Produktion schwerer Fermionpaare im Zwei–Higgs–Dublett Modell

Arnd Kraft

Diplomarbeit
vorgelegt an der Fakultät für Physik
der
Universität Karlsruhe

Theory Division, CERN
Genf, Schweiz

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Die experimentellen Ergebnisse von LEP stimmen sehr gut mit den Vorhersagen des minimalen Standardmodells (MSM) überein und schränken dadurch den möglichen Einfluß von neuer Physik auf die Meßwerte zunehmend ein [1, 2]. Die Ursache hierfür ist die hohe Präzision der Messungen an LEP, wodurch Strahlungskorrekturen, d. h. höhere Ordnungen in einer Störungsentwicklung der physikalischen Observablen nach den Kopplungen, für die Berechnung von Wirkungsquerschnitten notwendig werden. Dabei treten in virtuellen Zuständen auch die Teilchen auf, die zu schwer sind, um bisher direkt erzeugt werden zu können, und beeinflußen dadurch die theoretischen Vorhersagen.

Dies ist für die noch nicht nachgewiesenen Teilchen, das Top–Quark und das Higgsboson, von Bedeutung, da man umgekehrt aus den Meßwerten den zulässigen Massenbereich dieser Teilchen einschränken kann. Es stellt sich heraus, daß die Strahlungskorrekturen nur wenig von der Higgsmasse abhängen. Daher können durch die direkte Suche an LEP und die Unitaritätsforderung [3] schärfere Grenzen für die Higgsmasse gezogen werden.

Beim Top–Quark hingegen erhält man die schärferen Grenzen mit $110\,\mathrm{GeV} < \mathrm{m_t} < 190\,\mathrm{GeV}$ [2] aus dem Vergleich der theoretischen Vorhersagen mit den Meßwerten. Dies setzt allerdings die Gültigkeit des MSM vorraus. Auch in erweiterten Modellen mit zusätzlichen Fermionen oder Eichbosonen bleibt die obere Grenze bestehen. Hingegen kann bei alternativen Higgssektoren die obere Grenze höher liegen [2] und beträgt $\approx 350\,\mathrm{GeV}$ für das Zwei–Higgs–Dublett Modell (THDM) [4], das zusätzlich zum MSM ein zweites komplexes Higgsdublett besitzt. Aus der direkten Suche ergibt sich eine modellunabhängige Grenze von $m_t > 55\,\mathrm{GeV}$ [2], die sich im THDM auf $m_t > 70\,\mathrm{GeV}$ für den größten Teil des Parameterraumes erhöht [5]. Damit sieht es so aus, als ob das Top–Quark zu schwer ist, um am LEP erzeugt werden zu können, sollte aber im Energiebereich der nächsten Generation von e^+e^-–Beschleunigern liegen.

Die Top–Paar–Produktion ist deshalb so interessant, weil das Top–Quark einen wichtigen Baustein für die Theorie darstellt und auch experimentelle Ergebnisse einen Isospinpartner des Bottom–Quarks verlangen [6]. Ferner ist die genaue Kenntnis der Masse des Tops, die sich viel genauer an e^+e^-–Collidern als an Hadronbeschleunigern messen läßt, für präzise theoretische Vorhersagen von Bedeutung und würde auch den Spielraum der Masse des Higgsbosons im MSM einschränken. Darüber hinaus ist mit dem schweren Top–Quark erstmals eine Erkundung der Yukawakopplungen und damit des Higgssektors und der Massenerzeugung möglich.

Im MSM werden die Massenterme durch spontane Symmetriebrechung mit einem komplexen Higgsdublett erzeugt [7]. Außer dem ρ–Parameter gibt es jedoch kaum experimentelle Erkenntnisse über die genaue Struktur des Higgssektors, so daß es sinnvoll ist Erweiterungen des Higgssektors des MSM zu untersuchen. Der Grund, warum dafür das THDM gewählt wurde, ist, daß

- es die einfachste Verallgemeinerung des MSM darstellt, so daß relativ wenige neue Parameter und Teilchen eingeführt werden,
- der ρ–Parameter, dessen experimenteller Wert nahe bei 1 liegt, in niederster Ordnung für Higgsdubletts automatisch gleich 1 ist,
- die Higgs–Kopplungen an die Fermionen (mit Masse m_f), die im minimalen Standardmodell proportional zu m_f/m_W und daher für alle nachgewiesenen Fermionen vernachlässigbar klein sind, verstärkt werden können und
- ferner in supersymmetrischen Modellen mindestens zwei Higgsdubletts erforderlich sind.

Ziel dieser Diplomarbeit ist es daher, die $t\bar{t}$–Produktion aus der e^+e^-–Vernichtung zu untersuchen, um die Auswirkung des zweiten Higgsdubletts auf den zugehörigen Wirkungsquerschnitt festzustellen. Weshalb das Top–Quark als auslaufendes Teilchen gewählt wurde, wurde bereits angedeutet. Die Yukawa–Kopplungen sind nicht mehr vernachläßigbar und können sogar um einen Faktor $1/\sin\beta$ verstärkt werden.

Kapitel 2

Das Zwei–Higgs–Dublett Modell

2.1 Das Standardmodell

2.1.1 Die Struktur des Standardmodells

Die folgende Darstellung ist sehr knapp gehalten, so daß zum besseren Verständnis ein Lehrbuch wie z. B. [8] hilfreich ist.

Früher versuchte man die schwache Wechselwirkung mit der Fermitheorie, die eine punktförmige Wechselwirkung vierer Fermionen mit einer Kopplungskonstanten G_F enthält, zu erklären. Dabei stieß man jedoch auf zwei Probleme:

1. Die Kopplungskonstante G_F hat die Dimension $(Masse)^{-2}$, so daß die Theorie nicht renormierbar ist.

2. Bei höheren Energien wird bei bestimmten Prozessen die Unitarität verletzt.

Als Ausweg aus diesen Problemen wurde versucht die Fermitheorie als effektive Theorie und die punktförmige Wechselwirkung zwischen den vier Fermionen als Niederenergiegrenzfall des Austausch eines massiven Bosons als Träger der schwachen Wechselwirkung zu betrachteten. Leider sind damit die beiden Probleme nicht gelöst, da dann

1. der Propagator des massiven Austauschteilchens sich für hohe Energien wie eine Konstante verhält und dadurch die Theorie unrenormierbar macht und

2. mit der Einführung des Austauschteilchens neue Prozesse möglich werden, die nun ihrerseits die Unitarität verletzen.

Setzt man aber das Einführen neuer Kopplungen und Teilchen zur Erhaltung der Unitarität aller zulässigen Prozesse fort, so gelangt man schließlich zu einer renormierbaren Lagrangedichte, die unser heutiges minimales Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung darstellt.

Diese Lagrangedichte läßt sich auch auf algebraischem Wege motivieren. Da in der Natur mit dem elektromagnetischen, den beiden geladenen schwachen und dem neutralen schwachen, vier Ströme bekannt sind, muß die zugrundeliegende Symmetriegruppe vier Generatoren haben. Dies ist bei $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$ der Fall. Da nur linkshändige Fermionen an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen, ordnet man sie in $SU(2)_W$–Dubletts und rechtshändige Fermionen in $SU(2)_W$–Singuletts ein. Verlangt man nun, daß die Theorie auch lokal invariant unter der $SU(2)_W \times U(1)_Y$ Symmetrie ist, so führt dies zu der Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_F \ , \tag{2.1}$$

wobei der Yang–Mills–Teil $\mathcal{L}_{YM}$ die Impulsterme und die Selbstwechselwirkungsterme der Eichbosonen enthält[1]

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} F_i^{\mu\nu} F^i_{\mu\nu} - \frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \tag{2.2}$$

mit

$$\begin{aligned} F^i_{\mu\nu} &= \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu + g_2 \varepsilon^{ijk} W_{j\mu} W_{k\nu} \ , & (2.3) \\ G_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \ . & (2.4) \end{aligned}$$

Dabei ist g_2 die Kopplungskonstante, der total antisymmetrische Tensor 3. Stufe ε^{ijk} die Strukturkonstante der $SU(2)_W$ und W^i_μ bzw. B_μ sind die Eichfelder der lokalen $SU(2)_W$ bzw. $U(1)_Y$.

Die Lagrangedichte der Fermionen $\mathcal{L}_F$ lautet:

$$\mathcal{L}_F = \overline{L'^L_n} i \not{D} L'^L_n + \overline{Q'^L_n} i \not{D} Q'^L_n + \overline{l'^R_n} i \not{D} l'^R_n + \overline{u'^R_n} i \not{D} u'^R_n + \overline{d'^R_n} i \not{D} d'^R_n \ . \tag{2.5}$$

Der Summationsindex n läuft dabei über die Fermiongenerationen und

$$L'_n = \begin{pmatrix} \nu'_n \\ l'_n \end{pmatrix}, \quad Q'_n = \begin{pmatrix} u'_n \\ d'_n \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

sind eine Kurzschreibweise für die Lepton– und Quarkdubletts bestehend aus Neutrinos (ν) und geladenen Leptonen (l) bzw. Quarks mit Ladung $+2/3$ (u) und $-1/3$ (d). Der Strich ($'$) soll andeuten, daß die Felder diagonal bzgl. der Wechselwirkung mit den Eichbosonen, aber nicht notwendigerweise massendiagonal sind. Im folgenden wird meist 'eichdiagonal' statt 'diagonal bzgl. der Wechselwirkung mit den Eichbosonen' verwendet. Der obere Index $\left\{ {L \atop R} \right\}$ gibt an, daß eine Projektion mit $\omega^\mp = (1 \mp \gamma_5)/2$ auf $\left\{ {\text{links–} \atop \text{rechts–}} \right\}$ händige Fermionen erfolgte. Außerdem ist $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$ mit der kovarianten Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{W}_\mu + i g_1 \frac{Y}{2} B_\mu \ . \tag{2.7}$$

Hierbei ist g_1 die Kopplungskonstante von $U(1)_Y$, die im Anhang A aufgeführten Paulimatrizen $\vec{\tau}/2$ sind die Generatoren von $SU(2)_W$, $Y = 2(Q - T_3)$ ist die schwache Hyperladung von $U(1)_Y$, Q der Ladungsoperator und $T_3 = \tau_3/2 = \pm 1/2$ die dritte Komponente des schwachen Isospingenerators.

[1] Die Summationskonvention ist im Anhang A angegeben.

2.1.2 Der Higgssektor

Die Eichbosonen, die in einer Eichtheorie auftreten sind alle masselos. Da jedoch die Fermitheorie für kleine Energien (klein im Vergleich zur Masse des W–Bosons) eine gute Approximation der schwachen Wechselwirkung darstellt, muß das Austauschteilchen, das diese Kraft vermittelt, massiv sein. Die Masse erzeugt man durch die Einführung eines komplexen Dubletts skalarer Felder mit einem Potential (Selbstwechselwirkungstermen), das zu einem nicht verschwindenten Vakuumerwartungswert führt. Dadurch ist der Grundzustand (Vakuum) nicht mehr invariant unter $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$ und führt zu einer spontanen Brechung der Eichsymmetrie. Allerdings wird die spontane Symmetriebrechung so durchgeführt, daß der Grundzustand invariant unter der $\mathrm{U}(1)_{\mathrm{em}}$ Symmetrie der QED ist. Daher werden von den 4 Eichfeldern der $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$ nur 3 massiv, wohingegen das vierte Austauschteilchen, das Photon, masselos bleibt.

Durch dieses skalare Feld erreicht man auch, daß in dem Modell die Fermionen eine Masse erhalten, obwohl ein expliziter Massenterm durch die $\mathrm{SU}(2)_W$–Symmetrie verboten ist, da rechts– und linkshändige Fermionen sich in unterschiedlichen Darstellungen (Singuletts bzw. Dubletts) befinden.

Im minimalen Standardmodell (MSM) hat die Lagrangedichte des Higgssektors die folgende Form:

$$\mathcal{L}_H = |D_\mu \Phi|^2 - V(\Phi) \;, \tag{2.8}$$

wobei

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v' + H + i\chi') \end{pmatrix} \;, \tag{2.9}$$

$$V(\Phi) = -\mu^2 |\Phi|^2 + \lambda |\Phi|^4 \quad , \quad \mu^2, \lambda > 0 \;. \tag{2.10}$$

Hierbei ist $v' = \sqrt{\mu^2/\lambda}$ der Vakuumerwartungswert des Higgsdubletts und H das physikalische Higgsboson mit Masse $m_H = \sqrt{2\mu^2}$. Die Felder χ' und $\phi^\pm$ sind unphysikalische Goldstonebosonen, die in der unitären Eichung aus der Lagrangedichte verschwinden.

Außerdem tritt das Higgsdublett noch in den Yukawatermen

$$\mathcal{L}_Y = -(\overline{L_m'^L} \Phi G^l_{mn} l_n'^R + \overline{Q_m'^L} \Phi G^d_{mn} d_n'^R + \overline{Q_m'^L} i\tau_2 \Phi^* G^u_{mn} u_n'^R + h.c.) \tag{2.11}$$

auf[2]. Auch hier laufen die Summationsindizes m und n über die Fermiongenerationen.

Man erkennt, daß beim Diagonalisieren der Massenmatrizen für die Fermionen gleichzeitig auch die Wechselwirkungsmatrizen mit den neutralen Higgsbosonen diagonalisiert werden, so daß auch im Higgssektor des MSM keine flavour–ändernden neutralen Ströme (FCNC) auftreten. Diese Eigenschaft ist insofern wichtig, da die FCNC experimentell stark unterdrückt sind und deshalb in Borndiagrammen nicht auftreten sollten [9].

[2]Hier wurde angenommen, daß keine rechtshändigen Neutrinos existieren.

2.2 Das zweite Higgsdublett

2.2.1 Die neuen Terme

Im Zwei–Higgs–Dublett Modell hat man nun zusätzlich ein zweites Dublett gleicher Struktur mit derselben schwachen Hyperladung $Y = 1$:

$$\Phi_n = \begin{pmatrix} \phi_n^+ \\ \phi_n^0 \end{pmatrix} \quad , \quad n = 1, 2 \ . \tag{2.12}$$

Der Term des Higgssektors, der die Impulse enthält, behält seine ursprüngliche Form, nur daß man nun über die beiden Dubletts summieren muß:

$$\mathcal{L}_{H,kin} = \sum_{n=1}^{2} |D_\mu \Phi_n|^2 \ . \tag{2.13}$$

Das Potential hingegen wird deutlich komplizierter, da man nun $2 \times 2 = 4$ lineare und $\frac{4}{2}(4+1) = 10$ quadratische Terme in $\Phi_m^\dagger \Phi_n$ finden kann:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H,pot} \;=\; & \sum_{n=1}^{2} (-\mu_n^2 |\Phi_n|^2 + \lambda_n |\Phi_n|^4) \\ & + \mu_{12} \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \mu_{12}' \Phi_2^\dagger \Phi_1 \\ & + \lambda_3 |\Phi_1|^2 |\Phi_2|^2 + \lambda_4 |\Phi_1^\dagger \Phi_2|^2 \\ & + \frac{\lambda_5}{2} (\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + \frac{\lambda_5'}{2} (\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2 \\ & + \lambda_6 |\Phi_1|^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \lambda_6' |\Phi_1|^2 \Phi_2^\dagger \Phi_1 \\ & + \lambda_7 |\Phi_2|^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \lambda_7' |\Phi_2|^2 \Phi_2^\dagger \Phi_1 \ . \end{aligned} \tag{2.14}$$

Auch der Yukawaterm ändert sich:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y \;=\; & -[\overline{L_m'^L} (\Phi_1 G_{mn}^{l,1} + \Phi_2 G_{mn}^{l,2}) l_n'^R + \overline{Q_m'^L} (\Phi_1 G_{mn}^{d,1} + \Phi_2 G_{mn}^{d,2}) d_n'^R \\ & + \overline{Q_m'^L} i\tau_2 (\Phi_1^* G_{mn}^{u,1} + \Phi_2^* G_{mn}^{u,2}) u_n'^R + h.c.] \ . \end{aligned} \tag{2.15}$$

Aus diesem Term der Lagrangedichte kann man die Massen der Fermionen und ihre Kopplungen an die neutralen und geladenen Higgse ableiten.

Da von jedem Higgsdublett ein Vakuumerwartungswert und zwei neutrale Higgse kommen, erkennt man bereits hier, daß im allgemeinen Fall bei einer Diagonalisierung der Massenmatrix nicht notwendigerweise auch die Wechselwirkungsmatrix der Fermionen mit den neutralen Higgsen diagonalisiert wird. Folgt man aber der Argumentation von [9], daß die Abwesenheit von FCNC auf Bornniveau nicht auf einer feinen Abstimmung der Parameter beruht, sondern eine Folge der Theorie ist, so muß man einen Weg finden, flavour–ändernde neutrale Ströme auszuschliessen.

Dies erreicht man dadurch, daß jede Fermionart f, also entweder geladene Leptonen, Quarks mit $T_3 = +1/2$ oder Quarks mit $T_3 = -1/2$, nur von einem Higgsdublett Φ_j seine Masse erhält und nicht an das andere Higgsdublett Φ_i $(i \neq j)$ koppelt, also

$$G_{mn}^{f,i} = 0 \qquad , \text{ für alle } m, n \tag{2.16}$$

gelten muß. Diese Forderung kann man 'natürlich' machen, indem man verlangt, daß die Lagrangedichte invariant unter den Transformationen

$$f^L \to \pm f^L \quad , \quad f^R \to f^R \quad , \quad \Phi_1 \to \Phi_1 \quad , \quad \Phi_2 \to -\Phi_2 \; . \tag{2.17}$$

sein soll. Ändert f^L bei der Transformation sein Vorzeichen, so ist $i = 1$ und $j = 2$. Bleibt das Vorzeichen von f^L gleich, so ist $i = 2$ und $j = 1$.

2.2.2 Das Higgspotential im THDM

Die oben aufgestellte Forderung der Invarianz der Lagrangedichte unter (2.17) hat auch Folgen für den Potentialterm (2.14):

$$\mu_{12} = \mu'_{12} = \lambda_6 = \lambda'_6 = \lambda_7 = \lambda'_7 = 0 \; . \tag{2.18}$$

Außerdem ist die Lagrangedichte reell, so daß für die Parameter des Potentials

$$\begin{gathered} \mu_1, \mu_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \text{ reell,} \\ \lambda'_5 = \lambda^*_5 \end{gathered} \tag{2.19}$$

gilt. Da $(\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2$ gerade konjugiert komplex zu $(\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2$ ist, kann man [10] durch eine Neudefinition der Phase eines der beiden Higgsdubletts (z. B. Φ_2) erreichen, daß λ_5 reell wird. Der Phasenfaktor, den das Higgsdublett durch diese Transformation erhält, kann in der Phase der Fermionen absorbiert werden. Der endgültige Potentialterm lautet daher:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{H,pot} &= \sum_{n=1}^{2} (-\mu_n^2 |\Phi_n|^2 + \lambda_n |\Phi_n|^4) \\ &\quad + \lambda_3 |\Phi_1|^2 |\Phi_2|^2 + \lambda_4 |\Phi_1^\dagger \Phi_2|^2 \\ &\quad + \frac{\lambda_5}{2} [(\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + (\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2] \; , \end{aligned} \tag{2.20}$$

wobei alle Paramter μ_i^2, λ_i reell sind. In diesem Fall kann man [11] ohne Beschränkung der Allgemeinheit die beiden Higgsdubletts folgendermaßen parametrisieren:

$$\Phi_n = \begin{pmatrix} \phi_n^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_n + \eta_n + i\chi_n) \end{pmatrix} \quad , \quad n = 1, 2 \; . \tag{2.21}$$

Hierbei sind die Vakuumerwartungswerte v_1, v_2 reell und die beiden Higgsdubletts haben jeweils die schwache Hyperladung $Y = 1$.

Die Parametrisierung (2.21) von Φ_n wurde so gewählt, daß die Felder $\phi_n^\pm, \eta_n$ und χ_n im Minimum verschwinden (Vakuum). Da aber im Minimum die Ableitungen des Potentials nach den Feldern Null sein müssen und die Felder selbst verschwinden, kann man aus den Termen linear in den Feldern folgende Beziehungen zwischen den μ_n^2, λ_n und v_n herleiten:

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= \lambda_1 v_1^2 + \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} v_2^2 \; , \\ \mu_2^2 &= \lambda_2 v_2^2 + \frac{\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5}{2} v_1^2 \; . \end{aligned} \tag{2.22}$$

Bedingungen an die λ_n erhält man aus der Forderung, daß diese Extrema Minima sind. Dies wird im nächsten Abschnitt über die Higgsmassen genauer erläutert.

2.2.3 Die Higgsmassen

Die Higgsmassen kann man aus den Termen des Potentials (2.20) bestimmen, die quadratisch in den Feldern sind. Nach Einsetzen von (2.21) und unter Verwendung von (2.22) ergibt sich

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{H,mass} &= \frac{1}{2}(\eta_1,\eta_2)\mathcal{M}_1\begin{pmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{pmatrix}\\ &\quad-\frac{\lambda_5}{2}(\chi_1,\chi_2)\mathcal{M}_2\begin{pmatrix}\chi_1\\ \chi_2\end{pmatrix}\\ &\quad-\frac{\lambda_4+\lambda_5}{2}(\phi_1^-,\phi_2^-)\mathcal{M}_2\begin{pmatrix}\phi_1^+\\ \phi_2^+\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{2.23}$$

mit den Massenmatrizen

$$\mathcal{M}_1 = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 v_1^2 & (\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5)v_1v_2 \\ (\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5)v_1v_2 & 2\lambda_2 v_2^2\end{pmatrix}, \tag{2.24}$$

$$\mathcal{M}_2 = \begin{pmatrix} v_2^2 & -v_1v_2 \\ -v_1v_2 & v_1^2\end{pmatrix}. \tag{2.25}$$

Es sind alle Matrizen $\mathcal{M}_i$ $(i=1,2)$ reell und symmetrisch, so daß man die Diagonalmatrix D_i durch eine $SO(2)$–Transformation der Gestalt[3]

$$D_i = \mathcal{O}_i^T\mathcal{M}_i\mathcal{O}_i \quad , \quad \mathcal{O}_i = \begin{pmatrix}\cos\varphi_i & -\sin\varphi_i \\ \sin\varphi_i & \cos\varphi_i\end{pmatrix} \tag{2.26}$$

erhält. Die massendiagonalen Felder ergeben sich dann aus den ursprünglichen (und umgekehrt) durch folgende Transformationen:

$$\begin{aligned}
H_1 &= \eta_1\cos\alpha+\eta_2\sin\alpha\ , & \eta_1 &= H_1\cos\alpha-H_2\sin\alpha\ ,\\
H_2 &= -\eta_1\sin\alpha+\eta_2\cos\alpha\ , & \eta_2 &= H_1\sin\alpha+H_2\cos\alpha\ ,\\
H_3 &= -\chi_1\sin\beta+\chi_2\cos\beta\ , & \chi_1 &= -H_3\sin\beta+\chi\cos\beta\ ,\\
\chi &= \chi_1\cos\beta+\chi_2\sin\beta\ , & \chi_2 &= H_3\cos\beta+\chi\sin\beta\ ,\\
\Phi^\pm &= -\phi_1^\pm\sin\beta+\phi_2^\pm\cos\beta\ , & \phi_1^\pm &= -\Phi^\pm\sin\beta+\Psi^\pm\cos\beta\ ,\\
\Psi^\pm &= \phi_1^\pm\cos\beta+\phi_2^\pm\sin\beta\ , & \phi_2^\pm &= \Phi^\pm\cos\beta+\Psi^\pm\sin\beta\ .
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Für den Mischungswinkel α, der die Matrix $\mathcal{M}_1$ diagonalisiert, erhält man folgende Beziehungen:

$$\tan(2\alpha) = \frac{(\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5)v_1v_2}{\lambda_1v_1^2-\lambda_2v_2^2}, \tag{2.28a}$$

$$\tan\alpha = -\frac{\lambda_1v_1^2-\lambda_2v_2^2-\sqrt{(\lambda_1v_1^2-\lambda_2v_2^2)^2+(\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5)^2v_1^2v_2^2}}{(\lambda_3+\lambda_4+\lambda_5)v_1v_2} \tag{2.28b}$$

[3]Keine Summation über i.

und für β, der die Matrix $\mathcal{M}_2$ diagonalisiert:

$$\cos\beta = \frac{v_1}{v} \quad , \quad \sin\beta = \frac{v_2}{v} \quad , \quad \tan\beta = \frac{v_2}{v_1} \; . \tag{2.29}$$

Dabei wurde $v := \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ definiert.

Aus den Eigenwerten der Massenmatrizen $\mathcal{M}_i$ ergeben sich die Massen der Higgsbosonen zu:

$$\begin{aligned} m_{H_1}^2 &= \lambda_1 v_1^2 + \lambda_2 v_2^2 + \sqrt{(\lambda_1 v_1^2 - \lambda_2 v_2^2)^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)^2 v_1^2 v_2^2} \\ m_{H_2}^2 &= \lambda_1 v_1^2 + \lambda_2 v_2^2 - \sqrt{(\lambda_1 v_1^2 - \lambda_2 v_2^2)^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)^2 v_1^2 v_2^2} \\ m_{H_3}^2 &= -\lambda_5 v^2 \\ m_{\Phi}^2 &= -\frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} v^2 \; . \end{aligned} \tag{2.30}$$

Die Felder χ und $\Psi^{\pm}$ sind masselose Goldstonebosonen, H_1 und H_2 sind skalare Bosonen, H_3 ist ein Pseudoskalar und $\Phi^{\pm}$ geladene Bosonen. Die Beziehung $m_{H_1} \geq m_{H_2}$, die man aus (2.30) ablesen kann, ist eine Frage der Konvention. Formal kann diese Relation am einfachsten umgangen werden, indem man in (2.28b) und (2.30) das Vorzeichen der Wurzel negativ wählt. Folglich ist man im THDM, sobald man das Potential durch physikalische Größen ausgedrückt hat, in der Wahl der Massen frei und braucht keine Einschränkungen zu beachten.

Da die Massen(–quadrate) sicher positiv sind, ergeben sich folgende Forderungen an die λ_i[4]:

$$\begin{aligned} \lambda_5 &< 0 \\ \lambda_4 + \lambda_5 &< 0 \\ \lambda_1 &> 0 \\ \lambda_2 &> 0 \\ 0 < (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)^2 &< 4\lambda_1\lambda_2 \; . \end{aligned} \tag{2.31}$$

Für eine ausführlichere Diskussion siehe [11].

