Christian Schappacher

Supersymmetrische 1-Schleifen-Korrekturen zum Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$

DIPLOMARBEIT

vorgelegt an der Fakultät für Physik
der
Universität Karlsruhe (TH)

Institut für Theoretische Physik
Dezember 1996

Leicht modifiziert im August 1997

Danksagung

In der Zeit, in der diese Diplomarbeit entstanden ist, genoß ich die Unterstützung einer Vielzahl von Menschen. Einige davon möchte ich hier persönlich nennen:

- Herr Professor Dr. W. Hollik, der mir das Thema meiner Diplomarbeit zur Verfügung gestellt und einiges an Zeit aufgewendet hat, um mein Arbeiten in die richtigen Bahnen zu lenken.
- Arnd Kraft, der mir seine Diplomarbeit und seine analytischen und numerischen Rechnungen überlassen hat und mir so ermöglichte, meine Ergebnisse zu verifizieren. Er opferte mir außerdem sehr viel Zeit für meine Fragen, wobei ich viel von ihm gelernt habe.
- Dr. Andreas Dabelstein und Sven Heinemeyer, die ein offenes Ohr für meine Fragen hatten und mir einige analytische Rechnungen und Programmteile gegeben haben.
- Torsten Blank, Dr. Georg Weiglein und Dr. Abdelhak Djouadi die vor meiner Fragerei auch nicht verschont blieben.
- Christian Rupp, Jochen Weller, Andreas Osterloh, Yong-Joong Lee und Peter Zweydinger für die angenehme und arbeitsfördernde Atmosphäre.
- Volker Driesen und Christoph Jünger, die mich immer mit genügend Rechnerleistung versorgt haben.
- Meine Eltern und meine Schwester die mir, durch ihre moralische und finanzielle Unterstützung mein Studium erst ermöglicht haben.

Christian Schappacher
Karlsruhe, den 27. Dezember 1996

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einführung

Studiere Astronomie und Physik, wenn du begreifen willst, welche Beziehung zwischen der Welt und der Art besteht, wie Gott sie handhabt.

MAIMONIDES

Unter dem Standardmodell (SM) der Elementarteilchenphysik versteht man heute die beiden Eichfeldtheorien für die starke und die elektroschwache Wechselwirkung. Es beschreibt alle fundamentalen Bausteine der Materie sowie drei der vier zwischen ihnen existierenden Kräfte: Die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft, wobei die beiden ersteren zur elektroschwachen Kraft zusammengefaßt werden konnten. Diese wird im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie durch den Austausch von vier Vektorbosonen beschrieben: Das masselose Photon γ, das neutrale Z^0 sowie die beiden geladenen $W^{\pm}$. Die starke Wechselwirkung benötigt dagegen acht Vektorbosonen, die sogenannten Gluonen g_a ($a = 1, 2, \ldots, 8$). Der elektroschwache Sektor des Standardmodells ist eine lokale Eichtheorie der Symmetrie $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, der zusammen mit der starken Wechselwirkung die Symmetriegruppe des Standardmodells bildet [1, 2]:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

Es gibt bis heute keine experimentellen Beobachtungen, die nicht mit diesem Modell konsistent wären. Von den Teilchen, die vom SM vorhergesagt werden, wurde bisher nur das Higgs-Teilchen nicht entdeckt [3]. Dieses Teilchen benötigt man, um den ursprünglich masselosen $W^{\pm}$- und Z^0-Eichbosonen durch den Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung, ihre Masse zu geben.

Obwohl das SM alle bisher gemessenen Größen mit hoher Genauigkeit beschreibt [4], gibt es aus theoretischer Sicht jedoch viele Anzeichen dafür, daß es eine noch vollständigere Theorie als das SM geben sollte. Das SM ist keine wirklich einheitliche Theorie, nur alle seine Bestandteile sind Eichfeldtheorien. Quarks und Leptonen existieren im SM in getrennten Multipletts. Es gibt daher keine Erklärung dafür, warum die Ladung des Protons und des Positrons, wie man vom Experiment weiß, mit phantastischer Genauigkeit übereinstimmen. Man versteht im SM ebenfalls die Massen der sechs Quarks und sechs Leptonen nicht, das sind äußere Parameter, die vom Modell nicht erklärt werden, das Gleiche gilt für die Stärken der Kräfte, die zwischen den Teilchen wirken. Das Generationsproblem – die Tatsache, daß drei Generationen von Fermionen existieren – ist völlig unverstanden. Ein weiteres Problem im SM ist: Wie erreicht man, daß die Higgs-Teilchen und Eichbosonen durch Korrekturen höherer Ordnung nicht wesentlich größere Massen erhalten? All diese Fragen und Probleme, die im SM offen bleiben und natürlich auch das Streben nach einer wirklich einheitlichen Theorie der Elementarteilchen und ihrer Kräfte, die auch die Gravitation einschließt, sind Motive für theoretische Überlegungen und Spekulationen, die weit über das SM hinausgehen.

Einige der oben genannten Probleme können im Rahmen der sogenannten Großen Vereinheitlichten Theorien (GUTs) gelöst werden. Diese werfen jedoch einige neue Probleme auf: Zum Beispiel treffen sich die Kopplungskonstanten der Wechselwirkungen nicht in einem Punkt, wie man es sich für vereinheitlichte Theorien erhofft, und die Lebensdauer des Protons ist größer als es die einfachste vereinheitlichte Erweiterung des Standardmodells erlaubt (siehe Kapitel 3).

Supersymmetrische Theorien [5, 6, 7, 8] stellen besonders attraktive Erweiterungen des Standardmodells dar: Sie beseitigen einige der oben genannten Probleme, widersprechen bisher keinem Experiment und sind relativ einfach zu formulieren.

Die Supersymmetrie (SUSY) erfordert, daß zu jedem bekannten Teilchen ein Superpartner mit identischen Eigenschaften (gleiche Quantenzahlen und Kopplungen) bis auf den Spin, der sich bis auf eine halbe Einheit unterscheiden soll, existiert [5, 9, 10]. Die Supersymmetrie unterscheidet sich von allen bisher bekannten Symmetrien. Sie ist eine Symmetrie zwischen den vorher als grundsätzlich verschieden angesehenen Bosonen und Fermionen. Bosonen haben ganzzahligen Spin und übertragen die physikalischen Kräfte, Fermionen haben halbzahligen Spin, sie sind die fundamentalen Bausteine. Die Leptonen und Quarks erhalten Superpartner mit dem Spin $S = 0$, die als Sleptonen und Squarks (Abkürzung für skalare Leptonen und skalare Quarks) bezeichnet werden. Die Superpartner der Bosonen haben den Spin $S = 1/2$ und sie erhalten Namen, die sich aus dem Namen der SM-Bosonen durch Hinzufügen der Silbe -ino am Ende ergeben. Zum Beispiel ist der Partner des Photons mit dem Spin $S = 1$ das Photino mit dem Spin $S = 1/2$, der Partner des W-Bosons ist das Wino mit dem Spin $S = 1/2$.

Nur für die Higgs-Teilchen ergibt sich, aus weiter unten genannten Gründen, ein Unterschied (siehe Kapitel 4). SUSY-Theorien besitzen nämlich mindestens zwei Higgs-Dubletts. Als physikalische Teilchen ergeben sich damit zwei neutrale $\mathcal{CP}$-gerade Higgs-Bosonen: h^0, H^0, ein neutrales $\mathcal{CP}$-ungerades: A^0, sowie zwei geladene Higgs-Bosonen: $H^\pm$.

Das SM ist dagegen ein minimales Modell mit nur einem neutralen Higgs-Boson H^0, das bisher experimentell noch nicht nachgewiesen werden konnte. Die untere Massenschranke liegt z.Z. bei 65.2 GeV [11].

In dieser Diplomarbeit werden im Rahmen des sogenannten Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) [9, 10, 12], der einfachsten Version aller SUSY-Theorien, Strahlungskorrekturen zu dem Prozeß

$$e^+e^- \to t\bar{t}$$

berechnet und die Unterschiede zum SM aufgezeigt. Da Top-Quarks sehr schwer sind (≈ 175 GeV) [13], kann dieser Prozeß nicht mit der heutigen Beschleuniger-Generation experimentell überprüft werden. Erst mit dem zukünftig geplanten "Next Linear Collider" (NLC), mit einer Schwerpunktsenergie von 500 GeV oder mehr, können derartige Prozesse beobachtet werden.

Die Top-Paar-Produktion ist deshalb so interessant, weil das Top-Quark einen wichtigen Baustein für die Theorie darstellt und 1995 auch experimentell nachgewiesen werden konnte. Ferner ist die genaue Kenntnis der Masse des Top-Quarks, die sich wesentlich genauer an e^+e^--Collidern als an Hadronbeschleunigern messen läßt, für präzise theoretische Vorhersagen von Bedeutung und schränkt auch den Spielraum der Masse des Higgs-Bosons im SM ein. Darüber hinaus ist mit dem schweren Top-Quark erstmals eine Erkundung der Yukawa-Kopplungen und damit des Higgs-Sektors und der Massenerzeugung möglich.

Im SM werden die Massenterme durch spontane Symmetriebrechung mit einem komplexen Higgs-Dublett erzeugt [3]. Außer dem ρ-Parameter [14] gibt es jedoch wenig experimentelle Erkenntnisse über die genaue Struktur des Higgs-Sektors, so daß es sinnvoll ist, Erweiterungen des Higgs-Sektors des Standardmodells zu untersuchen. Die Gründe, warum dafür das MSSM gewählt wurde sind, daß

- es die einfachste supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells ist, dabei aber alle Vorzüge von SUSY-Theorien besitzt (siehe oben),
- der ρ-Parameter, dessen experimenteller Wert nahe bei 1 liegt, in niederster Ordnung für Higgs-Dubletts automatisch gleich 1 ist,
- die Higgs-Kopplungen an die Fermionen (mit Masse m_f), die im SM proportional zu m_f/M_W und daher für alle Fermionen, außer dem Top-Quark, vernachlässigbar klein sind, sogar um den Faktor $1/\sin\beta$ verstärkt werden können.

Ziel dieser Diplomarbeit ist es daher, die $t\bar{t}$-Produktion aus der e^+e^--Vernichtung zu untersuchen, um die Auswirkung der SUSY-Teilchen und des zweiten Higgs-Dubletts auf den zugehörigen Wirkungsquerschnitt festzustellen.

Der Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ wurde bereits von [15] untersucht, dabei allerdings nur elektroschwache SUSY-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\text{em}}\, m_t^2/M_W^2)$ berücksichtigt. Für eine vollständige Analyse wurde obiger Prozeß in dieser Arbeit mit *allen relevanten* 1-Schleifen-Korrekturen berechnet, d.h. die Elektronmasse wurde, wann immer möglich und sinnvoll, vernachlässigt.

Diese Arbeit ist, wie folgt, gegliedert:

Nach einem kurzen Überblick über das Standardmodell und allgemeine supersymmetrische Modelle wird das MSSM eingeführt und das Renormierungsschema erläutert. In Kapitel 5 wird die Kinematik festgelegt und die Matrixelemente und Strahlungskorrekturen berechnet. Die Ergebnisse werden in Kapitel 6 graphisch und tabellarisch dargestellt und kommentiert. In Kapitel 7 wird die gesamte Arbeit noch einmal kurz zusammengefaßt.

Ich habe versucht, in dieser Diplomarbeit alle Rechnungen und Hilfsmittel aufzuführen, die benötigt werden, um meine Ergebnisse zu erhalten. Speziell im Anhang sind alle Konventionen, Konstanten, Integrale, 1-Schleifen-Diagramme, usw. angegeben, die in dieser Arbeit verwendet wurden.

Da die folgende Darstellung sehr knapp gehalten ist, sind zum besseren Verständnis Lehrbücher wie z.B. [8, 14, 16, 17] sehr hilfreich.

Kapitel 2

Das Standardmodell

Das eigentliche schöpferische Prinzip liegt aber in der Mathematik. In einem gewissen Sinn halte ich es also für wahr, daß dem reinen Denken das Erfassen des Wirklichen möglich sei, wie es die Alten geträumt haben.

ALBERT EINSTEIN

2.1 Die Struktur des Standardmodells

Das Standardmodell (SM) ist eine nicht-abelsche Eichtheorie (Yang-Mills-Theorie [18]), die auf dem direkten Produkt der nicht-abelschen Gruppen $SU(3)$ und $SU(2)$ und der abelschen Gruppe $U(1)$ aufgebaut ist [1, 2]:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \ . \tag{2.1}$$

Dabei wird die Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik (QCD), durch die Eichgruppe $SU(3)_C$ charakterisiert. Die Eichgruppe $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ bestimmt die Struktur der zur elektroschwachen Kraft zusammengefaßten elektromagnetischen und schwachen Kräfte.

Empirisch ist folgendes bekannt: Der Teilcheninhalt des Standardmodells besteht aus Fermionen (Spin-$\frac{1}{2}$), Vektorbosonen (Spin-1) und einem (noch nicht entdeckten) skalaren Boson (Spin-0). Die Fermionen sind Quarks (u, d, c, s, t, b) und Leptonen $(e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau)$, sowie deren Antiteilchen. Sie bilden bzgl. der $SU(2)_L$ linkshändige Dubletts und rechtshändige Singuletts

$$\text{Leptonen} \ : \quad \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L , \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L , \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L , \quad e_R, \quad \mu_R, \quad \tau_R$$

$$\text{Quarks} \ : \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L , \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L , \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L , \quad u_R, \quad d_R, \quad c_R, \quad s_R, \quad t_R, \quad b_R \ .$$

Rechtshändige Neutrinos fehlen, da sie bis jetzt im Experiment nicht nachgewiesen werden konnten.

SM-Teilchen		**Spin**
Quarks:	$u,\ d,\ c,\ s,\ t,\ b$	$\frac{1}{2}$
Leptonen:	$\nu_e,\ e,\ \nu_\mu,\ \mu,\ \nu_\tau,\ \tau$	$\frac{1}{2}$
Eichbosonen:	$W^\pm, Z^0, \gamma$	1
Gluonen:	g_a	1
Higgs-Boson:	H^0	0

Tabelle 2.1: Der Teilcheninhalt des Standardmodells.

Die aus der Symmetriegruppe resultierenden Quantenzahlen der Fermionen sind der schwache Isospin I, der die Darstellung charakterisiert

$$I = \begin{cases} 0 & \text{für rechtshändige Singuletts} \\ \frac{1}{2} & \text{für linkshändige Dubletts} \end{cases} , \tag{2.2}$$

seine dritte Komponente I_3 und die schwache Hyperladung Y, welches die Eigenwerte der diagonalen Generatoren der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ -Gruppe sind, und über die Gell-Mann-Nishijima-Relation

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} , \tag{2.3}$$

mit der elektrischen Ladung Q zusammenhängen.

Um die lokale Eichinvarianz der Theorie zu garantieren, sind die Eichbosonen nötig. Bei einer $SU(2)\otimes U(1)$ -Symmetrie sind das (nach Diagonalisierung der Massenmatrix) vier Vektorbosonen als Träger der elektroschwachen Kraft:

$$A_\mu(x), \quad W_\mu^+(x), \quad W_\mu^-(x), \quad Z_\mu^0(x) .$$

Das Photon A_μ ist hierbei das masselose Eichboson der elektromagnetischen Wechselwirkung. Die drei anderen Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung sind massiv. Dazu kommen die acht masselosen Vektorbosonen entsprechend den acht linear unabhängigen Erzeugenden der $SU(3)_C$. Diese sogenannten Gluonen sind die Träger der starken Kraft:

$$G_\mu^a(x) \qquad ; \qquad a = 1, 2, \ldots, 8 .$$

Diese empirische Struktur ist also in eine eichinvariante Feldtheorie eingebettet. Hierbei wird die $SU(2)_L\otimes U(1)_Y$ als Gruppe von Eichtransformationen interpretiert [1, 2], unter der die Lagrange-Dichte $\mathcal{L}$ invariant ist. Diese Gesamtsymmetrie wird jedoch durch den Higgs-Mechanismus bis auf die elektromagnetische Symmetrie $U(1)_{\text{em}}$ spontan gebrochen [3], um dem $W^\pm$ und dem Z^0 Masse zu geben. Dazu benötigt man nun ein skalares Boson, das sogenannte Higgs-Teilchen H^0. Damit ist der physikalische Teilcheninhalt des (minimalen) Standardmodells komplett und wird in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

Zusätzlich zu diesen Teilchen treten innerhalb von Prozessen – nicht aber in Anfangs- und Endzuständen – noch eine Reihe unphysikalischer Teilchen auf: Die Geister der Vektorbosonen.

Der zentrale Punkt des Elementarteilchenmodells ist die Lagrange-Dichte. Beim SM, das erstmals als Glashow-Salam-Weinberg-Modell eingeführt [1] und um den Quarksektor erweitert wurde [2], läßt sie sich schreiben als:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Eich} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Ferm} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{fix} + \mathcal{L}_{Geist} \ . \tag{2.4}$$

Auf die einzelnen Summanden wird im folgenden eingegangen.

2.2 Eichfelder

Die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ist eine nicht-abelsche Eichgruppe, die von den Isospinoperatoren I_1, I_2, I_3 sowie der schwachen Hyperladung Y erzeugt wird. Jede dieser Ladungen ist mit einem Vektorfeld verknüpft: Der Isospin mit dem Isotriplett W_μ^i $(i = 1,2,3)$ und die Hyperladung mit dem Isosingulett B_μ. Deren Feldstärke-Tensoren lauten:

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g_2 \, \epsilon_{ijk} \, W_\mu^j \, W_\nu^k \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \ . \end{aligned} \tag{2.5}$$

Hierbei bezeichnet g_2 die Kopplungskonstante, der total antisymmetrische Tensor dritter Stufe ϵ_{ijk} die Strukturkonstante der $SU(2)_L$, und W_μ^i bzw. B_μ sind die Eichfelder der lokalen $SU(2)_L$ bzw. $U(1)_Y$. Diese Eichfelder sind, wie schon in Abschnitt 2.1 erwähnt, notwendig um die lokale Eichinvarianz der Lagrange-Dichte zu gewährleisten.

Die Gruppe $SU(3)_C$ wird von den Generatoren $T_a = \frac{\lambda_a}{2}$ $(a = 1,2,\ldots,8)$ erzeugt, wobei λ_a die Gell-Mann-Matrizen sind. Die Feldstärke-Tensoren der Vektorfelder G_μ^a lauten:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_3 \, f_{abc} \, G_\mu^b \, G_\nu^c \ . \tag{2.6}$$

Dabei ist g_3 die Kopplungskonstante und f_{abc} die Strukturkonstante der $SU(3)_C$. Der Term quadratisch in den Gluon-Feldern hat kein Analogon in der Quantenelektrodynamik (QED) und ist typisch für den nicht-abelschen Charakter der Farbgruppe $SU(3)_C$. Er führt zur Selbstwechselwirkung der Gluonen in der QCD. Damit ergibt sich als Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_{Eich} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \ . \tag{2.7}$$

Bis jetzt sind die Eichfelder noch masselos. Um sie in eichinvarianter Weise mit einer Masse zu versehen, benötigt man mindestens ein weiteres Feld.

2.3 Das Higgs-Feld

Die Eichbosonen, die in einer Eichtheorie auftreten sind alle masselos. Da jedoch heute die Massen des Z- und der W-Eichbosonen relativ genau bekannt sind (s. dazu Abschnitt 2.5 und Anhang A mit den dort angegebenen Referenzen), benötigt man ein zusätzliches Feld, das diese Massen erzeugt. Dieses sogenannte Higgs-Feld besteht aus einem komplexen Dublett skalarer Felder mit einem Potential (Selbstwechselwirkungstermen), das zu einem nicht verschwindenden

Vakuumerwartungswert führt. Dadurch ist der Grundzustand (Vakuum) nicht mehr invariant unter $SU(2) \otimes U(1)$ und führt zu einer spontanen Brechung der Eichsymmetrie. Allerdings wird die spontane Symmetriebrechung so durchgeführt, daß der Grundzustand invariant unter der $U(1)_{\mathrm{em}}$-Symmetrie der QED ist. Daher werden von den 4 Eichfeldern der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ nur 3 massiv, wohingegen das vierte Austauschteilchen, das Photon, masselos bleibt. Die Farbgruppe $SU(3)_C$ bleibt ungebrochen, da das Higgs-Feld als Farbsingulett betrachtet wird. Daher bleiben die Gluonen ebenfalls masselos. Diesen Zusammenhang kann man wie folgt schematisch darstellen:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{M_Z \simeq 100\text{ GeV}} SU(3)_C \otimes U(1)_{\mathrm{em}} \; .$$

Durch dieses skalare Feld erreicht man auch, daß die Fermionen eine Masse erhalten, obwohl ein expliziter Massenterm durch die $SU(2)_L$-Symmetrie verboten ist, da rechts- und linkshändige Fermionen sich in unterschiedlichen Darstellungen (Singuletts und Dubletts) befinden (s. dazu Abschnitt 2.4).

Im SM existiert nur ein skalares Dublett mit der schwachen Hyperladung $Y_\Phi = +1$

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix} \; . \tag{2.8}$$

Es wird über die kovariante Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_2\, I_j\, W^j_\mu + ig_1\, \frac{Y}{2}\, B_\mu \tag{2.9}$$

gemäß

$$|D_\mu \Phi|^2 = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) \tag{2.10}$$

an die Eichfelder gekoppelt. Dabei bezeichnet g_1 die Kopplungskonstante der $U(1)_Y$. Die Operatoren I_j $(j = 1,2,3)$ in Gleichung (2.9) sind die Generatoren der $SU(2)_L$-Gruppe mit (σ_j sind die Pauli-Matrizen aus Anhang A)

$$I_j = \begin{cases} 0 & \text{für rechtshändige Singuletts} \\ \frac{1}{2}\,\sigma_j & \text{für linkshändige Dubletts} \end{cases} \tag{2.11}$$

und Y ist der Generator der $U(1)_Y$-Gruppe, die eine abelsche Untergruppe der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$-Gruppe bildet, weshalb zwei Kopplungen g_1 und g_2 nötig sind.

Der Selbstwechselwirkungsanteil wird durch das Higgs-Potential

$$V(\Phi) = -\mu^2(\Phi^\dagger \Phi) + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger \Phi)^2 \tag{2.12}$$

beschrieben. Hierbei werden die Koeffizienten μ und λ so gewählt ($\mu^2 > 0$, $\lambda > 0$), daß spontane Symmetriebrechung auftritt. Daraus ergibt sich der nichtverschwindende Vakuumerwartungswert $\langle 0|\Phi_0|0\rangle$ aus der Bedingung

$$V'(\langle \Phi_0 \rangle) = 0 \tag{2.13}$$

mit

$$\langle \Phi_0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \qquad ; \qquad v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}} \; , \tag{2.14}$$

so daß das Higgs-Dublett um den Vakuumerwartungswert entwickelt werden kann:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Big[v + H^0(x) + i\chi^0(x)\Big] \end{pmatrix} . \tag{2.15}$$

Die hier auftretenden Felder ϕ^+, H^0, χ^0 haben den Vakuumerwartungswert Null. Das physikalische neutrale Higgs-Boson wird durch $H^0(x)$ beschrieben, es hat die Masse $M_H = \sqrt{2}\,\mu$. Die unphysikalischen Felder ϕ^+ und χ^0 können immer durch eine lokale Eichtransformation in die unitäre Eichung zum Verschwinden gebracht werden und sind deshalb unphysikalische Freiheitsgrade. Insgesamt ergibt sich als Lagrange-Dichte des Higgs-Sektors:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi) . \tag{2.16}$$

2.4 Fermionfelder

Die Fermion-Lagrange-Dichte setzt sich aus einem kinetischen und einem Yukawa-Anteil zusammen. Die linkshändigen Fermionen stehen in $SU(2)_L$-Dubletts

$$L_L^{(f)} := \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad ; \quad Q_L^{(f)} := \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L , \tag{2.17}$$

die rechtshändigen in Singuletts

$$l_R^{(f)} := e_R\ ,\ \mu_R\ ,\ \tau_R \quad ; \quad u_R^{(f)} := u_R\ ,\ c_R\ ,\ t_R \quad ; \quad d_R^{(f)} := d_R\ ,\ s_R\ ,\ b_R\ , \tag{2.18}$$

wobei ein eventueller Farbindex unterdrückt wurde.

Lepton- und Quark- Dubletts und Singuletts sind Eigenzustände zu den beiden diagonalen Generatoren Y und I_3, besitzen aber aufgrund von Gleichung (2.3) und wegen der unterschiedlichen Ladungen der Komponenten auch unterschiedliche Hyperladungseigenwerte:

$$Y_{L_L} = -1 \quad ; \quad Y_{l_R} = -2 \quad ; \quad Y_{Q_L} = \frac{1}{3} \quad ; \quad Y_{\{u,c,t\}_R} = \frac{4}{3} \quad ; \quad Y_{\{d,s,b\}_R} = -\frac{2}{3} . \tag{2.19}$$

Die kovariante Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_3\, T_a\, G_\mu^a - ig_2\, I_j\, W_\mu^j + ig_1\, \frac{Y}{2}\, B_\mu \tag{2.20}$$

erzeugt die Fermion-Eichboson-Wechselwirkung. Als kinetischer Teil der Lagrange-Dichte ergibt sich damit (wobei $\not{D} := \gamma^\mu D_\mu$)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Ferm} \quad = \quad & \sum_{f=\{u,c,t\}} i\left(\bar{Q}_L^{(f)}\ \not{D}\ Q_L^{(f)} + \bar{u}_R^{(f)}\ \not{D}\ u_R^{(f)}\right) + \sum_{f=\{d,s,b\}} i\ \bar{d}_R^{(f)}\ \not{D}\ d_R^{(f)} \\ & + \sum_{f=\{e,\mu,\tau\}} i\left(\bar{L}_L^{(f)}\ \not{D}\ L_L^{(f)} + \bar{l}_R^{(f)}\ \not{D}\ l_R^{(f)}\right) . \end{aligned} \tag{2.21}$$

Die Fermionfelder sind diagonal bzgl. der Wechselwirkung mit den Eichbosonen, aber nicht notwendigerweise massendiagonal. In dieser Arbeit wird die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) [2] jedoch näherungsweise als Einheitsmatrix betrachtet, da die Effekte der Quarkmischung zwischen den verschiedenen Familien in den hier betrachteten Größen vernachlässigbar sind.

Eichinvariante Massenterme für die Fermionen erhält man über die Yukawa-Kopplungen g_f

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Yukawa} &= -\sum_{f=\{e,\mu,\tau\}} g_f \left(\bar{L}_L^{(f)}\,\Phi\,l_R^{(f)} + \bar{l}_R^{(f)}\,\Phi^\dagger\,L_L^{(f)}\right) \\ &\quad -\sum_{f=\{u,c,t\}} g_f \left(\bar{Q}_L^{(f)}\,\Phi_c\,u_R^{(f)} + \bar{u}_R^{(f)}\,\Phi_c^\dagger\,Q_L^{(f)}\right) \\ &\quad -\sum_{f=\{d,s,b\}} g_f \left(\bar{Q}_L^{(f)}\,\Phi\,d_R^{(f)} + \bar{d}_R^{(f)}\,\Phi^\dagger\,Q_L^{(f)}\right) , \qquad (2.22)\end{aligned}$$

mit $\Phi_c = i\sigma_2\Phi^*$ und über die Wahl von $Y_\Phi = 1$ ($Y_{\Phi_c} = -1$) für das Higgs-Dublett. Die Yukawa-Kopplungskonstanten g_f sind mit den Fermionmassen durch $m_f = g_f\,v/\sqrt{2}$ verknüpft. Zusätzlich liefert Gleichung (2.22) auch eine Reihe von Fermion-Higgs-Boson-Kopplungen.

Man erkennt, daß beim Diagonalisieren der Massenmatrizen für die Fermionen gleichzeitig auch die Wechselwirkungsmatrizen mit den neutralen Higgs-Bosonen diagonalisiert werden, so daß auch im Higgs-Sektor des Standardmodells keine "flavor-changing neutral currents" (FCNC) auftreten. Diese Eigenschaft ist insofern wichtig, da die FCNC experimentell stark unterdrückt sind und deshalb in Born-Diagrammen[1] nicht auftreten sollten.

2.5 Parameter, Kopplungen und Massen

Alle Teilchenmassen resultieren aus der Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld und der spontanen Symmetriebrechung, und hängen nur ab von der Stärke der Kopplungen und von den Parametern des Higgs-Potentials (2.12). So ergibt sich die Masse des physikalischen Higgs-Bosons zu

$$M_H = \sqrt{2}\,\mu \qquad (2.23)$$

und die Masse der geladenen Fermionen ist

$$m_f = g_f\,\frac{v}{\sqrt{2}} , \qquad (2.24)$$

wobei g_f die Kopplungskonstanten aus Gleichung (2.22) sind und die CKM-Matrix näherungsweise als Einheitsmatrix betrachtet wird. Die Massenmatrix der Vektorbosonen, die ihren Ursprung im kinetischen Teil der Higgs-Feld-Lagrange-Dichte (2.16) hat, besitzt dagegen die Form:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{g_2\,v}{2}\right)^2 \left[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2\right] + \frac{1}{2}\,\frac{v^2}{4}\left(W_\mu^3, B_\mu\right) \begin{pmatrix} g_2^2 & g_1 g_2 \\ g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \qquad (2.25)$$

und muß noch diagonalisiert werden. Dies erreicht man durch die Rotation

$$\begin{aligned} A_\mu &= \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,B_\mu - \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,W_\mu^3 \\ Z_\mu &= \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,W_\mu^3 + \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\,B_\mu \\ W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\mu^1 \mp i\,W_\mu^2\right) , \qquad (2.26)\end{aligned}$$

[1] Auch Tree-Level-Diagramme genannt.

wodurch der Massenterm (2.25) übergeht in

$$M_W^2\, W_\mu^+\, W^{\mu -} + \frac{1}{2}\left(A_\mu, Z_\mu\right)\begin{pmatrix} M_{A_\mu}^2 & 0 \\ 0 & M_Z^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} , \tag{2.27}$$

mit den Vektorbosonmassen

$$M_{A_\mu} = 0 \qquad ; \qquad M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2+g_2^2}\, v \qquad ; \qquad M_W = \frac{1}{2}\, g_2\, v\ . \tag{2.28}$$

Die Gleichungen (2.26) lassen sich leichter als Rotation erkennen, wenn man den elektroschwachen Mischungswinkel θ_w definiert durch:

$$c_w := \cos\theta_w = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} \qquad ; \qquad s_w := \sin\theta_w = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}\ . \tag{2.29}$$

Ausgedrückt durch die Eichbosonmassen im SM gilt dann:

$$\cos\theta_w = \frac{M_W}{M_Z} \qquad ; \qquad \sin\theta_w = \sqrt{1-\frac{M_W^2}{M_Z^2}}\ . \tag{2.30}$$

Damit nehmen die Gleichungen (2.26) folgende Form an

$$\begin{aligned} A_\mu &= c_w\, B_\mu - s_w\, W_\mu^3 \\ Z_\mu &= c_w\, W_\mu^3 + s_w\, B_\mu \\ W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(W_\mu^1 \mp i\, W_\mu^2\right)\ . \end{aligned} \tag{2.31}$$

Die elektrische Ladung $e = \sqrt{4\pi\alpha_{\text{em}}}$ führt man in das SM ein, indem man das masselose Feld A_μ mit dem Photonfeld identifiziert. Die Kopplung an das Elektron ist dann gegeben durch

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} = g_1\, c_w = g_2\, s_w \tag{2.32}$$

und erlaubt es, die kovariante Ableitung (2.9) durch die neuen Felder

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{e}{s_w}\, I_+\, W_\mu^+ - i\frac{e}{s_w}\, I_-\, W_\mu^- + ie\, Q\, A_\mu - ie\,\frac{I_3 - s_w^2 Q}{c_w s_w}\, Z_\mu \tag{2.33}$$

auszudrücken, wobei die Operatoren $I_\pm$ und Q in den Gleichungen (2.40) angegeben sind. Daran kann man auch erkennen, daß rechtshändige Fermionen nicht an die geladenen Eichbosonen koppeln, da in der $SU(2)_L$-Singulettdarstellung $I_\pm^{Singulett} = 0$ gilt.

Durch diese Relationen lassen sich die ursprünglichen Parameter

$$g_1,\quad g_2,\quad g_3,\quad \lambda,\quad \mu^2,\quad g_f$$

im SM ausdrücken durch Parameter mit direkter physikalischer Bedeutung:

$$\alpha_{\text{em}},\quad \alpha_s,\quad M_Z,\quad M_W,\quad M_H,\quad m_f\ .$$

2.6 Eichfixierung und Geistfelder

Bis jetzt wurde die lokale Eichinvarianz der Lagrange-Dichte nicht angetastet. Will man allerdings die Lagrange-Dichte quantisieren, Feynman-Regeln aufstellen und höhere Ordnungen berechnen, so muß man eine bestimmte Eichung festlegen. Analog zur Lorentz-Eichung in der QED wird in dieser Arbeit die R_ξ-Eichung ('t Hooft-Eichung) verwendet, deren Eichbedingung in quantisierter Form

$$F_A \left|\text{physikalische Zustände}\right\rangle = 0 \qquad ; \qquad A \in \{\pm, \gamma, Z\} \tag{2.34}$$

lautet, wobei die Operatoren F_A gegeben sind durch (ξ^W, ξ^Z, ξ^γ beliebig):

$$\begin{aligned} F_\pm &= \frac{1}{\sqrt{\xi^W}} \left(\partial^\mu W_\mu^\pm \mp i M_W \xi^W \phi^\pm\right) \\ F_Z &= \frac{1}{\sqrt{\xi^Z}} \left(\partial^\mu Z_\mu - M_Z \xi^Z \chi^0\right) \\ F_\gamma &= \frac{1}{\sqrt{\xi^\gamma}} \partial^\mu A_\mu \ . \end{aligned} \tag{2.35}$$

Dabei bezeichnen $\chi^0(x)$ und $\phi^\pm(x)$ die unphysikalischen Goldstone-Bosonen. Diese spezielle Eichung ist, im Gegensatz zur unitären Eichung, manifest renormierbar. Sie wird eingeführt, indem man zur eichinvarianten Lagrange-Dichte einen zusätzlichen Teil

$$\mathcal{L}_{fix} = -\frac{1}{2}\left(F_\gamma^2 + F_Z^2 + 2F_+F_-\right) \tag{2.36}$$

addiert. Die Eichfixierung wurde ferner so gewählt, daß ein Term

$$-i\, g^{\mu\nu}\, \frac{g_2\, v}{2} \left[W_\nu^+(\partial_\mu \phi^-) - W_\nu^-(\partial_\mu \phi^+)\right] + \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}\; v\; Z_\mu(\partial^\mu \chi^0) \tag{2.37}$$

im kinetischen Teil der Higgs-Feld-Lagrange-Dichte (2.16), der einen $W^\pm$-$\phi^\pm$- und einen Z^0-χ^0-Übergang beschreiben würde, gerade wegfällt gegen einen entsprechenden Term in $\mathcal{L}_{fix}$. Um zu einfacheren Ausdrücken zu gelangen, wird im folgenden eine noch speziellere Eichung – die 't Hooft-Feynman-Eichung – verwendet, bei der $\xi^\gamma = \xi^W = \xi^Z = 1$ ist.

