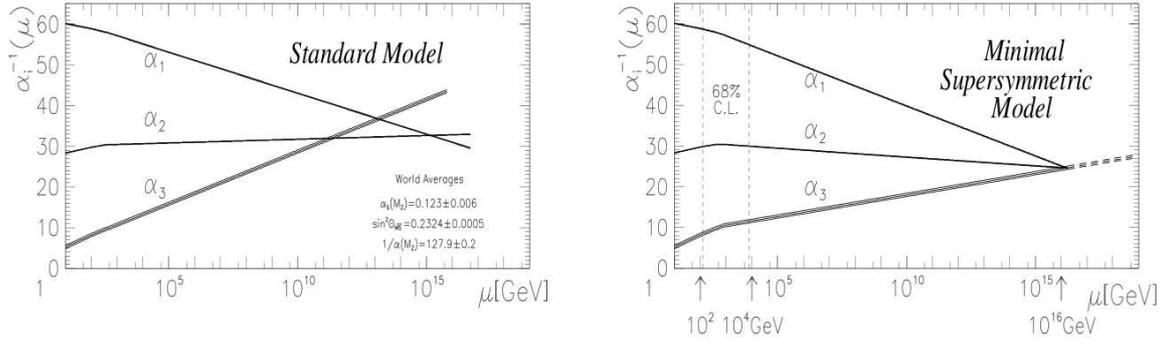


Abb. 2.4.: Die laufenden Kopplungen, die sich im Standardmodell (links) nicht in einem Punkt treffen, können in einer erweiterten Theorie (rechts) auf eine Vereinigung zulaufen.

Quelle: [23]

die Renormierungsgruppengleichungen des Standardmodells nicht bis zur GUT-Skala M_{GUT}^2 anzuwenden. Dann könnte so eine Vereinigung in der Natur vorliegen. Als ein solches Modell sei hier bereits das einfachste supersymmetrische Modell, das MSSM, beispielhaft genannt, dessen Entwicklung der Kopplungen in (2.4) zu sehen sind. Die Ausführung des MSSM folgt in Kapitel 3.

2.3.1. Erweiterung des Standardmodells

Die im Standardmodell definierten Felder sind nach der Darstellung der *Poincaré-Gruppe* klassifiziert, nach der sie transformieren. Ihre irreduziblen Darstellungen können [9] durch zwei spin-artige Indizes bezeichnet werden, was als $\mathcal{D}^{(s_1, s_2)}$ geschrieben wird. Den Teilchen mit Spin 0, Spin $1/2$ und Spin 1 werden entsprechende irreduzible Darstellungen

$$\begin{aligned} \text{Higgs } \phi &: \mathcal{D}^{(0,0)} \\ Q_L, L_L &: \mathcal{D}^{(1/2,0)} \\ u_R, d_R, l_R &: \mathcal{D}^{(0,1/2)} \\ W^{\pm\mu}, Z^\mu, \gamma^\mu &: \mathcal{D}^{(1/2,1/2)} \end{aligned}$$

zugeordnet. In renormierbaren Theorien sind keine höherwertigen Darstellungen der Poincarégruppe zugelassen, was Erweiterungen des Modells kompliziert macht. Das *Theorem von Coleman und Mandula* [24] schränkt die möglichen Symmetrien einer S-Matrix, die physikalischen Voraussetzungen genügen soll⁸, ein. Dann gilt:

Die größtmögliche Gruppe kontinuierlicher Symmetrien der S-Matrix ist ein direktes Produkt aus den Raumzeitsymmetrien der Poincaré-Algebra und einer endlichen Zahl innerer Symmetrien kompakter Liegruppen (Eichsymmetrien).

Die Generatoren der inneren Symmetrien müssen demzufolge Lorentzskalare sein, also $\mathcal{D}^{(0,0)}$ s angehören. Eine relativistische Quantenfeldtheorie kann demnach nicht *nichttrivial* um Generatoren erweitert werden, die die innere Struktur der Teilchen mit der Raumzeit verknüpfen. Das *Theorem von Haag, Lopuszański und Sohnius* [25] sieht einen Ausweg darin, die allgemeinstmögliche Symmetriegruppe durch *Z_2 -graduierte* Lie-Algebren zu beschreiben, deren Struktur Generatoren der Lorentzdarstellungen $\mathcal{D}^{(1/2,0)}$ und $\mathcal{D}^{(0,1/2)}$ zulässt. Diese Symmetrietransformation fermionischer Generatoren Q_a (mit Spinorindex a) nennt man Supersymmetrie (SUSY), genauer „ $N=1$ SUSY“ wenn es einen solcher Generatoren gibt, $N=2$ bei

⁸Diese sind erfüllt wenn die S-Matrix analytisch, das Vakuum der Theorie nichtentartet und die Zustände der Teilchen einer endlichdimensionalen Darstellung der Poincarégruppe zugehörig sind

zweien etc.

Entsprechend ihrer Darstellung vermitteln sie fermionische und bosonische Zustände, symbolisch geschrieben als

$$Q_a|\text{Fermion}\rangle \propto |\text{Boson}\rangle \qquad Q_a|\text{Boson}\rangle \propto |\text{Fermion}\rangle . \qquad (2.35)$$

Folge dessen ist, dass die Zahl bosonischer Parameter den fermionischen entsprechen und umgekehrt [26]. Damit solche Generatoren existieren können, müssen die Zahl der Freiheitsgrade also exakt übereinstimmen. Das beeinflusst direkt die Art, in der die divergenten Integrale in Feynmandiagrammschleifen regularisiert werden. Um diesen Umstand zu erläutern, sollen hier im kleinen Rahmen die Grundzüge der Regularisierung erklärt werden.

In der für Standardmodellrechnungen gängigen *dimensionalen Regularisierung* werden die Dimensionen des Minkowski-Raums von exakt $D = 4$ analytisch auf $D = 4 - 2\varepsilon$ fortgesetzt. Das impliziert aber eine Änderung der Eichfelddimension, so dass die Freiheitsgrade der Bosonen nicht mehr ihren fermionischen Partnern entsprechen können. In der Supersymmetrie-achtenden *dimensionalen Reduktion* [27, 28] beschränkt man sich auf die Minderung der Dimensionen der Orts- und Impulsvektoren. Um die dimensionale Reduktion konsistent auf Eichtheorien anzuwenden, lässt sich der physikalische Raum zerlegen in einen $4-2\varepsilon$ -dimensionalen und einen orthogonalen 2ε -dimensionalen Unterraum mit der Forderung, dass die Komponenten der partiellen Ableitung in letzterem identisch verschwinden. Für den Nachweis der Konsistenz dimensionaler Reduktion sei verwiesen auf [28]. Hier begnügen wir uns mit dem Hinweis des verwendeten Hilfsprogramms FORMCALC [29], die zur Berechnung die Methode der *Constrained Differential Renormalization* [30, 31] nutzen, für die gezeigt werden kann dass sie auf Einschleifenordnung mit der dimensionalen Reduktion übereinstimmt. Allen Regularisierungsmethoden, die mit kontinuierlichen Dimensionen⁹ arbeiten, ist gemein, dass sie nach der Endlichstellung divergenter Größen über den Grenzübergang $\varepsilon \rightarrow 0$ den physikalisch vierdimensionalen Raum wiederherstellen.

⁹Um sich exakt auszudrücken, werden hier unendlichdimensionale Räume betrachtet, denen erst durch geeignete Metriken eine Dimension zugewiesen werden kann.

Supersymmetrische Modelle

An die supersymmetrischen Modelle, die wir nun konstruieren können, wird verständlicherweise die Anforderung gestellt, alle experimentell bestätigten Ergebnisse des Standardmodells zu reproduzieren. Die Theorie soll also lediglich *erweitert* werden ohne Teile zu entfernen. Dabei werden die aus dem Standardmodell bekannten Konzepte [10, 11] beibehalten:

Ein Modell wird charakterisiert durch eine Lagrangedichte. Diese enthält einen „Zoo“ aus Materiefeldern, eine Eichgruppe, deren kovariante Ableitung die Eichbosonen beinhaltet, und mindestens ein Higgsfeld, das für Massenterme sorgt. Die Lagrangedichte muss invariant unter Lorentz- und Eichtransformationen sein. Die Übergänge zwischen physikalischen Zuständen sind dann durch Feynmandiagramme anschaulich darstellbar und über die S-Matrix zu berechnen. Divergenten Ausdrücken, die bei der Berechnung höherer Ordnungen auftreten, wird durch Renormierung [15] der physikalischen Größen eine Interpretation gegeben.

In supersymmetrischen Theorien [32, 33] werden Partnerteilchen hinzugefügt, die jeweils eine Entsprechung der Standardmodellteilchen haben. Um Invarianz unter Supersymmetrietransformationen zu erhalten, werden diese in der Lagrangedichte als sogenannte *Superfelder* gruppiert. Im nächsten Kapitel werden diese für mögliche SUSY-Modelle spezifiziert, während wir uns hier allgemein halten. Unabhängig von der konkreten Ausarbeitung eines SUSY-Modells muss aber jedes der Standardmodellteilchen zusammen mit einem entsprechenden Superpartner in eines der folgenden Superfelder eingeordnet werden:

- *chirale Superfelder*

beinhalten jeweils einen komplexen, skalaren Freiheitsgrad und einen zweikomponentigen Weyl-Spinor. Jedes Spin-1/2-Fermion f hat ein Spin-0-Sfermion \tilde{f} als Partner und jeder Spin-0-Higgsfreiheitsgrad H ein Higgsino \tilde{H} .

- *Vektorsuperfelder*

beinhalten jeweils ein Eichboson und einen zweikomponentigen Weyl-Spinor, das *Gaugino*.

Der Verständlichkeit wegen werden die Superpartner jeweils mit demselben Buchstaben bezeichnet und mit einer Tilde versehen, die Superfelder mit einem $\hat{\text{Dach}}$. Die Nomenklatur ist, jeweils den supersymmetrischen Spin-0-Teilchen das Präfix „S-“ (für „skalar“) zu geben, den

supersymmetrischen Spin-1/2-Teilchen das Suffix „-ino“.

Wir wollen uns nur mit renormierbaren Theorien beschäftigen, womit die Felder in der Lagrangedichte mit maximal vierter Potenz auftreten dürfen. Aus dem selben Grund ist ein Spin von 3/2 und höher wie im Standardmodell für Elementarteilchen ausgeschlossen [12]. Eine ausführliche Erklärung der Renormierung findet sich bei [15].

In einer supersymmetrischen Theorie sind die Teile der Lagrangedichte, die kinetische Terme von chiralen und Vektorsuperfeldern sowie die Eichwechselwirkungen beschreibt, allein durch die Parameter des Standardmodells bestimmt. Unbekannte Größen können erst im Higgs-Sektor eingeführt werden. Dieser wird allgemein durch ein *Superpotential* \mathbf{W} beschrieben, das die Yukawakopplungen und Higgs-Selbstkopplungen enthält [34]. Es kann insoweit frei gewählt werden, dass die Bedingungen der Invarianz unter Lorentz-, Eich- und Supersymmetrietransformationen erfüllt sind. Die Konstruktion von SUSY-Lagrangedichten basiert dann auf einigen wenigen Regeln, aber eine Ausführung dessen ist langwierig und soll deswegen hier nicht tiefergehend behandelt werden. Eine zusammenfassende Beschreibung davon findet sich in [26, 35] und eine ausholende Herleitung in [12].

Die Bedingung der SUSY-Invarianz für eine mit dem Haag-Lopuszański-Sohnius-Theorem konsistente Theorie fordert die *Holomorphie* (Analytizität) des Superpotentials in den Superfeldern z_i . Außerdem sollen die Felder im Superpotential nur in den Potenzen zwei und drei auftreten damit Renormierbarkeit gewährleistet ist [17].

Um die Beobachtung, dass keine Zerfälle des Protons beobachtet werden, in SUSY-Theorien einzubetten, wird eine weitere diskrete Symmetrie gefordert. Demnach ist die multiplikative *R-Parität*

$$R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (3.1)$$

eine exakte Erhaltungsgröße der Natur. Der Spin s sorgt in der Definition zu der Zuordnung

- $R = +1$ für die Standardmodellfelder
- $R = -1$ für die Superpartner dieser Felder

Die *R-Paritätserhaltung* hat zur Folge, dass SUSY-Teilchen demnach in allen möglichen Kopplungen nur paarweise mit $(-1)^2 = 1$ beteiligt sein dürfen. Andererseits kann ein SUSY-Teilchen in Zerfällen nach zwei Teilchen nur unter Abstrahlung eines SM-Teilchens in ein leichteres SUSY-Teilchen zerfallen, bis das Massenspektrum der SUSY-Teilchen am unteren Ende erreicht ist und es keinen SUSY-Zustand mehr gibt, in den das *lightest supersymmetric particle* (LSP, leichteste supersymmetrische Teilchen) zerfallen kann. Dieses Teilchen kann in SUSY-Theorien als Kandidat für die bisher theoretisch nicht beschriebene, aber durch kosmologische Beobachtung postulierte *dunkle Materie* angesehen werden, die 23% der Energie des Universums ausmachen soll.

Experimentelle Hinweise, wie SUSY in der Natur realisiert sein kann, gibt es bis jetzt noch keine. Es existieren derzeit lediglich Ausschlussgrenzen für die Massen der SUSY- und Higgs-Teilchen, da sie in den an Beschleunigern zugänglichen Energiebereichen nicht gefunden wurden. Prinzipiell gibt es kein theoretisches Argument, warum die Zahl der Higgsfelder in einer Theorie klein sein muss. Aus der Forderung nach Einfachheit aber empfiehlt es sich, neue Parameter genau dann einzuführen, wenn sie die Theorie von wesentlichen Missständen befreien können ohne unnötig viele weitere aufzuwerfen.

3.1. Das reelle MSSM

3.1.1. Teilcheninhalt

Die *minimale supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells* (MSSM) [13] fügt dem Standardmodell die minimal mögliche Anzahl neuer Felder hinzu [32, 33]. Damit bekommt jedes Quark ein *Squark* zugeordnet und jedes Lepton ein *Slepton*. Zusammen bilden sie chirale Supermultipletts. Die dem Standardmodell zu Grunde liegende Eichgruppe $SU(3)_C \otimes SU(2)_W \otimes U(1)_Y$ bleibt unverändert. In *Tab. 2* ist zu sehen, dass jedem Superpartner die selben Ladungen der Eichgruppen wie seinem Standardmodellpartner zugeordnet sind. Er unterscheidet sich im Fall ungebrochener Supersymmetrie nur im Spin um $1/2$. In der Lagrangendichte der Theorie werden die Superfelder an Stelle der Komponentenfelder des Standardmodells gesetzt, um die Kopplungen der Wechselwirkungseigenzustände von Sfermionen und Gauginos mit denen der Fermionen und Eichbosonen zu erhalten.

		$SU(3)_C$	$SU(2)_W$	Y		
Quarks	$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$	3	2	1/6	$\tilde{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{d} \end{pmatrix}_L$	Squarks
	u_R	3	1	2/3	\tilde{u}_R	
	d_R	3	1	-1/3	\tilde{d}_R	
Leptonen	$L = \begin{pmatrix} \nu_l \\ l \end{pmatrix}_L$	1	2	-1/2	$\tilde{L} = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_l \\ \tilde{l} \end{pmatrix}_L$	Sleptonen
	l_R	1	1	1	\tilde{l}_R	

Tab.2: Die skalaren Partner der elementaren Fermionen im MSSM.

Jeweils eine Zeile in *Tab.2* macht ein chirales Superfeld aus. Die Higgsinos sind, zusammen mit den Vektorsuperfeldern, in *Tab.3* zu sehen. Im Higgssektor des MSSM reicht eine Ergänzung um SUSY-Partnerteilchen aber nicht aus. Um die Massen für die up-artigen Fermionen zu generieren, wird im Standardmodell das ladungskonjugierte Higgsdublett Φ^c verwendet. Weil das Superpotential aber holomorph in den Superfeldern sein muss, darf Φ^c nicht auftreten. Deswegen greift man zu einem *2-Higgs-Dublett-Modell*, von denen ein Feld mit der Hyperladung $Y = -\frac{1}{2}$ die Massen der down-artigen Quarks und geladenen Leptonen erklärt und ein Feld mit $Y = +\frac{1}{2}$ die Massen der up-artigen Quarks. Neutrinos bleiben masselos.

$$Y = -\frac{1}{2} : H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}, \quad Y = +\frac{1}{2} : H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

		$SU(3)_C$	$SU(2)_W$	Y		
Eichbosonen	$G^{a, \mu}$	8	1	0	\tilde{G}^a	Gluginos
	$W^{k, \mu}$	1	3	0	\tilde{W}^k	Winos
	B^μ	1	1	0	\tilde{B}	Bino
Higgsbosonen	H_u	1	2	+1/2	\tilde{H}_u	Higgsinos
	H_d	1	2	-1/2	\tilde{H}_d	

Tab.3: Die fermionischen Partner der elementaren Bosonen im MSSM.

Nach Symmetriebrechung lässt sich nun der Vakuumerwartungswert jedes Feldes durch eine reelle, neutrale Komponente ausdrücken:

$$\langle H_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Im Yukawasektor muss jeweils dann Φ durch H_d und Φ^c durch H_u ersetzt werden. Damit die Phänomenologie der elektroschwachen Symmetriebrechung unverändert bleibt, sind die beiden Vakuumerwartungswerte durch den jeweiligen anderen festgelegt,

$$v = \sqrt{v_u^2 + v_d^2} \approx 246 \text{ GeV}, \quad (3.4)$$

weswegen es sich anbietet, den Parameter β zu definieren [12],

$$\tan \beta \equiv \frac{v_u}{v_d} \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} v_u \\ v_d \end{pmatrix} = v \begin{pmatrix} \sin \beta \\ \cos \beta \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Jedes der komplexwertigen Dubletts hat vier Freiheitsgrade. Der Mechanismus der elektroschwachen Symmetriebrechung nimmt drei Freiheitsgrade und generiert damit die Massen der W^\pm - und Z -Bosonen. Im Standardmodell verbleibt so *ein* physikalisches Boson h , im MSSM verbleiben $2 \times 4 - 3 = 5$ Freiheitsgrade, die sich auf zwei neutrale skalare Higgsbosonen h, H , das neutrale pseudoskalare A und auf die geladenen Higgsbosonen H^\pm verteilen. Genauer zur Mischung von Higgsfeldern findet sich in Kapitel 3.2. Die Superpartner der Higgsfelder, die Higgsinos, mischen nach der elektroschwachen Symmetriebrechung mit den Gauginos, um zwei geladene und vier neutrale fermionische Zustände zu bilden, die Charginos und die Neutralinos.

3.1.2. Superpotential

Das Superpotential kann aus allen verfügbaren Feldern so aufgebaut werden, dass keine geforderte Symmetrie verletzt wird. Es muss die Massendimension 4 haben, damit die resultierende Wirkung dimensionslos ist.

$$\mathbf{W}_{\text{MSSM}} = \widehat{u} Y_u (\widehat{Q}^T \varepsilon \widehat{H}_u) - \widehat{d} Y_d (\widehat{Q}^T \varepsilon \widehat{H}_d) - \widehat{e} Y_e (\widehat{L}^T \varepsilon \widehat{H}_d) + \mu \widehat{H}_u \varepsilon \widehat{H}_d, \quad (3.6)$$

$\mu \in \mathbb{R}$,

mit dem total antisymmetrischen Tensor in zwei Dimensionen $\varepsilon_{\alpha\beta}$ ($\varepsilon_{12} = +1$), der im Raum des schwachen Isospins wirkt¹. $Y_{\{u,d,e\}}$ sind die 3×3 Yukawa-Matrizen, die wir in unseren Betrachtung diagonal wählen und damit die Möglichkeit von Generationsmischungen ausschließen. Sie können dabei sogar auf den Eintrag der dritten Generation reduziert werden, da die anderen Felder in Analogie zu ihren deutlich geringeren Massen auch nur in geringem Maße an das jeweilige Higgsfeld koppeln ($(Y_u)_{2,2}/(Y_u)_{3,3} = m_c/m_t \approx 0.007$) und die Rechnung dadurch qualitativ die Gleiche bleibt. Weiterhin kann der Eintrag reell gewählt werden, weil eine komplexe Phase durch Umdefinition der Superfelder absorbiert werden könnte.

Der Parameter μ ist, als Koeffizient der in den Higgsfeldern bilinearen Terme, massegebend für die Higgsbosonen. Er ist ein freier Parameter des Modells und nicht an bekannte Größen des SM gebunden. Um aber eine standardmodellähnliche Phänomenologie zuzulassen, muss er in der Größenordnung der EWSB-Skala liegen. Der Term ist aber Teil des Superpotentials, schon bevor EWSB in die Theorie eingebettet wird², weswegen die Skala höchstens zufällig übereinstimmen könnte. Dies wird als μ -Problem bezeichnet [37].

¹In Indizes dieses Raumes ausgeschrieben lauten die Terme also z.B. $\mu \varepsilon_{\alpha\beta} H_u^\alpha H_d^\beta = \mu (H_u^1 H_d^2 - H_u^2 H_d^1)$.

²„Bevor“ kann hier auch zeitlich gesehen werden, da die elektroschwache Symmetriebrechung in der Entwicklung und Abkühlung des Universums erst bei einer Temperatur von $T \lesssim 10^{16}$ K eintrat [36].

3.1.3. Weiche SUSY-Brechung

Bei einer exakten Symmetrie müssen zwei Zustände, die dieser gehorchen, die selbe Masse tragen. Daher müssten bei ungebrochener Supersymmetrie die Superpartner genau die Massen der Standardmodellteilchen tragen. Da aber kein experimenteller Befund existiert, dass es bei den bekannten Teilchenmassen weitere, im Standardmodell nicht enthaltene Zustände gibt, kann SUSY keine exakte Symmetrie sein. Natürlich ist es schwierig, die dynamische oder explizite Brechung einer Symmetrie zu erklären, die im Experiment noch gar nicht belegt werden konnte. Die Vorteile einer supersymmetrischen Theorie aber überwiegen und motivieren, entsprechende Terme $\mathcal{L}^{\text{soft}}$ der Lagrangedichte hinzuzufügen ohne ihren Ursprung zu kennen. Also

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} + \mathcal{L}^{\text{soft}} . \quad (3.7)$$

Diese beinhalten die SUSY-Komponenten der Superfelder getrennt von ihren Standardmodellpartnern, müssen aber den Symmetrien des Standardmodells unterliegen, damit die Aufhebung der in Kapitel 2.3 beschriebenen Higgsmassenbeiträge $\sim \Lambda_{\text{cutoff}}^2$ aus höheren Ordnungen erhalten bleibt. Man spricht dann von einer *weichen* oder engl. *soft* Symmetriebrechung und kann diese allgemein parametrisieren,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{MSSM}}^{\text{soft}} = & -M_{\tilde{Q}_L}^2 \tilde{Q}^\dagger \tilde{Q} - M_{\tilde{L}_L}^2 \tilde{L}^\dagger \tilde{L} - M_{\tilde{u}_R}^2 |\tilde{u}_R|^2 - M_{\tilde{d}_R}^2 |\tilde{d}_R|^2 - M_{\tilde{e}_R}^2 |\tilde{e}_R|^2 \\ & - (A_u \tilde{u}_R^* (\tilde{Q}^T \varepsilon H_u) - A_d \tilde{d}_R^* (\tilde{Q}^T \varepsilon H_d) - A_e \tilde{e}_R^* (\tilde{L}^T \varepsilon H_d + c.c.)) - B\mu (H_u \varepsilon H_d + c.c.) \\ & - M_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u - M_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d - \frac{1}{2} (M_1 \tilde{B}^0 \tilde{B}^0 + M_2 \tilde{W}^i \tilde{W}^i + M_3 \tilde{g} \tilde{g} + c.c.) \end{aligned} \quad (3.8)$$

mit den *Soft-SUSY-Brechungsparametern*³ für die Squarkmassen $M_{\tilde{Q}_L}, M_{\tilde{u}_R}, M_{\tilde{d}_R}$, Sleptonmassen $M_{\tilde{L}_L}, M_{\tilde{e}_R}$, Higgsmassen M_{H_u}, M_{H_d}, M_μ , den trilinearen Parametern A_u, A_d, A_e und den Gauginomassen M_1, M_2, M_3 . Die Abkürzung *+c.c.* kennzeichnet, dass noch die komplex konjugierten Terme dieser Klammern addiert werden sollen, um die Antiteilchen zu berücksichtigen. Die Parameter

Hier stehen $\tilde{u}, \tilde{d}, \tilde{e}$ stellvertretend für alle drei Squark- bzw. Sleptongenerationen, wobei mit der Wahl einer Yukawamatrix, die sich in erster Näherung auf das Diagonalelement der dritten Generation reduziert, auch nur der trilineare SUSY-Brechungsparameter der jeweiligen Generation, also A_t, A_b und A_τ betrachtet werden muss.

Ausführliche Beschreibungen des MSSM, in denen auch verschiedene Modelle zur Soft-SUSY-Brechung diskutiert werden, finden sich in [32] und [39].

³Es soll weiterhin der englische Begriff „soft“ verwendet werden, da dieser in der Literatur weitestgehend akzeptiert ist.

3.2. Das reelle NMSSM

Eine natürliche Art, das μ -Problem im MSSM zu lösen, ist diese Größe als effektiven Wert zu sehen, der durch einen Mechanismus spontaner Symmetriebrechung dynamisch erzeugt wird. Dazu wird ein weiteres Higgs-Superfeld \widehat{S} der Theorie hinzugefügt, das als $SU(2)_W$ -Singlett transformieren und im Superpotential nur an die anderen Higgs-Superfelder und sich selbst koppeln soll. Die kleinstmögliche, also *nächstminimale Erweiterung* (*next-to-MSSM*) wird durch das Superpotential

$$\mathbf{W}_{\text{NMSSM}} = \widehat{u}Y_u(\widehat{Q}^T \varepsilon \widehat{H}_u) - \widehat{d}Y_d(\widehat{Q}^T \varepsilon \widehat{H}_d) - \widehat{e}Y_e(\widehat{L}^T \varepsilon \widehat{H}_d) + \lambda \widehat{S}(\widehat{H}_u^T \varepsilon \widehat{H}_d) + \frac{1}{3}\kappa \widehat{S}^3 \quad (3.9)$$

$$= \mathbf{W}_{\text{MSSM}} \Big|_{\mu=0} + \lambda \widehat{S}(\widehat{H}_u^T \varepsilon \widehat{H}_d) + \frac{1}{3}\kappa \widehat{S}^3, \quad (3.10)$$

$$\lambda, \kappa \in \mathbb{R}, \quad (3.11)$$

zusammen mit der um S -Terme erweiterten Soft-SUSY-brechenden Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{\text{NMSSM}}^{\text{soft}} = \mathcal{L}_{\text{MSSM}}^{\text{soft}} \Big|_{M_\mu=0} - m_S^2 |S|^2 - (A_\lambda (H_u^T \varepsilon H_d) S + \frac{1}{3} A_\kappa S^3 + c.c.) \quad (3.12)$$

mit zunächst reellen Koeffizienten $\lambda, \kappa, A_\lambda, A_\kappa, m_S$ beschrieben [35, 40, 41]. Der \widehat{S}^3 -Term ist erforderlich, weil ohne ihn die Brechung einer zufälligen globalen, sogenannten $U(1)_{\text{PQ}}$ -*Peccei-Quinn-Symmetrie*, die Existenz physikalischer Goldstonebosonen (Axionen [42]) zur Folge hätte und diese experimentell nur dann nicht ausgeschlossen werden könnten, wenn man eine starke Beschränkung des NMSSM-Parameterraums hinnehmen würde. Weitere Terme proportional zu \widehat{S} und \widehat{S}^2 wären im Superpotential denkbar, aber verkomplizieren die Theorie und führen das Problem neuer skalenabhängiger Koeffizienten mit sich, deren Größe erklärt werden müsste.

Nach der Symmetriebrechung in dem Singlettfeld erhalten wir einen Term, der den μ -Term im MSSM reproduziert. Er entspricht

$$\mu^{(\text{MSSM})} \longleftrightarrow \mu_{\text{eff}} = \lambda \langle S \rangle \equiv \lambda \frac{v_s}{\sqrt{2}}. \quad (3.13)$$

Demzufolge wird der Higgs-Massenparameter μ_{eff} dynamisch generiert und ist daher automatisch von der Ordnung der elektroschwachen Skala, wenn der neue Parameter λ nicht zu groß wird. Das ist aber Voraussetzung der Störungstheorie. Das NMSSM ist damit das minimale Modell, in der das μ -Problem nicht auftritt, das *zehn* Freiheitsgrade im Higgssektor aufweist. In einer dem Standardmodell entsprechenden Entwicklung ist

$$H_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d + h_d + i a_d \\ \sqrt{2} H_d^- \end{pmatrix}, \quad H_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} H_u^+ \\ v_u + h_u + i a_u \end{pmatrix}, \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_s + h_s + i a_s), \quad (3.14)$$

wobei eine abkürzende Schreibweise verwendet wurde, die die Ortsabhängigkeit der Felder $h_i(x), a_i(x)$ unterdrückt. Es soll nun kurz darauf eingegangen werden, wie die Definition der Higgsfelder mit den physikalischen Higgsbosonen zusammenhängt. Aus dem Superpotential und dem Soft-SUSY-brechenden Potential ergibt sich der in den Higgsfeldern bilineare Teil der Lagrangedichte allgemein als

$$\mathcal{L}_{\text{Mass}} = - \sum_{i,j} M_{ij}^2 \Phi_i \Phi_j \quad (3.15)$$

$$M_{ij}^2 \equiv - \frac{\partial^2 \mathcal{L}_{\text{Mass}}}{\partial \Phi_i \partial \Phi_j}, \quad (3.16)$$

wobei M^2 die *Massenmatrix* der betrachteten Felder definiert. Demzufolge kann die Masse einer Anregung quasiklassisch als Krümmung des Potentials in die Richtung dieser Anregung verstanden werden. Diese Massenmatrix kann mit Hilfe einer orthogonalen Matrix diagonalisiert werden, was mit der Mischung der Wechselwirkungseigenzustände der Higgsbosonen zu den physikalischen Eigenzuständen einhergeht.