Umgekehrt lassen sich nun die Parameter λ_i des Potentials durch die Higgsmassen, α und β ausdrücken:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{2v^2 c_\beta^2}(c_\alpha^2 m_{H_1}^2 + s_\alpha^2 m_{H_2}^2) \\ \lambda_2 &= \frac{1}{2v^2 s_\beta^2}(s_\alpha^2 m_{H_1}^2 + c_\alpha^2 m_{H_2}^2) \\ \lambda_3 &= \frac{1}{v^2}[\frac{c_\alpha s_\alpha}{c_\beta s_\beta}(m_{H_1}^2 - m_{H_2}^2) + 2m_\Phi^2] \\ \lambda_4 &= \frac{1}{v^2}(m_{H_3}^2 - 2m_\Phi^2) \\ \lambda_5 &= -\frac{1}{v^2} m_{H_3}^2 \; . \end{aligned} \tag{2.32}$$

[4]Dies ist gleichbedeutend mit der Forderung, daß die Extrema Minima sind.

In den obigen Gleichungen wurden $c_\alpha = \cos\alpha$, $s_\alpha = \sin\alpha$, $c_\beta = \cos\beta$ und $s_\beta = \sin\beta$ als Abkürzungen verwendet.

Mit Hilfe von (2.32) und (2.27) kann man nun das Higgspotential (2.20) in physikalischen Größen schreiben und daraus die Higgsselbstkopplungen ablesen. Da sie jedoch für den betrachteten Prozeß nicht notwendig sind, wurde dies nicht weiter betrachtet.

2.2.4 Die Eichbosonmassen

Die Massen der Eichbosonen erhält man nun aus dem kinetischen Term (2.13) von $\mathcal{L}_H$[5] indem man für die Felder Φ_n deren Vakuumerwartungswerte $\langle\Phi_n\rangle_0 = \frac{v_n}{\sqrt{2}}\binom{0}{1}$ einsetzt:

$$\sum_{n=1}^{2}\left[\left(-ig_2\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{W}_\mu + i\frac{g_1}{2}B_\mu\right)\langle\Phi_n\rangle_0\right]^\dagger\left[\left(-ig_2\frac{\vec{\tau}}{2}\vec{W}_\mu + i\frac{g_1}{2}B_\mu\right)\langle\Phi_n\rangle_0\right] . \tag{2.33}$$

Jeder der beiden Summanden ist bis auf die Vorfaktoren (v_1^2 bzw. v_2^2 an Stelle von $(v')^2$) identisch mit dem Term des minimalen Standardmodells. Folglich ergibt sich nach Summation und unter Verwendung von $\{\tau_i, \tau_j\} = 2\delta_{ij}$

$$\frac{v_1^2+v_2^2}{2}(0,1)\left[\frac{1}{4}g_2^2 W_\mu^i W_i^\mu + \frac{1}{4}g_1^2 B_\mu B^\mu - \frac{1}{2}g_1 g_2 W_\mu^i \tau_i B^\mu\right]\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \tag{2.34}$$

analog zum MSM. Setzt man nun wieder $v^2 := v_1^2 + v_2^2$ und beachtet, daß $(0,1)\tau_{1,2}\binom{0}{1} = 0$ und $(0,1)\tau_3\binom{0}{1} = -1$ ist, erhält man:

$$\frac{1}{8}v^2[g_2^2 W_\mu^i W_i^\mu + g_1^2 B_\mu B^\mu + 2g_1 g_2 W_\mu^3 B^\mu] . \tag{2.35}$$

Dies ist, wenn man v^2 durch $(v')^2$ ersetzt, genau des Ergebnis des MSM, so daß die folgenden Rechnungen völlig analog zum MSM erfolgen.

Man erkennt, daß W_μ^3 und B_μ keine massendiagonalen Felder sind und daher zuerst diagonalisiert werden müssen. Der zu diagonalisierende Term lautet:

$$\frac{v^2}{8}(W^3, B)_\mu \begin{pmatrix} g_2^2 & g_1 g_2 \\ g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix}^\mu . \tag{2.36}$$

Da die Determinante der Matrix Null, die Spur aber gleich $g_1^2 + g_2^2$ — und damit von Null verschieden — ist, lautet die zugehörige Diagonalmatrix:

$$\begin{pmatrix} g_1^2 + g_2^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} . \tag{2.37}$$

Eine reelle, symmetrische Matrix läßt sich immer mit einer orthogonalen Matrix $\mathcal{O}$ diagonalisieren:

$$\begin{pmatrix} g_2^2 & g_1 g_2 \\ g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} = \mathcal{O}\begin{pmatrix} g_1^2 + g_2^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\mathcal{O}^T \quad , \quad \mathcal{O} = \begin{pmatrix} c_w & -s_w \\ s_w & c_w \end{pmatrix} . \tag{2.38}$$

[5] Die dabei auftretenden Mischungsterme zwischen Eichbosonen und Higgsteilchen verschwinden in der unitären Eichung bzw. heben sich nach Konstruktion mit den entsprechenden Termen des bei der Quantisierung eingeführten Eichfixierungterms $\mathcal{L}_{GF}$ raus.

Hierbei sind c_w, s_w jeweils der Cosinus und Sinus des Weinbergwinkels θ_W. Als Beziehungen zwischen c_w, s_w und g_1, g_2 ergeben sich:

$$c_w = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} \quad , \quad s_w = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} \ . \tag{2.39}$$

Die Transformation auf die massendiagonalen Felder Z (massiv) und A (masselos) erfolgt durch:

$$\begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix}_\mu = \begin{pmatrix} c_w & s_w \\ -s_w & c_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix}_\mu \quad , \quad \begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix}_\mu = \begin{pmatrix} c_w & -s_w \\ s_w & c_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix}_\mu \ . \tag{2.40}$$

Defininiert man ferner

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2)_\mu \ , \tag{2.41}$$

so lautet die kovariante Ableitung (2.7) ausgedrückt durch massendiagonale Felder:

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ie}{\sqrt{2}s_w}(\tau_+ W_\mu^+ + \tau_- W_\mu^-) - \frac{ie}{c_w s_w}(T_3 - s_w^2 Q) Z_\mu + ieQA_\mu \ . \tag{2.42}$$

Wobei $\tau_\pm = \frac{1}{2}(\tau_1 \pm i\tau_2)$ die 'raising' (+) bzw. 'lowering' (−) Matrizen der $SU(2)_W$ sind und die Elementarladung e in (A.7) definiert ist. Dies führt zu Wechselwirkungstermen zwischen $W^\pm$, Fermionen mit $T_3 = +\frac{1}{2}$ und solchen mit $T_3 = -\frac{1}{2}$.

Die Massen der Eichbosonen $W^\pm, Z$ und A sind mit

$$m_W = \frac{1}{2} g_2 v \quad , \quad m_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2+g_2^2}\, v \quad \text{und} \quad m_A = 0 \tag{2.43}$$

im Prinzip dieselben wie im Standardmodell, nur daß hier $v = \sqrt{v_1^2+v_2^2}$ ist.

2.2.5 Yukawakopplungen und Fermionmassen

Für die Diskussion der Yukawaterme (2.11) betrachtet man den allgemeinen Term für ein Fermiondublett $F'_n = \binom{f'_+}{f'_-}_n$ (der Index gibt die Generation an), wobei der Strich (′) wieder für eichdiagonale Felder steht, wohingegen massendiagonale Felder ungestrichen sind:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Y,gen} = -(\overline{f'^L_+}, \overline{f'^L_-})_m [& (G^{-,1}_{mn}\Phi_1 + G^{-,2}_{mn}\Phi_2)(f'^R_-)_n \\ & + i\tau_2 (G^{+,1}_{mn}\Phi_1^* + G^{+,2}_{mn}\Phi_2^*)(f'^R_+)_n] + h.c. \end{aligned} \tag{2.44}$$

Um die Fermionmassen zu erhalten, muß man für die Higgsdubletts deren Vakuumerwartungswerte $\frac{v_n}{\sqrt{2}}\binom{0}{1}$ einsetzen:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\overline{f'^L_\pm})_m (G^{\pm,1}_{mn} v_1 + G^{\pm,2}_{mn} v_2)(f'^R_\pm)_n + h.c.\right] \ . \tag{2.45}$$

Definiert man nun

$$\mathcal{M}^{f'_\pm}_{mn} = \frac{1}{\sqrt{2}}(G^{\pm,1}_{mn} v_1 + G^{\pm,2}_{mn} v_2) \tag{2.46}$$

als Massenmatrix der Fermionen in den Eicheigenzuständen, so ist im allgemeinsten Fall diese Matrix nicht diagonal. Es läßt sich jedoch jede Matrix biunitär diagonalisieren, d. h. es existieren unitäre Matrizen $S_\pm, T_\pm$, so daß

$$\mathcal{M}^{f_\pm} = S_\pm^\dagger \mathcal{M}^{f'_\pm} T_\pm \tag{2.47}$$

diagonal und reell ist. Folglich ist der Zusammenhang zwischen den massendiagonalen Fermionfeldern $f_\pm$ und den eichdiagonalen $f'_\pm$ durch die Transformationen

$$\begin{array}{lcl} f'^R_\pm = T_\pm f^R_\pm & , & f^R_\pm = \frac{1+\gamma_5}{2} f_\pm \ , \\ f'^L_\pm = S_\pm f^L_\pm & , & f^L_\pm = \frac{1-\gamma_5}{2} f_\pm \end{array} \tag{2.48}$$

gegeben. Verwendet man nun die Beziehungen (2.46), (2.47) und (2.48), so ergibt sich aus (2.45) mit

$$\begin{aligned} & (\overline{f^L_\pm})_k (S^\dagger_\pm)_{kl} \mathcal{M}^{f'_\pm}_{lm} (T_\pm)_{mn} (f^R_\pm)_n + h.c. \\ = \ & (\overline{f_\pm})_m \mathcal{M}^{f_\pm}_{mn} \frac{1+\gamma_5}{2} (f_\pm)_n + (\overline{f_\pm})_m \mathcal{M}^{f_\pm}_{mn} \frac{1-\gamma_5}{2} (f_\pm)_n \\ = \ & (\overline{f_\pm})_m \mathcal{M}^{f_\pm}_{mn} (f_\pm)_n \end{aligned} \tag{2.49}$$

für die Fermionen in der Tat ein diagonaler Massenterm.

Für massendiagonale Fermionfelder nimmt der neutrale Strom dann folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \ & \{ (\overline{f^L_-})_k (S^\dagger_-)_{kl} [G^{-,1}_{lm} (\eta_1 + i\chi_1) \\ & \qquad + G^{-,2}_{lm} (\eta_2 + i\chi_2)] (T_-)_{mn} (f^R_-)_n + h.c. \\ & + (\overline{f^L_+})_k (S^\dagger_+)_{kl} [G^{+,1}_{lm} (\eta_1 - i\chi_1) \\ & \qquad + G^{+,2}_{lm} (\eta_2 - i\chi_2)] (T_+)_{mn} (f^R_+)_n + h.c. \} \ . \end{aligned} \tag{2.50}$$

Soll dieser Strom flavourerhaltend sein, so muß die Matrix zwischen $(\overline{f^L_\pm})_k$ und $(f^R_\pm)_n$ diagonal sein. Dies ist dann der Fall, wenn $G^{\pm,1}_{lm}(\eta_1 \mp i\chi_1) + G^{\pm,2}_{lm}(\eta_2 \mp i\chi_2)$ proportional zu $G^{\pm,1}_{lm} v_1 + G^{\pm,2}_{lm} v_2$ ist. Erreichen kann man das sicherlich, wenn $G^{\pm,i}_{lm}$ für $i = 1$ oder $i = 2$ identisch Null ist, wobei jedoch i für f_+ verschieden von dem für f_- gewählt werden kann. Erzwungen wird es, wenn man verlangt, daß die Lagrangedichte invariant unter der diskreten Symmetrie (2.17) sein soll.

Im folgenden soll daher f_+ nur an Φ_+ und f_- nur an Φ_- koppeln, wobei $\Phi_+, \Phi_- \in \{\Phi_1, \Phi_2\}$ ist. Für die Fermionmassen ergibt sich daraus[6]:

$$\frac{v_+}{\sqrt{2}} (S^\dagger_+)_{kl} G^{+,+}_{lm} (T_+)_{mn} = (m_+)_n \delta_{kn} \ , \tag{2.51a}$$

$$\frac{v_-}{\sqrt{2}} (S^\dagger_-)_{kl} G^{-,-}_{lm} (T_-)_{mn} = (m_-)_n \delta_{kn} \ . \tag{2.51b}$$

[6] Keine Summation über n.

Die Higgs–Fermionen–Kopplungen erhält man aus (2.44) indem man für die Φ_n nur die Terme mit den Feldern

$$\Phi'_n := \Phi_n - \langle\Phi_n\rangle_0 = \begin{pmatrix} \phi_n^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_n + i\chi_n) \end{pmatrix} \tag{2.52}$$

einsetzt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{FFH} &= -(\overline{f_+^L}S_+^\dagger, \overline{f_-^L}S_-^\dagger)_l[G_{lm}^{-,-}\Phi'_-(T_-)_{mn}(f_-^R)_n + i\tau_2 G_{lm}^{+,+}(\Phi'_+)^*(T_+)_{mn}(f_+^R)_n] + h.c. \\
&= -\Big[(\overline{f_+^L})_j(S_+^\dagger S_-)_{jk}(S_-^\dagger)_{kl}G_{lm}^{-,-}\phi_-^+(T_-)_{mn}(f_-^R)_n + h.c. \\
&\quad + (\overline{f_+^L})_k(S_+^\dagger)_{kl}G_{lm}^{+,+}\frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_+ - i\chi_+)(T_+)_{mn}(f_+^R)_n + h.c. \\
&\quad + (\overline{f_-^L})_k(S_-^\dagger)_{kl}G_{lm}^{-,-}\frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_- + i\chi_-)(T_-)_{mn}(f_-^R)_n + h.c. \\
&\quad + (\overline{f_-^L})_j(S_-^\dagger S_+)_{jk}(S_+^\dagger)_{kl}G_{lm}^{+,+}(-\phi_+^-)(T_+)_{mn}(f_+^R)_n + h.c.\Big]\ .
\end{aligned} \tag{2.53}$$

Hierbei wurde in der 1. und 4. Zeile von (2.53) mit $S_\mp S_\mp^\dagger$ eine 1 eingeschoben.

Verwendet man nun (2.51), $v^2 = v_1^2 + v_2^2$,

$$m_W = \frac{1}{2}g_2 v =: \frac{e}{2s_w}v \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{v} = \frac{e}{2s_w}\frac{1}{m_W} \tag{2.54}$$

und als Definition der Kobayashi–Maskawa–Matrix V

$$V := S_+^\dagger S_-\ , \tag{2.55}$$

so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{FFH} = -\frac{e}{2s_w m_W}\Big\{&\sqrt{2}\Big[(\overline{f_+})_m V_{mn}(\omega^+\phi_-^+\frac{(m_-)_n}{v_-/v} - \omega^-\phi_+^+\frac{(m_+)_m}{v_+/v})(f_-)_n \\
&\qquad + (\overline{f_-})_m(V^\dagger)_{mn}(\omega^-\phi_-^-\frac{(m_-)_m}{v_-/v} - \omega^+\phi_+^-\frac{(m_+)_n}{v_+/v})(f_+)_n\Big] \\
&+ \frac{(m_+)_n}{v_+/v}\Big[(\overline{f_+})_n\eta_+(f_+)_n - i(\overline{f_+})_n\chi_+\gamma_5(f_+)_n\Big] \\
&+ \frac{(m_-)_n}{v_-/v}\Big[(\overline{f_-})_n\eta_-(f_-)_n + i(\overline{f_-})_n\chi_-\gamma_5(f_-)_n\Big]\Big\}\ .
\end{aligned} \tag{2.56}$$

Wenn man davon ausgeht, daß alle Fermionen mit dem gleichen Isospin T_3 an dasselbe Higgsdublett koppeln, so läßt sich die Willkür, die man bei der Wahl der Indizes der Higgsdubletts (1 oder 2) hatte, durch die Konvention, daß das Top–Quark an Φ_2 koppelt, aufheben [12]. Den Fall, in dem das Top–Quark an Φ_1 koppelt, erhält man einfach dadurch, daß man in den folgenden Gleichungen die Substitutionen

$$\begin{aligned} \alpha &\to \alpha \pm 90^\circ \\ \beta &\to \beta \pm 90^\circ \end{aligned} \qquad \text{(jeweils gleiches Vorzeichen)} \tag{2.57}$$

durchführt. Denoch kann man sich zwei verschiedene Modelle vorstellen:

1. Die Fermionen mit $T_3 = -\frac{1}{2}$ koppeln an Φ_1 (Modell 1).

2. Sie koppeln ebenfalls an Φ_2 (Modell 2).

Zuerst betrachten wir das Modell 1. Dieser Fall tritt auch bei supersymmetrischen Modellen auf und wird am häufigsten betrachtet.

Um die Feynmanregeln für die Kopplungen der massendiagonalen Felder direkt ablesen zu können, muß man in (2.56) '+' gleich 2 und '−' gleich 1 setzen. Verwendet man ferner die Beziehungen (2.27) und (2.29), so ergibt sich für die Lagrangedichte der Fermionen–Higgs–Kopplungen des Modells 1:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}^{(1)}_{FFH} = & \frac{e}{\sqrt{2} s_w m_W} \Big\{ (\overline{f_+})_m V_{mn} \Phi^+ (f_-)_n [\omega^+ \tan\beta (m_-)_n + \omega^- \cot\beta (m_+)_m] \\
& + (\overline{f_+})_m V_{mn} \Psi^+ (f_-)_n [-\omega^+ (m_-)_n + \omega^- (m_+)_m] \\
& + (\overline{f_-})_m (V^\dagger)_{mn} \Phi^- (f_+)_n [\omega^+ \cot\beta (m_+)_n + \omega^- \tan\beta (m_-)_m] \\
& + (\overline{f_-})_m (V^\dagger)_{mn} \Psi^- (f_+)_n [\omega^+ (m_+)_n - \omega^- (m_-)_m] \Big\} \\
& - \frac{e (m_+)_n}{2 s_w m_W} (\overline{f_+})_n \Big[H_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} + H_2 \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} - i\gamma_5 (H_3 \cot\beta + \chi) \Big] (f_+)_n \\
& - \frac{e (m_-)_n}{2 s_w m_W} (\overline{f_-})_n \Big[H_1 \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} - H_2 \frac{\sin\alpha}{\cos\beta} - i\gamma_5 (H_3 \tan\beta - \chi) \Big] (f_-)_n \ .
\end{aligned} \tag{2.58}
$$

Im Modell 2 hingegen sind sowohl '+' als auch '−' gleich 2 zu setzen, was zu folgendem Term führt:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}^{(2)}_{FFH} = & \frac{e}{\sqrt{2} s_w m_W} \Big\{ (\overline{f_+})_m V_{mn} [-\omega^+ (m_-)_n + \omega^- (m_+)_m] (\cot\beta \Phi^+ + \Psi^+) (f_-)_n \\
& + (\overline{f_-})_m (V^\dagger)_{mn} [\omega^+ (m_+)_n - \omega^- (m_-)_m] (\cot\beta \Phi^- + \Psi^-) (f_+)_n \Big\} \\
& - \frac{e (m_+)_n}{2 s_w m_W} (\overline{f_+})_n \Big[H_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} + H_2 \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} - i\gamma_5 (H_3 \cot\beta + \chi) \Big] (f_+)_n \\
& - \frac{e (m_-)_n}{2 s_w m_W} (\overline{f_-})_n \Big[H_1 \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} + H_2 \frac{\cos\alpha}{\sin\beta} + i\gamma_5 (H_3 \cot\beta + \chi) \Big] (f_-)_n \ .
\end{aligned} \tag{2.59}
$$

Im Anhang B sind die zugehörigen Feynmanregeln in einer kompakten Form aufgeführt.

Man erkennt aus diesen Termen, daß sich die Yukawakopplungen an die Fermionen durch eine geeignete Wahl von β verstärken (oder abschwächen) lassen[7].

[7]Die Schranken an $\tan\beta$ werden später betrachtet.

Kapitel 3

Renormierung und Selbstenergien

3.1 Das Renormierungsschema

Will man höhere Ordnungen in einer Störungsentwicklung nach den Kopplungen und nicht nur Borndiagramme berechnen, so muß man die in Kapitel 2 vorgestellte Lagrangedichte $\mathcal{L}_c$ quantisieren. Eine Möglichkeit hierfür besteht in der Verwendung der Pfadintegralmethode, wobei über alle Feldkonfigurationen integriert wird. Da jedoch $\mathcal{L}_c$ invariant unter Eichtransformationen ist, führt die unphysikalische Vieldeutigkeit der Felder zu Unendlichkeiten im Pfadintegral. Dies verhindert man durch die Einführung eines eichfixierenden Terms $\mathcal{L}_{GF}$. Die dabei auftretende Funktionaldeterminante läßt sich als Folge einer Lagrangedichte $\mathcal{L}_{FP}$ grassmannwertiger Felder (Fadeev–Popov–Geister) schreiben.

In dieser Arbeit wird mit der Feynman–'t Hooft Eichung eine renormierbare Eichung gewählt, die für ein mildes Hochenergieverhalten der Propagatoren der massiven Eichbosonen sorgt. Den Nachteil, den man sich dadurch einhandelt, besteht darin, daß nun die unphysikalischen Higgse χ und $\Psi^{\pm}$ nicht mehr wie in der unitären Eichung verschwinden, sondern mit den Massen

$$m_{\chi} = m_Z \quad \text{und} \quad m_{\Psi} = m_W \tag{3.1}$$

in den Feynmanregeln auftreten. Für eine ausführlichere Diskussion siehe z. B. [8]. Die restlichen Aussagen dieses Abschnitts sind unabhängig von der gewählten Eichung.

Eine weitere Schwierigkeit, die bei der Berechnung von Strahlungskorrekturen auftritt, liegt darin, daß Korrekturen zu den Parametern der niedersten Ordnung auftreten, die deren direkte physikalische Interpretation zerstören. Schlimmer noch: Diese Korrekturen sind teilweise unendlich, da in den Schleifen über den unendlich großen Impulsraum integriert wird. Eine Theorie heißt renormierbar, wenn sich zu jeder Ordnung Störungstheorie diese UV–Divergenzen in Relationen zwischen physikalischen Observablen herausheben und zur Berechnung der Observablen nur eine endliche Anzahl von Experimenten zur Festlegung der Parameter der renormierten Lagrangedichte benötigt werden.

Ein Verfahren, um mit diesen Unendlichkeiten fertig zu werden, ist die Counterterm–Methode, bei der man die UV–divergenten Terme durch Counterterme zu den endlichen physikalischen Größen kompensiert. Zusätzlich zu den physikalischen Größen kann man auch zu den Feldern Counterterme hinzufügen, so daß auch Greensfunktionen endlich werden. Nun hat man noch die Freiheit den endlichen Anteil der Counterterme durch sogenannte Renormierungsbedingungen, die die physikalische Bedeutung der Parameter bestimmen, geeignet festzulegen. Es erweist sich als sinnvoll, diese Bedingungen so zu wählen, daß der Propagator von Teilchen auf der Massenschale seinen Pol gerade bei der physikalischen Masse der Teilchen hat und das Residuum gleich eins ist. In diesem Fall braucht man nämlich für Teilchen auf der Massenschale keine Strahlungskorrekturen zum Propagator berechnen, da diese sich ja nach Konstruktion mit den Countertermen wegheben [13, 14]. Außerdem sind die Massenparameter der Lagrangedichte gleich der physikalischen Masse der jeweiligen Teilchen.

Bei dem in dieser Arbeit betrachteten Prozeß wird die Masse des Elektrons wenn immer möglich vernachläßigt. Als Folge davon benötigt man keinen Counterterm aus dem Higgssektor. Daher können die benötigten Counterterme, ausgedrückt durch die im Abschnitt 3.2 und 3.3 definierten Selbstenergien, direkt von [14] übernommen werden. Die Erweiterung des Higgssektors geht also nur über die Selbstenergien in die Counterterme ein.

Die physikalischen Größen, die in diesem Schema als Eingabeparameter verwendet werden, sind die Feinstrukturkonstante $\alpha_{\rm em} = e^2/(4\pi)$, die Massen der Bosonen m_Z, m_W, m_{H_1}, m_{H_2}, m_{H_3}, m_Φ, die Mischungswinkel im Higgssektor α und β, die Fermionmassen m_{f_i} und die Kobayashi–Maskawa–Matrix V. Bei den Rechnungen wird die Kobayashi–Maskawa–Matrix gleich der Einheitsmatrix gesetzt und tritt daher nicht in den Countertermen auf. Explizit ergibt sich dann für die Counterterme:

$$\begin{aligned}
\delta m_W^2 &= \mathrm{Re}\ \Sigma_T^W(m_W^2) \qquad , \quad \delta m_Z^2 = \mathrm{Re}\ \Sigma_T^{ZZ}(m_Z^2)\ , \\
\delta Z_{ZZ} &= -\mathrm{Re}\ \left.\frac{\partial \Sigma_T^{ZZ}(k^2)}{\partial k^2}\right|_{k^2=m_Z^2} , \quad \delta Z_{AA} = -\left.\frac{\partial \Sigma_T^{AA}(k^2)}{\partial k^2}\right|_{k^2=0} , \\
\delta Z_{AZ} &= -2\mathrm{Re}\ \frac{\Sigma_T^{AZ}(m_Z^2)}{m_Z^2} \qquad , \quad \delta Z_{ZA} = 2\frac{\Sigma_T^{AZ}(0)}{m_Z^2}\ , \\
\delta Z_{nn}^{f,L} &= -\mathrm{Re}\ \Sigma_{nn}^{f,L}(m_{f_n}^2) - m_{f_n}^2 \frac{\partial}{\partial p^2}\mathrm{Re}\ \left.\left[\Sigma_{nn}^{f,L}(p^2) + \Sigma_{nn}^{f,R}(p^2) + 2\Sigma_{nn}^{f,S}(p^2)\right]\right|_{p^2=m_{f_n}^2} , \\
\delta Z_{nn}^{f,R} &= -\mathrm{Re}\ \Sigma_{nn}^{f,R}(m_{f_n}^2) - m_{f_n}^2 \frac{\partial}{\partial p^2}\mathrm{Re}\ \left.\left[\Sigma_{nn}^{f,L}(p^2) + \Sigma_{nn}^{f,R}(p^2) + 2\Sigma_{nn}^{f,S}(p^2)\right]\right|_{p^2=m_{f_n}^2} , \\
\delta Z_e &= -\frac{1}{2}\delta Z_{AA} - \frac{s_w}{c_w}\frac{1}{2}\delta Z_{ZA} \quad , \quad \frac{\delta s_w}{s_w} = -\frac{1}{2}\frac{c_w^2}{s_w^2}\left(\frac{\delta m_W^2}{m_W^2} - \frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2}\right) .
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Die Counterterme δm_W^2 und δm_Z^2 sorgen dafür, daß die Parameter m_W und m_Z der physiklischen Masse des W– und Z–Bosons entsprechen. Die Feldrenormierungskonstanten δZ_{ZZ}, δZ_{AA}, δZ_{AZ} und δZ_{ZA} machen die Greensfunktionen endlich und verhindern eine Mischung zwischen Z–Boson und Photon, wenn diese sich auf der Massenschale befinden. Die Kopplung wird durch den Counterterm δZ_e gleich der Elementarladung gesetzt. Ferner wurde der Term $\delta s_w/s_w$ als Abkürzung definiert.