Da im Gegensatz zur QED im SM keine abelsche Symmetrie vorliegt, kommt zum Ausgleich der unerwünschten Effekte in den unphysikalischen Komponenten noch ein Term zur Lagrange-Dichte hinzu – der Faddeev-Popov-Geist-Term [19]:

$$\mathcal{L}_{Geist} = \bar{\eta}^A(x)\, \frac{\delta F_A}{\delta \theta_B(x)}\, \eta^B(x) \ . \tag{2.38}$$

Die hier eingeführten Faddeev-Popov-Geister $\eta^\pm$, η^γ und η^Z sind antikommutierende skalare Felder (Grassmann-Variablen), und die $\theta^B(x)$ legen eine lokale Eichtransformation

$$U = e^{i\theta^B(x) X_B} \qquad ; \qquad X_B = I_\pm, Q, Q' \tag{2.39}$$

fest, wobei die Operatoren $I_\pm$, Q und Q' mit den Generatoren der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ -Gruppe zusammenhängen über

$$I_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1 \pm i\, I_2)$$

$$
\begin{aligned}
Q &= I_3 + \frac{Y}{2} \\
Q' &= I_3 \cot\theta_w - \frac{Y}{2}\tan\theta_w \ .
\end{aligned}
\tag{2.40}
$$

Aus Gleichung (2.38) resultieren dann Kopplungen der Geister an Eich- und Goldstone-Bosonen. Gleichung (2.36) liefert diagonale Massenterme für die unphysikalischen Felder $\phi^{\pm}$ und χ^0 die, genauso wie die Faddeev-Popov-Geister $\eta^{\pm}$, η^{γ} und η^{Z}, in der 't Hooft-Feynman-Eichung ($\xi^{\gamma} = \xi^{W} = \xi^{Z} = 1$) die gleichen Massen bekommen wie die zugehörigen Eichbosonen:

$$
\begin{aligned}
m_{\phi^{\pm}} &= m_{\eta^{\pm}} = M_W \\
m_{\chi^0} &= m_{\eta^Z} = M_Z \\
m_{\eta^{\gamma}} &= M_{A_\mu} = 0 \ .
\end{aligned}
\tag{2.41}
$$

2.7 Die Lagrange-Dichte

Insgesamt ergibt sich also im SM die Lagrange-Dichte (in der R_ξ-Eichung) zu:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = & -\frac{1}{4}G^{a}_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_{a} - \frac{1}{4}W^{i}_{\mu\nu}W^{\mu\nu}_{i} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) + \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) - \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 \\
& + \sum_{f=\{e,\mu,\tau\}} i\left(\bar{L}^{(f)}_L \not{D}\, L^{(f)}_L + \bar{l}^{(f)}_R \not{D}\, l^{(f)}_R\right) + \sum_{f=\{u,c,t\}} i\left(\bar{Q}^{(f)}_L \not{D}\, Q^{(f)}_L + \bar{u}^{(f)}_R \not{D}\, u^{(f)}_R\right) \\
& + \sum_{f=\{d,s,b\}} i\, \bar{d}^{(f)}_R \not{D}\, d^{(f)}_R - \sum_{f=\{e,\mu,\tau\}} g_f\left(\bar{L}^{(f)}_L\, \Phi\, l^{(f)}_R + \bar{l}^{(f)}_R\, \Phi^\dagger\, L^{(f)}_L\right) \\
& - \sum_{f=\{u,c,t\}} g_f\left(\bar{Q}^{(f)}_L\, \Phi_c\, u^{(f)}_R + \bar{u}^{(f)}_R\, \Phi^\dagger_c\, Q^{(f)}_L\right) - \sum_{f=\{d,s,b\}} g_f\left(\bar{Q}^{(f)}_L\, \Phi\, d^{(f)}_R + \bar{d}^{(f)}_R\, \Phi^\dagger\, Q^{(f)}_L\right) \\
& -\frac{1}{2}\left(F_\gamma^2 + F_Z^2 + 2F_+F_-\right) + \bar{\eta}^A(x)\,\frac{\delta F_A}{\delta\theta_B(x)}\,\eta^B(x) \ .
\end{aligned}
\tag{2.42}
$$

Diese Lagrange-Dichte mit ihren Feldern und Kopplungen ist die minimale, zur konsistenten Beschreibung der elektroschwachen und starken Wechselwirkung notwendige Version. Das verbietet es allerdings nicht, auch Erweiterungen zu untersuchen, die von nichtminimalen Voraussetzungen ausgehen, wie z.B. das Zwei-Higgs-Dublett Modell (2HDM) [12, 20] oder das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM).

Das MSSM unterscheidet sich vom SM durch eine zusätzliche Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen, die dann ein zweites Higgs-Dublett notwendig macht und die Anzahl der Teilchen verdoppelt. Mit dieser "Supersymmetrie" beschäftigt sich das nächste Kapitel.

Kapitel 3

Supersymmetrie

Die Supersymmetrie ist der beste Vorschlag zur vollständigen Vereinigung aller Kräfte.

ABDUS SALAM

3.1 Motivation

Das SM befindet sich in hervorragender Übereinstimmung mit dem Experiment [4]. Dennoch gibt es einige offene Fragen:

1. Es gibt keine Vorhersage für die Massen der Higgs-Teilchen und Fermionen.

2. Hierarchie-Problem: In den Strahlungskorrekturen zur SM-Higgs-Masse $M_H = \sqrt{2}\,\mu$, erhält der Parameter μ einen Beitrag von der Higgs-Selbstkopplung, der in 1-Schleifen-Ordnung quadratisch von dem Abschneideparameter Λ abhängt:

$$\delta\mu^2 = \lambda\Lambda^2 \ .$$

   Sollte das SM bis zu Energien der GUT-Skala ($M_X \simeq 10^{15}$ GeV) oder sogar der Planck-Skala ($M_P \simeq 10^{19}$ GeV) gültig sein, so würde dies einen natürlichen Wert für Λ festlegen, wobei das Problem auftritt, den relativ kleinen Wert[1] von M_H gegenüber dem großen Wert von $\delta\mu^2$ zu verstehen.

3. Die laufenden Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, schwachen und starken Kraft treffen nicht genau in einem Punkt aufeinander, wie man es bei einer vereinheitlichten Theorie erwarten würde.

4. Die Lebensdauer des Protons ist länger als diejenige, die von der $SU(5)$, der einfachsten Erweiterung der $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, vorhergesagt wurde.

[1] Aus Konsistenzgründen muß im Standardmodell $M_H \lesssim 1$ TeV sein.

5. Die Gravitation als vierte Kraft konnte bisher nicht in vereinheitlichte Theorien (GUTs) mit einbezogen werden.

6. Das SM besitzt nur das Neutrino als Kandidat für die Dunkle Materie.

Eine supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells kann bei den obigen Problemen mögliche Lösungen liefern:

1. Die Masse des leichtesten skalaren Higgs-Teilchens h^0 unterliegt der Einschränkung $m_{h^0} \lesssim 150$ GeV.

2. In der Supersymmetrie verschwindet das Problem der quadratischen Divergenzen [5]: SUSY-Teilchen liefern einen zusätzlichen Beitrag zu den 1-Schleifen-Korrekturen, die die quadratisch divergenten Anteile genau kompensieren.

3. Die zusätzlichen SUSY-Teilchen liefern ein anderes Verhalten der laufenden Kopplungskonstanten, so daß sie sich dann bei $M_X \simeq 10^{16}$ GeV treffen [21].

4. Die Lebensdauer des Protons (τ_p) in supersymmetrischen vereinheitlichten Theorien (SUSY-GUTs) liegt über der bisher gemessenen unteren Grenze

$$\tau_{p,SU(5)} < \tau_{p,Exp.} < \tau_{p,SUSY\text{-}SU(5)} \ .$$

5. Die bisher betrachteten globalen SUSY-Transformationen können zu lokalen SUSY-Transformationen erweitert werden [5, 7, 8]. Diese lokale Eichsymmetrie erfordert die Einbeziehung allgemeiner Koordinatentransformationen und damit der Allgemeinen Relativitätstheorie. Lokale Supersymmetrie, die sogenannte *Supergravitation* (SUGRA), ermöglicht somit eine Beschreibung der Gravitation.

6. In SUSY-Theorien ist das leichteste Neutralino ein sehr guter Kandidat für die kalte Dunkle Materie.

In einer realistischen Theorie muß die Supersymmetrie gebrochen sein, da die Massen der Fermionen und der dazugehörigen Bosonen nicht entartet sind. In diesem Fall heben sich die (logarithmisch) divergenten Anteile nicht mehr exakt gegenseitig auf. Da aber die Massenkorrektur der Higgs-Teilchen kleiner als die ursprüngliche Masse sein soll, kann eine Obergrenze der Superpartner von ~ 1 TeV angegeben werden. Daher bietet SUSY nicht nur einen Ausweg aus dem Hierarchie-Problem, sondern gibt auch zugleich eine obere Schranke für die Massen der Superpartner an.

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist, daß supersymmetrische Modelle experimentelle Ergebnisse von Präzisionsexperimenten bisher ebensogut wie das SM beschreiben können. Außerdem ergeben sich auch richtige Werte von $\sin^2\theta_w$ und m_b/m_τ, und aus den derzeitig favorisierten Superstring-Theorien erhält man im niederenergetischen Limes näherungsweise SUSY-Theorien.

Andere mögliche Erweiterungen des Standardmodells, wie z.B. "Technicolor" haben jedoch Probleme mit dem Auftreten von flavor-ändernden neutrale Ströme (FCNC) oder mit zu schnellem Protonzerfall.

Nun stellt sich die Frage, ob es überhaupt möglich ist, ein *realistisches* SUSY-Modell der Gruppe $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ zu bilden. Die Antwort darauf ist ja, aber der Weg zu einem Ergebnis ist nicht einfach.

3.2 Supersymmetrische Modelle

Supersymmetrie (SUSY) ist eine Symmetrie, welche Bosonen und Fermionen im gleichen supersymmetrischen Multiplett anordnet. Es existiert also ein supersymmetrischer Operator Q_α der fermionische Zustände $|F\rangle$ in bosonische Zustände $|B\rangle$ umwandelt und umgekehrt:

$$Q_\alpha|F\rangle = |B\rangle \qquad ; \qquad Q_\alpha|B\rangle = |F\rangle \ . \tag{3.1}$$

Nach dem Haag-Lopuszánski-Sohnius-Theorem [22] ist Supersymmetrie die einzige Möglichkeit im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie die Raum-Zeit-Symmetrien der Poincaré-Gruppe (mit bosonischen Generatoren P_μ und $M_{\mu\nu}$) mit einer inneren Symmetrie zu verbinden. Um das "No-Go"-Theorem von Coleman und Mandula [23] zu umgehen, müssen die Generatoren Q^A_α ($A = 1, 2, \ldots, N$; dabei ist N die maximale Anzahl der Supersymmetrien) der Supersymmetrie fermionisch, d.h. antikommutierend sein. Unter einer Lorentz-Transformation verhalten sie sich wie linkshändige Weyl-Spinoren und transformieren daher nach der $(\frac{1}{2}, 0)$-Darstellung der Lorentz-Gruppe. Hermitisch konjugiert dazu sind die rechtshändigen Generatoren $\bar{Q}^A_{\dot\alpha}$. Die $\alpha, \dot\alpha = 1, 2$ sind die Indizes der links- und rechtshändigen (mit Punkt über dem Index!) Spinor-Darstellungen der Gruppe $SL(2, \mathbb{C})$. (Im folgenden hält sich diese Arbeit vorwiegend an [5].)

Als Algebra der $N = 1$ Supersymmetrie erhält man damit:

$$\begin{aligned}
\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} &= 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta} P_\mu \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot\alpha}, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 0 \\
[Q_\alpha, M_{\mu\nu}] &= \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_\alpha{}^\beta Q_\beta \\
[\bar{Q}_{\dot\alpha}, M_{\mu\nu}] &= -\frac{1}{2}\bar{Q}_{\dot\beta}(\bar\sigma_{\mu\nu})^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha} \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= [\bar{Q}_{\dot\alpha}, P_\mu] = 0 \ .
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Hierbei bezeichnen $\sigma^\mu = (\mathbb{1}, \sigma^i)$ und $\bar\sigma^\mu = (\mathbb{1}, -\sigma^i)$ die Pauli-Matrizen, P_μ den Energie-Impuls-Operator, $M_{\mu\nu}$ den antisymmetrischen Drehimpuls-Operator (Matrixtensor), $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}(\sigma_\mu\bar\sigma_\nu - \sigma_\nu\bar\sigma_\mu)$, und der hermitisch konjugierte Generator $\bar{Q}_{\dot\beta} = (Q_\beta)^\dagger$ transformiert sich als rechtshändiger Weyl-Spinor. Allgemein gilt:

$$[B, B] = B \qquad ; \qquad [B, F] = F \qquad ; \qquad \{F, F\} = B \ . \tag{3.3}$$

Aus der SUSY-Algebra läßt sich ableiten, daß alle Energiezustände positiv semidefinit sind. Für die Energie des Vakuumzustandes $|0\rangle$ einer ungebrochenen Supersymmetrie gilt:

$$E_{vac} = \langle 0|H|0\rangle \geq 0 \ , \tag{3.4}$$

nur dann wenn

$$Q_\alpha|0\rangle = 0 \qquad \text{und} \qquad \bar{Q}_{\dot\alpha}|0\rangle = 0 \qquad \forall\, Q_\alpha \ , \tag{3.5}$$

wobei

$$H = \sum_{\alpha=1}^{2} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\alpha}\} = 2\,Tr\,(\sigma^\mu P_\mu) = P_0 \tag{3.6}$$

den zugehörigen Hamilton-Operator bezeichnet. Aus $E_{vac} \neq 0$ folgt sofort, daß die Supersymmetrie spontan gebrochen ist. In diesem Fall erhält man ein Analogon zum Goldstone-Theorem. Denn nun ist:

$$Q_\alpha|0\rangle = |\Psi_\alpha\rangle \neq 0 \qquad \text{und/oder} \qquad \bar{Q}_{\dot\alpha}|0\rangle = |\Psi_\alpha\rangle \neq 0 \ . \tag{3.7}$$

$|\Psi_\alpha\rangle$ ist ein Zustand mit ungerader Fermionzahl und er ist, wegen $[Q, H] = 0$, mit dem Vakuum entartet. Ein Zustand mit solchen Eigenschaften beschreibt ein einzelnes, masseloses Fermion. Deshalb verlangt spontane Symmetriebrechung die Existenz eines masselosen Fermions, dem sogenannten Goldstone Fermion oder Goldstino.

Darstellungen der SUSY-Algebra durch 1-Teilchen-Zustände enthalten stets die gleiche Anzahl von Fermion- und Boson-Zuständen. Fermionen und Bosonen besitzen identische Massen, falls die Supersymmetrie ungebrochen ist. Man unterscheidet zwischen masselosen und massiven 1-Teilchen-Zuständen [7]. Im masselosen Wess-Zumino-Modell [24] erhält man folgendes Spektrum:

<u>$N = 1$</u>	Helizität:	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
	Zustände:	1	2	1

Im massiven Wess-Zumino-Modell [24] erhält man:

<u>$N = 1$</u>	Helizität:	0^+	$\frac{1}{2}$	0^-
	Zustände:	1	2	1

Nach Einführung antivertauschender Parameter Θ^α und $\bar\Theta^{\dot\beta}$ $(\alpha, \dot\beta = 1, 2)$, die eine Grassmann-Algebra bilden

$$\{\Theta^\alpha, \Theta^\beta\} = \{\bar\Theta^{\dot\alpha}, \bar\Theta^{\dot\beta}\} = \{\Theta^\alpha, \bar\Theta^{\dot\beta}\} = 0 \qquad ; \qquad \Theta^1\Theta^1 = \Theta^2\Theta^2 = 0 \tag{3.8}$$

kann die SUSY-Algebra allein durch Kommutatoren ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} [\Theta Q, \bar{Q}\bar\Theta] &= 2\Theta\sigma_\mu\bar\Theta P^\mu \\ [\Theta Q, \Theta Q] &= [\bar{Q}\bar\Theta, \bar{Q}\bar\Theta] = 0 \ , \end{aligned} \tag{3.9}$$

wobei die Indizes unterdrückt wurden ($\Theta Q := \Theta^\alpha Q_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}\Theta^\alpha Q^\beta$, $\bar{Q}\bar\Theta := \bar{Q}_{\dot\alpha}\bar\Theta^{\dot\alpha} = -\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta}\bar{Q}^{\dot\alpha}\bar\Theta^{\dot\beta}$ mit $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon^{\alpha\beta}$ und $\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta} = \epsilon^{\dot\alpha\dot\beta}$ antisymmetrisch und $\epsilon_{12} = +1$).

Gemeinsam mit den Elementen x_μ des Minkowski-Raumes bilden die Parameter den Superraum mit Elementen $z = (x, \Theta, \bar\Theta)$ [25]. Funktionen $\phi(x, \Theta, \bar\Theta)$ auf dem Superraum heißen Superfelder. Eine Supersymmetrietransformation von $\phi(z)$, bewirkt durch ein Gruppenelement

$$G(x, \Theta, \bar\Theta) = e^{i(\Theta Q + \bar{Q}\bar\Theta - x_\mu P^\mu)} \ , \tag{3.10}$$

verursacht eine Verschiebung des Feldes im Superraum (ξ erfüllt ebenfalls Gleichung (3.8)):

$$G(y, \xi, \bar\xi)\phi(x, \Theta, \bar\Theta) = \phi(x + y - i\xi\sigma_\mu\bar\Theta + i\Theta\sigma_\mu\bar\xi, \Theta + \xi, \bar\Theta + \bar\xi) \ . \tag{3.11}$$

Vergleicht man dies mit den infinitesimalen SUSY-Transformationen

$$\delta_S\phi(z) = \left[\xi\frac{\partial}{\partial\Theta} + \bar\xi\frac{\partial}{\partial\bar\Theta} - i(\xi\sigma_\mu\bar\Theta - \Theta\sigma_\mu\bar\xi)\partial^\mu\right]\phi(z) \ , \tag{3.12}$$

dann kann man die Generatoren durch Differentialoperatoren ausdrücken:

$$\begin{aligned} P_\mu &= i\frac{\partial}{\partial x^\mu} \equiv i\partial_\mu \\ Q_\alpha &= \frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} - i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta}\bar\Theta^{\dot\beta}\partial_\mu \\ \bar Q_{\dot\alpha} &= -\frac{\partial}{\partial\bar\Theta^{\dot\alpha}} + i\Theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot\alpha}\partial_\mu \ . \end{aligned} \tag{3.13}$$

Analog dazu werden die kovarianten Ableitungen für die Superfelder definiert:

$$\begin{aligned} D_\alpha\phi(z) &= \left(\frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} + i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta}\bar\Theta^{\dot\beta}\partial_\mu\right)\phi(z) \\ \bar D_{\dot\alpha}\phi(z) &= \left(-\frac{\partial}{\partial\bar\Theta^{\dot\alpha}} - i\Theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot\alpha}\partial_\mu\right)\phi(z) \ . \end{aligned} \tag{3.14}$$

Spezielle Randbedingungen definieren spezielle Superfelder $\phi(x,\Theta,\bar\Theta)$.
Skalare Superfelder erfüllen:

$$\begin{aligned} \bar D_{\dot\alpha}\phi(z) &= 0 \qquad \textit{Linkshändiges chirales Superfeld} \\ D_\alpha\phi(z) &= 0 \qquad \textit{Rechtshändiges chirales Superfeld} \ . \end{aligned} \tag{3.15}$$

Für Vektorsuperfelder gilt:

$$\phi(z) = \phi^\dagger(z) \ . \tag{3.16}$$

Im folgenden werden skalare Superfelder mit $\phi(z)$ und Vektorsuperfelder mit $V(z)$ bezeichnet. Ein skalares (chirales) Superfeld beinhaltet Spin-0-Bosonen und Spin-$\frac{1}{2}$-Fermionen. Ein Vektorsuperfeld beinhaltet Spin-1-Bosonen und Spin-$\frac{1}{2}$-Fermionen.

In der Entwicklung des skalare Superfeldes in seine Komponentenfelder [26]:

$$\phi(x,\Theta,\bar\Theta) = A(u) + \Theta\psi(u) + \Theta\Theta\, F(u) \ , \tag{3.17}$$

mit $u = x_\mu + i\Theta\sigma_\mu\bar\Theta$, beschreiben A und F komplexe skalare Felder, und ψ ist ein linkshändiger Weyl-Spinor. Betrachtet man die infinitesimalen SUSY-Transformationen, definiert durch

$$\delta\phi(z) = \left(\xi\frac{\partial}{\partial\Theta} + \bar\xi\frac{\partial}{\partial\bar\Theta} + 2i\Theta\sigma^\mu\bar\xi\partial_\mu\right)\phi(z) \ , \tag{3.18}$$

der Komponentenfelder

$$\begin{aligned} \delta A &= \xi\psi \\ \delta\psi &= 2\xi F + 2i\sigma^\mu\bar\xi(\partial_\mu A) \\ \delta F &= -i(\partial_\mu\psi)\sigma^\mu\bar\xi \ , \end{aligned} \tag{3.19}$$

so sieht man, daß sich die Komponente $F(x)$ wie eine totale Ableitung transformiert.

Das Vektorsuperfeld ($V = V^\dagger$), hier zur Vereinfachung in der Wess-Zumino-Eichung [27], kann ebenfalls in seine Komponenten zerlegt werden:

$$V_{WZ}(x,\Theta,\bar\Theta) = -\Theta\sigma_\mu\bar\Theta v^\mu(x) + i\,\Theta\Theta\bar\Theta\,\bar\lambda(x) - i\,\bar\Theta\bar\Theta\Theta\,\lambda(x) + \frac{1}{2}\,\Theta\Theta\bar\Theta\bar\Theta\,D(x) \ . \tag{3.20}$$

Es ist die supersymmetrische Verallgemeinerung des Yang-Mills-Feldes. Die Komponente $v^\mu(x)$ des Vektorsuperfeldes beschreibt Spin-1-Felder, $\lambda(x)$ und $\bar{\lambda}(x)$ sind Weyl-Spinoren mit Spin-$\frac{1}{2}$, und $D(x)$ ist ein reelles, unphysikalisches Hilfsfeld mit Spin-0. Die dazugehörigen Transformationen bekommt man analog zu Gleichung (3.12); sie lauten

$$\begin{aligned}
\delta v_\mu &= i\xi\sigma_\mu\bar{\lambda} + i\bar{\xi}\sigma_\mu\lambda \\
\delta\lambda &= \xi\sigma^{\mu\nu}v_{\mu\nu} + \bar{\xi}D \\
\delta\bar{\lambda} &= \bar{\xi}\bar{\sigma}^{\mu\nu}v_{\mu\nu} + \xi D \\
\delta D &= -\xi\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda} + \bar{\xi}\sigma^\mu\partial_\mu\lambda \ ,
\end{aligned} \tag{3.21}$$

mit $v_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu$. Man sieht, daß sich hier die D-Komponente wie eine totale Ableitung transformiert.

Eine Lagrange-Dichte muß sich wie eine totale Ableitung transformieren, damit $\int d^4x\ \mathcal{L}$ invariant bleibt und damit konstant ist unter SUSY-Transformationen. Also wird die supersymmetrische Lagrange-Dichte aus den höchsten Komponenten, den F-Termen eines skalaren Superfeldes und den D-Termen eines Vektorsuperfeldes aufgebaut:

$$S = \int d^4x\ \mathcal{L} = \int d^4x\ (\mathcal{L}_{skalar}|_F + \mathcal{L}_{vektor}|_D) \ , \tag{3.22}$$

Dabei ist:

$$\mathcal{L}_{skalar}|_F := \int d^2\Theta\ \mathcal{L}_{skalar} \qquad ; \qquad \mathcal{L}_{vektor}|_D := \int d^2\Theta d^2\bar{\Theta}\ \mathcal{L}_{vektor} \ . \tag{3.23}$$

Die höchsten Komponenten $\Theta\Theta F$ und $\Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\Theta}D$ der Superfelder bekommt man durch das sogenannte Berezin-Integral [28], daß die folgenden Relationen erfüllt (keine Summation!):

$$\int d\Theta^\alpha = 0 \qquad ; \qquad \int d\Theta^\alpha\ \Theta^\alpha = 1 \qquad ; \qquad \int d\Theta^\alpha\ f(\Theta^\alpha) = \frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} f(\Theta^\alpha) \ . \tag{3.24}$$

Man definiert "Volumenelemente" auf dem antikommutierenden Teil des Superraumes durch

$$\begin{aligned}
d^2\Theta &:= -\frac{1}{4}d\Theta^\alpha d\Theta_\alpha = -\frac{1}{4}\epsilon_{\alpha\beta}d\Theta^\alpha d\Theta^\beta \\
d^2\bar{\Theta} &:= -\frac{1}{4}d\bar{\Theta}_{\dot{\alpha}}d\bar{\Theta}^{\dot{\alpha}} = -\frac{1}{4}\epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}d\Theta_{\dot{\alpha}}d\Theta_{\dot{\beta}} \ .
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Mit diesen Definitionen erhält man dann

$$\int d^2\Theta\ \Theta\Theta = 1 \qquad ; \qquad \int d^2\bar{\Theta}\ \bar{\Theta}\bar{\Theta} = 1 \qquad ; \qquad \int d^2\Theta d^2\bar{\Theta}\ \Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\Theta} = 1 \ . \tag{3.26}$$

Durch ein Superpotential W werden Massenterme und Wechselwirkungen erzeugt. In renormierbaren Theorien sind aber für das Superpotenial in den Feldern keine höheren als dritte Potenzen zugelassen. Weiterhin gilt, daß wenn ϕ ein skalares Feld ist, dann auch ϕ^2 und ϕ^3. Dagegen bildet $(\phi\phi^\dagger)$ ein Vektorfeld. Also setzt man für die Lagrange-Dichte eines skalaren Superfeldes an

$$\mathcal{L} = (\phi\phi^\dagger)|_D + W|_F + W^\dagger|_F = (\phi\phi^\dagger)|_D + m(\phi^2 + \phi^{\dagger 2})|_F + \lambda(\phi^3 + \phi^{\dagger 3})|_F \ . \tag{3.27}$$

Dabei sind hier m und λ Konstanten mit den Massendimensionen 1 bzw. 0. In Komponenten ausgeschrieben lautet dies (bis auf eine totale Ableitung)

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= (\partial_\mu A)(\partial^\mu A^*) + \frac{i}{2}\psi\sigma_\mu\partial^\mu\bar{\psi} + FF^* + m\Big[2AF - \frac{1}{2}(\psi\psi) + \text{h.c.}\Big] \\ &\quad +\lambda\Big[3A^2F - \frac{3}{2}(\psi\psi)A + \text{h.c.}\Big] \; . \end{aligned} \tag{3.28}$$

Dies führt zu den Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}\partial^\mu\partial_\mu A &= 2mF^* - \frac{3}{2}(\bar{\psi}\bar{\psi}) + 6\lambda A^* F^* \\ i\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi} &= 2m\psi + 3\lambda A\psi \\ F^* &= -2mA - 3\lambda A^2 \; , \end{aligned} \tag{3.29}$$

(zusammen mit den komplex konjugierten Gleichungen). Aus den Bewegungsgleichungen erhält man $F = -2mA^* - 3\lambda A^{*2}$, F ist also ein unphysikalisches Hilfsfeld, das eliminiert werden kann. (Die so erhaltene Lagrange-Dichte beschreibt die Wechselwirkung eines komplexen Skalarfeldes mit einem Weyl-Spinor.) Im allgemeinen ist das Hilfsfeld $F(x)$ eine Ableitung des Superpotentials $W(A)$ (hier ist: $W(A) = m\phi^2 + \lambda\phi^3$)

$$F^* = -\frac{\partial W(A)}{\partial A} \; . \tag{3.30}$$

Man kann nun das skalare Potential $\mathcal{V}$ des Modells schreiben als

$$\mathcal{V} = FF^* = \left|\frac{\partial W(A)}{\partial A}\right|^2 . \tag{3.31}$$

Dieses skalare Potential benötigt man später (s. dazu Abschnitt 4.1), um den Squarks und Sleptonen ihre Masse zu geben.

Eine supersymmetrische Yang-Mills-Lagrange-Dichte kann aus dem Vektorsuperfeld konstruiert werden. Hierzu muß man ein neues chirales Superfeld einführen [27, 29]:

$$W_\alpha = \bar{D}\bar{D}[e^{-gV}D_\alpha e^{gV}] \; , \tag{3.32}$$

mit einer Eich-Kopplungskonstanten g und $V = T^a_{ij}V^a$, wobei die T^a_{ij} die Erzeugenden der nicht-abelschen Eichgruppe sind. Man erhält als Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{32g^2}(W^\alpha W_\alpha)|_F + \phi^\dagger e^{2gV}\phi|_D \; . \tag{3.33}$$

Sie beschreibt den eichkinetischen Term und die Wechselwirkung mit dem Materiefeld ψ. In Komponenten:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} - \frac{i}{2}\Big\{\lambda\sigma_\mu(\partial^\mu\bar{\lambda} + ig[v^\mu,\bar{\lambda}]) - (\partial^\mu\bar{\lambda} + ig[v^\mu,\bar{\lambda}])\sigma_\mu\lambda\Big\} + \mathcal{V} \\ &\quad +(D_\mu A)(D^\mu A)^* - \frac{i}{2}\bar{\psi}\sigma_\mu D^\mu\psi + gA^*DA + ig\Big[A^*(\lambda\psi) - (\bar{\lambda}\bar{\psi})A\Big] \; . \end{aligned} \tag{3.34}$$

Dabei ist $G_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu + ig[v_\mu, v_\nu]$ der Feldstärke-Tensor, $\mathcal{V} = FF^* + \frac{1}{2}D^2$ das allgemeine Potential und $D_\mu = \partial_\mu + igv_\mu$ die kovariante Ableitung, welche die Kopplung der Eichbosonen an die Materiefelder bewirkt. Wiederum ist $D(x)$ ein unphysikalisches Hilfsfeld.

Es treten in SUSY-Modellen neben den herkömmlichen fermionischen Materieteilchen $\psi(x)$ (z.B. Elektronen oder Quarks) zusätzlich bosonische Teilchen $A(x)$ (Selektronen und Squarks) auf. Dasselbe tritt im Eichsektor auf; dieser besteht jetzt aus den Spin-1-Vektorfeldern v_μ und deren fermionischen Superpartnern $\lambda(x)$ (Gauginos). Da die Masseneigenwerte für Bosonen und Fermionen eines Multipletts bei *ungebrochener* SUSY entartet sind, spiegelt die folgende Formel die supersymmetrische Struktur dieser Theorie wieder

$$STr\, \mathbf{M}^2 = \sum_J (-1)^{2J}\,(2J+1)\, m_J^2 = 0\ , \tag{3.35}$$

wobei STr als Abkürzung für "supertrace" verwendet wird, J für den Spin steht und $\mathbf{M}^2$ die quadratische Massenmatrix ist.

Da bis heute kein SUSY-Teilchen gefunden wurde, ist es klar, daß SUSY keine erhaltene Symmetrie sein kann. Dadurch ist das "non-renormalization"-Theorem [30] nicht mehr erfüllt. Dieses Theorem besagt, daß die Parameter des Superpotentials nicht renormiert werden müssen, weil der bosonische Teil bei Schleifen-Korrekturen sich exakt mit dem dazugehörigen fermionischen Teil weghebt.

Obwohl diese Parameter keine Korrekturen erfahren, sind sie von der Energieskala, bei der man sie betrachtet, abhängig ("running coupling constants"), da bei $N=1$ SUSY die kinetischen Terme der Lagrange-Dichte logarithmisch divergierende Strahlungskorrekturen erhalten.

Grundsätzlich gibt es zwei mögliche Mechanismen zur Brechung der Supersymmetrie: Spontane oder explizite Brechung.

1. **Globale spontane Brechung**: Wie bei jeder spontanen Symmetriebrechung bleibt die Lagrange-Dichte invariant, nur der Vakuumzustand ist nicht mehr supersymmetrisch:

   $$Q_\alpha|0\rangle \neq 0\ . \tag{3.36}$$

   Falls jetzt die Vakuumsenergie (3.4) größer Null ist, tritt Symmetriebrechung ein und der supersymmetrische Operator Q_α ist gebrochen, s. Gleichung (3.36). Das kann bei spontaner Brechung der globalen SUSY auf grundsätzlich zwei Mechanismen zurückgeführt werden, welche einzeln oder als Linearkombinationen auftreten:

   $$\begin{aligned} \langle 0|F|0\rangle &\neq 0 \qquad \textit{O'Raifeartaigh-Mechanismus} \\ \langle 0|D|0\rangle &\neq 0 \qquad \textit{Fayet-Iliopoulos-Mechanismus}\ , \end{aligned}$$

   s. dazu [31]. Das heißt, bei SUSY-Brechung erhält ein Hilfsfeld einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert. Da der gebrochene Operator Q_α ein Spin-$\frac{1}{2}$-Objekt ist, ist das zugeordnete Goldstone-Teilchen hier ein Spin-$\frac{1}{2}$-Fermion, genannt "Goldstino".

2. **Explizite Brechungsterme**: Diese Brechung entsteht durch explizites Hinzufügen von Termen in die Lagrange-Dichte, die aber bei Berechnungen von Schleifen nur zu logarithmischen Divergenzen führen. Diese "Soft-SUSY-Brechungsterme", fügen also keine neuen quadratischen Divergenzen zur unrenormierten Theorie hinzu. Alle Terme dieser Art wurden von Giradello und Grisaru gefunden [32]:

   $$m^2AA^*, \qquad m^2(A^2+A^{*2}), \qquad \mu(A^3+A^{*3}), \qquad \mu\lambda\lambda\ .$$

Jetzt ist die theoretische Grundlage für eine supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells im groben geschaffen. Und mit der minimalsten Version dieser supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells befaßt sich das folgende Kapitel.

Kapitel 4

Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell

Supersymmetry is an answer looking for a problem.

ANONYMOUS

Eine ausführliche Darstellung des elektroschwachen Teils des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells findet sich z.B. in [33]. Diese Arbeit hält sich im weiteren jedoch vorwiegend an [9, 10, 12, 34].

4.1 Der Teilcheninhalt

Wir betrachten die einfachste supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells, das sogenannte Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM).