Im reellen NMSSM respektiert diese Mischung die CP-Eigenwerte der skalaren und pseudo-skalaren Higgsbosonen. Das Goldstoneboson lässt sich durch die Rotation der pseudoskalaren a_d, a_u separieren⁴, die beiden Freiheitsgrade des geladenen Goldstonebosons durch Rotation der entsprechenden geladenen Komponenten von H_d^-, H_u^+ :

$$\{a_d, a_u\} \longrightarrow \{A, G^0\} \quad (3.17)$$

$$\{H_d^-, (H_u^+)^{\dagger}\} \longrightarrow \{H^-, G^-\} . \quad (3.18)$$

Es verbleiben 7 Freiheitsgrade nachdem die W - und Z -Bosonen ihre Masse erhalten. Aus der verbleibenden Basis neutraler Higgsbosonen $\{A, a_s, h_d, h_u, h_s\}$ lässt sich nun über die 5×5 -Rotationsmatrix $\mathcal{Z}^{H(r)}$ die Basis der Masseneigenzustände gewinnen, in der die Massenmatrix diagonal ist,

$$H_k = \mathcal{Z}_{ki}^{H(r)} \Phi_i \quad (3.19)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Mass}} = - \sum_{i,j,k,l} \text{diag}(M^2)_{kl} (\mathcal{Z}_{ki}^{H(r)} \Phi_i) (\mathcal{Z}_{lj}^{H(r)} \Phi_j) = - \sum_k M_{H_k}^2 |H_k^{(r)}|^2 \quad (3.20)$$

mit den so definierten Masseneigenzuständen $H_k^{(r)} = A_1^{(r)}, A_2^{(r)}, H_1^{(r)}, H_2^{(r)}, H_3^{(r)}$, die gleichzeitig Eigenzustände bezüglich des CP-Operators sind. Das hochgestellte (r) dient der Unterscheidung der Gln. (3.19), (3.20) von den folgenden Gln. (3.25), (3.26).

3.3. Das komplexe NMSSM

Die Einschränkung, Parameter wie λ, κ und die zur Soft-SUSY-Brechung eingeführten Parameter reell zu wählen, basiert rein auf dem Bestreben, die Anzahl der Parameter eines Modells gering zu halten. In der Tat sind komplexe Phasen, die einen erheblichen Effekt auf die Phänomenologie des Modells haben, denkbar. Die stärkste Motivation, dies zu tun, liegt dabei, CP-Verletzung in führender Ordnung zu untersuchen [40, 43].

Die Wahl von Superpotential und Soft-SUSY-brechender Lagrangedichte im *komplexen* NMSSM bleibt formal dieselbe, allerdings können die komplexen Phasen jeder dieser Parameter

$$\lambda, \kappa, A_\lambda, A_\kappa, m_S, M_{\tilde{Q}_L}, M_{\tilde{u}_R}, M_{\tilde{d}_R}, M_{\tilde{L}_L}, M_{\tilde{e}_R}, M_{H_u}, M_{H_d}, M_\mu, A_u, A_d, A_e, M_1, M_2, M_3$$

ungleich Null sein. Außerdem lassen sich die Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder komplex wählen werden, indem wir

$$\langle H_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \langle H_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi_u} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}, \quad \langle S \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi_s} v_s \quad (3.21)$$

setzen. Die Wahl von $\langle H_d \rangle$ bleibt unverändert, da nur die *relative* Phase zu $\langle H_u \rangle$ physikalisch messbar wäre. Der Absolutwert dieser Phasen ließe sich stets durch die verbleibende globale $SU(2)_W$ -Eichung verschieben. Die Phase des Singletterwartungswerts hängt nicht mit der relativen Phase der anderen beiden zusammen. Die letztgenannte Form der CP-Verletzung ist

⁴Diese Rotation erfolgt um den Mischungswinkel β .

eine *spontane*: Die Lagrangedichte des Modells weist die Symmetrie auf, aber der Grundzustand ($S \rightarrow \langle S \rangle$) nicht. Die Einführung komplexer Phasen der Parameter des Superpotentials und der Soft-SUSY-brechenden Lagrangedichte dahingegen erlaubt *explizite* CP-Verletzung.

Die algebraische Behandlung der Higgsfelder auf Baumgraphenniveau unterscheidet sich kaum von der im reellen NMSSM. Wir erhalten wieder die Higgsbosonen über

$$H_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d + h_d + i a_d \\ \sqrt{2} H_d^- \end{pmatrix}, \quad H_u = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi_u} \begin{pmatrix} \sqrt{2} H_u^+ \\ v_u + h_u + i a_u \end{pmatrix}, \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\phi_s} (v_s + h_s + i a_s) \quad (3.22)$$

und können die unphysikalischen Goldstonebosonen herausdrehen, um den massiven Eichbosonen ihre longitudinale Komponente zu geben,

$$\{a_d, a_u\} \longrightarrow \{A, G^0\} \quad (3.23)$$

$$\{H_d^-, (H_u^+)^{\dagger}\} \longrightarrow \{H^-, G^-\}. \quad (3.24)$$

Aus der verbleibenden, neutralen Basis $\{A, a_s, h_d, h_u, h_s\}$ wird die Basis der Masseneigenzustände bestimmt,

$$H_k = Z_{ki}^H \Phi_i \quad (3.25)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Mass}} = - \sum_{i,j,k,l} \text{diag}(M^2)_{kl} (Z_{ki}^H \Phi_i) (Z_{lj}^H \Phi_j) = - \sum_k M_{H_k}^2 |H_k|^2. \quad (3.26)$$

Die Masseneigenzustände $H_k = H_1, H_2, H_3, H_4, H_5$ unterscheiden sich nun jedoch von denen im reellen NMSSM, da sie keine CP-Eigenzustände mehr sind. Konventionsgemäß werden sie nach steigender Masse geordnet, $M_{H_1} \leq M_{H_2} \leq M_{H_3} \leq M_{H_4} \leq M_{H_5}$. Der geladene Higgssektor bleibt identisch zum reellen Fall.

3.3.1. CP-Verletzung im neutralen NMSSM-Higgssektor

Gemäß (3.16) lässt sich im reellen NMSSM die Massenmatrix der neutralen Higgsbosonen in der Basis $\{A, a_s, h_d, h_u, h_s\}$ (in der das Goldstoneboson bereits abgespalten wurde) bestimmen und auf Blockdiagonalform bringen,

$$M^2 = \begin{pmatrix} (M_P^2) & (M_{PS}^T) \\ (M_{PS}) & (M_S^2) \end{pmatrix} \stackrel{\text{reell}}{=} \begin{pmatrix} (M_P^2) & 0 \\ 0 & (M_S^2) \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

mit der 3×3 -Massenmatrix M_S^2 der drei skalaren Anregungen und der 2×2 -Massenmatrix M_P^2 der beiden pseudoskalaren Anregungen der Higgsfelder. Mit reellen Parametern ergeben sich zwei reduzible Untersektoren, weswegen in der Lagrangedichte alle Wechselwirkungsterme zwischen Zuständen unterschiedlichen CP-Eigenwerts verschwinden. Ist CP-Verletzung aber zugelassen, ist $M_{PS} \neq 0$. Im komplexen NMSSM ergibt sich konkret

$$M_{PS} = \begin{pmatrix} 0 & I_{\kappa} \frac{v_s^2}{v_d} \\ 0 & I_{\kappa} \frac{v_s^2}{v_u} \\ -I_{\lambda} \sqrt{v_d^2 + v_u^2} & 2v_d v_u I \end{pmatrix} = \frac{I}{2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3v_u v_s \\ 0 & -3v_d v_s \\ v_s v & 4v_d v_u \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

mit den Definitionsgrößen in der Schreibweise von [35]

$$I = \text{Im} \left(\lambda \kappa^* e^{i(\phi_u - 2\phi_s)} \right) = |\lambda \kappa^*| \sin(\phi_{\lambda} - \phi_{\kappa} + \phi_u - 2\phi_s), \quad (3.29)$$

$$I_{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im} \left(\lambda A_{\lambda} e^{i(\phi_u + \phi_s)} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} |\lambda A_{\lambda}| \sin(\phi_{\lambda} + \phi_{A_{\lambda}} + \phi_u + \phi_s), \quad (3.30)$$

$$I_{\kappa} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im} \left(\kappa A_{\kappa} e^{3i\phi_s} \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} |\kappa A_{\kappa}| \sin(\phi_{\kappa} + \phi_{A_{\kappa}} + 3\phi_s), \quad (3.31)$$

von denen nur eine unabhängig ist, wenn die sogenannten *Tadpolebedingungen* (3.36) ausgewertet werden. Hier ist I als freier Größe gewählt, was sich anbietet da er keine Parameter der Soft-SUSY-brechenden Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ beinhaltet. Außerdem ist er dimensionslos, während I_λ und I_κ Massendimension 1 besitzen. Die Phase

$$\phi_I = \arcsin\left(\frac{I}{|\lambda\kappa|}\right) = \phi_\lambda - \phi_\kappa + \phi_u - 2\phi_s \quad (3.32)$$

$$\text{mit } \phi_\lambda = \arg(\lambda) \quad (3.33)$$

$$\text{und } \phi_\kappa = \arg(\kappa) \quad (3.34)$$

ist es, die die CP-Verletzung im Higgssektor auf Baumgraphniveau (tree level) bestimmt. Aus M_{PS}^2 wird ersichtlich, dass im reellen Grenzfall $\phi_I = 0$ CP-Erhaltung gilt.

Der Vollständigkeit wegen sollen die Tadpolebedingungen hier aufgeführt werden, für den Weg aber, wie das skalare Higgspotential V des NMSSM aufzustellen ist, auf [35] und [44] verwiesen sein.

$$\begin{aligned} V = & |\lambda|^2 |S|^2 \left(H_u^\dagger H_u + H_d^\dagger H_d \right) + \left| \lambda (H_u^T \epsilon H_d) + \kappa S^2 \right|^2 + \frac{1}{2} g_2^2 |H_u^\dagger H_d|^2 \\ & + \frac{1}{8} (g_1^2 + g_2^2) \left(H_u^\dagger H_u - H_d^\dagger H_d \right)^2 + M_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u + M_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d + M_S |S|^2 \\ & + \left(\lambda A_\lambda (H_u^T \epsilon H_d) S + \frac{1}{3} \kappa A_\kappa S^3 + c.c. \right) \end{aligned} \quad (3.35)$$

Die Tadpolebedingungen sind dann die Forderungen nach Verschwinden dieser Ableitungen in alle Richtungen, damit der Vakuumzustand ein Minimum des Higgspotentials sein kann:

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial \phi} \right\rangle \stackrel{!}{=} 0 \quad \forall \phi \in \{a_d, a_u, a_s, h_d, h_u, h_s\} \quad (3.36)$$

bestehend aus

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial a_d} \right\rangle = I_\lambda v_u v_s + \frac{1}{2} I v_u v_s^2 \quad (3.37)$$

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial a_u} \right\rangle = I_\lambda v_d v_s + \frac{1}{2} I v_d v_s^2 \quad (3.38)$$

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial a_s} \right\rangle = I_\lambda v_d v_u - I_\kappa v_s^2 - I v_d v_u v_s \quad (3.39)$$

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial h_d} \right\rangle = v_d M_{H_d}^2 - R_\lambda v_u v_s + \frac{1}{8} (g_1^2 + g_2^2) v_d (v_d^2 - v_u^2) + \frac{1}{2} |\lambda|^2 v_d (v_u^2 + v_s^2) - \frac{1}{2} R v_u v_s^2 \quad (3.40)$$

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial h_u} \right\rangle = v_u M_{H_u}^2 - R_\lambda v_d v_s + \frac{1}{8} (g_1^2 + g_2^2) v_u (v_d^2 - v_u^2) + \frac{1}{2} |\lambda|^2 v_u (v_d^2 + v_s^2) - \frac{1}{2} R d_u v_s^2 \quad (3.41)$$

$$\left\langle \frac{\partial V}{\partial h_s} \right\rangle = v_s M_S^2 - R_\lambda v_d v_u + R_\kappa v_s^2 + \frac{1}{2} |\lambda|^2 v_s (v_d^2 + v_u^2) + |\kappa|^2 v_s^3 - R v_d v_u v_s \quad (3.42)$$

Unter weiterer Definition der Abkürzungen

$$R = \text{Re}\left(\lambda\kappa^* e^{i(\phi_u - 2\phi_s)}\right), \quad (3.43)$$

$$R_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re}\left(\lambda A_\lambda e^{i(\phi_u + \phi_s)}\right), \quad (3.44)$$

$$R_\kappa = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re}\left(\kappa A_\kappa e^{3i\phi_s}\right). \quad (3.45)$$

Higgssuche über den Kanal $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$

Bis eine Aussage getroffen werden kann, welche der vielversprechenden Umsetzungen einer Quantenfeldtheorie wohl unsere Natur am adäquatesten beschreibt, obliegt es den heutigen Teilchenphysikern, die größte Lücke im Standardmodell zu schließen, die noch vor divergierenden Higgsmassenkorrekturen, mangelnder Rate an CP-Verletzung oder fehlender Vereinigung der Kopplungskonstanten geschlossen werden muss: Die Frage nach der Existenz eines oder mehrerer Higgsbosonen selbst. Dieses entzieht sich seit seiner Postulierung in den 1960er-Jahren seines direkten Nachweises. Wichtige Grenzen wurden von dem Elektron-Positron-Collider LEP, dem Proton-Antiproton-Collider Tevatron und dem aktuell leistungsfähigsten Teilchenbeschleuniger, dem Proton-Proton-Collider LHC gesetzt. Ein Higgsboson h der Masse $M_h \leq 115.5$ GeV oder $M_h \geq 129.0$ GeV ist demnach experimentell ausgeschlossen [45–48]. Die Prozesse, mit denen das Higgsboson an diesen Beschleunigern gesucht wurden bzw. werden verlaufen über direkte Vektorbosonfusion $WW, ZZ \rightarrow h$, direkte Quarkfusion vornehmlich Top-Quarks $t\bar{t} \rightarrow h$, indirekte Fusion von Gluonen $gg \rightarrow h$ oder Higgsstrahlung $e^-e^+ \rightarrow Z^* \rightarrow Zh$, die in dem Massenbereich am ehesten in $b\bar{b}$ -Paare zerfällt. Ausschlussgrenzen können dann angegeben werden, indem der totale Wirkungsquerschnitt einer Kollision gemessen und mit dem theoretischen Wert $\sigma_{\text{SM}}(M_h)$ verglichen wird, der für eine Wahl der Higgsmasse im Standardmodell berechneten werden kann [45, 46]. Werden mehr Events gemessen als $\sigma_{\text{SM}}(M_h)$ suggeriert, ist M_h als Masse eines Higgsfeld möglich, werden weniger gemessen, ist das Standardmodell-Higgs bei der Masse ausgeschlossen. Erweiterungen des Modells erlauben aber, dass Higgsbosonen dennoch Massen in solchen Regionen haben können, wenn ihre Kopplungen dort zu klein sind gegenüber der Erwartung im Standardmodell. Ein Higgsboson eines erweiterten Modells heißt standardmodellartig, wenn dessen Kopplungen an die Elementarteilchen in der Nähe der Standardmodellkopplungen liegen. Wir gehen in unserer Betrachtung von NMSSM-Szenarien davon aus, dass unter den drei leichtesten Higgs-Masseneigenzuständen $H_{1,2,3}$ ein standardmodellartiges existiert und bezeichnen dieses als h . Damit Kopplungen aller Higgsbosonen zusammen müssen die Standardmodellkopplungen wiederherstellen, damit die bestätigte Phänomenologie des Standardmodells die gleiche bleibt, und somit quadratischen Summenregeln gehorchen, die beispielsweise für die Kopplung $[H_k ZZ]$ eines Higgsbosons H_k an zwei Z -Bosonen

$$\sum_k [H_k ZZ]^2 = \left(\frac{2m_Z^2}{v}\right)^2 = [hZZ]_{\text{SM}}^2 \quad (4.1)$$

lautet. Daraus folgt, dass die Kopplungen der anderen, nichtstandardmodellartigen Higgsbosonen $H_k \neq h$ stark unterdrückt sein müssen und für diese deswegen auch geringere Massen zugelassen sind, für die die Resultate der Beschleuniger keine sicheren¹ Ausschlussgrenzen ergeben. In Modellen mit neuen Parametern wie den CP-verletzenden Phasen des komplexen NMSSM werden dann Parameterpunkte interessant, die vom Standardmodell abweichende Wirkungsquerschnitte der Detektionskanäle eines standardmodellartigen Higgsbosons erklären könnten. Eine solche Analyse wurde im Zuge dieser Arbeit durchgeführt, ihre Resultate finden sich in Kapitel 5.

Am LHC werden Protonen aufeinandergeschossen, weil sie leicht bereitzustellen sind, weitaus weniger Strahlungsverluste als Elektronenbeschleuniger aufweisen und sich aufgrund ihrer Masse für hohe Schwerpunktsenergien eignen, was einen hohen Horizont zu Entdeckungen eröffnet. Protonen haben eine komplexe Struktur: An sämtlichen Kollisionen sind nicht nur seine Valenzquarks, also die zwei Up- und das eine Downquark beteiligt, aus denen sich ein Proton zusammensetzt, sondern ein See virtueller Quarks, Antiquarks und Gluonen, die bei hohen Energien aufgelöst werden können und damit reale Beiträge zur Higgsproduktion geben. Die Gluonen tragen mit ungefähr 50% einen bedeutenden Teil des Gesamtimpulses im Proton [51].

Die Masse aller Teilchen ist, wie bei den theoretischen Grundlagen ausführlich hergeleitet wurde, durch ihre Kopplung an die Higgsfelder gegeben. Für die Higgsproduktion im speziellen interessant sind deswegen die Produktionskanäle über schwere Teilchen wie die Top-Quarks, die aber damit um so schwerer bereitzustellen sind. Aufgrund der hohen Zahl an Gluonen in Protonkollisionen ist ermöglicht aber die Fusion zweier Gluonen große Beiträge zur Higgsproduktion über virtuelle Quarks, weswegen der Kanal $gg \rightarrow H$ prominent ist. Die Beiträge wiederum der virtuellen Quarks wiederum sind um so wichtiger je höher ihre Masse ist, weswegen die Beiträge der ersten beiden Quarkgenerationen vernachlässigt werden kann.

Higgsbosonen sind extrem kurzlebig, weswegen sie in der Natur nicht direkt nachgewiesen werden können. In Colliderexperimenten sucht man aber nach reellen Zuständen des Higgsfelds, was bedeutet dass der Higgspropagator, der Fusion und Zerfall verbindet, *on-shell*² betrachtet werden muss. Die Zerfälle der Higgsbosonen sind anschließend nach dem Kriterium zu selektieren, einen möglichst klaren Rückschluss auf das invariante Massenquadrat der Bosonen zu erlauben. Bei Protonenbeschleunigern ist durch die ganzen hadronischen Prozesse aber ein starker Untergrund an Quarkereignissen allgegenwärtig, weswegen es schwierig ist, daraus Informationen zu gewinnen. Das größte Verzweigungsverhältnis (engl. *branching ratio*) in Teilchen, die von Detektoren also gut wahrgenommen werden können, ist das des diphotonischen Zerfalls $H \rightarrow \gamma\gamma$, das zwar mit der Größenordnung $\text{BR} \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ stark unterdrückt ist gegenüber den Zerfällen in $H \rightarrow b\bar{b}, \tau^+\tau^-, c\bar{c}$ und, wenn die Higgsbosonmasse oberhalb der Eichbosonschwelle $M_h \geq 2M_W \approx 160.8 \text{ GeV}$ angenommen wird, $H \rightarrow WW, ZZ$, aber aufgrund der relativ klaren Beobachtbarkeit der Photonen den direkten Rückschluss auf die Higgsmasse zulässt, sofern ausreichend genaue Detektoren zur Verfügung stehen [49, 50].

¹Als „sicher“ wird eine 95%ige Gewissheit verstanden, dass ein Messergebnis keine statistische Fluktuation ist.

²Begrifflich bezieht sich dies auf die „Massenschale“, die durch das Hyperboloid $(p^0)^2 - \vec{p}^2 = m^2$, also der Impulserhaltung, gegeben ist.

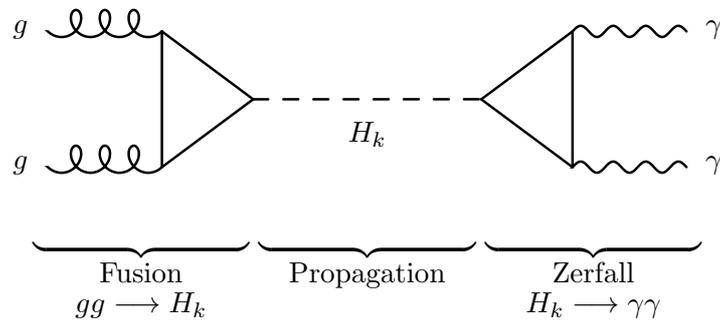


Abb. 4.1.: Produktion eines Higgs-Bosons über Gluonfusion und diphotonischer Zerfall

4.1. Analyse mittels Mathematica

Die Gesamtzahl der für Abb.4.1 im NMSSM zu berechnenden Feynmangraphen für die Teilprozess $gg \rightarrow H$, $H \rightarrow \gamma\gamma$ und der Einschleifenkorrektur des Propagators liegt im dreistelligen Bereich. Die Beiträge könnten grundsätzlich über die übliche Konstruktion nach den Feynmanregeln mit Bleistift und Papier ausgerechnet werden. Diese manuelle Rechnung ist aber einerseits ineffizient und damit sehr zeitaufwändig, andererseits extrem fehleranfällig. Die Lagrangedichte für die Higgs-Sfermionkopplung im NMSSM besteht beispielsweise aus über 20 Termen, was lange Feynmanregeln mit sich zieht, für die auf [52] und [35] verwiesen werden kann. Aus diesen Gründen wurde die Berechnung des Prozesses mit dem Computeralgebra-system MATHEMATICA durchgeführt. Für die in der Hochenergiephysik häufig gebrauchte Automatisierung stehen die Programmpakete FEYNARTS [53] und FORMCALC [29] zur Verfügung. Man geht dabei stets in drei Schritten vor:

1. CreateTopologies

Erzeugung der *Topologien* mit Hilfe von FEYNARTS, also der grundlegenden Struktur aller gerichteten Verbindungslinien zwischen den externen Punkten inklusive Schleifen gewünschter Ordnung.

2. InsertFields, CreateFeynAmp

Definition der externen und internen Felder in FEYNARTS, auf die Topologie angewandt. Dabei wird ein *Modelfile* benannt, in dem der Teilcheninhalt, Kopplungen und Parameter aufgelistet sind. Abhängig davon kann bestimmt werden, welche Graphen überhaupt erlaubt sind und welche nicht.

3. CalcFeynAmp

Aufstellen der Feynmanamplituden mit FORMCALC. Hier wird das theoretische Modell komplett ausgelesen und so die noch unquadrierte und polarisationsabhängige Übergangsamplitude erhalten. Die Auswertung fermionischer Spuren sowie anschließende Vereinfachung aller Summanden geschieht über einen Aufruf des symbolischen Vereinfachungssystems FORM [54].

Das verwendete Modelfile basierte auf der Arbeit von Kathrin Walz [55], die das komplexe NMSSM mit Hilfe der Generationssoftware SARAH [56] in ein FEYNARTS-kompatibles Format brachte. Ein Problem in der weiteren Verarbeitung der so erhaltenen Ausdrücke ist ihre algebraische Länge, die die Software MATHEMATICA an ihre Speichergrenzen bringt. Aus diesem

Grund wurde das Modelfile so modifiziert, dass alle relevanten Kopplungen durch generische Funktionen ersetzt worden sind. Die Kopplungen konnten wiederum in ein FORTRAN-fähiges Format zur Weiterverarbeitung ausgegeben werden.

Das Resultat solcher Schleifenrechnungen besteht aus Integralen über den gesamten Impulsraum, das je nach Anzahl und Art der enthaltenen Propagatoren quadratisch oder logarithmisch divergieren kann. FORMCALC erlaubt das Reduzieren der Integrale mit Hilfe der Methoden von *Passarino* und *Veltman* [57], sodass nur noch endlichen Terme und skalare Schleifenfunktionen nach den Definitionen in Abb.4.2 auftreten. Da keine Graphen vorkommen, in denen Teilchen verschiedener Masse in verschiedenen Propagatoren auftreten, sind die Massenparameter der n -Punkt-Funktionen immer alle identisch. In diesem Spezialfall gibt es noch weitere Vereinfachungen, die wir in unseren Rechnungen ausnutzen können. Ihre Herleitung kann in Anhang A gefunden werden.

Die auftretenden divergenten Schleifenintegrale werden nach der *Constrained Differential Renormalization* [30,31] behandelt (vergleiche Kapitel 2.3.1). Die Funktionen A_0 und B_0 weisen ein divergentes Verhalten beim Wiederherstellen der vier physikalischen Raumzeitdimensionen $D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (4 - 2\varepsilon)$ auf, die als Pole erster Ordnung ε^{-1} eingehen. Die B_0 -Funktion kann bei unseren Rechnung auftreten, wird sich aber wieder durch Summation aller Terme aufheben. Unsere Resultate sind also in vier Dimensionen endlich. Es bietet sich außerdem an, zuvor in MATHEMATICA sinnvolle Vereinfachungen durchzuführen, da in FormCalc Relationen wie die Impulserhaltung der äußeren Felder, Zusammenhänge der elektroschwachen Theorie wie $g_1 c_W = g_2 s_W$ oder die Unitarität von Rotationsmatrizen, $\sum_j Z_{ij} Z_{jk} = \delta_{ik}$, im Modelfile der Allgemeinheit wegen nicht vorausgesetzt sind.

Die einzelnen Schleifen wurden im Sinne der Übersichtlichkeit mit umlaufenden Standardmodellfermionen, Sfermionen, Charginos, W^\pm -Bosonen und geladenen H^\pm in jeweils separate MATHEMATICA-Skripte ausgelagert. Im Rahmen dieser Arbeit wurden also sieben dieser Skripte erstellt, die jeweils getrennt voneinander die *amputierten* Matrixelemente der Übergänge $gg \rightarrow H$ und $H \rightarrow \gamma\gamma$, aufgeschlüsselt nach den Arten der Schleifenteilchen, ausrechnen. Die amputierten Matrixelemente können als effektive Kopplung des Higgsfelds an die Gluonen und Photonen interpretiert werden, obwohl diese als Eichbosonen der ungebrochenen $SU(3)_C$ beziehungsweise $U(1)_Q$ in allen Ordnungen Störungstheorie masselos sind. Diese Kopplungen haben bestimmte Strukturen, je nachdem ob der Spin der umlaufenden Teilchen gleich 0, $1/2$ oder 1 ist.

Definition:	Divergenzgrad
<ul style="list-style-type: none"> • Einpunktfunktion $A_0(m^2) = \left\langle \frac{1}{q^2 - m^2} \right\rangle_q$ 	$\sim \int \frac{d^D q}{q^2} \rightarrow \int q^2 \rightarrow \infty$
<ul style="list-style-type: none"> • Zweipunktfunktion $B_0(k^2, m^2, m^2) = \left\langle \frac{1}{(q^2 - m^2)((q-k)^2 - m^2)} \right\rangle_q$ 	$\sim \int \frac{d^D q}{q^4} \rightarrow \int 1 \rightarrow \infty$
<ul style="list-style-type: none"> • Dreipunktfunktion $C_0(k_1^2, (k_1+k_2)^2, k_2^2, m^2, m^2, m^2) = \left\langle \frac{1}{(q^2 - m^2)((q-k_1)^2 - m^2)((q+k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q$ 	$\sim \int \frac{d^D q}{q^6} \rightarrow \int \frac{1}{q^2} < \infty$

Abb. 4.2.: Die drei auftretenden skalaren Funktionen. In allen Berechnungen ist die Masse jedes Schleifenpropagators gleich. Die Schreibweise in der rechten Spalte ist symbolisch zu verstehen. Die Vorzeichen der Impulse sind so gewählt, dass die einzelnen Impulse k_1, k_2 einlaufend und der Gesamtimpuls $k = k_1 + k_2$ auslaufend gerichtet sind (vgl. dazu Abb.4.5)

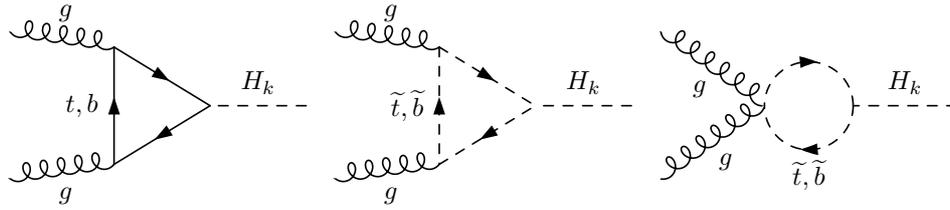


Abb. 4.3.: Der Prozess $gg \rightarrow H_k$ wird von virtuellen Quarks und Squarks vermittelt. Der Beitrag der ersten beiden Generationen $u, d, \tilde{u}, \tilde{d}$ und $c, s, \tilde{c}, \tilde{s}$ ist aufgrund ihrer sehr viel schwächeren Higgskopplung vernachlässigbar.

Es sei hier eine allgemeine Notation verwendet, um die direkten oder effektiven Kopplungen zu beschreiben. Beispielsweise gibt $[H_k gg]_S(f)$ den skalaren (CP-geraden) Teil der effektiven Kopplung zweier Gluonen an ein Higgsboson H_k an, der über eine fermionische Schleife vermittelt wird. Für die Schleifen, die die Gluonfusion vermitteln, soll nun jeweils erst das Resultat der Rechnung angeführt werden, und der Rechenweg im Anschluss zu finden sein.

Die numerischen Faktoren, die in den Kopplungen der Gluonen, Photonen und neutralen Higgsbosonen an die Schleifenteilchen auftreten, werden in einer verkürzten Schreibweise geschrieben, wie sie auch in den generischen FEYNARTS-*model file* stehen. Für die Kopplung zweier Fermionen f an ein Photon mit Vektorindex μ beispielsweise wird die Feynmanregel

$$-ieQ\gamma^\mu \rightarrow [\gamma ff] \cdot \gamma^\mu \quad \text{etc.} \quad (4.2)$$

geschrieben. Damit soll die Tensoralgebra in den Rechnungen übersichtlicher gemacht werden. Der numerische Vorfaktor der Kopplungen wird also symbolisch von den vektoriellen und tensoriellen Strukturen getrennt, und am Ende der Rechnung wieder eingesetzt.