3.2 Die bosonischen Selbstenergien

Durch das zweite Higgs–Dublett ergeben sich neue Terme in den Selbstenergien der Bosonen und Fermionen. Beim Photonpropagator und bei der Photon–Z–Mischung beschränkt

Abbildung 3.1: Die neuen Graphen für den Photonpropagator und die Photon–Z–Mischung.

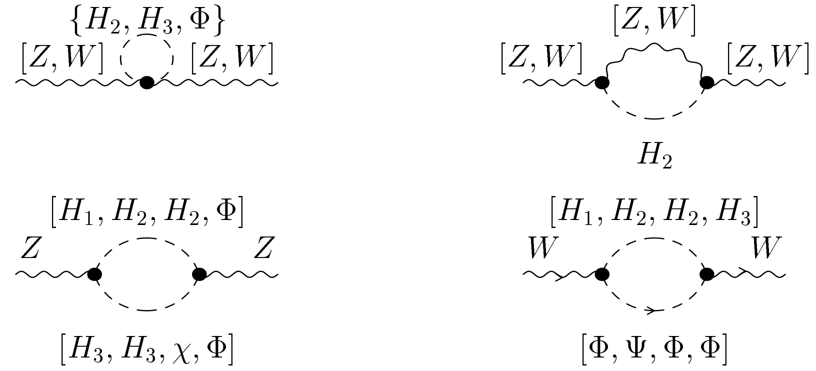
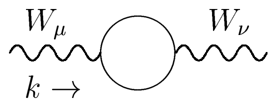


Abbildung 3.2: Die neuen Graphen für den Z– und W–Propagator.

das neutrale, masselose Photon die Anzahl der möglichen neuen Diagramme auf jeweils zwei. Diese sind in Abbildung 3.1 dargestellt.

Bei den massiven Z– und W–Bosonen gibt es hingegen mehr neue Diagramme. Wenn man das Boson H_1 mit dem Higgsboson des MSM identifiziert, bleiben als neue Diagramme noch die in Abbildung 3.2 dargestellten übrig.

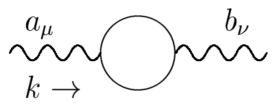
Die Parametrisierung für die unrenormierte, 2–Punkt Greensfunktion des W–Bosons lautet



$$= \Gamma^W_{\mu\nu}(k)$$

$$= -ig_{\mu\nu}(k^2 - m_W^2) - i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\Sigma_T^W(k^2) - i\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\Sigma_L^W(k^2) \tag{3.3}$$

und für die neutralen Eichbosonen sei entsprechend:



$$= \Gamma^{ab}_{\mu\nu}(k)$$

$$= -i\delta_{ab}g_{\mu\nu}(k^2 - m_{ab}^2) - i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\Sigma_T^{ab}(k^2) - i\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\Sigma_L^{ab}(k^2)\ . \tag{3.4}$$

Hierbei ist $a, b \in \{\gamma, Z\}$, $m_{\gamma\gamma} = 0$ und $m_{ZZ} = m_Z$.

Für den betrachteten Prozeß benötigt man nur den transversalen Anteil der Eichbosonselbstenergien, da

- die Counterterme nicht den longitudinalen Teil enthalten und
- Eichbosonen in den Borndiagrammen nur zwischen der Elektron– und der Topkette auftreten, daher den Impuls $p' = p+\bar{p}$ tragen, und ein Term $p'_\mu p'_\nu$ bei der Kontraktion mit γ_μ in der Elektronkette auf Grund der Diracgleichung für masselose Elektronen verschwindet.

Des weiteren werden bei den Selbstenergien nur die Terme angegeben, die nicht mit den MSM–Termen übereinstimmen, da man diese z. B. in [14] finden kann. Als zusätzliche Terme zu $\Sigma_T^{\gamma\gamma}(k^2)$ ergeben sich:

$$-\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\left\{\frac{1}{3}\left[(4m_\Phi^2-k^2)B_0(k^2,m_\Phi,m_\Phi)-4m_\Phi^2B_0(0,m_\Phi,m_\Phi)-\frac{2k^2}{3}\right]\right\}\ . \tag{3.5}$$

Für die Photon–Z–Mischung erhält man als neue Terme in $\Sigma_T^{\gamma Z}(k^2)$:

$$-\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\left\{\frac{1}{3}\frac{s_w^2-c_w^2}{2c_ws_w}\left[(4m_\Phi^2-k^2)B_0(k^2,m_\Phi,m_\Phi)-4m_\Phi^2B_0(0,m_\Phi,m_\Phi)-\frac{2k^2}{3}\right]\right\}\ . \tag{3.6}$$

Bei den Z– und W–Bosonen ist die Situation schwieriger, da man hier mehr Diagramme hat und die Identifikation von H_1 mit dem Higgsboson des MSM für den analytischen Ausdruck der Selbstenergie nicht korrekt ist, weil im THDM die Kopplungen von H_1 an die Eichbosonen meist um einen Faktor $\cos(\beta-\alpha)$ unterdrückt sind. Im folgenden werden daher alle Terme aufgeführt, die die Masse eines neutralen Higgses (H_1, H_2, H_3 oder χ) oder des geladenen physikalischen Higgs (Φ) enthalten. Explizit ergibt sich für das Z–Boson:

$$\begin{aligned}
-\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\frac{1}{c_w^2s_w^2}\Bigg\{ & -m_Z^2\left[\cos^2(\beta-\alpha)B_0(k^2,m_{H_1},m_Z)+\sin^2(\beta-\alpha)B_0(k^2,m_{H_2},m_Z)\right]\\
& -\frac{1}{12}\sum_{\{a,b\}} c(a,b)\Bigg[2\Big(m_a^2B_0(0,m_a,m_a)+m_b^2B_0(0,m_b,m_b)\Big)\\
& \qquad +\frac{2k^2}{3}+(k^2-2m_a^2-2m_b^2)B_0(k^2,m_a,m_b)\\
& \qquad +(m_a^2-m_b^2)^2\frac{B_0(k^2,m_a,m_b)-B_0(0,m_a,m_b)}{k^2}\Bigg]\\
& +\frac{(s_w^2-c_w^2)^2}{12}\Big[(4m_\Phi^2-k^2)B_0(k^2,m_\Phi,m_\Phi)\\
& \qquad -4m_\Phi^2B_0(0,m_\Phi,m_\Phi)-\frac{2k^2}{3}\Big]\Bigg\}\ .
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Im MSM treten die Terme mit m_Φ nicht auf, es ist $\cos(\beta-\alpha)=1$, $\sin(\beta-\alpha)=0$ und bei der Summation über Paare von neutralen Higgsen $\{a,b\}$ gibt es nur das Paar $\{H,\chi\}$ mit $c(H,\chi)=1$. Im THDM hingegen gibt es die vier in Tabelle 3.1 dargestellten Paare.

$\{a,b\}$	$\{H_1,H_3\}$	$\{H_1,\chi\}$	$\{H_2,H_3\}$	$\{H_2,\chi\}$
$c(a,b)$	$\sin^2(\beta-\alpha)$	$\cos^2(\beta-\alpha)$	$\cos^2(\beta-\alpha)$	$\sin^2(\beta-\alpha)$

Tabelle 3.1: Die Kopplungfaktoren des Z–Propagators.

$\{a,b\}$	$\{H_1,\Phi\}$	$\{H_1,\Psi\}$	$\{H_2,\Phi\}$	$\{H_2,\Psi\}$	$\{H_3,\Phi\}$
$c(a,b)$	$\sin^2(\beta-\alpha)$	$\cos^2(\beta-\alpha)$	$\cos^2(\beta-\alpha)$	$\sin^2(\beta-\alpha)$	1

Tabelle 3.2: Die Kopplungfaktoren des W–Propagators.

Beim W–Boson erhält man:

$$
\begin{aligned}
-\frac{\alpha_{\mathrm{em}}}{4\pi}\frac{1}{s_w^2}\Bigg\{ & -m_W^2\Big[\cos^2(\beta-\alpha)B_0(k^2,m_{H_1},m_W)+\sin^2(\beta-\alpha)B_0(k^2,m_{H_2},m_W)\Big] \\
& -\frac{1}{12}\sum_{\{a,b\}}c(a,b)\Big[2\Big(m_a^2B_0(0,m_a,m_a)+m_b^2B_0(0,m_b,m_b)\Big) \\
& \qquad +\frac{2k^2}{3}+(k^2-2m_a^2-2m_b^2)B_0(k^2,m_a,m_b) \\
& \qquad +(m_a^2-m_b^2)^2\frac{B_0(k^2,m_a,m_b)-B_0(0,m_a,m_b)}{k^2}\Big]\Bigg\}\,.
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

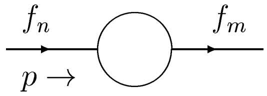
Für das W–Boson gilt dasselbe wie für das Z–Boson, nur daß hier das Paar $\{a,b\}$ des MSM $\{H,\Psi\}$ mit $c(H,\Psi)=1$ ist. Die Tabelle 3.2 enthält die fünf Paare des THDM mit ihren Kopplungen.

3.3 Die Fermionselbstenergie

Beim Fermionpropagator entstehen die neuen Diagramme dadurch, daß nun auch die neuen neutralen und geladenen Skalare als virtuelle Teilchen auftreten können. Die zugehörigen Graphen sind in Abbildung 3.3 dargestellt, wobei wieder f' für den Isospinpartner des Fermions f steht.

Die unrenormierten 2–Punkt Greensfunktionen für die Fermionen werden wie folgt parametrisiert, wobei nun der Vollständigkeit halber die Kobayashi–Maskawa–Matrix wieder mitgenommen wird, obgleich sie bei den Rechnungen gleich der Einheitsmatrix gesetzt ist.

Abbildung 3.3: Die neuen Graphen für die Fermionpropagatoren.



$$= \Gamma^f_{mn}(p)$$

$$\begin{aligned} = \ & i\delta_{mn}(\not{p} - m_{f,m}) \\ & + i\left[\not{p}\omega^- \Sigma^{f,L}_{mn}(p^2) + \not{p}\omega^+ \Sigma^{f,R}_{mn}(p^2) + (m_{f,m}\omega^- + m_{f,n}\omega^+)\Sigma^{f,S}_{mn}(p^2)\right] \ . \end{aligned} \tag{3.9}$$

Auch hier sind die Kopplungen von H_1 an die Fermionen nicht identisch mit den Higgs–Fermionen–Kopplungen des MSM, so daß alle Terme angegeben werden, die physikalische Higgsbosonen[1] enthalten. Diese Terme, die an die Stelle der Terme mit m_H im MSM treten, lauten für $\Sigma^{f,L}_{mn}(p^2)$:

$$\begin{aligned} -\frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi}\Bigg\{ & \delta_{mn}\frac{1}{2s_w^2}\frac{1}{2}\frac{m^2_{f_m}}{m^2_W}\Big[(g^{f,H_1})^2 B_1(p^2, m_{f_m}, m_{H_1}) + (g^{f,H_2})^2 B_1(p^2, m_{f_m}, m_{H_2}) \\ & \qquad + (g^{f,H_3})^2 B_1(p^2, m_{f_m}, m_{H_3})\Big] \\ & + \frac{1}{2s_w^2}\sum_l U_{\bar{f}'_l,f_n} U_{\bar{f}_m,f'_l} \frac{m^2_{f'_l}}{m^2_W}(g^{f',\Phi})^2 B_1(p^2, m_{f'_l}, m_\Phi)\Bigg\} \ , \end{aligned} \tag{3.10}$$

für $\Sigma^{f,R}_{mn}(p^2)$:

$$\begin{aligned} -\frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi}\Bigg\{ & \delta_{mn}\frac{1}{2s_w^2}\frac{1}{2}\frac{m^2_{f_m}}{m^2_W}\Big[(g^{f,H_1})^2 B_1(p^2, m_{f_m}, m_{H_1}) + (g^{f,H_2})^2 B_1(p^2, m_{f_m}, m_{H_2}) \\ & \qquad + (g^{f,H_3})^2 B_1(p^2, m_{f_m}, m_{H_3})\Big] \\ & + \frac{1}{2s_w^2}\frac{m_{f_m} m_{f_n}}{m^2_W}(g^{f,\Phi})^2 \sum_l U_{\bar{f}'_l,f_n} U_{\bar{f}_m,f'_l} B_1(p^2, m_{f'_l}, m_\Phi)\Bigg\} \end{aligned} \tag{3.11}$$

und für $\Sigma^{f,S}_{mn}(p^2)$:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi}\Bigg\{ & \delta_{mn}\frac{1}{2s_w^2}\frac{1}{2}\frac{m^2_{f_m}}{m^2_W}\Big[(g^{f,H_1})^2 B_0(p^2, m_{f_m}, m_{H_1}) + (g^{f,H_2})^2 B_0(p^2, m_{f_m}, m_{H_2}) \\ & \qquad - (g^{f,H_3})^2 B_0(p^2, m_{f_m}, m_{H_3})\Big] \\ & + \frac{1}{2s_w^2}\sum_l U_{\bar{f}'_l,f_n} U_{\bar{f}_m,f'_l} \frac{m^2_{f'_l}}{m^2_W}(g^{f,\Phi})(g^{f',\Phi}) B_0(p^2, m_{f'_l}, m_\Phi)\Bigg\} \ . \end{aligned} \tag{3.12}$$

In den obigen Gleichungen sind l, m, n Indizes für die Fermiongenerationen, die Größen g^{f,H_i} sind in der Tabelle B.1 im Anhang B aufgeführt und die Matrizen $U_{\bar{f}_m,f_n}$ sind in der Gleichung (B.2) definiert. Das Ergebnis des MSM erhält man, indem man $g^{f,H_1} = 1$, $g^{f,H_2} = g^{f,H_3} = g^{f',\Phi} = 0$ und $m_{H_1} = m_H$ setzt.

[1]Die Kopplungen der Fermionen an die unphysikalischen Bosonen χ und Ψ sind im MSM und im THDM identisch.

Kapitel 4

Der Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$

4.1 Bezeichnungen

Die Viererimpulse und Helizitäten des Elektrons werden jeweils mit p und κ, die des Positrons mit $\bar{p}$ und $\bar{\kappa}$ bezeichnet. Für das auslaufende Fermion $f \neq e, \nu_e$ werden als entsprechende Bezeichnungen k für den Impuls und η für die Helizität bzw. $\bar{k}$ und $\bar{\eta}$ bei seinem Antiteilchen verwendet. Die Elektronmasse wird im folgenden immer dann vernachläßigt, wenn sie nicht als Argument von Integralen auftritt, in denen dies zu einer Massensingularität führen würde. Das ist gerechtfertigt, da die Elektronmasse viel kleiner als die anderen beteiligten Massen und kinematischen Größen ist. Auch die Verstärkung der Yukawakopplungen im THDM Modell erzwingt nicht, daß die Elektron–Higgs Kopplungen nun mitgenommen werden müssen, da diese unabhängig von den Winkeln um m_e/m_b kleiner als die an das b–Quark und damit nach wie vor vernachläßigbar sind.

Die Mandelstamvariablen werden wie folgt festgelegt:

$$s = (p+\bar{p})^2 = (k+\bar{k})^2 \ , \tag{4.1a}$$

$$t = (p-k)^2 = (\bar{p}-\bar{k})^2 \ , \tag{4.1b}$$

$$u = (p-\bar{k})^2 = (\bar{p}-k)^2 \ . \tag{4.1c}$$

Da die externen Teilchen auf der Massenschale sind, gilt folgender Zusammenhang:

$$s+t+u = 2m_f^2 \ . \tag{4.2}$$

Im Schwerpunktsystem lassen sich die Impulse der Teilchen folgendermaßen parametrisieren:

$$\begin{array}{ll} p=(E,0,0,E) & , \ \bar{p}=(E,0,0,-E) \ , \\ k=(E, E\beta_f \sin\vartheta, 0, E\beta_f\cos\vartheta) & , \ \bar{k}=(E,-E\beta_f\sin\vartheta,0,-E\beta_f\cos\vartheta) \ . \end{array} \tag{4.3}$$

Dabei ist $\beta_f = \sqrt{1-m_f^2/E^2}$ die Geschwindigkeit der auslaufenden Fermionen, ϑ der Streuwinkel zwischen Elektron und Fermion und E die Teilchenenergie im Schwerpunktsystem. Ferner lassen sich im Schwerpunktsystem die Mandelstamvariablen wie folgt durch E und ϑ ausdrücken:

$$s = (2E)^2 \ , \tag{4.4a}$$

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4sm_f^2}\cos\vartheta - \frac{s}{2} + m_f^2 \ , \tag{4.4b}$$
$$u = -\frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4sm_f^2}\cos\vartheta - \frac{s}{2} + m_f^2 \ . \tag{4.4c}$$

Außerdem verschwinden im Grenzfall masseloser Elektronen die Matrixelemente für $\kappa = \bar{\kappa}$. Daher läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt nach Summation über alle möglichen Ausgangszustände in der Form

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\kappa, s, \cos\vartheta) = \frac{\sqrt{s(s-4m_f^2)}}{(8\pi s)^2} N_C^f \sum_{\eta,\bar{\eta}} |\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)|^2 \tag{4.5}$$

schreiben, wobei der Farbfaktor N_C^f für Quarks gleich 3 und für Leptonen gleich 1 ist.

Als Observablen werden schließlich folgende Größen definiert:

- Der differentielle Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Elektronen und Positronen $\frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta)$, der sich aus Mittelung über die möglichen Spins aus
$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) = \frac{1}{4}\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(+, s, \cos\vartheta) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(-, s, \cos\vartheta)\right] \tag{4.6}$$
ergibt,

- der totale Wirkungsquerschnitt
$$\sigma(s) = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) \ , \tag{4.7}$$

- der Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung
$$\sigma^F(s) = \int_{\vartheta < \frac{\pi}{2}} d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) \ , \tag{4.8}$$

- der Wirkungsquerschnitt in Rückwärtsrichtung
$$\sigma^B(s) = \int_{\vartheta > \frac{\pi}{2}} d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) \ , \tag{4.9}$$

- die Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie
$$A_{FB}(s) = \frac{\sigma^F - \sigma^B}{\sigma^F + \sigma^B} \ , \tag{4.10}$$

- der totale Wirkungsquerschnitt für linkshändige Elektronen
$$\sigma_L(s) = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(-, s, \cos\vartheta) \ , \tag{4.11}$$

- der totale Wirkungsquerschnitt für rechtshändige Elektronen
$$\sigma_R(s) = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(+, s, \cos\vartheta) \tag{4.12}$$

- und die Links–Rechts–Asymmetrie
$$A_{LR}(s) = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} \ . \tag{4.13}$$

Abbildung 4.1: Die Borngraphen

4.2 Matrixelemente und Born

Folgende Matrixelemente wurden als Basis für die Rechnung gewählt:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar{p})\gamma_\mu\omega^\kappa u(p)\overline{u}(k)\gamma^\mu\omega^\lambda v(\bar{k}) \ , && (4.14a)\\
\mathcal{M}_2^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar{p})(\not{k} - \bar{\not{k}})\omega^\kappa u(p)\overline{u}(k)(\bar{\not{p}} - \not{p})\omega^\lambda v(\bar{k}) \ , && (4.14b)\\
\mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar{p})(\not{k} - \bar{\not{k}})\omega^\kappa u(p)\overline{u}(k)\omega^\lambda v(\bar{k}) \ , && (4.14c)\\
\mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar{p})\gamma_\mu\omega^\kappa u(p)\overline{u}(k)(\bar{\not{p}}\gamma^\mu + \gamma^\mu\not{p})\omega^\lambda v(\bar{k}) \ . && (4.14d)
\end{aligned}$$

Bei der $f\bar{f}$–Produktion aus Elektron–Positron–Vernichtung existieren die beiden Borndiagramme in Abbildung 4.1. Sie tragen nur zum Matrixelement $\mathcal{M}_1$ (4.14a) bei. Betrachtet man nun eine Störungsentwicklung des Matrixelements $\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)$ nach dem Entwicklungsparameter $\alpha_{\text{em}} = e^2/(4\pi)$, so ergibt sich einschließlich $O(\alpha_{\text{em}})$:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^{(0)} + \mathcal{M}^{(1)} + O(\alpha_{\text{em}}^2) \ . \tag{4.15}$$

Beim Quadrieren des Matrixelements entstehen mit $|\mathcal{M}^{(1)}|^2$ Terme, die Ordnung α_{em}^2 sind und bei einer Rechnung in Ordnung α_{em} weggelassen werden. Die Strahlungskorrekturen sind daher nur in dem Term

$$2\text{Re}\left[\mathcal{M}^{(1)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)\mathcal{M}^{(0)*}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)\right] \tag{4.16}$$

enthalten. Verwendet man nun die Basis (4.14) zur Zerlegung der Matrixelemente in die Basismatrixelemente und Formfaktoren F nach

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^{(0)} &= \sum_\lambda \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} F_1^{(0)\kappa\lambda} \ , && (4.17a)\\
\mathcal{M}^{(1)} &= \sum_{i,\lambda} \mathcal{M}_i^{\kappa\lambda} F_i^{(1)\kappa\lambda} && (4.17b)
\end{aligned}$$

mit den Bornformfaktoren

$$F_1^{(0)\kappa\lambda} = ie^2 \left(\frac{Q_e Q_f}{s} + \frac{g_e^\kappa g_f^\lambda}{s - m_Z^2} \right) \ , \tag{4.18}$$

so erkennt man, daß die Summation über η und $\bar{\eta}$ ohne Kenntnis der Formfaktoren ausgeführt werden kann, da diese unabhängig von den Helizitäten sind. Die für den Prozeß relevanten vier Terme sind:

$$\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 4\left\{\delta_{\lambda'}^{\lambda}\left[\delta_\kappa^\lambda (u - m_f^2)^2 + \delta_{-\kappa}^\lambda (t - m_f^2)^2\right] + \delta_{-\lambda'}^\lambda m_f^2 s\right\} \ , \tag{4.19a}$$

$$\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_2^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 8(ut - m_f^4)\delta^{\lambda}_{\lambda'} \left[\delta^{\lambda}_{\kappa}(u - m_f^2) - \delta^{\lambda}_{-\kappa}(t - m_f^2)\right] , \tag{4.19b}$$

$$\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = -4m_f(ut - m_f^4) , \tag{4.19c}$$

$$\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 4m_f s \left(\delta^{\lambda}_{\lambda'} - \delta^{\lambda}_{-\lambda'}\right) \left[\delta^{\lambda'}_{\kappa}(u - m_f^2) - \delta^{\lambda'}_{-\kappa}(t - m_f^2)\right] . \tag{4.19d}$$

4.3 Die elektroschwachen Strahlungskorrekturen

Die Strahlungskorrekturen, die zu $\mathcal{M}^{(1)}$ beitragen, lassen sich folgendermaßen unterteilen:

- In virtuelle Korrekturen, die aus den Selbstenergien der ausgetauschten Eichbosonen γ und Z, Korrekturen zum Vertex der einlaufenden (Elektronen) und auslaufenden Fermionen und den Boxdiagrammen bestehen:

  $$\mathcal{M}^{(1)} = \mathcal{M}_S + \mathcal{M}_{EV} + \mathcal{M}_{FV} + \mathcal{M}_B . \tag{4.20}$$

  Dabei enthalten die Vertexkorrekturen über die Counterterme auch Selbstenergiebeiträge von den Fermionen– und W–Propagatoren.

- In reelle weiche und harte Bremsstrahlung aus dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}\gamma$, wobei das Photon im Detektor nicht nachgewiesen wird. Die harte Bremsstrahlung ist abhängig vom Experiment und muß über Monte–Carlo–Methoden in die Rechnung integriert werden.

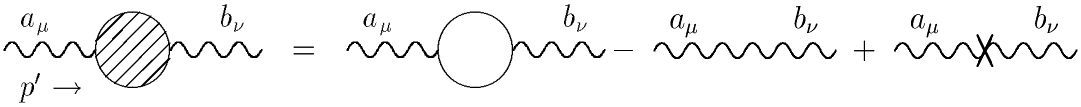
Eine andere Aufteilung besteht in schwache und in QED–Korrekturen. Letztere tragen zu $\mathcal{M}_{EV}$, $\mathcal{M}_{FV}$ und $\mathcal{M}_B$ bei und enthalten die ganze Bremsstrahlung, die die IR–Singularitäten in den virtuellen Korrekturen (auf Grund des masselosen Photons) kompensiert.

In dieser Arbeit werden nur die schwachen Korrekturen berechnet. Die virtuellen QED–Korrekturen lassen sich aus den angegebenen Formeln leicht gewinnen, so daß für eine vollständige Behandlung nur noch die Bremsstrahlung berechnet werden muß.

4.3.1 Die Selbstenergiekorrekturen

Die einfachsten Beiträge zu den Strahlungskorrekturen stammen von den Selbstenergien. Man beachte, daß bei dem gewählten Renomierungsschema die Korrekturen zu den Fermionpropagatoren und dem W–Propagator in die Counterterme zu den Vertizes eingehen. Man braucht daher nur noch die Korrekturen zu den Austauschteilchen, da diese nicht auf der Massenschale sind, zu betrachten. Die vier möglichen Diagramme sind in Abbildung 4.2 dargestellt.

Der schraffierte Kreis steht hier für die renormierten, einteilchenirreduziblen Selbstenergien und ist durch



$$=: \; -i(A g_{\mu\nu} + B p'_\mu p'_\nu) \tag{4.21}$$

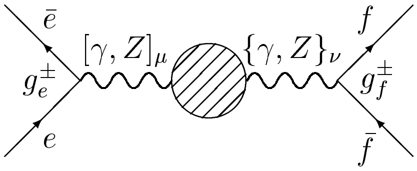


Abbildung 4.2: Die Selbstenergiekorrekturen zu $e^+e^- \to f\bar{f}$.

definiert, wobei

$$= -ig_{\mu\nu}(C_f p'^2 - C_m) \tag{4.22}$$

die Counterterme darstellen, $p' = p + \bar{p} = k + \bar{k}$ und $(p')^2 = s$ ist. Der Beitrag von Abbildung 4.2 zum Matrixelement hat daher die Gestalt:

$$-ie^2 \overline{v}(\bar{p})\gamma^\mu (g_e^+ \omega^+ + g_e^- \omega^-) u(p) \frac{1}{s - m_a^2} (A g_{\mu\nu} + B p'_\mu p'_\nu) \frac{1}{s - m_b^2} \overline{u}(k) \gamma^\nu (g_f^+ \omega^+ + g_f^- \omega^-) v(\bar{k}) \; . \tag{4.23}$$

Der Term mit B verschwindet jedoch aus bereits erwähnten Gründen[1], so daß sich der Beitrag der Selbstenergien in der Form

$$\mathcal{M}_S = -\frac{ie^2}{(s - m_a^2)(s - m_b^2)} A g_e^\kappa g_f^\lambda \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \tag{4.24}$$

schreiben läßt. Auf Grund von (3.4), (4.21) und (4.22) ist

$$A = \Sigma_T^{ab}(s) + C_f s - C_m \; . \tag{4.25}$$

In Tabelle 4.1 sind alle für die vier Diagramme relevanten Größen aufgeführt, wobei als Abkürzungen

$$g_{Z,R}^f = -\frac{s_w}{c_w} Q_f \quad , \quad g_{Z,L}^f = \frac{1}{s_w c_w}(T_3^f - s_w^2 Q_f) \tag{4.26}$$

eingeführt wurden.