Im MSSM ist $N = 1$, die Anzahl der fermionischen Generatoren also so gering wie möglich. Da das Teilchenspektrum des Standardmodells nicht supersymmetrisch ist, müssen neue Teilchen hinzugefügt werden [5, 9, 10]: Quarks und Leptonen erhalten skalare Partner, die Squarks und Sleptonen. Das skalare Higgs-Boson erhält einen Spin-$\frac{1}{2}$-Partner, das Higgsino. Diese Teilchen werden durch skalare (chirale) Superfelder ϕ beschrieben. Die Eichbosonen und Gluonen erhalten ebenfalls Spin-$\frac{1}{2}$-Partner, die Gauginos bzw. die Gluinos, welche durch masselose Vektorsuperfelder V dargestellt werden. Damit die Theorie anomaliefrei bleibt und die Fermionen Masse erhalten, muß nach Glashow und Weinberg ein zweites Higgs-Dublett eingeführt werden [35]. Ein Higgs-Dublett H_1 verleiht dann den d-artigen Fermionen die Masse, das andere H_2 den u-artigen. (Mit u-artig werden Fermionen mit schwachem Isospin $+\frac{1}{2}$, mit d-artig solche mit schwachem Isospin $-\frac{1}{2}$ bezeichnet). Diese zusätzlichen Higgs-Bosonen erhalten natürlich auch SUSY-Partner. Damit ergibt sich also für das MSSM das in Tabelle 4.1 zusammengefaßte Teilchenspektrum, wobei hier der Familienindex unterdrückt wird und $\bar{q}_R$, $\bar{l}_R$ ($\tilde{q}_R^*$, $\tilde{l}_R^*$) ein rechtshändiges Antiquark, Antilepton (Antisquark, Antislepton) bezeichnet.

Dabei ist zu beachten, daß die physikalischen Masseneigenzustände der Gauginos und Higgsinos Linearkombinationen dieser Felder sind. Diese werden als Charginos und Neutralinos bezeich-

Superfeld	$(SU(3)_C,\, SU(2)_L,\, U(1)_Y)$	**2HD -Teilchen**	Spin	**SUSY -Partner**	Spin
$\hat{Q}$	$(3,\, 2,\, \frac{1}{3})$	$(u,d)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{u},\tilde{d})_L$	0
$\hat{U}$	$(3^*,\, 1,\, -\frac{4}{3})$	$\bar{u}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{u}^*_R$	0
$\hat{D}$	$(3^*,\, 1,\, \frac{2}{3})$	$\bar{d}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{d}^*_R$	0
$\hat{L}$	$(1,\, 2,\, -1)$	$(\nu,e)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{\nu},\tilde{e})_L$	0
$\hat{E}$	$(1,\, 1,\, 2)$	$\bar{e}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{e}^*_R$	0
$\hat{H}_1$	$(1,\, 2,\, -1)$	$(H_1^0, H_1^-)_L$	0	$(\tilde{H}_1^0, \tilde{H}_1^-)_L$	$\frac{1}{2}$
$\hat{H}_2$	$(1,\, 2,\, 1)$	$(H_2^+, H_2^0)_L$	0	$(\tilde{H}_2^+, \tilde{H}_2^0)_L$	$\frac{1}{2}$
$\hat{W}$	$(1,\, 3,\, 0)$	W^i	1	$\tilde{W}^i$	$\frac{1}{2}$
$\hat{B}$	$(1,\, 1,\, 0)$	B^0	1	$\tilde{B}^0$	$\frac{1}{2}$
$\hat{G}_a$	$(8,\, 1,\, 0)$	g_a	1	$\tilde{g}_a$	$\frac{1}{2}$

Tabelle 4.1: Superfelder und Teilcheninhalt des MSSM.

net. Auch die rechts- und linkshändigen Squarks und Sleptonen können mischen und erhalten dann die Indizes $1, 2$ statt L, R. In Tabelle 4.2 sind alle physikalischen Teilchen des MSSM zu finden. Die Massen und Mischungen der einzelnen Teilchen sind Abschnitt 4.2, 4.3 und Anhang A zu entnehmen.

Im MSSM besitzen die beiden Higgs-Dubletts entgegengesetzte schwache Hyperladungen (s. dazu Abschnitt 4.2). Dagegen können im 2HDM [12, 20] die beiden schwachen Hyperladungen auch gleich sein. Um die Teilchen der beiden Modelle voneinander zu unterscheiden sollen im folgenden alle SM-Teilchen und die Higgs-Bosonen des MSSM mit dem Begriff 2HD-Teilchen zusammengefaßt werden.

Das allgemeinste Superpotential, daß die R-Parität

$$R = (-1)^{3B+L+2S} = \begin{cases} +1 & \text{für 2HD-Teilchen} \\ -1 & \text{für SUSY-Teilchen} \end{cases} \tag{4.1}$$

erhält (wobei B die Baryonzahl, L die Leptonzahl und S der Spin eines Teilchens ist), lautet [36, 37]:

$$W = \epsilon_{ij} \left[\mu \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j + f \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{E} + f_1 \hat{H}_1^i \hat{Q}^j \hat{D} + f_2 \hat{H}_2^j \hat{Q}^i \hat{U} \right] . \tag{4.2}$$

Die Higgs-Superfelder sind $\hat{H}_1$ und $\hat{H}_2$. $\hat{Q}$, $\hat{L}$ sind die schwachen $SU(2)$-Dublett Quark- und Lepton-Superfelder, $\hat{U}$, $\hat{D}$ die schwachen $SU(2)$-Singulett Quark-Superfelder und $\hat{E}$ die schwachen $SU(2)$-Singulett Lepton-Superfelder. Die Yukawa-Kopplungskonstanten werden mit f, f_1, f_2 eingeführt. Der Massenparameter μ ist notwendig, um eine zusätzliche Peccei-Quinn-Symmetrie [38] zu vermeiden, welche auf ein experimentell unakzeptables Weinberg-Wilczek-

2HD-Teilchen		Spin	**SUSY-Teilchen**		Spin
Quarks:	q	$\frac{1}{2}$	Squarks:	$\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$	0
Leptonen:	l	$\frac{1}{2}$	Sleptonen:	$\tilde{l}_1, \tilde{l}_2$	0
Gluonen:	g_a	1	Gluinos:	$\tilde{g}_a$	$\frac{1}{2}$
Eichbosonen:	$W^{\pm}, Z^0, \gamma$	1	Neutralinos:	$\tilde{\chi}_1^0,\, \tilde{\chi}_2^0,\, \tilde{\chi}_3^0,\, \tilde{\chi}_4^0$	$\frac{1}{2}$
Higgs-Bosonen:	$h^0, H^0, A^0, H^{\pm}$	0	Charginos:	$\tilde{\chi}_1^{\pm},\, \tilde{\chi}_2^{\pm}$	$\frac{1}{2}$

Tabelle 4.2: Der physikalische Teilcheninhalt des MSSM.

Axion [39] führen würde. Des weiteren muß das Superpotential in SUSY-Theorien eine holomorphe Funktion der Felder sein, was das Auftreten von H_1^* und H_2^* in Gleichung (4.2) verbietet. Wegen Eichinvarianz (in diesem Fall die Hyperladung), ist eine $\hat{H}_1 \hat{Q} \hat{U}$ Kopplung verboten; daher kann ohne $\hat{H}_2$ keine u-artige Quarkmasse erzeugt werden. Zusätzlich sei noch vermerkt, daß wegen der Erhaltung der R-Parität im Superpotential (4.2) keine baryon- und leptonzahlverletzende Terme auftauchen.

Das skalare Potential $\mathcal{V}$ wird aus den D- und F-Termen berechnet zu

$$\mathcal{V} = F_i^* F_i + \frac{1}{2} \left[D^a D^a + (D')^2 \right] , \tag{4.3}$$

mit

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{\partial W(A_i)}{\partial A_i} \\ D^a &= \frac{1}{2}\, g_2\, A_i^*\, (\sigma^a)_{ij}\, A_j \\ D^{'} &= \frac{1}{2}\, g_1\, Y_i\, A_i^*\, A_i + \xi \ . \end{aligned} \tag{4.4}$$

Die skalaren Felder sind mit A_i bezeichnet. D^a, $D^{'}$ sind die D-Terme der $SU(2)$- bzw. $U(1)$-Eichgruppe, und Y_i ist die $U(1)$-Quantenzahl (Hyperladung) des Materiefeldes. Der Fayet-Iliopoulos-Term ξ wird hier vernachlässigt ($\xi = 0$).

4.2 Der Higgs-Sektor

Die beiden Higgs-Dubletts H_1, H_2 besitzen entgegengesetzte Hyperladungen $Y_1 = -1$, $Y_2 = +1$. Beide besitzen einen nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert (VEV) v_1, v_2

$$\begin{aligned} \langle H_1 \rangle &= \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \langle H_2 \rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} , \end{aligned} \tag{4.5}$$

so daß sich folgende Struktur ergibt:

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^0 - i\chi_1^0) \\ -\phi_1^- \end{pmatrix} \\ H_2 &= \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_2^0 + i\chi_2^0) \end{pmatrix} . \end{aligned} \tag{4.6}$$

Durch den Quotienten der Vakuumerwartungswerte wird der Winkel β definiert gemäß

$$\tan\beta \equiv \frac{v_2}{v_1} \qquad ; \qquad 0 < \beta < \pi/2 . \tag{4.7}$$

Das Higgs-Potential mit allen expliziten Soft-Brechungstermen lautet [12]:

$$\begin{aligned} V &= m_{1H}^2|H_1|^2 + m_{2H}^2|H_2|^2 - m_{12}^2(\epsilon_{ab}H_1^a H_2^b + \text{h.c.}) \\ &\quad + \frac{1}{8}({g_1}^2 + {g_2}^2)\left[|H_1|^2 - |H_2|^2\right]^2 + \frac{1}{2}{g_2}^2|H_1^\dagger H_2|^2 , \end{aligned} \tag{4.8}$$

wobei $m_{iH}^2 \equiv |\mu|^2 + m_i^2$ $(i = 1, 2)$ und m_1, m_2, m_{12} die Soft-Brechungsparameter und μ die Mischung der H_1 und H_2 sind. Die Kopplungskonstanten der Higgs-Selbstwechselwirkung werden, im Gegensatz zum SM, durch die Eichkopplungskonstanten g_1, g_2 bestimmt.

Die Massenmatrix der Komponenten der Higgs-Felder (welche zur einfacheren Darstellung in der folgenden Formel alle mit φ_i bezeichnet werden) ergibt sich aus

$$M_{ij}^2 = \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi_i\partial\varphi_j}\right|_{Minimum} . \tag{4.9}$$

Hierbei bedeutet *Minimum*, daß $\langle 0|\varphi_i|0\rangle = 0$ gesetzt wird. In Diagonalgestalt werden die physikalischen Higgs-Bosonen mit h^0, H^0, A^0, $H^\pm$, die unphysikalischen Higgs-Bosonen (Goldstone-Bosonen) mit G^0, $G^\pm$ bezeichnet. A^0 und G^0 sind $\mathcal{CP}$-ungerade ($\mathcal{CP} = -1$, "pseudoskalar"), die restlichen neutralen Higgs-Bosonen sind $\mathcal{CP}$-gerade ($\mathcal{CP} = +1$, "skalar"). Die Diagonalisierung der Massenmatrix wird durch folgende Transformation erreicht:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix} , \end{aligned} \tag{4.10}$$

mit β aus Gleichung (4.7). Der Mischungswinkel α ist bestimmt durch

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta\,\frac{M_{A^0}^2 + M_Z^2}{M_{A^0}^2 - M_Z^2} \qquad ; \qquad -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 . \tag{4.11}$$

Die Higgs-Dubletts sehen nun wie folgt aus:

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(H^0 \cos\alpha \, - h^0 \sin\alpha \, + iA^0 \sin\beta \, - iG^0 \cos\beta \,) \\ H^- \sin\beta \, - G^- \cos\beta \end{pmatrix} \\ H_2 &= \begin{pmatrix} H^+ \cos\beta \, + G^+ \sin\beta \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(H^0 \sin\alpha \, + h^0 \cos\alpha \, + iA^0 \cos\beta \, + iG^0 \sin\beta \,) \end{pmatrix} \; . \end{aligned} \tag{4.12}$$

Die Massen der intermediären Vektorbosonen sind in analoger Weise zum SM gegeben. (Im folgenden gilt die Bezeichnung $\gamma \equiv A_\mu$ für das Photon.)

$$M_W^2 = \frac{1}{2} g_2^2 (v_1^2 + v_2^2) \quad ; \quad M_Z^2 = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)(v_1^2 + v_2^2) \quad ; \quad M_\gamma = 0 \; . \tag{4.13}$$

Die freien Parameter des Higgs-Potentials sind zusammengefaßt

$$m_{12}, \quad g_1, \quad g_2, \quad v_1, \quad v_2 \; .$$

Man kann sie durch die äquivalenten, physikalischen Größen

$$e, \quad M_W, \quad M_Z, \quad M_{A^0}, \quad \tan\beta$$

ausdrücken, wobei e, M_W und M_Z aus dem Experiment bekannt sind. Sie stellen zusammen mit M_{A^0} und $\tan\beta$ eine geeignete Parametrisierung des Higgs-Sektors dar. Für die Masse des A^0-Bosons gilt dabei:

$$M_{A^0}^2 = m_{12}^2 \, (\tan\beta \, + \cot\beta \,) \; . \tag{4.14}$$

Die Massen der übrigen physikalischen Higgs-Teilchen können nun durch M_{A^0}, M_Z und β dargestellt werden:

$$\begin{aligned} m_{H^0,h^0}^2 &= \frac{1}{2}\left[M_{A^0}^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_{A^0}^2 + M_Z^2)^2 - 4\, M_Z^2 \, M_{A^0}^2 \, \cos^2 2\beta} \right] \\ m_{H^\pm}^2 &= M_{A^0}^2 + M_W^2 \; . \end{aligned} \tag{4.15}$$

Diese Massenrelationen gelten jedoch nur in der niedrigsten Ordnung der Störungstheorie. Hier liegen dann auch folgende Einschränkungen an die Massen vor:

$$\begin{aligned} m_{H^0} &> M_{A^0}, M_Z \; > \; m_{h^0} \\ m_{H^\pm} &> M_{A^0}, M_W \\ m_{h^0}^2 + m_{H^0}^2 &= M_{A^0}^2 + M_Z^2 \; . \end{aligned} \tag{4.16}$$

Im Grenzfall einer sehr schweren, pseudoskalaren Higgs-Masse $M_{A^0} \to \infty$ beträgt die leichte Higgs-Masse

$$m_{h^0} = M_Z \left| \frac{1 - \tan^2\beta}{1 + \tan^2\beta} \right| \tag{4.17}$$

und erreicht für große $\tan\beta$ -Werte die obere Massenschranke M_Z. Alle anderen MSSM-Higgs-Bosonen H^0, $H^\pm$ sind in diesem Limes schwer ($m_{H^0}, m_{H^\pm} \to \infty$), d.h. sie entkoppeln und gleichzeitig werden die Kopplungen von h^0 an die Eichbosonen und Fermionen identisch zu denen des Higgs-Bosons im SM, d.h. das leichte MSSM-Higgs-Boson h^0 entspricht dann dem SM-Higgs-Boson [12]. Die experimentellen unteren Schranken für die Higgs-Massen sind ebenfalls in Anhang A aufgeführt.

4.3 SUSY-Teilchen des MSSM

4.3.1 Sfermionen

Der Sfermion-Massenanteil der Lagrange-Dichte enthält Soft-SUSY-Brechungsterme und besitzt folgende Gestalt:

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{f}}} = -\left(\tilde{f}_L^\dagger, \tilde{f}_R^\dagger\right) \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} . \tag{4.18}$$

Hier ist

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} M_{\tilde{F}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\,(I_3^f - Q_f s_w^2) + m_f^2 & m_f(A_f - \mu\{\cot\beta; \tan\beta\}) \\ m_f(A_f - \mu\{\cot\beta; \tan\beta\}) & M_{\tilde{F}'}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\; Q_f s_w^2 + m_f^2 \end{pmatrix} . \tag{4.19}$$

Dabei gilt $\{\cot\beta; \tan\beta\}$ für $\{u; d\}$-artige Fermionen und

$$M_{\tilde{F}} \quad = \quad \begin{cases} M_{\tilde{Q}} & \text{für linkshändige Squarks} \\ M_{\tilde{L}} & \text{für linkshändige Sleptonen} \end{cases} \tag{4.20}$$

$$M_{\tilde{F}'} \quad = \quad \begin{cases} M_{\tilde{U}} & \text{für rechtshändige, } u\text{-artige Squarks} \\ M_{\tilde{D}} & \text{für rechtshändige, } d\text{-artige Squarks} \\ M_{\tilde{E}} & \text{für rechtshändige Sleptonen} \end{cases} . \tag{4.21}$$

In vereinheitlichten SUSY-Theorien (SUSY-GUTs) gilt typischerweise

$$M_{\tilde{L}} \approx M_{\tilde{E}} \leq M_{\tilde{Q}} \approx M_{\tilde{U}} \approx M_{\tilde{D}} , \tag{4.22}$$

wobei die Squark-Massen ungefähr 1-3 mal größer sind als die Slepton-Massen. Um die Zahl der Parameter gering zu halten, wurden hier die Sfermion-Brechungsparameter für alle Sfermionen als identisch angenommen (motiviert durch die *minimale* SUGRA):

$$M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}} = M_S . \tag{4.23}$$

Um die Anzahl der Soft-SUSY-Brechungsparameter noch weiter zu verringern wird noch zusätzlich für die sogenannten A-Parameter

$$A_u = A_c = A_t \qquad ; \qquad A_d = A_s = A_b = A_e = A_\mu = A_\tau , \tag{4.24}$$

gefordert. Die ungemischten Zustände ergeben sich somit aus:

$$A_u = \mu \cot\beta \qquad ; \qquad A_d = \mu \tan\beta . \tag{4.25}$$

Damit erhält man folgende ungemischte Sfermion-Massen:

$$\begin{aligned} m_{\tilde{f}_L}^2 &= M_S^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\,(I_3^f - Q_f s_w^2) + m_f^2 \\ m_{\tilde{f}_R}^2 &= M_S^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\,(Q_f s_w^2) + m_f^2 . \end{aligned} \tag{4.26}$$

Im Falle gemischter Sfermionen müssen die links- und rechtshändigen Sfermionen durch Masseneigenzustände der Sfermion-Massenmatrix (4.19) ersetzt werden (s.a. [12]):

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 &= \tilde{f}_L \cos\tilde{\theta}_f + \tilde{f}_R \sin\tilde{\theta}_f \\ \tilde{f}_2 &= \tilde{f}_R \cos\tilde{\theta}_f - \tilde{f}_L \sin\tilde{\theta}_f . \end{aligned} \tag{4.27}$$

Der Mischungswinkel $\tilde{\theta}_f$ ist für $\tan\beta\ > 1$ gegeben durch:

$$
\begin{aligned}
\cos\tilde{\theta}_f &= \sqrt{\frac{(m^2_{\tilde{f}_L} - m^2_{\tilde{f}_1})^2}{m^2_f\,(A_f - \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\})^2 + (m^2_{\tilde{f}_L} - m^2_{\tilde{f}_1})^2}} \\
\sin\tilde{\theta}_f &= \mp\, sgn\Big[A_f - \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\}\Big] \\
&\quad \times \sqrt{\frac{m^2_f\,(A_f - \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\})^2}{m^2_f\,(A_f - \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\})^2 + (m^2_{\tilde{f}_L} - m^2_{\tilde{f}_1})^2}}\ .
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

Das negative Vorzeichen gilt dabei für u-artige Fermionen und das positive für d-artige Fermionen. Als gemischte Masseneigenzustände von Gleichung (4.19) erhält man nun für $\tan\beta\ > 1$ ($\Rightarrow\ \cos 2\beta\ < 0$)

$$
\begin{aligned}
m^2_{\tilde{f}_{1,2}} &= M^2_S + \frac{1}{2}M^2_Z\cos 2\beta\; I^f_3 + m^2_f \\
&\quad \left\{ \begin{array}{l} \mp\,\dfrac{1}{2}\sqrt{\Big[M^2_Z\cos 2\beta\;(I^f_3 - 2Q_f s^2_w)\Big]^2 + 4m^2_f\Big(A_u - \mu\cot\beta\,\Big)^2} \\ \pm\,\dfrac{1}{2}\sqrt{\Big[M^2_Z\cos 2\beta\;(I^f_3 - 2Q_f s^2_w)\Big]^2 + 4m^2_f\Big(A_d - \mu\tan\beta\,\Big)^2} \end{array} \right. ,
\end{aligned}
\tag{4.29}
$$

dabei gilt die obere Zeile für u-artige Fermionen und die untere für d-artige Fermionen. Aus Gleichung (4.29) ist abzulesen, (da die nichtdiagonalen Elemente von Gleichung (4.19) proportional der Fermionmasse sind) daß für $m_f\ \ll\ M_{SUSY}$ die Sfermionmischung nur für Top-Squarks ("Stops"), und im Falle $\tan\beta\ \gg\ 1$ auch für Bottom-Squarks, relevant ist. Dabei bezeichnet M_{SUSY} die Skala der Soft-SUSY-Brechungsterme. Die experimentellen unteren Schranken der Sfermion-Massen können dem Anhang A entnommen werden.

Im Hinblick auf Kapitel 6 ist es notwendig, Gleichung (4.29) nach M_S, in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$, aufzulösen:

$$
\begin{aligned}
M^2_S &= m^2_{\tilde{t}_1} - \frac{1}{2}M^2_Z\cos 2\beta\; I^t_3 - m^2_t \\
&\quad + \frac{1}{2}\sqrt{\Big[M^2_Z\cos 2\beta\;(I^t_3 - 2Q_t s^2_w)\Big]^2 + 4m^2_t\Big(A_u - \mu\cot\beta\,\Big)^2}\ .
\end{aligned}
\tag{4.30}
$$

Die Feynman-Regeln für einen Vertex des Typs $X\tilde{f}_i\tilde{f}'_j$, wobei $i,j = 1,2$ die Masseneigenzustände bezeichnen, kann man aus denjenigen für die Vertizes $X\tilde{f}_\alpha\tilde{f}'_\beta$ (mit $\alpha,\beta = L,R$) durch die Relation

$$
V(X\tilde{f}_i\tilde{f}'_j) = \sum_{\alpha,\beta=L,R} T_{ij\alpha\beta}(X\tilde{f}_\alpha\tilde{f}'_\beta) \tag{4.31}
$$

gewinnen. Die Koeffizienten $T_{ij\alpha\beta}$ sind dabei der Tabelle 4.3 zu entnehmen.

$i,j/\alpha\beta$	L,L	R,R	L,R	R,L
$1,1$	$\cos\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$	$\sin\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$	$\cos\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$	$\sin\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$
$1,2$	$-\cos\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$	$\sin\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$	$\cos\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$	$-\sin\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$
$2,1$	$-\sin\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$	$\cos\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$	$-\sin\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$	$\cos\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$
$2,2$	$\sin\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$	$\cos\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$	$-\sin\tilde{\theta}_f \cos\tilde{\theta}_{f'}$	$-\cos\tilde{\theta}_f \sin\tilde{\theta}_{f'}$

Tabelle 4.3: Konversions-Koeffizienten $T_{ij\alpha\beta}$.

4.3.2 Charginos

Die Charginos $\tilde{\chi}_i^+$ $(i = 1,2)$ sind 4-komponentige Dirac-Fermionen. Sie sind Mischungen aus den Winos $\tilde{W}^\pm$ und den geladenen Higgsinos $\tilde{H}_1^-$, $\tilde{H}_2^+$ mit

$$\tilde{W}^+ = \begin{pmatrix} -i\lambda^+ \\ i\bar{\lambda}^- \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{W}^- = \begin{pmatrix} -i\lambda^- \\ i\bar{\lambda}^+ \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{H}_2^+ = \begin{pmatrix} \psi_{H_2}^+ \\ \bar{\psi}_{H_1}^- \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{H}_1^- = \begin{pmatrix} \psi_{H_1}^- \\ \bar{\psi}_{H_2}^+ \end{pmatrix} . \tag{4.32}$$

Die Chargino-Massen sind definiert als Eigenwerte der diagonalisierten Chargino-Massenmatrix in der Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^+,Masse} = -\frac{1}{2}\left(\psi^+,\psi^-\right)\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + \text{h.c.} \,, \tag{4.33}$$

mit den 2-komponentigen Fermion-Feldern

$$\begin{aligned} \psi^+ &= (-i\lambda^+, \psi_{H_2}^+) \\ \psi^- &= (-i\lambda^-, \psi_{H_1}^-) \end{aligned} \tag{4.34}$$

und $\mathbf{X}$ ist gegeben durch:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}\,M_W\,\sin\beta \\ \sqrt{2}\,M_W\,\cos\beta & \mu \end{pmatrix} . \tag{4.35}$$

In der Massenmatrix ist M_2 ein Soft-Brechungsparameter für den Majorana-Massenterm, μ ist der Higgs-Dublett-Mischungsparameter aus dem Superpotential.

Die physikalischen (2-komponentigen) Masseneigenzustände erhält man mit Hilfe der unitären (2×2)-Matrizen $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$:

$$\begin{aligned} \chi_i^+ &= V_{ij}\,\psi_j^+ \\ \chi_i^- &= U_{ij}\,\psi_j^- \end{aligned} \qquad i,j = 1,2 \,. \tag{4.36}$$

Damit erhält man den 4-komponentigen Dirac-Spinor

$$\tilde{\chi}_i^+ = \begin{pmatrix} \chi_i^+ \\ \bar{\chi}_i^- \end{pmatrix} \qquad i = 1,2 \,. \tag{4.37}$$

Hierbei sind **U** und **V** gegeben durch

$$\mathbf{U} = \mathbf{O}_- \quad ; \quad \mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{O}_+ & \det \mathbf{X} > 0 \\ \sigma_3\,\mathbf{O}_+ & \det \mathbf{X} < 0 \end{cases} \tag{4.38}$$

mit

$$\mathbf{O}_\pm = \begin{pmatrix} \cos\phi_\pm & \sin\phi_\pm \\ -\sin\phi_\pm & \cos\phi_\pm \end{pmatrix} , \tag{4.39}$$

$\cos\phi_\pm$ und $\sin\phi_\pm$ sind gegeben durch ($\epsilon = \mathrm{sgn}[\det \mathbf{X}]$)

$$\begin{aligned} \tan\phi_+ &= \frac{\sqrt{2}\,M_W(\sin\beta\, m_{\tilde\chi_1^+} + \epsilon\,\cos\beta\, m_{\tilde\chi_2^+})}{(M_2\, m_{\tilde\chi_1^+} - \epsilon\,\mu\, m_{\tilde\chi_2^+})} \\ \tan\phi_- &= \frac{\mu\, m_{\tilde\chi_1^+} - \epsilon\, M_2\, m_{\tilde\chi_2^+}}{\sqrt{2}\,M_W(\sin\beta\, m_{\tilde\chi_1^+} + \epsilon\,\cos\beta\, m_{\tilde\chi_2^+})} \ . \end{aligned} \tag{4.40}$$

Wenn $\phi_+ < 0$ ist, dann ersetze ϕ_+ durch $\phi_+ + \pi$. Dabei bezeichnen $m_{\tilde\chi_1^+}$ und $m_{\tilde\chi_2^+}$ die Eigenwerte der diagonalisierten Chargino-Massenmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^2_{diag,\tilde\chi^+} &= \mathbf{V}\,\mathbf{X}^\dagger\,\mathbf{X}\,\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{U}^*\,\mathbf{X}\,\mathbf{X}^\dagger\,(\mathbf{U}^*)^{-1} \\ \mathbf{M}_{diag,\tilde\chi^+} &= \mathbf{U}^*\,\mathbf{X}\,\mathbf{V}^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\tilde\chi_1^+} & 0 \\ 0 & m_{\tilde\chi_2^+} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.41}$$

und sind gegeben durch

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde\chi^+_{1,2}} &= \frac{1}{2}\Big\{ M_2^2 + \mu^2 + 2M_W^2 \mp \Big[(M_2^2 - \mu^2)^2 \\ &\quad + 4M_W^4 \cos^2 2\beta \ + 4M_W^2 (M_2^2 + \mu^2 + 2\,\mu\, M_2\, \sin 2\beta\,) \Big]^{\frac{1}{2}} \Big\} \ . \end{aligned} \tag{4.42}$$

Die experimentellen unteren Schranken für die Chargino-Massen sind in Anhang A aufgeführt. Die 1-Schleifen-Korrekturen zu den Chargino-Massen liegen im Prozentbereich [40] und werden deshalb hier vernachlässigt.

Im Hinblick auf Kapitel 6 ist es notwendig, Gleichung (4.42) auch nach M_2, in Abhängigkeit von $m_{\tilde\chi_1^+}$, aufzulösen (vgl. dazu auch [41]):

$$M_2 = \frac{\mu\, M_W^2\,\sin 2\beta \ \pm \left| m_{\tilde\chi_1^+} \right| \sqrt{M_W^4 \sin^2 2\beta \ + (\mu^2 - m^2_{\tilde\chi_1^+})(\mu^2 + 2M_W^2 - m^2_{\tilde\chi_1^+})}}{\mu^2 - m^2_{\tilde\chi_1^+}} \ . \tag{4.43}$$

4.3.3 Neutralinos

Neutralinos $\tilde\chi_i^0$ ($i = 1,2,3,4$) sind 4-komponentige Majorana-Fermionen. Sie sind Mischungszustände aus dem Photino $\tilde\gamma$, dem Zino $\tilde Z$ und den neutralen Higgsinos $\tilde H_1^0$ und $\tilde H_2^0$ mit

$$\tilde\gamma = \begin{pmatrix} -i\lambda_\gamma \\ i\bar\lambda_\gamma \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde Z = \begin{pmatrix} -i\lambda_Z \\ i\bar\lambda_Z \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde H_1^0 = \begin{pmatrix} \psi^0_{H_1} \\ \bar\psi^0_{H_1} \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde H_2^0 = \begin{pmatrix} \psi^0_{H_2} \\ \bar\psi^0_{H_2} \end{pmatrix} . \tag{4.44}$$

Dabei ist zu beachten, daß analog zum SM, das Photino und Zino Mischungen aus dem Bino ($\tilde{B}$) und neutralen Wino ($\tilde{W}^3$) sind

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} -i\lambda' \\ i\bar{\lambda}' \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{W}^3 = \begin{pmatrix} -i\lambda^3 \\ i\bar{\lambda}^3 \end{pmatrix} . \tag{4.45}$$

Der Zusammenhang zwischen Photino, Zino und neutralem Wino und Bino ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma} &= \tilde{W}^3\, s_w + \tilde{B}\, c_w \\ \tilde{Z} &= \tilde{W}^3\, c_w - \tilde{B}\, s_w \ , \end{aligned} \tag{4.46}$$

bzw. in 2-komponentiger Schreibweise:

$$\begin{aligned} \lambda_\gamma &= \lambda^3\, s_w + \lambda'\, c_w \\ \lambda_Z &= \lambda^3\, c_w - \lambda'\, s_w \ . \end{aligned} \tag{4.47}$$

Der Massenterm der Lagrange-Dichte ist gegeben durch:

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^0, Masse} = -\frac{1}{2} (\psi^0)^T\, \mathbf{Y}\, \psi^0 + \text{h.c.} \ , \tag{4.48}$$

mit den 2-komponentigen Fermion-Feldern

$$(\psi^0)^T = (-i\lambda', -i\lambda^3, \psi^0_{H_1}, \psi^0_{H_2}) \ . \tag{4.49}$$

Die Massenmatrix $\mathbf{Y}$ hat dabei die folgende Gestalt:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z s_w \cos\beta & M_Z s_w \sin\beta \\ 0 & M_2 & M_Z c_w \cos\beta & -M_Z c_w \sin\beta \\ -M_Z s_w \cos\beta & M_Z c_w \cos\beta & 0 & -\mu \\ M_Z s_w \sin\beta & -M_Z c_w \sin\beta & -\mu & 0 \end{pmatrix} . \tag{4.50}$$

Die physikalischen Neutralino-Masseneigenzustände erhält man mit Hilfe der Transformationsmatrix $\mathbf{N}$:

$$\chi^0_i = N_{ij}\, \psi^0_j \qquad i,j = 1,\ldots,4 \tag{4.51}$$

und damit den 4-komponentigen Majorana-Spinor

$$\tilde{\chi}^0_i = \begin{pmatrix} \chi^0_i \\ \bar{\chi}^0_i \end{pmatrix} \qquad i = 1,\ldots,4 \ . \tag{4.52}$$

Dabei ist $\mathbf{N}$ eine unitäre Mischungsmatrix und die diagonale Massenmatrix ist gegeben durch:

$$\mathbf{M}_{diag,\tilde{\chi}^0} = \mathbf{N}^*\, \mathbf{Y}\, \mathbf{N}^{-1} \ . \tag{4.53}$$

Da $\mathbf{Y}$ eine (4×4)-Matrix ist, ist die analytische Berechnung der im allgemeinsten Fall nicht entarteten vier Eigenwerte der Neutralino-Massen zwar prinzipiell möglich, aber sehr umständlich und unübersichtlich. Daher wurde $\mathbf{Y}$ numerisch diagonalisiert.

Die Matrix $\mathbf{Y}$ enthält einen weiteren Soft-Brechungsparameter M_1. In SUSY-GUTs sind M_1, und M_2 keine unabhängigen Größen, sondern durch

$$M_1 = \frac{5}{3} \frac{s_w^2}{c_w^2}\, M_2 \tag{4.54}$$

verknüpft. Um die Anzahl der Parameter gering zu halten, wurde Gleichung (4.54) in der gesamten Arbeit angenommen.

Besitzt $\mathbf{Y}$ negative Eigenwerte, so werden diese als negative Massen verwendet, es sei denn, sie gehen als Argumente in N-Punkt-Funktionen ein, vgl. dazu [12, S. 388]. Die experimentellen unteren Schranken für die Neutralino-Massen sind in Anhang A angegeben. Die 1-Schleifen-Korrekturen zu den Neutralino-Massen liegen ebenfalls nur im Prozentbereich [40] und werden deshalb hier vernachlässigt.

4.3.4 Gluinos

Das Gluino ist der Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner (Majorana-Fermion) des Gluons. Es gibt acht Gluinos entsprechend den acht linear unabhängigen Erzeugenden der $SU(3)_C$ (Color Oktett). Sie alle unterliegen nur der starken Wechselwirkung und haben die gleiche Majorana-Masse

$$m_{\tilde{g}} = |M_3| \ . \tag{4.55}$$

In SUSY-GUTs sind M_3 und M_2 keine unabhängigen Größen, sondern durch

$$M_3 = \frac{g_3^2}{g_2^2} M_2 \ = \ \frac{\alpha_s}{\alpha_{\text{em}}} s_w^2 M_2 \tag{4.56}$$

verknüpft. Um die Anzahl der Parameter gering zu halten, wurde Gleichung (4.56), wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt, ebenfalls in der gesamten Arbeit angenommen. Die experimentellen unteren Schranken für die Gluino-Massen sind wiederum in Anhang A angegeben.