4.2. Gluonfusion $gg \rightarrow h$

Die Gluonfusion wird über alle farbgeladenen, massebehafteten Teilchen vermittelt, mit Ausnahme der Gluinos, da deren Masse allein durch die soft-SUSY-brechende Lagrangedichte gegeben wird. Beiträge ergeben sich über die Quarks, die nach Stärke der entsprechenden Yukawakopplung gewichtet sind, und den Squarks, deren Higgskopplungen an die Kopplungen ihrer Superpartner gebunden sind. Die Resultate ändern sich nicht wesentlich,

In der Auflistung der effektiven Kopplungen $[Hgg]$ wird durchweg die Abkürzung

$$\tau = \frac{4m^2}{M_{H_k}^2} = \frac{4m^2}{s}, \quad (4.3)$$

wobei m jeweils die Masse der Schleifenteilchen ist und $s = M_{H_k}^2$ das Quadrat des Schwerpunktsimpulses, das für ein reell produziertes Higgsboson H_k gleich dessen Massenquadrat sein muss. Die Rechnungen für jedes der fünf Higgsbosonen sind äquivalent, weswegen dieses Higgsboson noch allgemein gehalten und nicht zwingend gleich dem standardmodellartigen Higgsboson h sein muss. Aus Gründen der Leserlichkeit wird der Index $k = 1, \dots, 5$ des Higgsfelds bei der Masse sowie die $SU(3)$ -Indizes a, b der Gluonen in den Ausgangszuständen unterdrückt, die sich im Farbfaktor äußern. Ein Gluon trägt den Generator T_{ij}^a in die QCD-Kopplung³, die Higgskopplung ist farberhaltend. Durch die Farbstruktur entsteht so immer

³mit Gluonindex $a \in \{1, 8\}$ der Darstellung und den $SU(3)$ -Farbindizes $i, j \in \{1, 3\}$.

ein Faktor

$$\sum_{i,j,k}^3 T_{ij}^a T_{jk}^b \delta_{ki} = \text{Tr}(T^a T^b) = \frac{\delta^{ab}}{2}, \quad (4.4)$$

über dessen Gluonindizes beim Aufstellen des quadrierten Matrixelements summiert wird um alle Anfangszustände zu berücksichtigen,

$$\sum_{a,b}^8 \frac{\delta^{ab}}{2} \frac{\delta^{ba}}{2} = 2. \quad (4.5)$$

Die Summation über alle Generatoren kann in den Kopplungen demnach schon impliziert werden, wenn man $\text{Tr}(T^a T^b) \rightarrow \sqrt{2}$ ersetzt. Das ist legitim, weil das Resultat so gleich bleibt und der Gluonindex an keiner anderen Stelle in die Kopplungen eingeht. Es beseitigt insbesondere ein rechnerisches Problem in FORMCALC, das daraus resultiert dass FORMCALC die Spur in (4.4) auf zwei verschiedene Weisen schreiben kann.

Die effektiven Kopplungen $[Hgg]$ werden nun so gewählt, dass der komplette Wirkungsquerschnitt $\sigma_0(gg \rightarrow H_k)$ der Fusion zweier Gluonen sich aus den folgenden Vorfaktoren zusammensetzt.

$$\sigma_0 = \underbrace{\frac{1}{2M_h^2}}_{\text{Flussfaktor } \Phi^{-1}} \times \underbrace{\frac{1}{4}}_{\text{Spinmittelung}} \times \underbrace{\frac{1}{64}}_{\text{Farbmittelung}} \times \underbrace{\frac{1}{M_h^2} \delta\left(1 - \frac{s}{M_h^2}\right)}_{\text{Impulserhaltung}} \times |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (4.6)$$

mit

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \sum_{\text{Pol.}} \left| \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{2\nu} \sum_{f, \tilde{f}} \left(T_S^{\mu\nu} [Hgg]_S(f, \tilde{f}) + T_P^{\mu\nu} [Hgg]_P(f) \right) \right|^2 \quad (4.7)$$

$$= 2 \sum_{f, \tilde{f}} \left(\left| [Hgg]_S(f, \tilde{f}) \right|^2 + \left| [Hgg]_P(f) \right|^2 \right) \quad (4.8)$$

mit den beiden erlaubten, CP-geraden (Skalaren) und CP-ungeraden (Pseudoskalaren) Lorentzstrukturen wie in Anhang B definiert,

$$T_S^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \frac{k_1^\nu k_2^\mu}{k_1 k_2} \quad T_P^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta} \frac{k_1^\alpha k_2^\beta}{k_1 k_2} \quad (4.9)$$

die zueinander orthogonal sind, also beim Quadrieren nicht mischen. Aus dieser Tatsache folgt der letzte Schritt in 4.8; ein Nachweis dessen ist in Anhang B erbracht. Die globalen Vorfaktoren, die sich aus der Mittelung über die Zahl der Eingangszustände ergibt, $\frac{1}{4}$ von den Polarisierungen und $\frac{1}{64}$ von den Farbzuständen der Gluonen, sind hier aus dem quadrierten Matrixelement herausgezogen um die Rechnung soweit allgemein zu lassen, sie auf Zerfälle zu übertragen, in denen die Faktoren nicht auftreten, weil über die Zahl der Ausgangszustände nur summiert und nicht gemittelt wird.

4.2.1. Fusion über Quarkschleifen

Die effektive Kopplung $[Hgg]$ eines Higgsbosons H an zwei Gluonen, über deren Farbstruktur schon implizit gemittelt wurde, besteht sowohl aus einer skalaren, als auch aus einer pseudoskalaren Komponente. Der Beitrag $[Hgg](f)$, der über Quarkschleifen vermittelt wird, ist

zusammengefasst als ($\tau_f = \frac{4m_f^2}{M_h^2}$)

$$[Hgg](f) = [Hgg]_S \mathbb{1} + [Hgg]_P \gamma_5 \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} [Hgg]_S(f) &= \frac{2\sqrt{2}i}{\pi^2} m_f \left(f(\tau_f) (1 - \tau_f) + 1 \right) [gff]^2 [Hff]_S \\ &= -\frac{2\sqrt{2}i}{\pi} \alpha_s m_f \left(f(\tau_f) (1 - \tau_f) + 1 \right) [Hff]_S \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} [Hgg]_P(f) &= \frac{\sqrt{2}i}{\pi^2} \frac{1}{m_f} \left(\tau_f f(\tau_f) \right) [gff]^2 [Hff]_P \\ &= -\frac{\sqrt{2}i}{\pi} \alpha_s \frac{1}{m_f} \left(\tau_f f(\tau_f) \right) [Hff]_P \end{aligned} \quad (4.12)$$

wobei die QCD-Kopplung $[gff] = -i\sqrt{\pi\alpha_s}$ eingesetzt wurde (die $SU(3)_C$ -Generatoren werden nach (4.4) und (4.5) durch den Vorfaktor $\sqrt{2}$ ersetzt). Die Higgs-Fermionkopplungen sind noch allgemein notiert.

$$[Hff] = [Hff]_S \mathbb{1} + [Hff]_P \gamma_5 . \quad (4.13)$$

Die Funktion $f(\tau)$, die uns in (4.11) und (4.12) begegnet, ist eine analytische Vereinfachung der C_0 -Funktion, die für den Spezialfall angegeben werden kann, in dem die drei Massen in den Propagatoren identisch und die beiden einlaufenden Teilchen masselos sind. Sie lautet [58]

$$f(\tau) = -\frac{s}{2} C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) = \begin{cases} \arcsin^2 \left(\tau^{-\frac{1}{2}} \right) & \tau \geq 1 \\ -\frac{1}{4} \left(\log \frac{1+\sqrt{1-\tau}}{1-\sqrt{1-\tau}} - i\pi \right)^2 & \tau < 1 \end{cases} . \quad (4.14)$$

In manchen Darstellungen der Literatur wird die Aufspaltung einer fermionischen Kopplung an links- und rechtshändige Felder vorgenommen, statt der skalaren und pseudoskalaren Beiträge. Sie sind auf beinahe triviale Weise verknüpft über (2.4) und (2.5).

$$[\dots]_S = \frac{1}{2}([\dots]_R + [\dots]_L) \quad [\dots]_P = \frac{1}{2}([\dots]_R - [\dots]_L) \quad (4.15)$$

und vice versa

$$[\dots]_L = ([\dots]_S - [\dots]_P) \quad [\dots]_R = ([\dots]_S + [\dots]_P) \quad (4.16)$$

Alle CP-verletzenden Terme, die in allen von uns betrachteten Schleifen überhaupt auftreten können, sind auf die γ_5 -Matrix in Fermionkopplungen zurückzuführen, und zwar über Spurbildung der Terme, in denen neben γ_5 und den beiden γ^μ, γ^ν aus jeder Fermion-Eichboson-Kopplung⁴ noch genau zwei Impulse der Propagatoren beitragen:

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_5) = -4i \cdot \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \quad (4.17)$$

Die Spur aller anderen Kombinationen, in denen eine γ_5 -Matrix steht, verschwindet. Der einheitlichen Notation wegen soll hier die Indexnotation $[\dots]_{S,P}$ aber bei allen möglichen Schleifen beibehalten werden, auch den skalaren und vektoriellen, bei denen der pseudoskalare Term algebraisch nicht erlaubt ist. Für die Berechnung der CP-geraden Anteile werden

⁴Jeder lineare Term einer kovarianten Ableitung in der Lagrangedichte ist mit den Diracmatrizen γ kontrahiert.

die Spuridentitäten verschiedener Ketten von γ -Matrizen benötigt, die aus der definierenden Eigenschaft ihrer Clifford-Algebra folgen [10].

$$\text{Tr}(\mathbb{1}) = 4 \quad (4.18)$$

$$\text{Tr}(\text{ungerade Anzahl von } \gamma\text{-Matrizen}) = 0 \quad (4.19)$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad (4.20)$$

$$\text{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) \quad (4.21)$$

Im komplexen NMSSM ergeben sich die Higgs-Fermionkopplungen als Überlagerung der einzelnen Yukawakopplungen der Higgsbosonen h_d, h_u und A an die Fermionen, die gegeneinander in Abhängigkeit der Mischungsmatrix \mathcal{Z}^H rotiert sind. In der \mathcal{Z}^H definierenden Basis nach (3.25) gibt \mathcal{Z}_{k4}^H den Anteil des physikalischen Higgsbosons H_k an h_u , \mathcal{Z}_{k3}^H den Anteil an h_d und \mathcal{Z}_{k1}^H den Anteil an A an. Die Mischung der pseudoskalaren Higgsbosonen a_u, a_d in dem um das Goldstoneboson befreite Higgsboson A wiederum ist durch den Winkel β beschrieben.

$$\begin{aligned} [H_k f^{\text{up}} f^{\text{up}}] &= \frac{y_f^{\text{up}}}{\sqrt{2}} (-i \mathcal{Z}_{k4}^H \mathbb{1} + c_\beta \mathcal{Z}_{k1}^H \gamma_5) \\ &= \frac{m_f}{v s_\beta} (-i \mathcal{Z}_{k4}^H \mathbb{1} + c_\beta \mathcal{Z}_{k1}^H \gamma_5), \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} [H_k f^{\text{down}} f^{\text{down}}] &= \frac{y_f^{\text{down}}}{\sqrt{2}} (-i \mathcal{Z}_{k3}^H \mathbb{1} + s_\beta \mathcal{Z}_{k1}^H \gamma_5) \\ &= \frac{m_f}{v c_\beta} (-i \mathcal{Z}_{k3}^H \mathbb{1} + s_\beta \mathcal{Z}_{k1}^H \gamma_5). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Explizite Rechnung für Quarkschleifen

Die fermionischen Beiträge sind in den dreieckigen Graphen in Abb.4.4 veranschaulicht. In der gesamten Rechnung seien die Impulse wie in Abb.4.5 definiert und die Kopplungen so lange wie möglich generisch gehalten. Jedes Gluon trägt einen Polarisationsvektor $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ bei. Diese können aber nach Anhang B vom *amputierten* Matrixelement abgespalten werden. Die kreisförmige Topologie in Abb.4.5 ist hier nicht zu beachten, weil es keine Kopplungsterme zweier Fermionfelder an zwei Eichbosonen gibt. Die beiden dreieckigen Topologien in Abb.4.4 unterscheiden sich nur in der Zuordnung der externen Gluonen mit $\varepsilon_1^\mu, \varepsilon_2^\nu$ an den jeweils oberen und unteren Vertex des Dreiecks. Es genügt, nur eine Zuordnung zu berechnen, da sich die andere durch die Umkehrung der Umlaufrichtung, also Ersetzung $q \rightarrow -q$, ergibt und das Integral darunter invariant ist.

Die Berechnung wird in dimensionaler Reduktion durchgeführt. Dabei ist μ eine Referenzmasse, die bei dem Verfahren eingeführt werden muss, damit die Kopplungen in der Lagrangendichte und damit die Schleifenintegrale selbst eine ganzzahlige Massendimension behalten.

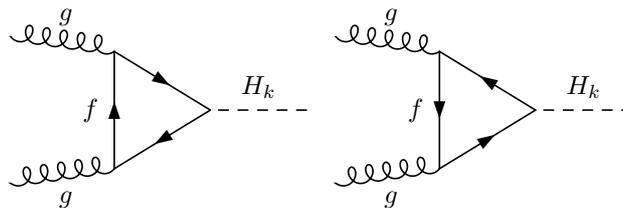


Abb. 4.4.: Beiträge zu $gg \rightarrow H_k$ über virtuelle Quarks.

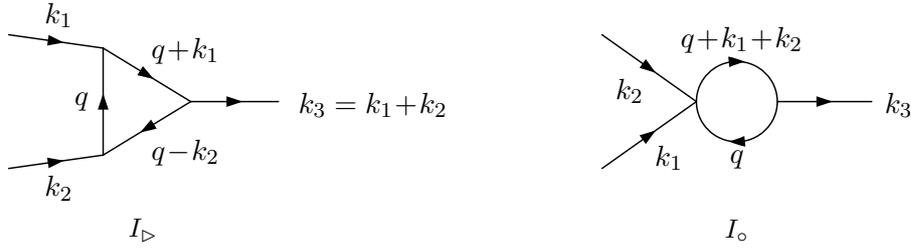


Abb. 4.5.: Definition der Impulse für die Rechnungen der Gluonfusion.

Es gelten die kinematischen Beziehungen

$$k_1 + k_2 = k_3 \quad \text{Gesamtimpulserhaltung,} \quad (4.24)$$

$$\varepsilon_{1\mu} k_1^\mu = \varepsilon_{2\nu} k_2^\nu = 0 \quad \text{Transversalität der Gluonen,} \quad (4.25)$$

$$k_{1\mu} k_1^\mu = k_{2\mu} k_2^\mu = 0 \quad \text{Masselosigkeit der Gluonen,} \quad (4.26)$$

und damit für die Schwerpunktsenergie

$$s \equiv (k_1 + k_2)^2 = 2k_1 k_2. \quad (4.27)$$

Außerdem werden die Abkürzungen

$$\langle \dots \rangle_q = (2\pi\mu)^{4-D} \int \frac{d^D q}{i\pi^2} \dots \quad (4.28)$$

$$\text{Den}_3 = ((q + k_2)^2 - m^2) \cdot (q^2 - m^2) \cdot ((q - k_1)^2 - m^2) \quad (4.29)$$

verwendet. Mit der allgemeinen Higgs-Fermionkopplung in (4.13) treten die folgenden fermionischen Terme auf, die die γ -Matrizen über die *Feynman-Slash-Notation* $\not{q} \equiv q_\lambda \gamma^\lambda$ enthalten. Da die Spinorindizes aller Matrizen durch die Schleife ringsum geschlossen sind, wird die Spur dieser Kombinationen gebildet. Wir können die Spuridentitäten (4.18)–(4.21) ausnutzen.

$$\text{Nom}_S^{\mu\nu} = \text{Tr} \left((\not{q} + \not{k}_2 + m) \cdot \gamma^\nu \cdot (\not{q} + m) \cdot \gamma^\mu \cdot (\not{q} - \not{k}_1 + m) \cdot \mathbb{1} \right) \quad (4.30)$$

$$\text{Nom}_P^{\mu\nu} = \text{Tr} \left((\not{q} + \not{k}_2 + m) \cdot \gamma^\nu \cdot (\not{q} + m) \cdot \gamma^\mu \cdot (\not{q} - \not{k}_1 + m) \cdot \gamma_5 \right) \quad (4.31)$$

Betrachten wir nun die linke Schleife in Abb.4.4. Der Term $\text{Nom}_{S,P}^{\mu\nu}$ beinhaltet die gesamte Spinor- und Tensorstruktur. Der konstante Faktor der QCD-Kopplung $[gff]$ und der Faktor $\sqrt{2}$, der nach (4.4) und (4.5) die Summation über die $SU(3)_C$ -Generatoren impliziert, sowie die Gluonvektoren $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ und das fermionische Minus können separiert werden. Das Matricelement $\mathcal{M}_{\triangleright 1}$ beinhaltet die beiden Strukturen $\text{Nom}_{S,P}^{\mu\nu}$ gemäß der skalaren Komponente $[Hff]_S$ und der pseudoskalaren Komponente $[Hff]_P$ der Higgs-Fermionkopplung (4.13) überlagert. Das Matricelement $\mathcal{M}_{\triangleright 2}$ der Schleife rechts in Abb. (4.4) ergibt nach obiger Überlegung einen identischen Beitrag.

$$\mathcal{M}_{\text{ges}} = \mathcal{M}_{\triangleright 1} + \mathcal{M}_{\triangleright 2} = 2 \times \mathcal{M}_{\triangleright 1} \quad (4.32)$$

$$\mathcal{M}_{\triangleright 1} = (-1)\varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} \frac{i^3}{\pi^2} ([Hff]_S \cdot I_S^{\mu\nu} + [Hff]_P \cdot I_P^{\mu\nu}) \sqrt{2}[gff]^2 \quad (4.33)$$

$$I_S^{\mu\nu} = \left\langle \frac{\text{Nom}_S^{\mu\nu}}{\text{Den}_3} \right\rangle_q \quad (4.34)$$

$$= -4m \left\langle \frac{g^{\mu\nu}(k_1 k_2 + q^2 - m^2) + k_1^\mu k_2^\nu + 2k_1^\mu q^\nu - k_1^\nu k_2^\mu - 2k_2^\nu q^\mu - 4q^\mu q^\nu}{\text{Den}_3} \right\rangle_q, \quad (4.35)$$

und entsprechend

$$I_P^{\mu\nu} = \left\langle \frac{\text{Nom}_P^{\mu\nu}}{\text{Den}_3} \right\rangle_q = -4im\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} k_{1\alpha} k_{2\beta} \left\langle \frac{1}{\text{Den}_3} \right\rangle_q . \quad (4.36)$$

Die Orthogonalität der beiden Tensoren $T_S^{\mu\nu}, T_P^{\mu\nu}$ kann jetzt ausgenutzt werden. Die Rechnung folgt direkt den Resultaten (B.23),(B.24) aus Anhang B. Sie soll hier ausführlich für das gesamte Matrixelement durchgeführt werden. Dazu werden die Projektoren $S_{\mu\nu}, P_{\mu\nu}$ mit einer geeigneter Normierung festgelegt. In $D = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen lauten sie

$$S_{\mu\nu} = \frac{T_{S\mu\nu}}{2(1-\epsilon)} \quad P_{\mu\nu} = \frac{T_{P\mu\nu}}{2} , \quad (4.37)$$

so, dass

$$I_S^{\mu\nu} = T_S^{\mu\nu} (S_{\rho\sigma} I_S^{\rho\sigma}) , \quad (4.38)$$

$$I_P^{\mu\nu} = T_P^{\mu\nu} (P_{\rho\sigma} I_P^{\rho\sigma}) . \quad (4.39)$$

Mit ihrer Hilfe ist es möglich, die physikalisch relevanten Terme des Matrixelements direkt zu bestimmen, wenn die Anzahl der Terme sonst unüberschaubar groß ist. Betrachten wir zunächst den skalaren Teil. Dazu berechnen wir die Wirkung des Projektors $S_{\mu\nu}$ auf jeden einzelnen der auftretenden Tensoren. Die Dimension des metrischen Tensors in der dimensional Reduktion muss beachtet werden.

$$S_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = -\frac{2\epsilon - 3}{2(1-\epsilon)} \quad (4.40)$$

$$S_{\mu\nu} k_1^\mu k_2^\nu = 0 \quad (4.41)$$

$$S_{\mu\nu} k_1^\nu k_2^\mu = \frac{k_1 k_2}{2(1-\epsilon)} \quad (4.42)$$

$$S_{\mu\nu} k_1^\mu q^\nu = 0 \quad (4.43)$$

$$S_{\mu\nu} k_2^\nu q^\mu = 0 \quad (4.44)$$

$$S_{\mu\nu} q^\nu q^\mu = \frac{q^2 - \frac{(qk_1)(qk_2)}{k_1 k_2}}{2(1-\epsilon)} . \quad (4.45)$$

Die restliche Rechnung bedient sich noch den Identitäten aus Abb.4.2 und den Vereinfachungen (A.20) und (A.24), die in Anhang A bewiesen werden.

$$\begin{aligned} S_{\mu\nu} I_S^{\mu\nu} &= \frac{-2m}{1-\epsilon} \left\langle \frac{(2\epsilon - 2)k_1 k_2 + (2\epsilon - 3)(q^2 - m^2) + 4q^2 - \frac{4}{k_1 k_2} (qk_1)(qk_2)}{\text{Den}_3} \right\rangle_q \\ &= \frac{-2m}{1-\epsilon} \left((2\epsilon - 2) \frac{s}{2} C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) + (2\epsilon - 3) B_0(s, m^2, m^2) \right. \\ &\quad \left. + 4(B_0(s, m^2, m^2) + m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2)) - \frac{4 \cdot 2}{s} \frac{s}{8} B_0(s, m^2, m^2) \right) \\ &= \frac{-2m}{1-\epsilon} \left((4m^2 + (\epsilon - 1)s) C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) + 2\epsilon B_0(s, m^2, m^2) \right) . \end{aligned} \quad (4.46)$$

Der Term $\frac{1}{1-\varepsilon}B_0(s, m^2, m^2)$ ist kritisch, weil die B_0 -Funktion nach der dimensionalen Reduktion einen Pol in ε enthält, also für den vierdimensionalen Limes $\varepsilon \rightarrow 0$ divergiert. Er lässt sich schreiben als

$$B_0(s, m^2, m^2) = \Delta - \log\left(\frac{m^2}{\mu^2}\right) + \frac{s}{6m^2} + \mathcal{O}\left(\frac{s^2}{m^4}\right) \quad (4.47)$$

$$\text{mit } \Delta \equiv \frac{1}{\varepsilon} - \gamma_E + \log 4\pi \text{ und damit ergibt sich} \quad (4.48)$$

$$\varepsilon B_0(\dots) = 1 + \mathcal{O}(\varepsilon) \rightarrow 1. \quad (4.49)$$

$\gamma_E \approx 0,57721$ ist die Euler-Mascheroni-Konstante. Im Gegensatz zu $B_0(s, m^2, m^2)$ hat die Funktion $C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2)$ kein divergentes Verhalten, da sie nach Abb.4.2 eine ausreichend kleine Impulsdimension im Integranden hat. Dann ist einfach

$$\varepsilon C_0(\dots) \rightarrow 0. \quad (4.50)$$

Mit der geometrischen Reihe

$$\frac{1}{1-\varepsilon} = \sum_n \varepsilon^n = 1 + \varepsilon + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad (4.51)$$

lautet das Ergebnis für die skalare Struktur schließlich

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} S_{\mu\nu} I_S^{\mu\nu} = -2m \left((4m^2 - s) C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) + 2 \right) \quad (4.52)$$

$$= 4m \left(f(\tau)(1 - \tau) + 1 \right). \quad (4.53)$$

Die pseudoskalare Komponente ergibt sich aus der γ_5 -Kopplung nach (4.17). Der Koeffizient der CP-verletzenden Struktur, die durch den Epsilon-Tensor bestimmt ist, lässt sich direkt ablesen.

$$I_P^{\mu\nu} = -4im \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} k_{1\alpha} k_{2\beta} \left\langle \frac{1}{\text{Den}_3} \right\rangle_q = -4im \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} k_{1\alpha} k_{2\beta} C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) \quad (4.54)$$

$$= 2i \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} k_{1\alpha} k_{2\beta} \frac{\tau}{m} f(\tau) = 2i \frac{\tau}{m} f(\tau) (k_1 k_2) T_P^{\mu\nu} = i \frac{\tau}{m} s f(\tau) T_P^{\mu\nu} \quad (4.55)$$

$$= 4im f(\tau) T_P^{\mu\nu}. \quad (4.56)$$

Insgesamt ist das Matricelement dann nach (B.23) und (B.24) bekannt.

$$\mathcal{M}_{\text{ges}} = \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{2\nu} \mathcal{M}_{\text{ges}}^{\mu\nu} \quad (4.57)$$

$$\mathcal{M}_{\text{ges}} = 2 \times (-1) \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{2\nu} \frac{i^3}{\pi^2} \left([Hff]_S \cdot I_S^{\mu\nu} + [Hff]_P \cdot I_S^{\mu\nu} \right) \sqrt{2} [gff]^2 \quad (4.58)$$

$$\stackrel{(4.8)}{=} \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{2\nu} \frac{2i}{\pi^2} \left((S_{\rho\sigma} I_S^{\rho\sigma}) \cdot T_S^{\mu\nu} + (P_{\rho'\sigma'} I_P^{\rho'\sigma'}) \cdot T_P^{\mu\nu} \right) \sqrt{2} [gff]^2 \quad (4.59)$$

$$= \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{2\nu} \left([Hgg]_S(f) T_S^{\mu\nu} + [Hgg]_P(f) T_P^{\mu\nu} \right), \quad (4.60)$$

woraus sich die effektiven Kopplungen (4.11) und (4.12) per Koeffizientenvergleich ablesen lassen.

Vergleich zum Standardmodell

Im Vergleich zum NMSSM gibt es im Standardmodell keine Sfermionen und keine pseudoskalaren Higgsfreiheitsgrade. Die Struktur dieser Kopplung ist dann vergleichbar mit dem skalaren, fermionischen Teil von (4.8).

$$|\mathcal{M}(H_k)|^2 = 2 \sum_{f, \tilde{f}} \left(|[H_k gg]_S|^2 + |[H_k gg]_P|^2 \right) \quad (4.61)$$

$$|\mathcal{M}|_{\text{SM}}^2 = 2 \sum_f |[hgg]_{S,\text{SM}}|^2 \quad (4.62)$$

$$[hgg]_{S,\text{SM}} = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi v} \alpha_s m_f^2 (1 + f(\tau)(1 - \tau)) \quad (4.63)$$

Für die Topschleife, die den stärksten Beitrag darstellt, ist der Unterschied also

$$\frac{[H_k gg]_{S,\text{NMSSM}}(t)}{[hgg]_{S,\text{SM}}(t)} = -\frac{\mathcal{Z}_{k4}^H}{s_\beta} \quad (4.64)$$

Der Faktor $-\frac{\mathcal{Z}_{k4}^H}{s_\beta}$ gibt also näherungsweise die Abweichung der Kopplung $[H_k gg](t)$ vom Standardmodell an. Entsprechend ist die Abweichung der Higgs-Gluon-Kopplung über Bottom-Quarkschleifen durch $-\frac{\mathcal{Z}_{k3}^H}{c_\beta}$ beschrieben. Für standardmodellartige Higgsbosonen muss die Higgsmischungsmatrix also der Forderung genügen, dass diese Faktoren ungefähr bei 1 liegen.

4.2.2. Fusion über Squarkschleifen

Die Beiträge $[Hgg](\tilde{f})$ der effektiven Gluon-Higgs-Kopplung aus den Squarkschleifen betragen zusammengefasst ($\tau_{\tilde{f}} = \frac{4m_{\tilde{f}}^2}{M_h^2}$)

$$\begin{aligned} [Hgg]_S(\tilde{f}) &= -\frac{i}{\sqrt{2}\pi^2} \left(1 - \tau_{\tilde{f}} f(\tau_{\tilde{f}}) \right) [g\tilde{f}\tilde{f}]^2 [H\tilde{f}\tilde{f}] \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}\pi} \alpha_s \left(1 - \tau_{\tilde{f}} f(\tau_{\tilde{f}}) \right) [H\tilde{f}\tilde{f}] \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$[Hgg]_P(\tilde{f}) = 0. \quad (4.66)$$

Da im sfermionischen Fall keine Matrix γ_5 , die in den fermionischen Kopplungen letztendlich die pseudoskalare Struktur ergeben hat, auftauchen kann, gibt es nur die skalaren Beiträge. Zu jedem Quark q gehören zwei Squarkfelder \tilde{q}_L, \tilde{q}_R , damit sich die Zahl der fermionischen und bosonischen Freiheitsgrade im entsprechenden Superfeld deckt, und durch die Soft-SUSY-Brechung treten in der \tilde{q}_L, \tilde{q}_R -Basis nichtdiagonale Massenmatrizen auf. Diese müssen durch Übergang in die Masseneigenbasis \tilde{q}_1, \tilde{q}_2 diagonalisiert werden. Die Kopplung $[H\tilde{f}\tilde{f}]$ beinhaltet durch die Kombination der Mischungsmatrizen der Higgsbosonen \mathcal{Z}^H und nun denen der Sfermionen $\mathcal{Z}^{\tilde{f}}$ eine hohen Zahl an Termen, weswegen auf die Kopplungen in aller Vollständigkeit in [52] verwiesen werden muss. Als Beispiel sei hier die Kopplung zwischen einem

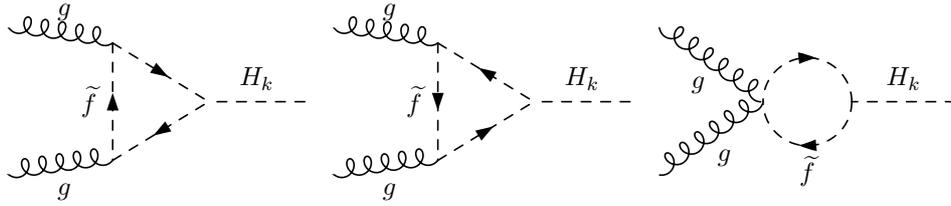


Abb. 4.6.: Skalare Beiträge über virtuellen Sfermionen. Kopplungen an die pseudoskalaren Anteile der Higgsbosonen kann es nicht geben (vgl. (4.17)).