4.3.2 Die Vertexkorrekturen

Bei den Vertexkorrekturen tritt nur eine Topologie auf. Sie ist mit den gewählten Richtungen der Impulse in Abbildung 4.3 dargestellt. Bei diesem Prozeß ist G_μ eines der Eichbosonen γ_μ oder Z_μ.

Das Ergebnis dieser Topologie läßt sich stets in der Form

$$\frac{ie^3}{16\pi^2} \overline{u}(p_2) \left[\gamma_\mu A^\kappa + (p_1 + p_2)_\mu B^\kappa + (p_1 - p_2)_\mu C^\kappa \right] \omega^\kappa u(p_1) \tag{4.27}$$

a	b	g_e^+	g_e^-	g_f^+	g_f^-	C_f	C_m
γ	γ	$-Q_e$	$-Q_e$	$-Q_f$	$-Q_f$	δZ_{AA}	0
γ	Z	$-Q_e$	$-Q_e$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$\frac{1}{2}(\delta Z_{AZ} + \delta Z_{ZA})$	$m_Z^2 \frac{1}{2} \delta Z_{ZA}$
Z	γ	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$-Q_f$	$-Q_f$	$\frac{1}{2}(\delta Z_{AZ} + \delta Z_{ZA})$	$m_Z^2 \frac{1}{2} \delta Z_{ZA}$
Z	Z	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	δZ_{ZZ}	$m_Z^2 \delta Z_{ZZ} + \delta m_Z^2$

Tabelle 4.1: Beiträge der Selbstenergien.

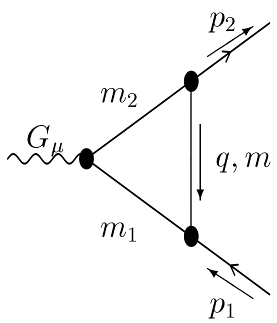


Abbildung 4.3: Die Vertextopologie

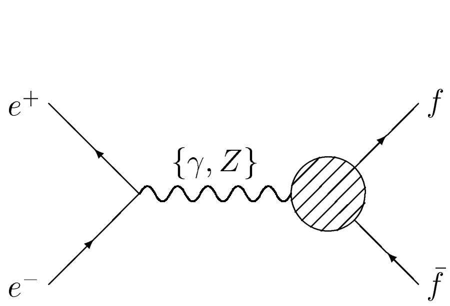


Abbildung 4.4: Die Vertex Korrekturen für das auslaufende Fermion.

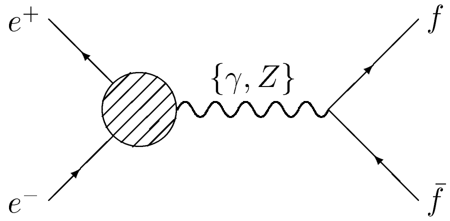


Abbildung 4.5: Die Elektron–Vertex Korrekturen.

schreiben, wobei $\kappa \in \{+, -\}$. Diese Topologie tritt nun auf der Elektronseite und auf der Seite des auslaufenden Fermions auf. Für letztere ergibt sich nach Abbildung 4.4 für den Beitrag zum Matrixelement ($p_1 = -\bar{k}, p_2 = k$):

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_{FV} &= \frac{i\alpha_{\text{em}}^2}{s - m_G^2} \overline{v}(\bar{p})\gamma^\mu (g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)u(p) \\
&\qquad \overline{u}(k)\left[\gamma_\mu A^\kappa + (-\bar{k} + k)_\mu B^\kappa - (\bar{k} + k)_\mu C^\kappa\right]\omega^\kappa v(\bar{k}) \\
&= \frac{i\alpha_{\text{em}}^2}{s - m_G^2}\Big[A^\kappa \overline{v}(\bar{p})\gamma^\mu (g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)u(p)\overline{u}(k)\gamma^\mu\omega^\kappa v(\bar{k}) \\
&\qquad + B^\kappa \overline{v}(\bar{p})(\not{k} - \not{\bar{k}})(g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)u(p)\overline{u}(k)\omega^\kappa v(\bar{k})\Big] \\
&= \frac{i\alpha_{\text{em}}^2}{s - m_G^2}\left[g_e^\kappa A^\lambda \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} + g_e^\kappa B^\lambda \mathcal{M}_3^{\kappa\lambda}\right] \ . \qquad (4.28)
\end{aligned}
$$

Auf der Elektronseite ist $p_1 = p$ und $p_2 = -\bar{p}$, so daß sich der Beitrag dieses Vertex (Abbildung 4.5) zum Matrixelement zu

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_{EV} &= \frac{i\alpha_{\text{em}}^2}{s - m_G^2}\overline{v}(\bar{p})\left[\gamma_\mu A^\kappa + (p - \bar{p})_\mu B^\kappa + (p + \bar{p})_\mu C^\kappa\right]\omega^\kappa u(p) \\
&\qquad \overline{u}(k)\gamma^\mu (g_f^+\omega^+ + g_f^-\omega^-)v(\bar{k}) \qquad (4.29)
\end{aligned}
$$

ergibt. Aus Dimensionsgründen müssen B^κ und C^κ proportional zu den Fermionmassen im Elektronvertex und daher vernachläßigbar sein. Im Endeffekt trägt also nur

$$
\mathcal{M}_{EV} = \frac{i\alpha_{\text{em}}^2}{s - m_G^2} A^\kappa g_f^\lambda \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \qquad (4.30)
$$

zum Matrixelement bei.

Setzt man in die Vertextopologie nun alle möglichen Felder ein, so kommt man auf sechs generische Diagramme, die im folgenden aufgeführt sind. Dabei sollte beachtet werden, daß in den Vertizes die Fermionmasse als $m_{\tilde{f}}$ angegeben ist, da sie entweder gleich der Masse m_f des äußeren Fermions, falls keine geladene Bosonen im Vertex auftreten, oder gleich der seines Isospinpartners f', falls geladene Bosonen auftreten, ist. Für die Kopplungen $g_i^\pm, G^\pm$ und G vergleiche Anhang B bzw. Tabelle 4.2 für ein Photon und

[1] $p' = p + \bar{p}$, Elektronmasse vernachläßigbar

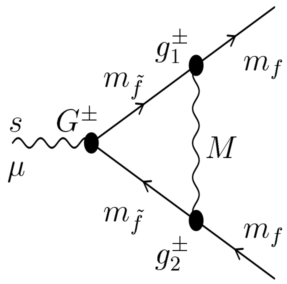


Abbildung 4.6: Vertexkorrektur der Klasse I.

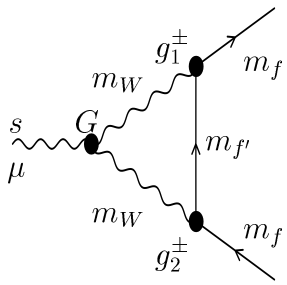


Abbildung 4.7: Vertexkorrektur der Klasse II.

Tabelle 4.3 für ein Z–Boson als Austauschteilchen. In der letzten Spalte dieser Tabellen sind auch die Massenargumente der C–Funktionen aufgeführt und $m_{\tilde f}$ ist die Masse des dort aufgeführten Fermions (f bzw. f'). Die C–Funktionen sind im Anhang C definiert.

Eine mögliche Vertexkorrektur kommt, wie in Abbildung 4.6 dargestellt, dadurch zustande, daß zwischen den Fermionlinien ein Eichboson ausgetauscht wird. Die analytischen Ausdrücke dafür sind

$$\begin{aligned} A_I^\pm &= [4C_{00} - 2 + 2m_f^2(2C_0 + 3C_1 + 3C_2 + C_{11} + 2C_{12} + C_{22}) \\ &\quad - 2s(C_0 + C_1 + C_2 + C_{12})]g_1^\pm g_2^\pm G^\pm \\ &\quad + 2m_f^2(C_0 + C_1 + C_2)g_1^\mp g_2^\mp G^\mp - 2m_{\tilde f}^2 C_0 g_1^\pm g_2^\pm G^\mp \ , \\ B_I^\pm &= 2\{m_{\tilde f}(C_0 + C_1 + C_2)g_1^\mp g_2^\pm (G^\pm + G^\mp) \\ &\quad - m_f[(C_0 + C_1 + 2C_2 + C_{12} + C_{22})g_1^\pm g_2^\pm G^\pm \\ &\quad + (C_0 + 2C_1 + C_2 + C_{11} + C_{12})g_1^\mp g_2^\mp G^\mp]\}. \end{aligned} \tag{4.31}$$

Die Argumente der C–Funktionen lauten:

$$C = C(p_1, p_2, M, m_{\tilde f}, m_{\tilde f}) \ . \tag{4.32}$$

Im nächsten Graphen in Abbildung 4.7 tritt ein nicht–abelscher Eichbosonvertex auf. Beim vorliegenden Prozeß koppelt das Fermion immer an ein W–Boson, so daß $g_1^- = g_2^- = 1/(\sqrt{2}s_w)$ und $g_1^+ = g_2^+ = 0$ ist. Das Ergebnis lautet

$$A_{II}^+ = \frac{G}{2s_w^2} 3m_f^2(C_1 + C_2) \ ,$$

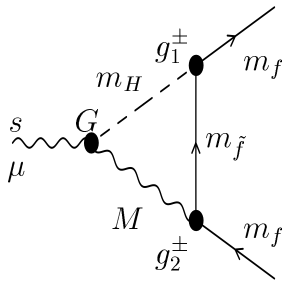


Abbildung 4.8: Vertexkorrektur der Klasse *III*.

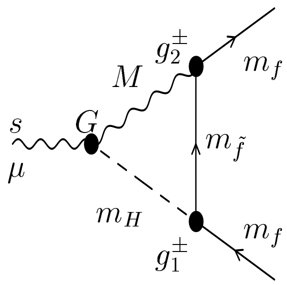


Abbildung 4.9: Vertexkorrektur der Klasse *IV*.

$$
\begin{aligned}
A_{II}^{-} &= \frac{G}{2s_w^2}[12C_{00} - 2 + 2m_f^2(C_{11} + 2C_{12} + C_{22}) \\
&\quad -2sC_{12} + (5m_f^2 - 2s)(C_1 + C_2)] \ , \\
B_{II}^{+} &= \frac{G}{2s_w^2} m_f(2C_{11} + 2C_{12} - C_2) \ , \\
B_{II}^{-} &= \frac{G}{2s_w^2} m_f(2C_{12} + 2C_{22} - C_1) \ . \qquad (4.33)
\end{aligned}
$$

Hier sind die Argumente der C–Funktionen:

$$C = C(p_1, p_2, m_{f'}, m_W, m_W) \ . \qquad (4.34)$$

In allen folgenden Diagrammen tritt (mindestens) ein Higgsteilchen auf, so daß ihr Beitrag zum Elektronvertex vernachläßigbar ist. Eine Möglichkeit ein Higgsteilchen an zwei Eichbosonen zu koppeln ist in Abbildung 4.8 dargestellt. Es ergibt sich

$$
\begin{aligned}
A_{III}^{\pm} &= G[m_f(C_1 g_1^{\mp} g_2^{\mp} - C_2 g_1^{\pm} g_2^{\pm}) + m_{\tilde{f}} C_0 g_1^{\mp} g_2^{\pm}] \ , \\
B_{III}^{\pm} &= -C_1 G g_1^{\pm} g_2^{\pm} \qquad (4.35)
\end{aligned}
$$

mit folgenden Argumenten für die C–Funktionen:

$$C = C(p_1, p_2, m_{\tilde{f}}, M, m_H) \ . \qquad (4.36)$$

Wenn man die Richtung der Fermionkette umkehrt, erhält man den Graphen in Abbil-

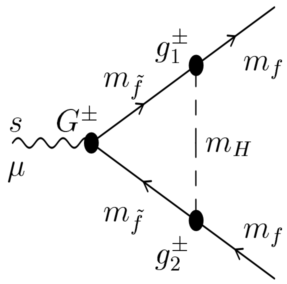


Abbildung 4.10: Vertexkorrektur der Klasse V.

dung 4.9. Dessen Ergebnis ist[2]

$$\begin{aligned} A^\pm_{IV} &= G[m_f(-C_1 g_1^\mp g_2^\pm + C_2 g_1^\pm g_2^\mp) + m_{\tilde f} C_0 g_1^\pm g_2^\pm] \ , \\ B^\pm_{IV} &= -C_2 G g_1^\pm g_2^\mp \ , \end{aligned} \tag{4.37}$$

wobei in den C-Funktionen im Vergleich zum vorherigen lediglich die Reihenfolge der Bosonmassen vertauscht werden müssen:

$$C = C(p_1, p_2, m_{\tilde f}, m_H, M). \tag{4.38}$$

Wird, wie in Abbildung 4.10 dargestellt, zwischen den Fermionen ein Higgsteilchen ausgetauscht, so lautet das Ergebnis:

$$\begin{aligned} A^\pm_V &= [2C_{00} - \frac{1}{2} + m_f^2(C_1 + C_2 + C_{11} + 2C_{12} + C_{22}) - sC_{12}] g_1^\mp g_2^\pm G^\mp \\ &\quad - m_{\tilde f}^2 C_0 g_1^\mp g_2^\pm G^\pm - m_f^2 (C_0 + C_1 + C_2) g_1^\pm g_2^\mp G^\pm \\ &\quad - m_f m_{\tilde f} [C_0 (g_1^\mp g_2^\mp + g_1^\pm g_2^\pm) G^\pm - (C_1 g_1^\mp g_2^\mp + C_2 g_1^\pm g_2^\pm)(G^\mp - G^\pm)] \ , \\ B^\pm_V &= -\{m_{\tilde f}(C_1 G^\pm + C_2 G^\mp) g_1^\pm g_2^\pm \\ &\quad + m_f [(C_1 + C_{11} + C_{12}) g_1^\pm g_2^\mp G^\pm + (C_2 + C_{12} + C_{22}) g_1^\mp g_2^\pm G^\mp]\} \ . \end{aligned} \tag{4.39}$$

Wobei sich die Argumente der C–Funktionen zu

$$C = C(p_1, p_2, m_H, m_{\tilde f}, m_{\tilde f}) \tag{4.40}$$

ergeben.

Schließlich existiert noch das Diagramm aus Abbildung 4.11, bei dem zwei Higgsteilchen im Vertex auftreten. Dessen Ergebnis lautet:

$$\begin{aligned} A^\pm_{VI} &= 2C_{00} G g_1^\mp g_2^\pm \ , \\ B^\pm_{VI} &= G\{m_f[(C_2 + C_{12} + C_{22}) g_1^\mp g_2^\pm + (C_1 + C_{11} + C_{12}) g_1^\pm g_2^\mp] \\ &\quad - m_{\tilde f}(C_0 + C_1 + C_2) g_1^\pm g_2^\pm\} \ . \end{aligned} \tag{4.41}$$

[2]Man beachte, daß hier $g_1^\pm$ und $g_2^\pm$ miteinander vertauscht wurden.

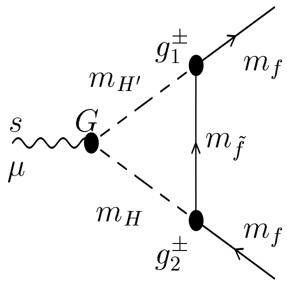


Abbildung 4.11: Vertexkorrektur der Klasse *VI*.

Hierbei sind die Argumente der C–Funktionen:

$$C = C(p_1, p_2, m_{\tilde{f}}, m_H, m_{H'}) \ . \tag{4.42}$$

In Abbildung 4.12 und 4.13 sind alle Vertizes aufgeführt, die bei der Produktion eines Fermions f in erster Ordnung im THDM (ohne QED) auftreten können. Der Isospinpartner von f ist durch f' gekennzeichnet. Die Nummern unter den Vertizes beziehen sich auf die Tabelle 4.2 für das Photon und die Tabelle 4.3 für das Z–Boson, in denen die Kopplungen und Massen für alle Vertizes aufgeführt sind. In diesen Tabellen wurden zusätzlich zu den in Tabelle B.1 Anhang B aufgeführten noch folgende weitere Abkürzungen für die Kopplungen verwendet:

$$\begin{aligned}
g_{Z,R} &= -\frac{s_w}{c_w} Q_f \quad , \quad g_{Z,L} = \frac{1}{s_w c_w}(T_3^f - s_w^2 Q_f) \ , \\
g'_{Z,R} &= -\frac{s_w}{c_w} Q_{f'} \quad , \quad g'_{Z,L} = \frac{1}{s_w c_w}(T_3^{f'} - s_w^2 Q_{f'}) \ , \\
g_C &= \frac{1}{\sqrt{2} s_w} \frac{m_f}{m_W} \quad , \quad g'_C = \frac{1}{\sqrt{2} s_w} \frac{m_{f'}}{m_W} \ , \\
g_N &= -\frac{1}{2 s_w} \frac{m_f}{m_W} \quad .
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Die Argumente der C–Funktionen sind $C(p_1, p_2, m, m_1, m_2)$ wobei beim Elektronvertex $p_1 = p$, $p_2 = -\bar{p}$ und beim Vertex des auslaufenden Fermions $p_1 = -\bar{k}$, $p_2 = k$ ist. Betrachtet man also z. B. den Vertex 17 für das auslaufende Fermion, so steht in der letzten Spalte von Tabelle 4.3 fZH_1, so daß die Argumente der C–Funktionen $C(-\bar{k}, k, m_f, m_Z, m_{H_1})$ lauten und $m_{\tilde{f}} = m_f$ ist.

Im Elektronvertex sind, wie bereits oben angesprochen, die Vertizes mit Higgsteilchen vernachläßigbar. Ferner tritt der Vertex 2 nicht auf, da das Neutrino elektrisch neutral ist.

Abschließend muß man nun noch die entsprechenden Countervertizes zu den unrenormierten Vertizes addieren, um die Vertexkorrekturen zu vervollständigen. Die benötigten Countervertizes sind in Abbildung 4.14 dargestellt. Für den Photon–Fermionen–Vertex sind die Counterterme $C^{\pm}$:

$$\begin{aligned}
\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi} C_\gamma^+ &= -Q_f(\delta Z_e + \frac{1}{2}\delta Z_{AA} + \delta Z^{f,R}) + g_{Z,R}\frac{1}{2}\delta Z_{ZA} \ , \\
\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi} C_\gamma^- &= -Q_f(\delta Z_e + \frac{1}{2}\delta Z_{AA} + \delta Z^{f,L}) + g_{Z,L}\frac{1}{2}\delta Z_{ZA} \ .
\end{aligned} \tag{4.44}$$

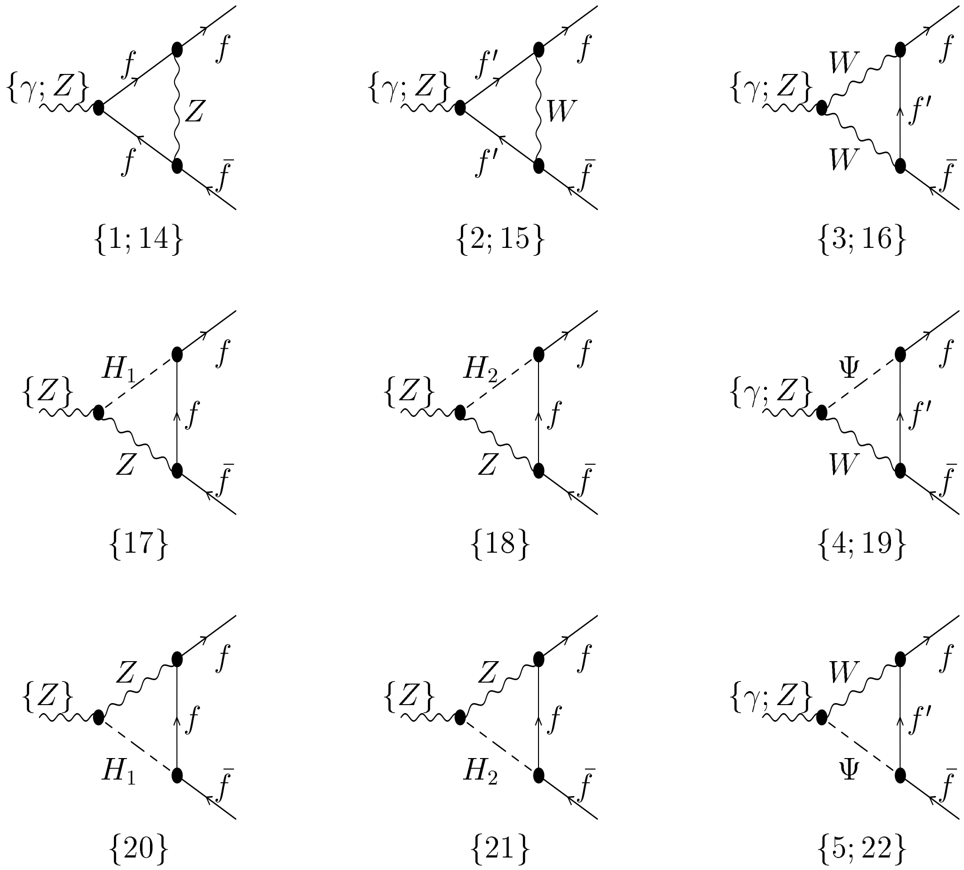


Abbildung 4.12: Schwache Vertexkorrekturen (Klasse I bis IV).

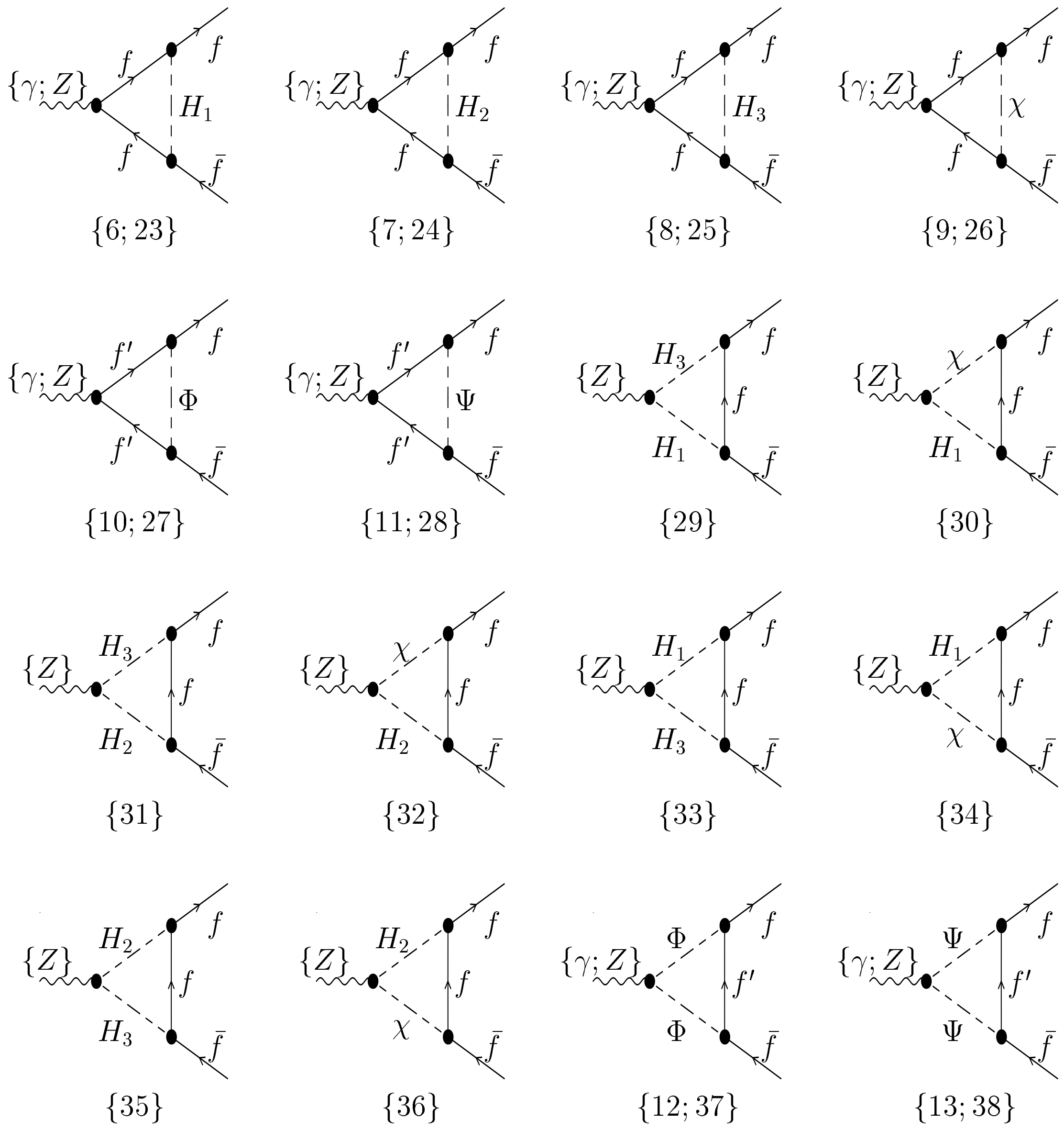
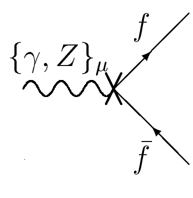


Abbildung 4.13: Schwache Vertexkorrekturen (Klasse V und VI).



$$= ie^3\gamma_\mu(C^+\omega^+ + C^-\omega^-).$$

Abbildung 4.14: Der Counterterm des Eichboson–Fermionen–Vertex.