4.4 Parameter des MSSM

Zur besseren Übersicht sollen hier noch einmal alle *reellen* Parameter des MSSM zusammengefaßt werden[1]. Die in dieser Arbeit verwendeten experimentellen Werte sind in Anhang A zu finden.

6	Quarkmassen:	$m_u,\ m_d,\ m_c,\ m_s,\ m_t,\ m_b$
3	Leptonmassen[2]:	$m_e,\ m_\mu,\ m_\tau$
2	Eichbosonmassen:	$M_Z,\ M_W$
2	Kopplungskonstanten:	$\alpha_{\text{em}},\ \alpha_s$
4	Parameter der CKM-Matrix:	$\vartheta_1,\ \vartheta_2,\ \vartheta_3,\ \delta$
1	Higgs-Boson-Masse:	M_{A^0}
1	Quotient der VEV's:	$\tan\beta$
17	Brechungsparameter[3]:	$M_1,\ M_2,\ M_3,\ M_{\{\tilde{Q},\tilde{U},\tilde{D},\tilde{L},\tilde{E}\}},\ A_{\{u,c,t,d,s,b,e,\mu,\tau\}}$
1	Mischungsparameter:	μ

[1] Außer der Einschränkung daß nur reelle Parameter zugelassen sind wurde noch angenommen, daß es keine Mischung zwischen den Sfermion-Generationen gibt.

[2] Die Neutrinos sind als masselos angenommen.

[3] Die $M_{\{\tilde{Q},\dots\}}$ und die A-Parameter sind i.a. komplexe (3×3)-Matrizen: $\mathbf{M}^2_{\tilde{\mathbf{Q}}}$, $\mathbf{M}^2_{\tilde{\mathbf{U}}}$, $\mathbf{M}^2_{\tilde{\mathbf{D}}}$, $\mathbf{M}^2_{\tilde{\mathbf{L}}}$, $\mathbf{M}^2_{\tilde{\mathbf{E}}}$, $\mathbf{A_U}$, $\mathbf{A_D}$ und $\mathbf{A_L}$. Die allgemeinste Version des MSSM besitzt noch weitere komplexe Parameter was schließlich 124 reelle Parameter ergibt!

Um die Anzahl der Parameter zu verringern, wurden in dieser Arbeit (wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt) die SUSY-GUT Relationen (4.54) und (4.56) benutzt, und die CKM-Matrix näherungsweise als Einheitsmatrix betrachtet. Außerdem wurde die Anzahl der Brechungsparameter durch Gleichung (4.23) und (4.24) verringert. Damit ergeben sich für diese Arbeit die folgenden Input-Werte:

6	Quarkmassen:	m_u, m_d, m_c, m_s, m_t, m_b
3	Leptonmassen:	m_e, m_μ, m_τ
2	Eichbosonmassen:	M_Z, M_W
2	Kopplungskonstanten:	$\alpha_{\rm em}$, α_s
1	Higgs-Boson-Masse:	M_{A^0}
1	Quotient der VEV's:	$\tan\beta$
4	Brechungsparameter:	M_S, M_2, A_u, A_d
1	Mischungsparameter:	μ

4.5 Renormierung des Eich-, Fermion- und Higgs-Sektors

4.5.1 Prinzipielles Verfahren

In dieser Arbeit wird mit der 't Hooft-Feynman-Eichung ($\xi^Z = \xi^W = \xi^\gamma = 1$ in den Gleichungen (2.35)) eine renormierbare Eichung gewählt. Die unphysikalischen Felder (Goldstone-Bosonen) G^0 und $G^\pm$ treten in dieser Eichung mit den Massen

$$m_{G^0} = M_Z \qquad ; \qquad m_{G^\pm} = M_W \tag{4.57}$$

in den Feynman-Regeln auf [14]. Die weiteren Aussagen dieses Abschnitts sind unabhängig von der gewählten Eichung.

Ein Problem bei der Berechnung von Strahlungskorrekturen liegt darin, daß durch Integration über innere Schleifen-Impulse divergente Ausdrücke auftreten. Diese Divergenzen lassen sich mit Hilfe der dimensionalen Regularisierung parametrisieren. Sie werden beseitigt, indem man die Parameter und Felder der Lagrange-Dichte renormiert. Hierdurch werden die ursprünglichen Parameter und Felder der Lagrange-Dichte zu renormierten Parametern und Feldern, deren Counterterme wiederum Divergenzen liefern. Diese müssen zu den 1-Schleifen-Beiträgen addiert werden, wodurch ein insgesamt endliches Ergebnis entsteht.

Die Berechnung von Strahlungskorrekturen für den Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ erfordert eine Renormierung der Massen und Kopplungen, welche für den Eich-, Fermion- und Higgs-Sektor durchgeführt wurden. Die Renormierung wurde direkt von [42] übernommen, wo sie im Detail nachgelesen werden kann.

Die freien Parameter und Felder der Lagrange-Dichte werden multiplikativ mit Renormierungskonstanten Z_i versehen:

$$\begin{aligned} g &\to Z_g g \\ \phi &\to Z_\phi^{1/2}\phi\,. \end{aligned}$$

Die Feldrenormierung (Wellenfunktionsrenormierung) ermöglicht es, endliche Greensche Funktionen zu erhalten. Die hieraus gewonnenen S-Matrix Elemente sind identisch mit den S-Matrix

Elementen, welche ohne zusätzliche Feldrenormierung berechnet werden. Die in [42] durchgeführte Renormierung erhält die Eichsymmetrie der renormierten Greenschen Funktionen. Für einige Felder ist eine endliche Wellenfunktionsrenormierung erforderlich, da nicht für alle Propagatoren das Residuum als 1 gewählt werden kann.

Die multiplikativen Renormierungskonstanten werden entwickelt (δZ_i ist von 1-Schleifen-Ordnung)

$$Z_i = 1 + \delta Z_i \ , \tag{4.58}$$

so daß die Lagrange-Dichte sich in eine renormierte Lagrange-Dichte und eine Counterterm-Lagrange-Dichte aufspaltet:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(Z_\phi^{1/2}\phi, Z_g g) = \mathcal{L}(\phi, g) + \delta\mathcal{L}(\phi, g, \delta Z_\phi \phi, \delta g) \ . \tag{4.59}$$

Aus der Counterterm-Lagrange-Dichte $\delta\mathcal{L}$ werden die Counterterm-Feynman-Diagramme bestimmt, welche den benötigten divergenten Anteil liefern.

Zusätzlich zum SM (vgl. [43]) werden folgende Parameter und Felder renormiert:

$$\begin{aligned}
H_i &\rightarrow Z_{H_i}^{1/2} H_i \\
v_i &\rightarrow Z_{H_i}^{1/2} (v_i - \delta v_i) \\
m_i^2 &\rightarrow Z_{H_i}^{-1} (m_i^2 + \delta m_i^2) \\
m_{12}^2 &\rightarrow Z_{H_1}^{-1/2} Z_{H_2}^{-1/2} (m_{12}^2 + \delta m_{12}^2) \ .
\end{aligned} \tag{4.60}$$

Das Renormierungsschema legt die Renormierungskonstanten fest und stellt einen Zusammenhang zwischen den physikalischen Größen und den freien Parametern der Theorie her. Es wurde das Massenschalen-Renormierungsschema (On-Shell-Renormierungsschema) des MSSM gewählt, welches eine direkte Erweiterung des SM-Massenschalen-Renormierungsschemas darstellt. Dieses setzt, soweit wie möglich, die Residuen der Propagatoren auf 1.

4.5.2 BRS-Invarianz und Ward-Identitäten

Die Eichfixierungsterme in Gleichung (2.38) brechen die Eichinvarianz der Lagrange-Funktion. Unter den BRS-Transformationen [44] bleibt die Lagrange-Funktion ungeändert. Die Transformation lautet

$$\delta\Theta^A(x) = \eta^A(x)\,\delta\bar{\lambda} \ , \tag{4.61}$$

wobei $\eta^A(x)$ die Faddeev-Popov-Geistfelder und $\bar{\lambda}$ eine antikommutierende Konstante ist.

Die Greenschen Funktionen können aus der Pfadintegraldarstellung des erzeugenden Funktionals berechnet werden. BRS-Invarianz der Lagrange-Funktion und des Pfadintegrals führt zu Relationen zwischen Greenschen Funktionen. In der Notation für Greensche Funktionen

$$\langle X \rangle = \langle 0|T\,X|0\rangle = \langle 0|T\,\phi(x_1)\phi(x_2)\cdots\phi(x_n)|0\rangle \ , \tag{4.62}$$

wobei $\phi(x)$ ein Eich-, Fermion-, Skalar-, oder Geistfeld beschreibt, läßt sich die Ward-Slavnov-Taylor-Identität [19] als

$$\langle \delta_\lambda X \rangle = 0 \tag{4.63}$$

schreiben, wobei

$$\delta_\lambda = \delta\bar{\lambda}\,\frac{\delta}{\delta\bar{\lambda}} \tag{4.64}$$

bezeichnet und linear auf die Felder in X wirkt. Zusammen mit den Transformationsregeln der Faddeev-Popov-Geist-Felder

$$\begin{aligned} \delta_\lambda \eta^A(x) &= -\left[\frac{\delta F_A}{\delta \Theta_B(x)}\right]^{-1} \delta_\lambda \left[\frac{\delta F_B}{\delta \Theta_C(x)}\right] \eta^C(x) = -\frac{1}{2} f_{ABC}\, \eta^B(x)\, \eta^C(x)\, \delta\bar{\lambda} \\ \delta_\lambda \bar{\eta}^A(x) &= F_A\, \delta\bar{\lambda}\ , \end{aligned} \tag{4.65}$$

läßt sich die Transformation auf Greensche Funktionen mit dem Faddeev-Popov-Geist $\bar{\eta}^A(x)$ und einem Feldoperator anwenden.

Im Zusammenhang mit den Renormierungsbedingungen für das A^0-Higgs-Boson ist von besonderem Interesse

$$\langle \delta_\lambda(\bar{\eta}^A A^0)\rangle = \langle(\delta_\lambda \bar{\eta}^A) A^0\rangle + \langle \bar{\eta}^A(\delta_\lambda A^0)\rangle = \langle F_A A^0\rangle = 0\ . \tag{4.66}$$

In der 't Hooft-Feynman-Eichung gilt für $A = Z$ somit die Identität (s. Gleichung (2.35)):

$$\langle \partial^\mu Z_\mu\, A^0 - M_Z\, G^0\, A^0\rangle = 0\ . \tag{4.67}$$

Im Impulsraum wird die Relation geschrieben als

$$p^\mu\, \Delta_\mu^{A^0 Z}(p^2) - M_Z\, \Delta^{A^0 G^0}(p^2) = 0\ , \tag{4.68}$$

wobei die Mischungspropagatoren $\Delta_\mu^{A^0 Z}(p^2)$ und $\Delta^{A^0 G^0}(p^2)$ in Gleichung (4.72) definiert sind.

4.5.3 Renormierungsbedingungen

Da physikalische Observablen unabhängig von den Renormierungskonstanten sein müssen, sollten auch die Renormierungsbedingungen keinen Einfluß auf das Ergebnis der Rechnung haben. Da es sich hier jedoch um eine Störungsrechnung in endlicher Ordnung handelt, führen die Renormierungsbedingungen zu unterschieden in den höheren Ordnungen.

Die Renormierungsbedingungen teilen sich auf in Massenschalenbedingungen (On-Shell-Bedingungen) für die Selbstenergien und in eine Ladungsrenormierung (QED-artige Bedingungen) [43].

Die Massenquadrate M_Z^2, M_W^2, $M_{A^0}^2$, m_f^2 werden durch die Realteile der Pole der renormierten Propagatoren festgelegt. Die Selbstenergien $\Sigma^{\{VV,\gamma Z\}}$ ($V \in \{\gamma, Z, W\}$) sind durch die transversalen Komponenten der Vektorboson-Propagatoren Δ^{VV} und $\Delta^{\gamma Z}$ gegeben, gemäß

$$\begin{aligned} \Delta_{\mu\nu}^{VV}(p) &= -i g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{p^2 - M_V^2} - \frac{1}{p^2 - M_V^2}\,\Sigma^{VV}(p^2)\,\frac{1}{p^2 - M_V^2}\right) \\ \Delta_{\mu\nu}^{\gamma Z}(p) &= i g_{\mu\nu}\, \frac{1}{p^2 - M_Z^2}\, \Sigma^{\gamma Z}(p^2)\, \frac{1}{p^2}\ . \end{aligned} \tag{4.69}$$

Die skalaren Boson-Selbstenergien Σ^S ($S \in \{h^0, H^0, A^0, H^\pm, G^0, G^\pm\}$) sind mit den skalaren Boson-Propagatoren Δ^S verknüpft durch

$$\Delta^S(p) = i\left(\frac{1}{p^2 - M_S^2} - \frac{1}{p^2 - M_S^2}\,\Sigma^S(p^2)\,\frac{1}{p^2 - M_S^2}\right)\ . \tag{4.70}$$

Die Fermion-Selbstenergien $\Sigma^f(p)$ stehen analog mit den Fermion-Propagatoren $S_F^f(p)$ in Beziehung

$$S_F^f(p) = \frac{i}{\not p - m_f} - \frac{i}{\not p - m_f}\,\Sigma^f(p)\,\frac{1}{\not p - m_f}\ . \tag{4.71}$$

Die A^0-Z und A^0-G^0 Mischungen Σ^{A^0Z}, $\Sigma^{A^0G^0}$ sind durch die Mischungspropagatoren $\Delta_\mu^{A^0Z}(p^2)$, $\Delta^{A^0G^0}(p^2)$ definiert:

$$\begin{aligned}\Delta_\mu^{A^0Z}(p^2) &= \frac{i\,p_\mu}{p^2 - M_{A^0}^2}\,\Sigma^{A^0Z}(p^2)\,\frac{1}{p^2 - M_Z^2}\\ \Delta^{A^0G^0}(p^2) &= \frac{i}{p^2 - M_{A^0}^2}\,\Sigma^{A^0G^0}(p^2)\,\frac{1}{p^2 - M_Z^2}\ .\end{aligned} \tag{4.72}$$

Renormierte Größen werden im folgenden mit $\hat{\Sigma}$ gekennzeichnet. Die renormierten Selbstenergien, die zur Festlegung der Renormierungskonstanten dienen, lauten:

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}^{ZZ}(p^2) &= \Sigma^{ZZ}(p^2) - \delta M_Z^2 + \delta Z_2^Z(p^2 - M_Z^2)\\ \hat{\Sigma}^{WW}(p^2) &= \Sigma^{WW}(p^2) - \delta M_W^2 + \delta Z_2^W(p^2 - M_W^2)\\ \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2) &= \Sigma^{\gamma\gamma}(p^2) + p^2\delta Z_2^\gamma\\ \hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2) &= \Sigma^{\gamma Z}(p^2) + M_Z^2\frac{c_w}{s_w}(\delta Z_1^\gamma - \delta Z_2^\gamma) - p^2\frac{c_w s_w}{c_w^2 - s_w^2}(\delta Z_2^Z - \delta Z_2^\gamma)\\ \hat{\Sigma}^{A^0}(p^2) &= \Sigma^{A^0}(p^2) - \delta M_{A^0}^2 + p^2(\sin^2\beta\,\delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\,\delta Z_{H_2})\\ \hat{\Sigma}^{A^0Z}(p^2) &= \Sigma^{A^0Z}(p^2) + M_Z\sin\beta\,\cos\beta\,(\delta Z_{H_1} - \delta Z_{H_2})\\ \hat{\Sigma}^{A^0G^0}(p^2) &= \frac{p^2}{M_Z}\,\hat{\Sigma}^{A^0Z}(p^2)\ .\end{aligned} \tag{4.73}$$

Die letzte Gleichung ergibt sich sofort aus den Gleichungen (4.68) und (4.72). Die Massen-Counterterme δM_Z^2, δM_W^2, $\delta M_{A^0}^2$ sind in den Gleichungen (4.100) durch die fundamentalen Renormierungskonstanten definiert. Sie können so interpretiert werden, daß gemäß

$$\begin{aligned}M_Z^2 &\to M_Z^2 + \delta M_Z^2\\ M_W^2 &\to M_W^2 + \delta M_W^2\\ M_{A^0}^2 &\to M_{A^0}^2 + \delta M_{A^0}^2\ ,\end{aligned} \tag{4.74}$$

die unrenormierten Massen durch die renormierten Massen und einen Massen-Counterterm zu ersetzen sind. Die renormierte Fermion-Selbstenergie wird in der Vektor-/Axialvektordarstellung bzw. rechts-/linkshändigen Darstellung wie folgt geschrieben

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}^f(p) &= \not p\left(\Sigma_V^f(p^2) + \delta Z_V^f\right) + \not p\gamma_5\left(\Sigma_A^f(p^2) - \delta Z_A^f\right) + m_f\left(\Sigma_S^f(p^2) - \delta Z_V^f - \frac{\delta m_f}{m_f}\right)\\ &= \not p\omega^-\left(\Sigma_L^f(p^2) + \delta Z_L^f\right) + \not p\omega^+\left(\Sigma_R^f(p^2) + \delta Z_R^f\right)\\ &\quad + m_f\left(\Sigma_S^f(p^2) - \frac{\delta Z_L^f + \delta Z_R^f}{2} - \frac{\delta m_f}{m_f}\right)\ .\end{aligned} \tag{4.75}$$

Der Zusammenhang zwischen der V/A-Darstellung und der L/R-Darstellung ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \delta Z_V^f &= \frac{1}{2}(\delta Z_L^f + \delta Z_R^f) \\ \delta Z_A^f &= \frac{1}{2}(\delta Z_L^f - \delta Z_R^f) \\ \Sigma_V &= \frac{1}{2}(\Sigma_R + \Sigma_L) \\ \Sigma_A &= \frac{1}{2}(\Sigma_R - \Sigma_L)\ . \end{aligned} \tag{4.76}$$

On-Shell-Bedingungen

Betrachtet man die korrigierten Propagatoren der Fermionen

$$\frac{i}{\not p - m_f + \hat{\Sigma}^f(p)}\ , \tag{4.77}$$

so sieht man, daß durch eine Bedingung

$$\Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^f(\not p = m_f) = 0 \tag{4.78}$$

die Größe m_f mit der Lage des Pols des Propagators, d.h. mit der physikalischen Masse identifiziert werden kann, wie es auch beim Born-Niveau-Propagator der Fall ist. Für das Photon ist die entsprechende Bedingung

$$\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(0) = \Sigma^{\gamma\gamma}(0) = 0 \tag{4.79}$$

automatisch erfüllt, so daß man noch die Möglichkeit hat, für die verbleibenden Vektorbosonen solche Bedingungen aufzustellen. Für das W-Boson lautet sie

$$\Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^{WW}(M_W^2) = 0\ . \tag{4.80}$$

Für das Z-Boson muß wegen der nichtverschwindenden γ-Z-Mischung auf 1-Schleifen-Niveau zuerst die (γ, Z)-Propagatormatrix betrachtet werden.

Wie in [45] gezeigt, läßt sie sich nach Aufsummieren aller 1-Teilchen-irreduziblen Zweipunktfunktionen schreiben als

$$\mathbf{\Delta}_{\mu\nu} = -ig_{\mu\nu} \begin{pmatrix} \Delta^{\gamma\gamma} & \Delta^{\gamma Z} \\ \Delta^{\gamma Z} & \Delta^{ZZ} \end{pmatrix}\ , \tag{4.81}$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta^{\gamma\gamma}(p^2) &= \frac{1}{p^2 + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2) - \dfrac{[\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2)]^2}{p^2 - M_Z^2 + \hat{\Sigma}^{ZZ}(p^2)}} \\ \Delta^{ZZ}(p^2) &= \frac{1}{p^2 - M_Z^2 + \hat{\Sigma}^{ZZ}(p^2) - \dfrac{[\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2)]^2}{p^2 + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)}} \\ \Delta^{\gamma Z}(p^2) &= -\frac{\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2)}{[p^2 + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)][p^2 - M_Z^2 + \hat{\Sigma}^{ZZ}(p^2)] - [\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2)]^2}\ , \end{aligned} \tag{4.82}$$

und die ON-SHELL-Renormierungsbedingung für das ungeladene Vektorboson lautet dann

$$\Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}^{Z}(M_Z^2)=0 \qquad \text{mit} \qquad \hat{\Sigma}^{Z}(p^2)=\hat{\Sigma}^{ZZ}(p^2)-\frac{[\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2)]^2}{p^2+\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)}\;. \tag{4.83}$$

Da in dieser Arbeit jedoch nur $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{em}})$ berücksichtigt werden, vereinfachen sich die Gleichungen (4.82) zu

$$\begin{aligned}
\Delta^{\gamma\gamma}(p^2) &= \frac{1}{p^2+\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)}\\
\Delta^{ZZ}(p^2) &= \frac{1}{p^2-M_Z^2+\hat{\Sigma}^{ZZ}(p^2)}\\
\Delta^{\gamma Z}(p^2) &= -\frac{1}{p^2}\,\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(p^2)\,\frac{1}{p^2-M_Z^2}
\end{aligned} \tag{4.84}$$

und Gleichung (4.83) wird dann zu

$$\Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}^{ZZ}(M_Z^2)=0\;. \tag{4.85}$$

Eine weitere Gruppe von Renormierungsbedingungen läßt die Elektron-Photon-Wechselwirkung in die der QED übergehen.

QED-artige Bedingungen

Die QED-artigen Renormierungsbedingungen sind

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(0) &= 0\\
\left.\frac{\partial\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)}{\partial p^2}\right|_{p^2=0} &= 0\;.
\end{aligned} \tag{4.86}$$

Die letztere sorgt dafür, daß der Photonpropagator für ON-SHELL-Photonen ein Residuum von 1 hat, was man erkennen kann, wenn man den korrigierten Photon-Propagator nach kleinen Selbstenergien entwickelt:

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2+\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)}\approx -ig_{\mu\nu}\left(\frac{1}{p^2}-\frac{1}{p^2}\,\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)\,\frac{1}{p^2}\right)\;. \tag{4.87}$$

Schließlich soll auch noch die Kopplung des Photons an das Elektron in die QED-Kopplung übergehen. Die Bedingung hierfür lautet (vgl. [43]):

$$\hat{\Gamma}_{\mu}^{\gamma ee}(p^2=0,\not{k}=\not{q}=m_e)=ie\gamma_\mu\;. \tag{4.88}$$

Im ON-SHELL-Renormierungsschema kann man noch ein Residuum von 1 für die Fermionen fordern falls nicht gleichzeitig u- und d-artige Fermionen auftreten. (Wenn aber u- und d-artige Fermionen gleichzeitig auftreten, kann dies nur noch für eine der beiden Teilchensorten, üblicherweise den d-artigen, gefordert werden [43].)

$$\Re\mathrm{e}\lim_{\not{p}\to m_f}\frac{1}{\not{p}-m_f}\,\hat{\Sigma}^{f}(p)\,u_f(p)=0\;, \tag{4.89}$$

Die Renormierungsbedingungen werden, zur besseren Übersicht, noch einmal zusammengefaßt:

Die Massenschalenbedingungen, welche die physikalischen Massen M_Z, M_W, M_{A^0}, m_f definieren, lauten:

$$\begin{aligned} \Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^{ZZ}(M_Z^2) &= 0 \\ \Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^{WW}(M_W^2) &= 0 \\ \Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^{A^0}(M_{A^0}^2) &= 0 \\ \Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^{f}(\not{p} = m_f) &= 0\ . \end{aligned} \tag{4.90}$$

Die Renormierungsbedingungen an die Residuen lauten:

$$\begin{aligned} \left.\frac{\partial \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(p^2)}{\partial p^2}\right|_{p^2=0} &= 0 \\ \hat{\Sigma}^{\gamma Z}(0) &= 0 \\ \Re\mathrm{e} \lim_{\not{p}\to m_f} \frac{1}{\not{p} - m_f}\, \hat{\Sigma}^{f}(p)\, u_f(p) &= 0\ . \end{aligned} \tag{4.91}$$

Für die letzte Bedingung ist zu beachten, daß sie nur für u-artige oder d-artige Fermionen gefordert werden kann, aber nicht gleichzeitig für u- und d-artige Fermionen.

Die Ladungsrenormierungsbedingung für den renormierten Photon-Elektron-Elektron-Vertex, die e im Thomson-Limes definiert, lautet:

$$\hat{\Gamma}_{\mu}^{\gamma ee}(p^2 = 0, \not{k} = \not{q} = m_e) = ie\gamma_\mu\ . \tag{4.92}$$

Das Residuum des A^0-Propagators wird als 1 gewählt:

$$\Re\mathrm{e} \left.\frac{\partial \hat{\Sigma}^{A^0}(p^2)}{\partial p^2}\right|_{p^2=M_{A^0}^2} = 0\ . \tag{4.93}$$

Die Tadpol-Bedingungen lauten:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{h^0} &= T_{h^0} + \delta T_{h^0} = 0 \\ \hat{T}_{H^0} &= T_{H^0} + \delta T_{H^0} = 0\ . \end{aligned} \tag{4.94}$$

Dabei bestehen die renormierten Tadpole aus der Summe der Tadpole-Diagramme T_{h^0,H^0} (die für T_{h^0} und T_{H^0} benötigten Diagramme sind in [42] aufgeführt) und dem jeweiligen Tadpol-Counterterm $\delta T_{h^0,H^0}$. Strahlungskorrekturen zum Higgs-Potential verändern die Vakuumerwartungswerte v_i in der niedrigsten Ordnung der Störungstheorie. Die Einführung der Tadpol-Counterterme und der Tadpol-Bedingungen (4.94) kompensieren gerade die in den Higgs-Feldern linearen Diagramme, so daß die Vakuumerwartungswerte v_i des Potentials unverändert bleiben. Als Konsequenz der Tadpol-Bedingungen brauchen in den Selbstenergien keine Tadpol-Diagramme betrachtet werden.

Der renormierte Quotient der Vakuumerwartungswerte lautet

$$\tan\beta := \frac{v_2}{v_1} \ \to\ \tan\beta + \delta\tan\beta\ , \tag{4.95}$$

mit

$$\delta \tan\beta = \left(\frac{\delta v_1}{v_1} - \frac{\delta v_2}{v_2} + \frac{\delta Z_{H_2}}{2} - \frac{\delta Z_{H_1}}{2}\right) \tan\beta \ . \tag{4.96}$$

Man kann nun noch die Bedingung stellen (vgl. [42]), daß

$$\frac{\delta v_1}{v_1} - \frac{\delta v_2}{v_2} = 0 \tag{4.97}$$

ist. Deshalb wird im folgenden

$$\frac{\delta v}{v} := \frac{\delta v_1}{v_1} = \frac{\delta v_2}{v_2} \tag{4.98}$$

gesetzt.

Die letzte noch freie Bedingung läßt die A^0-Z^0-Mischung auf der A^0-Massenschale verschwinden:

$$\Re\mathrm{e}\, \hat{\Sigma}^{A^0 Z}(M^2_{A^0}) = 0 \ . \tag{4.99}$$

Mit Hilfe dieser Renormierungsbedingungen lassen sich sämtliche Renormierungskonstanten durch Selbstenergien ausdrücken. Insbesondere liegen damit die Pole aller Higgs-Boson-Propagatoren bereits fest.

4.5.4 Renormierungskonstanten

Die Massen-Counterterme der Bosonen $W^\pm$, Z^0, A^0 folgen aus den Renormierungsbedingungen (4.90):

$$\begin{aligned}
\Re\mathrm{e}\, \Sigma^{ZZ}(M_Z^2) &= \delta M_Z^2 \\
&= M_Z^2 \left[2\,\delta Z_1^Z - 3\,\delta Z_2^Z + \cos^2\beta\ \delta Z_{H_1} + \sin^2\beta\ \delta Z_{H_2} - 2\frac{\delta v}{v}\right] \\
\Re\mathrm{e}\, \Sigma^{WW}(M_W^2) &= \delta M_W^2 \\
&= M_W^2 \Bigg[-\frac{c_w^2}{c_w^2 - s_w^2}(3\,\delta Z_2^Z - 2\,\delta Z_1^Z) + \frac{s_w^2}{c_w^2 - s_w^2}(3\,\delta Z_2^\gamma - 2\,\delta Z_1^\gamma) \\
&\qquad + \cos^2\beta\ \delta Z_{H_1} + \sin^2\beta\ \delta Z_{H_2} - 2\frac{\delta v}{v}\Bigg] \\
\Re\mathrm{e}\, \Sigma^{A^0}(M_{A^0}^2) &= \delta M_{A^0}^2 - M_{A^0}^2(\sin^2\beta\ \delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\ \delta Z_{H_1}) \ .
\end{aligned} \tag{4.100}$$

Die Renormierungskonstanten und der Massen-Counterterm $\delta M^2_{A^0}$ werden nachfolgend angegeben. Die Vertex- und Feldrenormierungskonstanten des Photons und des Z-Bosons ergeben sich ohne formale Unterschiede zum SM:

$$\begin{aligned}
\delta Z_1^\gamma &= -\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - \frac{s_w}{c_w}\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \\
\delta Z_2^\gamma &= -\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) \equiv -\frac{\partial \Sigma^{\gamma\gamma}(p^2)}{\partial p^2}\Bigg|_{p^2=0} \\
\delta Z_1^Z &= -\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - \frac{3c_w^2 - 2s_w^2}{s_w c_w}\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w^2}\,\Re\mathrm{e}\left(\frac{\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\right)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\delta Z_2^Z &= -\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - \frac{2c_w^2 - 2s_w^2}{s_w c_w}\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w^2}\,\Re\mathrm{e}\left(\frac{\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\right) \\
\frac{\delta v}{v} &= -\frac{1}{2}\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma'^{A^0}(M_{A^0}^2) + \frac{\tan\beta\ - \cot\beta}{2M_Z}\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma^{A^0 Z}(M_{A^0}^2) + \frac{\Sigma'^{\gamma\gamma}(0)}{2} - \frac{s_w}{c_w}\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \\
&\quad -\frac{1}{2}\,\Re\mathrm{e}\left(\frac{c_w^2}{s_w^2}\frac{\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w^2}\frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\right) \\
\delta M_{A^0}^2 &= \sin^2\beta\,\delta m_1^2 + \cos^2\beta\,\delta m_2^2 - \sin 2\beta\,\delta m_{12}^2 \\
&\quad -\frac{M_Z^2}{2}\cos^2 2\beta\,(2\delta Z_1^Z - 3\delta Z_2^Z - 2\frac{\delta v}{v} + \delta Z_{H_1} + \delta Z_{H_2})\ .
\end{aligned}
\tag{4.101}
$$

Die Renormierungskonstanten δm_1^2, δm_2^2 und δm_{12}^2 sind in [42] angegeben. Die Renormierungskonstanten der Higgs-Felder δZ_{H_i} ergeben sich aus Gleichung (4.93) und (4.99) zu

$$
\begin{aligned}
\delta Z_{H_1} &= -\Re\mathrm{e}\,\Sigma'^{A^0}(M_{A^0}^2) - \frac{\cot\beta}{M_Z}\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma^{A^0 Z}(M_{A^0}^2) \\
\delta Z_{H_2} &= -\Re\mathrm{e}\,\Sigma'^{A^0}(M_{A^0}^2) + \frac{\tan\beta}{M_Z}\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma^{A^0 Z}(M_{A^0}^2)\ .
\end{aligned}
\tag{4.102}
$$

Im SM stellt die zweite Gleichung mit $\tan\beta\ = 0$ und $A^0 \to H^0$ die Higgs-Feldrenormierung dar.

Die zu $\Sigma^{\{\gamma,Z,W,\gamma Z\}}$ beitragenden Diagramme sind im Anhang C zu finden und die zu $\Sigma^{A^0,A^0 Z}$ beitragenden Diagramme sind in [42] explizit angegeben. Die Tadpol-Diagramme T_{h^0,H^0} werden durch die Tadpol-Counterterme $\delta T_{h^0,H^0}$ kompensiert (vgl. [42])

$$
\delta T_{h^0} = -T_{h^0} \qquad ; \qquad \delta T_{H^0} = -T_{H^0}\ . \tag{4.103}
$$

Eine Massenschalen-Renormierung des MSSM-Higgs-Sektors wurde auch in [46] durchgeführt. Sie unterscheidet sich von der hier gezeigten dadurch, daß andere Bedingungen an die Vakuumerwartungswerte gestellt werden und dafür die A^0-Z^0-Mischung auf der A^0-Massenschale nicht verschwindet.

Der Massen-Counterterm des Fermions und die Fermion-Feldrenormierungskonstanten ergeben sich aus den Gleichungen (4.90) und (4.91) zu

$$
\begin{aligned}
\Re\mathrm{e}\,\Sigma^f(m_f) &= \delta m_f + m_f\delta Z_V^f - \not{p}(\delta Z_V^f - \gamma_5\delta Z_A^f)|_{\not{p}=m_f} \\
\frac{\delta m_f}{m_f} &= \Re\mathrm{e}\,\Sigma_V^f(m_f^2) + \Re\mathrm{e}\,\Sigma_S^f(m_f^2) \\
\delta Z_V^f &= -\Re\mathrm{e}\,\Sigma_V^f(m_f^2) - 2m_f^2\,\Re\mathrm{e}\left[\Sigma_V'^f(m_f^2) + \Sigma_S'^f(m_f^2)\right] \\
\delta Z_A^f &= \Re\mathrm{e}\,\Sigma_A^f(m_f^2)\ ,
\end{aligned}
\tag{4.104}
$$

wobei die Zerlegung der Fermion-Selbstenergie in einen Vektor-/Axialvektoranteil bzw. links-/rechtshändigen und skalaren Anteil benutzt wird

$$
\begin{aligned}
\Sigma^f(p) &= \not{p}\Sigma_V^f(p^2) + \not{p}\gamma_5\Sigma_A^f(p^2) + m_f\Sigma_S^f(p^2) \\
&= \not{p}\omega^-\Sigma_L^f(p^2) + \not{p}\omega^+\Sigma_R^f(p^2) + m_f\Sigma_S^f(p^2)
\end{aligned}
\tag{4.105}
$$

mit den invarianten Funktionen $\Sigma^f_{\{V,A,L,R,S\}}$. Der Zusammenhang zwischen der L/R- und der V/A-Darstellung ist in den Gleichungen (4.76) gegeben.

4.6 Massenrenormierung der MSSM-Higgs-Bosonen

Der Higgs-Sektor des MSSM läßt sich geeignet durch M_{A^0} und $\tan\beta$ parametrisieren. Damit sind die Massen der Higgs-Bosonen gemäß den Gleichungen (4.15) auf dem Born-Niveau festgelegt, so daß z.B. gilt:

$$m_{h^0} < M_{A^0} \; .$$

Durch Quantenkorrekturen können sowohl die Massen (4.15) als auch die Massenrelationen (4.16) eine deutliche Veränderung erfahren. Dies wurde in [42, 47] auf dem 1-Schleifen-Niveau berechnet. Hier werden nur kurz die für diese Arbeit relevanten Ergebnisse angegeben.