Higgsboson H_k und zwei Top-Squarks \tilde{t}_i, \tilde{t}_j erwähnt,

$$\begin{aligned}
[H_k \tilde{t}_i \tilde{t}_j] &= \frac{1}{6\sqrt{2}} e^{-i(\phi_u + \phi_s)} \left[e^{i\phi_u} \mathcal{Z}_{i1}^{\tilde{u}*} \left(6y_t \mathcal{Z}_{j2}^{\tilde{u}} (A_t c_\beta e^{i(\phi_u + \phi_s)} \mathcal{Z}_{k4}^H \right. \right. \\
&\quad + \lambda^* (iv_d \mathcal{Z}_{k3}^H + v_d \mathcal{Z}_{k5}^H + v_s s_\beta \mathcal{Z}_{k4}^H)) - ie^{i\phi_s} \mathcal{Z}_{k2}^H (v_u \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}} (12y_t^2 + g_1^2 - 3g_2^2) \\
&\quad + 6A_t e^{i\phi_u} y_t \mathcal{Z}_{j2}^{\tilde{u}}) + i\mathcal{Z}_{k1}^H (6v_s \lambda^* y_t \mathcal{Z}_{j2}^{\tilde{u}} + v_d e^{i\phi_s} (g_1^2 - 3g_2^2) \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}}) \\
&\quad + 2ie^{i\phi_s} \mathcal{Z}_{i2}^{\tilde{u}*} \left(-3A_t^* y_t \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}} (\mathcal{Z}_{i2}^H - ic_\beta \mathcal{Z}_{k4}^H) + e^{i\phi_u} (2g_1^2 v_u \mathcal{Z}_{k2}^H \mathcal{Z}_{j2}^{\tilde{u}} \right. \\
&\quad - 6v_u y_t^2 \mathcal{Z}_{k2}^H \mathcal{Z}_{j2}^{\tilde{u}} + 3v_d \lambda e^{i\phi_s} y_t \mathcal{Z}_{k3}^H \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}} + 3iv_d \lambda e^{i\phi_s} y_t \mathcal{Z}_{k5}^H \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}} \\
&\quad \left. \left. + 3iv_s \lambda e^{i\phi_s} s_\beta y_t \mathcal{Z}_{k4}^H \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}}) + e^{i\phi_u} \mathcal{Z}_{k1}^H (-2g_1^2 v_d \mathcal{Z}_{j2}^{\tilde{u}} + 3v_s \lambda e^{i\phi_s} y_t \mathcal{Z}_{j1}^{\tilde{u}}) \right) \right]. \quad (4.67)
\end{aligned}$$

Die Gluon-Sfermion-Kopplungen $[g\tilde{f}\tilde{f}]$ hingegen haben die gleiche Form wie die Gluon-Fermion-Kopplungen $[gff]$, weil sie aus demselben Term der kovarianten Ableitung stammen. Außerdem können zwei Sfermionen an zwei Gluonen koppeln. Die Kopplungen lauten, wenn beachtet wird dass der $SU(3)_C$ -Generator, der zu jeder Kopplung gehört, bereits mit einem Vorfaktor von $\sqrt{2}$ berücksichtigt wird,

$$[g\tilde{f}\tilde{f}] = -i\sqrt{\pi\alpha_s} \quad (4.68)$$

$$[gg\tilde{f}\tilde{f}] = i\pi\alpha_s. \quad (4.69)$$

Explizite Rechnung für Squarkschleifen

Die Squarkschleifen können in Abb.4.6 gefunden werden, wobei die Impulse wieder gemäß Abb.4.5 definiert sind und die Kopplungen allgemein gehalten werden sollen. Im Gegensatz zu den fermionischen Schleifen trägt nun die kreisförmige Topologie über $[gg\tilde{f}\tilde{f}] \neq 0$ bei. Die Berechnung wird wieder in dimensionaler Reduktion durchgeführt.

Es gelten, wie bei der Rechnung für die Quarkschleifen, die kinematischen Beziehungen

$$k_1 + k_2 = k_3 \quad \text{Gesamtimpulserhaltung,} \quad (4.70)$$

$$\varepsilon_{1\mu} k_1^\mu = \varepsilon_{2\nu} k_2^\nu = 0 \quad \text{Transversalität der Gluonen,} \quad (4.71)$$

$$k_{1\mu} k_1^\mu = k_{2\mu} k_2^\mu = 0 \quad \text{Masselosigkeit der Gluonen,} \quad (4.72)$$

$$s \equiv (k_1 + k_2)^2 = 2k_1 k_2. \quad (4.73)$$

und

$$\langle \dots \rangle_q = (2\pi\mu)^{4-D} \int \frac{d^D q}{i\pi^2} \dots \quad (4.74)$$

$$\text{Den}_3 = (q^2 - m^2) \cdot ((q - k_1)^2 - m^2) \cdot ((q + k_2)^2 - m^2) \quad (4.75)$$

$$\text{Den}_2 = (q^2 - m^2) \cdot ((q - k_1 - k_2)^2 - m^2) \quad (4.76)$$

Die Gluon- und Higgs-Sfermionkopplungen sind nach (4.67)-(4.69) skalare Größen und können ausfaktorisiert werden. Die Strukturen der drei Subgraphen aus 4.6 sind dann

$$\mathcal{M}_{\triangleright 1} = \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} \frac{i^3}{4\pi^2} I_{\triangleright 1}^{\mu\nu} \sqrt{2}[g\tilde{f}\tilde{f}]^2 [H\tilde{f}\tilde{f}] \quad (4.77)$$

$$\mathcal{M}_{\triangleright 2} = \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} \frac{i^3}{4\pi^2} I_{\triangleright 2}^{\mu\nu} \sqrt{2}[g\tilde{f}\tilde{f}]^2 [H\tilde{f}\tilde{f}] \quad (4.78)$$

$$\mathcal{M}_\circ = \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} \frac{i^2}{4\pi^2} I_\circ^{\mu\nu} \sqrt{2}[gg\tilde{f}\tilde{f}] [H\tilde{f}\tilde{f}] \quad (4.79)$$

$$I_{\triangleright 1}^{\mu\nu} = \left\langle \frac{(-2q + k_2)^\mu (-2q - k_1)^\nu}{\text{Den}_3} \right\rangle_q \quad (4.80)$$

$$I_{\triangleright 2}^{\mu\nu} = \left\langle \frac{(2q + k_2)^\mu (2q - k_1)^\nu}{\text{Den}_3} \right\rangle_q = I_{\triangleright 1} \Big|_{q \rightarrow -q} \quad (4.81)$$

$$I_\circ^{\mu\nu} = \left\langle \frac{g^{\mu\nu}}{\text{Den}_2} \right\rangle_q \quad (4.82)$$

Das Vorgehen kann allgemein wie in Kapitel 4.2.1 und Anhang B sein. Weil die Lorentzstruktur des Ausdrucks in Abwesenheit pseudoskalarer Teile proportional zu $T_S^{\mu\nu}$ ist, lassen sich die Koeffizienten aus den $I^{\mu\nu}$ durch Projektion mit $S_{\mu\nu}$ bestimmen. Betrachten wir zunächst den ersten dreieckförmigen Graph,

$$S_{\mu\nu} I_{\triangleright 1}^{\mu\nu} = \left\langle \frac{k_{1\nu}k_{2\mu} - (k_1k_2)g_{\mu\nu}}{2(1-\varepsilon)k_1k_2} \left((-2q + k_1)^\mu (-2q - k_2)^\nu \right) \cdot \text{Den}_3^{-1} \right\rangle_q \quad (4.83)$$

$$= \frac{1}{2(1-\varepsilon)k_1k_2} \left\langle \left(4(k_1q)(k_2q) - 4(k_1k_2)q^2 \right) \cdot \text{Den}_3^{-1} \right\rangle_q, \quad (4.84)$$

dann folgt mit $s = 2k_1k_2$ und nach Anhang A

$$\langle q^2 \cdot \text{Den}_3^{-1} \rangle_q = (B_0(s, m^2, m^2) + m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2)) \quad (4.85)$$

$$\langle (k_1q)(k_2q) \cdot \text{Den}_3^{-1} \rangle_q = \left(\frac{s}{8} B_0(s, m^2, m^2) \right) \quad (4.86)$$

$$S_{\mu\nu} I_{\triangleright 1}^{\mu\nu} = \frac{1}{2(1-\varepsilon)} \left(-3B_0(s, m^2, m^2) - 4m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) \right). \quad (4.87)$$

Dieser Ausdruck divergiert für $\varepsilon \rightarrow 0$. Das problematische Verhalten verschwindet aber, wenn alle der Teilamplituden in Abb.4.6 aufsummiert werden. Man erhält für die kreisförmige Topologie

$$S_{\mu\nu} I_\circ^{\mu\nu} = \left\langle \frac{k_{1\nu}k_{2\mu} - (k_1k_2)g_{\mu\nu}}{2(1-\varepsilon)k_1k_2} \left(g^{\mu\nu} \right) \cdot \text{Den}_2^{-1} \right\rangle_q \quad (4.88)$$

$$= -\frac{3-2\varepsilon}{2(1-\varepsilon)} \langle \text{Den}_2^{-1} \rangle_q = \frac{2\varepsilon-3}{2(1-\varepsilon)} \frac{1}{4\pi^2} B_0(s, m^2, m^2) \quad (4.89)$$

Der Beitrag I_\circ muss mit einem Symmetriefaktor 2 multipliziert werden, der den beiden Möglichkeiten der Impulsrichtung entspricht. Bei den dreieckförmigen Beiträgen entspricht diese Impulskehr exakt dem Vertauschen der externen Gluonen, ist also schon durch $I_{\triangleright 1}^{\mu\nu} \longleftrightarrow I_{\triangleright 2}^{\mu\nu}$

berücksichtigt, also in der Summe

$$\mathcal{M}_{\text{ges}} = \mathcal{M}_{\triangleright 1} + \mathcal{M}_{\triangleright 2} + \mathcal{M}_o \quad (4.90)$$

$$= \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} \frac{\sqrt{2}}{4\pi^2} \left(i^3 [g\tilde{f}\tilde{f}]^2 (I_{\triangleright 1}^{\mu\nu} + I_{\triangleright 2}^{\mu\nu}) + i^2 [gg\tilde{f}\tilde{f}] (I_o^{\mu\nu} \times 2) \right) [H\tilde{f}\tilde{f}] \quad (4.91)$$

$$= \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} T_S^{\mu\nu} \frac{\sqrt{2}}{4\pi^2} \left(2i^3 [g\tilde{f}\tilde{f}]^2 \frac{-3B_0(s, m^2, m^2) - 4m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2)}{2(1-\varepsilon)} \right) \quad (4.92)$$

$$+ 2i^2 [gg\tilde{f}\tilde{f}] \frac{(2\varepsilon - 3)B_0(s, m^2, m^2)}{2(1-\varepsilon)} \Big) [H\tilde{f}\tilde{f}] \quad (4.93)$$

$$= \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} T_S^{\mu\nu} \frac{\sqrt{2}(-i)\alpha_s}{4\pi} \left(\frac{-2\varepsilon}{1-\varepsilon} B_0(s, m^2, m^2) - \frac{4m^2}{1-\varepsilon} C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) \right) [H\tilde{f}\tilde{f}]. \quad (4.94)$$

mit den Gluon-Sfermion-Kopplungen aus (4.68) und (4.69). Der Grenzübergang in vier Dimensionen ist nun endlich.

$$\mathcal{M}_{\text{ges}} = \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} T_S^{\mu\nu} \frac{\sqrt{2}(-i)\alpha_s}{4\pi} \left(2 - 4m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) \right) [H\tilde{f}\tilde{f}] \quad (4.95)$$

$$= \varepsilon_{1\mu}\varepsilon_{2\nu} T_S^{\mu\nu} \frac{(-i)\alpha_s}{\sqrt{2}\pi} \left(1 - \tau f(\tau) \right) [H\tilde{f}\tilde{f}], \quad (4.96)$$

Durch Koeffizientenvergleich kann (4.65) bestätigt werden.

4.2.3. Luminosität der Gluonen

Da die Gluonen statistisch im Proton verteilt sind, lässt sich aus der Schwerpunktsenergie der Protonstrahlen nicht der Gluonimpuls schließen. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gluon einen bestimmten Bruchteil $x \in \{0; 1\}$ des Protongesamtimpulses trägt, wird durch eine Gluon-Dichteverteilungsfunktion $g(x)$, engl. *parton distribution function* (PDF), wiedergegeben. Diese werden an experimentelle Daten von Beschleunigern gefittet, wobei das genaue Vorgehen zwischen den experimentellen Arbeitsgruppen variiert. Wir haben in dieser Arbeit die PDF von Martin, Stirling, Thorne und Watt 2008 mit 90% confidence level [59] verwendet. Die PDF ist explizit abhängig von der Skala Q^2 des Energieübertrags bei einer solchen Kollision, da bei hohem Q^2 mehr Gluonen aus der hadronischen Struktur aufgelöst werden und sich damit die Impulsverteilung ändert.

Weiterhin soll der Übergang in ein *reelles* Higgsboson betrachtet werden. Der Gesamtimpuls der Reaktion ist damit gleich M_H^2 , und die beiden Gluonen müssen einen kombinierten Bruchteil der Strahlenergie $\sqrt{s_{CM}}$ so tragen, dass Impulserhaltung erfüllt ist,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{M_h^2}{s_{CM}} \equiv \tau_h. \quad (4.97)$$

Die Schwerpunktsenergie der kollidierenden Strahlen beim LHC in den 2011 gesammelten Daten der ATLAS- und CMS-Experimenten [45, 46] lag bei $\sqrt{s_{CM}} = 7$ TeV. Dieser Wert wird auch in unseren Rechnungen verwendet. Der Wirkungsquerschnitt, der sich bei der Kollision von Protonen aus der Gesamtheit der Gluonen ergibt, errechnet sich dann als Faltung des oben bestimmten Wirkungsquerschnitts $\sigma_0(gg \rightarrow h)$ zweier einzelner Gluonen mit den PDFs und damit der Zahl der Zustände, in denen sich die beiden Gluonen anfangs befinden können.

Es gilt [60]

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{LO}}(gg \rightarrow h) &= \int_{\tau_h}^1 dx_1 \frac{\tau_h}{x_1} g(x_1, Q^2) g(\tau_h/x_1, Q^2) \sigma_0(gg \rightarrow h) \\
 &= \sigma_0 \tau_h \int_{\tau_h}^1 \frac{dx_1}{x_1} g(x_1, Q^2) g(\tau_h/x_1, Q^2) \\
 &\equiv \sigma_0 \tau_h \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{gg}}}{\partial \tau_h} .
 \end{aligned} \tag{4.98}$$

Für die numerische Evaluation des Integrals wurde die numerische Integration mit der Routine VEGAS verwendet, die Teil des CUBA-Pakets [61] für MATHEMATICA ist.

4.2.4. QCD-Korrekturen

Da die starke Kopplung in hadronischen Bindungszuständen wie Protonen so groß ist, dass Störungstheorie nicht mehr begründet werden kann, kann die führende Ordnung (LO)⁵ eines QCD-Prozesses von den nächsthöheren Ordnungen (NLO und NNLO)⁶ nichtvernachlässigbare Korrekturen erhalten. Jedes Gluon, das eine Fusion ermöglicht, ist von einem dichten See weiterer Gluonen umgeben, die bei hohen Energien aufgelöst werden können. Die daraus resultierenden Korrekturbeiträge gehen auf der selben Ordnung ein. Virtuelle Korrekturen sind durch Mehrschleifengraphen gegeben, reelle Korrekturen entstehen durch die assoziierte Produktion

$$gg \rightarrow Hg, \quad gq \rightarrow Hq, \quad g\bar{q} \rightarrow H\bar{q} \tag{4.99}$$

Typische Beispiele sind in Abb.4.7 zu sehen. Die reellen Korrekturen tragen insbesondere über weich⁷ abgestrahlte Gluonen einen großen Effekt. Um diese zu berechnen, muss eine sogenannte Resummation weicher Gluonen durchgeführt werden [62, 63].

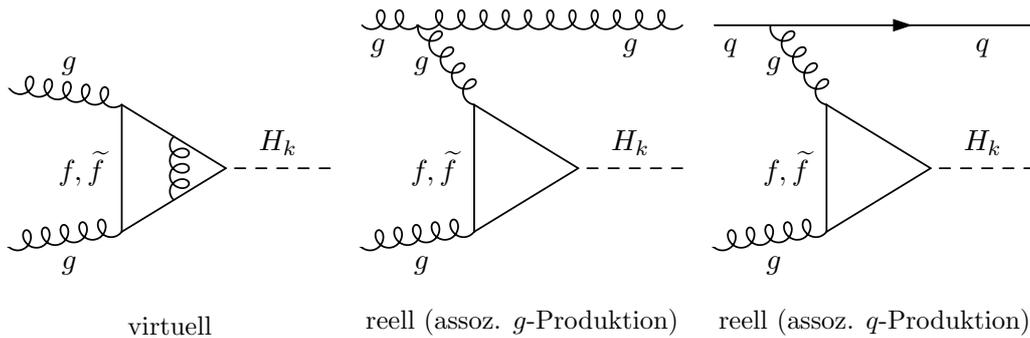


Abb. 4.7.: virtuelle (links) und reelle (rechts) QCD-Korrekturen

Daraus folgt eine theoretische Unsicherheit. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes $\sigma(gg \rightarrow H_k)$ ist der Fortran-Code HIGLU [64] frei verfügbar. Er wurde und von der Arbeitsgruppe von M. Mühlleitner mit Modifikationen für das reelle und komplexe NMSSM versehen. Das Programm berechnet für einen gegebenen Parameterpunkt die Wirkungsquerschnitte auf LO sowie NLO und NNLO numerisch. Die Resummation der Gluonen wird

⁵engl. leading order

⁶engl. next to leading order, next to next to leading order

⁷„weich“ ist eine Bezeichnung für die Gluonen, deren Impuls ausreichend gering ist dass die starke Kopplung nichtperturbativ, also zu groß für die Störungsrechnung ist.

dadurch beachtet, die QCD-Renormierungsskala auf die Hälfte der Higgsmasse zu setzen⁸. Die Berechnung der QCD-Korrekturen beinhaltet die komplizierte Skalenabhängigkeit aller Parameter. Im Speziellen muss beachtet werden, dass für die NNLO auch die Luminosität der Gluonen und die laufende starke Kopplung α_s auf diesen Ordnungen berechnet werden, damit die Rechnung konsistent bleibt. Für die NNLO-Rechnung muss gemäß (4.98) auch die korrigierte PDF verwendet werden, die von der MSTW-Arbeitsgruppe bereitgestellt wird. Das Verhältnis einer korrigierten Größe im Vergleich zur führenden Ordnung wird als *K-Faktor* definiert, auf NNLO also

$$K = \frac{\sigma^{\text{NNLO}}\left(\alpha_s^{\text{NNLO}}, \left(\frac{d\mathcal{L}^{\text{NNLO}}}{d\tau}\right)\right)}{\sigma^{\text{LO}}\left(\alpha_s^{\text{LO}}, \left(\frac{d\mathcal{L}^{\text{LO}}}{d\tau}\right)\right)} \quad (4.100)$$

Diese Berechnung der Gluonfusion auf NNLO ist relativ zeitaufwändig – da die Kopplung des Higgsbosons an zwei Gluonen selbst erst auf Einschleifenordnung abläuft, sind hier alle Feynmangraphen mit bis zu drei Schleifen zu berechnen. Bei manchen Parameterpunkten kann es eine gültige Annahme sein, dass sich diese Korrektur ausfaktorisieren lässt wenn sich K nur schwach mit der Variation der komplexen Phasen ϕ ändert. Jedoch konnten wir das nicht bestätigen,

$$\sigma^{\text{NNLO}}(\phi) = K(\phi) \times \sigma^{\text{LO}}(\phi) \not\approx K|_{\phi=0} \times \sigma^{\text{LO}}(\phi), \quad (4.101)$$

weil die Ergebnisse für $K(\phi)$ sich stellenweise mehr als 10% von $K|_{\phi=0}$ unterscheiden. Im allgemeinen, komplexen NMSSM kann das also nicht angenommen werden. Als Hauptgrund der starken Variation sehen wir die Abhängigkeit der Higgsmassen von den komplexen Phasen, wie in Kapitel 5 gesehen werden kann. Die praktische Berechnung wurde dadurch erheblich zeitaufwändiger, da für jeden Datenpunkt die NNLO-Rechnung von HIGLU neu ausgeführt werden musste.

4.3. Photonischer Zerfall $h \rightarrow \gamma\gamma$

Der Zerfall des Higgsbosons h in einen Endzustand mit zwei Photonen wird über die Schleifen in Abb.4.8 vermittelt. Diese beinhalten grundsätzlich alle Teilchen, die elektrisch geladen sind und ihre Masse der Kopplung an das Higgsboson zugeschrieben wird⁹. Im Vergleich zum Standardmodell können im NMSSM zusätzliche Schleifen über Sfermionen, Charginos und geladene Higgsbosonen auftreten. Die Fermionschleifen können außerdem über ihre CP-verletzende Kopplung an die pseudoskalaren Higgsbosonen a_d, a_u und a_s weitere Beiträge ausmachen [58]. Quantitativ lässt sich aber die Aussage treffen, dass die pseudoskalaren Matrixelementbeiträge den skalaren um ungefähr drei Größenordnungen unterlegen sind. Insgesamt wird der Prozess von den Beiträgen der W-Bosonen und Top-Quarks dominiert, die restlichen Beiträge unterliegen diesen typischerweise um eine bis zwei Größenordnungen. Da die Beiträge der zweiten Generationen der Standardmodellfermionen und Sfermionen vernachlässigbar ist, werden diese hier nicht aufgeführt.

⁸Diese Behelfsmäßigkeit wird in [65] gerechtfertigt.

⁹Diese Formulierung unterscheidet sich von der Formulierung „massebehaftet“, da die geladenen Winos zwar massebehaftet sind, aber ohne die Soft-SUSY-Brechung masselos wären.

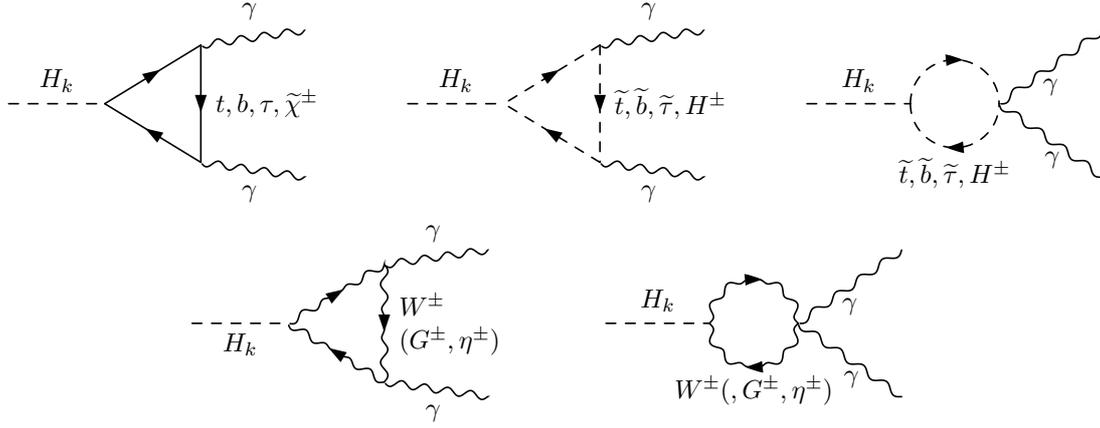


Abb. 4.8.: Die Beiträge zu $H_k \rightarrow \gamma\gamma$ über Schleifen der geladenen Fermionen, Sfermionen, W-Bosonen und geladenen Higgsbosonen H^\pm . Abhängig von der Eichung müssen für die Berechnung der W-Bosonschleifen die Schleifen mit geladenen Goldstonebosonen und Geistfeldern miteinbezogen werden.

Die Zerfallsbreite lautet [66]

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \underbrace{\frac{1}{2M_h}}_{\text{Normierung}} \times \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{Symmetriefaktor}} \times \underbrace{\frac{1}{8\pi}}_{\text{Phasenraumfaktor}} \times \underbrace{\frac{1}{M_h^2} \delta\left(1 - \frac{s}{M_h^2}\right)}_{\text{Impulserhaltung}} \times |\overline{\mathcal{M}}|^2 \\
 |\overline{\mathcal{M}}|^2 &= \sum_{\text{Pol.}} \left| \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{2\nu} \sum_{f, \tilde{f}, W, H} \left(T_S^{\mu\nu} [H\gamma\gamma]_S(f, \tilde{f}, W, H) + T_P^{\mu\nu} [H\gamma\gamma]_P(f) \right) \right|^2 \\
 &= 2 \sum_{f, \tilde{f}} \left(\left| [H\gamma\gamma]_S \right|^2 + \left| [H\gamma\gamma]_P \right|^2 \right) \tag{4.102}
 \end{aligned}$$

Zur Beschreibung von Zerfällen ist es üblich, nicht die Zerfallsbreite $\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)$ in den Endzustand selbst anzugeben, sondern das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(h \rightarrow \gamma\gamma) \equiv \frac{\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)}{\Gamma(h \rightarrow \text{all})}$, das auf die Gesamtbreite des zerfallenden Teilchens normiert wird. Die effektiven Kopplungen $[H\gamma\gamma]$ sind analog zu der Notation in Kapitel 4.2.1 bezeichnet. Die Unterscheidung in skalare und pseudoskalare geschieht durch ein S bzw. P im Index und die Aufschlüsselung nach den Schleifenteilchen durch Angabe der entsprechenden Felder im Argument. Mit den Zusammenfassungen

$$f = t, b, \tau, \chi_1^\pm, \chi_2^\pm, \tag{4.103}$$

$$\tilde{f} = \tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{\tau}_1, \tilde{\tau}_2, \tag{4.104}$$

und, wenn m die Masse des Schleifenteilchens ist, der allgemein formulierten Abkürzung

$$\tau = \frac{4m^2}{M_h^2}, \tag{4.105}$$

sind die Kopplungsbeiträge der Schleifen über Fermionen und Sfermionen gegeben durch

$$\begin{aligned} [H\gamma\gamma]_S(f) &= \frac{i}{2\pi^2} N_f m_f \left(1 + f(\tau)(1 - \tau)\right) [\gamma f f]^2 [H f f]_S \\ &= \frac{i}{2\pi^2} N_f m_f \left(1 + f(\tau)(1 - \tau)\right) (-i Q_f e)^2 [H f f]_S \\ &= -\frac{2i}{\pi} N_f \alpha Q_f^2 m_f \left(1 + f(\tau)(1 - \tau)\right) [H f f]_S, \end{aligned} \quad (4.106)$$

$$\begin{aligned} [H\gamma\gamma]_P(f) &= \frac{N_f i}{2\pi^2} m_f \left(f(\tau)\right) [\gamma f f]^2 [H f f]_P \\ &= -\frac{i}{\pi} \alpha N_f Q_f^2 m_f \left(f(\tau)\right) [H f f]_P, \end{aligned} \quad (4.107)$$

$$[H\gamma\gamma]_S(\tilde{f}) = \frac{i}{2\pi} \alpha N_{\tilde{f}} Q_{\tilde{f}}^2 \left(1 - \tau f(\tau)\right) [H \tilde{f} \tilde{f}], \quad (4.108)$$

$$[H\gamma\gamma]_P(\tilde{f}) = 0, \quad (4.109)$$

die der Schleifen über geladene Higgsbosonen durch

$$[H\gamma\gamma]_S(H^\pm) = -\frac{i}{8\pi^2} \left(1 - \tau f(\tau)\right) [\gamma H^+ H^-]^2 [H H^\pm H^\mp], \quad (4.110)$$

$$[H\gamma\gamma]_P(H^\pm) = 0, \quad (4.111)$$

und die der Schleifen über W-Bosonen durch

$$[H\gamma\gamma]_S(W^\pm) = -\frac{i}{8\pi^2} \tau^{-1} \left(2 + 3\tau + 3(2 - \tau) f(\tau)\right) [\gamma W W]^2 [H W W], \quad (4.112)$$

$$[H\gamma\gamma]_P(W^\pm) = 0. \quad (4.113)$$

Die Photonkopplungen an zwei geladenes Teilchen der Sorte X sind $[\gamma X X] = -ieQ$ mit der elektrischen Ladung Q . Außerdem zählt N die Anzahl der Farbzustände der Teilchen, also gibt es die Möglichkeiten

$$Q = \begin{cases} +\frac{2}{3} & \text{für up-artige Quarks und Squarks} \\ -\frac{1}{3} & \text{für down-artige Quarks und Squarks} \\ -1 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.114)$$

$$N = \begin{cases} 3 & \text{für Quarks und Squarks} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}. \quad (4.115)$$

Berechnung der fermionischen und skalaren Schleifen

Die Rechnungen für die Resultate ()-() der Top- und Bottom-Quarks, Tau-Leptonen, Charginos und Top- und Bottom-Squarks verlaufen algebraisch parallel zur entsprechenden Rechnungen der Gluonfusion. Zu beachten ist, dass für die Photonkopplung alle drei Farbzustände der Quarks und Sfermionen identisch sind. und die Summation über die Farbzustände entfällt. Man kann sich dann davon überzeugen, dass man die Kopplungen durch die Umskalierung

$$[H\gamma\gamma]_S(f) = \frac{N_f}{4\sqrt{2}} \frac{[\gamma\gamma f]_S}{[ggf]_S} [Hgg]_S(f) = \frac{e^2}{\sqrt{2}g_3^2} N_f Q_f^2 [Hgg]_S(f) \quad (4.116)$$

$$[H\gamma\gamma]_P(f) = \frac{N_f}{4\sqrt{2}} \frac{[\gamma\gamma f]_P}{[ggf]_P} [Hgg]_P(f) = \frac{e^2}{\sqrt{2}g_3^2} N_f Q_f^2 [Hgg]_P(f) \quad (4.117)$$

erhält, und analog mit den Superpartnern \tilde{f} an Stelle der f . Die Berechnung der Schleife über geladene Higgsbosonen lässt sich prinzipiell auch so durchführen wie die der Sfermionschleifen, da die Vertizes und Propagatoren die gleiche Form aufweisen.

Berechnung der W-Boson-Schleifen

Die Berechnung der Eichbosonschleifen kann je nach Eichung, in der sie durchgeführt wird, sehr aufwändig werden. In Abb.4.8 ist bereits angedeutet, dass zu den W-Boson-Schleifen allgemein noch weitere Schleifen betrachtet werden müssen. In FEYNARTS wird die Feynmaneichung verwendet. Dabei ergibt sich allgemein zu den dreieckigen und kreisförmigen W-Schleifen noch jede Kombination, in der ein Propagator eines W^\pm durch den Propagator eines geladenen Goldstonebosons G^\pm ersetzt wurde. Außerdem müssen die Schleifen betrachtet werden, in der alle Seiten durch geladene Geistfelder ersetzt werden. Für diese große Zahl an Beiträgen ist eine Computerrechnung per FEYNARTS also erforderlich.

Für eine Diskussion der manuellen Rechnung in unitärer oder allgemeiner R_ξ -Eichung sei auf [67] verwiesen.