Die Kopplungskonstanten und Massen für den $\gamma f\bar{f}$–Vertex.							
Nr.	Klasse	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	G^+ oder G	G^-	mm_1m_2
1	I	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$-Q_f$	$-Q_f$	Zff
2	I	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$	$Wf'f'$
3	II					$-2T_3^f$		$f'WW$
4	III	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g_C 2T_3^f$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	$-m_W$		$f'W\Psi$
5	IV	$g_C 2T_3^f$	$g'_C 2T_3^{f'}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	$-m_W$		$f'\Psi W$
6	V	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$-Q_f$	$-Q_f$	H_1ff
7	V	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$-Q_f$	$-Q_f$	H_2ff
8	V	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$-Q_f$	$-Q_f$	H_3ff
9	V	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$-Q_f$	$-Q_f$	χff
10	V	$g'_C g^{f',\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g'_C g^{f',\Phi}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$	$\Phi f'f'$
11	V	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g_C 2T_3^f$	$g_C 2T_3^f$	$g'_C 2T_3^{f'}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$	$\Psi f'f'$
12	VI	$g'_C g^{f',\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g'_C g^{f',\Phi}$	$-2T_3^f$		$f'\Phi\Phi$
13	VI	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g_C 2T_3^f$	$g_C 2T_3^f$	$g'_C 2T_3^{f'}$	$-2T_3^f$		$f'\Psi\Psi$

Tabelle 4.2: Die Kopplungskonstanten im $\gamma f\bar{f}$–Vertex.

Handelt es sich jedoch um den Z–Fermionen–Vertex, so lauten die Counterterme

$$\begin{aligned}
\frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi}C_Z^+ &= g_{Z,R}(\frac{\delta g_{Z,R}}{g_{Z,R}} + \frac{1}{2}\delta Z_{ZZ} + \delta Z^{f,R}) - Q_f\frac{1}{2}\delta Z_{AZ}\ , \\
\frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi}C_Z^- &= g_{Z,L}(\frac{\delta g_{Z,L}}{g_{Z,L}} + \frac{1}{2}\delta Z_{ZZ} + \delta Z^{f,L}) - Q_f\frac{1}{2}\delta Z_{AZ}\ ,
\end{aligned} \tag{4.45}$$

wobei

$$\begin{aligned}
\delta g_{Z,R} &= g_{Z,R}(\delta Z_e + \frac{1}{c_w^2}\frac{\delta s_w}{s_w})\ , \\
\delta g_{Z,L} &= g_{Z,L}(\delta Z_e + \frac{s_w^2 - c_w^2}{c_w^2}\frac{\delta s_w}{s_w}) + 2g_{Z,R}\frac{\delta s_w}{s_w}\ .
\end{aligned} \tag{4.46}$$

Zusammengefaßt ergibt sich das A^κ für den Elektronvertex aus Gleichung (4.30) zu

$$A^\kappa = A_I^\kappa + A_{II}^\kappa + C_\gamma^\kappa + C_Z^\kappa\ . \tag{4.47}$$

Für den Vertex des auslaufenden Fermions ist A^κ und B^κ aus Gleichung (4.28) durch

$$A^\kappa = A_I^\kappa + A_{II}^\kappa + A_{III}^\kappa + A_{IV}^\kappa + A_V^\kappa + A_{VI}^\kappa + C_\gamma^\kappa + C_Z^\kappa \tag{4.48a}$$

$$B^\kappa = B_I^\kappa + B_{II}^\kappa + B_{III}^\kappa + B_{IV}^\kappa + B_V^\kappa + B_{VI}^\kappa \tag{4.48b}$$

festgelegt.

Die Kopplungskonstanten und Massen für den $Zf\bar{f}$–Vertex.								
Nr.	Klasse	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	G^+ oder G	G^-	mm_1m_2
14	I	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	Zff
15	I	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$	$Wf'f'$
16	II					$2T_3^f\frac{c_w}{s_w}$		$f'WW$
17	III	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$m_W\frac{\cos(\beta-\alpha)}{s_w c_w^2}$		fZH_1
18	III	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$m_W\frac{\sin(\beta-\alpha)}{s_w c_w^2}$		fZH_2
19	III	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g_C 2T_3^f$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	$-m_W\frac{s_w}{c_w}$		$f'W\Psi$
20	IV	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$m_W\frac{\cos(\beta-\alpha)}{s_w c_w^2}$		fH_1Z
21	IV	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$m_W\frac{\sin(\beta-\alpha)}{s_w c_w^2}$		fH_2Z
22	IV	$g_C 2T_3^f$	$g'_C 2T_3^{f'}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}s_w}$	$-m_W\frac{s_w}{c_w}$		$f'\Psi W$
23	V	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	H_1ff
24	V	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	H_2ff
25	V	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	H_3ff
26	V	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	χff
27	V	$g'_C g^{f',\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g'_C g^{f',\Phi}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$	$\Phi f'f'$
28	V	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g_C 2T_3^f$	$g_C 2T_3^f$	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$	$\Psi f'f'$
29	VI	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$-i\frac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		fH_1H_3
30	VI	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$i\frac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		$fH_1\chi$
31	VI	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$i\frac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		fH_2H_3
32	VI	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$i\frac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		$fH_2\chi$
33	VI	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$i\frac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		fH_3H_1
34	VI	$g_N g^{f,H_1}$	$g_N g^{f,H_1}$	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$-i\frac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		$f\chi H_1$
35	VI	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$-ig_N g^{f,H_3}$	$ig_N g^{f,H_3}$	$-i\frac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		fH_3H_2
36	VI	$g_N g^{f,H_2}$	$g_N g^{f,H_2}$	$-ig_N 2T_3^f$	$ig_N 2T_3^f$	$-i\frac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$		$f\chi H_2$
37	VI	$g'_C g^{f',\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g_C g^{f,\Phi}$	$g'_C g^{f',\Phi}$	$-2T_3^f\frac{s_w^2-c_w^2}{2s_w c_w}$		$f'\Phi\Phi$
38	VI	$g'_C 2T_3^{f'}$	$g_C 2T_3^f$	$g_C 2T_3^f$	$g'_C 2T_3^{f'}$	$-2T_3^f\frac{s_w^2-c_w^2}{2s_w c_w}$		$f'\Psi\Psi$

Tabelle 4.3: Die Kopplungskonstanten im $Zf\bar{f}$–Vertex.

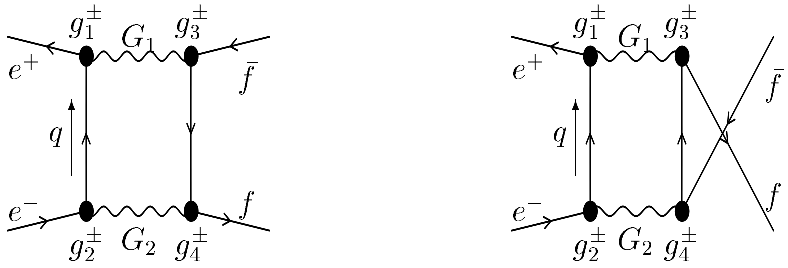


Abbildung 4.15: Die generischen Boxdiagramme.

4.3.3 Die Boxdiagramme

Wie bereits angedeutet, treten gegenüber dem MSM keine weiteren Boxen auf, da auch im THDM die Elektronen–Higgs Kopplungen vernachläßigbar klein sind.

Es tragen daher nur die in Abbildung 4.15 dargestellten direkte und gekreuzte Box mit Austausch zweier Eichbosonen zwischen den beiden Fermionlinien zum Matrixelement bei, so daß

$$\mathcal{M}_B = \mathcal{M}_D + \mathcal{M}_C \tag{4.49}$$

ist.

Da nur schwache Korrekturen betrachtet werden, sind nur die Boxen mit dem Austausch von zwei Z– oder zwei W–Bosonen vorhanden. Dabei ist zu beachten, daß die direkte Box mit W–Austausch nur für ausgehende Fermionen mit $T_3 = -1/2$ und die gekreuzte mit W–Austausch nur für ausgehende Fermionen mit $T_3 = +1/2$ existiert. Da die generischen Ergebnisse für die Boxdiagramme eine längliche Form haben, werden als Abkürzungen für Integralterme

$$\begin{aligned}
F_1 &= 4i\alpha_{\rm em}^2 D_{00} \\
F_2 &= 2i\alpha_{\rm em}^2 \left[2C_0 + \left\{ \begin{matrix} t \\ u \end{matrix} \right\} (D_1 + 2D_2 + D_3) - m_f^2(D_1 + D_3)\right] \quad \left\{ \begin{matrix} \text{direkte Box} \\ \text{gekreuzte Box} \end{matrix} \right. \\
F_3 &= i\alpha_{\rm em}^2(D_1 + D_2 + D_3) \\
F_4 &= i\alpha_{\rm em}^2(D_1 + D_2 - D_3) \\
F_5 &= i\alpha_{\rm em}^2(D_1 - D_2 - D_3) \\
F_6 &= i\alpha_{\rm em}^2(D_1 + D_2 + D_3 + D_{12} + D_{22} + D_{23}) \\
F_7 &= i\alpha_{\rm em}^2(D_1 + D_2 - D_3 + D_{12} + D_{22} - D_{23}) \\
F_8 &= i\alpha_{\rm em}^2(D_1 - D_2 - D_3 + D_{12} - D_{22} - D_{23})
\end{aligned} \tag{4.50}$$

und für Kopplungsterme

$$\begin{aligned}
\lambda_\kappa^\pm &= g_1^\kappa g_2^\kappa g_3^{\pm\kappa} g_4^{\pm\kappa} \\
\bar{\lambda}_\kappa^\pm &= g_1^\kappa g_2^\kappa g_3^{\pm\kappa} g_4^{\mp\kappa}
\end{aligned} \tag{4.51}$$

eingeführt.

Das Ergebnis lautet für die direkte Box

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_D &= \mathcal{M}_1^{\kappa\kappa}\left[F_1\lambda_\kappa^+ - m_f m_{\tilde{f}}(F_5\bar{\lambda}_\kappa^- - F_4\bar{\lambda}_\kappa^+)\right] \\
&+ \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa}\left[F_2\lambda_\kappa^- + m_f m_{\tilde{f}}(F_5\bar{\lambda}_\kappa^+ - F_4\bar{\lambda}_\kappa^-)\right] \\
&+ \mathcal{M}_2^{\kappa\kappa}F_6\lambda_\kappa^+ \\
&+ \mathcal{M}_3^{\kappa\kappa}\left[m_f F_7\lambda_\kappa^+ - m_{\tilde{f}}F_4\bar{\lambda}_\kappa^+\right] \\
&- \mathcal{M}_3^{\kappa-\kappa}\left[m_f F_8\lambda_\kappa^+ - m_{\tilde{f}}F_5\bar{\lambda}_\kappa^-\right] \\
&+ \mathcal{M}_4^{\kappa\kappa}m_{\tilde{f}}F_3\bar{\lambda}_\kappa^+ \\
&- \mathcal{M}_4^{\kappa-\kappa}m_{\tilde{f}}F_3\bar{\lambda}_\kappa^-
\end{aligned}
\tag{4.52}
$$

und für die gekreuzte Box:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_C &= \mathcal{M}_1^{\kappa\kappa}\left[-F_2\lambda_\kappa^+ - m_f m_{\tilde{f}}(F_5\bar{\lambda}_\kappa^- - F_4\bar{\lambda}_\kappa^+)\right] \\
&+ \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa}\left[-F_1\lambda_\kappa^- + m_f m_{\tilde{f}}(F_5\bar{\lambda}_\kappa^+ - F_4\bar{\lambda}_\kappa^-)\right] \\
&+ \mathcal{M}_2^{\kappa-\kappa}F_6\lambda_\kappa^- \\
&- \mathcal{M}_3^{\kappa\kappa}\left[m_f F_7\lambda_\kappa^- - m_{\tilde{f}}F_4\bar{\lambda}_\kappa^-\right] \\
&+ \mathcal{M}_3^{\kappa-\kappa}\left[m_f F_8\lambda_\kappa^- - m_{\tilde{f}}F_5\bar{\lambda}_\kappa^+\right] \\
&- \mathcal{M}_4^{\kappa\kappa}m_{\tilde{f}}F_3\bar{\lambda}_\kappa^- \\
&+ \mathcal{M}_4^{\kappa-\kappa}m_{\tilde{f}}F_3\bar{\lambda}_\kappa^+ \ .
\end{aligned}
\tag{4.53}
$$

Die Argumente der C– und D–Funktionen sind für die direkte Box

$$
\begin{aligned}
C &= C(\bar{k}, \bar{p}+p, m_1, m_2, m_3) \ , \\
D &= D(\bar{p}, \bar{p}-\bar{k}, -p, m, m_1, m_2, m_3)
\end{aligned}
\tag{4.54}
$$

und für die gekreuzte Box

$$
\begin{aligned}
C &= C(k, \bar{p}+p, m_1, m_2, m_3) \ , \\
D &= D(\bar{p}, \bar{p}-k, -p, m, m_1, m_2, m_3) \ .
\end{aligned}
\tag{4.55}
$$

Die Kopplungen und Massen finden sich in Tabelle 4.4 für die direkte und in Tabelle 4.5 für die gekreuzte Box. Dabei steht $g_W := 1/(\sqrt{2}s_w)$ für die Kopplung des W–Bosons an ein linkshändiges Fermion und f' für den Isospinpartner von f. Die Auswahl, ob die direkte oder gekreuzte Box mit W-Austausch auftreten kann, erfolgt mit dem Faktor $F^{\pm} := 1/2 \pm T_3^f$. Die Massen für die C– und D–Funktionen lassen sich wieder aus der letzten Spalte der Tabelle ablesen. Beispielsweise lauten die Argumente der Integrale bei der direkten ZZ–Box

$$
\begin{aligned}
C &= C(\bar{k}, \bar{p}+p, m_Z, m_f, m_Z) \ , \\
D &= D(\bar{p}, \bar{p}-\bar{k}, -p, m_e, m_Z, m_f, m_Z)
\end{aligned}
\tag{4.56}
$$

und $m_{\tilde{f}}$ ist m_f.

Die Kopplungskonstanten und Massen für die direkte Box.									
G_1G_2	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-	$mm_1m_2m_3$
ZZ	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$eZfZ$
WW	0	g_W	0	g_W	0	F^-g_W	0	F^-g_W	$\nu_eWf'W$

Tabelle 4.4: Die schwachen Korrekturen zur direkten Box.

Die Kopplungskonstanten und Massen für die gekreuzte Box.									
G_1G_2	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-	$mm_1m_2m_3$
ZZ	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$eZfZ$
WW	0	g_W	0	g_W	0	F^+g_W	0	F^+g_W	$\nu_eWf'W$

Tabelle 4.5: Die schwachen Korrekturen zur gekreuzten Box.

4.4 Ergebnisse für $e^+e^- \to t\bar{t}$

In diesem Abschnitt werden die vorgestellten Formeln verwendet, um als konkretes Beispiel die Produktion von Top–Quarks numerisch zu untersuchen. Das Top–Quark wurde als auslaufendes Teilchen gewählt, da auf Grund seiner großen Masse dessen Yukawakopplungen nicht mehr vernachläßigbar sind und man deshalb für dieses Fermion die größten Unterschiede zwischen dem MSM und dem THDM erwartet. In der Diskussion wird der Schwerpunkt auf Modell 1 liegen und nur gelegentlich Anmerkungen zum Modell 2 gemacht werden. Die anderen beiden Modelle, die möglich sind, wenn man die Beschränkung, daß alle Fermionen mit demselben Isospin an dasselbe Higgsdublett koppeln, fallen läßt, liefern für den betrachteten Prozeß nichts Neues. Die Ursache hierfür ist, daß für die Top–Quark–Produktion nur die Yukawakopplungen des Top–Quarks und des Bottom–Quark relevant sind. Da durch Konvention festgelegt ist, daß die Masse des Top–Quarks proportional zu v_2 ist, bleiben für das Bottom–Quark nur noch zwei Möglichkeiten, die durch die beiden Modelle abgedeckt werden.

Die Physik des Top–Quarks wurde in der Literatur (für einen Überblick s. [6]) bereits eingehend untersucht. Im Zusammenhang mit dieser Arbeit sind die Veröffentlichungen über die (elektro–) schwachen Strahlungskorrekturen zu $e^+e^- \to t\bar{t}$ interessant. Diese wurden auf der Schwelle der $t\bar{t}$–Produktion ($s = 4m_t^2$) für das MSM [15, 16, 17] sowie das THDM [18] und im Kontinuum ($s > 4m_t^2$) für das MSM [19] bereits untersucht. In [16, 17] wurden die größten Strahlungskorrekturen für ein leichtes Higgs und ein schweres Top–Quark gefunden und auf den Austausch eines skalaren Higgs zwischen den Linien des auslaufenden Top–Quarks zurückgeführt (Diagramme 6 und 23 in Abbildung 4.13). In [16] wurde gezeigt, daß diese Vertexkorrekturen im Grenzfall $m_t \gg m_W$ und $m_t \gg m_H$ proportional zu $m_t^3/(m_W^2 m_H)$ sind. Die Verallgemeinerung auf das THDM erfolgte in [18], wo die auf der Schwelle dominanten Diagramme auch für das Kontinuum berechnet wurden. Wie erwartet lassen sich im THDM (Modell 1) die Diagramme mit dem Austausch eines skalaren Higgsbosons H_1 bzw. H_2 um einen Faktor $(\sin\alpha/\sin\beta)^2$ bzw. $(\cos\alpha/\sin\beta)^2$ verstärken oder abschwächen. Des weiteren wurde, in Übereinstimmung mit [17], gezeigt, daß diese Korrekturen schnell mit der Energie abnehmen. In dieser Arbeit soll nun die Reaktion $e^+e^- \to t\bar{t}$ im THDM für das Kontinuum betrachtet werden.

Zu diesem Zweck wurde für die numerische Auswertung ein FORTRAN Program geschrieben, das auf zweierlei Art und Weisen getestet wurde. Zum einen wurden die *Mathematica*–Pakete *FeynArts* [20] und *FeynCalc* [21] verwendet. Dazu war es notwendig, für *FeynArts* ein model–File zu erstellen, das die im Anhang B aufgeführten Feynmanregeln enthält. Damit konnte dann *FeynArts* alle auftretenden Vertex– und Boxdiagramme und durch Anwenden der Feynmanregeln analytische Ausdrücke erzeugen, die als Input für *FeynCalc* dienten. Der von *FeynCalc* daraus generierte FORTRAN–Code wurde für numerische Checks der unrenormierten Vertex– und Boxdiagramme verwendet und eine Übereinstimmung von mindestens 7 Stellen gefunden. Zum anderen wurde mit FORTRAN–Programmen verglichen, die von ihren Autoren freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurden. Der MSM Teil wurde mit Hilfe des in [19] verwendeten Programms, nachdem dort die Dyson–Summation der bosonischen Selbstenergien abgeschaltet wurde, überprüft und keine Unterschiede in den ersten 7 Stellen gefunden. Nachdem in dem in [16, 18] benutzten Programm die Summation des Z–Propagators ausgeschaltet und ein Fehler in der Photon–Z–Box behoben worden war, war ein Vergleich des THDM Teils im Grenzfall $s \to 4m_t^2$ möglich und ergab Unterschiede in der Gegend von 1%. Diese Differenz stammt bereits von den Borndiagrammen und resultiert aus der Tatsache, daß das in dieser Arbeit verwendete Programm nicht auf der Schwelle benutzt werden kann.

Da man interessiert ist die Bereiche des THDM zu finden, die zu den größten Unterschieden zum MSM führen und dadurch eine Unterscheidung zwischen den beiden Modellen erlauben würden, definiert man

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= \frac{\sigma^{\mathrm{THDM}}(s) - \sigma^{\mathrm{MSM}}(s)}{\sigma^{(0)}(s)}\,, \\ \delta A_{FB}(s) &= A_{FB}^{\mathrm{THDM}}(s) - A_{FB}^{\mathrm{MSM}}(s)\,, \qquad \delta A_{LR}(s) = A_{LR}^{\mathrm{THDM}}(s) - A_{LR}^{\mathrm{MSM}}(s)\,, \end{aligned} \tag{4.57}$$

die die nicht–standard (NS) Korrekturen zu den jeweiligen Größen ergeben. Der obere Index MSM und THDM gibt dabei jeweils das Modell an, in dem die entsprechende Observable berechnet wurde, $\sigma^{(0)}(s)$ ist der totale Wirkungsquerschnitt in der Bornschen Näherung und die Größen $\sigma(s)$, $A_{FB}(s)$ und $A_{LR}(s)$ sind in den Gleichungen (4.7), (4.10) und (4.13) definiert.

Als Eingabeparameter werden für die numerische Auswertung die Feinstrukturkonstante α_{em}, die Eichbosonmassen m_Z und m_W, die Massen der Higgsbosonen m_{H_1}, m_{H_2}, m_{H_3} und m_Φ, die Mischungswinkel im Higgssektor α und β, sowie die Fermionmassen m_f verwendet. Setzt man $\alpha = \beta$, so sind die Kopplungen von H_1 an die Eichbosonen und Fermionen identisch zu denen des Higgsbosons im MSM. Für den Vergleich hat dies den Vorteil, daß sich dann das MSM mit seinem Teilchenspektrum und deren Kopplungen untereinander als Teilmenge des THDM ergibt und damit die Identifikation von Teilchen aus den beiden Modellen miteinander eindeutig wird. Des weiteren stellt $\alpha = \beta$ keine schwerwiegende Einschränkung dar, auch wenn einige Effekte durch Variation von α ($\neq \beta$) verstärkt oder unterdrückt werden können. Da wir die Masse des W–Bosons und nicht die Fermikonstante G_F als Eingabeparameter verwenden, ist der Wirkungsquerschnitt in niederster Ordnung $\sigma^{(0)}(s)$ in beiden Modellen identisch. Für die Masse des W–Bosons wird jedoch nicht ihr experimenteller Wert verwendet, sondern sie wird für jede Wahl der Eingabeparameter iterativ aus

$$m_W^2 \left(1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}\right) = \frac{\pi \alpha_{\text{em}}}{\sqrt{2} G_F} \frac{1}{1 - \Delta r^{\text{THDM}}} \tag{4.58}$$

gewonnen. Diese Beziehung ergibt sich aus dem Myonzerfall, aus dem G_F sehr präzise bestimmt werden kann und deshalb den Vorzug vor der im Vergleich dazu relativ ungenau gemessenen W–Masse erhält. In die Größe Δr, die stets im THDM berechnet wird, gehen die schwachen Strahlungskorrekturen zum Prozeß $\mu \to \nu_\mu e^- \bar{\nu}_e$ ein.

Im Rahmen des in dieser Arbeit verwendeten Renormierungsschemas stammen die führenden Terme in Δr zum einen aus der Ladungsrenormierung, die bei $s = 0$ durchgeführt wird und woraus bei höheren Energien Terme proportional zu $\log(m_f^2/s)$, wobei f ein leichtes Fermion ist, resultieren, zum anderen aus $\Delta\rho$, das durch [22]

$$\Delta\rho = \frac{\Sigma_T^{ZZ}(0)}{m_Z^2} - \frac{\Sigma_T^{WW}(0)}{m_W^2} + 2\frac{s_w}{c_w}\frac{\Sigma_T^{\gamma Z}(0)}{m_Z^2} \tag{4.59}$$

definiert ist und dessen führende Terme im MSM proportional zu m_t^2/m_W^2 sind. Wie bereits in [4] untersucht wurde, kann der Higgssektor des THDM negative (positive) Beiträge zu $\Delta\rho$ (Δr) liefern. Diese können einen Teil der positiven (negativen) Beiträge vom Top–Quark kompensieren und damit in Verbindung mit dem Meßwert von G_F ein schwereres Top–Quark verlangen um nicht mit den Schranken an m_W in Konflikt zu geraten. In [4] wurde gezeigt, daß man die erlaubte Topmasse maximieren kann, wenn man entweder

- die skalaren Higgsbosonen H_1 und H_2 leicht, H_3 schwer und $m_\Phi \approx 0.562 m_{H_3}$ oder
- das pseudoskalare Higgsboson H_3 leicht und $m_{H_1} \approx m_{H_2} \approx m_\Phi/0.562$ schwer wählt.

Ist jedoch $m_\Phi \approx m_{H_3}$, so ist der Beitrag des Higgssektors zu $\Delta\rho$ klein.

Die Zahlenwerte für die Eingabeparameter des Standardmodells sind in Tabelle A.1 aufgeführt. Des weiteren wurde für die Diskussion die Masse von H_1 und damit die Masse des Higgsbosons des MSM zu 100 GeV gewählt. In diesem Fall lassen sich die Schranken, die von LEP [1, 23], UA2 [24], CP–Verletzung, K– und B–Physik [5, 25], sowie aus den Forderungen nach Anwendbarkeit der Störungstheorie [5] und Erhaltung der Unitarität [26] stammen, folgendermaßen zusammenfassen:

$$\begin{array}{lll} 0.5 \lesssim \tan\beta \lesssim 100\ , & 0 \le m_{H_2} \lesssim 1\,\text{TeV}\ , & 0 \le \mathrm{m_{H_3}} \lesssim 1.7\,\text{TeV}\ , \\ m_Z/2 \lesssim m_\Phi \lesssim 1.7\,\text{TeV}\ , & m_t \gtrsim 70\,\text{GeV}\ . & \end{array} \tag{4.60}$$

Da in Wahrheit die Schranken häufig nicht eine Aussage über einen Parameter des Higgssektors geben, sondern mehrere Parameter verknüpfen, sind noch einige Bemerkungen angebracht:

- Der Massenbereich $m_{H_2} + m_{H_3} \lesssim m_Z$ ist teilweise durch Ergebnisse von LEP ausgeschlossen,

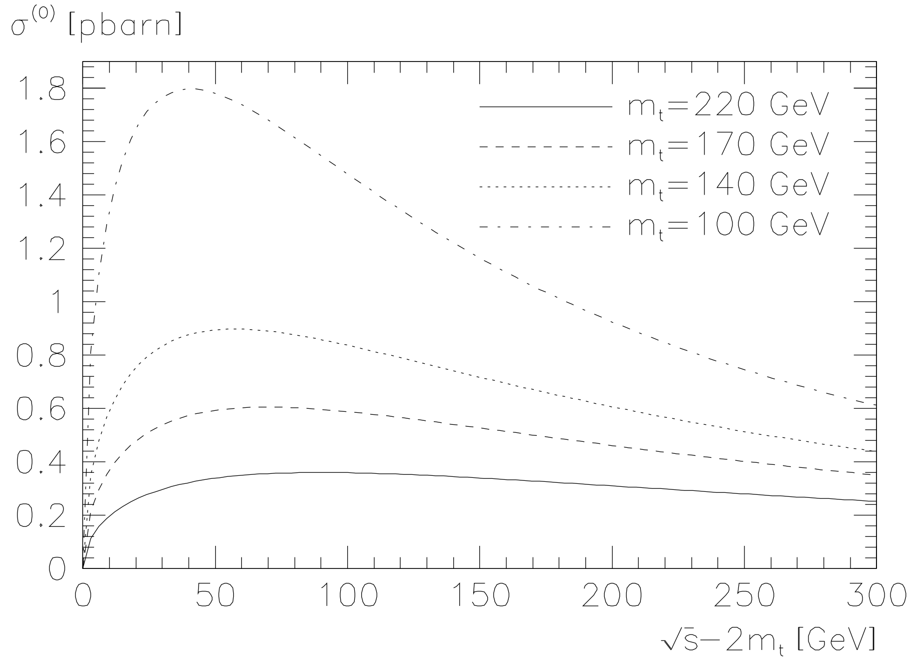


Abbildung 4.16: Der totale Wirkungsquerschnitt für verschiedene Topmassen in niederster Ordnung.