Die Massen der neutralen Higgs-Bosonen sind bestimmt durch die Polstruktur der Propagatoren. Um die Massen auf dem 1-Schleifen-Niveau berechnen zu können, ist es zunächst einmal notwendig, die renormierten Higgs-Selbstenergien und die h^0-H^0-Mischung aufzustellen. Sie setzen sich jeweils aus der unrenormierten Selbstenergie $\Sigma^{h^0}, \Sigma^{H^0}, \Sigma^{H^0h^0}$ und einem Counterterm-Anteil zusammen:

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^{h^0}(p^2) &= \Sigma^{h^0}(p^2) + p^2(\delta Z_{H_1}\sin^2\alpha + \delta Z_{H_2}\cos^2\alpha) - \delta m^2_{h^0} \\
\hat{\Sigma}^{H^0}(p^2) &= \Sigma^{H^0}(p^2) + p^2(\delta Z_{H_1}\cos^2\alpha + \delta Z_{H_2}\sin^2\alpha) - \delta m^2_{H^0} \\
\hat{\Sigma}^{H^0h^0}(p^2) &= \Sigma^{H^0h^0}(p^2) + p^2\sin\alpha\,\cos\alpha\,(\delta Z_{H_2} - \delta Z_{H_1}) - \delta m^2_{H^0h^0} \; .
\end{aligned} \qquad (4.106)$$

Dabei sind $\delta Z_{H_1,H_2}$ durch die Gleichungen (4.102) gegeben. Die Massen-Counterterme ergeben sich aus dem Higgs-Potential-Counterterm und den Gleichungen (4.90) – (4.101) zu

$$\begin{aligned}
\delta m^2_{h^0} &= \cos^2(\beta-\alpha)\,\delta M^2_{A^0} + \frac{g_2\sin^2(\beta-\alpha)\,\cos(\beta-\alpha)}{2M_W}\,T_{H^0} \\
&\quad - \frac{g_2\sin(\beta-\alpha)\,(1+\cos^2(\beta-\alpha)\,)}{2M_W}\,T_{h^0} + \sin^2(\alpha+\beta)\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma^{ZZ}(M_Z^2) \\
&\quad + M_Z^2\sin^2(\alpha+\beta)\,(\sin^2\beta\,\delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\,\delta Z_{H_2}) \\
&\quad - M_Z^2\sin(\alpha+\beta)\,\sin(\beta-\alpha)\,(\delta Z_{H_1} - \delta Z_{H_2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta m^2_{H^0} &= \sin^2(\beta-\alpha)\,\delta M^2_{A^0} + \frac{g_2\cos^2(\beta-\alpha)\,\sin(\beta-\alpha)}{2M_W}\,T_{h^0} \\
&\quad - \frac{g_2\cos(\beta-\alpha)\,(1+\sin^2(\beta-\alpha)\,)}{2M_W}\,T_{H^0} + \cos^2(\alpha+\beta)\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma^{ZZ}(M_Z^2) \\
&\quad + M_Z^2\cos^2(\alpha+\beta)\,(\sin^2\beta\,\delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\,\delta Z_{H_2}) \\
&\quad + M_Z^2\cos(\alpha+\beta)\,\cos(\beta-\alpha)\,(\delta Z_{H_1} - \delta Z_{H_2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta m^2_{H^0h^0} &= -\sin(\beta-\alpha)\,\cos(\beta-\alpha)\,\delta M^2_{A^0} - \frac{g_2\sin^3(\beta-\alpha)}{2M_W}\,T_{H^0} \\
&\quad - \frac{g_2\cos^3(\beta-\alpha)}{2M_W}\,T_{h^0} - \cos(\alpha+\beta)\,\sin(\alpha+\beta)\,\Re\mathrm{e}\,\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)
\end{aligned}$$

$$-M_Z^2 \cos(\alpha+\beta)\ \sin(\alpha+\beta)\ (\sin^2\beta\ \delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\ \delta Z_{H_2})$$
$$-M_Z^2 \sin\alpha\ \cos\alpha\ (\delta Z_{H_1} - \delta Z_{H_2})\ , \tag{4.107}$$

mit

$$\delta M_{A^0}^2 = \Re\mathrm{e}\,\Sigma^{A^0}(M_{A^0}^2) + M_{A^0}^2(\sin^2\beta\ \ \delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\ \ \delta Z_{H_2})\ . \tag{4.108}$$

Die für T_{h^0} und T_{H^0} benötigten Diagramme sind in [42] aufgeführt. In die unrenormierten Selbstenergien Σ^{h^0}, Σ^{H^0}, $\Sigma^{h^0H^0}$ gehen Diagramme ein, die ebenfalls explizit in [42] angegeben sind.

Auf dem Born-Niveau ist die Propagatormatrix der neutralen Higgs-Bosonen diagonal. Durch Quanteneffekte treten Mischungen zwischen leichtem und schwerem Higgs-Boson auf. Damit hat die Inverse der (h^0, H^0)-Propagatormatrix folgende Gestalt:

$$\mathbf{\Delta}^{-1} = -i \begin{pmatrix} p^2 - m_{h^0}^2 + \hat{\Sigma}^{h^0}(p^2) & \hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2) \\ \hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2) & p^2 - m_{H^0}^2 + \hat{\Sigma}^{H^0}(p^2) \end{pmatrix}\ . \tag{4.109}$$

Durch Inversion ergibt sich die 1-Schleifen-Propagatormatrix zu

$$\mathbf{\Delta} = i \begin{pmatrix} \Delta^{h^0} & \Delta^{h^0H^0} \\ \Delta^{h^0H^0} & \Delta^{H^0} \end{pmatrix} \tag{4.110}$$

mit den Elementen

$$\begin{aligned}
\Delta^{h^0}(p) &= \frac{1}{p^2 - m_{h^0}^2 + \hat{\Sigma}^{h^0}(p^2) - \frac{[\hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2)]^2}{p^2 - m_{H^0}^2 + \hat{\Sigma}^{H^0}(p^2)}} \\
\Delta^{H^0}(p) &= \frac{1}{p^2 - m_{H^0}^2 + \hat{\Sigma}^{H^0}(p^2) - \frac{[\hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2)]^2}{p^2 - m_{h^0}^2 + \hat{\Sigma}^{h^0}(p^2)}} \\
\Delta^{h^0H^0}(p) &= \frac{-\hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2)}{[p^2 - m_{h^0}^2 + \hat{\Sigma}^{h^0}(p^2)][p^2 - m_{H^0}^2 + \hat{\Sigma}^{H^0}(p^2)] - [\hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2)]^2}\ .
\end{aligned} \tag{4.111}$$

m_{h^0} und m_{H^0} sind die formalen Parameter aus den Gleichungen (4.15). Die physikalischen 1-Schleifen-Massen sind bestimmt durch die Realteile der Pole von Matrix (4.110). Sie sind Lösung der Gleichung

$$\left[p^2 - m_{h^0}^2 + \hat{\Sigma}^{h^0}(p^2)\right]\left[p^2 - m_{H^0}^2 + \hat{\Sigma}^{H^0}(p^2)\right] - \left[\hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2)\right]^2 = 0\ . \tag{4.112}$$

Nachfolgend werden zur besseren Unterscheidung die physikalischen Higgs-Massen mit $m_{h^0,\mathrm{eff}}$, $m_{H^0,\mathrm{eff}}$ und $m_{H^\pm,\mathrm{eff}}$ bezeichnet. Die vollständigen Ergebnisse dieser Berechnungen sind wiederum ausführlich in [42] nachzulesen, worin auch gezeigt wurde daß $m_{h^0,\mathrm{eff}}$ für kleine $\tan\beta$-Werte nahezu unabhängig von M_{A^0} ist, dies jedoch für große $\tan\beta$-Werte nicht gilt. In allen folgenden Auswertungen beschränkt sich diese Arbeit auf den kinematisch erlaubten Parameterbereich.

m_t^4-Approximation:

Für die Higgs-Massen sind die Dominanten 1-Schleifen-Beiträge die führenden $\propto m_t^4$-Terme [42]. In der einfachsten Näherung (ungemischte links- und rechtshändige Top-Squarks) können die Selbstenergien wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}^{h^0}(p^2) &= -\omega_t \cos^2\alpha \\ \hat{\Sigma}^{H^0}(p^2) &= -\omega_t \sin^2\alpha \\ \hat{\Sigma}^{h^0H^0}(p^2) &= -\omega_t \sin\alpha\, \cos\alpha \ , \end{aligned} \tag{4.113}$$

mit (N_C^f ist der Farbfaktor, s. Gleichung (C.3))

$$\omega_t = \frac{N_C^f\, g_2^2\, m_t^4}{8\,\pi^2\, M_W^2\, \sin^2\beta} \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_L} m_{\tilde{t}_R}}{m_t^2}\right) \ . \tag{4.114}$$

Daher muß die Gleichung (4.15) in folgender Weise abgeändert werden:

$$\begin{aligned} m^2_{H^0,h^0,\mathrm{eff}} &= \frac{1}{2}\,(M^2_{A^0} + M_Z^2 + \omega_t) \pm \left\{ \frac{(M^2_{A^0} + M_Z^2)^2 + {\omega_t}^2}{4} \right. \\ & \left. - M^2_{A^0}\, M_Z^2\, \cos^2 2\beta \, + \frac{\omega_t\, \cos 2\beta}{2}(M^2_{A^0} - M_Z^2) \right\}^{\frac{1}{2}} \ . \end{aligned} \tag{4.115}$$

Eine einfache Näherung für den Mischungswinkel α mit den führenden 1-Schleifen-Termen ω_t erhält man aus der Diagonalisierung der 1-Schleifen-Higgs-Massenmatrix

$$\mathbf{M}_{Higgs} = \frac{\sin 2\beta}{2} \begin{pmatrix} \cot\beta\, M_Z^2 + \tan\beta\, M^2_{A^0} & -M_Z^2 - M^2_{A^0} \\ -M_Z^2 - M^2_{A^0} & \cot\beta\, M^2_{A^0} + \tan\beta\, M_Z^2 + \frac{2}{\sin 2\beta}\omega_t \end{pmatrix} \ . \tag{4.116}$$

Der so erhaltene effektive Mischungswinkel α_{eff} ist gegeben durch

$$\tan(\alpha_{\mathrm{eff}}) = \frac{-(M^2_{A^0} + M_Z^2)\tan\beta}{M_Z^2 + M^2_{A^0}\tan^2\beta\, - (1 + \tan^2\beta\,) m^2_{h^0,\mathrm{eff}}} \ , \tag{4.117}$$

wobei $m_{h^0,\mathrm{eff}}$ die Näherungslösung (4.115) für leichte Higgs-Massen ist.

Für gemischte Top-Squarks ergibt sich [48]:

$$\begin{aligned} \omega_t &= \frac{N_C^f\, g_2^2\, m_t^4}{8\,\pi^2\, M_W^2\, \sin^2\beta} \left[\ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2}\right) + \frac{A_t(A_t - \mu\cot\beta\,)}{m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2}} \ln\frac{m^2_{\tilde{t}_1}}{m^2_{\tilde{t}_2}} \right. \\ & \left. + \frac{A_t^2(A_t - \mu\cot\beta\,)^2}{(m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2})^2} \left(1 - \frac{m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{t}_2}}{m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2}} \ln\frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}\right)\right] \\ \lambda_t &= \frac{N_C^f\, g_2^2\, m_t^4}{8\,\pi^2\, M_W^2\, \sin^2\beta} \left[-\frac{\mu(A_t - \mu\cot\beta\,)}{m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2}} \ln\frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}} \right. \\ & \left. - \frac{\mu\, A_t(A_t - \mu\cot\beta\,)^2}{(m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2})^2} \left(1 - \frac{m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{t}_2}}{m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2}} \ln\frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}\right)\right] \end{aligned}$$

$$\sigma_t = \frac{N_C^f\, g_2^2\, m_t^4}{8\,\pi^2\, M_W^2\, \sin^2\beta}\, \frac{\mu^2 (A_t - \mu \cot\beta\,)^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2} \left(1 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2} \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}\right) . \tag{4.118}$$

Die 1-Schleifen-Higgs-Massenmatrix hat jetzt folgende Gestalt:

$$\mathbf{M}_{Higgs} = \frac{\sin 2\beta}{2} \begin{pmatrix} \cot\beta\, M_Z^2 + \tan\beta\, M_{A^0}^2 & -M_Z^2 - M_{A^0}^2 \\ -M_Z^2 - M_{A^0}^2 & \cot\beta\, M_{A^0}^2 + \tan\beta\, M_Z^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_t & \lambda_t \\ \lambda_t & \omega_t \end{pmatrix} . \tag{4.119}$$

Damit ergibt sich α_{eff} zu

$$\tan(\alpha_{\text{eff}}) = \frac{-(M_{A^0}^2 + M_Z^2)\sin\beta\, \cos\beta\, + \lambda_t}{M_Z^2 \cos^2\beta\, + M_{A^0}^2 \sin^2\beta\, + \sigma_t - m_{h^0,\text{eff}}^2} , \tag{4.120}$$

wobei nun allerdings $m_{H^0,h^0,\text{eff}}$, die Lösung für die schwere bzw. leichte Higgs-Masse, wie folgt geschrieben werden muß:

$$\begin{aligned} m_{H^0,h^0,\text{eff}}^2 \;=\;& \frac{1}{2}(M_{A^0}^2 + M_Z^2 + \omega_t + \sigma_t) \pm \Big\{ \frac{1}{4}\Big[(M_{A^0}^2 + M_Z^2)^2 + (\omega_t - \sigma_t)^2\Big] \\ & - M_{A^0}^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta\, + \frac{1}{2}(\omega_t - \sigma_t)\cos 2\beta\, (M_{A^0}^2 - M_Z^2) \\ & - \lambda_t \sin 2\beta\, (M_{A^0}^2 + M_Z^2) + \lambda_t^2 \Big\}^{\frac{1}{2}} . \end{aligned} \tag{4.121}$$

Für die geladenen Higgs-Bosonen ergeben sich nur kleine Strahlungskorrekturen [49]. Sie werden hier nur der Vollständigkeit halber angegeben

$$\begin{aligned} m_{H^\pm,\text{eff}}^2 \;=\;& M_{A^0}^2 + M_W^2 \\ & + \frac{N_C^f\, g_2^2}{32\pi^2 M_W^2} \left[\frac{2\, m_t^2\, m_b^2}{\sin^2\beta\, \cos^2\beta} - M_W^2 \left(\frac{m_t^2}{\sin^2\beta} + \frac{m_b^2}{\cos^2\beta}\right) + \frac{2}{3} M_W^4\right] \ln \frac{M_{SUSY}^2}{m_t^2} \\ & + \frac{M_W^2}{48\pi^2} \left[\Big\{N_C^f (N_G - 1) + N_G + \frac{1}{2} N_H - 10\Big\} g_2^2 + 15 g_1^2\right] \ln \frac{M_{SUSY}^2}{M_W^2} , \end{aligned} \tag{4.122}$$

wobei in dieser Arbeit $M_{SUSY} = M_S$ gesetzt wird[4] und

$N_C = 3$		*Anzahl der Farben*
$N_G = 3$		*Anzahl der Familien*
$N_H = 2$		*Anzahl der Higgs-Dubletts* .

die Zahlenwerte für das MSSM sind. Dabei ist jedoch zu beachten, daß Gleichung (4.122) streng genommen, nur für $M_{A^0} \sim \mathcal{O}(M_W)$ anwendbar ist, siehe dazu [34, 49].

Da die Strahlungskorrekturen für das h^0-Boson relativ groß werden können, wurden die oben angegebenen Massenformeln (4.115), (4.121) und (4.122) bei der Berechnung des Prozesses $e^+e^- \to f\bar{f}$ durchgehend benutzt.

[4] M_{SUSY} charakterisiert die Skala für die SUSY-Brechung und M_S ist durch Gleichung (4.23) festgelegt.

Kapitel 5

Der Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$

Alle Menschen streben von Natur aus nach Wissen.

Aristoteles

5.1 Bezeichnungen

Der Viererimpuls und die Helizität des Elektrons werden jeweils mit p und κ, die des Positrons mit $\bar{p}$ und $\bar{\kappa}$ bezeichnet. Für das auslaufende Fermion $f \neq e, \nu_e$ werden als entsprechende Bezeichnungen k für den Impuls und η für die Helizität bzw. $\bar{k}$ und $\bar{\eta}$ bei seinem Antiteilchen verwendet. Die Elektronmasse wird im folgenden immer dann vernachlässigt, wenn sie nicht als Argument von Integralen auftritt, in denen dies zu einer Massensingularität führen würde. Das ist gerechtfertigt, da die Elektronmasse viel kleiner als die anderen beteiligten Massen und kinematischen Größen ist. Auch die Verstärkung der Yukawa-Kopplungen im 2HD-Anteil erzwingt nicht, daß die Elektron-Higgs-Kopplungen nun mitgenommen werden müssen, da diese unabhängig von den Winkeln um m_e/m_f kleiner als die an die Fermionen $f \neq e, \nu$ und damit nach wie vor vernachlässigbar sind.

Die Mandelstam-Variablen werden wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned} s &= (p+\bar{p})^2 = (k+\bar{k})^2 \\ t &= (p-k)^2 = (\bar{p}-\bar{k})^2 \\ u &= (p-\bar{k})^2 = (\bar{p}-k)^2 \ . \end{aligned} \tag{5.1}$$

Da die externen Teilchen auf der Massenschale sind, gilt folgender Zusammenhang:

$$s + t + u = 2\,m_f^2 \ . \tag{5.2}$$

Im Schwerpunktsystem lassen sich die Impulse der Teilchen folgendermaßen parametrisieren:

$$\begin{aligned} p &= (E, 0, 0, E) \quad &;\quad \bar{p} &= (E, 0, 0, -E) \\ k &= (E, E\,\beta_f\,\sin\vartheta, 0, E\,\beta_f\,\cos\vartheta) \quad &;\quad \bar{k} &= (E, -E\,\beta_f\,\sin\vartheta, 0, -E\,\beta_f\,\cos\vartheta) \ . \end{aligned} \tag{5.3}$$

Dabei ist $\beta_f = \sqrt{1 - m_f^2/E^2}$ die Geschwindigkeit der auslaufenden Fermionen, ϑ der Streuwinkel zwischen Elektron und Fermion und E die Teilchenenergie im Schwerpunktsystem. Ferner lassen sich im Schwerpunktsystem die Mandelstam-Variablen wie folgt durch E und ϑ ausdrücken:

$$s = (2\,E)^2 \tag{5.4}$$

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4\,s\,m_f^2}\,\cos\vartheta - \frac{s}{2} + m_f^2 \tag{5.5}$$

$$u = -\frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4\,s\,m_f^2}\,\cos\vartheta - \frac{s}{2} + m_f^2\ . \tag{5.6}$$

Im Grenzfall masseloser Elektronen verschwinden die Matrixelemente (5.17a) und (5.17j) für $\bar{\kappa} = \kappa$. Dies erlaubt es die Helizitätsamplituden wie folgt zu schreiben:

$$\mathcal{M}(\kappa, \bar{\kappa}, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta) = \mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)\ . \tag{5.7}$$

Daher läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt nach Summation über alle möglichen Endhelizitäten in der Form

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\kappa, s, \cos\vartheta) = \frac{\sqrt{s(s - 4m_f^2)}}{(8\pi s)^2}\, N_C^f \sum_{\eta,\bar{\eta}} |\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)|^2 \tag{5.8}$$

schreiben, wobei der Farbfaktor N_C^f durch Gleichung (C.3) definiert ist.

Als Observablen werden schließlich folgende Größen definiert:

- Der differentielle Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Elektronen und Positronen $\frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta)$, der sich aus Mittelung über die möglichen Helizitäten aus

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) = \frac{1}{4}\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(+, s, \cos\vartheta) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(-, s, \cos\vartheta)\right] \tag{5.9}$$

  ergibt,

- der totale Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(s) = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) \tag{5.10}$$

- der Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung

$$\sigma^F(s) = \int_{\vartheta < \frac{\pi}{2}} d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) \tag{5.11}$$

- der Wirkungsquerschnitt in Rückwärtsrichtung

$$\sigma^B(s) = \int_{\vartheta > \frac{\pi}{2}} d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(s, \cos\vartheta) \tag{5.12}$$

- die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie (FB-Asymmetrie)

$$A_{FB}(s) = \frac{\sigma^F(s) - \sigma^B(s)}{\sigma^F(s) + \sigma^B(s)} \tag{5.13}$$

- der totale Wirkungsquerschnitt für linkshändige Elektronen

$$\sigma_L(s) = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(-, s, \cos\vartheta) \tag{5.14}$$

- der totale Wirkungsquerschnitt für rechtshändige Elektronen

$$\sigma_R(s) = \int d\Omega\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(+, s, \cos\vartheta) \tag{5.15}$$

- und die Links-Rechts-Asymmetrie (LR-Asymmetrie)

$$A_{LR}(s) = \frac{\sigma_L(s) - \sigma_R(s)}{\sigma_L(s) + \sigma_R(s)}\ . \tag{5.16}$$

5.2 Matrixelemente und Born-Graphen

Folgende 16 Matrixelemente wurden als Basis für die Rechnung gewählt ($\bar\kappa = -\kappa$):

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)\,\gamma^\mu\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta) && (5.17\text{a})\\
\mathcal{M}_2^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)(\not k - \not{\bar k})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)(\not{\bar p} - \not p)\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta) && (5.17\text{b})\\
\mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)(\not k - \not{\bar k})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta) && (5.17\text{c})\\
\mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)(\not{\bar p}\gamma^\mu + \gamma^\mu\not{\bar p})\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta) && (5.17\text{d})\\
\mathcal{M}_5^{\kappa\lambda} &= -\overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\gamma_\mu\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta)\,\overline{u}(k,\eta)\,\gamma^\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{e})\\
\mathcal{M}_6^{\kappa\lambda} &= -\overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\not k\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta)\,\overline{u}(k,\eta)\,\not{\bar k}\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{f})\\
\mathcal{M}_7^{\kappa\lambda} &= -\overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta)\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{g})\\
\mathcal{M}_8^{\kappa\lambda} &= -\overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\not k\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta)\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{h})\\
\mathcal{M}_9^{\kappa\lambda} &= -\overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta)\,\overline{u}(k,\eta)\,\not{\bar k}\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{i})\\
\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(\bar k,\bar\eta)\,\gamma^\mu\,\omega^{-\lambda}\,v(k,\eta) && (5.17\text{j})\\
\mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\gamma_\mu\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar k,\bar\eta)\,\gamma^\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{k})\\
\mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\not{\bar k}\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar k,\bar\eta)\,\not k\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{l})\\
\mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar k,\bar\eta)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{m})\\
\mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\not{\bar k}\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar k,\bar\eta)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{n})\\
\mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar k,\bar\eta)\,\not k\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) && (5.17\text{o})\\
\mathcal{M}_{16}^{\kappa\lambda} &= \overline{v}(\bar p,\bar\kappa)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\lambda\,v(\bar k,\bar\eta)\ . && (5.17\text{p})
\end{aligned}$$

Die $\omega^{\kappa,\lambda}$ ($\kappa, \lambda \in \{+,-\}$) sind die Chiralitätsprojektoren (A.19). Man beachte außerdem, daß $\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} = \mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda}$, was mit Hilfe der Ladungskonjugationsmatrix $C = i\gamma^2\gamma^0$ gezeigt werden kann.

Bei der $f\bar f$-Produktion aus der Elektron-Positron-Vernichtung existieren die beiden Born-Diagramme in Abbildung 5.1. Sie tragen nur zum Matrixelement $\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda}$ (5.17a) bei. Betrachtet

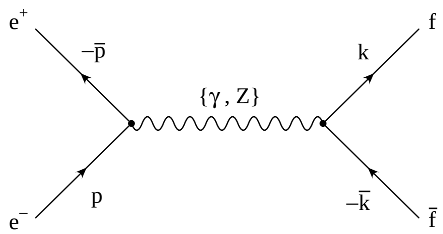


Abbildung 5.1: Die Born-Graphen. Die Pfeilrichtung gibt die Fermion- und Impulsrichtung an.

man nun eine Störungsentwicklung der Helizitätsamplitude $\mathcal{M}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)$ nach dem Entwicklungsparameter $\alpha_{\rm em}=e^2/(4\pi)$, so ergibt sich einschließlich $\mathcal{O}(\alpha_{\rm em})$:

$$\mathcal{M}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)=\mathcal{M}^{(0)}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)+\mathcal{M}^{(1)}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)+\mathcal{O}(\alpha_{\rm em}^2)\ . \tag{5.18}$$

Beim Quadrieren der Helizitätsamplitude entstehen mit $|\mathcal{M}^{(1)}|^2$ Terme, die von der Ordnung $\alpha_{\rm em}^2$ sind und bei einer Rechnung in der Ordnung $\alpha_{\rm em}$ weggelassen werden. Die Strahlungskorrekturen sind daher nur in dem Term

$$2\,\Re\mathrm{e}\left[\sum_{\eta,\bar\eta}\mathcal{M}^{(1)}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)\mathcal{M}^{(0)*}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)\right] \tag{5.19}$$

enthalten. Verwendet man nun die Basis (5.17) zur Zerlegung der Helizitätsamplitude in die Basismatrixelemente und Formfaktoren $L_i^{\kappa\lambda}$ nach

$$\mathcal{M}^{(0)}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)\ =\ \sum_{\lambda}\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda}L_1^{(0)\kappa\lambda} \tag{5.20}$$

$$\mathcal{M}^{(1)}(\kappa,\eta,\bar\eta,s,\cos\vartheta)\ =\ \sum_{i,\lambda}\mathcal{M}_i^{\kappa\lambda}L_i^{(1)\kappa\lambda} \tag{5.21}$$

mit den Born-Formfaktoren (die Kopplungen g_e^κ und g_f^λ sind der letzten Zeile in Tabelle 5.1 zu entnehmen):

$$L_1^{(0)\kappa\lambda}=ie^2\left(\frac{Q_eQ_f}{s}+\frac{g_e^\kappa g_f^\lambda}{s-M_Z^2}\right)\ , \tag{5.22}$$

so erkennt man, daß die Summation über η und $\bar\eta$ ohne Kenntnis der Formfaktoren ausgeführt werden kann, da diese unabhängig von den Helizitäten sind.

Die für den Prozeß auf dem 1-Schleifen-Niveau relevanten vierzehn Terme sind[1]:

$$\sum_{\eta,\bar\eta}\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda}\left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^*\ =\ 4\left\{\delta_{\lambda'}^{\lambda}\left[\delta_\kappa^\lambda(u-m_f^2)^2+\delta_{-\kappa}^{\lambda}(t-m_f^2)^2\right]+\delta_{-\lambda'}^{\lambda}m_f^2s\right\} \tag{5.23a}$$

$$\sum_{\eta,\bar\eta}\mathcal{M}_2^{\kappa\lambda}\left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^*\ =\ 8(ut-m_f^4)\,\delta_{\lambda'}^{\lambda}\left[\delta_\kappa^\lambda(u-m_f^2)-\delta_{-\kappa}^{\lambda}(t-m_f^2)\right] \tag{5.23b}$$

$$\sum_{\eta,\bar\eta}\mathcal{M}_3^{\kappa\lambda}\left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^*\ =\ -4\,m_f\,(ut-m_f^4) \tag{5.23c}$$

---

[1] $\sum_{\eta,\bar\eta}\mathcal{M}_{16}^{\kappa\lambda}\left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^*$ verschwindet wenn die Elektronmasse vernachlässigt wird.

$$\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 4\, m_f\, s \left(\delta^{\lambda}_{\lambda'} - \delta^{\lambda}_{-\lambda'}\right) \left[\delta^{\lambda'}_{\kappa} (u - m_f^2) - \delta^{\lambda'}_{-\kappa}(t - m_f^2)\right] \tag{5.23d}$$

$$\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_5^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 4\, \delta^{\kappa}_{\lambda} \left[\delta^{\lambda'}_{\lambda} (u - m_f^2)^2 + \delta^{\lambda'}_{-\lambda}\, s\, m_f^2\right] \tag{5.23e}$$

$$\begin{aligned}\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_6^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* &= 2\, \delta^{\kappa}_{\lambda} \Big\{ \delta^{\lambda'}_{\lambda} \Big[(u - m_f^2)^2 (s - 2m_f^2) - 2m_f^2 (u - m_f^2)(t - m_f^2) \\ &\quad + s\, m_f^4\Big] + \delta^{\lambda'}_{-\lambda}\, m_f^2 (u - m_f^2)^2 \Big\}\end{aligned} \tag{5.23f}$$

$$\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_7^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = -2\, \delta^{\kappa}_{-\lambda} \left[\delta^{\lambda'}_{\lambda} (m_f^2 - t)^2 + \delta^{\lambda'}_{-\lambda}\, s\, m_f^2\right] \tag{5.23g}$$

$$\begin{aligned}\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_8^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* &= m_f\, \delta^{\kappa}_{\lambda} \Big\{ \delta^{\lambda'}_{\lambda} \left[(u - m_f^2)^2 + s(s - 2m_f^2) - (t - m_f^2)^2\right] \\ &\quad + \delta^{\lambda'}_{-\lambda}\, 2(m_f^2 - t)(m_f^2 - u) \Big\}\end{aligned} \tag{5.23h}$$

$$\begin{aligned}\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_9^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* &= -m_f\, \delta^{\kappa}_{-\lambda} \Big\{ \delta^{\lambda'}_{\lambda}\, 2(m_f^2 - t)(m_f^2 - u) \\ &\quad + \delta^{\lambda'}_{-\lambda} \left[s(s - 2m_f^2) + (u - m_f^2)^2 - (t - m_f^2)^2\right] \Big\}\end{aligned} \tag{5.23i}$$

$$\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda'}\right)^* = -4\, \delta^{\kappa}_{\lambda} \left[\delta^{-\lambda'}_{\lambda} (t - m_f^2)^2 + \delta^{-\lambda'}_{-\lambda}\, s\, m_f^2\right] \tag{5.23j}$$

$$\begin{aligned}\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda'}\right)^* &= -2\, \delta^{\kappa}_{\lambda} \Big\{ \delta^{-\lambda'}_{\lambda} \Big[(t - m_f^2)^2 (s - 2m_f^2) - 2m_f^2 (t - m_f^2)(u - m_f^2) \\ &\quad + s\, m_f^4\Big] + \delta^{-\lambda'}_{-\lambda}\, m_f^2 (t - m_f^2)^2 \Big\}\end{aligned} \tag{5.23k}$$

$$\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda'}\right)^* = 2\, \delta^{\kappa}_{-\lambda} \left[\delta^{-\lambda'}_{\lambda} (m_f^2 - u)^2 + \delta^{-\lambda'}_{-\lambda}\, s\, m_f^2\right] \tag{5.23l}$$

$$\begin{aligned}\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda'}\right)^* &= -m_f\, \delta^{\kappa}_{\lambda} \Big\{ \delta^{-\lambda'}_{\lambda} \left[(t - m_f^2)^2 + s(s - 2m_f^2) - (u - m_f^2)^2\right] \\ &\quad + \delta^{-\lambda'}_{-\lambda}\, 2(m_f^2 - t)(m_f^2 - u) \Big\}\end{aligned} \tag{5.23m}$$

$$\begin{aligned}\sum_{\eta,\bar\eta} \mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda'}\right)^* &= m_f\, \delta^{\kappa}_{-\lambda} \Big\{ \delta^{-\lambda'}_{\lambda}\, 2(m_f^2 - t)(m_f^2 - u) \\ &\quad + \delta^{-\lambda'}_{-\lambda} \left[s(s - 2m_f^2) + (t - m_f^2)^2 - (u - m_f^2)^2\right] \Big\}\,.\end{aligned} \tag{5.23n}$$

5.3 Die Strahlungskorrekturen

Die Strahlungskorrekturen, die zu $\mathcal{M}^{(1)}$ beitragen, lassen sich folgendermaßen unterteilen:

- In virtuelle Korrekturen, die aus den Selbstenergien der ausgetauschten Eichbosonen γ und Z, Korrekturen zum Vertex der einlaufenden (Elektronen) und auslaufenden Fermionen und den Boxdiagrammen bestehen:

$$\mathcal{M}^{(1)} = \mathcal{M}_S + \mathcal{M}_{EV} + \mathcal{M}_{FV} + \mathcal{M}_B \ . \tag{5.24}$$

  Dabei enthalten die Vertexkorrekturen über die Counterterme auch Selbstenergiebeiträge von den Fermion- und W-Propagatoren.

- In reelle weiche und harte Bremsstrahlung aus dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}\gamma$, wobei über den Photon-Phasenraum integriert wird. Der Beitrag der harten Bremsstrahlung ist prinzipiell vom Detektor abhängig und kann durch Monte-Carlo-Methoden simuliert werden.

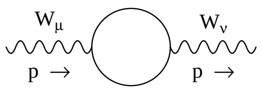
Eine andere Aufteilung besteht in schwache-, QCD- und in QED-Korrekturen. Letztere tragen zu $\mathcal{M}_{EV}$, $\mathcal{M}_{FV}$ und $\mathcal{M}_B$ bei und enthalten die ganze Bremsstrahlung, die die IR-Singularitäten in den virtuellen Korrekturen (auf Grund des masselosen Photons) kompensiert.

In dieser Arbeit werden nur die schwachen und die SUSY-QCD-Korrekturen berechnet. Für eine vollständige Behandlung können die Standard-QCD-Korrekturen aus [51], und die virtuellen QED-Korrekturen, einschließlich der Bremsstrahlung, aus [50] entnommen werden.

5.3.1 Die Selbstenergiekorrekturen

Die einfachsten Beiträge zu den Strahlungskorrekturen stammen von den Selbstenergien, die im folgenden behandelt werden.

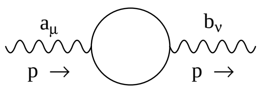
Die Parametrisierung für die unrenormierte 2-Punkt-Vertexfunktion des W-Bosons lautet in der 't Hooft-Feynman-Eichung



$$= \Sigma^{WW}_{\mu\nu}(p)$$

$$= -ig_{\mu\nu}(p^2 - M_W^2) - i\left(g_{\mu\nu} - \tfrac{p_\mu p_\nu}{p^2}\right)\Sigma^{WW}_T(p^2) - i\tfrac{p_\mu p_\nu}{p^2}\Sigma^{WW}_L(p^2) \tag{5.25}$$

und für die neutralen Eichbosonen sei entsprechend:

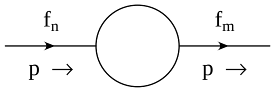


$$= \Sigma^{ab}_{\mu\nu}(p)$$

$$= -ig_{\mu\nu}(p^2 - m_{ab}^2)\delta_{ab} - i\left(g_{\mu\nu} - \tfrac{p_\mu p_\nu}{p^2}\right)\Sigma^{ab}_T(p^2) - i\tfrac{p_\mu p_\nu}{p^2}\Sigma^{ab}_L(p^2) \ . \tag{5.26}$$

Hierbei ist $a, b \in \{\gamma, Z\}$, $m_{\gamma\gamma} = 0$ und $m_{ZZ} = M_Z$. Sämtliche zu Gleichung (5.25) und (5.26) beitragende Diagramme und die transversalen Komponenten $\Sigma_T(p^2)$ sind im Anhang C.1 aufgelistet.