4.4. Einschleifenkorrektur des Higgspropagators

In der vorhergehenden Beschreibung wurde die Higgsproduktion on-shell mit anschließendem Zerfall auf führender Ordnung betrachtet. In supersymmetrischen Theorien können die Propagatoren der Higgsbosonen aber, wie in Kapitel 2.3 angeführt, beachtliche Korrekturen erhalten, wenn die Supersymmetrie weich gebrochen ist. Die Korrekturen der von uns betrachteten Higgsmassen können sich im Allgemeinen stark auf die tree-level-Massen auswirken, weswegen in unseren Rechnungen die einschleifenkorrigierten (one-loop) Massen eingesetzt werden. Außerdem vermitteln Schleifenkorrekturen weitere Mischungen zwischen den Higgsbosonen wie in Abb.4.9 dargestellt. In unserer Methode werden diese Übergänge als Korrektur der Higgsmischungsmatrixelemente behandelt. Auf diese Art kann die Berechnung über den Feynmangraphen in Abb.4.1 mit einem einfachen Higgspropagator erfolgen. Alternativ wäre es möglich, die Übergänge im Higgspropagator explizit nach den Feynmangraphen in Abb.4.10 zu berechnen.

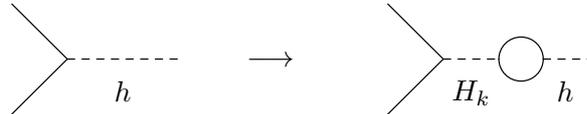


Abb. 4.9.: Schleifenkorrekturen des Higgspropagators. Die Korrektur kann als Korrektur der Drehmatrixelemente, die in den Vertices stecken, interpretiert werden.

Für die Berechnung der Einschleifenmassen müssen die Selbstenergiendiagramme berechnet werden, also die Diagramme mit zwei externen Higgsbosonen H_k, H_l . Die Selbstenergiebeiträge werden mit Σ_{kl} bezeichnet. Sie werden renormiert ($\hat{\Sigma}_{kl}$) und ergeben die renormierten Zweipunktfunktionen, dargestellt durch die 5×5 -Matrix

$$\hat{\Gamma}_{kl}(p^2) = i \left(\delta_{kl} (p^2 - M_{H_k}^2) + \hat{\Sigma}_{kl}(p^2) \right). \quad (4.118)$$

Die renormierten Massen \hat{M}_{H_k} sind dann die Nullstellen der diagonalisierten Matrix

$$\text{diag}(\hat{\Gamma}(p^2))_{kl} = i \left(\delta_{kl} (p^2 - \hat{M}_{H_k}^2) \right). \quad (4.119)$$

Ihre Berechnung [55,68] ist durch die Impulsabhängigkeit der Selbstenergiekorrekturen selbst schwierig. Näherungen wie

$$\hat{\Sigma}_{kl}(p^2) \approx \hat{\Sigma}_{kl}(0) \quad \text{oder} \quad \hat{\Sigma}_{kl}(p^2) \approx \text{Re} \hat{\Sigma}_{kl} \left(\left(\frac{M_k + M_l}{2} \right)^2 \right) \quad (4.120)$$

sind begrenzt gültig und in [69] und [55] genauer beschrieben. Eine korrektere, iterative Berechnung von (4.118) und (4.119), beginnend bei $p^2 = M_{H_k}^2$, wurde von dem MATHEMATICA-Programm durchgeführt, das für [68] erstellt wurden. Für die Berechnung der korrigierten Drehmatrixelemente werden darin alle Selbstenergien aufsummiert, die Übergänge zwischen dem standardmodellartigen Higgsboson h und einem davon verschiedenen $H_k \neq h$ beschreiben. Das Programm gibt dann die Parameter inklusive der einschleifenkorrigierten Massen in SLHA¹⁰-kompatiblen Dateien aus und werden von dem FORTRAN-Code, der für diese Arbeit geschrieben wurde, eingelesen. Die in dem Programm verwendete Methode ist ausgiebig erklärt in [55], [70] und [71].

Bei der Verwendung der einschleifenkorrigierten Massen in der computeralgebraischen Berechnung kann es zu Problemen kommen. Die Methode mittels FEYNARTS und FORMCALC erfordert, die Eichbosonenschleifen in der Feynman-Eichung durchzuführen. Dann müssen zu den Graphen, die den photonischen Zerfall über W^\pm beschreiben, auch alle Graphen, bei denen die drei W^\pm durch das geladene Goldstoneboson G^\pm ersetzt werden, miteinbezogen werden. Durch die Korrektur der Kopplungen wurde aber die tree-level-Relation

$$[H_k G^+ G^-] = -\frac{M_{H_k}^2}{2M_W^2} [H_k W^+ W^-] \quad (4.121)$$

verletzt, die auf jeder Ordnung Störungstheorie erfüllt sein muss, damit das Resultat *eichinvariant* bleibt. In der unitären Eichung (vgl. Kapitel 2.2) werden die G^\pm als longitudinale Polarisierungen der W^\pm absorbiert und somit schon durch die W^\pm -Graphen beschrieben, wodurch sich das Problem in dieser Methode nicht stellt.

Die oben erwähnte, alternative Beschreibung der Einschleifenpropagatoren wurde nicht durchgeführt. Dies soll aber in Zukunft für eine Vergleichsrechnung geschehen. Dabei lässt man die Higgsmischungsmatrixelemente auf Baumgraphenniveau und berechnet alle Beiträge der Selbstenergien zum Propagator selbst, das heißt man nimmt zum Prozess führender Ordnung

$$gg \longrightarrow h|_{p^2=M_h^2} \longrightarrow \gamma\gamma \quad (4.122)$$

noch die Prozesse hinzu, in denen Übergänge zwischen den Higgsmasseneigenzuständen vermittelt werden,

$$gg \longrightarrow h|_{p^2=M_h^2} \longrightarrow H_k|_{p^2=M_h^2} \longrightarrow \gamma\gamma \quad (4.123)$$

$$gg \longrightarrow H_k|_{p^2=M_h^2} \longrightarrow h|_{p^2=M_h^2} \longrightarrow \gamma\gamma . \quad (4.124)$$

Es müssen, im Fall einer CP-verletzenden Higgsmassenmatrix, alle $k = 1 \dots 5$ ($H_k \neq h$) in Betracht gezogen werden müssen, auch wenn die schweren Higgsbosonen nur kleine Teile der Korrektur ausmachen. Wie beschrieben ist dies eine Rechnung, auf die in einer zukünftigen Rechnung eingegangen werden kann.

¹⁰Den „SUSY Les Houches Accord“ gibt es bisher nur für das reelle und komplexe MSSM und das reelle NMSSM [78, 79]. Indem analog zu den Datenblöcken reeller Parameter ein Block ähnliche Nomenklatur für die Imaginärteile eingeführt wurde, konnten die Parameter komplex übermittelt werden.



Abb. 4.10.: Korrekturen des Prozesses $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ durch explizite Berechnung der Übergänge im Propagator.

4.5. Phasenraumüberlegungen

Für die Zusammensetzung der Zwischenresultate $\sigma(gg \rightarrow h)$ und $\text{BR}(h \rightarrow \gamma\gamma)$ zum Gesamtwirkungsquerschnitt $\sigma(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)$ sollte sich vergewissert werden, die Phasenraumfaktoren der Teilgrößen korrekt zu kombinieren. Dieser Nachweis soll hier in einer allgemeinmöglichen Art für Prozesse der Form $2 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ erbracht werden. Der differentielle Wirkungsquerschnitt der Streuung zweier Teilchen mit Impulsen p_a, p_b ist gegeben durch

$$d\sigma = \underbrace{\frac{1}{2E_a 2E_b |v_{\text{rel}}|}}_{\Phi_{\text{rel}}^{-1}} \left(\prod_{\text{final}} \frac{d^3 p}{(2\pi)^2 2E} \right) (2\pi)^4 \delta(p_a + p_b - \sum_{\text{final}} p) |\mathcal{M}|^2 \quad (4.125)$$

mit dem Flussfaktor Φ_{rel} , bestehend aus den Energien der Ausgangsteilchen E_1, E_2 und deren Relativgeschwindigkeit $|v_{\text{rel}}|$, dem Matrixelement, einem Phasenraumelement für jeden Endzustand und einer impulserhaltenden Delta-Distribution. Dazu soll der Zusammenhang des $2 \rightarrow 2$ -Wirkungsquerschnitts zu den Teilprozessen $2 \rightarrow 1$ (Fusion) und $1 \rightarrow 2$ (Zweikörperzerfall) hergestellt werden. Es seien nun allgemein p_A, p_B die Impulse der Endzustände, P den Impuls des Zwischenzustands „1“ und entsprechend E_P, M_P dessen Energie und Masse bezeichnen.

Dann setzt sich der $2 \rightarrow 2$ -Wirkungsquerschnitt zusammen aus

$$d\sigma_{2 \rightarrow 2} = \Phi_{\text{rel}}^{-1} \left(\prod_{A,B} \frac{d^3 p}{(2\pi)^2 2E} \right) (2\pi)^4 \delta(p_a + p_b - p_A - p_B) |\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}|^2 \quad (4.126)$$

$$d\sigma_{2 \rightarrow 1} = \Phi_{\text{rel}}^{-1} \left(\frac{d^3 P}{(2\pi)^2 2E_P} \right) (2\pi)^4 \delta(p_a + p_b - P) |\mathcal{M}_{2 \rightarrow 1}|^2 \quad (4.127)$$

$$d\Gamma_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2M_P} \left(\prod_{A,B} \frac{d^3 p}{(2\pi)^2 2E} \right) (2\pi)^4 \delta(P - p_A - p_B) |\mathcal{M}_{1 \rightarrow 2}|^2. \quad (4.128)$$

Zu beachten ist der Faktor $\frac{1}{2M_P}$, der bei dem Zerfall eines einzelnen Teilchens in seinem Ruhesystem an Stelle des Flussfaktors tritt. Die Komposition des Matrixelements $|\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}|^2$ der beiden Fälle in Kapitel 4.4 kann unabhängig von der konkreten Form der Amplituden von Fusion oder Zerfall aufgestellt werden, die Verbindung soll jedoch auf einen skalaren Propagator eingeschränkt sein. Mit endlicher Zerfallsbreite Γ_P lautet die quadrierte Gesamtamplitude

$$|\mathcal{M}_{2 \rightarrow 2}|^2 = \left| \mathcal{M}_{2 \rightarrow 1} \cdot \frac{i}{P^2 - M_P^2 + iM_P \Gamma_P} \cdot \mathcal{M}_{1 \rightarrow 2} \right|^2. \quad (4.129)$$

Für Teilchen, deren Breite vergleichsweise klein gegenüber ihrer Masse sind, lässt sich im Grenzfall kleiner Zerfallsbreiten Γ_P der Propagator mit der *narrow width approximation* nähern,

$$|\mathcal{M}_{2\rightarrow 2, \text{NWA}}|^2 = |\mathcal{M}_{2\rightarrow 1}|^2 \cdot \frac{1}{(P^2 - M_P^2)^2 + M_P^2 \Gamma_P^2} \Big|_{\Gamma_P \ll M_P} \cdot |\mathcal{M}_{1\rightarrow 2}|^2 \quad (4.130)$$

$$= |\mathcal{M}_{2\rightarrow 1}|^2 \cdot \frac{\pi}{M_P \Gamma_P} \delta(P^2 - M_P^2) \cdot |\mathcal{M}_{1\rightarrow 2}|^2 + \mathcal{O}\left(\frac{\Gamma_P^2}{M_P^2}\right) \quad (4.131)$$

wobei sich über einen Koeffizientenvergleich und die Integration

$$\int \frac{d^3 P}{2E_P} \delta(p_a + p_b - P) \delta(P - p_A - p_B) = \delta(p_a + p_b - p_A - p_B) \quad (4.132)$$

der Gesamtwirkungsquerschnitt auf die einfache Form

$$\sigma_{2\rightarrow 2} = \sigma_{2\rightarrow 1} \frac{\Gamma_{1\rightarrow 2}}{\Gamma_P} \delta(P^2 - M_P^2) \quad (4.133)$$

$$= \sigma_{2\rightarrow 1} \text{BR}(1 \rightarrow 2) \delta(P^2 - M_P^2) \quad (4.134)$$

reduziert.

Ziel unserer Analyse ist, den Einfluss möglicher Phasen komplexer NMSSM-Parameter auf den kombinierten Wirkungsquerschnitt der Higgsuche über den Kanal $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ zu überprüfen. Als Kurzschreibweise sei nun

$$\sigma \cdot \text{BR} \equiv \sigma(gg \rightarrow h) \times \text{BR}(h \rightarrow \gamma\gamma) \quad (5.1)$$

definiert und analog dazu für die Teilkomponenten $\sigma \equiv \sigma(gg \rightarrow h)$ und $\text{BR} \equiv \text{BR}(h \rightarrow \gamma\gamma)$. Wie im vorhergehenden Kapitel soll eines der fünf neutralen Higgsbosonen H_k als standardmodellartig und damit mit h bezeichnet werden, wenn seine Kopplungen an die Teilchen des Standardmodells vergleichbare Werte annehmen. Nachdem wir in den vorgehenden Kapiteln bestimmt haben, wie die Teile σ und BR zu bestimmen und zusammensetzen sind, können nun numerische Vorhersagen im Rahmen dieses Modells getroffen werden. Es erfordert aber noch einige Sorgfalt, die Programme untereinander zu vernetzen, so dass sie konsistente Resultate liefern. Der Weg ist wie folgt.

1. In MATHEMATICA wird die Berechnung aller Massen und Mischungsmatrixelemente auf Einschleifenordnung im komplexen NMSSM nach [70] implementiert. Die Parameterpunkte werden im SLHA-Format ausgegeben.
2. Dessen Ergebnisse werden dann in den FORTRAN-Code eingelesen, der jeweils das Programm HIGLU [64] aufruft um den Gluonfusionwirkungsquerschnitt $\sigma(gg \rightarrow h)$ auf NNLO bestmöglichst zu bestimmen.
3. Dann wird die photonische Zerfallsbreite mit den Parametern der SLHA-Dateien berechnet. Anschließend wird das Programm HDECAY [72] aufgerufen, das die totale Zerfallsbreite des Higgsbosons berechnet. Dann kann das Verzweigungsverhältnis bestimmt und $\sigma \cdot \text{BR}$, σ , BR und weitere Parameter zur graphischen Darstellung ausgegeben werden.

Angemerkt sei, dass die beiden frei verfügbaren FORTRAN-Codes HIGLU [64] und HDECAY [72] während der Zeit dieser Arbeit in der Arbeitsgruppe von Prof. Mühlleitner um die Unterstützung des reellen und komplexen NMSSM und um die SLHA-Kompatibilität erweitert wurden. Teil dieser Arbeit war jedoch explizit, die Resultate für σ und BR auf Baumgraphenniveau mit Hilfe der computeralgebraischen Methode [29, 53] zu bestimmen und damit eine unabhängige Rechnung zu geben. Die Berechnung von σ auf NNLO-Niveau sowie

der Gesamtbreite des Higgsbosonzerfalls konnten in diesem Umfang nicht erbracht werden. Es werden zwei Parameterpunkte betrachtet, die in Anlehnung an die Namensgebung in [73] NMP9 und NMP1 heißen sollen. Die folgenden Parameter des Standardmodells sind in beiden Punkten gleich gesetzt.

$$\text{Fermikonstante} \quad G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (5.2)$$

$$\text{starke Kopplung an der Skala } M_Z \quad \alpha_s(M_Z) = 0.1184 \quad (5.3)$$

$$\text{Feinstrukturkonstante} \quad \alpha = (137.036)^{-1} \quad (5.4)$$

$$\text{Z-Bosonmasse} \quad M_Z = 91.12 \text{ GeV} \quad (5.5)$$

$$\text{Polmasse des Top-Quarks} \quad M_t = 173.20 \text{ GeV} \quad (5.6)$$

$$\text{Polmasse des Bottom-Quarks} \quad M_b = 4.19 \text{ GeV} \quad (5.7)$$

$$\text{Polmasse des Tau-Leptons} \quad M_\tau = 1.78 \text{ GeV} \quad (5.8)$$

Der Wert der Fermikonstante bestimmt den Wert der elektroschwachen Skala über den Zusammenhang

$$v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} = 246.22 \text{ GeV}. \quad (5.9)$$

Die Angabe von G_F , M_Z und α genügt dann, um daraus den Weinbergwinkel Θ_W , die W-Bosonmasse M_W und die elektroschwachen Kopplungen g_2 , g_1 beziehungsweise die Elementarladung e mit Hilfe der Gleichungen (2.13), (2.25) und (2.26) zu bestimmen. Weiter seien auch die Polmassen der leichteren Standardmodellfermionen auf die in der Literatur üblichen Werte¹ gesetzt. Die Polmassen unterscheiden sich aber bei den Top- und Bottom-Quarks, die den Hauptteil der Gluonfusion ausmachen, stark von den im $\overline{\text{DR}}$ -Renormierungsschema bestimmten laufenden Massen, die unter den beiden Punkten NMP9 und NMP1 spezifiziert sind. Die beiden Parameterpunkte wurden mit Hilfe eines Scans über Parameterbereiche gewonnen, der theoretischen und experimentellen Grenzen genügt. Im Speziellen bedeutet dies erstens [73], dass der Squarksektor die in Kapitel 2.3 ausgeführten fine-tuning-Probleme vermeidet und Parameter im Higgssektor wie $|\lambda|$ und $|\kappa|$ nicht zu Unitaritätsverletzungen oder, im Fall von v_s , zu einem natürlichen Wert von μ_{eff} in (3.13) führen. Zweitens dürfen die nichtstandardmodellartigen Higgsbosonen durch die bisher bestätigten Resultate von LEP [48], Tevatron [47] und LHC [45, 46] nicht ausgeschlossen sein. Drittens werden zwei Forderungen an das standardmodellartige Higgsboson h selbst gestellt:

- Seine Masse soll im Bereich zwischen 120 GeV und 130 GeV liegen.
- Der *inklusive* Produktionsquerschnitt, der neben der Gluonfusion auch Vektorbosonfusion, assoziierte Higgsproduktion mit einem Top-Antitop-Paar und Higgsstrahlung einschließt, soll zusammen mit den wichtigsten Zerfallskanälen² nur höchstens 20% vom Standardmodell abweichen.

Die Suche nach Higgsbosonen in der Nähe von 124 GeV basiert auf aktuellen Messdaten der LHC-Experimente ATLAS [45] und CMS [46] zur Higgssuche, die auf ein hypothetisches Higgsboson in diesem Massenbereich hindeuten. Es sei nun der folgenden Analyse vorangestellt, dass es bei beiden Parameterpunkten genau ein standardmodellähnliches Higgsboson gibt. Es ist

bei NMP9 der drittschwerste Masseneigenzustand $h = H_3$ mit $M_h = 124.95 \text{ GeV}$,

bei NMP1 der leichteste Masseneigenzustand $h = H_1$ mit $M_h = 121.73 \text{ GeV}$,

¹ $M_u = 2.5 \text{ MeV}$, $M_d = 4.95 \text{ MeV}$, $M_s = 101 \text{ MeV}$, $M_c = 1.27 \text{ GeV}$, $M_e = 0.51 \text{ MeV}$, $M_\mu = 105.7 \text{ MeV}$

²Diese sind, in dieser Arbeit, neben dem photonischen Zerfall die direkten Zerfälle in zwei Vektorbosonen WW oder ZZ , die dann wiederum über Endzustände mit vier Leptonen nachgewiesen werden.

wenn die Massen im reellen NMSSM berechnet werden, also alle komplexen Phasen auf Null gesetzt sind. Durch Variation dieser wird sich die Masse dieses Zustands nach oben oder unten ändern. Diesen Effekt wollen wir in unseren Graphen auch verdeutlichen.

5.1. Parameterpunkte

Die beiden Parametersätze werden nun soweit beschrieben, dass es mit diesen Information möglich ist, die später präsentierten Graphen zu rekonstruieren.

NMP9

$$\text{Superpotentialparameter} \quad |\lambda| = 0.72 \quad (5.10)$$

$$\text{Superpotentialparameter} \quad |\kappa| = 0.20 \quad (5.11)$$

$$\text{Mischung der Higgs-Vakuumerwartungswerte} \quad \tan \beta = 3.00 \quad (5.12)$$

$$\text{Singlett-Vakuumerwartungswert} \quad v_s = 275.37 \text{ GeV} \quad (5.13)$$

$$\text{trilinearer Brechungsparameter} \quad |A_\kappa| = 27 \quad (5.14)$$

$$\text{trilinearer Top-Quark-Brechungsparameter} \quad |A_t| = 875 \quad (5.15)$$

$$\text{trilinearer Bottom-Quark-Brechungsparameter} \quad |A_b| = 963 \quad (5.16)$$

$$\text{trilinearer Tau-Brechungsparameter} \quad |A_\tau| = 1000 \quad (5.17)$$

$$\text{Bino-Masse} \quad |M_1| = 145 \text{ GeV} \quad (5.18)$$

$$\text{Wino-Masse} \quad |M_2| = 200 \text{ GeV} \quad (5.19)$$

$$\text{Gluino-Masse} \quad |M_3| = 600 \text{ GeV} \quad (5.20)$$

$$\text{Masse der geladenen Higgsbosonen} \quad M_{H^\pm} = 629 \text{ GeV} \quad (5.21)$$

$$\text{Masse der dritten Squarkgeneration} \quad M_{Q_3} = 490 \text{ GeV} \quad (5.22)$$

$$\text{Masse des rechtshändigen Stop} \quad M_{tR} = 477 \text{ GeV} \quad (5.23)$$

$$\text{Masse des rechtshändigen Sbottom} \quad M_{bR} = 1000 \text{ GeV} \quad (5.24)$$

$$\text{Laufende Top-Quark-Masse (nach } \overline{\text{DR}}\text{-Schema)} \quad m_t = 153.42 \text{ GeV} \quad (5.25)$$

$$\text{Laufende Bottom-Quark-Masse (nach } \overline{\text{DR}}\text{-Schema)} \quad m_b = 2.55 \text{ GeV} \quad (5.26)$$

NMP1

$$\text{Superpotentialparameter} \quad |\lambda| = 0.65 \quad (5.27)$$

$$\text{Superpotentialparameter} \quad |\kappa| = 0.25 \quad (5.28)$$

$$\text{Mischung der Higgs-Vakuumerwartungswerte} \quad \tan \beta = 3.00 \quad (5.29)$$

$$\text{Singlet-Vakuumerwartungswert} \quad |v_s| = 308.31 \text{ GeV} \quad (5.30)$$

$$\text{trilinearer Brechungsparameter} \quad |A_\kappa| = 17 \quad (5.31)$$

$$\text{trilinearer Top-Quark-Brechungsparameter} \quad |A_t| = 1142 \quad (5.32)$$

$$\text{trilinearer Bottom-Quark-Brechungsparameter} \quad |A_b| = 971 \quad (5.33)$$

$$\text{trilinearer Tau-Brechungsparameter} \quad |A_\tau| = 1000 \quad (5.34)$$

$$\text{Bino-Masse} \quad |M_1| = 105 \text{ GeV} \quad (5.35)$$

$$\text{Wino-Masse} \quad |M_2| = 200 \text{ GeV} \quad (5.36)$$

$$\text{Gluino-Masse} \quad |M_3| = 600 \text{ GeV} \quad (5.37)$$

$$\text{Masse der geladenen Higgsbosonen} \quad M_{H^\pm} = 625 \text{ GeV} \quad (5.38)$$

$$\text{Masse der dritten Squarkgeneration} \quad M_{Q_3} = 642 \text{ GeV} \quad (5.39)$$

$$\text{Masse des rechtshändigen Stop} \quad M_{tR} = 633 \text{ GeV} \quad (5.40)$$

$$\text{Masse des rechtshändigen Sbottom} \quad M_{bR} = 800 \text{ GeV} \quad (5.41)$$

$$\text{Laufende Top-Quark-Masse (nach } \overline{\text{DR}}\text{-Schema)} \quad m_t = 151.32 \text{ GeV} \quad (5.42)$$

$$\text{Laufende Bottom-Quark-Masse (nach } \overline{\text{DR}}\text{-Schema)} \quad m_b = 2.51 \text{ GeV} \quad (5.43)$$

Um bei den folgenden graphischen Darstellungen ein Maß für die theoretische Unsicherheit abzuschätzen, können die Higgsmassen des Parameterpunkts einmal mit den laufenden Quarkmassen berechnet werden und anschließend noch einmal mit den Quark-Polmassen. So eine Änderung der Parameter kann durchgeführt werden, um den Einfluss der unbekannt höheren Ordnungen abzuschätzen. Sind die Strahlungskorrekturen noch nicht gut durch die Einschleifenordnung beschrieben, kann das Ergebnis starke Abweichungen aufweisen. Diese Änderung der Quarkmassen geht aber ausschließlich in der Berechnung der einschleifenkorrigierten Higgsmassen ein; die Berechnung von $\sigma \cdot \text{BR}$ verwendet als Massen der Quarks die Polmassen aus (5.6) und (5.7). Die mit den Polmassen M_t, M_b bestimmten Higgsmassen werden nur für eine Vergleichsrechnung verwendet. Soweit nicht anders angegeben sind die Massen der Higgsbosonen also aus den laufenden Quarkmassen m_t, m_b berechnet.

Um die Übersichtlichkeit der Analyse zu gewährleisten, werden im Folgenden jeweils einzelne Phasen variiert. Soweit nicht anders angegeben, sind alle anderen der komplexen Parameter reell gesetzt. Es zeigt sich zudem, dass der mögliche Parameterbereich einiger Phasen nicht den kompletten Einheitskreis $e^{i\phi}$ mit $\phi \in [0; 2\pi]$ umfasst und bei der Variation von ϕ_u, ϕ_s oder ϕ_κ schon für Werte $\phi \gtrsim \frac{3}{32}\pi$ keine Parameterpunkte mehr erstellt werden können. Der Grund dessen ist, dass die Tadpolebedingungen des Higgspotentials für die ungeraden Higgsbosonen nach (3.29)-(3.31) hier keine reellen Lösungen mehr haben. In erlaubten Bereichen wird dahingegen die Zahl der voneinander unabhängigen Phasen durch diese Tadpolebedingungen eingeschränkt. Dies vereinfacht die Betrachtung. Von den noch freien seien in Kapitel 5.2 bis 5.4 einzelne ausgewählt, die die allgemein zu erwartenden Effekte in geeigneter Weise demonstrieren. Ein Vergleich kann mit Resultaten der *Higgs Cross Section Working Group* (HXS WG) [62] am LHC erfolgen, die für das Standardmodell die Wirkungsquerschnitte und Verzweigungsverhältnisse nach Higgsbosonmassen aufgeschlüsselt angeben. In den Darstellungen unserer Resultate für den gesamten Wirkungsquerschnitt $\sigma \cdot \text{BR}$ sollen die Bezugswerte der HXS WG $\sigma \cdot \text{BR}^{\text{HXS WG}}$ an der jeweiligen Masse des standardmodellartigen Higgsbosons an einem Parameterpunkt ausgewertet werden. Da die Higgsmassen generell mit den komplexen Phasen variieren, schwanken auch diese Bezugswerte mit entsprechender Phase. In Kapitel 5.5 werden die kombinierten Wirkungsquerschnitte $\sigma \cdot \text{BR}$ in Abhängigkeit der Phase und Higgsmasse gesammelt gegen die Daten der HXS WG verglichen, um die Abweichung unserer Resultate vom Standardmodell zu untersuchen.

5.2. Variation von ϕ_κ

Zuerst wird die Phase von κ in dem Intervall

$$\phi_\kappa \in \left[0; \frac{3\pi}{32}\right] \quad \text{am Punkt NMP9}$$

variiert. Es werden so viele Datenpunkte genommen, die ausreichen um Schaubilder glatt darstellen zu können. Dazu schreibt das Programm zu jedem bestimmten Punkt der Phase ϕ_κ den berechneten Wert des gesamten Wirkungsquerschnitts $\sigma \cdot \text{BR}$ des Kanals $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ sowie den Wirkungsquerschnitt σ der Gluonfusion und das Verzweigungsverhältnis BR des Photonenzerfalls in eine Datei in Verbindung mit der Masse M_h des standardmodellartigen Higgsbosons. Die so erhaltenen Verläufe sind in Abb.5.1 und Abb.5.2 graphisch aufgetragen.