- um sicher zu sein, daß ein leichtes Higgsboson H_2 mit $m_{H_2} < 50\,\mathrm{GeV}$ nicht durch LEP ausgeschlossen ist, muß man $m_{H_3} \gtrsim 80\,\mathrm{GeV}$ wählen,
- für einen großen Wert von $\tan\beta$ sind leichte H_2 (bis zu $m_{H_2} \lesssim 10\,\mathrm{GeV}$) auf Grund von Daten aus dem Υ–Zerfall [27] ausgeschlossen,
- für ein leichtes geladenes Higgs Φ sollte $\tan\beta$ weder extrem groß noch extrem klein gewählt werden,
- die Unitaritätsgrenzen an m_{H_2} sind von $\alpha = \beta$ abhängig und
- es existieren kleine Gebiete in der m_Φ–$\tan\beta$–Ebene, in der ein leichteres Top–Quark noch erlaubt ist. Aus der direkten Suche ergibt sich als modellunabhängige Grenze $m_t > 55\,\mathrm{GeV}$ [2, 28].

In den folgenden Tabellen und Abbildungen werden nur solche Zahlenwerte für die Parameter des Higgssektors verwendet, die innerhalb der erlaubten Bereiche liegen. Im Besonderen wird die Masse der skalaren Higgsbosonen nie sehr klein gewählt. Die dadurch möglichen großen Korrekturen im Topvertex würden durch die entsprechende Higgsbremsstrahlung, die nicht betrachtet wurde, kompensiert.

Da im folgenden nur die in Gleichung (4.57) definierten Größen betrachtet werden und um einen Eindruck von den absoluten Zahlenwerten der Observablen zu erhalten, ist in Abbildung 4.16 der totale Wirkungsquerschnitt in niederster Ordnung $\sigma^{(0)}(s)$ für verschiedene Topmassen als Funktion der Schwerpunktsenergie dargestellt. Um das ganze

m_{H_2}	m_{H_3}	m_Φ	m_t	$\sqrt{s} = 2.001 m_t$		$\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$		
				$\Delta[\%]$	δA_{LR}	$\Delta[\%]$	δA_{LR}	δA_{FB}
			100	6.19	0.0002	−1.39	−0.0014	0.0011
50	600	600	140	18.68	0.0028	−3.07	−0.0030	0.0024
			170	35.20	0.0065	−4.16	−0.0044	0.0032
			170	35.79	0.0187	−2.13	0.0180	0.0063
50	600	370	200	59.74	0.0218	−0.84	0.0178	0.0049
			220	81.00	0.0247	4.86	0.0191	0.0025
			100	6.20	0.0007	−1.39	0.0007	0.0004
50	130	130	140	19.18	0.0085	−3.55	0.0040	−0.0002
			170	36.43	0.0168	−3.71	0.0106	−0.0002
			97	2.15	−0.0006	−0.34	−0.0006	0.0004
100	200	200	135	6.80	0.0009	−0.59	0.0000	0.0002
			173	16.15	0.0060	0.02	0.0033	−0.0020
			97	0.11	−0.0003	0.10	−0.0002	−0.0001
600	600	600	135	0.39	−0.0007	0.31	−0.0005	−0.0003
			173	0.99	−0.0013	0.78	−0.0009	−0.0007
			170	2.46	0.0152	2.20	0.0207	0.0013
600	50	300	200	3.51	0.0156	3.23	0.0212	−0.0008
			229	5.16	0.0173	5.06	0.0216	−0.0023
			100	0.94	0.0075	0.13	0.0078	−0.0008
600	50	50	140	2.18	0.0129	1.06	0.0142	−0.0025
			178	4.03	0.0191	2.84	0.0220	−0.0044

Tabelle 4.6: Die NS–Korrekturen für $\tan\beta = 0.7$. Alle Massen sind in GeV angegeben.

Spektrum der im THDM erlaubten Topmassen ausschöpfen zu können, wurde in dieser Abbildung die Masse des W–Bosons bei 80.22 GeV festgehalten. Für die Asymmetrien erhält man in niederster Ordnung $A_{FB}^{(0)} = 0.4869$ und $A_{LR}^{(0)} = 0.3808$. Dabei wurden als Eingabeparameter $m_W = 80.22\,\mathrm{GeV}$, $m_t = 140\,\mathrm{GeV}$ und $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$ verwendet.

In den Tabellen 4.6 und 4.7 sind einige typische Werte für Δ, δA_{FB} und δA_{LR} für $\tan\beta = 0.7$ und $\tan\beta = 70$ sowohl in der Nähe der Schwelle zur Top–Paar–Produktion als auch für eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$ aufgeführt. Die Werte für m_t wurden dabei so gewählt, daß der durch die 1σ–Grenzen an m_W [2],

$$m_W = 80.22 \pm 0.26\,\mathrm{GeV}\ , \tag{4.61}$$

erlaubte Bereich durch die aus (4.58) berechneten Werte für die W–Masse möglichst abgedeckt wird und dennoch eine Identifikation mit den Punkten in den Graphiken möglich ist. Aus den Tabellen erkennt man, daß die NS–Korrekturen klein werden, wenn $m_{H_2} = m_{H_3} = m_\Phi$ groß wird. Dies kommt daher, daß man im Grenzfall $\alpha = \beta$ und $m_{H_2} = m_{H_3} = m_\Phi \to \infty$ aus dem THDM das MSM erhält. Ferner ist ersichtlich, daß für $\tan\beta = 0.7$ die Zahlenwerte viel stärker von m_t abhängen als für $\tan\beta = 70$. Außerdem

m_{H_2}	m_{H_3}	m_Φ	m_t	$\sqrt{s}=2.001m_t$		$\sqrt{s}=500\,\mathrm{GeV}$		
				$\Delta[\%]$	δA_{LR}	$\Delta[\%]$	δA_{LR}	δA_{FB}
50	600	600	100	-0.11	0.0003	-0.03	0.0004	0.0002
			140	-0.16	0.0006	-0.07	0.0005	0.0002
			170	-0.19	0.0007	-0.11	0.0006	0.0002
50	600	370	170	1.41	0.0178	1.90	0.0218	0.0047
			200	1.54	0.0174	1.90	0.0212	0.0043
			220	1.68	0.0171	1.91	0.0205	0.0035
50	130	130	100	0.05	0.0006	0.46	0.0012	-0.0020
			140	0.52	-0.0010	-1.58	-0.0045	-0.0047
			170	0.67	-0.0066	-0.45	-0.0086	-0.0047
100	200	200	97	-0.21	0.0014	1.81	0.0082	0.0006
			135	-0.08	0.0009	1.68	0.0071	0.0008
			173	0.27	0.0002	1.46	0.0052	0.0003
600	600	600	97	-0.09	0.0005	0.00	0.0006	0.0003
			135	-0.14	0.0007	-0.04	0.0007	0.0003
			173	-0.18	0.0009	-0.09	0.0009	0.0003
600	50	300	170	1.43	0.0177	2.15	0.0223	0.0048
			200	1.63	0.0171	2.14	0.0214	0.0043
			229	1.92	0.0164	2.16	0.0196	0.0030
600	50	50	100	1.82	-0.0124	-0.29	-0.0183	-0.0057
			140	2.21	-0.0118	1.06	-0.0152	-0.0050
			178	2.29	-0.0107	1.72	-0.0130	-0.0038

Tabelle 4.7: Die NS–Korrekturen für $\tan\beta = 70$. Alle Massen sind in GeV angegeben.

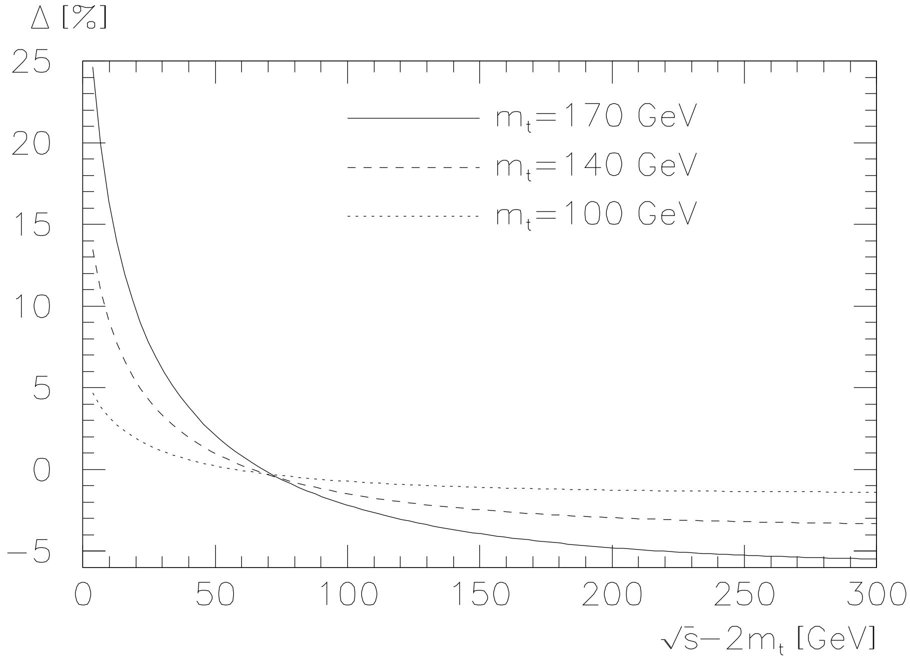


Abbildung 4.17: Δ als Funktion der Schwerpunktsenergie für $m_{H_2} = 50\,\mathrm{GeV}$, $m_{H_3} = m_\Phi = 600\,\mathrm{GeV}$ und $\alpha = \beta = \arctan(0.7)$.

findet man für $\tan\beta = 0.7$ und ein leichtes skalares Higgs H_2 in Tabelle 4.6 für Δ große positive Werte nahe der Schwelle zur $t\bar{t}$–Produktion und negative für $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$. In der Regel wächst dabei der absolute Wert von Δ mit der Topmasse stark an. Vergleicht man die Tabellen 4.6 und 4.7 mit den entsprechenden Tabellen des Modells 2, so erkennt man, daß es für $\tan\beta = 0.7$ kaum einen Unterschied in den Vorhersagen von Modell 1 und 2 gibt. Für $\tan\beta = 70$ unterscheiden sich die Zahlenwerte deutlich voneinander, sind jedoch auch in Modell 2 klein. Die dominanten Effekte werden im folgenden eingehender untersucht und erklärt.

Die bereits erwähnten großen positiven Korrekturen für ein leichtes H_2, $\tan\beta = 0.7$ und nahe der Schwelle zur $t\bar{t}$–Produktion stammen vom Austausch eines skalaren Higgsbosons zwischen den auslaufenden Top–Quarks. In Abbildung 4.17 ist Δ als Funktion der Schwerpunktsenergie dargestellt. Die großen Wert von Δ nahe der Schwelle zur $t\bar{t}$–Prodution werden mit wachsender Energie schnell kleiner, ändern das Vorzeichen und fallen anschließend nur noch langsam ab. Dies kommt daher, daß sich in Δ die Beiträge von H_1 im THDM mit denen von H im MSM wegheben, die von H_2 jedoch erhalten bleiben und wegen $m_{H_2} < m_{H_1}$ und $\tan\beta < 1$ größer als die von H_1 sind. Dies ist in Übereinstimmung mit [17] und [18], wo gezeigt wurde, daß die Vertexkorrekturen mit dem Austausch eines skalaren Higgs oberhalb der Schwelle schnell abfallen und schließlich negative Werte annehmen.

In Abbildung 4.18 wird die Abhängigkeit von Δ von der Masse des zweiten skalaren Higgsbosons H_2 bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$ gezeigt. Die durchgezogenen Kurventeile entsprechen dem Bereich im Parameterraum, in dem die aus (4.58)

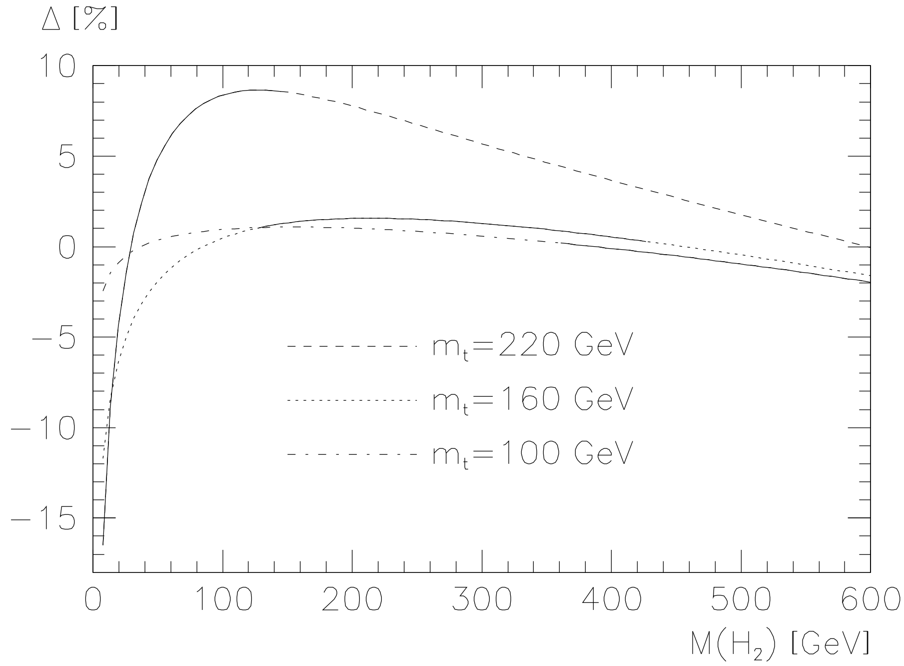


Abbildung 4.18: Die m_{H_2}–Abhängigkeit von Δ für $m_{H_3} = 600\,\mathrm{GeV}$, $m_\Phi = 370\,\mathrm{GeV}$, $\alpha = \beta = \arctan(0.7)$ und $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$.

berechnete Masse des W–Bosons innerhalb der 1σ–Grenzen von (4.61) liegt. In allen anderen Graphen ist m_W stets innerhalb dieser Grenze. Die bereits in Abbildung 4.17 gezeigten großen negativen Korrekturen steigen mit zunehmender Masse von H_2 schnell an und werden positiv um dann schließlich langsam abzufallen. Dabei können für mittlere Higgsmassen ($m_{H_2} \approx 100\,\mathrm{GeV}$) und ein schweres Top–Quark, das bei dieser Wahl der Parameter des Higgssektors erlaubt ist, positive Werte von Δ bis zu annähernd 10% erzielt werden.

In den Abbildungen 4.19 und 4.20 ist Δ für $\tan\beta = 0.7$ und $\tan\beta = 70$ als Funktion von m_Φ für verschiedene Topmassen aufgetragen. Um signifikante Beiträge zu $\Delta\rho$ aus dem Higgssektor zu vermeiden, wurde $m_{H_3} = m_\Phi$ gesetzt. Man sieht in den beiden Abbildungen eine deutliche Struktur in der Nähe der Schwelle $m_t = m_\Phi + m_b$. Diese Struktur stammt hauptsächlich aus den Countertermen und auch die Spitzen, die aus einer Singularität in der Wellenfunktionsrenormierung resultieren, kommen über die Counterterme in den Top–Vertex. Ferner findet man in Abbildung 4.20 für große $m_{H_3} = m_\Phi$ kleine Werte für Δ. Dies liegt an der bereits erwähnten Entkopplung des zweiten Higgsdubletts für $\alpha = \beta$ und große $m_{H_2} = m_{H_3} = m_\Phi$. Die Tatsache, daß H_2 in Abbildung 4.20 leicht ist, ist ohne Bedeutung, da es für $\alpha = \beta$ fast nicht an die Eichbosonen koppelt und für $\tan\beta = 70$ die Yukawa–Kopplung von H_2 an das Top–Quark stark unterdrückt ist. Im Modell 2 bleibt Abbildung 4.19 unverändert wohingegen die Struktur in Abbildung 4.20 verschwindet und die Korrekturen stets kleiner als 0.1% sind.

Die $\tan\beta$–Abhängigkeit der Struktur in der Nähe der Schwelle $m_t = m_\Phi + m_b$ wird in Abbildung 4.21 untersucht. Dafür wurde mit $m_\Phi = m_t - 10\,\mathrm{GeV}$ ein Punkt gewählt, der

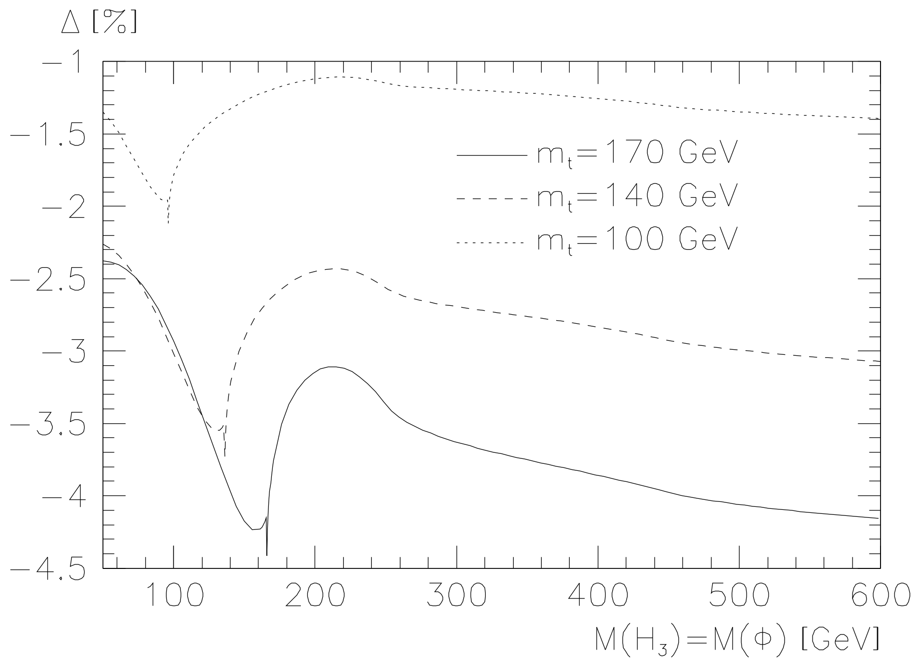


Abbildung 4.19: Die m_Φ–Abhängigkeit von Δ für $\tan\beta = 0.7$, $m_{H_2} = 50\,\mathrm{GeV}$ und $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$.

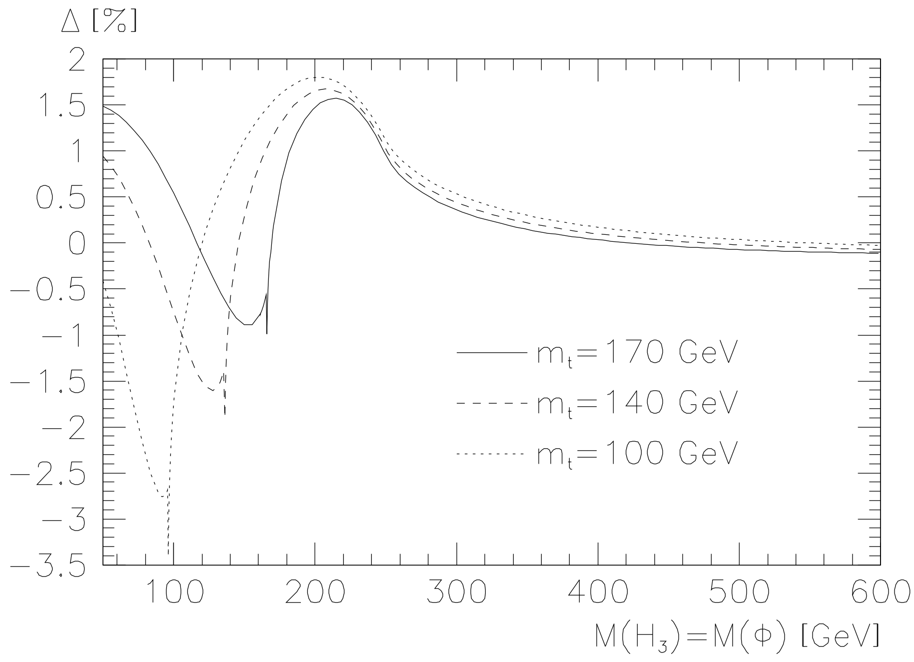


Abbildung 4.20: Die m_Φ–Abhängigkeit von Δ für $\tan\beta = 70$, $m_{H_2} = 50\,\mathrm{GeV}$ und $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$.

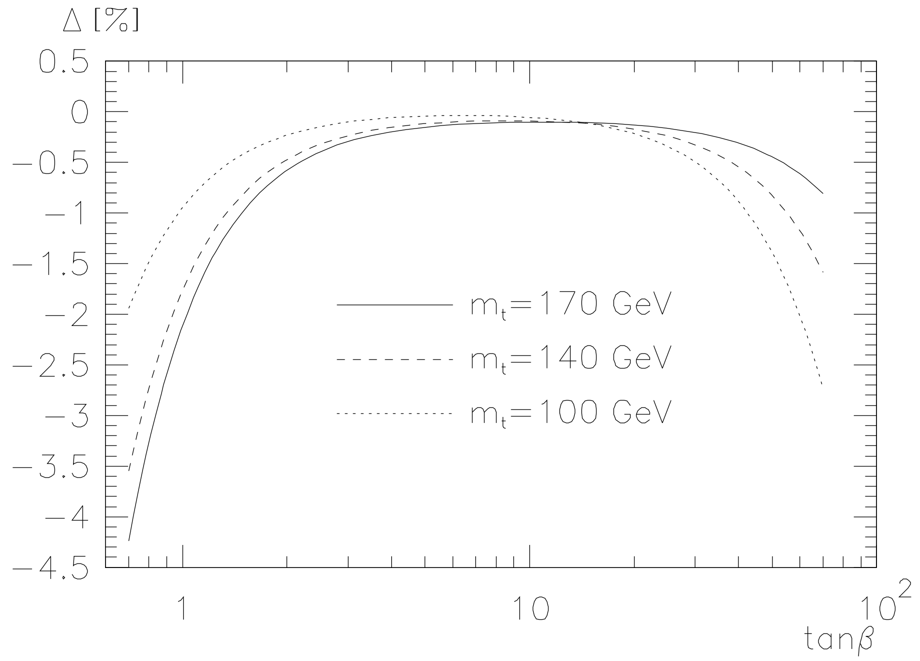


Abbildung 4.21: Die $\tan\beta$ Abhängigkeit von Δ nahe der Schwelle $m_t = m_\Phi + m_b$ für $m_{H_2} = 50\,\mathrm{GeV}$, $m_{H_3} = m_\Phi = m_t - 10\,\mathrm{GeV}$ und $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$.

in der Nähe der tiefsten Stelle der Struktur liegt. Wenn $\tan\beta$ klein ist, findet man die größten Wert von Δ für das schwerste Top–Quark. Die Ursache hierfür ist, daß dann die dominanten Beiträge zu Δ von dem Teil der Yukawa–Kopplungen des geladenen Higgs Φ stammen, der proportional zu $m_t/\tan\beta$ ist. Für Werte von $\tan\beta \approx \sqrt{m_t/m_b}$ sind sowohl die Yukawa–Kopplungen von Φ proportional zu m_t als auch die proportional zu m_b klein und man erkennt kaum einen Effekt in Δ. Geht man jedoch zu großen Werten von $\tan\beta$, so werden die Terme proportional zu m_b so verstärkt, daß sie relevant werden. In diesem Bereich beobachtet man die größten Effekte für ein leichtes Top–Quark. Die Abhängigkeit von der Topmasse stammt hier jedoch nicht aus den Yukawa–Kopplungen, sondern aus den Feynmanintegralen. Im Modell 2 werden die Yukawa–Kopplungen von Φ, die proportional zu m_b sind, nicht mit $\tan\beta$ sondern mit $\cot\beta$ multipliziert, so daß sie dieselbe β–Abhängigkeit besitzen wie die Kopplungen proportional zu m_t. Daher ist für große Werte von $\tan\beta$ die Struktur in der Nähe der Schwelle $m_t = m_\Phi + m_b$ stark unterdrückt und die Kurven sind im Modell 2 in diesem Gebiet flach und nahe bei Null. Hingegen zeigt sich für kleine Werte von $\tan\beta$ ($\lesssim 3$) in Modell 2 kaum ein Unterschied zu den in Abbildung 4.21 dargestellten Kurven.

In Abbildung 4.22 ist Δ nochmals als Funktion von $\tan\beta$ aufgetragen. Diesmal wurde jedoch das geladene Higgs Φ schwer gewählt, um Beiträge von der zuvor untersuchten Schwelleneffekt in der Umgebung von $m_t = m_\Phi + m_b$ möglichst auszuschliessen. Wie man an Hand der durchgezogenen und der gepunkt-gestrichelten Kurve mit den leichtesten Φ erkennt, hat man für große Werte von $\tan\beta$ noch einen Einfluß von der Schwelle (vgl. Abbildung 4.20). Für die gepunktete und die gepunkt-gestrichelte Kurve wurde $m_{H_3} = m_\Phi$

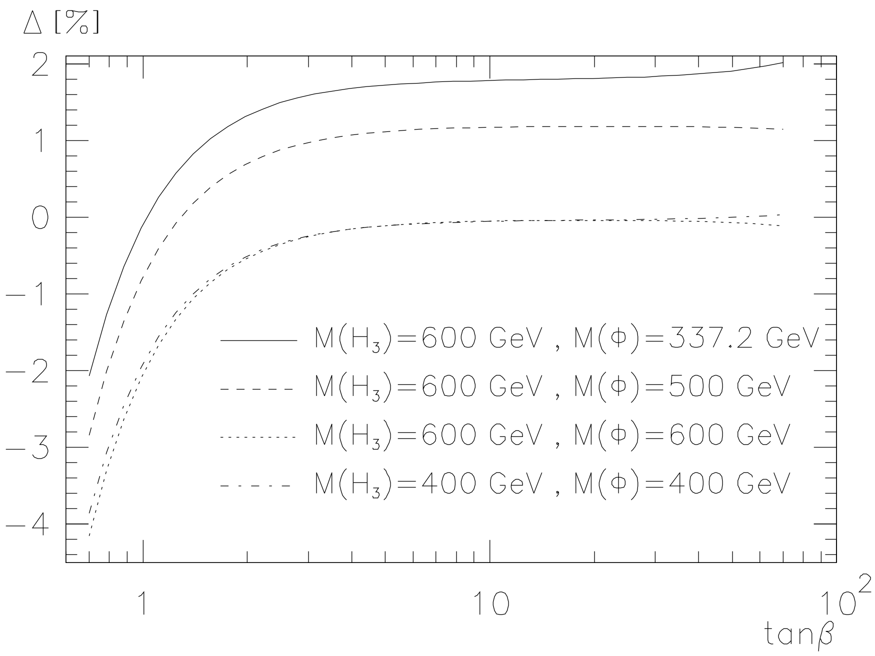


Abbildung 4.22: Die $\tan\beta$ Abhängigkeit von Δ und der Einfluß von Beiträgen des Higgssektors zu $\Delta\rho$ für $m_{H_2} = 50\,\mathrm{GeV}$, $m_t = 170\,\mathrm{GeV}$ und $\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$.

gewählt, um den Beitrag des Higgssektors zu $\Delta\rho$ klein zu halten. In diesen beiden Kurven erkennt man, daß die größten Unterschiede zwischen dem THDM und dem MSM für kleine Werte von $\tan\beta$ auftreten, dieser Effekt schnell mit wachsendem β abnimmt und die Kurven schließlich unabhängig von $\tan\beta$ werden. Die durchgezogene und die gestrichelte Kurve demonstrieren die Auswirkung eines Beitrags des Higgssektors zu $\Delta\rho$. In der durchgezogenen Kurve sind die Higgsmassen so gewählt, daß dieser Beitrag maximal wird. Dadurch ergibt sich ein Unterschied von ungefähr 2% zu den beiden Kurven, bei denen der Higgssektor kaum zu $\Delta\rho$ beiträgt. Da bei der gestrichelten Kurve die Parameter des Higgssektors so gewählt sind, daß dessen Beitrag zu $\Delta\rho$ weder maximal noch vernachläßigbar ist, liegt diese Kurve zwischen den anderen.