Die unrenormierten 2-Punkt-Vertexfunktionen für die Fermionen werden wie folgt parametrisiert



$$= \quad \Sigma^{f}_{mn}(p)$$

$$= i\delta_{mn}(\not{p} - m_{f_m}) \\ +i\left[\not{p}\omega^{-}\Sigma_L^{f_{m,n}}(p^2) + \not{p}\omega^{+}\Sigma_R^{f_{m,n}}(p^2) + (m_{f_m}\omega^{-} + m_{f_n}\omega^{+})\Sigma_S^{f_{m,n}}(p^2)\right] \; . \tag{5.27}$$

Da in dieser Arbeit die CKM-Matrix gleich der Einheitsmatrix gesetzt wird ist in Gleichung (5.27) $m = n$, d.h. $f_m = f_n = f$. Bis auf die Standard-QCD-Korrekturen sind alle zu Gleichung (5.27) beitragende Diagramme im Anhang C.2 angegeben.

Man beachte, daß bei dem gewählten Renomierungsschema die Korrekturen zu den Fermionpropagatoren und dem W-Propagator in die Counterterme zu den Vertizes eingehen. Man braucht daher nur noch die Korrekturen zu den Austauschteilchen, da diese nicht auf der Massenschale sind, zu betrachten. Die vier möglichen Diagramme sind in Abbildung 5.2 dargestellt.

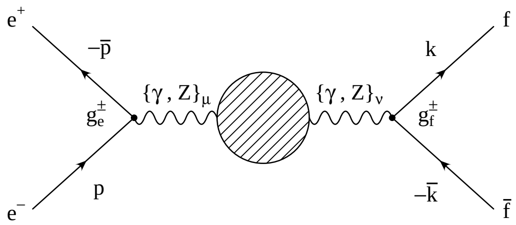
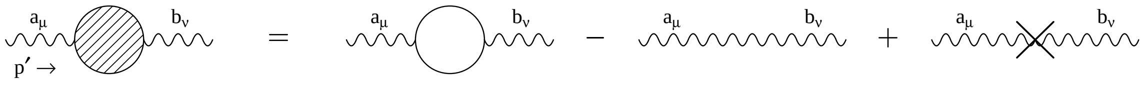


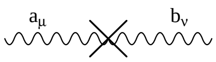
Abbildung 5.2: Die Selbstenergiekorrekturen zu $e^+e^- \to f\bar{f}$.

Der schraffierte Kreis steht hier für die renormierten, 1-Teilchen-irreduziblen Selbstenergien und ist durch



$$=: \quad -i(A\, g_{\mu\nu} + B\, p'_\mu p'_\nu) \tag{5.28}$$

definiert, wobei



$$= \quad -ig_{\mu\nu}(p'^2\,\delta C - \delta\tilde{C}) \tag{5.29}$$

die Counterterme darstellen, $p' = p + \bar{p} = k + \bar{k}$ und $(p')^2 = s$ ist. Auf Grund von Gleichung (5.26), (5.28) und (5.29) ist

$$A \equiv \hat{\Sigma}^{ab}(s) = \Sigma_T^{ab}(s) + s\,\delta C - \delta\tilde{C} \; . \tag{5.30}$$

Der Beitrag von Abbildung 5.2 zur Helizitätsamplitude (5.24) hat daher die Gestalt:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_S &= -ie^2\,\overline{v}(\bar{p})\,\gamma^\mu\,(g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)\,u(p)\,\frac{1}{s-m_{aa}^2}\,(Ag_{\mu\nu}+Bp'_\mu p'_\nu)\,\frac{1}{s-m_{bb}^2} \\ &\quad \times\,\overline{u}(k)\,\gamma^\nu\,(g_f^+\omega^+ + g_f^-\omega^-)\,v(\bar{k})\ . \end{aligned} \tag{5.31}$$

Der Term mit B verschwindet jedoch da man für den betrachteten Prozeß nur den transversalen Anteil der Eichbosonselbstenergien (5.25) und (5.26) benötigt, da

- Eichbosonen in den Born-Diagrammen nur zwischen der Elektron- und der Fermion-Linie auftreten, daher den Impuls $p' = p + \bar{p}$ tragen, und ein Term $p'_\mu p'_\nu$ bei der Kontraktion mit γ^μ in der Elektron-Linie auf Grund der Dirac-Gleichung für masselose Elektronen verschwindet.

So daß sich der Beitrag der Selbstenergien in der Form

$$\mathcal{M}_S = -\frac{ie^2}{(s-m_{aa}^2)(s-m_{bb}^2)}\,\hat{\Sigma}^{ab}(s)\,g_e^\kappa\,g_f^\lambda\,\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \tag{5.32}$$

schreiben läßt. In Tabelle 5.1 sind alle für die vier Diagramme relevanten Größen aufgeführt, wobei folgende Abkürzungen eingeführt werden:

$$g_{Z,R}^f = -\frac{s_w}{c_w}\,Q_f \qquad ; \qquad g_{Z,L}^f = \frac{I_3^f - s_w^2 Q_f}{s_w c_w}\ . \tag{5.33}$$

a	b	g_e^+	g_e^-	g_f^+	g_f^-	δC	$\delta\tilde{C}$
γ	γ	$-Q_e$	$-Q_e$	$-Q_f$	$-Q_f$	δZ_2^γ	0
γ	Z	$-Q_e$	$-Q_e$	$g_{Z,R}^f$	$g_{Z,L}^f$	$-\frac{c_w s_w}{c_w^2-s_w^2}\,(\delta Z_2^Z - \delta Z_2^\gamma)$	$-M_Z^2\,\frac{c_w}{s_w}\,(\delta Z_1^\gamma - \delta Z_2^\gamma)$
Z	γ	$g_{Z,R}^e$	$g_{Z,L}^e$	$-Q_f$	$-Q_f$	$-\frac{c_w s_w}{c_w^2-s_w^2}\,(\delta Z_2^Z - \delta Z_2^\gamma)$	$-M_Z^2\,\frac{c_w}{s_w}\,(\delta Z_1^\gamma - \delta Z_2^\gamma)$
Z	Z	$g_{Z,R}^e$	$g_{Z,L}^e$	$g_{Z,R}^f$	$g_{Z,L}^f$	δZ_2^Z	$M_Z^2\,\delta Z_2^Z + \delta M_Z^2$

Tabelle 5.1: Kopplungen und Selbstenergie-Counterterme.

Somit erhält man, wenn die Counterterme δC und $\delta\tilde{C}$ durch die Selbstenergien ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(s) &= \Sigma^{\gamma\gamma}(s) - s\,\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) \\ \hat{\Sigma}^{ZZ}(s) &= \Sigma^{ZZ}(s) - \Re\mathrm{e}\,\Sigma^{ZZ}(M_Z^2) + (s-M_Z^2)\Big\{ -\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - 2\,\frac{c_w^2-s_w^2}{s_w c_w}\,\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \\ &\quad + \frac{c_w^2-s_w^2}{s_w^2}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\Big\} \\ \hat{\Sigma}^{\gamma Z}(s) &= \Sigma^{\gamma Z}(s) + \Big(\frac{2s}{M_Z^2} - 1\Big)\Sigma^{\gamma Z}(0) - s\,\frac{c_w}{s_w}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{ZZ}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\ . \end{aligned} \tag{5.34}$$

5.3.2 Die Vertexkorrekturen

Bei den Vertexkorrekturen tritt nur eine Topologie auf. Sie ist mit den gewählten Richtungen der Impulse in Abbildung D.1 im Anhang D dargestellt. Bei diesem Prozess ist a eines der Eichbosonen γ oder Z. Das Ergebnis dieser Topologie läßt sich stets in der Form

$$\overline{v}(p_3)\,\hat{\Gamma}^{aff}_{\mu}\,u(p_1) = \overline{v}(p_3)\,\frac{ie\,\alpha_{\rm em}}{4\pi}\left[\gamma_\mu\,A^\lambda + (p_1-p_3)_\mu\,B^\lambda + (p_1+p_3)_\mu\,C^\lambda\right]\omega^\lambda\,u(p_1) \tag{5.35}$$

schreiben, wobei $\lambda \in \{+,-\}$. Diese Topologie tritt nun auf der Elektronseite (Abb. 5.3 mit $p_1 = p$, $p_3 = \bar{p}$) und auf der Seite des auslaufenden Fermions (Abb. 5.4 mit $p_1 = -\bar{k}$, $p_3 = -k$) auf. Nach Abbildung 5.4 ergibt sich also für den Beitrag zur Helizitätsamplitude (5.24):

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{FV} &= \frac{i\alpha^2_{\rm em}}{s-m^2_{aa}}\,\overline{v}(\bar{p})\,\gamma^\mu\,(g^+_e\omega^+ + g^-_e\omega^-)\,u(p) \\
&\qquad\times\,\overline{u}(k)\left[\gamma_\mu\,A^\lambda + (k-\bar{k})_\mu\,B^\lambda - (\bar{k}+k)_\mu\,C^\lambda\right]\omega^\lambda\,v(\bar{k}) \\
&= \frac{i\alpha^2_{\rm em}}{s-m^2_{aa}}\Big[A^\lambda\,\overline{v}(\bar{p})\,\gamma^\mu\,(g^+_e\omega^+ + g^-_e\omega^-)\,u(p)\,\overline{u}(k)\,\gamma^\mu\,\omega^\lambda\,v(\bar{k}) \\
&\qquad + B^\lambda\,\overline{v}(\bar{p})\,(\not{k}-\not{\bar{k}})\,(g^+_e\omega^+ + g^-_e\omega^-)\,u(p)\,\overline{u}(k)\,\omega^\lambda\,v(\bar{k})\Big] \\
&= \frac{i\alpha^2_{\rm em}}{s-m^2_{aa}}\left[g^\kappa_e\,A^\lambda\,\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_1 + g^\kappa_e\,B^\lambda\,\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_3\right]\ .
\end{aligned} \tag{5.36}$$

Auf der Elektronseite ist $p_1 = p$ und $p_3 = \bar{p}$, so daß sich der Beitrag des Diagramms in Abbildung 5.3 zur Helizitätsamplitude (5.24) zu

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{EV} &= \frac{i\alpha^2_{\rm em}}{s-m^2_{aa}}\,\overline{v}(\bar{p})\left[\gamma_\mu\,A^\kappa + (p-\bar{p})_\mu\,B^\kappa + (p+\bar{p})_\mu\,C^\kappa\right]\omega^\kappa\,u(p) \\
&\qquad\times\,\overline{u}(k)\,\gamma^\mu\,(g^+_f\omega^+ + g^-_f\omega^-)\,v(\bar{k})
\end{aligned} \tag{5.37}$$

ergibt. Aus Dimensionsgründen müssen B^κ und C^κ proportional zu den Fermionmassen im Elektronvertex und daher vernachlässigbar sein. Im Endeffekt trägt also nur

$$\mathcal{M}_{EV} = \frac{i\alpha^2_{\rm em}}{s-m^2_{aa}}\,A^\kappa\,g^\lambda_f\,\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_1 \tag{5.38}$$

zur Helizitätsamplitude (5.24) bei. Die Kopplungen g^κ_e und g^λ_f sind der ersten bzw. letzten Zeile in Tabelle 5.1 zu entnehmen.

Setzt man in die Vertextopologie nun alle möglichen Felder ein, so kommt man auf sechs generische Diagramme für schwere Fermionen und auf vier für die Elektronseite (da hier ja die Diagramme mit Higgs-Bosonen vernachlässigt werden), die im Anhang D aufgeführt sind.

Abschließend muß man nun noch die entsprechenden Vertex-Counterterme zu den unrenormierten Vertizes addieren, um die Vertexkorrekturen zu vervollständigen. Die benötigten Vertex-Counterterme sind in Gleichung (5.39) dargestellt.

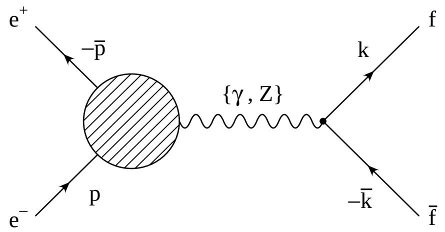


Abbildung 5.3: Die Elektron-Vertexkorrekturen.

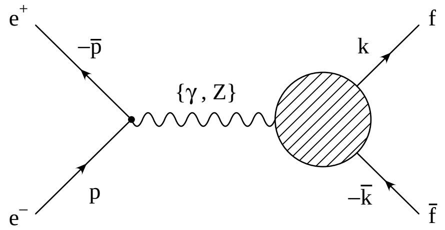
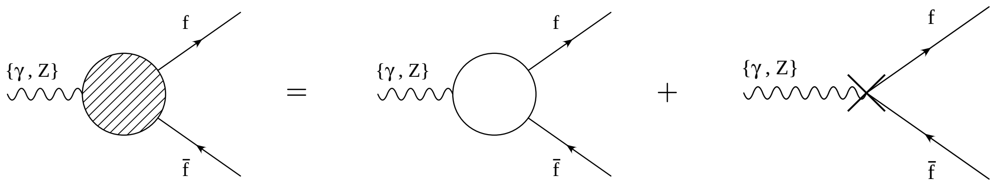
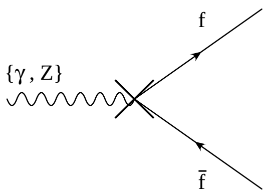


Abbildung 5.4: Die Vertexkorrekturen für das auslaufende Fermion.



mit



$$= i\, e^3\, \gamma_\mu (\delta C_V - \delta C_A\, \gamma_5) \;=\; i\, e^3\, \gamma_\mu (\delta C^+\, \omega^+ + \delta C^-\, \omega^-) \qquad (5.39)$$

Der Zusammenhang zwischen $\delta C_{V,A}$ und $\delta C^\pm$ ist

$$\begin{aligned} \delta C_V &= \frac{1}{2}(\delta C^- + \delta C^+) \\ \delta C_A &= \frac{1}{2}(\delta C^- - \delta C^+) \end{aligned} \qquad (5.40)$$

Für den Photon-Fermion-Vertex sind die Counterterme $\delta C^{\pm}$ gegeben durch:

$$
\begin{aligned}
\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,\delta C_\gamma^- &= -\frac{(v_f+a_f)\,c_w s_w}{c_w^2-s_w^2}\Big[\delta Z_1^Z-\delta Z_2^Z-(\delta Z_1^\gamma-\delta Z_2^\gamma)\Big]-Q_f(\delta Z_1^\gamma-\delta Z_2^\gamma+\delta Z_L^f)\\
&= \frac{I_3^f\,\Sigma^{\gamma Z}(0)}{s_w c_w\,M_Z^2}+Q_f\Big\{\Sigma_V^f(m_f^2)+2m_f^2\Big[\Sigma_V'^f(m_f^2)+\Sigma_S'^f(m_f^2)\Big]-\Sigma_A^f(m_f^2)\Big\}\\
\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,\delta C_\gamma^+ &= -\frac{(v_f-a_f)\,c_w s_w}{c_w^2-s_w^2}\Big[\delta Z_1^Z-\delta Z_2^Z-(\delta Z_1^\gamma-\delta Z_2^\gamma)\Big]-Q_f(\delta Z_1^\gamma-\delta Z_2^\gamma+\delta Z_R^f)\\
&= Q_f\Big\{\Sigma_V^f(m_f^2)+2m_f^2\Big[\Sigma_V'^f(m_f^2)+\Sigma_S'^f(m_f^2)\Big]+\Sigma_A^f(m_f^2)\Big\}\,. \qquad (5.41)
\end{aligned}
$$

Handelt es sich jedoch um den Z-Fermion-Vertex, so lauten die Counterterme:

$$
\begin{aligned}
\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,\delta C_Z^- &= (v_f+a_f)(\delta Z_1^Z-\delta Z_2^Z+\delta Z_L^f)+Q_f\frac{c_w s_w}{c_w^2-s_w^2}\Big[\delta Z_1^Z-\delta Z_2^Z-(\delta Z_1^\gamma-\delta Z_2^\gamma)\Big]\\
&= -\frac{I_3^f-s_w^2Q_f}{s_w c_w}\Big\{\Sigma_V^f(m_f^2)+2\,m_f^2\Big[\Sigma_V'^f(m_f^2)+\Sigma_S'^f(m_f^2)\Big]-\Sigma_A^f(m_f^2)\Big\}-\frac{I_3^f\,\Sigma^{\gamma Z}(0)}{s_w^2\,M_Z^2}\\
\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,\delta C_Z^+ &= (v_f-a_f)(\delta Z_1^Z-\delta Z_2^Z+\delta Z_R^f)+Q_f\,\frac{c_w s_w}{c_w^2-s_w^2}\Big[\delta Z_1^Z-\delta Z_2^Z-(\delta Z_1^\gamma-\delta Z_2^\gamma)\Big]\\
&= \frac{Q_f s_w}{c_w}\Big\{\Sigma_V^f(m_f^2)+2m_f^2\Big[\Sigma_V'^f(m_f^2)+\Sigma_S'^f(m_f^2)\Big]+\Sigma_A^f(m_f^2)\Big\}\,. \qquad (5.42)
\end{aligned}
$$

Die v_f und a_f sind in Gleichung (C.8) angegeben.

Zusammengefaßt ergibt sich der Formfaktor A^κ für den Elektronvertex aus Gleichung (5.38) zu

$$A^\kappa = A_I^\kappa + A_{II}^\kappa + A_V^\kappa + A_{VI}^\kappa + \delta C_\gamma^\kappa + \delta C_Z^\kappa\;. \qquad (5.43)$$

Für den Vertex des auslaufenden Fermions ist A^λ und B^λ aus Gleichung (5.36) durch

$$A^\lambda = A_I^\lambda + A_{II}^\lambda + A_{III}^\lambda + A_{IV}^\lambda + A_V^\lambda + A_{VI}^\lambda + \delta C_\gamma^\lambda + \delta C_Z^\lambda \qquad (5.44a)$$

$$B^\lambda = B_I^\lambda + B_{II}^\lambda + B_{III}^\lambda + B_{IV}^\lambda + B_V^\lambda + B_{VI}^\lambda \qquad (5.44b)$$

festgelegt. Die einzelnen Formfaktoren $A^\lambda_{I,\dots,VI}$ und $B^\lambda_{I,\dots,VI}$ sind dem Anhang D zu entnehmen.

5.3.3 Die Boxdiagramme

Für den Prozeß $e^+e^- \to f\bar f$ existieren direkte und gekreuzte Boxdiagramme, welche durch die Abbildungen E.1 und E.2 in Anhang E definiert sind. Im SM treten diese Boxdiagramme mit Eichboson- und Higgs-Boson-Austausch auf. Da aber die Elektron-Higgs-Boson-Kopplung vernachlässigt werden kann und hier nur die schwache Wechselwirkung berücksichtigt werden soll, reduzieren sich die SM-Boxdiagramme auf solche mit zwei Z- und zwei $W^\pm$-Boson Austausch. Dabei ist zu beachten, daß das direkte Boxdiagramm mit W-Austausch nur für auslaufende Fermionen mit $I_3 = -1/2$ (d-artig) und das gekreuzte mit W-Austausch nur für auslaufende Fermionen mit $I_3 = +1/2$ (u-artig) existiert.

Da auch im MSSM die Elektron-Higgs-Boson-Kopplungen vernachlässigbar klein sind, treten in den SUSY-Boxdiagrammen nur Neutralinos und Charginos auf. Dabei ist ebenfalls zu beachten, daß das direkte Chargino-Boxdiagramm nur für auslaufende Fermionen mit $I_3 = -1/2$ und das gekreuzte Chargino-Boxdiagramm nur für auslaufende Fermionen mit $I_3 = +1/2$ existiert. Es tragen daher nur die im Anhang E dargestellten direkten und gekreuzten Boxdiagramme zur Helizitätsamplitude (5.24) bei, so daß

$$\mathcal{M}_B = \sum_V \left(\mathcal{M}_D^V + \mathcal{M}_C^V\right) + \sum_{\tilde{\chi}} \left(\mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}} + \mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}}\right) \tag{5.45}$$

ist, mit $V \in \{Z, W\}$ und $\tilde{\chi} \in \{\tilde{\chi}^0, \tilde{\chi}^\pm\}$. Alle dort aufgeführten Boxdiagramme sind UV-endlich (s. dazu auch Anhang B), weshalb hier keine Counterterme benötigt werden!

Da die generischen Ergebnisse für die Boxdiagramme eine längliche Form haben, werden für die Integralterme die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$\begin{aligned}
P_1 &= 4i\alpha_{\text{em}}^2 D_{20} \\
P_2 &= 2i\alpha_{\text{em}}^2 \left[2C_0 + \begin{Bmatrix} t \\ u \end{Bmatrix} (D_{11} + D_{12} - D_{13}) - m_f^2 (D_{11} - D_{12} + D_{13})\right] \begin{cases} \text{direkte Box} \\ \text{gekreuzte Box} \end{cases} \\
P_3 &= i\alpha_{\text{em}}^2 D_{11} \\
P_4 &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{11} - 2D_{13}) \\
P_5 &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{11} - 2D_{12}) \\
P_6 &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{11} + D_{24} - D_{25}) \\
P_7 &= i\alpha_{\text{em}}^2 \left[D_{11} + 2(D_{23} - D_{13} - D_{26}) + D_{24} - D_{25}\right] \\
P_8 &= i\alpha_{\text{em}}^2 \left[D_{11} + 2(D_{26} - D_{12} - D_{22}) + D_{24} - D_{25}\right] \\
P_9 &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{25} - D_{26}) \\
P_{10} &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{24} - D_{26}) \\
P_{11} &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{11} - D_{13}) \\
P_{12} &= i\alpha_{\text{em}}^2 D_{12} \\
P_{13} &= i\alpha_{\text{em}}^2 D_0 \\
P_{14} &= i\alpha_{\text{em}}^2 D_{13} \\
P_{15} &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{25} - D_{23}) \\
P_{16} &= i\alpha_{\text{em}}^2 (D_{24} - D_{22}) \; .
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Die Argumente der C- und D-Funktionen sind für die direkten Boxdiagramme festgelegt gemäß

$$\begin{aligned}
C &= C(\bar{k}, p + \bar{p}, m_2, m_3, m_4) \\
D &= D(\bar{p}, -\bar{k}, -k, m_1, m_2, m_3, m_4)
\end{aligned} \tag{5.47}$$

und für die gekreuzten Boxdiagramme

$$\begin{aligned} C &= C(k, p+\bar{p}, m_2, m_3, m_4) \\ D &= D(\bar{p}, -k, -\bar{k}, m_1, m_2, m_3, m_4)\ . \end{aligned} \tag{5.48}$$

Zusätzlich werden folgende Abkürzungen für die Kopplungsterme benutzt:

$$\begin{aligned} \lambda_\kappa^\pm &= g_1^\kappa\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{\pm\kappa} & \bar{\lambda}_\kappa^\pm &= g_1^\kappa\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{\mp\kappa} \\ \eta_\kappa^\pm &= g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^\kappa & \eta_\kappa^\mp &= g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\mp\kappa}\, g_4^\kappa \\ \bar{\eta}_\kappa^\mp &= g_1^{\mp\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^\kappa & \eta_{-\kappa}^\pm &= g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{-\kappa} \\ \eta_{-\kappa}^\mp &= g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\mp\kappa}\, g_4^{-\kappa} & \bar{\eta}_{-\kappa}^\mp &= g_1^{\mp\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{-\kappa}\ . \end{aligned} \tag{5.49}$$

Das Ergebnis lautet für das direkte Vektorboson-Boxdiagramm:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_D^V &= \mathcal{M}_1^{\kappa\kappa}\left[P_1\,\lambda_\kappa^+ - m_f m_{\hat{f}}(P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^- - P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^+)\right] + \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa}\left[P_2\,\lambda_\kappa^- + m_f m_{\hat{f}}(P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^+ - P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^-)\right] \\ &\quad + \mathcal{M}_2^{\kappa\kappa}\,P_6\,\lambda_\kappa^+ \\ &\quad + \mathcal{M}_3^{\kappa\kappa}\left[m_f P_7\,\lambda_\kappa^+ - m_{\hat{f}} P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^+\right] - \mathcal{M}_3^{\kappa-\kappa}\left[m_f P_8\,\lambda_\kappa^+ - m_{\hat{f}} P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^-\right] \\ &\quad + \mathcal{M}_4^{\kappa\kappa}\,m_{\hat{f}}\,P_3\,\bar{\lambda}_\kappa^+ - \mathcal{M}_4^{\kappa-\kappa}\,m_{\hat{f}}\,P_3\,\bar{\lambda}_\kappa^- \end{aligned} \tag{5.50}$$

und für das gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_C^V &= \mathcal{M}_1^{\kappa\kappa}\left[-P_2\,\lambda_\kappa^+ - m_f m_{\hat{f}}(P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^- - P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^+)\right] + \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa}\left[-P_1\,\lambda_\kappa^- + m_f m_{\hat{f}}(P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^+ - P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^-)\right] \\ &\quad + \mathcal{M}_2^{\kappa-\kappa}\,P_6\,\lambda_\kappa^- \\ &\quad - \mathcal{M}_3^{\kappa\kappa}\left[m_f P_7\,\lambda_\kappa^- - m_{\hat{f}} P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^-\right] + \mathcal{M}_3^{\kappa-\kappa}\left[m_f\,P_8\,\lambda_\kappa^- - m_{\hat{f}} P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^+\right] \\ &\quad - \mathcal{M}_4^{\kappa\kappa}\,m_{\hat{f}}\,P_3\,\bar{\lambda}_\kappa^- + \mathcal{M}_4^{\kappa-\kappa}\,m_{\hat{f}}\,P_3\,\bar{\lambda}_\kappa^+\ , \end{aligned} \tag{5.51}$$

wobei $\hat{f}$ entweder f oder f' ist, was aus den Tabellen E.1 und E.2 in Anhang E zu entnehmen ist. Das Ergebnis für das direkte Neutralino-Boxdiagramm lautet:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}^0} &= \frac{1}{4}\mathcal{M}_5^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp - \mathcal{M}_6^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp \\ &\quad + \mathcal{M}_7^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^\pm - m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^\mp + m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_{\tilde{\chi}_j^0}\,P_{13}\,\eta_\kappa^\pm\Big] \\ &\quad + \mathcal{M}_8^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^0}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^\mp - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^\mp\Big] \\ &\quad + \mathcal{M}_9^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^\pm\Big]\ . \end{aligned} \tag{5.52}$$

Für das gekreuzte Neutralino-Boxdiagramm ergibt sich:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}^0} &= \frac{1}{4}\mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp - \mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp \\ &\quad + \mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^\pm - m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^\mp + m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_{\tilde{\chi}_j^0}\,P_{13}\,\eta_\kappa^\pm\Big] \end{aligned}$$

$$+\mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^0}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^\mp - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^\mp\Big]$$
$$+\mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^\pm\Big]\;. \tag{5.53}$$

Das Ergebnis des direkten Chargino-Boxdiagramms lautet für $f = d, s, b, e, \mu, \tau$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}^+} \;=\; & \frac{1}{4}\mathcal{M}_5^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp - \mathcal{M}_6^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp \\
& +\mathcal{M}_7^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^\pm - m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^\mp + m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_{\tilde{\chi}_j^+}\,P_{13}\,\eta_\kappa^\pm\Big] \\
& +\mathcal{M}_8^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^+}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^\mp - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^\mp\Big] \\
& +\mathcal{M}_9^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^\pm\Big]\;,
\end{aligned} \tag{5.54}$$

und für alle anderen Fermionen ist $\mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}^+} = 0$.
Für $f = u, c, t, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ lautet das Ergebnis des gekreuzten Chargino-Boxdiagramms:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}^+} \;=\; & \frac{1}{4}\mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp - \mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^\mp \\
& +\mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^\pm - m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^\mp + m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_{\tilde{\chi}_j^+}\,P_{13}\,\eta_\kappa^\pm\Big] \\
& +\mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^+}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^\mp - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^\mp\Big] \\
& +\mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^\mp - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^\pm\Big]\;,
\end{aligned} \tag{5.55}$$

während für alle anderen Fermionen $\mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}^+} = 0$ ist.

Kapitel 6

Ergebnisse für $e^+e^- \to t\bar{t}$

Das Bekannte ist endlich, das Unbekannte unendlich; geistig stehen wir auf einer kleinen Insel inmitten eines grenzenlosen Ozeans der Unerklärlichkeit. Unsere Aufgabe ist es, in jeder Generation ein bißchen mehr Land zu gewinnen.

THOMAS H. HUXLEY

6.1 Wirkungsquerschnitte und Asymmetrien

In diesem Kapitel werden die vorgestellten Formeln verwendet, um die Produktion von Top-Quarks numerisch zu diskutieren. Auf Grund ihrer großen Masse sind ihre Yukawa-Kopplungen nicht mehr vernachlässigbar, und man erwartet deshalb für diese Fermionen die größten Unterschiede zwischen dem SM und dem MSSM. Außerdem kann dieser Prozeß mit dem zukünftigen NLC sehr genau untersucht werden.

Die Physik des Top-Quarks wurde von vielen Autoren [15, 20, 50, 52, 53, 54] bereits eingehend untersucht. Die (elektro-) schwachen Strahlungskorrekturen zu $e^+e^- \to t\bar{t}$ wurden in der Nähe der Schwelle der $t\bar{t}$-Produktion ($s \simeq 4m_t^2$) für das SM [52, 53] sowie das 2HDM [54] und im Kontinuum ($s > 4m_t^2$) für das SM [50] bereits untersucht. In [52, 53] wurden die größten Strahlungskorrekturen für ein leichtes Higgs-Boson und ein schweres Top-Quark gefunden und auf den Austausch eines skalaren Higgs-Bosons zwischen den Linien des auslaufenden Top-Quarks zurückgeführt (s. Anhang D, Diagrammtyp V). In [52] wurde gezeigt, daß diese Vertexkorrekturen im Grenzfall $m_t \gg M_W$ und $m_t \gg M_H$ proportional zu $m_t^3/(M_W^2 M_H)$ sind. Die Verallgemeinerung auf das 2HDM erfolgte in [54], wo die auf der Schwelle dominanten Diagramme auch für das Kontinuum berechnet wurden. Wie erwartet lassen sich im 2HDM die Diagramme mit dem Austausch eines skalaren Higgs-Bosons H^0 bzw. h^0 um einen Faktor $(\sin\alpha/\sin\beta)^2$ bzw. $(\cos\alpha/\sin\beta)^2$ verstärken oder abschwächen. Des weiteren wurde, in Übereinstimmung mit [53], gezeigt, daß diese Korrekturen schnell mit der Energie abnehmen. In [20] wurden schließlich alle schwachen Korrekturen im 2HDM für das Kontinuum berechnet. Legt man dem Higgs-Sektor des 2HDM die aus der Supersymmetrie stammenden Parameterrelationen auf, so stimmt er mit dem Higgs-Sektor des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells überein. Diese Beziehungen führten in [20] dazu, daß die Unterschiede zu den Vorhersagen des Standardmodells kleiner wurden. Für ein schweres, pseudoskalares Higgs-Boson A^0 wurde $|\Delta|$ (s. Definition (6.1)) stets kleiner als 2% und für ein leichtes A^0 ergaben sich kaum Werte von $|\Delta|$ oberhalb von 4%.

Die dominanten Beiträge für den Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ im MSSM stammen von den SUSY-QCD-Korrekturen und den elektroschwachen SUSY-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\rm em}\, m_t^2/M_W^2)$. Die SUSY-QCD-Korrekturen für diesen Prozeß wurden bereits von [55] berechnet, ebenso die führenden elektroschwachen Korrekturen [15]. In dieser Arbeit soll nun die Reaktion $e^+e^- \to t\bar{t}$ im MSSM für das Kontinuum betrachtet werden, unter Berücksichtigung von sämtlichen elektroschwachen und SUSY-QCD-Korrekturen (allerdings wird die Elektronmasse, wann immer möglich, vernachlässigt).

Zu diesem Zweck wurde für die numerische Auswertung ein FORTRAN77 Programm geschrieben, das teilweise mit Programmen anderer Autoren verglichen wurde. Der SM-Anteil und der 2HD-Anteil wurde mit [20] verglichen und eine Übereinstimmung von mindestens 7 Stellen gefunden, und die SUSY-Selbstenergien wurden mit [42] verglichen und eine Übereinstimmung von mindestens 5 Stellen gefunden.

Da man interessiert ist, die Bereiche des MSSM zu finden, die zu den größten Unterschieden zum SM führen und dadurch eine Unterscheidung zwischen den beiden Modellen erlauben würden, definiert man folgende Größen:

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= \frac{\sigma^{\rm MSSM}(s) - \sigma^{\rm SM}(s)}{\sigma^{(0)}(s)} \\ \delta A_{FB}(s) &= A_{FB}^{\rm MSSM}(s) - A_{FB}^{\rm SM}(s) \\ \delta A_{LR}(s) &= A_{LR}^{\rm MSSM}(s) - A_{LR}^{\rm SM}(s)\ , \end{aligned} \tag{6.1}$$

die die Nicht-Standard-Korrekturen (NS-Korrekturen) zu den jeweiligen Größen ergeben. Der obere Index SM und MSSM gibt dabei jeweils das Modell an, in dem die entsprechende Observable berechnet wurde. $\sigma^{(0)}(s)$ ist der totale Wirkungsquerschnitt in der Bornschen Näherung und die Größen $\sigma(s)$, $A_{FB}(s)$ und $A_{LR}(s)$ sind in den Gleichungen (5.10), (5.13) und (5.16) definiert.

Als Eingabeparameter werden für die numerische Auswertung die Kopplungskonstanten $\alpha_{\rm em}$ und α_s, die Eichbosonmassen M_Z und M_W, die Masse des Higgs-Bosons M_{A^0}, der Quotient der Vakuumerwartungswerte $\tan\beta$, sowie die Fermionmassen m_f verwendet. Im SUSY-Sektor werden, da (meistens) SUSY-GUT-Relationen benutzt werden, nur die Soft-Brechungsparameter M_S, M_2, A_u und A_d sowie der Higgs-Dublett-Mischungsparameter μ verwendet. Wenn die SUSY-GUT Relation (4.56) nicht zugrunde gelegt wird, muß auch die Gluino-Masse $m_{\tilde{g}}$ eingegeben werden. Die Zahlenwerte für die Eingabeparameter des Standardmodells bzw. die experimentellen Schranken an die SUSY-Teilchen des MSSM sind in Anhang A angegeben. Dazu existieren noch weitere (theoretische) Einschränkungen die aus SUSY- und SUGRA-Modellen resultieren:

- Da die Supersymmetrie gebrochen ist, heben sich die (logarithmisch) divergenten Anteile nicht mehr exakt auf. Da aber die Massenkorrektur der Higgs-Teilchen kleiner als die ursprüngliche Masse sein soll (um ein neues Hierarchieproblem zu vermeiden), kann eine Obergrenze der Superpartner von ~ 1 TeV angegeben werden. Damit ergibt sich für das leichte skalare Higgs-Boson h^0, unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen, die folgende Obergrenze:

$$m_{h^0} \lesssim 150 \text{ GeV} \qquad \text{für} \qquad [m_{\tilde{t}} \approx 1 \text{ TeV}] \; .$$

- Die Einschränkungen an $\tan\beta$ sind in spontan gebrochenen Supergravitations-Theorien etwas strenger als in Gleichung (A.27)

$$1 \lesssim \tan\beta \lesssim \frac{m_t}{m_b} \approx 50 \; . \tag{6.2}$$

  Da auch die experimentellen Schranken (s. Anhang A) durchweg für $\tan\beta > 1$ angegeben sind, werden im folgenden nur noch die Schranken (6.2) benutzt.