Der erste Graph in Abb.5.1 zeigt den Verlauf von $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_\kappa)$. Betrachten wir zunächst die Kurve, für die die Higgsmassen mit den laufenden Quarkmassenparametern bestimmt wurden. Diese ist rot und durchgezogen gezeichnet. Sie nimmt Werte zwischen

$$\sigma \cdot \text{BR}(0)_{\text{lauf}} = 4.06 \cdot 10^{-2} \text{ pb} \quad \text{und} \quad \sigma \cdot \text{BR}\left(\frac{3\pi}{32}\right)_{\text{lauf}} = 2.46 \cdot 10^{-2} \text{ pb} \quad (5.44)$$

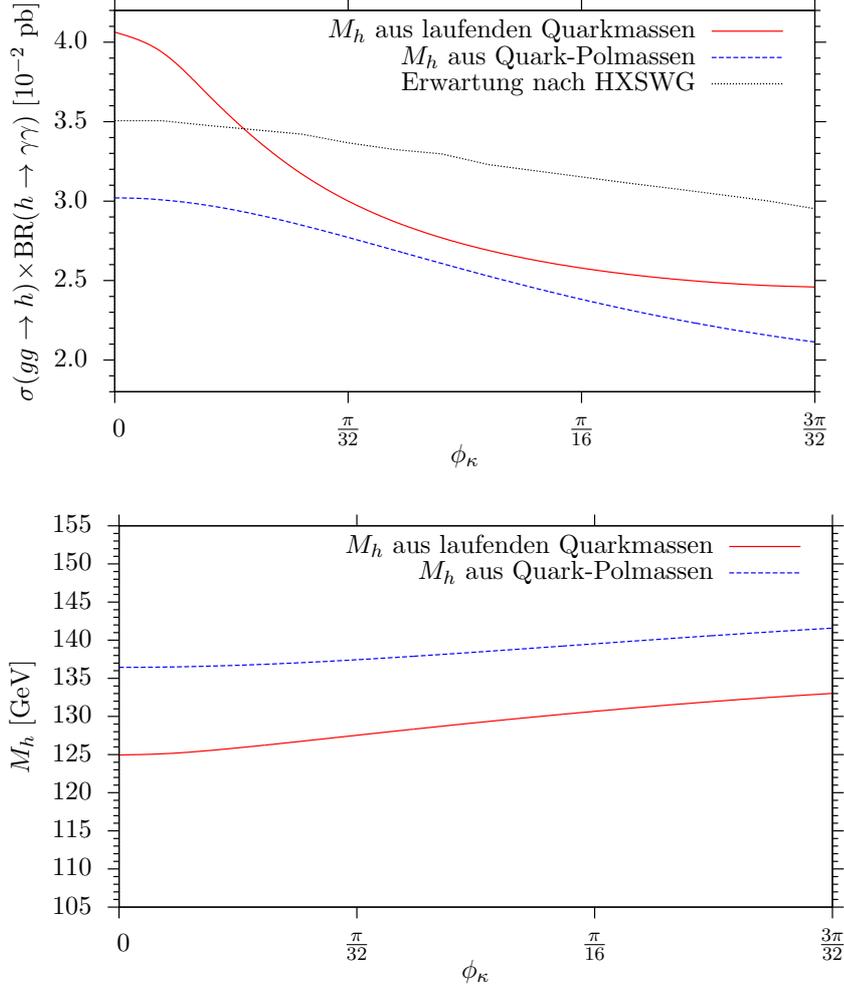


Abb. 5.1.: Gesamtwirkungsquerschnitt des Prozesses und M_h aus laufenden (durchgezogen) sowie Polmassen (gestrichelt) der Quarks, als Funktion der Phase $\phi_\kappa = \arg(\kappa)$. Betrachtet ist der Parameterpunkt NMP9. Der Wert $\sigma \cdot \text{BR}^{\text{HXSWG}}(\phi_\kappa)$ (gepunktet) im oberen Graph zeigt die Standardmodell-erwartung an der zugehörigen Higgsmasse nach der HXSWG (vgl. 5.5).

an. Dazwischen fällt sie monoton, wobei die Steigung für $\phi_\kappa < \frac{\pi}{32}$ am steilsten ist. Relativ zum reellen Fall $\phi_\kappa = 0$ ist der Wirkungsquerschnitt bei $\phi_\kappa = 0$ damit um

$$\frac{\sigma \cdot \text{BR}(\frac{3\pi}{32}) - \sigma \cdot \text{BR}(0)}{\sigma \cdot \text{BR}(0)} = 39\% \quad (5.45)$$

unterdrückt. Die gestrichelt dargestellte Kurve, die mit den mit Pol-Quarkmassen bestimmten Higgsmassen berechnet wurde, hat eine ähnliche, aber etwas gedämpfte Form und bewegt sich zwischen

$$\sigma \cdot \text{BR}(0)_{\text{pol}} = 3.02 \cdot 10^{-2} \text{ pb} \quad \text{und} \quad \sigma \cdot \text{BR}(\frac{3\pi}{32})_{\text{pol}} = 2.11 \cdot 10^{-2} \text{ pb}, \quad (5.46)$$

$$\frac{\sigma \cdot \text{BR}(\frac{3\pi}{32}) - \sigma \cdot \text{BR}(0)}{\sigma \cdot \text{BR}(0)} = 30\% . \quad (5.47)$$

Die maximale Differenz zwischen den beiden Kurven gibt eine konservative Abschätzung der theoretischen Unsicherheit aufgrund der nicht bekannten Strahlungskorrekturen an. In Abb.5.1 ist zu sehen, dass der Abstand bei $\phi_\kappa = 0$ am größten ist. Er beträgt

$$\Delta(\sigma \cdot \text{BR}) = |\sigma \cdot \text{BR}(0)_{\text{lauf}} - \sigma \cdot \text{BR}(0)_{\text{pol}}| = 1.00 \cdot 10^{-2} \text{ pb} \quad (5.48)$$

und macht damit eine Abweichung von 25% bezogen auf die rote Kurve aus. Die Masse des betrachteten standardmodellartigen Higgsbosons, $M_h(\phi_\kappa)$, ist im unteren Graphen in 5.1 zu sehen. Sie variiert in Abhängigkeit von ϕ_κ bei der Bestimmungsmethode über laufende Quarkmassen zwischen

$$M_h(0)_{\text{lauf}} = 125.0 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad M_h\left(\frac{3\pi}{32}\right)_{\text{lauf}} = 133.0 \text{ GeV}, \quad (5.49)$$

und für die Methode mit Polmassen zwischen

$$M_h(0)_{\text{pol}} = 136.4 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad M_h\left(\frac{3\pi}{32}\right)_{\text{pol}} = 141.6 \text{ GeV}. \quad (5.50)$$

Die Differenz der beiden Methoden ist wieder maximal an der Stelle $\phi_\kappa = 0$. Also

$$\Delta(M_h) = |M_h(0)_{\text{lauf}} - M_h(0)_{\text{pol}}| = 11.5 \text{ GeV}. \quad (5.51)$$

Damit unterliegt die Higgsmasse einer relativen theoretischen Unsicherheit von 9%, bezogen auf die Bestimmung mit laufenden Massen. Es ist demnach klar, dass der Effekt der CP-verletzenden Phase ϕ_κ auf die Higgsmasse nicht der einzige Grund für den starken Abfall und die theoretische Unsicherheit von $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_\kappa)$ sein kann. Um dessen Ursprung zu finden, sind in Abb.5.2 die Schaubilder für σ und BR getrennt aufgetragen.

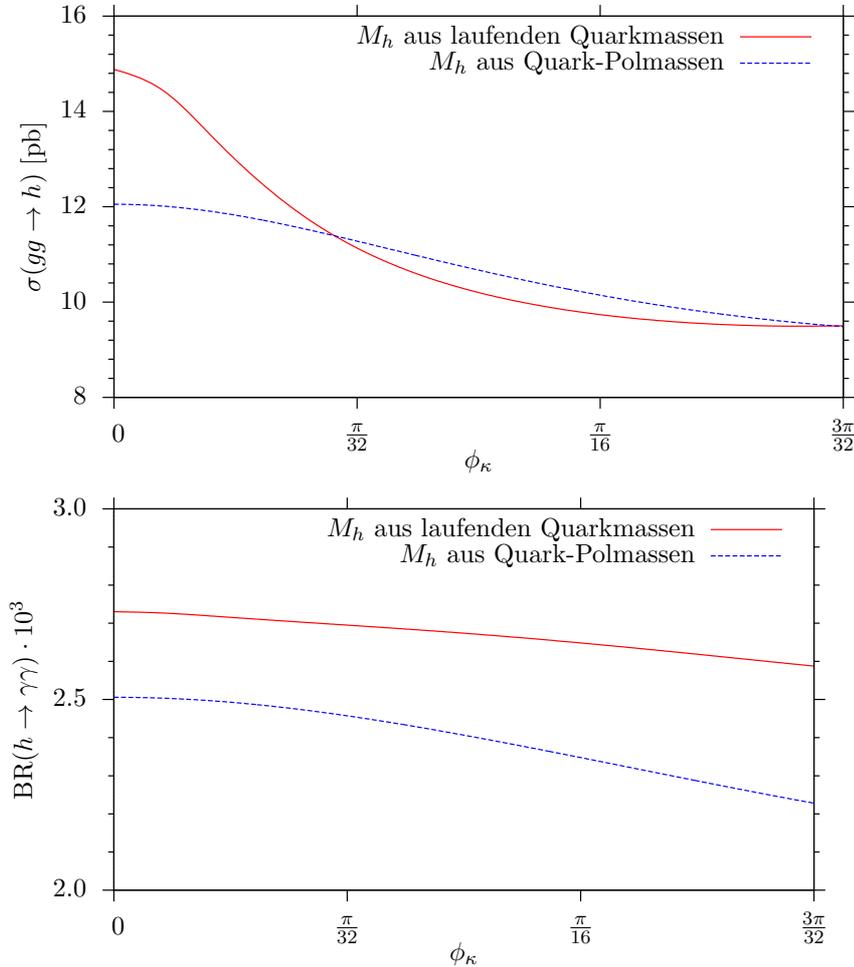


Abb. 5.2.: Wirkungsquerschnitt der Gluonfusion (oben) und Verzweigungsverhältnis in Photonen (unten) als Funktion von $\phi_\kappa = \arg(\kappa)$ am Punkt NMP9, für die Bestimmung der Higgsmassen mit laufenden (durchgezogen) sowie Polmassen (gestrichelt) der Quarks.

Die starke Phasenabhängigkeit von $\sigma \cdot \text{BR}$ stammt demnach aus der Abhängigkeit des Gluonfusionwirkungsquerschnitts σ , während sich das Verzweigungsverhältnis des photonischen Zerfalls nur moderat ändert. Aus den bestimmenden Gleichungen (4.10)-(4.12), (4.22) und (4.23)

der effektiven Gluon-Higgs-Kopplung $[Hgg]$ wird ersichtlich, dass dieser Effekt auf σ aus den Yukawakopplungen in den Quarkschleifen kommt, in die direkt die Mischungsmatrix \mathcal{Z}^H eingeht. Die Anteile des skalaren up-artigen h_u , skalaren down-artigen h_d und des pseudoskalaren a im standardmodellartigen Higgsboson h sind in Abb.5.5 in Abhängigkeit der Phase und der Bestimmungsmethode der Higgsmassen dargestellt. Wir sehen, dass dieser Verlauf die Form der Kurve für σ -BR in Abb.5.1 (oben) erklären kann. Dies gilt für die mit laufenden Quarkmassen bestimmten Higgsmassen wie für die mit Quark-Polmassen bestimmten Higgsmassen, wobei auch zu sehen ist, dass der Effekt im zweiten Fall kleiner ausfällt, was konform zur geringeren Schwankung dieser Kurve in Abb.5.1 ist.

Zum Vergleich betrachten wir hier auch die Variation von

$$\phi_\kappa \in \left[0; \frac{3\pi}{32}\right] \quad \text{am anderen Punkt NMP1 .}$$

Wir gehen weiterhin von der theoretischen Unsicherheit von 25% auf den gesamten Wirkungsquerschnitt σ -BR aus und berechnen die Higgsmassen in NMP1 auf Einschleifenordnung ausschließlich über die laufenden Quarkmassen 5.42,5.43 im $\overline{\text{DR}}$ -Schema. In Abb.5.3 und Abb.5.4 sind, analog zu Abb.5.1, der Wirkungsquerschnitt σ -BR und die Masse M_h des standardmodellartigen Higgsbosons in Abhängigkeit von ϕ_κ aufgetragen. Dieses Higgsboson h ist in diesem Modell der leichteste der fünf Higgsbosonen. Die Higgsmasse hat eine deutlich stärkere Abhängigkeit von der Phase ϕ_κ , sie nimmt außerdem mit steigender Phase ab. Das führt dazu, dass bereits bei sehr kleinen Phasen einerseits die Massengrenze von 120 GeV, andererseits die Vergleichbarkeit mit der HXSWG-Erwartung nicht mehr erfüllt werden kann (vgl. Kapitel 5.5). Die Kurve für σ -BR sieht vergleichbar zu der entsprechenden von NMP9 aus, beginnt aber auf einem kleineren Wert. Außerdem ist die relative Schwankung deutlich höher. Die Randpunkte der betrachteten Graphen sind gegeben durch

$$\sigma \cdot \text{BR}(0) = 3.66 \cdot 10^{-2} \text{ pb} \quad \text{und} \quad \sigma \cdot \text{BR}\left(\frac{3\pi}{32}\right) = 1.08 \cdot 10^{-2} \text{ pb} \quad (5.52)$$

$$\frac{\sigma \cdot \text{BR}\left(\frac{3\pi}{32}\right) - \sigma \cdot \text{BR}(0)}{\sigma \cdot \text{BR}(0)} \approx 70\% , \quad (5.53)$$

beziehungsweise

$$M_h(0) = 121.7 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad M_h\left(\frac{3\pi}{32}\right) = 95.0 \text{ GeV} \quad (5.54)$$

$$\frac{M_h\left(\frac{3\pi}{32}\right) - M_h(0)}{M_h(0)} \approx 22\% . \quad (5.55)$$

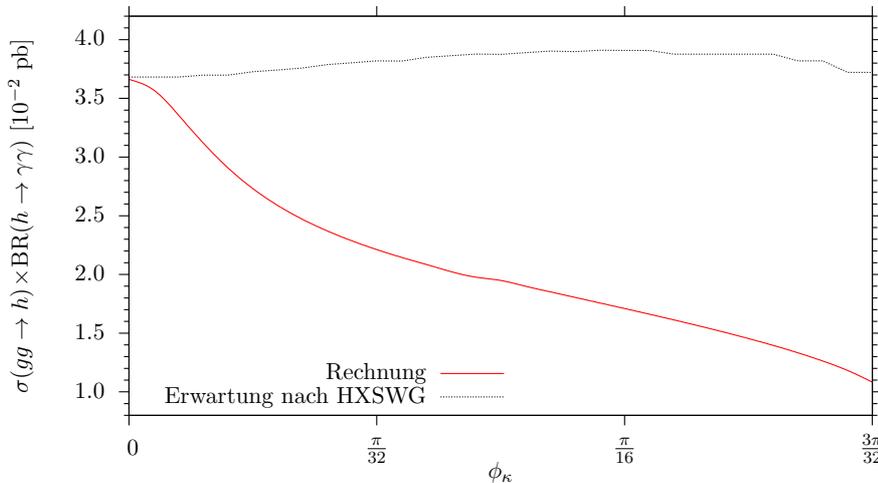


Abb. 5.3.: Gesamtwirkungsquerschnitt σ -BR(ϕ_κ) analog zu Abb.5.1(oben), aber am Parameterpunkt NMP1 . Es wird nur die Bestimmung von M_h mit laufenden Quarkmassen (durchgezogen) betrachtet. Die gepunktete Linie zeigt die Standardmodellerwartung an der zugehörigen Higgsmasse (vgl. 5.5).

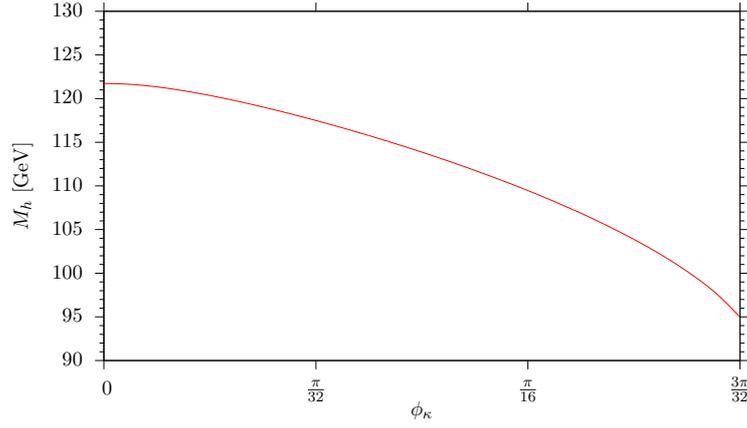


Abb. 5.4.: Masse des standardmodellartigen Higgsbosons als Funktion der Phase $\phi_\kappa = \arg(\kappa)$ analog zu Abb.5.1(unten), aber am Parameterpunkt NMP1 .

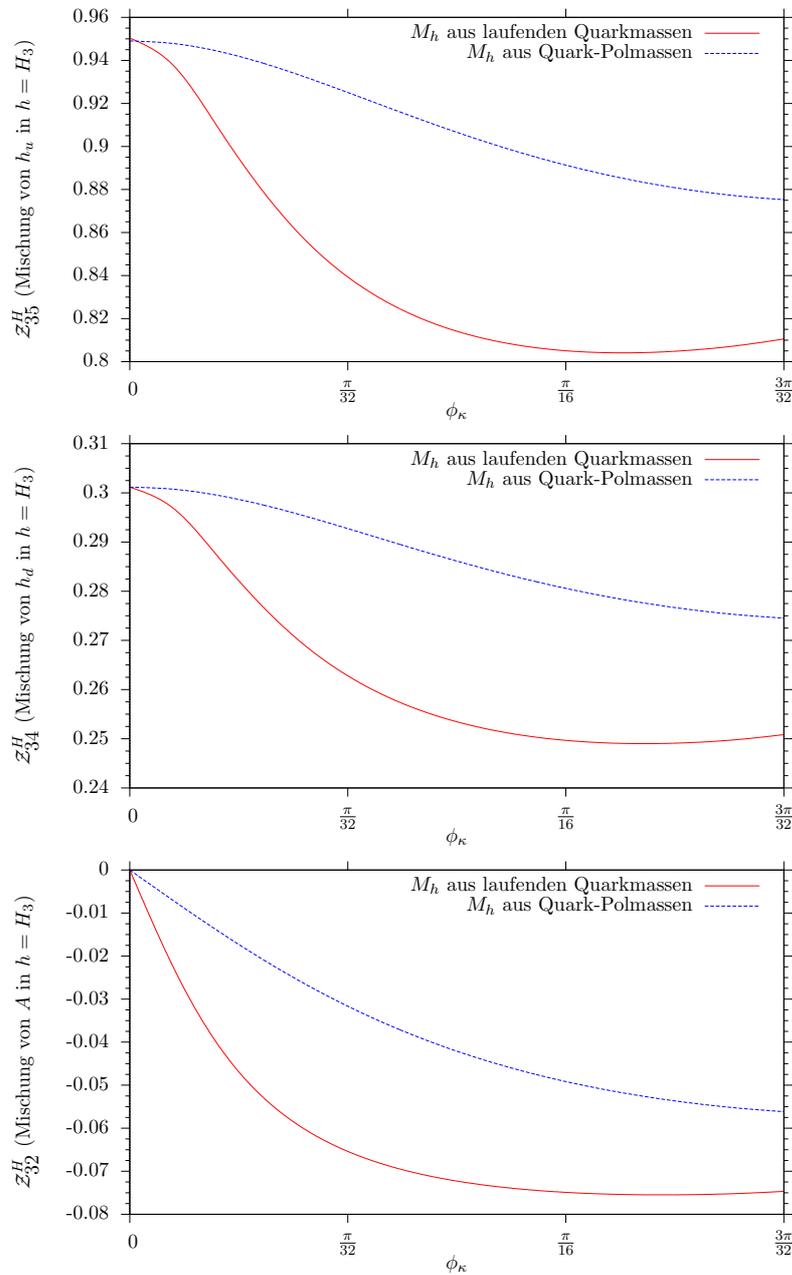


Abb. 5.5.: Abhängigkeit der Higgsmischungsmatrixelemente, die die Yukawakopplungen des standardmodellartigen Higgsbosons betreffen, von der Phase ϕ_κ am Punkt NMP9 .

Die Kurve $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_\kappa)$ in Abb.5.3 zeigt für Punkt NMP1 ein ähnliches Verhalten wie Abb.5.1. Die für den ersten Punkt getroffenen Aussagen sind auch in diesem Fall gültig. Im Vergleich zu 5.4 sieht man, dass die Änderung der Higgsmasse allein noch nicht ausreicht, um die Phasenabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts zu erklären. Es ist auch in diesem Fall der Wirkungsquerschnitt σ der Gluonfusion, der im Gegensatz zum relativ schwach mit ϕ_κ veränderlichen photonischen Verzweigungsverhältnis BR den Gesamtwirkungsquerschnitt $\sigma \cdot \text{BR}$ stark beeinträchtigt. Weitere Untersuchung zeigt, dass dieser Effekt auch von den Rotationsmatrixelementen kommt, die bei steigenden Phasen schnell abfallen und damit die Yukawakopplungen der Quarkschleifen, die den wesentlichen Beitrag der Gluonfusion ausmachen.

5.3. Simultane Variation von ϕ_κ und ϕ_λ

Die in (3.32) definierte Phase ϕ_I entscheidet über das Maß an CP-Verletzung der Higgsmassenmatrix auf tree-level. Es tritt keine andere Kombination komplexer Phasen mehr auf, weswegen die vier Phasen $\phi_\kappa, \phi_\lambda, \phi_u, \phi_s$ mittels ϕ_I korreliert sind. Diese Abhängigkeit lässt sich dadurch prüfen, die beiden Phasen

$$\phi_\kappa = \phi_\lambda \in \left[0; \frac{3\pi}{32}\right] \quad \text{am Punkt NMP9}$$

gleichzeitig zu variieren, während man ϕ_s und ϕ_u bei Null lässt. Es ist dann $\phi_I \equiv 0$ über den ganzen Bereich. Da ϕ_I die einzig physikalische Phase auf Baumgraphenniveau ist, erwarten wir keine Abhängigkeit der Higgsmassen von den einzelnen Werten $\phi_\kappa = \phi_\lambda$. Jegliche Abweichung der berechneten Higgsmassen $M_h(\phi_\kappa = \phi_\lambda)$ von der konstanten Funktion $M_h(\phi_\kappa) = M_h(0)$ muss dann aus den Korrekturen der nächsthöheren Ordnungen stammen, die separate Abhängigkeiten von den Phasen $\phi_\kappa, \phi_\lambda, \phi_u$ und ϕ_s haben. Die Auftragung in Abb.5.6 ermöglicht damit prinzipiell die Veranschaulichung der *radiativen CP-Verletzung*. In der Tat zeigt der Verlauf kaum Abhängigkeit der Higgsmassen von den einzelnen Werten von ϕ_κ bzw. ϕ_λ .

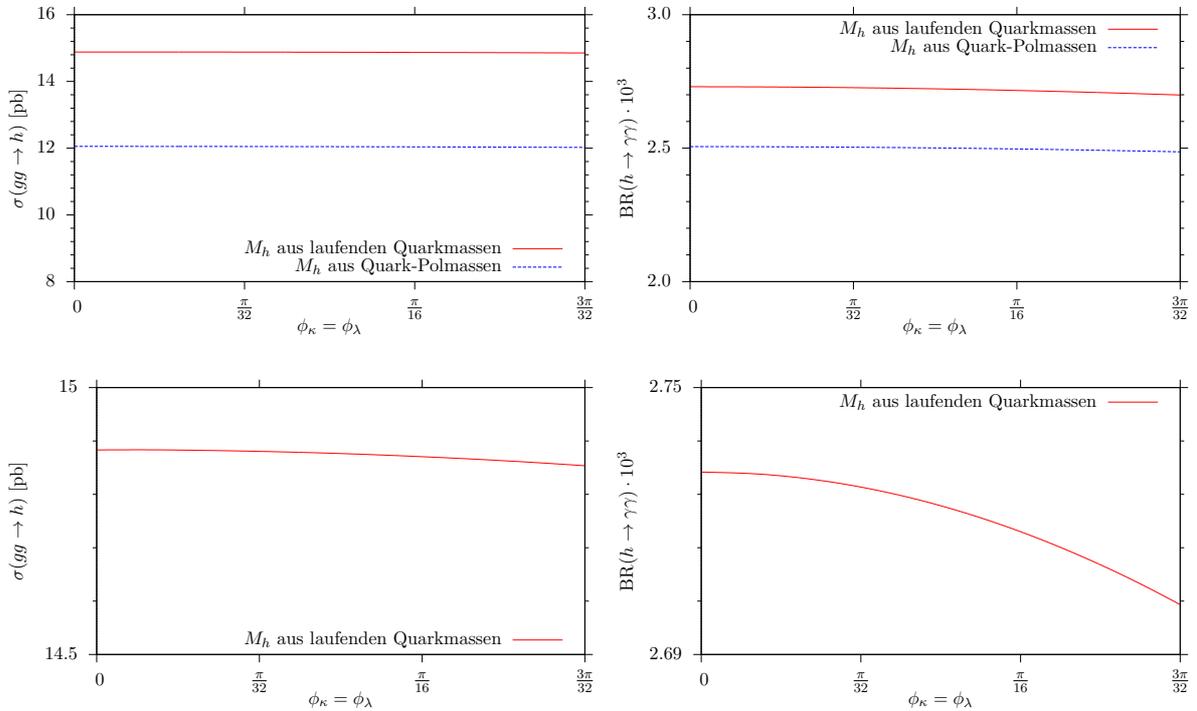


Abb. 5.6.: Die Abhängigkeit des Gluonenproduktionswirkungsquerschnitts σ (links) und Photonzerfallverzweigungsverhältnis BR (rechts) an NMP9 unter simultaner Variation von ϕ_κ und ϕ_λ , in den oberen Graphen für die unterschiedlichen Higgsmassenberechnungen mit laufenden Quarkmassen (durchgezogen) und Quark-Polmassen (gestrichelt). Die Randbedingung $\phi_I \equiv 0$ ist damit nach Definition (3.32) erfüllt. In der unteren Zeile wird die vertikale Achse im Vergleich zur oberen Zeile jeweils sechzehnfach skaliert, um die durchgezogene Kurve näher zu analysieren.

Für ein Verständnis der Größenordnung, auf der dieser Effekt hier eine Rolle spielt, sind in den unteren beiden Schaubildern in Abb.5.6 die vertikalen Skalen vergrößert dargestellt. Man sieht dadurch zwar eine Änderung sowohl des Produktionswirkungsquerschnitts σ als auch des Verzweigungsverhältnisses BR, die jedoch im Vergleich zum jeweiligen Wert bei $\phi_\kappa = \phi_\lambda = 0$ sehr schwach und insbesondere viel geringer als die theoretische Unsicherheit sind.

$$\frac{\sigma(\frac{3\pi}{32}) - \sigma(0)}{\sigma(0)} = -1.3\% \quad (5.56)$$

$$\frac{\text{BR}(\frac{3\pi}{32}) - \text{BR}(0)}{\text{BR}(0)} = -1.1\% . \quad (5.57)$$

Da bei konstantem ϕ_I der Higgssektor auf Baumgraphniveau unverändert bleibt, ist auch keine starke Änderung der Higgsmassen zu erwarten, da die Phase ϕ_κ allein erst auf Einschleifenordnung eine Rolle spielt. Die Massen variieren im Fall der Berechnung mit laufenden Quarkmassen zwischen

$$M_h(0) = 124.9 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad M_h(\frac{3\pi}{32}) = 125.0 \text{ GeV},$$

$$\frac{M_h(\frac{3\pi}{32}) - M_h(0)}{M_h(0)} \approx 0.04\% .$$

Ähnliches findet sich für die Rechnung mit Polmassen,

$$M_h(0) = 136.4 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad M_h(\frac{3\pi}{32}) = 136.5 \text{ GeV},$$

$$\frac{M_h(\frac{3\pi}{32}) - M_h(0)}{M_h(0)} \approx 0.05\% .$$

Dass die Phasenabhängigkeit der Higgsmassen auf Baumgraphniveau also von ϕ_I , nicht aber von ϕ_κ oder ϕ_λ separat gegeben ist, ist also unabhängig von der Massenbestimmung eine gültige Aussage, obwohl die Massen selbst Unsicherheiten in Höhe von 9% unterliegen (vgl. (5.51)). Das heißt, dass an beiden Punkten die Kurven für $\sigma \cdot \text{BR}$, σ , BR , und M_h , die sich durch getrennte Variation der Phasen ϕ_λ , ϕ_u oder ϕ_s statt ϕ_κ ergeben, die gleiche Form wie bei der Variation von ϕ_κ haben muss, da tatsächlich stets ϕ_I die Phase ist, die variiert wird, nicht die einzelnen Phasen separat. Dies war in unseren Beobachtungen bis auf Strahlungskorrekturen der Fall, was in Anhang C gesehen werden kann.

5.4. Weitere Phasen

Es hat sich gezeigt, dass sich die Variation der Phase ϕ_{A_t} nur schwach auf die betrachteten Größen auswirkt. Am Punkt NMP1 kann für eine Variation über das gesamte Intervall $\phi_{A_t} \in [0, 2\pi]$ nur eine Änderung von 2.6% des kombinierten Wirkungsquerschnitts $\sigma \cdot \text{BR}$ gegenüber dem reellen Grenzfall festgestellt werden. Der relativ betrachtet größte Effekt ist die Reduzierung des Gluonfusionwirkungsquerschnitts σ , dessen Abweichung zwischen den beiden Extrempunkten

$$\frac{\sigma(\phi_{A_t} = \pi) - \sigma(\phi_{A_t} = 0)}{\sigma(\phi_{A_t} = 0)} = 4.8\% \quad (5.58)$$

ausmacht. Die Schwankung der Higgsmasse ist nicht stärker als 2 GeV, was gerade die Größenordnung der erwarteten Genauigkeit der Higgsmassenbestimmung am LHC entspricht. Einschränkungen über die Phase von ϕ_{A_t} würden sich also durch Messungen schwer machen lassen. Der geringe Effekt von ϕ_{A_t} ist dadurch zu begründen, dass diese Phase keine Rolle in

der Higgsmassenmatrix spielt und sich daher wieder nur in Form radiativer CP-Verletzung äußern kann. Diese Möglichkeit über CP-verletzende trilineare Kopplungen im Squarksektor ist vergleichbar mit der in dieser Arbeit nicht behandelten CP-Verletzung im komplexen MSSM. In diesem Modell können CP-verletzende Effekte erst in höheren Korrekturen auftreten, da der Higgssektor zu wenige Freiheiten auf Baumgraphniveau bietet. [74]

Eine ähnliche Aussage lässt sich über die Variation von ϕ_{M_1} treffen, die an NMP9 untersucht wurde. Die maximale Änderung von σ bezogen auf den reellen Fall lag bei 1.9%, die von BR bei 0.8%. Die maximale Änderung der Higgsmasse lag zwischen den beiden Extremwerten

$$|M_h(\phi_{M_1} = \pi) - M_h(\phi_{M_1} = 0)| = 0.1 \text{ GeV}. \quad (5.59)$$

Damit spielen sich diese Effekte in so kleinen Größenordnungen ab, dass sie zwar in einer Skalierung wie in Abb.5.1 und Abb.5.2 gerade noch sichtbar, aber nicht wesentlich sind.

5.5. Vergleich mit der Higgs Cross Section Working Group

In den frei zugänglichen Tabellen der HXSWG werden für das Standardmodell die Wirkungsquerschnitte der wichtigsten Kanäle zur Higgsproduktion sowie Verzweungsverhältnisse für Kanäle zur Higgsdetektion in Abhängigkeit von der Higgsmasse unter Einschluss aller bekannten höheren Ordnungskorrekturen im Standardmodell aufgelistet. Zunächst kann man die Angaben der HXSWG in Relation zu den von uns im reellen Grenzfall berechneten Wirkungsquerschnitten vergleichen, um einen Vergleich zwischen der Erwartung im Standardmodell und im reellen NMSSM zu ziehen. Für die Parameterpunkte NMP9 und NMP1 sind diese Werte in Tab.4 zu sehen.