In den Abbildungen 4.23 und 4.24 sind jeweils die NS–Korrekturen zur Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie und Links–Rechts–Asymmetrie aufgetragen. Die Parameter wurden wie in Abbildung 4.19 gewählt und die gepunkt-gestrichelten Kurve hinzugefügt, um alle Effekte, die in Δ zu großen Zahlenwerten führten, präsent zu haben. Der Unterschied zwischen den durchgezogenen und den gepunkt-gestrichelten Kurven stammt von dem Beitrag des Higgssektors zu $\Delta\rho$. Man erkennt, daß sich die Asymmetrien im THDM nur wenig von denen im MSM unterscheiden. Vor allem für die Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie ergeben sich nur kleine Differenzen.

Es wurde bereits angesprochen, daß der Higgssektor des THDM mit dem des minimalen supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) übereinstimmen kann. Während im THDM die Parameter des Higgspotentials und damit die Massen der Higgsbosonen und die Mischungswinkel im Higgssektor unabhängig voneinander sind, fordert die Super-

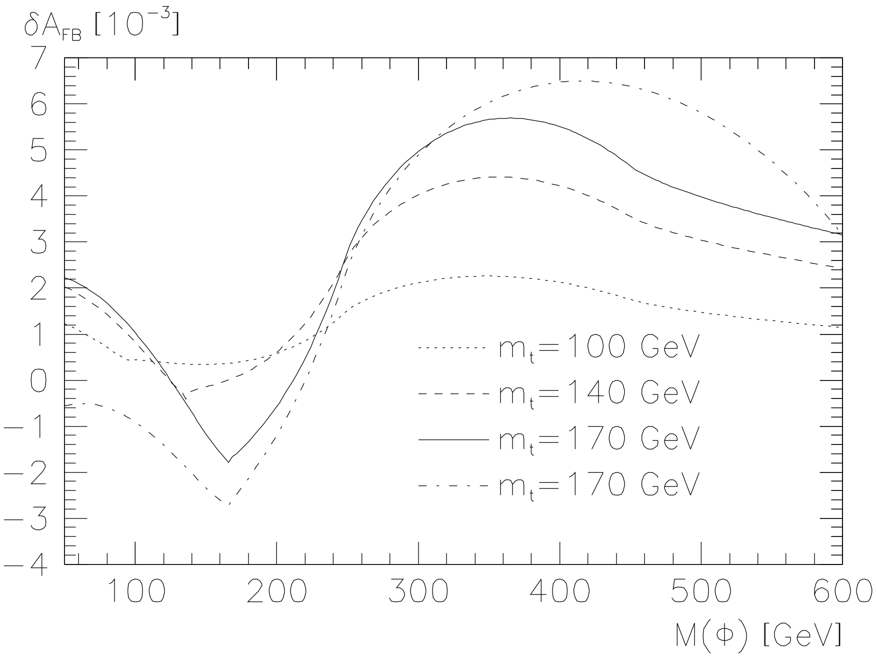


Abbildung 4.23: δA_{FB} für $m_{H_2} = 50\,\text{GeV}$, $\alpha = \beta = \arctan(0.7)$ und $\sqrt{s} = 500\,\text{GeV}$. Für die gepunktete, gestrichelte und durchgezogene Kurve ist $m_{H_3} = m_\Phi$ und für die gepunkt-gestrichelte Kurve $m_{H_3} = 600\,\text{GeV}$.

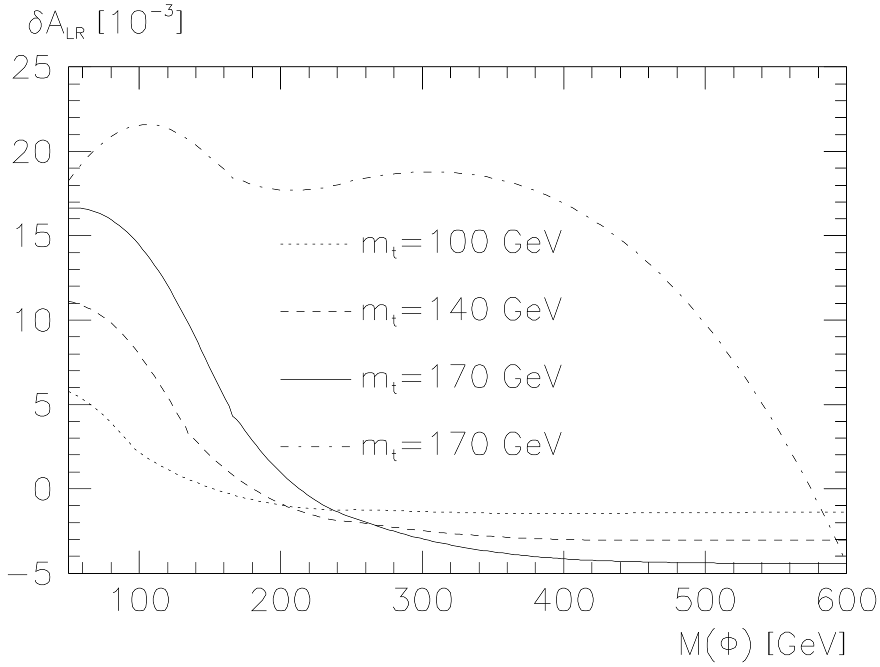


Abbildung 4.24: δA_{LR} für die gleichen Parameter wie in Abbildung 4.23.

symmetrie gewisse Relationen zwischen diesen Parametern. Die Folge davon ist, daß im MSSM nur noch zwei freie Parameter für den Higgssektor existieren wohingegen es für das THDM sechs waren. Da sich das MSSM in letzter Zeit zunehmender Beliebtheit erfreut, sollen nun zum Schluß die Auswirkungen untersucht werden, die sich ergeben, wenn man die supersymmetrischen Beziehungen auf die Parameter des Higgssektors des THDM anwendet. Für diese Diskussion muß natürlich die Einschränkung $\alpha = \beta$ fallengelassen werden. Als Eingabeparameter wurden die Masse des pseudoskalararen Higgsbosons H_3 und das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte $\tan\beta$ gewählt. Ferner wurden Strahlungkorrekturen zu den SUSY–Relationen des skalaren Higgssektors mit Hilfe der in den Gleichungen (18), (19) und (21)-(23) in [30] aufgeführten Beziehungen berücksichtigt, da sich dadurch vor allem die Masse des leichteren der beiden skalaren Higgsbosonen deutlich vergrössern kann. Der Einfachheit halber wurden in diesen Gleichungen die Parameter A_t und A_b sowie der Koeffizient μ gleich Null gesetzt, den Squarkmassen m_Q, m_U und m_D gleiche Werte zugewiesen und dieser in der Tabelle 4.8 zu 1 TeV gewählt. Für die laufende Kopplungskonstante g^2 in (21) von [30] wurde $4\pi/s_w^2 \times 1/128$ verwendet.

Für den Vergleich wurde die Masse des MSM Higgs gleich der Masse von H_2, also dem leichteren der beiden Skalare, gesetzt. Diese Wahl wurde getroffen, da für die meisten der in Tabelle 4.8 verwendeten Werte für m_{H_3} und $\tan\beta$ die Kopplungen von H_2 mehr denen des MSM Higgs ähneln als die von H_1. In der Tabelle 4.8 erkennt man, daß nun die Unterschiede zwischen dem THDM und dem MSM nicht mehr so groß sind. Im Falle eines schweren Pseudoskalars H_3 erreichen die NS–Korrekturen sowohl in der Nähe der Schwelle zur $t\bar{t}$–Produktion als auch für $\sqrt{s} = 500\,\text{GeV}$ kaum 2%. Für $m_{H_3} = 50\,\text{GeV}$ und kleines $\tan\beta$ sind die NS–Korrekturen größer, überschreiten jedoch kaum 4%. Der große negative Wert von Δ für $m_{H_3} = 50\,\text{GeV}$, $\tan\beta = 70$ und $\sqrt{s} = 2.001 m_t$ rührt daher, daß die Yukawakopplungen von H_2 an das Top–Quark im Vergleich zu denen des MSM Higgs stark unterdrückt sind. Identifiziert man in diesem Fall H_1 mit dem MSM Higgs, wie es auch die Kopplungen nahelegen, so ergibt sich für Δ nur noch $+1.48\%$. Wiederum findet man in den Asymmetrien nur kleine Unterschiede zwischen den Vorhersagen des THDM und des MSM.

m_{H_3}	$\tan\beta$	m_t	m_{H_1}	m_{H_2}	m_Φ	$\sqrt{s} = 2.001 m_t$		$\sqrt{s} = 500\,\mathrm{GeV}$		
						$\Delta[\%]$	δA_{LR}	$\Delta[\%]$	δA_{LR}	δA_{FB}
50.	0.7	135.	131.22	63.37	94.52	3.97	0.0097	−0.35	0.0098	0.0002
50.	0.7	170.	170.70	72.57	94.70	3.06	0.0167	2.88	0.0192	−.0009
50.	1.0	170.	150.44	60.91	94.72	−2.40	0.0077	2.08	0.0103	−.0005
50.	70.0	170.	126.83	50.56	94.73	−10.09	−.0136	2.60	−.0118	−.0053
200.	1.0	170.	239.37	80.93	215.57	0.01	0.0008	1.33	0.0020	−.0016
200.	2.0	100.	214.74	60.53	215.41	−0.15	−.0002	0.04	−.0002	0.0000
200.	2.0	135.	216.75	74.95	215.49	−0.31	−.0001	0.16	0.0000	−.0001
200.	2.0	170.	221.10	95.55	215.57	−0.58	0.0001	0.41	0.0004	−.0004
200.	20.0	95.	200.29	95.79	215.39	−0.04	0.0000	0.08	0.0003	0.0000
200.	20.0	135.	200.33	107.79	215.48	−0.04	−.0001	0.07	0.0003	0.0000
200.	20.0	175.	200.44	129.43	215.58	−0.03	−.0001	0.06	0.0001	0.0000
200.	70.0	95.	200.16	96.30	215.39	−0.22	0.0014	1.77	0.0081	0.0007
200.	70.0	135.	200.16	108.29	215.48	−0.13	0.0011	1.67	0.0073	0.0012
200.	70.0	175.	200.18	129.96	215.58	0.14	0.0005	1.56	0.0057	0.0012
500.	1.0	140.	512.13	62.01	506.40	0.08	−.0005	0.23	−.0002	−.0003
500.	1.0	170.	516.06	86.80	506.43	0.10	−.0008	0.49	−.0003	−.0005
500.	20.0	95.	500.09	95.90	506.35	−0.01	0.0000	0.00	0.0000	0.0000
500.	20.0	135.	500.10	107.93	506.39	−0.02	0.0000	−0.01	0.0000	0.0000
500.	20.0	175.	500.12	129.66	506.43	−0.02	0.0001	−0.01	0.0000	0.0000
500.	70.0	95.	500.06	96.31	506.35	−0.11	0.0007	0.06	0.0008	0.0003
500.	70.0	135.	500.06	108.30	506.39	−0.17	0.0009	0.01	0.0009	0.0003
500.	70.0	175.	500.07	129.98	506.43	−0.21	0.0011	−0.06	0.0010	0.0004

Tabelle 4.8: Die Unterschiede zwischen dem THDM und dem MSM, wenn dem Higgssektor die strahlungskorrigierten SUSY–Beziehungen auferlegt werden. Alle Massenangaben sind in GeV.

Kapitel 5

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Auswirkung eines zweiten Higgsdubletts auf die Produktion schwerer Fermionen im Kontinuum am Beispiel der Reaktion $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ untersucht.

Im Kapitel 2 wurde die Lagrangedichte des Zwei–Higgs–Dublett Modells (THDM) vorgestellt und die Unterschiede zum minimalen Standardmodell (MSM) hervorgehoben. Die Quantisierung und Bestimmung der Feynmanregeln erfolgt dann auf die übliche Art und Weise. Da experimentell eine starke Unterdrückung der flavour–ändernden neutralen Ströme (FCNC) gefunden wurde, ist die Lagrangedichte so konstruiert, daß FCNC in niederster Ordnung nicht auftreten können. Diese Form der Lagrangedichte kann man 'natürlich' machen, indem man die Invarianz unter einer diskreten Symmetrie verlangt. Obwohl diese Symmetrie nicht eindeutig ist, kann man per Konvention vereinbaren, daß die Massen von Quarks mit $T_3^f = +1/2$ proportional zu v_2 sind. Für den in dieser Arbeit betrachteten Prozeß kann man sich auf zwei der vier möglichen Symmetrien beschränken. Im Modell 1 (Modell 2) ist die Symmetrie so gewählt, daß die Massen der Fermionen mit $T_3^f = -1/2$ proportional zu v_1 (v_2) sind.

Die Renormierung wurde im vollständigen on–shell Schema, in dem sich die Korrekturen zu Propagatoren von Teilchen, die auf der Massenschale sind, mit den Countertermen wegheben, durchgeführt. Die für den Prozeß relevanten Counterterme wurden mit den dafür benötigten bosonischen und fermionischen Selbstenergien im Kapitel 3 aufgeführt.

Die schwachen Strahlungskorrekturen für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, wobei f ein beliebiges Fermion außer dem Elektron und dem Elektronneutrino (bei diesen beiden Teilchen existieren nicht nur s–Kanal Borndiagramme) sein kann, wurden im Kapitel 4 berechnet. Da nur die Elektronmasse, nicht jedoch die Masse des auslaufenden Fermions und dessen Isospinpartners, vernachläßigt wurde, sind die vorgestellten Formeln auch für die Produktion von schweren Fermionen, wie dem Top–Quark, anwendbar. Die QED–Korrekturen im THDM stammen aus den selben Diagrammen wie im MSM, so daß man die Ergebnisse von [19] übernehmen kann.

Die analytischen Ergebnisse wurden in ein FORTRAN Programm eingebaut, das erfolgreich mit dem in [16, 18] bzw. dem in [19] verwendeten Programm verglichen wurde. Auch mit den von *FeynArts* und *FeynCalc* produzierten Resultaten ergab sich Übereinstimmung. Dazu wurde für *FeynArts* ein model–File geschrieben, das die im Anhang B aufgeführten Feynmanregeln enthält.

Mit Hilfe dieses Programms wurde schließlich die $t\bar{t}$–Produktion untersucht. Dabei wurde die Differenz zwischen dem THDM und dem MSM für den totalen Wirkungsquerschnitt, die Links–Rechts–Asymmetrie und die Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie betrachtet. Die Masse des W–Bosons wurde stets im THDM aus G_F berechnet und ihr zulässiger Bereich auf $m_W = 80.22 \pm 0.26\,\mathrm{GeV}$ beschränkt, um meßbare Effekte des zweiten Higgsdubletts auf $\Delta\rho$ auszuschließen.

Die größten Effekte resultieren aus dem Austausch eines leichten skalaren Higgsbosons zwischen den auslaufenden Top–Quarks. Im THDM kann man diesen Effekt verstärken, da die experimentelle untere Grenze an die Masse von H_2 viel niedriger ist als die an das MSM Higgsboson und die Kopplung von H_2 an das Top–Quark mit einem Faktor $\cot\beta$ multipliziert wird, der größer als 1 gewählt werden kann. Für den Wirkungsquerschnitt ergeben sich daraus an der Schwelle zur $t\bar{t}$–Produktion wesentlich größere Werte für das THDM als für das MSM. Bei höheren Energien führt dieser Effekt jedoch dazu, daß der Wirkungsquerschnitt des THDM in der Regel kleiner als der des MSM ist. Eine signifikante Ausnahme davon existiert, wenn das Top–Quark sehr schwer ($m_t > 200\,\mathrm{GeV}$) und $m_{H_2} \approx 100\,\mathrm{GeV}$ ist. Dann kann der Wirkungsquerschnitt im THDM bis zu $\approx 10\%$ größer sein als der im MSM. Sollte H_2 schwerer als H_1 oder $\tan\beta \gg 1$, wie von der Massenhierarchie von Bottom–Quark und Top–Quark nahegelegt, sein, so trägt der Austausch von H_2 zwischen den Top–Linien kaum zum Wirkungsquerschnitt bei und sorgt nicht für große Unterschiede zwischen dem THDM und MSM.

Die Existenz eines geladenen Higgsbosons im THDM führt zu einer Struktur in der Nähe der Schwelle $m_t = m_\Phi + m_b$, die für extreme Werte von $\tan\beta$ einige Prozent des Wirkungsquerschnitts erreicht. Für kleine Werte von $\tan\beta$ nehmen die Unterschiede zwischen dem THDM und dem MSM mit der Masse des Top–Quarks zu, wohingegen es für $\tan\beta$ groß umgekehrt ist.

Da die Masse des W–Bosons nicht sehr präzise gemessen ist, kann man selbst für eine feste Masse des Top–Quarks über den Higgssektor den ρ–Parameter variieren, wodurch sich Unterschiede zwischen dem THDM und dem MSM bis zu $\sim 2\%$ ergeben.

All diese Effekte sind im totalen Wirkungsquerschnitt gut sichtbar, haben jedoch auf die Links–Rechts–Asymmetrie und die Vorwärts–Rückwärts–Asymmetrie keinen großen Einfluß.

Legt man dem Higgssektor des THDM die aus der Supersymmetrie stammenden Parameterrelationen auf, so stimmt er mit dem Higgssektor des minimalen supersymmetrischen Standardmodells überein. Diese Beziehungen führen dazu, daß die Unterschiede zu den Vorhersagen des MSM kleiner werden. Für ein schweres Pseudoskalar H_3 sind die NS–Korrekturen stets kleiner als 2% und für ein leichtes H_3 ergeben sich, falls man die Identifikation von einem der THDM Higgsbosonen mit dem des MSM konsequent an Hand der Kopplungen durchführt, kaum Werte von Δ oberhalb von 4%.

Danksagung

Mein ganz besonderer Dank gilt Dr. habil. A. Denner, der mir dieses Thema als Diplomarbeit gegeben hat, für meine Fragen immer Zeit hatte und von dem ich viel gelernt habe. Außerdem konnte ich Programmteile von ihm verwenden, wodurch ich einige Programmierarbeit und Checks einsparen konnte.

Bedanken möchte ich mich auch bei Prof. J.H. Kühn, der die offizielle Verantwortung für meine Diplomarbeit übernommen hat.

W. Beenakker bin ich sehr zu Dank verpflichtet, da er stets bereit war auf meine Fragen einzugehen und mir ferner sein Programm für die Top–Produktion im MSM zur Verfügung gestellt hat, das beim Checken eine große Hilfe war.

Des weiteren möchte ich mich bei A. Hoang bedanken, von dem ich die Feynmanregeln für das THDM erhalten habe und mit dem ich die Selbstenergien vergleichen konnte.

Mein Dank gilt auch den 'Hackern' H. Eck, Dr. J. Küblbeck in Würzburg und besonders Dr. R. Mertig in Leiden, deren Programme *FeynArts* und *FeynCalc* mir erlaubten alle für den Prozeß relevanten Vertex– und Boxdiagramme im THDM zu checken und die bei Problemen immer gleich eine Lösung fanden.

Besonders will ich mich auch bei A. Brignole bedanken, der mich bei der Programmierung der Strahlungskorrekturen zu den Massen der skalaren Higgse im MSSM beraten hat.

Zum Schluß möchte ich auch noch Dr. R.J. Guth, der mir sein Programm zur Top–Produktion im THDM auf der Schwelle zur Verfügung gestellt hat, meinen Dank aussprechen.

Anhang A

Konventionen

Wenn nicht anders angegeben wird über wiederholte Indizes summiert (Einsteinsche Summenkonvention), wobei römische Buchstaben von 1 bis 3 und griechische von 0 bis 3 laufen. Die Ausnahmen von dieser Regel sind κ und λ, die entweder '+' oder '−' sind.

Die verwendete Metrik lautet:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} . \tag{A.1}$$

Die Konventionen für den bosonischen Sektor wurden nach [14] gewählt. Die kovariante Ableitung ist (2.7)

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{W}_\mu + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu \quad , \quad \frac{Y}{2} = Q - T_3 \quad , \quad \vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3) \tag{A.2}$$

mit den Paulimatrizen

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} . \tag{A.3}$$

Die massendiagonalen Felder (Photon A, Z– und $W^\pm$–Bosonen) erhält man aus den Feldern W_μ^i und B_μ durch

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix}_\mu &= \begin{pmatrix} c_w & s_w \\ -s_w & c_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix}_\mu , \\ W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (W^1 \mp iW^2)_\mu \end{aligned} \tag{A.4}$$

und die Massen ergeben sich zu

$$m_W = \frac{1}{2} g_2 v \quad , \quad m_Z = \frac{1}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2}\, v \quad \text{und} \quad m_A = 0 . \tag{A.5}$$

Hierbei sind c_w und s_w der Cosinus bzw. Sinus des Weinbergwinkels und Abkürzungen für:

$$c_w = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = \frac{m_W}{m_Z} \quad , \quad s_w = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} . \tag{A.6}$$

Aus der Lagrangedichte der Fermionen $\mathcal{L}_F$ ergibt sich auch die Kopplung des Elektrons an das Photon und damit eine Beziehung zwischen der Elementarladung e und den Kopplungskonstanten g_1 und g_2 von U(1) und SU(2):

$$e = g_1 c_w = g_2 s_w = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \ . \tag{A.7}$$

Häufig wird anstelle der Elementarladung e auch die Feinstrukturkonstante α_{em} verwendet, die durch

$$\alpha_{\text{em}} = \frac{e^2}{4\pi} \tag{A.8}$$

definiert ist.

Bei den Fermionen projeziert $\omega^{\pm} = (1 \pm \gamma_5)/2$ auf $\left\{\begin{matrix}\text{rechts–}\\ \text{links–}\end{matrix}\right\}$händige Fermionen.

Die Lagrangedichte des Higgssektor lautet:

$$\mathcal{L}_H = \sum_{n=1}^{2} |D_\mu \Phi_n|^2 - V(\Phi_1, \Phi_2) \ . \tag{A.9}$$

Hierbei ist

$$\Phi_n = \begin{pmatrix} \phi_n^+ \\ 1/\sqrt{2}(v_n + \eta_n + i\chi_n) \end{pmatrix} \tag{A.10}$$

eines der beiden Higgsdubletts, v_n dessen Vakuumerwartungswert, ϕ_n^+ geladene, komplexe und η_n, χ_n neutrale, reelle Felder. $V(\Phi_1, \Phi_2)$ ist das Potential, das sich in folgender Form schreiben läßt:

$$\begin{aligned} V(\Phi_1, \Phi_2) &= \sum_{n=1}^{2} (-\mu_n^2 |\Phi_n|^2 + \lambda_n |\Phi_n|^4) \\ &\quad + \lambda_3 |\Phi_1|^2 |\Phi_2|^2 + \lambda_4 |\Phi_1^\dagger \Phi_2|^2 \\ &\quad + \frac{\lambda_5}{2} [(\Phi_1^\dagger \Phi_2)^2 + (\Phi_2^\dagger \Phi_1)^2] \ . \end{aligned} \tag{A.11}$$

Hierbei sind alle Parameter μ_i und λ_i reell.

Die massendiagonalen Higgsfelder erhält man durch folgende Transformationen:

$$\begin{aligned} H_1 &= \eta_1 \cos\alpha + \eta_2 \sin\alpha \ , \\ H_2 &= -\eta_1 \sin\alpha + \eta_2 \cos\alpha \ , \\ H_3 &= -\chi_1 \sin\beta + \chi_2 \cos\beta \ , \\ \chi &= \chi_1 \cos\beta + \chi_2 \sin\beta \ , \\ \Phi^{\pm} &= -\phi_1^{\pm} \sin\beta + \phi_2^{\pm} \cos\beta \ , \\ \Psi^{\pm} &= \phi_1^{\pm} \cos\beta + \phi_2^{\pm} \sin\beta \ . \end{aligned} \tag{A.12}$$

Die Felder χ und $\Psi^{\pm}$ sind unphysikalische Goldstonebosonen, deren Freiheitsgrade in die Massen der Eichbosonen gehen. H_1 und H_2 sind Skalare, H_3 ist ein Pseudoskalar und $\Phi^{\pm}$

Leptonmassen	$m_e = 0.51099906\,\mathrm{MeV}$	
	$m_\mu = 0.105658389\,\mathrm{GeV}$	
	$m_\tau = 1.7841\,\mathrm{GeV}$	
Quarkmassen	$m_u = 0.046\,\mathrm{GeV}$	$m_d = 0.046\,\mathrm{GeV}$
	$m_c = 1.5\,\mathrm{GeV}$	$m_s = 0.15\,\mathrm{GeV}$
	$m_t = 140\,\mathrm{GeV}$	$m_b = 4.5\,\mathrm{GeV}$
Z–Bosonmasse	$m_Z = 91.173\,\mathrm{GeV}$	
Fermikonstante	$G_F = 1.16639 \times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}$	
Feinstrukturkonstante	$\alpha_{\mathrm{em}} = 1/137.0359895$	
Umrechnungsfaktor	$(\hbar c)^2 = 389379660\,\mathrm{pb}\,\mathrm{GeV}^2$	

Tabelle A.1: Verwendete Zahlenwerte

ein geladenes Skalar. Ihre Massen sind:

$$\begin{aligned}
m_{H_1}^2 &= \lambda_1 v_1^2 + \lambda_2 v_2^2 + \sqrt{(\lambda_1 v_1^2 - \lambda_2 v_2^2)^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)^2 v_1^2 v_2^2}\ , \\
m_{H_2}^2 &= \lambda_1 v_1^2 + \lambda_2 v_2^2 - \sqrt{(\lambda_1 v_1^2 - \lambda_2 v_2^2)^2 + (\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)^2 v_1^2 v_2^2}\ , \\
m_{H_3}^2 &= -\lambda_5 v^2\ , \\
m_{\Phi}^2 &= -\frac{\lambda_4 + \lambda_5}{2} v^2\ . \qquad \text{(A.13)}
\end{aligned}$$

Man beachte jedoch dazu die Anmerkung unter der Gleichung (2.30). Die Winkel α und β sind durch

$$\tan(2\alpha) = \frac{(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) v_1 v_2}{\lambda_1 v_1^2 - \lambda_2 v_2^2}\ , \qquad \text{(A.14a)}$$

$$\tan\beta = \frac{v_2}{v_1} \qquad \text{(A.14b)}$$

definiert.