- Für die A-Parameter der gemischten Sfermionen sollte grob $3 \times \mathcal{O}(M_{\tilde{Q}})$ gelten, da sonst die quadratischen Eigenwerte der Sfermion-Massenmatrix negativ werden könnten. Dies würde bedeuten, daß der $SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{em}}$ Grundzustand kein Minimum des skalaren Potentials war.

In den folgenden Abbildungen und Tabellen werden nur solche Zahlenwerte für die Parameter des MSSM verwendet, die innerhalb der erlaubten Bereiche liegen (vgl. Anhang A). Im Besonderen wird die Masse der skalaren Higgs-Bosonen nie sehr klein gewählt. Die dadurch möglichen größeren Korrekturen im Top-Vertex würden (bei großen Energien, weit weg von der Schwelle) durch die entsprechende Higgs-Bremsstrahlung, die nicht betrachtet wurde, kompensiert.

Um einen Eindruck von den absoluten Zahlenwerten der Observablen zu erhalten, ist in Abbildung 6.1 der totale Wirkungsquerschnitt in niederster Ordnung $\sigma^{(0)}(s)$ und in 1-Schleifen-Ordnung $\sigma^{\text{SM}}(s)$ und $\sigma^{\text{MSSM}}(s)$ (für eine typische Parameterwahl) als Funktion der Schwerpunktsenergie dargestellt. Die Asymmetrien in 1-Schleifen-Ordnung $A_{FB}(s)$, $A_{LR}(s)$ sind für die gleiche Parameterwahl in Abbildung 6.2 dargestellt.

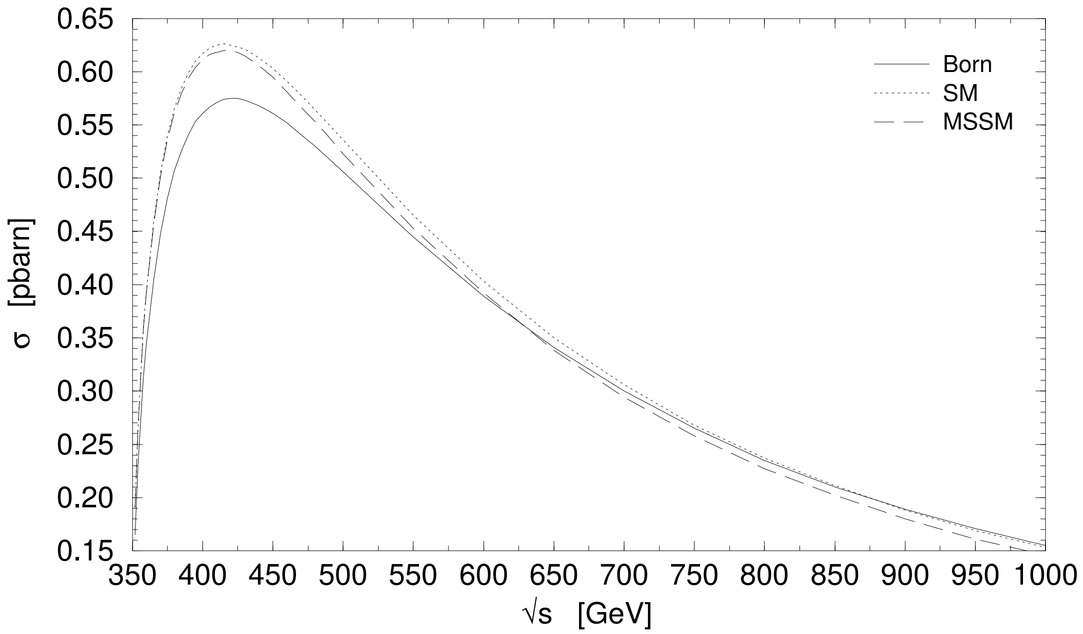


Abbildung 6.1: σ in Abhängigkeit von $\sqrt{s}$ für $\tan\beta = 40$, $M_A = 200$ GeV, $A = M_S = 200$ GeV, $\mu = -150$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

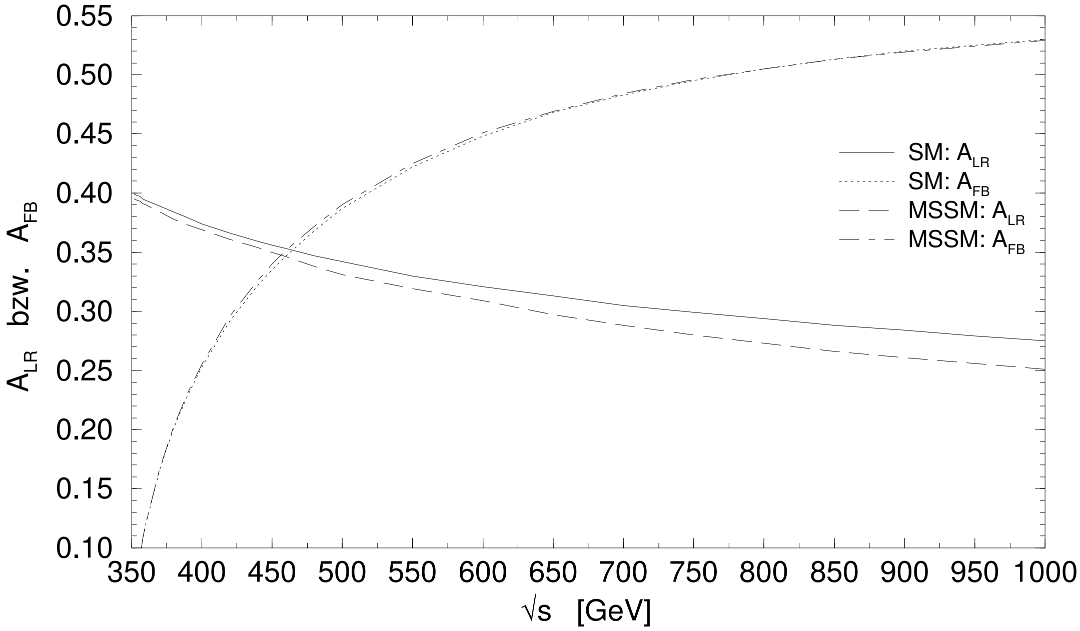


Abbildung 6.2: A_{LR} und A_{FB} in Abhängigkeit von $\sqrt{s}$ für $\tan\beta = 40$, $M_A = 200$ GeV, $A = M_S = 200$ GeV, $\mu = -150$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

In Abb. 6.3 ist Δ als Funktion der Schwerpunktsenergie dargestellt. Die Werte von Δ nahe der Schwelle zur $t\bar{t}$-Produktion werden mit wachsender Energie kleiner. Dies ist in ungefährer Übereinstimmung mit [15]. Die Abweichung wird dadurch verständlich, daß in [15] nur die führenden Terme und teilweise andere Parameterwerte benutzt wurden. Die erste auffällige Struktur stammt dabei von der Schwelle $m_{\tilde{\chi}_1^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+} = \sqrt{s}$ (bei $\sqrt{s} < 400$ GeV) während sich die zweite aus den beiden Schwellen $m_{\tilde{\chi}_4^0} + m_{\tilde{\chi}_4^0} = \sqrt{s}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+} = \sqrt{s}$ zusammensetzt. Diese Schwellen treten in den γ-, Z- und γZ-Selbstenergien und $\gamma f\bar{f}$-, $Zf\bar{f}$-Vertexkorrekturen auf.

Abbildung 6.4 zeigt die gleiche Situation wie Abb. 6.3, jedoch für $M_S = 1000$ GeV und $M_2 = 500$ GeV. Die Schwelle $m_{\tilde{\chi}_1^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+} = \sqrt{s}$ ist noch schwach zu erkennen (bei ca. 670 GeV), während die andere nun jenseits der abgebildeten Schwerpunktsenergie von 1000 GeV liegt.

In den Abbildungen 6.5, 6.6 und 6.7 wurde Δ, δA_{LR} bzw. δA_{FB} gegen M_S aufgetragen. (Für diese und alle folgenden Abbildungen beträgt die Schwerpunktsenergie 500 GeV.) Die durchgezogene Linie beginnt erst ab $M_S = 160$ GeV, da sonst für diese Parameterwahl $m_{h^0} < 44$ GeV würde, was jedoch experimentell ausgeschlossen ist. Der in Abb. 6.5 sichtbare starke Abfall, für kleine M_S stammt von einer Singularität deren Spitze nicht mehr im Bild ist. Diese Singularität ergibt sich aus der Ableitung der B_0-Funktion an der Stelle $m_t = m_{\tilde{\chi}_1^+} + m_{\tilde{b}_2}$ (B.16) und ist auch in der Ableitung der B_1-Funktion (B.19) enthalten. Diese Funkionen treten in der Wellenfunktionsrenormierung auf und kommen somit über die Vertex-Counterterme (5.41) und (5.42) in den Top-Vertex. $|\Delta|$ kann hier große Werte annehmen, welche jedoch ohne Berücksichtigung von Korrekturen noch höherer Ordnung mit Zurückhaltung zu interpretieren sind. Des weiteren kann man erkennen, daß die Korrekturen für $M_S \to \infty$ sehr klein werden, d.h. die schweren Sfermionen entkoppeln da $m_{\tilde{f}} \propto M_S$. Dies ist in Übereinstimmung mit [15]. Wenn nicht die SUSY-GUT-Relation (4.56) verwendet wird, und statt dessen $m_{\tilde{g}} = M_S$ gesetzt wird, beträgt der Unterschied zu Abb. 6.5 weniger als $\pm 1\%$. Analoges gilt auch für Abb. 6.6 und Abb. 6.7.

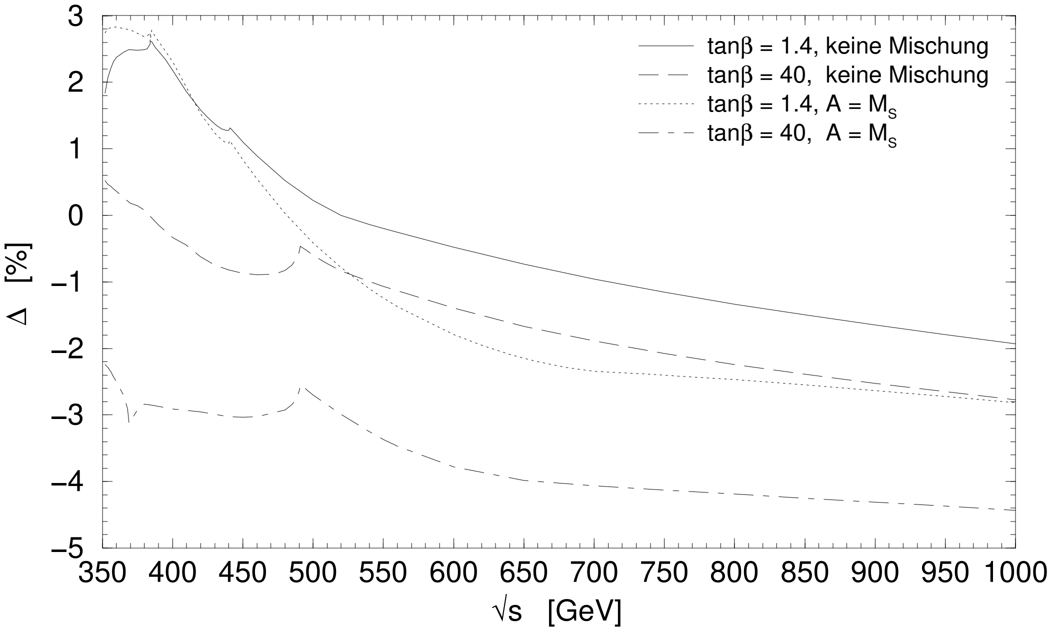


Abbildung 6.3: Δ in Abhängigkeit von $\sqrt{s}$ für $M_A = 200$ GeV, $M_S = 200$ GeV, $\mu = -150$ GeV und $M_2 = 200$ GeV.

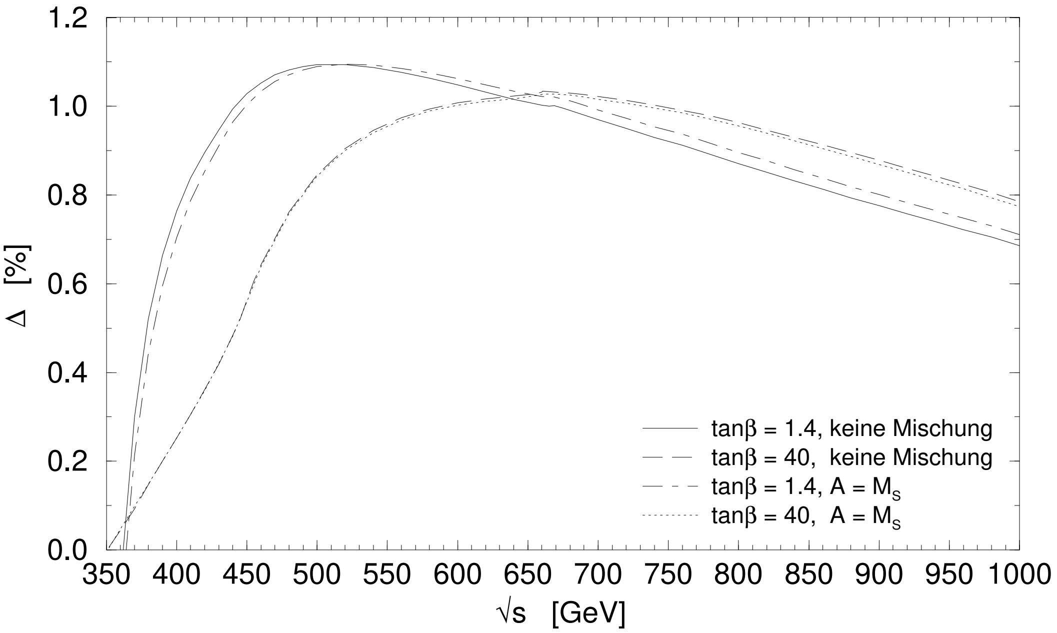


Abbildung 6.4: Wie Abb. 6.3 jedoch für $M_S = 1000$ GeV und $M_2 = 500$ GeV.

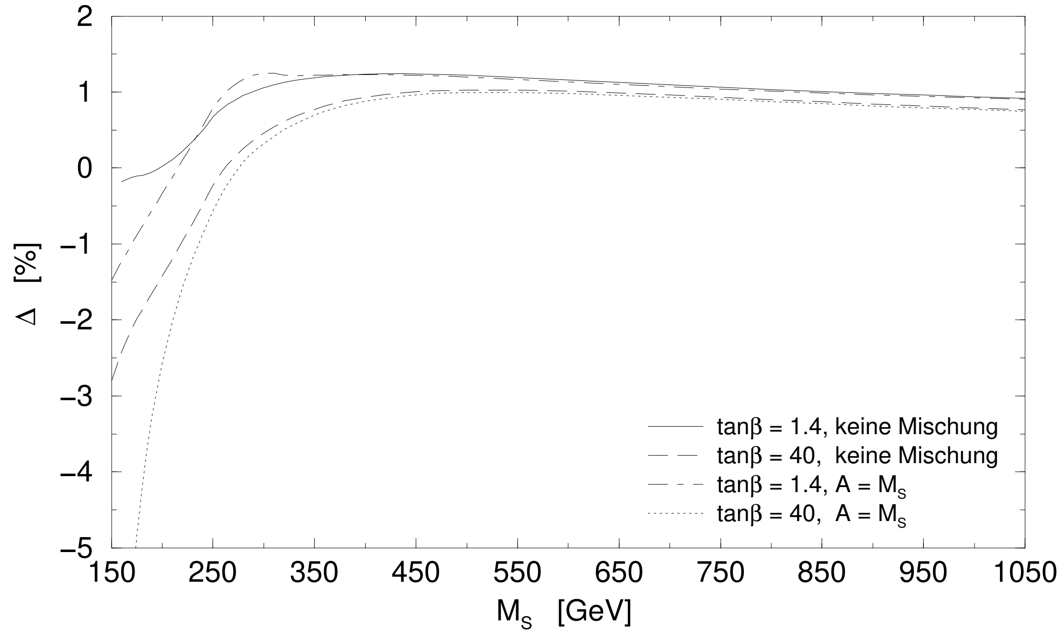


Abbildung 6.5: Δ in Abhängigkeit von M_S für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

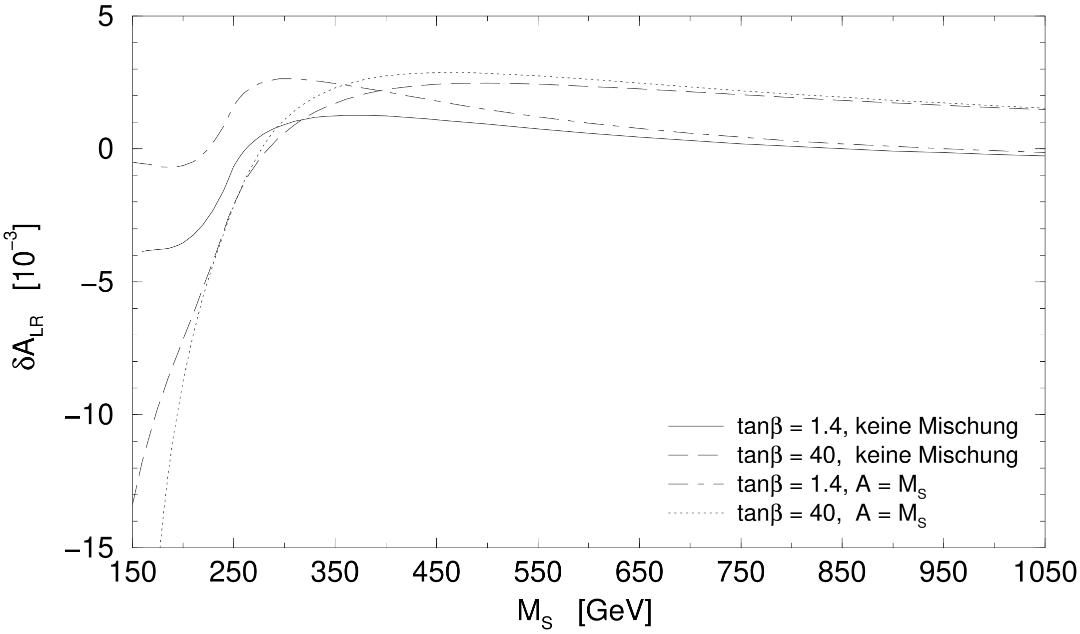


Abbildung 6.6: δA_{LR} in Abhängigkeit von M_S für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

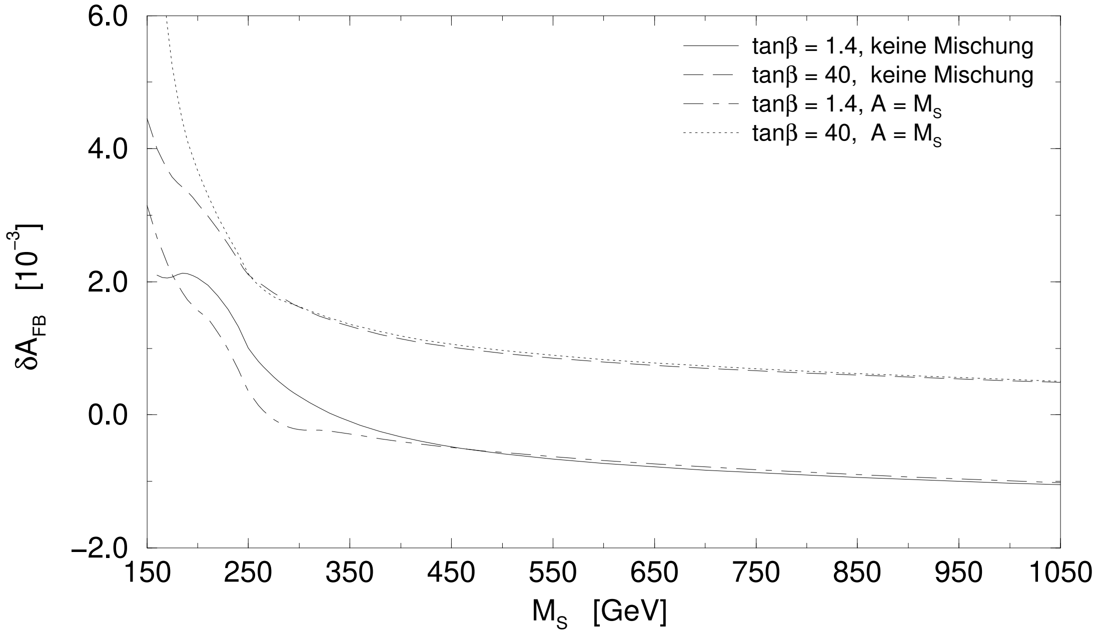


Abbildung 6.7: δA_{FB} in Abhängigkeit von M_S für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

In den Abbildungen 6.8, 6.9 bzw. 6.10 wurde Δ bzw. δA_{LR} und δA_{FB} für verschiedene Soft-SUSY-Brechungsparameter als Funktion von $\tan\beta$ aufgetragen. Wie man sieht, kann Δ für leichte, gemischte Sfermionen und große $\tan\beta$ bis zu -3% erreichen. In Abb. 6.10 erkennt man, daß $|\delta A_{LR}|$ größer ist als $|\delta A_{FB}|$ für alle $\tan\beta$ -Werte.

In den Abbildungen 6.11 und 6.12 ist Δ für $\tan\beta = 1.4$ und $\tan\beta = 40$ als Funktion von M_A für verschiedene Soft-SUSY-Brechungsparameter aufgetragen. Man sieht in den beiden Abbildungen deutliche Strukturen in der Nähe der Schwelle $m_t = m_{H^\pm} + m_b$. Diese Strukturen stammen hauptsächlich aus den Countertermen und auch die Spitzen, die aus einer Singularität in der Ableitung der B_0-Funktion (B.16) resultieren, kommen über die Vertex-Counterterme (5.41) und (5.42) in den Top-Vertex. Ferner findet man in Abbildung 6.11 für große M_A, daß Δ gegen Null geht. Dies liegt an der bereits erwähnten Entkopplung des zweiten Higgs-Dubletts für $\alpha = \beta - \pi/2$ und große m_{H^0}, $m_{H^\pm}$ und der Entkopplung der Sfermionen für große M_S (siehe Abb. 6.5). Für kleine Sfermionmassen und große $\tan\beta$, können die NS-Korrekturen dagegen bis zu -4% betragen (s. Abb. 6.12).

In den Abbildungen 6.13, 6.14 und 6.15 ist Δ für verschiedene Parameter als Funktion der Gluino-Masse aufgetragen. Dabei ist zu beachten, daß in diesen Abbildungen $m_{\tilde{g}}$ ein freier Parameter ist und die SUSY-GUT-Relation (4.56) nicht gilt. Des weiteren ist zu beachten, daß der Bereich 4 GeV $\lesssim m_{\tilde{g}} \lesssim$ 150 GeV experimentell ausgeschlossen ist [59]. Die Singularität (Spitze nicht im Bild) in Abb. 6.13 und Abb. 6.15 stammt jeweils aus den Vertex-Countertermen (5.41) und (5.42). Diese Singularität entsteht durch die Ableitung der B_0-Funktion an der Stelle $m_t = m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_1}$ (B.19) und kommt über diese Counterterme in den Top-Vertex. Bemerkenswert ist hier, daß für große $\tan\beta$ und $m_{\tilde{t}_1} = m_t$ die Größe Δ bis zu -9% ereichen kann. Große Werte von Δ ergeben sich auch in der Nähe der Singularitäten. Diesen Werten kann jedoch ohne Berücksichtigung von Korrekturen noch höherer Ordnung keine physikalische Bedeutung gegeben werden, und sind deshalb mit Zurückhaltung zu interpretieren.

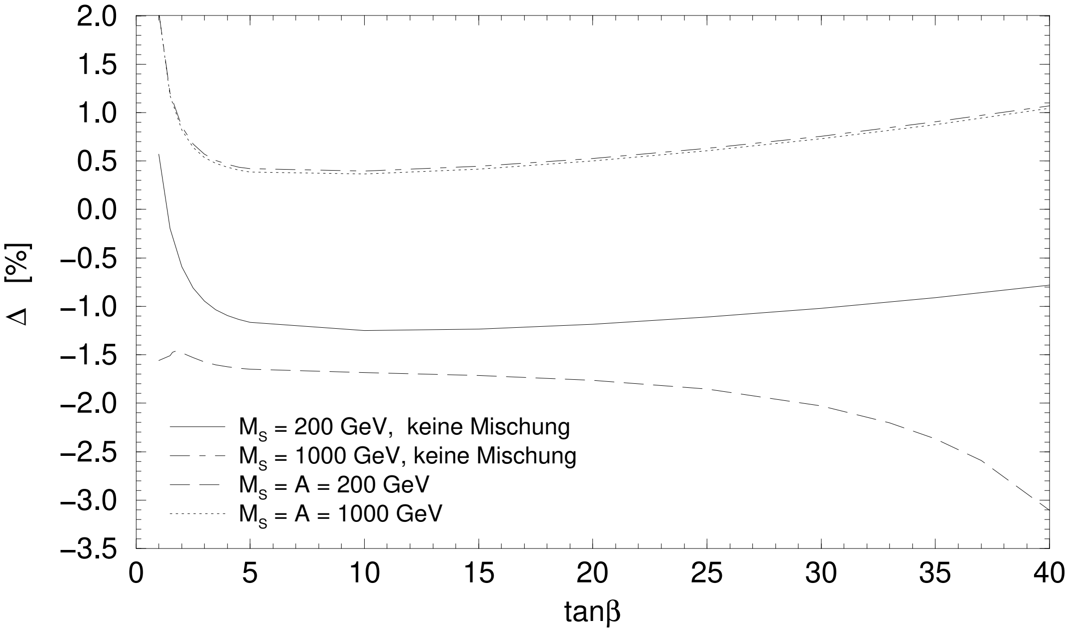


Abbildung 6.8: Δ in Abhängigkeit von $\tan\beta$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 200$ GeV, $\mu = -150$ GeV und $M_2 = 100$ GeV.

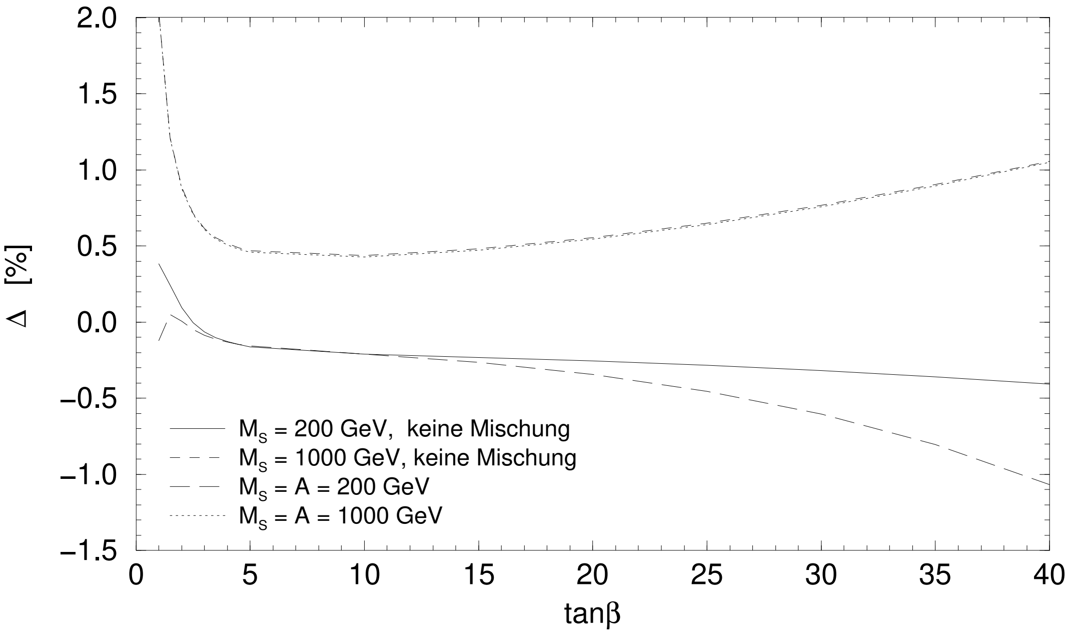


Abbildung 6.9: Wie Abb. 6.8 jedoch für $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 500$ GeV.

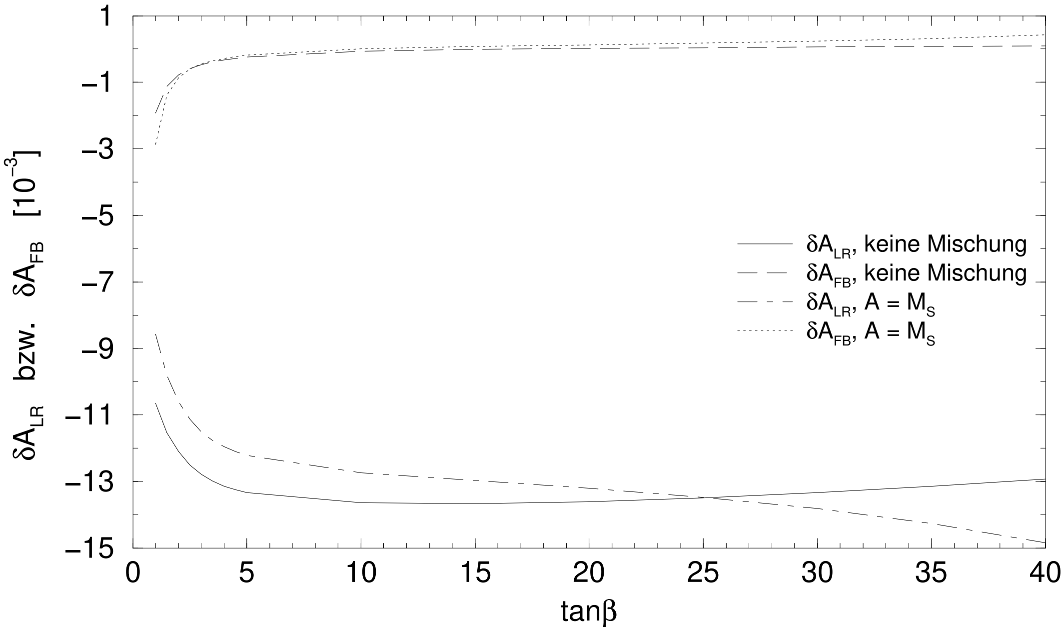


Abbildung 6.10: δA_{LR} und δA_{FB} in Abhängigkeit von $\tan\beta$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 200$ GeV, $M_S = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 150$ GeV.

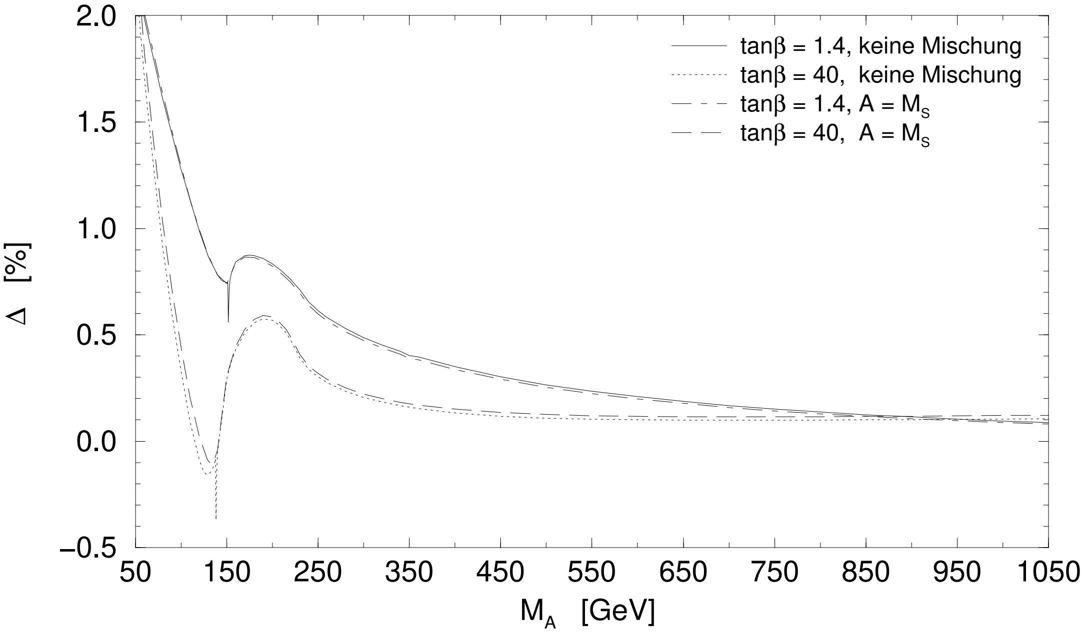


Abbildung 6.11: Δ in Abhängigkeit von M_A für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_S = 1000$ GeV, $\mu = -250$ GeV und $M_2 = 500$ GeV.