	M_h	$\sigma \cdot \text{BR}^{\text{HXSWG}}$	$\sigma \cdot \text{BR}$	$\frac{\sigma_{\text{BR}}}{\sigma_{\text{BR}}^{\text{HXSWG}}}$
NMP1	121.7	3.68	3.66	-1%
NMP9 _{lauf}	124.9	3.51	4.06	16%
NMP9 _{pol}	136.4	2.70	3.02	12%

Tab.4: Abweichungen des Gesamtwirkungsquerschnitts im reellen NMSSM vom Standardmodell im Fall gleicher Higgsmasse. Die Massen sind in GeV angegeben, die Wirkungsquerschnitte in 10^{-2} pb.

Beim Punkt NMP1 im reellen Fall liegt $\sigma \cdot \text{BR}$ daher schon nah an der Angabe im Standardmodell. Das ist auch in Abb.5.3 an der geringen Abweichung der durchgezogenen und gepunkteten Linie bei $\phi_\kappa = 0$ zu sehen. Für steigende Phasen wird der Abstand allerdings größer. Punkt NMP9 dahingegen hat, für die Berechnung der Higgsmasse über laufende Quarkmassen, nach Abb.5.1 einen Bereich, in dem der anfängliche Abstand von 16% klein wird. Bei $\phi_\kappa \approx \frac{\pi}{64} \dots \frac{3\pi}{128}$ schneiden sich die beiden Kurven. Das heißt, dass hier die Präsenz einer komplexen Phase ermöglicht, näher an die Standardmodellerwartung der HXSWG zu kommen als es im reellen NMSSM der Fall ist. Hier liegt der Wirkungsquerschnitt zwar auch im reellen Fall innerhalb der von uns gesetzten Grenzen, aber prinzipiell heißt es, dass Punkte, deren Betrachtung im reellen NMSSM ausgeschlossen wird, für bestimmte Bereiche der Phasen im komplexen NMSSM akzeptiert sein können. In der Bestimmung der Higgsmasse in NMP9 über die Quark-Polmassen kommen sich die Erwartungen aber nicht näher. Außerdem liegen die Higgsmassen in dem vom LHC ausgeschlossenen Bereich über 130 GeV (vgl. Abb.5.1).

Die HXSWG listet die Wirkungsquerschnitte³ und Verzweigungsverhältnisse⁴ für das Standardmodell getrennt, und auf Werte der Higgsbosonmassen im Abstand 0.5 GeV aufgelöst auf. Da die Massen in unserer Analyse keine freien Eingabewerte sind, sondern aus unserer Wahl der Parameter berechnet werden, wurde eine Funktion zur Interpolation zwischen den HXSWG-Angaben gesucht. Eine solche Funktion war durch einen einen GNU PLOT-Fit der Funktion

$$(\sigma \cdot \text{BR})^{\text{SM}}(M_h) = \left(A \cdot \left(\frac{M_h}{1 \text{ GeV}} - B \right)^C + D \right) \text{ pb}, \quad (5.60)$$

$$\text{mit } A = -4.21 \cdot 10^{-5}, B = 112.4, C = 1.78, D = 3.89 \cdot 10^{-2} \quad (5.61)$$

gefunden. Wir tragen direkt den kombinierten Wirkungsquerschnitt von $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ gegen die Higgsmasse auf, was unproblematisch ist da die beiden Funktionen $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_\kappa)$ und $M_h(\phi_\kappa)$ streng monotone Funktionen der Phase sind. Das Resultat ist in Abb.5.7 dargestellt. Die Phasenabhängigkeit ist bei dieser Auftragung impliziert, wobei Anfangs- und Endphasen zur besseren Orientierung im Graphen markiert ist. Mitaufgetragen ist der Fit durch die Daten der HXSWG für das Standardmodell, sowie die Abweichungen von diesem Wert um $\pm 20\%$. Bewegt sich die durchgezogene Linie, die $\sigma \cdot \text{BR}$ kennzeichnet, also innerhalb der oberen und unteren gepunkteten Linien, ist die Forderung nach Standardmodellartigkeit gemäß unserer Definition,

$$0.8 (\sigma \cdot \text{BR})^{\text{HXSWG}} \leq \sigma \cdot \text{BR} \leq 1.2 (\sigma \cdot \text{BR})^{\text{HXSWG}} \quad (5.62)$$

erfüllt. In NMP9 ist dies über den gesamten Parameterbereich von ϕ_κ , der sich berechnen ließ, erfüllt. Bei $\phi_\kappa \gtrsim \frac{\pi}{20}$ wird aber die $M_h \leq 130$ GeV-Grenze verlassen, die in der Einleitung dieses Kapitels als Anforderung an ein standardmodellartiges Higgsboson gestellt wird.

Im unteren Schaubild in Abb.5.7 sehen wir die Entwicklung der Wirkungsquerschnitte gegen die Higgsmassen im Parameterpunkt NMP1. Es ist deutlich zu sehen, dass nur für einen sehr kleinen Bereich von ϕ_κ um den Ursprung das mögliche Higgsboson als standardmodellähnlich angesehen werden kann. Bereits für $\phi_\kappa \gtrsim \frac{\pi}{80}$ wird der erlaubte Bereich verlassen, weil einerseits die 20%-Toleranzgrenzen der Abweichung vom Standardmodellwirkungsquerschnitt und andererseits die Massengrenze $M_h \geq 120$ GeV überschritten werden.

5.6. Vergleich mit experimentellen Resultaten am LHC

In jüngster Vergangenheit wurden am CERN Ergebnisse der LHC-Experimente ATLAS und CMS veröffentlicht, die einen Überschuss an Ereignissen zeigen, der kompatibel mit dem Signal eines ungefähr 124 GeV schweren Higgsbosons ist. Aussagen über die tatsächliche Existenz eines Higgsbosons müssen aber mit hoher Vorsicht formuliert werden, weil im Moment statistisch noch nicht genügend Daten vorhanden sind. Die Experimente geben Grenzen an, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine gemessene Anzahl an Detektorereignissen mit der Vorhersage einer Hypothese vereinbar ist. Beispielsweise zeigt in Abb.5.8 die durchgezogene Linie die Grenze an den Wirkungsquerschnitt eines diphotonisch zerfallenden Higgsbosons relativ zum Standardmodell, die auf 95% Vertrauensniveau aus den beobachteten Daten gewonnen werden kann, die theoretischen Unsicherheiten mitberücksichtigt. Die gemessene Linie kann ein Higgsboson des Standardmodells auf diesem Detektionskanal auf dem Massenbereich zwischen 128 GeV und 132 GeV zu 95% Sicherheit ausschließen, weil der im Standardmodell erwartete Wirkungsquerschnitt mit diesem Vertrauensniveau höher liegen müsste als er sein kann, um mit den Messdaten kompatibel zu sein. Die Fluktuationen der beobachteten Grenze

³https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CERNYellowReportPageAt7TeV#gluon_gluon_Fusion_Process

⁴https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CERNYellowReportPageBR#Higgs_2_gauge_bosons

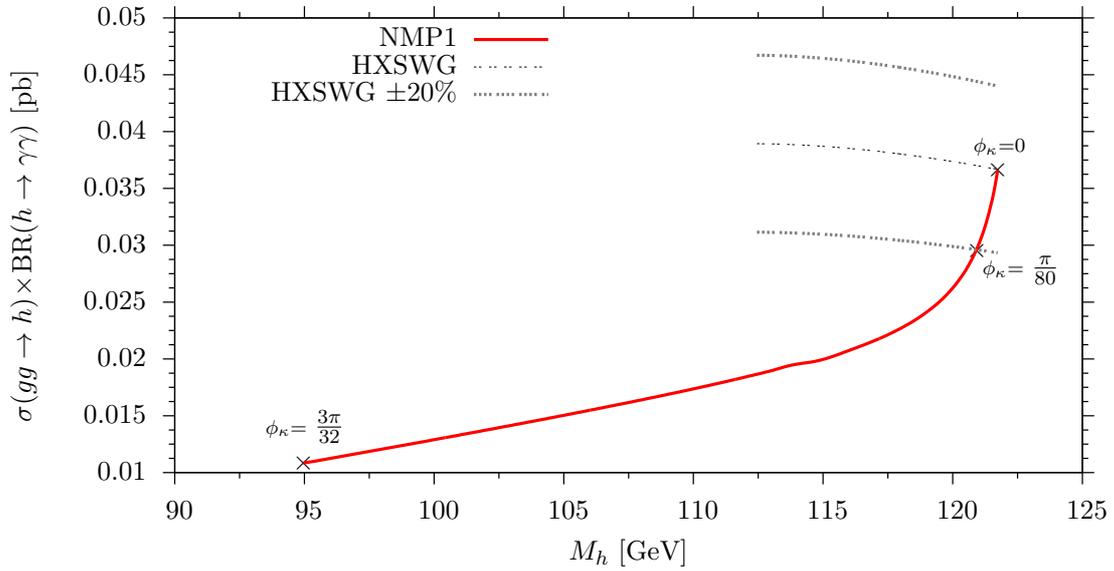
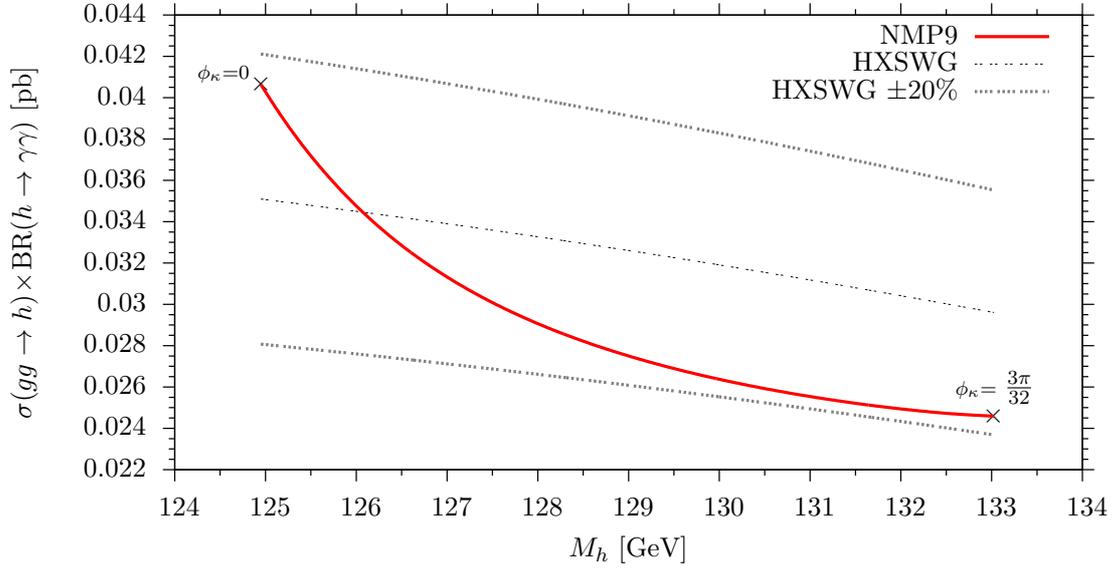
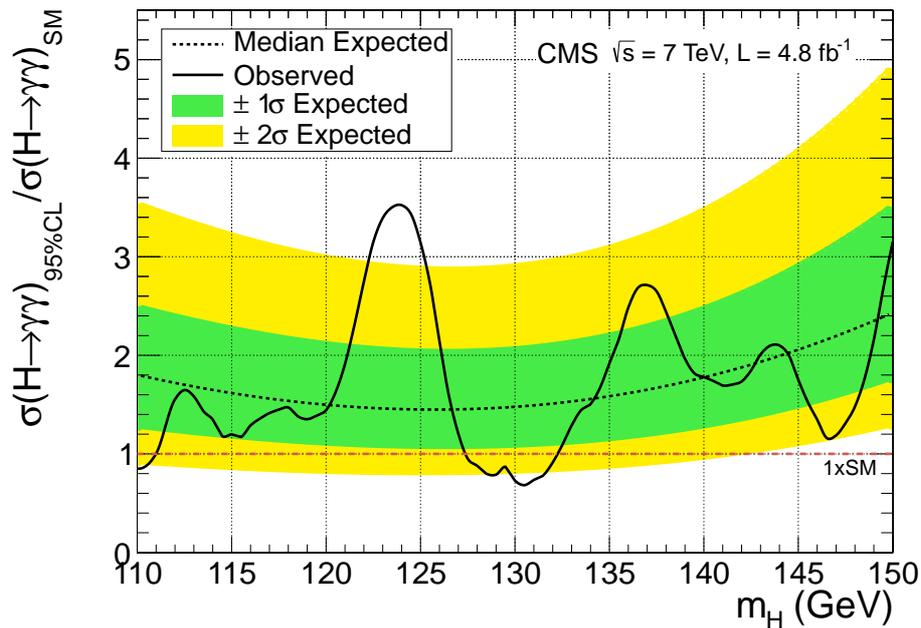


Abb. 5.7.: Auftragung der Resultate von NMP9 (oben) und NMP1 (unten) im Vergleich zur Funktion $\sigma \cdot \text{BR}^{\text{SM}}$ nach (5.60) inklusive den 20%-Abweichungsgrenzen.

über der erwarteten Grenze sind konsistent mit den zu erwartenden statistischen Fluktuationen. Der größte Überschuss an Ereignissen über dem erwarteten Standardmodelluntergrund wird für eine Higgsmassenhypothese von 124 GeV mit einer lokalen Signifikanz von 3.1σ (Standardabweichung) beobachtet.

Betrachtet man, wie im Rahmen dieser Arbeit geschehen, Modelle jenseits des Standardmodells, die aber ein oder mehrere standardmodellartige Higgsbosonen beinhalten, können die experimentellen Resultate verwendet werden um den Raum freier Parameter einzuschränken. Die Parameter müssen so gewählt sein, dass sie die richtige Masse des eines Tages möglicherweise entdeckten Higgsbosons reproduzieren. Sie müssen aber auch zu $\sigma \cdot \text{BR}$ in den verschiedenen möglichen Produktions- und Zerfallskanälen führen, die der Anzahl der Ereignisse entsprechen, die jeweils für den entsprechenden Kanal gemessen werden.



Quelle: CMS [49]. Ein entsprechendes Schaubild des ATLAS-Experiments findet sich in [50].

Abb. 5.8.: Ausschlussgrenzen eines standardmodellartigen Higgsbosons über $h \rightarrow \gamma\gamma$ als Funktion der Higgsmasse m_H auf die jeweilige Standardmodellerwartung normiert. Die theoretischen Unsicherheiten sind hier miteinbezogen.

Zusammenfassung

Diese Arbeit befasste sich mit der Auswirkung komplexer Phasen, die als Modifikation der Parameter der reellen nächstsupersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells eingeführt werden können. Diese Modifikation besteht also nicht wie der Übergang aus der minimal supersymmetrischen Erweiterung in die nächstminimale darin, neue Terme in das supersymmetrische Superpotential und den Teil der Lagrangedichte, der eine weiche Brechung der Supersymmetrie bewirkt, einzufügen, sondern lässt deren algebraische Struktur unverändert und führt damit keine neuen theoretischen Probleme ein. Die komplexen Phasen führen direkt zur CP-Verletzung im Higgssektor des Modells und erlauben damit die Mischung aller fünf neutralen Higgsbosonen. Es wird jedoch gezeigt, dass diese CP-Verletzung auf Baumgraphenniveau nur von der speziellen Kombination $\phi_I = \arg(\lambda) - \arg(\kappa) + \arg(\langle H_u \rangle) - 2 \arg(\langle S \rangle)$, nicht aber den einzelnen dieser Phasen abhängt. Die Variation von ϕ_I wirkt sich stark auf die Massen und die 5×5 -Rotationsmatrix \mathcal{Z}^H auf die Masseneigenzustände der neutralen Higgsbosonen auf Einschleifenordnung aus. Auf dieser Ordnung liegt die theoretische Unsicherheit durch die unbekannt höheren Ordnungen jedoch auch bei 25%.

Die Phasen der Parameter A_λ, A_κ sind über die Bedingung, das Higgspotential im Vakuumzustand zu minimieren, durch ϕ_I eindeutig festgelegt. Die Variation von ϕ_I zeigt einen starken Effekt in den berechneten Wirkungsquerschnitten der Gluonfusion und Verzweungsverhältnissen des photonischen Zerfalls. Insbesondere die Gluonfusion kann bei steigenden Phasen stark unterdrückt werden. Bei einem der betrachteten Parameterpunkte konnte sich der Wirkungsquerschnitt auf bis zu 25% gegenüber dem reellen Fall senken, weil die Gluonfusion durch ihre dominante Abhängigkeit von den Quarkschleifen, die an das Higgsboson koppeln, direkt von den Elementen der Rotationsmatrix \mathcal{Z}^H abhängt. Dieser Effekt geht beim photonischen Zerfall gegenüber dem größeren Beitrag der W-Boson-Schleifen unter, weswegen sich hier die Phasenabhängigkeit aus der Abhängigkeit der Higgsmassen ergibt. Allgemein fanden wir, dass die Phasen eine Minderung der Wirkungsquerschnitte und Verzweungsverhältnisse gegenüber dem reellen Fall bewirken. Weitere Phasen wie die der trilinearen Higgs-Squark-Kopplungen $A_{t,b,\tau}$ in der dritten Generation oder der Massenparameter der Gauginos $M_{1,2,3}$ wirken sich im Vergleich zu ϕ_I nur schwach aus. Sie können CP-Verletzung, anders als die CP-Verletzung im Higgssektor auf Baumgraphenniveau, erst durch Strahlungskorrekturen bewirken. Dieser Effekt radiativer CP-Verletzung erlaubt dann auch eine separate Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von den Phasen der Parameter κ, λ und der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder $\langle H_u \rangle, \langle S \rangle$. Er ist aber quantitativ sehr schwach.

Das Augenmerk der beiden Parameterpunkte, die in der Arbeit betrachtet wurden, lag auf der Kompatibilität mit dem Higgsboson des Standardmodells in der nach aktuellen Resultaten des LHC zugelassenen Massenregion zwischen 115.5 GeV und 129 GeV. Sollten sich die Andeutungen der experimentellen Überschussmessungen bewahrheiten, könnte daraus ein Standardmodell-Higgsboson in der Nähe von 125 GeV geschlussfolgert werden. Supersymmetrische Modelle können jedoch durch Wahl der freien Parameter ebenfalls ein Higgsboson beinhalten, dessen Masse in dieser Gegend liegt und dessen Kopplungen an die Elementarteilchen, die im Experiment detektiert werden, vergleichbar groß sind. Die Phasenabhängigkeit der Higgsmasse über ϕ_I kann sich dabei jedoch so stark auswirken, dass ein Parameterpunkt, der im reellen NMSSM solch ein Signal erklären könnte, schon für schwache Phasen verworfen werden muss. Hier könnte die Analyse in Zukunft dahingehend aussehen, die Variation CP-verletzender Phasen unter gleichzeitiger Anpassung der anderen Parameter im Higgssektor durchzuführen. In einem anderen Fall konnte gezeigt werden, dass der berechnete Wirkungsquerschnitt für eine leichte CP-verletzende Phase näher an die Erwartung im Standardmodell rückt als im reellen Fall.

Die Variation der komplexen Phasen ist also nicht nur wegen der Möglichkeit interessant, die noch nicht ausreichend erklärte CP-Verletzung im Universum genauer zu beleuchten. Sie bereichert auch die Diskussion über die theoretischen Vorhersagen der Wirkungsquerschnitte, die in Zukunft an Beschleunigern gemessen werden können. Noch ist deren Datenlage nicht ausreichend, um die Hypothese des Standardmodell-Higgsbosons zu bestätigen oder zu verwerfen. Zeitgleich stellt sich aber die Frage, welche Aussagen über eine Supersymmetrie in der Natur getroffen werden können. Welche supersymmetrischen Modelle sind plausibel? Wie viele Higgsbosonen können erlaubt werden? Kann die CP-Verletzung im Higgssektor die Baryogenese erklären? Wie sind die Mechanismen der weichen Brechung der Supersymmetrie? Diese Fragen können in Zukunft angegangen werden, sobald Klarheit über ein Higgsboson der Art des Standardmodells in dem verbleibenden Massenbereich herrscht.

Tensorintegrale

Die Umformungen der skalaren oder tensoriellen Schleifenintegrale nach Passarino und Veltman basieren in den meisten Fällen auf dem Trick, die Zähler der Integranden erst mit allen verfügbaren Vektoren und den aus ihnen zusammengesetzten Tensoren höherer Ordnung zu kontrahieren und dann die entstehenden Skalarprodukte in die inversen Propagatorterme zu zerlegen. Mit $k_1^2 = 0$ hat man beispielsweise

$$qk_1 = \pm \frac{1}{2} \left((q \pm k_1)^2 - q^2 \right) = \pm \frac{1}{2} \left(((q + k_1)^2 - m^2) - (q^2 - m^2) \right). \quad (\text{A.1})$$

Folgendes Ergebnis sei hier festgehalten, da die FORMCALC-eigene Reduktion der Tensorintegrale sie nicht reproduzieren kann, sie aber in unseren Rechnung gebraucht wurde.

$$X \equiv \left\langle \frac{(qk_1)(qk_2)}{((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.2})$$

$$\stackrel{(\text{A.1})}{=} \left\langle \frac{\left(\frac{1}{2} [(q + k_1)^2 - q^2] \right) \left(-\frac{1}{2} [(q - k_2)^2 - q^2] \right)}{((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.3})$$

$$= -\frac{1}{4} \left\langle \frac{\left[(q + k_1)^2 - m^2 - q^2 + m^2 \right] \left[(q - k_2)^2 - m^2 - q^2 + m^2 \right]}{((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.4})$$

$$= -\frac{1}{4} \left[\left\langle \frac{1}{q^2 - m^2} \right\rangle_q + \left\langle \frac{-1}{(q + k_1)^2 - m^2} \right\rangle_q \right] \quad (\text{A.5})$$

$$+ \left\langle \frac{-1}{(q - k_2)^2 - m^2} \right\rangle_q + \left\langle \frac{q^2 - m^2}{((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.6})$$

$$= -\frac{1}{4} \left[A_0(m^2) - A_0(m^2) - A_0(m^2) + \underbrace{\left\langle \frac{q^2 - m^2}{((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)} \right\rangle_q}_{\equiv Y} \right] \quad (\text{A.7})$$

Die $\langle \dots \rangle_q$ sind Integrale über den gesamten Impulsraum und somit invariant zum einen unter Translationen zum anderen unter der Spiegelung am Ursprung, für die Integration beliebiger Funktionen $f(q)$ gilt dann nach Umbenennung

$$\langle f(q) \rangle_q = \langle f(q) \rangle_{q+p} = \langle f(q-p) \rangle_q \quad (\text{A.8})$$

$$\langle f(q) \rangle_q = \langle f(q) \rangle_{-q} = \langle f(-q) \rangle_q . \quad (\text{A.9})$$

Dies kann hier angewandt werden.

$$Y = \left\langle \frac{q^2 - m^2}{((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.10})$$

$$\stackrel{(\text{A.8})}{=} \left\langle \frac{(q - k_1)^2 - m^2}{((q - k_2 - k_1)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.11})$$

$$= \left\langle \frac{q^2 - m^2 - 2qk_1}{((q - k_2 - k_1)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.12})$$

$$= A_0(m^2) - 2 \left\langle \frac{qk_1}{((q - k_2 - k_1)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.13})$$

$$\stackrel{(\text{A.8})}{=} A_0(m^2) - 2 \left\langle \frac{(q + k_2)k_1}{((q - k_1)^2 - m^2)((q + k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.14})$$

$$= A_0(m^2) - 2 \left\langle \frac{qk_1}{((q - k_1)^2 - m^2)((q + k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q - 2(k_1k_2)B_0(s, m^2, m^2) , \quad (\text{A.15})$$

mit $s \equiv (k_1 + k_2)^2 = 2k_1k_2$. Mit (A.1) ist

$$Y = A_0(m^2) + \left\langle \frac{(q - k_1)^2 - m^2 - q^2 + m^2}{((q - k_1)^2 - m^2)((q + k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q - 2(k_1k_2)B_0(s, m^2, m^2) \quad (\text{A.16})$$

$$\stackrel{(\text{A.9})}{=} 2A_0(m^2) - \left\langle \frac{q^2 - m^2}{((q + k_1)^2 - m^2)((q - k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q - 2(k_1k_2)B_0(s, m^2, m^2) \quad (\text{A.17})$$

$$= 2A_0(m^2) - Y - 2(k_1k_2)B_0(s, m^2, m^2) \quad (\text{A.18})$$

also

$$2Y = 2A_0(m^2) - 2(k_1k_2)B_0(s, m^2, m^2) \quad (\text{A.19})$$

und schlußendlich

$$X = -\frac{1}{4} \left[-A_0(m^2) + Y \right] = \frac{k_1k_2}{4} B_0(s, m^2, m^2) = \frac{s}{8} B_0(s, m^2, m^2) . \quad (\text{A.20})$$

Als weitere Zerlegung, die jedoch wesentlich einfacher gemacht werden kann, wird in unseren Rechnungen die folgende gebraucht, die hier zur Referenz aufgeführt sei.

$$Z = \left\langle \frac{q^2}{(q^2 - m^2)((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.21})$$

$$= \left\langle \frac{q^2 - m^2}{(q^2 - m^2)((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)} \right\rangle_q + m^2 \left\langle \frac{1}{(q^2 - m^2)((q - k_2)^2 - m^2)((q + k_1)^2 - m^2)} \right\rangle_q \quad (\text{A.22})$$

$$\stackrel{\text{A.8}}{=} \left\langle \frac{1}{((q - k_1 - k_2)^2 - m^2)(q^2 - m^2)} \right\rangle_q + m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) \quad (\text{A.23})$$

$$= B_0(s, m^2, m^2) + m^2 C_0(0, s, 0, m^2, m^2, m^2) . \quad (\text{A.24})$$

Schleifenintegrale über eine tensorielle Kombination des Schleifenimpuls können außerdem durch Argumente der Lorentzinvarianz auf skalare Schleifenintegrale zurückgeführt werden. In unserem Fall, in dem die beiden externen Impulse k_1, k_2 stets masselos sind, ergeben sich einfache Formeln. Das Tensorintegral zweiter Stufe der Dreipunktfunktion,

$$C_{\mu\nu}(k_1^2, (k_1+k_2)^2, k_2^2, m^2, m^2, m^2) = \left\langle \frac{q_\mu q_\nu}{(q^2 - m^2)((q - k_1)^2 - m^2)((q + k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q, \quad (\text{A.25})$$

muss eine eindeutige Zerlegung in die Tensoren im Sinne der Lorentzkovarianz haben, die auch in Anhang B erklärt wird. Damit werden die Koeffizienten $C_{00}, C_{11}, C_{12}, C_{21}$ und C_{22} definiert, die abhängig von den beiden äußeren Impulsen sind. Es ist in unserer Ausführung nicht dienlich, die Argumente der C -Funktionen mitzuführen, weswegen jeweils die Abkürzung

$$C(\dots) = C(k_1^2, (k_1+k_2)^2, k_2^2, m^2, m^2, m^2) \quad (\text{A.26})$$

verstanden werden soll. Die Zerlegung lautet dann

$$C_{\mu\nu}(\dots) = C_{00}(\dots) g_{\mu\nu} + C_{11}(\dots) k_{1\mu} k_{1\nu} + C_{12}(\dots) k_{1\mu} k_{2\nu} + C_{21}(\dots) k_{2\mu} k_{1\nu} \quad (\text{A.27})$$

$$+ C_{22}(\dots) k_{2\mu} k_{2\nu}. \quad (\text{A.28})$$

Als Zwischenschritt unserer Rechnungen tauchten die beiden Koeffizienten $C_{00}(\dots)$ und $C_{12}(\dots)$ auf. Sie können durch Kontraktion mit den verfügbaren Lorentztensoren erhalten werden. Es sei wieder $s = (k_1 + k_2)^2 = 2k_1 k_2$. Durch die Masselosigkeit der k_1, k_2 und der Symmetrie von A.25 unter der Vertauschung der Vektorindizes $\mu \longleftrightarrow \nu$ erhält man, wenn der metrische Tensor allgemein in $g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = D$ Dimensionen gegeben ist,

$$C_{21}(\dots) = C_{12}(\dots) \quad (\text{A.29})$$

$$g^{\mu\nu} C_{\mu\nu}(\dots) = D C_{00}(\dots) + s C_{12}(\dots) \\ = \left\langle \frac{q^2}{(q^2 - m^2)((q - k_1)^2 - m^2)((q + k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q \stackrel{(\text{A.21})}{=} Z \quad (\text{A.30})$$

$$k_1^\mu k_2^\nu C_{\mu\nu}(\dots) = \frac{s}{2} C_{00}(\dots) + \frac{s^2}{4} C_{12}(\dots) \quad (\text{A.31})$$

$$= \left\langle \frac{(k_1 q)(k_2 q)}{(q^2 - m^2)((q - k_1)^2 - m^2)((q + k_2)^2 - m^2)} \right\rangle_q \stackrel{(\text{A.2})}{=} X \quad (\text{A.32})$$

und folglich durch Auflösen des Gleichungssystems, A.20 und A.24

$$C_{00}(\dots) = \frac{1}{2} \frac{4 \cdot X - s \cdot Z}{2 - D} = -\frac{s}{2(2 - D)} (B_0(s, m^2, m^2) + 2m^2 C_0(\dots)) \quad (\text{A.33})$$

$$C_{12}(\dots) = \frac{2}{s} \frac{Z - \frac{2D}{s} X}{2 - D} = \frac{1}{2s(2 - D)} ((4 - D)B_0(s, m^2, m^2) + 4m^2 C_0(\dots)). \quad (\text{A.34})$$

Damit kann das Auftreten solcher Tensorintegrale in Mathematica vereinfacht werden, die entsprechenden Regeln müssen aber explizit eingesetzt werden weil sie FORMCALC noch nicht bekannt sind.