In den Yukawakopplungen wurden nur die Fälle betrachtet, in denen Fermionen mit $T_3 = +1/2$ stets an Φ_2 und Fermionen mit $T_3 = -1/2$ entweder an Φ_1 (Modell 1) oder an Φ_2 (Modell 2) koppeln.

Für die Rechnungen wurden, sofern nicht anders angegeben, das Modell 1 mit den Zahlenwerten aus Tabelle A.1 verwendet [2]. Die Massen der leichten Quarks wurden so gewählt, daß die experimentell gemessene hadronische Vakuumpolarisation reproduziert wird [29].

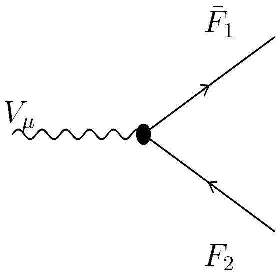
Da mit dieser Wahl der Parameter m_W keine unabhängige Größe mehr ist, wurde ihr zulässiger Wert auf den Bereich $79.96\,\mathrm{GeV} \leq \mathrm{m_W} \leq 80.48\,\mathrm{GeV}$ [2] eingeschränkt.

Anhang B

Feynmanregeln

In den folgenden Feynmanregeln in der Feynman–'t Hooft Eichung für das Zwei–Higgs–Dublett Modell sind alle Teilchen und Impulse als einlaufend angenommen.

Die Eichboson–Fermionen–Kopplungen lauten:



$$= ie\gamma_\mu(g^+\omega^+ + g^-\omega^-) \; .$$

Die möglichen Werte für $V, \bar{F}_1$ und F_2 sind:

$$\begin{aligned}
\gamma \bar{f} f \quad &: \quad g^+ = g^- = -Q_f \; , \\
Z \bar{f} f \quad &: \quad \begin{cases} g^+ = -\frac{s_w}{c_w} Q_f \\ g^- = \frac{T_3^f - s_w^2 Q_f}{s_w c_w} \end{cases} \; , \\
W \bar{f}'_m f_n \quad &: \quad \begin{cases} g^+ = 0 \\ g^- = \frac{1}{\sqrt{2} s_w} U_{\bar{f}'_m, f_n} \end{cases} \; ,
\end{aligned} \tag{B.1}$$

wobei f'_m einer der möglichen Isospinpartner von f_n und die Matrix U durch

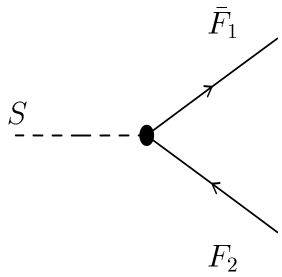
$$U_{\bar{f}'_m, f_n} = \begin{cases} \delta_{mn} \; , & f_n \text{ ist Lepton} \\ V_{mn} \; , & f_n \text{ ist } d\text{–Quark} \\ (V^\dagger)_{mn}, & f_n \text{ ist } u\text{–Quark} \end{cases} \tag{B.2}$$

mit der Kobayashi–Maskawa–Matrix V aus Gleichung (2.55) definiert ist.

	Fermionen mit $T_3 = +1/2$				Fermionen mit $T_3 = -1/2$			
	g^{+,H_1}	g^{+,H_2}	g^{+,H_3}	$g^{+,\Phi}$	g^{-,H_1}	g^{-,H_2}	g^{-,H_3}	$g^{-,\Phi}$
Modell 1	$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$	$\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$	$\cot\beta$	$\cot\beta$	$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$	$-\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$	$\tan\beta$	$\tan\beta$
Modell 2	$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$	$\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$	$\cot\beta$	$\cot\beta$	$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$	$\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$	$-\cot\beta$	$-\cot\beta$

Tabelle B.1: Verstärkungsfaktoren der Yukawa–Kopplungen.

An Kopplungen zwischen zwei Fermionen und einem Skalar



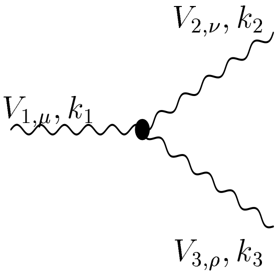
$$= ie(g^+\omega^+ + g^-\omega^-)$$

existieren für S, F_1 und F_2 folgende Möglichkeiten:

$$\begin{aligned}
H_1\bar{f}f \quad &: \quad g^+ = g^- = -\frac{1}{2s_w}\frac{m_f}{m_W}g^{f,H_1}\ , \\
H_2\bar{f}f \quad &: \quad g^+ = g^- = -\frac{1}{2s_w}\frac{m_f}{m_W}g^{f,H_2}\ , \\
H_3\bar{f}f \quad &: \quad g^+ = -g^- = i\frac{1}{2s_w}\frac{m_f}{m_W}g^{f,H_3}\ , \\
\chi\bar{f}f \quad &: \quad g^+ = -g^- = i\frac{1}{2s_w}\frac{m_f}{m_W}2T_3^f\ , \\
\Phi\bar{f}'_m f_n \quad &: \quad \begin{cases} g^+ = \frac{1}{\sqrt{2}s_w}\frac{m_{f_n}}{m_W}g^{f,\Phi}U_{\bar{f}'_m,f_n} \\ g^- = \frac{1}{\sqrt{2}s_w}\frac{m_{f'_m}}{m_W}g^{f',\Phi}U_{\bar{f}'_m,f_n} \end{cases}\ , \\
\Psi\bar{f}'_m f_n \quad &: \quad \begin{cases} g^+ = \frac{1}{\sqrt{2}s_w}\frac{m_{f_n}}{m_W}2T_3^f U_{\bar{f}'_m,f_n} \\ g^- = \frac{1}{\sqrt{2}s_w}\frac{m_{f'_m}}{m_W}2T_3^{f'} U_{\bar{f}'_m,f_n} \end{cases}
\end{aligned} \tag{B.3}$$

wobei neben der in Gleichung (B.2) definierten Matrix U noch mit g^{f,H_i} weitere Faktoren auftreten. Diese können zu einer Verstärkung oder Abschwächung der Yukawakopplungen im Vergleich zum minimalen Standardmodell führen. Die Abhängigkeit dieser Faktoren vom Isospin T_3 des Fermions f, dem beteiligten Higgs H_i und dem gewählten Modell (Modell 1 oder 2) ist in der Tabelle B.1 dargestellt.

Der nichtabelsche Vertex von drei Eichbosonen hat die Gestalt



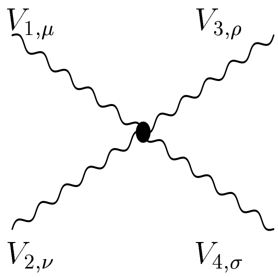
$$= ieG \left[g_{\mu\nu}(k_1 - k_2)_\rho + g_{\nu\rho}(k_2 - k_3)_\mu + g_{\rho\mu}(k_3 - k_1)_\nu \right] \ .$$

Als Eichbosonfelder können für V_1, V_2 und V_3

$$[\gamma, Z]\, W^+W^- \quad : \quad G = \left[1, -\frac{c_w}{s_w}\right] \tag{B.4}$$

auftreten.

Bei der Kopplung von vier Eichbosonen

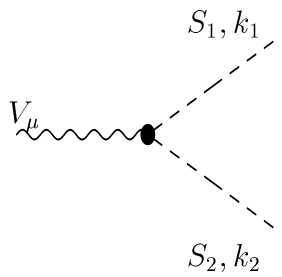


$$= ie^2 G(2g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho})$$

sind folgende Kombinationen für V_1, V_2, V_3 und V_4 möglich:

$$\begin{aligned} W^+W^+W^-W^- \quad &: \quad G = \frac{1}{s_w^2} \ , \\ W^+W^-\gamma\gamma \quad &: \quad G = -1 \ , \\ W^+W^-\gamma Z \quad &: \quad G = \frac{c_w}{s_w} \ , \\ W^+W^-ZZ \quad &: \quad G = -\frac{c_w^2}{s_w^2} \ . \end{aligned} \tag{B.5}$$

Bei einem Eichboson und zwei Skalaren

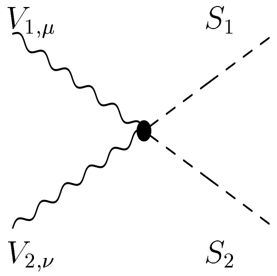


$$= ieG(k_1 - k_2)_\mu$$

sind folgende Werte für V, S_1 und S_2 möglich:

$$\begin{aligned}
\gamma\left[\Phi^+\Phi^-, \Psi^+\Psi^-\right] &: \ G = -1 \ , \\
Z\left[\Phi^+\Phi^-, \Psi^+\Psi^-\right] &: \ G = -\frac{s_w^2 - c_w^2}{2s_w c_w} \ , \\
W^\pm\Phi^\mp H_1 &: \ G = \mp\frac{1}{2s_w}(-\sin(\beta-\alpha)) \ , \\
W^\pm\Psi^\mp H_1 &: \ G = \mp\frac{1}{2s_w}\cos(\beta-\alpha) \ , \\
W^\pm\Phi^\mp H_2 &: \ G = \mp\frac{1}{2s_w}\cos(\beta-\alpha) \ , \\
W^\pm\Psi^\mp H_2 &: \ G = \mp\frac{1}{2s_w}\sin(\beta-\alpha) \ , \\
W^\pm\Phi^\mp H_3 &: \ G = -\frac{i}{2s_w} \ , \\
W^\pm\Psi^\mp \chi &: \ G = -\frac{i}{2s_w} \ , \\
ZH_1H_3 &: \ G = i\frac{1}{2s_w c_w}(-\sin(\beta-\alpha)) \ , \\
ZH_1\chi &: \ G = i\frac{1}{2s_w c_w}\cos(\beta-\alpha) \ , \\
ZH_2H_3 &: \ G = i\frac{1}{2s_w c_w}\cos(\beta-\alpha) \ , \\
ZH_2\chi &: \ G = i\frac{1}{2s_w c_w}\sin(\beta-\alpha) \ .
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Koppeln zwei Eichbosonen an zwei Skalare,

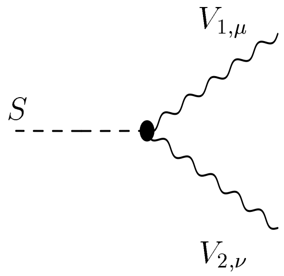


$$= ie^2 G g_{\mu\nu}$$

treten für V_1, V_2, S_1 und S_2 folgende Kopplungskonstanten auf:

$$
\begin{aligned}
\gamma\gamma\left[\Phi^+\Phi^-, \Psi^+\Psi^-\right] &: \quad G = 2 \ , \\
\gamma Z\left[\Phi^+\Phi^-, \Psi^+\Psi^-\right] &: \quad G = \frac{s_w^2 - c_w^2}{s_w c_w} \ , \\
ZZ\left[\Phi^+\Phi^-, \Psi^+\Psi^-\right] &: \quad G = \frac{(s_w^2 - c_w^2)^2}{2 s_w^2 c_w^2} \ , \\
W^+W^-\left[\Phi^+\Phi^-, \Psi^+\Psi^-\right] &: \quad G = \frac{1}{2 s_w^2} \ , \\
W^+W^-\left[H_1 H_1, H_2 H_2, H_3 H_3, \chi\chi\right] &: \quad G = \frac{1}{2 s_w^2} \ , \\
ZZ\left[H_1 H_1, H_2 H_2, H_3 H_3, \chi\chi\right] &: \quad G = \frac{1}{2 s_w^2 c_w^2} \ , \\
[\gamma, Z]\, W^\pm \Phi^\mp H_1 &: \quad G = -\frac{1}{2 s_w}\left[1, \frac{s_w}{c_w}\right](-\sin(\beta - \alpha)) \ , \\
[\gamma, Z]\, W^\pm \Psi^\mp H_1 &: \quad G = -\frac{1}{2 s_w}\left[1, \frac{s_w}{c_w}\right]\cos(\beta - \alpha) \ , \\
[\gamma, Z]\, W^\pm \Phi^\mp H_2 &: \quad G = -\frac{1}{2 s_w}\left[1, \frac{s_w}{c_w}\right]\cos(\beta - \alpha) \ , \\
[\gamma, Z]\, W^\pm \Psi^\mp H_2 &: \quad G = -\frac{1}{2 s_w}\left[1, \frac{s_w}{c_w}\right]\sin(\beta - \alpha) \ , \\
[\gamma, Z]\, W^\pm \Phi^\mp H_3 &: \quad G = -\frac{1}{2 s_w}\left[1, \frac{s_w}{c_w}\right](\pm i) \ , \\
[\gamma, Z]\, W^\pm \Psi^\mp \chi &: \quad G = -\frac{1}{2 s_w}\left[1, \frac{s_w}{c_w}\right](\pm i) \ .
\end{aligned}
\tag{B.7}
$$

Betrachtet man die Kopplungen von zwei Eichbosonen an ein Skalar,

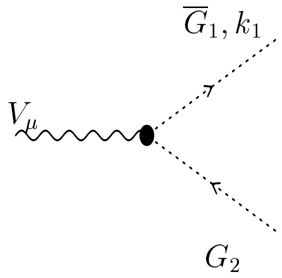


$$= ieGg_{\mu\nu}$$

ergeben sich für S, V_1 und V_2:

$$\begin{aligned}
[H_1, H_2]\, W^+W^- \quad &: \quad G = \frac{m_W}{s_w}\,[\cos(\beta-\alpha), \sin(\beta-\alpha)] \ , \\
[H_1, H_2]\, ZZ \quad &: \quad G = \frac{m_W}{s_w c_w^2}\,[\cos(\beta-\alpha), \sin(\beta-\alpha)] \ , \\
\Psi^\pm W^\mp \gamma \quad &: \quad G = -m_W \ , \\
\Psi^\pm W^\mp Z \quad &: \quad G = -m_W \frac{s_w}{c_w} \ .
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Koppeln zwei Fadeev–Popov–Geister an ein Eichboson

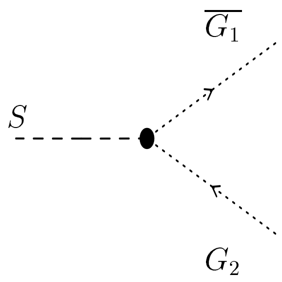


$$= ieGk_{1,\mu}$$

so können $V, \overline{G}_1$ und G_2 folgende Werte annehmen:

$$\begin{aligned}
W^\pm \overline{u^\gamma} u^\mp \quad &: \quad G = \pm 1 \ , \\
W^\pm \overline{u^Z} u^\mp \quad &: \quad G = \mp \frac{c_w}{s_w} \ , \\
W^\pm \overline{u^\pm} u^\gamma \quad &: \quad G = \mp 1 \ , \\
W^\pm \overline{u^\pm} u^Z \quad &: \quad G = \pm \frac{c_w}{s_w} \ , \\
\gamma \overline{u^\pm} u^\pm \quad &: \quad G = \pm 1 \ , \\
Z \overline{u^\pm} u^\pm \quad &: \quad G = \mp \frac{c_w}{s_w} \ .
\end{aligned} \tag{B.9}$$

Schließlich gibt es noch die Kopplungen zwischen zwei Fadeev–Popov–Geistern und einem Skalar



$$= ieG$$

wobei $S, \overline{G}_1$ und G_2 folgenden Feldern entsprechen können:

$$\begin{aligned}
\Psi^{\pm}\overline{u^{\pm}}u^{\gamma} &: \quad G = m_W \ , \\
\Psi^{\pm}\overline{u^{\pm}}u^{Z} &: \quad G = m_W \frac{s_w^2 - c_w^2}{2 s_w c_w} \ , \\
\Psi^{\pm}\overline{u^{Z}}u^{\mp} &: \quad G = m_W \frac{1}{2 s_w c_w} \ , \\
H_1\overline{u^{\pm}}u^{\pm} &: \quad G = -m_W \frac{1}{2 s_w} \cos(\beta - \alpha) \ , \\
H_2\overline{u^{\pm}}u^{\pm} &: \quad G = -m_W \frac{1}{2 s_w} \sin(\beta - \alpha) \ , \\
\chi\overline{u^{\pm}}u^{\pm} &: \quad G = \mp i m_W \frac{1}{2 s_w} \ , \\
H_1\overline{u^{Z}}u^{Z} &: \quad G = -m_W \frac{1}{2 s_w c_w^2} \cos(\beta - \alpha) \ , \\
H_2\overline{u^{Z}}u^{Z} &: \quad G = -m_W \frac{1}{2 s_w c_w^2} \sin(\beta - \alpha) \ .
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Anhang C

Basisintegrale

In diesem Abschnitt soll lediglich die Konvention für die Lorentzzerlegung der bei diesem Prozeß benötigten Einschleifenintegrale angegeben werden. Mehr Informationen über die Reduktion auf die skalaren Integrale A_0, B_0, C_0 und D_0 und ihre analytische Form finden sich z. B. in [31, 32] oder [14], wobei in dieser Arbeit die Konventionen von letzterem übernommen wurden.

Allgemein kann man eine Schleife mit N Vertizes[1], wie in Abbildung C.1 dargestellt, parametrisieren.

Dabei sind die Impulse p_{ij} durch

$$p_{ij} = p_i - p_j \qquad , \quad i = 1, \ldots, N \quad , \quad j = 0, \ldots, N-1 \tag{C.1}$$

mit der Konvention $p_0 = p_N = 0$ definiert. Führt man nun noch als Abkürzungen für die Nenner der Propagatoren

$$D_0 = q^2 - m^2 + i\varepsilon \quad , \quad D_k = (q + p_k)^2 - m_k^2 + i\varepsilon \quad , \quad k = 1, \ldots, N-1 \tag{C.2}$$

ein, so lassen sich die Einschleifenintegrale allgemein in der Form

$$T^N_{\mu_1,\ldots,\mu_p}(p_1, \ldots, p_{N-1}, m, m_1, \ldots, m_{N-1}) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{q_{\mu_1} \ldots q_{\mu_P}}{D_0 D_1 \ldots D_{N-1}} \tag{C.3}$$

schreiben, wobei in renormierbaren Theorien $P < N$ ist. Die T^N werden in der Regel durch den N–ten Großbuchstaben des Alphabets gekennzeichnet, so daß $T^1 \equiv A$, $T^2 \equiv B$, …ist. Explizit ergibt sich dann als Lorentzzerlegung der in dieser Arbeit benötigten Integrale:

$$\begin{aligned}
B_\mu &= p_{1\mu} B_1 \ , && \text{(C.4a)} \\
B_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} B_{00} + p_{1\mu} p_{1\nu} B_{11} \ , && \text{(C.4b)} \\
C_\mu &= p_{1\mu} C_1 + p_{2\mu} C_2 = \sum_{i=1}^{2} p_{i\mu} C_i \ , && \text{(C.4c)} \\
C_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} C_{00} + \sum_{i,j=1}^{2} p_{i\mu} p_{j\nu} C_{ij} \ , && \text{(C.4d)}
\end{aligned}$$

[1] bzw. N Propagatoren

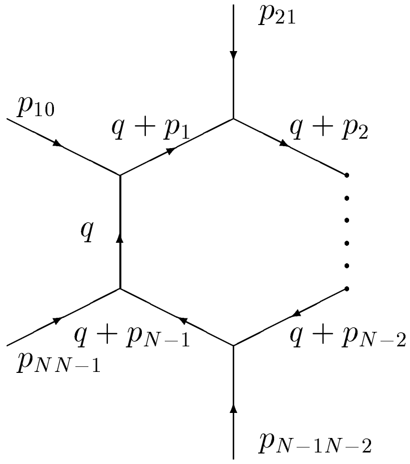


Abbildung C.1: Impulskonventionen für das N–Punkt–Integral.

$$D_\mu = \sum_{i=1}^{3} p_{i\mu} D_i \; , \tag{C.4e}$$

$$D_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} D_{00} + \sum_{i,j=1}^{3} p_{i\mu} p_{j\nu} D_{ij} \; . \tag{C.4f}$$

Die Verallgemeinerung für mehr Integrationsimpulse im Zähler, also für $C_{\mu\nu\rho}$, $D_{\mu\nu\rho}$ und $D_{\mu\nu\rho\sigma}$, ist offensichtlich.

Literaturverzeichnis

[1] ALEPH Collab., *Phys. Rep.* **216** (1992) 253;
G. Wormser, preprint LAL 92-56, Vortrag bei der ICHEP92, Dallas, August 1992.

[2] Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D45** (1992) Part 2.

[3] B.W. Lee, C. Quigg, H.B. Thacker, *Phys. Rev.* **D16** (1977) 1519.

[4] A. Denner, R.J. Guth und J.H. Kühn, *Phys. Lett.* **B240** (1990) 438;
R.J. Guth und J.H. Kühn, in *Proc. Joint Int. Lepton-Photon Symposium & Europhysics Conference on High Energy Physics*, Geneva, 1991, Edt. S. Hegarty, K. Potter und E. Quercigh (World Scientific, Singapore, 1992), Band 1, S. 711.

[5] V. Barger, J.L. Hewett und R.J.N. Phillips, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 3421.

[6] P.M. Zerwas, preprint DESY 91-108, Vortrag beim Workshop on Physics und Experiments with Linear Colliders, Saariselkä, Finland, 1991;
J.H. Kühn et al., *e^+e^- Collisions at* 500 GeV*: The Physics Potential*, Edt. P.M. Zerwas, DESY 92-123A, (Hamburg, 1992), Teil A, S. 255.

[7] P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **B12** (1964) 132;
P.W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* 13 (1964) 508;
P.W. Higgs, *Phys. Rev.* **D145** (1966) 1156;
R. Brout und F. Englert, *Phys. Rev. Lett.* 13 (1964) 321;
T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* **D155** (1967) 1554.

[8] T.–P. Cheng und L.–F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics* (Oxford University Press, New York, 1989).

[9] S.L. Glashow und S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 1958;
R. Gatto, G. Morchio, G. Sartori und F. Strocchi, *Nucl. Phys.* **B163** (1980) 221.

[10] S. Bertolini, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 77.

[11] M. Sher, *Phys. Rep.* 179 (1989) 273.

[12] J.F. Gunion, H.E. Haber, G.L. Kane und S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide* (Addison Wesley, 1990).

[13] K.–I. Aoki, Z. Hioki, R. Kawabe, M. Konuma und T. Muta, *Suppl. Prog. Theo. Phys.* 73 (1982) 1.

[14] A. Denner, Habilitation thesis, Universität Würzburg, 1991, erscheint in *Fortschr. Phys.* **41** (1993) ;
M. Böhm und A. Denner, *Radiative Corrections in the Electroweak Standard Model*, in *Proceedings of the Workshop on High Energy Phenomenology*, Edt. R. Huerta und M.A. Perez (World Scientific, Singapore 1992), S. 1.

[15] B. Grządkowski, P. Krawczyk, J.H. Kühn und R.G. Stuart, *Nucl. Phys.* **B281** (1987) 18.

[16] R.J. Guth und J.H. Kühn, *Nucl. Phys.* **B368** (1992) 38.

[17] W. Beenakker und W. Hollik, *Phys. Lett.* **B269** (1991) 425.

[18] A. Denner, R.J. Guth und J.H. Kühn, *Nucl. Phys.* **B377** (1992) 3;
R.J. Guth, Diplomarbeit, Universität München, Dezember 1989.

[19] W. Beenakker, S.C. van der Marck und W. Hollik, *Nucl. Phys.* **B365** (1991) 24.

[20] J. Küblbeck, M. Böhm und A. Denner, *Comput. Phys. Commun.* **60** (1990) 165;
H. Eck und J. Küblbeck, *Guide to FeynArts 1.0*, Universität Würzburg, 1992.

[21] R. Mertig, M. Böhm und A. Denner, *Comput. Phys. Commun.* **64** (1991) 345;
R. Mertig, *Guide to FeynCalc 1.0*, Universität Würzburg, 1992.

[22] G. Burgers, F. Jegerlehner, *Z physics at LEP 1*, Edt. G. Altarelli, R. Kleiss und C. Verzegnassi, CERN 89-08, (Geneva 1989), Band 1, S. 55.

[23] J. Rosiek, *Phys. Lett.* **B252** (1990) 135.

[24] UA2 Collab., *Phys. Lett.* **B280** (1992) 137.

[25] G.G. Athanasiu, P.J. Franzini und F.J. Gilman, *Phys. Rev.* **D32** (1985) 3010;
P. Krawczyk und S. Pokorski, *Phys. Rev. Lett.***60**(1988) 182;
A.J. Buras, P. Krawczyk, M.E. Lautenbacher und C. Salazar, *Nucl. Phys.* **B337** (1990) 284;
J.F. Gunion und B. Grządkowski, *Phys. Lett.* **B243** (1990) 301;
D. Cocolicchio und J.–R. Cudell, *Phys. Lett.* **B245** (1990) 591.

[26] H. Hüffel und G. Pócsik, *Z. Phys.* **C8** (1981) 13;
J. Maalampi, J. Sirkka und I. Vilja, *Phys. Lett.* **B265** (1991) 371.

[27] J. Lee-Franzini, in *XXIV Int. Conference on High Energy Physics*, Edt. R. Kotthaus und J.H. Kühn (Springer, Berlin, 1989), p. 1432.

[28] UA2 Collab., *Phys. Lett.* **B276** (1992) 365.

[29] F. Jegerlehner, in *Proc. 1990 Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics*, Edt. M. Cvetič und P. Langacker (World Scientific, Singapore, 1991), p. 476.

[30] J. Ellis, G. Ridolfi und F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B262** (1991) 477.

[31] G. Passarino und M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 151.

[32] G. 't Hooft und M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B153** (1979) 365.

Ich versichere, diese Arbeit selbstständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Arnd Kraft
Genf, den 09. November 1992