Anhang: Ward-Identität und Lorentzstrukturen

In diesem Kapitel sollen hilfreiche Aussagen getroffen werden, die sich allgemein auf das Matrixelement einer $2 \rightarrow 1$ -Fusion zweier masseloser Vektorbosonen bzw. des $1 \rightarrow 2$ -Zerfalls in solche, anwenden lassen. Ein von zwei Vektorfeldern abhängiges Matrixelement \mathcal{M} lässt sich immer als Kontraktion der äußeren Polarisationsvektoren mit einem *amputierten* Matrixelement zerlegen, wodurch sich letzteres definiert:

$$\mathcal{M} = \varepsilon^\mu \varepsilon^\nu \dots \varepsilon^\eta \mathcal{M}_{\mu\nu\dots\eta} \quad (\text{B.1})$$

Damit lassen sich simple *Ward-Identitäten* formulieren, die als Folge der Eichinvarianz auf allen Schleifenordnungen gelten müssen. Für die Eichbosonen ungebrochener Symmetrien ist die Transversalität des Polarisationsvektors wie die Masselosigkeit der Teilchen eine Folge der Eichinvarianz

$$k_\mu \varepsilon^\mu = 0 = k_\mu k^\mu \quad (\text{B.2})$$

da masselosen Feldern der longitudinale Freiheitsgrad fehlt. $\mathcal{M}^{\mu\nu}$ würde aber nur an diesen koppeln [10] und folglich, wenn k^μ der Viererimpuls des durch ε^μ beschriebenen Felds ist,

$$k_\mu \mathcal{M}^{\mu\nu\dots\eta} = 0 \quad (\text{B.3})$$

In unserem Fall mit zwei externen Vektoren ist $\mathcal{M} = \varepsilon_1^\mu \varepsilon_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu}$. Das *Quotiententheorem* besagt [9], dass sich, da \mathcal{M} Lorentzskalar ist, $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ wie ein kovarianter Tensor zweiter Stufe transformiert und sich aufgrund Lorentzkovarianz eine eindeutige Zerlegung in die Tensoren zweiter Stufe finden lässt, die sich aus

den Vektoren k_1^μ, k_2^ν , von denen $\mathcal{M}_{\mu\nu}$ explizit abhängt,

dem der speziellen Relativitätstheorie zufolge invarianten metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$

dem Pseudotensor¹ $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$

¹letzterer wird auch als *Tensordichte* mit Gewicht (-1) bezeichnet. Das Transformationsverhalten einer Tensordichte mit Gewicht W unterscheidet sich von dem eines Tensors um einen Faktor $(\det J)^W$, wenn J die Jakobimatrix der Transformation ist.

bilden lassen:

$$\mathcal{M}_{\mu\nu} = c_0 g_{\mu\nu} + c_{11} k_{1\mu} k_{1\nu} + c_{12} k_{1\mu} k_{2\nu} + c_{21} k_{2\mu} k_{1\nu} + c_{22} k_{2\mu} k_{2\nu} + c_3 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\alpha k_2^\beta \quad (\text{B.4})$$

Der letzte Term ist ein paritätsverletzender, da sich das Vorzeichen der Tensordichte $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ bei einer Spiegelung des Koordinatensystems umkehrt, bei Paritätserhaltung aber der gesamte Term gleich bleiben müsste und demnach $c_3 = -c_3 = 0$ wäre. Hier wird die Möglichkeit zur Paritätsverletzung aber zugelassen. Anwenden der Ward-Identitäten nach Kontraktion mit den äußeren Impulsen führt auf

$$k_1^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = c_0 k_{1\nu} + c_{11} k_1^2 k_{1\nu} + c_{12} k_1^2 k_{2\nu} + c_{21} (k_1 k_2) k_{1\nu} + c_{22} (k_1 k_2) k_{2\nu} \quad (\text{B.5})$$

$$+ c_3 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_1^\mu k_1^\alpha k_2^\beta \quad (\text{B.6})$$

$$= (c_0 + c_{21} (k_1 k_2)) k_{1\nu} + c_{22} (k_1 k_2) k_{2\nu} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{B.7})$$

$$k_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = c_0 k_{2\mu} + c_{11} (k_2 k_1) k_{1\mu} + c_{12} k_2^2 k_{1\mu} + c_{21} (k_2 k_1) k_{2\mu} + c_{22} k_2^2 k_{2\mu} \quad (\text{B.8})$$

$$+ c_3 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k_2^\nu k_1^\alpha k_2^\beta \quad (\text{B.9})$$

$$= (c_0 + c_{12} (k_1 k_2)) k_{2\mu} + c_{11} (k_1 k_2) k_{1\mu} \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{B.10})$$

und dies wiederum führt zu

$$\mathcal{M}_{\mu\nu} = \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_{1\nu} k_{2\mu}}{k_1 k_2} \right) \cdot c_0 + \left(\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{k_1^\alpha k_2^\beta}{k_1 k_2} \right) \cdot c_3 \quad (\text{B.11})$$

mit dem CP-geraden (*skalaren*) Koeffizienten c_0 und dem CP-ungeraden (*pseudoskalaren*) Koeffizienten c_3 . Es bietet sich an, die Bezeichnungen

$$T_S^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \frac{k_1^\nu k_2^\mu}{k_1 k_2} \quad (\text{B.12})$$

$$T_P^{\mu\nu} = \epsilon^{\mu\nu}{}_{\alpha\beta} \frac{k_1^\alpha k_2^\beta}{k_1 k_2} \quad (\text{B.13})$$

einzuführen. Die Transversalität der externen Vektorbosonen schreibt vor, dass der Impulsvektor eines Bosons nur mit dem Lorentzindex des anderen Bosons auftreten kann. Beim Quadrieren und der Summation über die Polarisierungen lässt sich dann

$$\sum_{\text{Pol.}} \varepsilon_{1\mu} \varepsilon_{1\mu'}^* \rightarrow -g_{\mu\mu'} \quad (\text{B.14})$$

setzen², womit

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \sum_{\text{Pol.}} |\varepsilon_1^\mu \varepsilon_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu}|^2 = \varepsilon_1^\mu \varepsilon_2^\nu \varepsilon_1^{*\mu'} \varepsilon_2^{*\nu'} \mathcal{M}_{\mu\nu} \mathcal{M}_{\mu'\nu'}^* \quad (\text{B.15})$$

$$= (-g^{\mu\mu'}) (-g^{\nu\nu'}) \mathcal{M}_{\mu\nu} \mathcal{M}_{\mu'\nu'}^* = \mathcal{M}_{\mu\nu} \mathcal{M}^{*\mu\nu} = |\mathcal{M}_{\mu\nu}|^2 \quad (\text{B.16})$$

Es lässt sich nun, unter Verwendung der im D-dimensionalen geltenden Identitäten [10]

$$g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = \delta_\mu^\mu = D \quad (\text{B.17})$$

$$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon^{\mu\nu\alpha'\beta'} = -2(\delta_\alpha^{\alpha'} \delta_\beta^{\beta'} - \delta_\alpha^{\beta'} \delta_\beta^{\alpha'}) \quad (\text{B.18})$$

²im Sinne der Wardidentität kann das als Gleichung aufgefasst werden. [10]

unschwer nachrechnen, dass die beiden hier auftretenden Strukturen orthogonal sind:

$$\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_{1\nu}k_{2\mu}}{k_1k_2}\right)\left(g^{\mu\nu} - \frac{k_1^\nu k_2^\mu}{k_1k_2}\right) = D - 2 \quad (\text{B.19})$$

$$\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_{1\nu}k_{2\mu}}{k_1k_2}\right)\left(\epsilon^{\mu\nu}{}_{\alpha'\beta'} \frac{k_1^{\alpha'} k_2^{\beta'}}{k_1k_2}\right) = 0 \quad (\text{B.20})$$

$$\left(\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{k_1^\alpha k_2^\beta}{k_1k_2}\right)\left(\epsilon^{\mu\nu}{}_{\alpha'\beta'} \frac{k_1^{\alpha'} k_2^{\beta'}}{k_1k_2}\right) = -2(g_{\alpha\alpha'}g_{\beta\beta'} - g_{\alpha\beta'}g_{\alpha'\beta}) \frac{k_1^\alpha k_2^\beta k_1^{\alpha'} k_2^{\beta'}}{(k_1k_2)^2} = 2 \quad (\text{B.21})$$

und demzufolge in $D = 4$ Dimensionen

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = 2(|c_0|^2 + |c_3|^2) . \quad (\text{B.22})$$

Für praktische Rechnungen ermöglicht die Orthogonalität der Strukturen die eindeutige Umkehrung von (B.11),

$$c_0 = \frac{T_S^{\mu\nu}}{2(1-\varepsilon)} M_{\mu\nu} \quad (\text{B.23})$$

$$c_3 = \frac{T_P^{\mu\nu}}{2} M_{\mu\nu} . \quad (\text{B.24})$$

Anhang: Ergänzende Plots

In Kapitel 5.3 wird gezeigt, dass, in der Bezeichnung von Kapitel 5, der Wirkungsquerschnitt $\sigma \cdot \text{BR}$ des kombinierten Prozesses $gg \rightarrow h! \rightarrow \gamma\gamma$ und die Masse M_h des standardmodellartigen Higgsbosons h in führender Ordnung nur von der Kombination ϕ_I der komplexen Phasen abhängt. Nach (3.32),

$$\phi_I = \phi_\lambda - \phi_\kappa + \phi_u - 2\phi_s , \tag{C.1}$$

spielt es demnach auf dieser Ordnung keine Rolle ob in der Analyse wie in Abb.5.1 ϕ_κ variiert und $\phi_\lambda, \phi_u, \phi_s$ auf Null gehalten, oder ob beispielsweise ϕ_u variiert und $\phi_\kappa, \phi_\lambda, \phi_s$ auf Null gehalten werden. Durch Schleifenkorrekturen kann eine separate Abhängigkeit der einzelnen CP-verletzenden Phasen erfolgen. Es soll hier jedoch noch die Bestätigung graphisch erfolgen, dass wir in erster Näherung zu gleichen Ergebnissen kommen wenn andere Phasen so variiert werden, dass ϕ_I jeweils auf die gleiche Art verändert wird. Die Analyse wird wie in Kapitel 5.3 auf den Parameterpunkt NMP9 bezogen.

In Abb.C.1 sind die Kurven $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_u)$ und $M_h(\phi_u)$, im Bereich $\phi_u \in [0; \frac{3\pi}{32}]$ zu sehen. Bis auf radiative Korrekturen stimmt die Kurve mit den Kurven $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_\kappa)$ und $M_h(\phi_\kappa)$ aus Abb.5.1 überein, da, wenn die anderen Phasen jeweils Null sind, die gleichen Abhängigkeiten $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_I), M_h(\phi_I)$ beschrieben werden.

Analog dazu werden in Abb.C.2 die Kurven $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_s)$ und $M_h(\phi_s)$ gezeigt. Da die Phase ϕ_s jedoch mit einem Faktor 2 in ϕ_I eingeht, wird sie nur im Bereich $\phi_s \in [0; \frac{3\pi}{64}]$ variiert. Das negative Vorzeichen stellt keine Änderung dar, weil alle Resultate invariant unter der Spiegelung der Phasen am Ursprung waren (nicht dargestellt). Die Kurven $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_s), M_h(\phi_s)$ stimmen also auch hier bis auf radiative Korrekturen mit den Kurven $\sigma \cdot \text{BR}(\phi_\kappa)$ und $M_h(\phi_\kappa)$ aus Abb.5.1 überein, wenn die horizontale Skalierung bedacht wird.

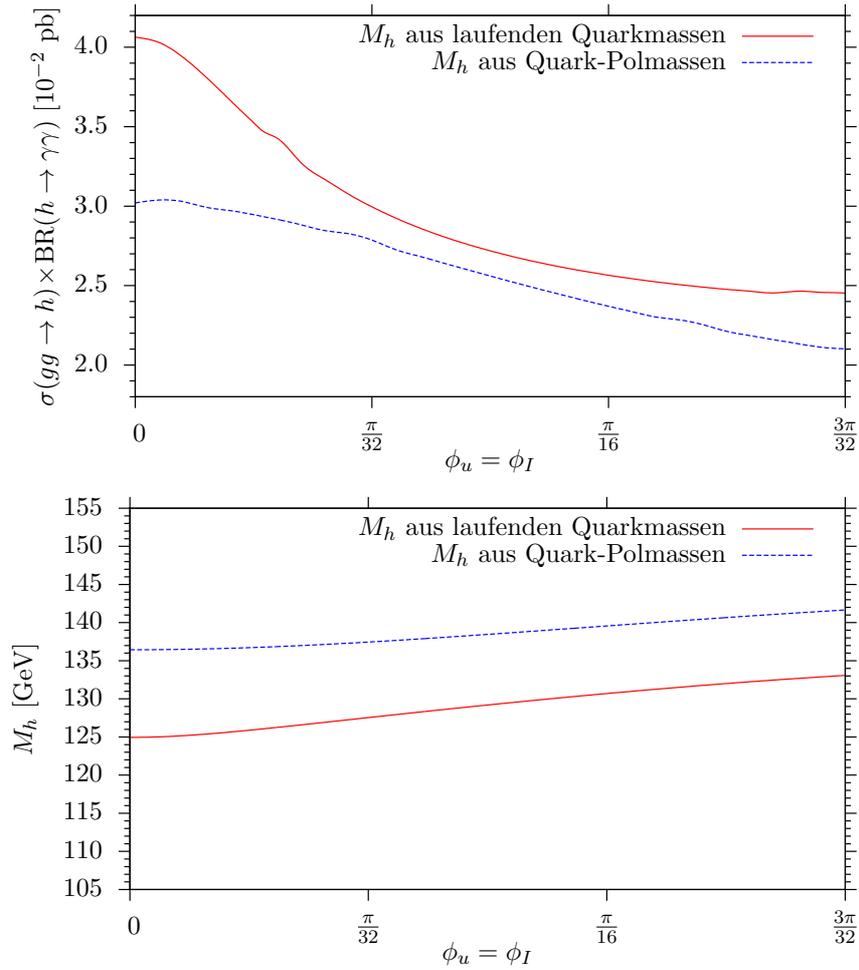


Abb. C.1.: Gesamtwirkungsquerschnitt des Prozesses und M_h aus laufenden (durchgezogen) sowie Polmassen (gestrichelt) der Quarks, als Funktion der Phase $\phi_u = \arg(\langle H_u \rangle)$. Betrachtet ist der Punkt NMP9 .

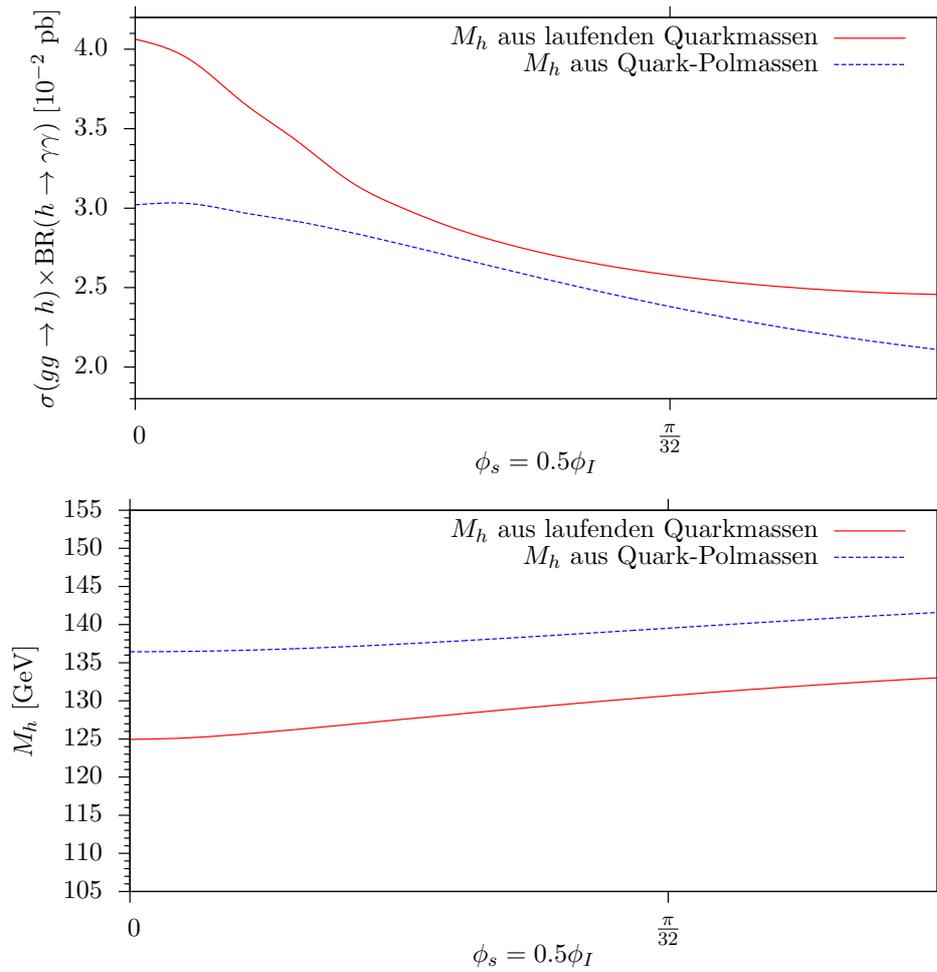


Abb. C.2.: Gesamtwirkungsquerschnitt des Prozesses und M_h aus laufenden (durchgezogen) sowie Polmassen (gestrichelt) der Quarks, als Funktion der Phase $\phi_s = \arg(\langle H_s \rangle)$. Betrachtet ist der Punkt NMP9 .

Referenzen

- [1] R.P. Feynman. Space - time approach to quantum electrodynamics. *Phys.Rev.*, 76:769–789, 1949.
- [2] Steven Weinberg. A Model of Leptons. *Phys.Rev.Lett.*, 19:1264–1266, 1967.
- [3] S.L. Glashow and Steven Weinberg. Breaking chiral symmetry. *Phys.Rev.Lett.*, 20:224–227, 1968.
- [4] Yuval Ne’eman. Derivation of strong interactions from a gauge invariance. *Nucl.Phys.*, 26:222–229, 1961.
- [5] Jeffrey Goldstone, Abdus Salam, and Steven Weinberg. Broken Symmetries. *Phys.Rev.*, 127:965–970, 1962.
- [6] Peter W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys.Rev.Lett.*, 13:508–509, 1964.
- [7] F. Englert and R. Brout. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:321–323, Aug 1964.
- [8] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble. Global conservation laws and massless particles. *Phys. Rev. Lett.*, 13:585–587, Nov 1964.
- [9] Steven Weinberg. *Gravitation and Cosmology*. John Wiley & Sons, 1972.
- [10] Michael E. Peskin and Dan V. Schroeder. *An Introduction To Quantum Field Theory (Frontiers in Physics)*. Westview Press, 1995.
- [11] James D. Bjorken and Sidney D. Drell. Relativistic quantum fields. relativistic quantum fields. 1965. International Series in Pure and Applied Physics. McGraw-Hill Book Company, New York-St.Louis-San Francisco-Toronto-London-Sydney (ISBN-10: 0-07-005494-0).
- [12] Manuel Drees, Rohini Godbole, and Probir Roy. *Theory and phenomenology of Sparticles: an account of four-dimensional N=1 supersymmetry in high-energy physics*. World Scientific, Singapore, 2004.
- [13] S. Dawson. The MSSM and why it works. pages 261–339, 1997.
- [14] M.M.Mühlleitner. Supersymmetrie an Collidern, Vorlesungsskript. Sommersemester 2011.
- [15] John C. Collins. Renormalization: General theory. 2006.
- [16] A Zee. *Quantum Field Theory in a Nutshell*. Nutshell handbook. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 2003.
- [17] Manuel Drees. An Introduction to supersymmetry. 1996.

-
- [18] Steven Weinberg. Implications of dynamical symmetry breaking. *Phys. Rev. D*, 13:974–996, Feb 1976.
- [19] J.H. Christenson, J.W. Cronin, V.L. Fitch, and R. Turlay. Evidence for the 2π Decay of the K^0 Meson. *Phys.Rev.Lett.*, 13:138–140, 1964.
- [20] Bernard Aubert and P.L. Anthony. BaBar physicists find a striking difference between matter and antimatter. *AAPPS Bull.*, 11:4–6, 2001.
- [21] A.D. Sakharov. Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe. *Pisma Zh.Eksp.Teor.Fiz.*, 5:32–35, 1967.
- [22] M. Bustamante, L. Cieri, and John Ellis. Beyond the Standard Model for Montaneros. 2009.
- [23] W. de Boer. Grand unified theories and supersymmetry in particle physics and cosmology. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 33:201–302, 1994.
- [24] Sidney Coleman and Jeffrey Mandula. All possible symmetries of the S matrix. *Phys. Rev.*, 159:1251–1256, Jul 1967.
- [25] Rudolf Haag, Jan T. Lopuszanski, and Martin Sohnius. All Possible Generators of Supersymmetries of the S Matrix. *Nucl.Phys.*, B88:257, 1975.
- [26] G.Soff H. Kalka. *Supersymmetrie*. Teubner, 1997.
- [27] Warren Siegel. Supersymmetric Dimensional Regularization via Dimensional Reduction. *Phys.Lett.*, B84:193, 1979.
- [28] Dominik Stockinger. Regularization by dimensional reduction: consistency, quantum action principle, and supersymmetry. *JHEP*, 0503:076, 2005.
- [29] T. Hahn. A Mathematica interface for FormCalc-generated code. *Comput.Phys.Commun.*, 178:217–221, 2008.
- [30] F. del Aguila, A. Culatti, R. Munoz Tapia, and M. Perez-Victoria. Techniques for one loop calculations in constrained differential renormalization. *Nucl.Phys.*, B537:561–585, 1999.
- [31] T. Hahn and M. Perez-Victoria. Automatized one loop calculations in four-dimensions and D-dimensions. *Comput.Phys.Commun.*, 118:153–165, 1999.
- [32] Stephen P. Martin. A Supersymmetry primer. 1997.
- [33] M.F. Sohnius. Introducing Supersymmetry. *Phys.Rept.*, 128:39–204, 1985.
- [34] Jonathan Bagger, Konstantin T. Matchev, and Damien Pierce. Precision corrections to supersymmetric unification. *Phys.Lett.*, B348:443–450, 1995.
- [35] M. Maniatis. The Next-to-Minimal Supersymmetric extension of the Standard Model reviewed. *Int.J.Mod.Phys.*, A25:3505–3602, 2010.
- [36] W. de Boer. Einfuehrung in die kosmologie, vorlesungsskript.
- [37] Jihn E. Kim and Hans Peter Nilles. The μ Problem and the Strong CP Problem. *Phys.Lett.*, B138:150, 1984.
- [38] Abdelhak Djouadi. The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model. *Phys.Rept.*, 457:1–216, 2008.
- [39] Abdelhak Djouadi. The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. II. The Higgs bosons in the minimal supersymmetric model. *Phys.Rept.*, 459:1–241, 2008.

- [40] Ulrich Ellwanger, Cyril Hugonie, and Ana M. Teixeira. The Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model. *Phys.Rept.*, 496:1–77, 2010.
- [41] John R. Ellis, J.F. Gunion, Howard E. Haber, L. Roszkowski, and F. Zwirner. Higgs Bosons in a Nonminimal Supersymmetric Model. *Phys.Rev.*, D39:844, 1989.
- [42] Hagiwara, et al. Review of Particle Properties. *Phys. Rev. D*, 66:010001, Jul 2002.
- [43] Naoyuki Haba, Masahisa Matsuda, and Morimitsu Tanimoto. Spontaneous CP violation and Higgs masses in the next-to-minimal supersymmetric model. *Phys.Rev.*, D54:6928–6935, 1996.
- [44] Shuichiro Tao Koichi Funakubo. The Higgs sector in the Next-to-MSSM. *Prog.Theor.Phys.*, 113:821–842, 2005.
- [45] Georges Aad et al. Combined search for the Standard Model Higgs boson using up to 4.9 fb⁻¹ of pp collision data at sqrt(s) = 7 TeV with the ATLAS detector at the LHC. *Phys.Lett.*, B710:49–66, 2012.
- [46] Serguei Chatrchyan et al. Combined results of searches for the standard model Higgs boson in pp collisions at sqrt(s) = 7 TeV. *Phys.Lett.*, B710:26–48, 2012.
- [47] Combined CDF and D0 Search for Standard Model Higgs Boson Production with up to 10.0 fb⁻¹ of Data. 2012.
- [48] R. Barate et al. Search for the standard model Higgs boson at LEP. *Phys.Lett.*, B565:61–75, 2003.
- [49] Serguei Chatrchyan et al. Search for the standard model Higgs boson decaying into two photons in pp collisions at sqrt(s)=7 TeV. *Phys.Lett.*, B710:403–425, 2012.
- [50] Georges Aad et al. Search for the Standard Model Higgs boson in the diphoton decay channel with 4.9 fb⁻¹ of pp collisions at sqrt(s)=7 TeV with ATLAS. *Phys.Rev.Lett.*, 108:111803, 2012.
- [51] H.M. Georgi, S.L. Glashow, M.E. Machacek, and Dimitri V. Nanopoulos. Higgs Bosons from Two Gluon Annihilation in Proton Proton Collisions. *Phys.Rev.Lett.*, 40:692, 1978.
- [52] Diplomarbeit von Thorben Graf. One-Loop-Corrections to the NMSSM Higgs Boson Masses . 2011.
- [53] Thomas Hahn. Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3. *Comput.Phys.Commun.*, 140:418–431, 2001.
- [54] J. Kuipers, T. Ueda, J.A.M. Vermaseren, and J. Vollinga. FORM version 4.0. 2012.
- [55] Diplomarbeit von Kathrin Ender. Analysis of the Higgs Boson Masses at One-Loop Level in the Complex NMSSM . 2011.
- [56] F. Staub. SARAH. 2008.
- [57] G. Passarino and M.J.G. Veltman. One Loop Corrections for e+ e- Annihilation Into mu+ mu- in the Weinberg Model. *Nucl.Phys.*, B160:151, 1979.
- [58] Michael Spira. QCD effects in Higgs physics. *Fortsch.Phys.*, 46:203–284, 1998.
- [59] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne and G. Watt. Parton distributions for the LHC. *Eur. Phys. J.*, C 63:189–285, 2009.
- [60] H. M. Georgi, S. L. Glashow, M. E. Machacek, and D. V. Nanopoulos. Higgs bosons from two-gluon annihilation in proton-proton collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 40:692–694, Mar 1978.

- [61] T. Hahn. CUBA: A Library for multidimensional numerical integration. *Comput.Phys.Commun.*, 168:78–95, 2005.
- [62] <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CrossSections>.
- [63] Stefano Catani, Daniel de Florian, Massimiliano Grazzini, and Paolo Nason. Soft gluon resummation for Higgs boson production at hadron colliders. *JHEP*, 0307:028, 2003.
- [64] Michael Spira. HIGLU: A program for the calculation of the total Higgs production cross-section at hadron colliders via gluon fusion including QCD corrections. 1995.
- [65] Julien Baglio and Abdelhak Djouadi. Higgs production at the LHC. *JHEP*, 1103:055, 2011.
- [66] J.D. Jackson. Kinematics revised january 2000 by j.d. jackson (lbl).
- [67] William J. Marciano, Cen Zhang, and Scott Willenbrock. Higgs Decay to Two Photons. *Phys.Rev.*, D85:013002, 2012.
- [68] K. Ender, T. Graf, R. Groeber, M. Muehlleitner, and H. Rzehak. in preparation . 2012.
- [69] M. Frank, T. Hahn, S. Heinemeyer, W. Hollik, H. Rzehak, et al. The Higgs Boson Masses and Mixings of the Complex MSSM in the Feynman-Diagrammatic Approach. *JHEP*, 0702:047, 2007.
- [70] K. Ender, T. Graf, M. Muehlleitner, and H. Rzehak. Analysis of the NMSSM Higgs Boson Masses at One-Loop Level. *Phys.Rev.*, D85:075024, 2012.
- [71] Karina E. Williams, Heidi Rzehak, and Georg Weiglein. Higher order corrections to Higgs boson decays in the MSSM with complex parameters. *Eur.Phys.J.*, C71:1669, 2011.
- [72] A. Djouadi, J. Kalinowski, and M. Spira. HDECAY: A Program for Higgs boson decays in the standard model and its supersymmetric extension. *Comput.Phys.Commun.*, 108:56–74, 1998.
- [73] S.F. King, M. Muehlleitner, and R. Nevzorov. NMSSM Higgs Benchmarks Near 125 GeV. *Nucl.Phys.*, B860:207–244, 2012.
- [74] Markus Frank. Strahlungskorrekturen im Higgs-Sektor des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells mit CP-Verletzung. 2006.
- [75] U.Nierste. Theoretische Teilchenphysik, Vorlesungsskript. mitgeschrieben von Fred-Markus Stober, Sommersemester 2007.
- [76] M. Spira, A. Djouadi, D. Graudenz, and P.M. Zerwas. Higgs boson production at the LHC. *Nucl.Phys.*, B453:17–82, 1995.
- [77] Matthias Steinhauser. Übungen zu strahlungskorrekturen in eichtheorien, herbstschule für hochenergiephysik, maria laach.
- [78] Peter Z. Skands, B.C. Allanach, H. Baer, C. Balazs, G. Belanger, et al. SUSY Les Houches accord: Interfacing SUSY spectrum calculators, decay packages, and event generators. *JHEP*, 0407:036, 2004.
- [79] B.C. Allanach, C. Balazs, G. Belanger, M. Bernhardt, F. Boudjema, et al. SUSY Les Houches Accord 2. *Comput.Phys.Commun.*, 180:8–25, 2009.

Danksagung

Mein ergebenster Dank gilt den Menschen, die mir diese Diplomarbeit ermöglicht haben.

An erster Stelle möchte ich Prof. Dr. Margarete M. Mühlleiter danken, insbesondere für die Zeit, die sie gerade in den letzten Wochen zur Klärung wichtiger Rückfragen investiert hat, aber darüber hinaus natürlich auch dafür, mir mit diesem Thema einen Einstieg in ein so hochkomplexes Thema wie die Physik jenseits des Standardmodells ermöglicht zu haben.

Prof. Dr. Johann Kühn möchte ich meinen Dank für das Übernehmen des Koreferats aussprechen.

Für die hilfreichen Eingebungen in Form von Korrekturlesen danke ich Matthias Kerner und Kathrin Walz. Vielen Dank an Ramona auch für die hilfreichen Diskussionen und Erklärungen, die mir einiges an Zeit erspart haben. Juro Streicher möchte ich auch für seine Gesellschaft in dieser Zeit, so dass thematische Diskussionen jederzeit möglich waren.

Meine Zeit am Institut für theoretische Physik habe ich stets in netter Atmosphäre erlebt, was sicher keine grundlegende Selbstverständlichkeit sein muss. Auch dafür sei Allen, die dazu beitragen konnten, gedankt. Insbesondere meinen Dank aussprechen möchte ich Prof. Dr. Dieter Zeppenfeld für die großzügige Bereitstellung einer Kaffeemaschine.

Für die mentale und finanzielle Unterstützung von meinen Eltern Albert und Michaela bin ich ebenfalls sehr dankbar. Ohne sie wäre es ein Schwieriges gewesen, dieses Studium der Physik zu verfolgen.

Es gibt eine wunderbare Welt auch außerhalb der theoretischen Physik [?], wofür ich meinen Freunden im Allgemeinen und Patricia im Speziellen dankbarer nicht sein kann.

In Gedenken an meinen Grossvater, Alois Weinreuter (1926 - 2012).