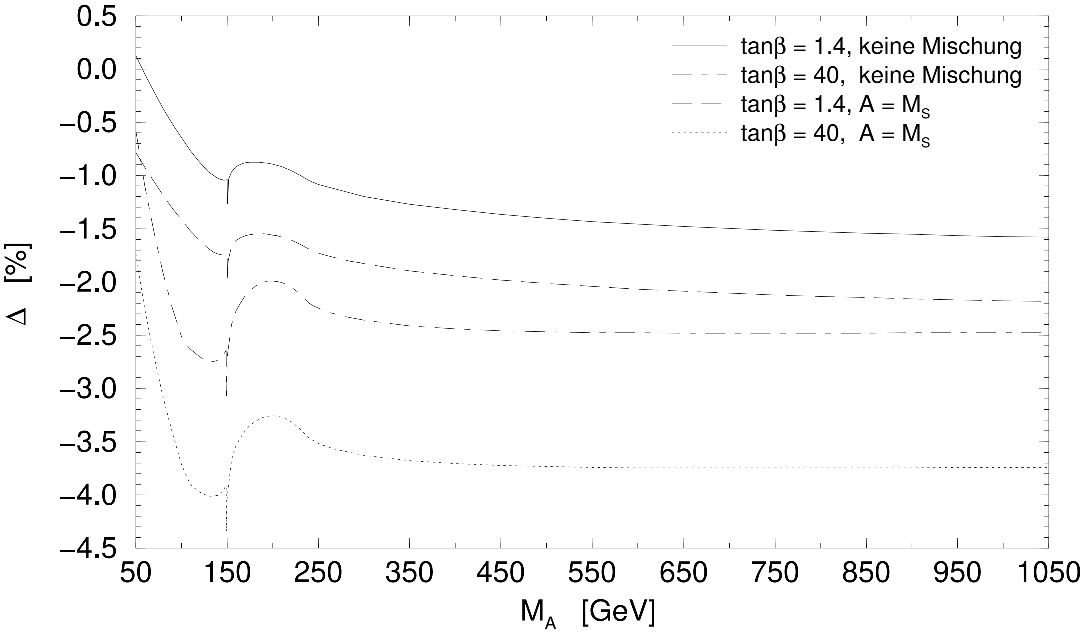


Abbildung 6.12: Wie Abb. 6.11 aber für $M_S = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 150$ GeV.

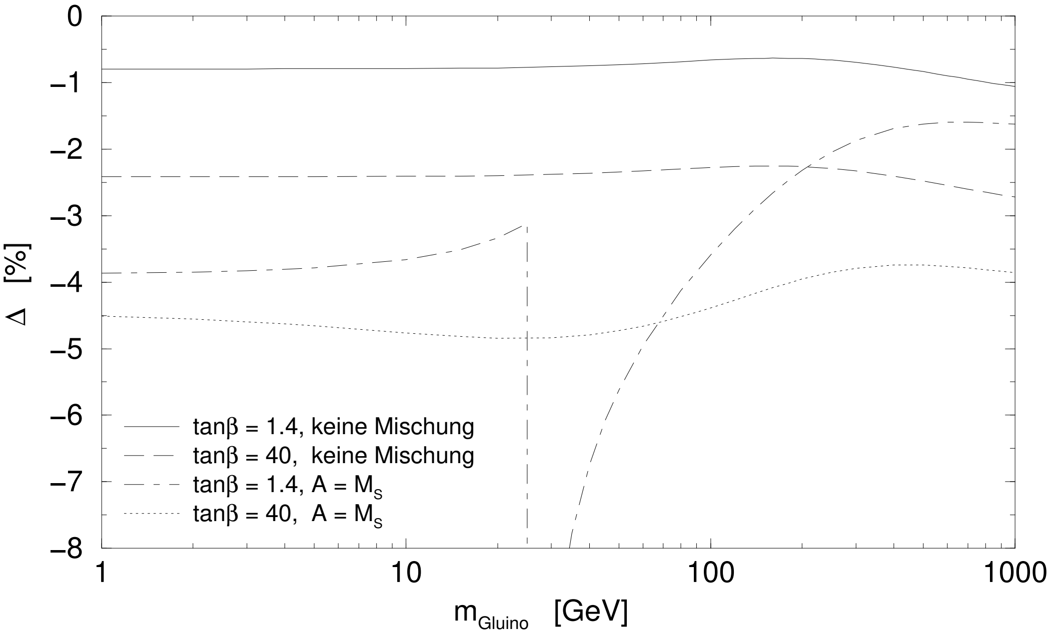


Abbildung 6.13: Δ in Abhängigkeit von $m_{\tilde{g}}$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 150$ GeV, $M_S = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und $M_2 = 100$ GeV. Dabei ist zu beachten, daß der Bereich 4 GeV $\lesssim m_{\tilde{g}} \lesssim 150$ GeV experimentell ausgeschlossen ist.

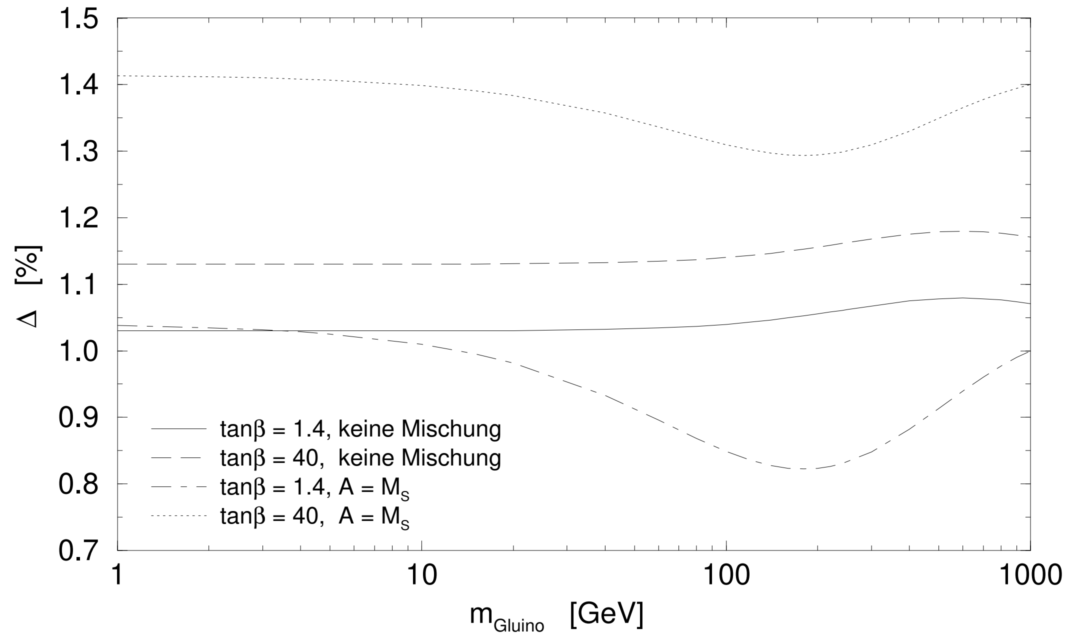


Abbildung 6.14: Wie Abb. 6.13 jedoch für $M_A = 200$ GeV, $M_S = 500$ GeV, $\mu = -400$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

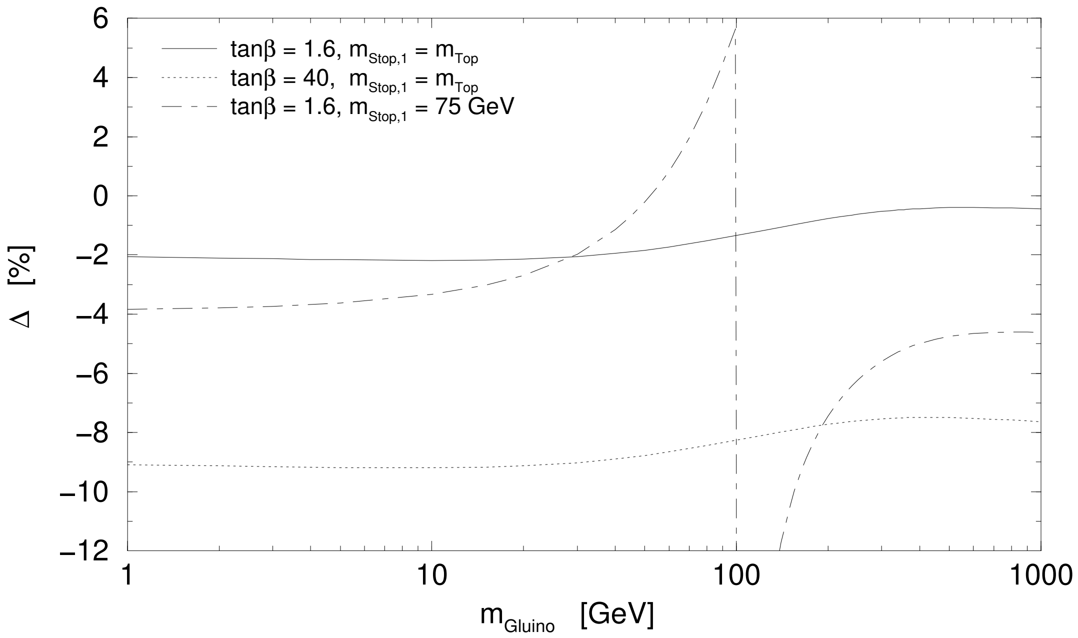


Abbildung 6.15: Wie Abb. 6.13 jedoch für $A = m_{\tilde{t}_1}$, $\mu = -150$ GeV und $M_2 = 150$ GeV.

In den Abbildungen 6.16, 6.17 und 6.18 wurde Δ, δA_{LR} bzw. δA_{FB} über $m_{\tilde{t}}$ aufgetragen. Hier wurde also $m_{\tilde{t}}$ als Input benutzt und daraus dann die anderen Sfermion-Massen gemäß Gleichung (4.30) berechnet. Die NS-Korrekturen erreichen hier bis zu 5%, und man beobachtet natürlich auch wieder die Entkopplung für schwere Sfermionen.

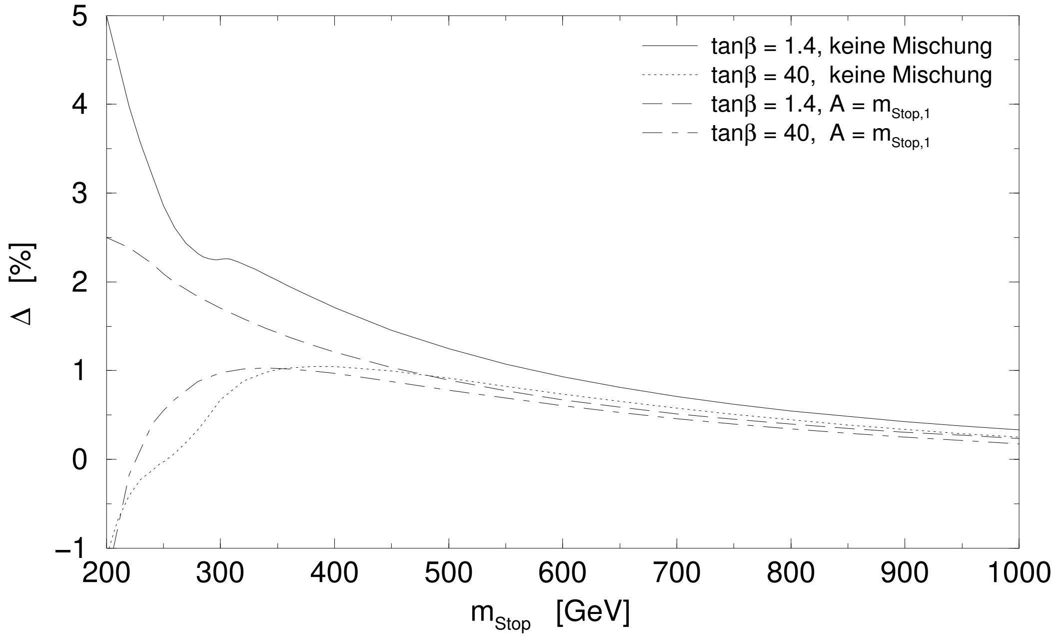


Abbildung 6.16: Δ in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}}$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 250$ GeV, $\mu = -200$ GeV und $M_2 = 250$ GeV.

Im Bereich kleiner $\tan\beta$ sind sehr leichte, gemischte Top-Squarks möglich, daher wurden in den Abbildungen 6.19, 6.20 und 6.21 die Größen Δ, δA_{LR} bzw. δA_{FB} für $\tan\beta = 1.4$ über $m_{\tilde{t}_1}$ aufgetragen. Hier wurde auch $m_{\tilde{t}_1}$ als Input benutzt und daraus dann die anderen Sfermion-Massen gemäß Gleichung (4.30) berechnet. Dabei ist zu beachten, daß in diesen Abbildungen, mit jeweils einer Ausnahme, die SUSY-GUT-Relation (4.56) nicht gilt. Die große Struktur im Fall $m_{\tilde{g}} = m_{\tilde{t}_1}$ stammt von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_1}$. Diese und die anderen Singularitäten ergeben sich aus der Ableitung der B_0-Funktion (B.16). Der zweite Peak von $m_{\tilde{g}} = 2$ GeV (durchgezogene Linie) und der starke Abfall von $m_{\tilde{g}} = m_t$ (wobei die Singularität, die für $m_{\tilde{t}_1} = 0$ GeV entstehen würde, nicht mehr im Bild ist) stammen ebenfalls von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_1}$. Alle anderen Singularitäten werden von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{\chi}_1^0}$ verursacht. Werte von $\Delta \gtrsim 5\%$ ergeben sich nur in der Nähe der Schwellen, wo dann sehr große Werte erreicht werden können, die jedoch, aus den schon weiter oben genannten Gründen, äußerst vorsichtig zu interpretieren sind. Analoges gilt für δA_{LR} und δA_{FB}, wobei für kleine Stop-Massen die LR-Asymmetrie deutlich größer als die FB-Asymmetrie ist. Anzumerken bleibt noch, daß die kleinen Unregelmäßigkeiten die in Abb. 6.20 und Abb. 6.21 nach den Singularitäten auftreten, aus numerischen Instabilitäten in den D-Funktionen der verwendeten Programmbibliothek **AAFF** [57] (s.a. Anhang B) und der Schwelle $m_{\tilde{t}_1} = m_t + m_{\tilde{\chi}_2^0}$ stammen.

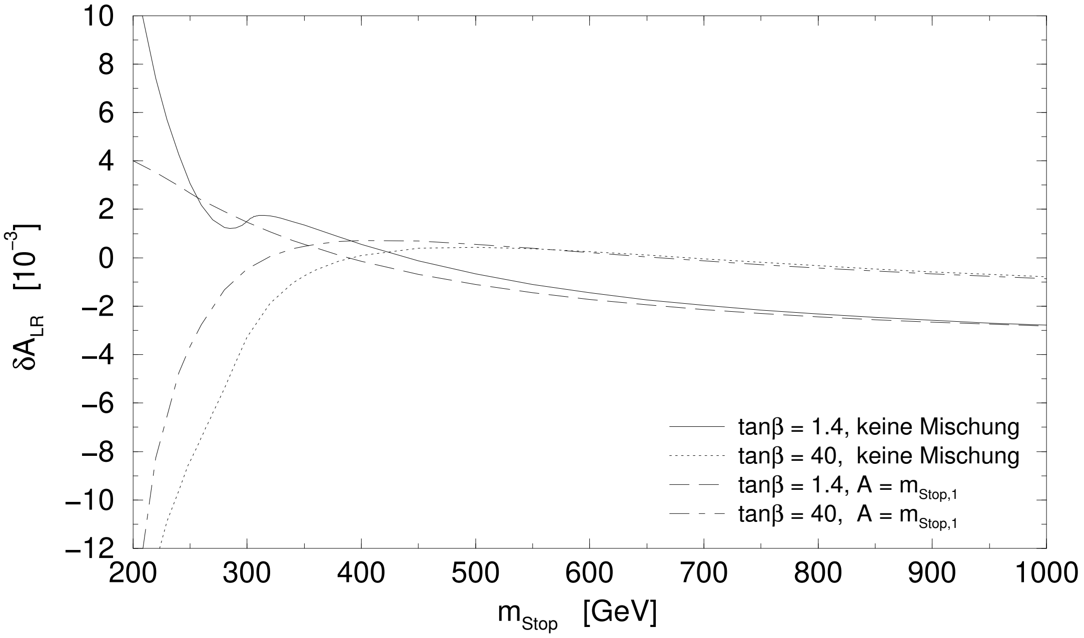


Abbildung 6.17: δA_{LR} in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}}$ für die gleichen Parameter wie in Abb. 6.16.

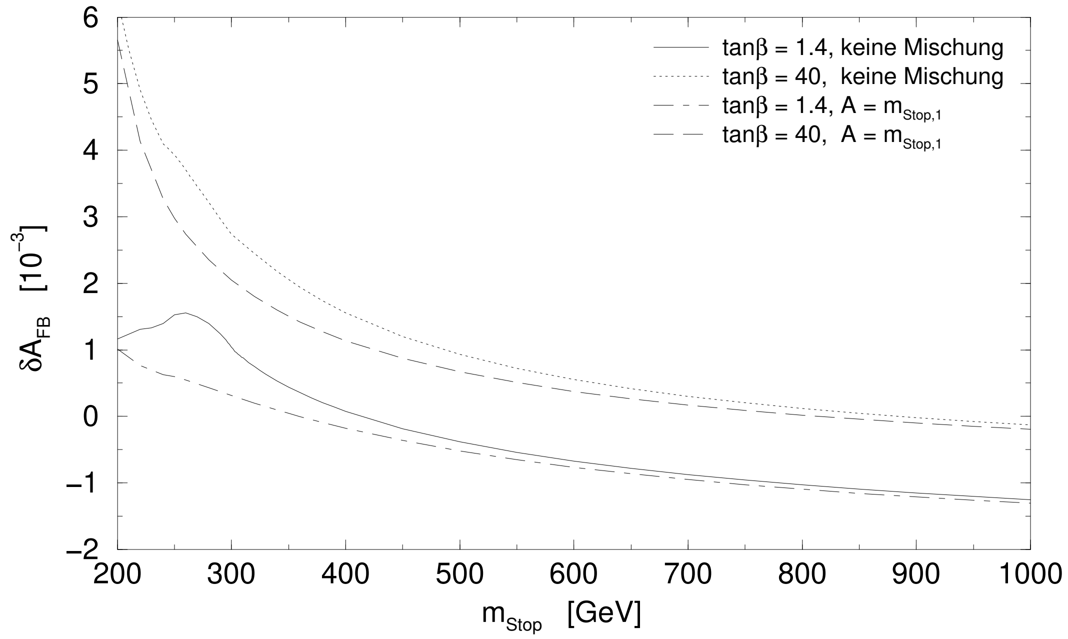


Abbildung 6.18: δA_{FB} in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}}$ für die gleichen Parameter wie in Abb. 6.16.

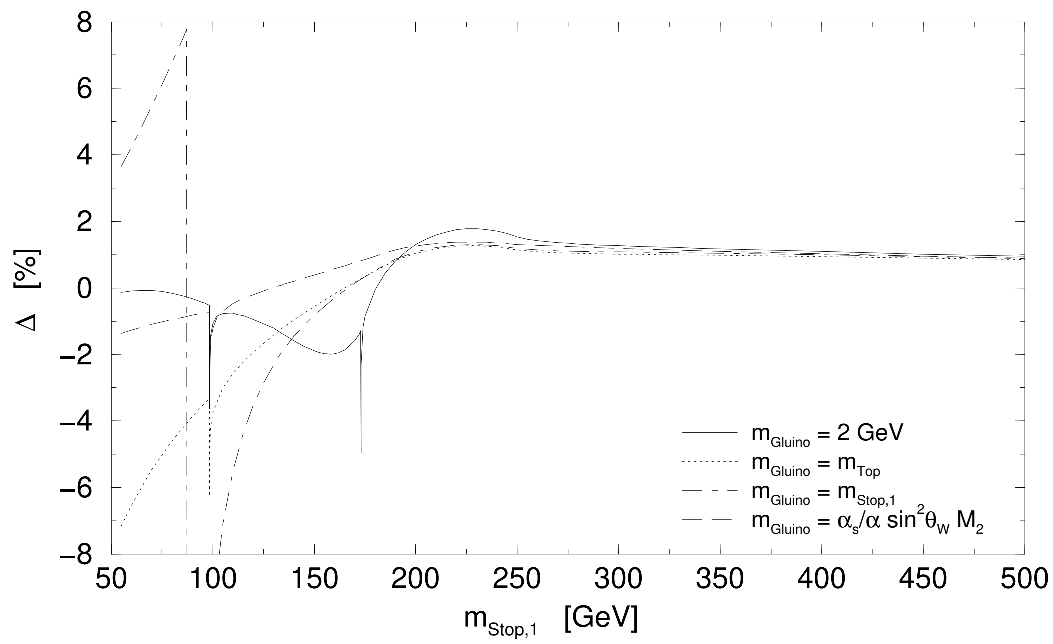


Abbildung 6.19: Δ in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $\tan\beta\ = 1.4$, $M_A = 250$ GeV, $\mu = -200$ GeV, $M_2 = 150$ GeV und $A = m_{\tilde{t}_1}$.

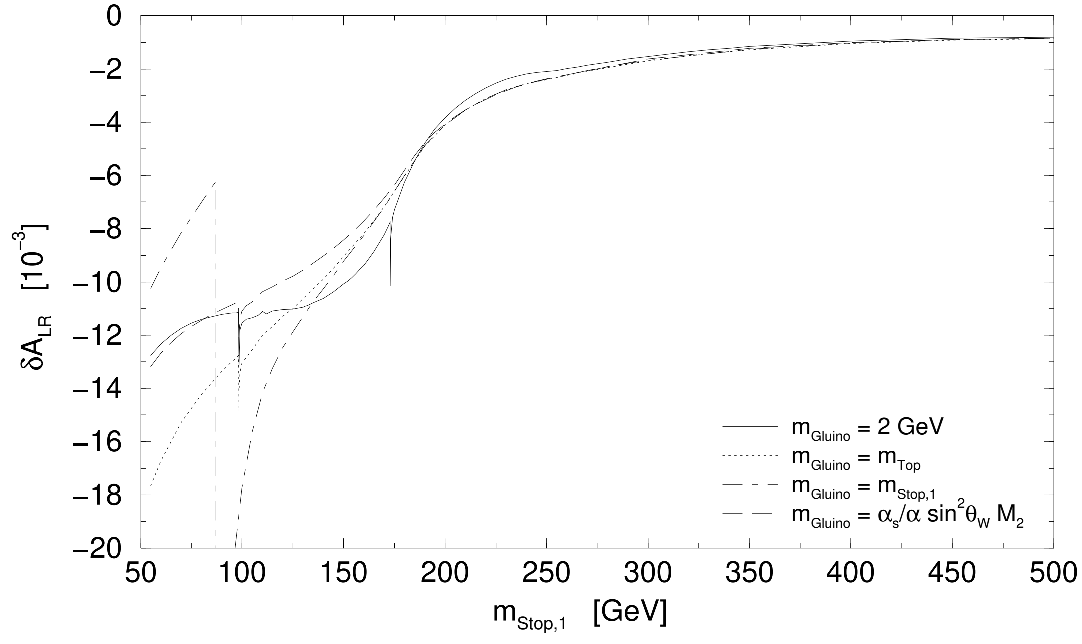


Abbildung 6.20: δA_{LR} in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ für die gleichen Parameter wie in Abb. 6.19.

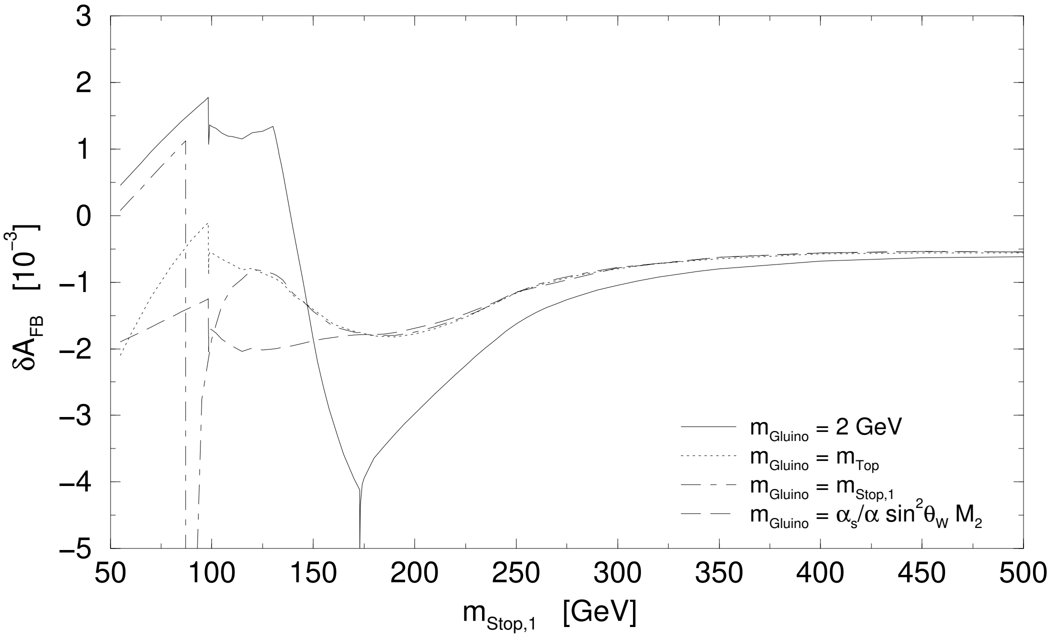


Abbildung 6.21: δA_{FB} in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ für die gleichen Parameter wie in Abb. 6.19.

Die Abbildungen 6.22, 6.24 und 6.25 sind bis auf $\tan\beta = 40$ und $\mu = -100$ GeV analog zu den drei vorhergehenden. Dabei ist zu beachten, daß in diesen Abbildungen, mit jeweils einer Ausnahme, die SUSY-GUT-Relation (4.56) nicht gilt. Abbildung 6.23 ist eine Vergrößerung der linken unteren Ecke von Abb. 6.22. Die darauf zu sehende größere Struktur stammt von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{b}_2} + m_{\tilde{\chi}_1^+}$, und der Peak von $m_{\tilde{g}} = 2$ GeV wird von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{g}}$ verursacht. Wie in den drei vorhergehenden Abbildungen werden auch hier in der Nähe der Schwellen große Werte für die NS-Korrekturen möglich, die jedoch mit größter Vorsicht zu behandeln sind (s.o.).

In der Abbildung 6.26 wurde Δ als Funktion des Soft-SUSY-Brechungsparameter M_2 aufgetragen. Man erkennt auch hier wieder eine Entkopplung für schwere Charginos und Neutralinos. Die kleinen Spitzen (die ersten von links) stammen von den beiden Schwellen $m_{\tilde{\chi}_2^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+} = \sqrt{s}$ und $m_{\tilde{\chi}_4^0} + m_{\tilde{\chi}_4^0} = \sqrt{s}$. Die großen Spitzen setzen sich ebenfalls aus jeweils zwei Schwellen zusammen. Die beiden oberen aus $m_{\tilde{\chi}_1^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+} = \sqrt{s}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^0} + m_{\tilde{\chi}_4^0} = \sqrt{s}$, und die beiden unteren aus $m_{\tilde{\chi}_3^0} + m_{\tilde{\chi}_4^0} = \sqrt{s}$ und $m_{\tilde{\chi}_1^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+} = \sqrt{s}$. Für die Parameterwahl aus Abb. 6.26 überschreitet $|\Delta|$ die 2.5% nicht. Die Asymmetrien (ohne Bild) liegen zwischen $-12 \times 10^{-3} < \delta A_{LR} < 12 \times 10^{-3}$ und $-3.5 \times 10^{-3} < \delta A_{FB} < 2 \times 10^{-3}$.

In der Abbildung 6.27 wurde Δ über $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ aufgetragen. Hier wurde also statt M_2 die Masse des leichten Charginos $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ als Input benutzt und daraus dann die anderen Neutralino- und Chargino-Massen gemäß Gleichung (4.43) berechnet. Von links nach rechts stammen die erste und letzte Spitze von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{\chi}_1^0}$, und die zweite und dritte von $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{\chi}_2^0}$. Der starke Abfall der durchgezogenen Linie stammt von der Schwelle $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{g}}$, die wegen $m_{\tilde{\chi}_1^+} > 65$ GeV nicht mehr vollständig eingezeichnet ist. Dabei kann Δ für $m_{\tilde{t}_1} = 75$ GeV bis zu -5.3% erreichen. Die Asymmetrien (ohne Bild) liegen zwischen $-13.2 \times 10^{-3} < \delta A_{LR} < -2 \times 10^{-3}$ und $-5.5 \times 10^{-3} < \delta A_{FB} < 1.6 \times 10^{-3}$.

In der Abbildung 6.28 wurde Δ als Funktion von $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ aufgetragen. Von links nach rechts

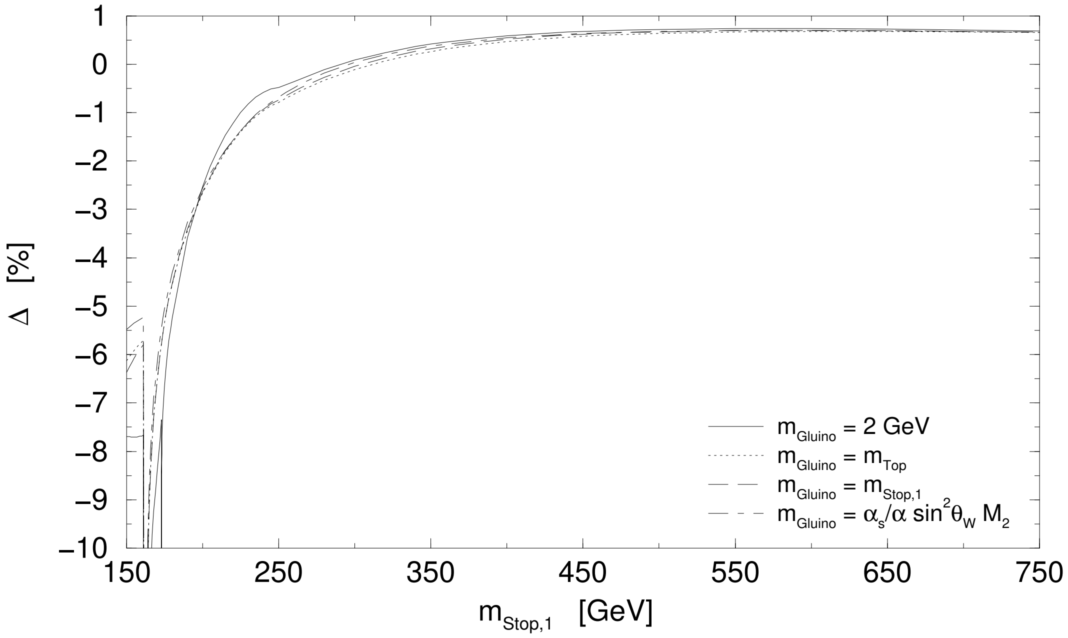


Abbildung 6.22: Δ in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $\tan\beta\ = 40$, $M_A = 250$ GeV, $\mu = -100$ GeV, $M_2 = 150$ GeV und $A = m_{\tilde{t}_1}$.

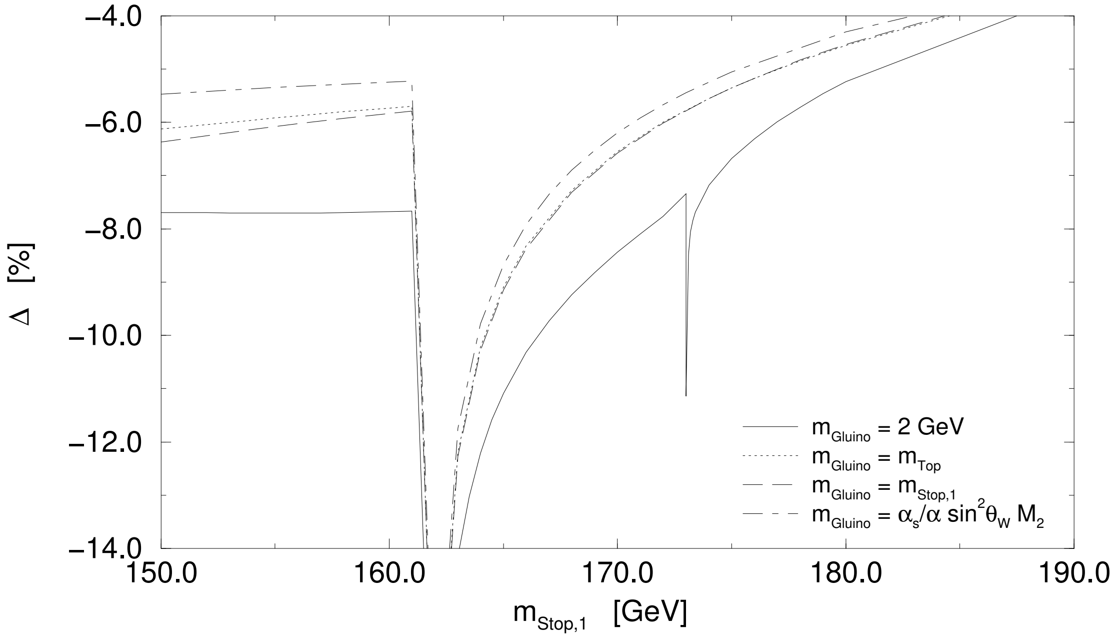


Abbildung 6.23: Ausschnittsvergrößerung von Abb. 6.22.

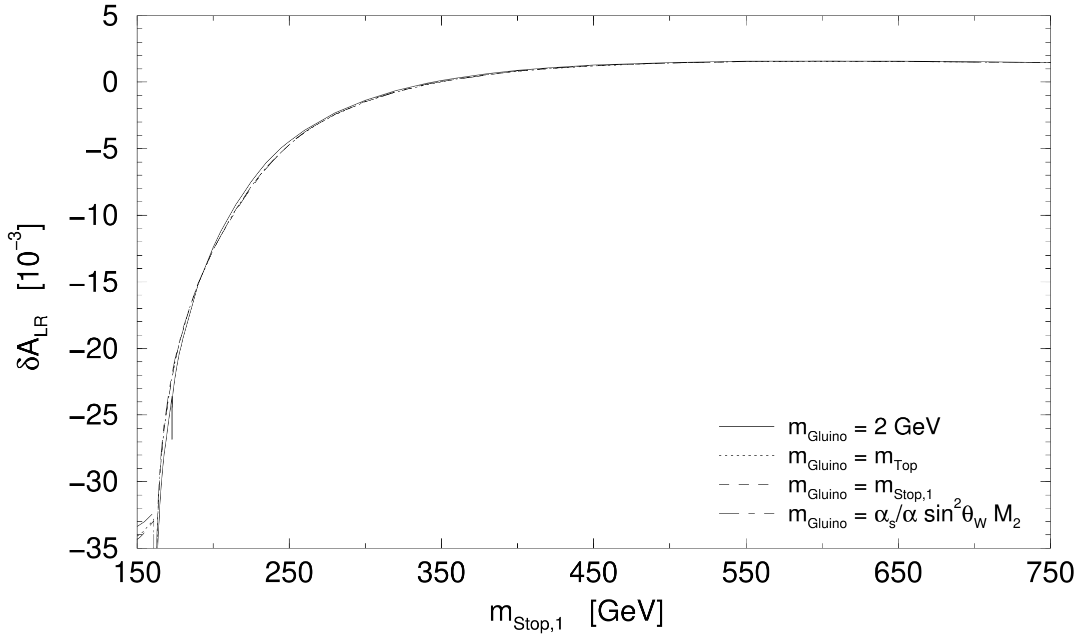


Abbildung 6.24: δA_{LR} in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ für die gleichen Parameter wie in Abb. 6.22.

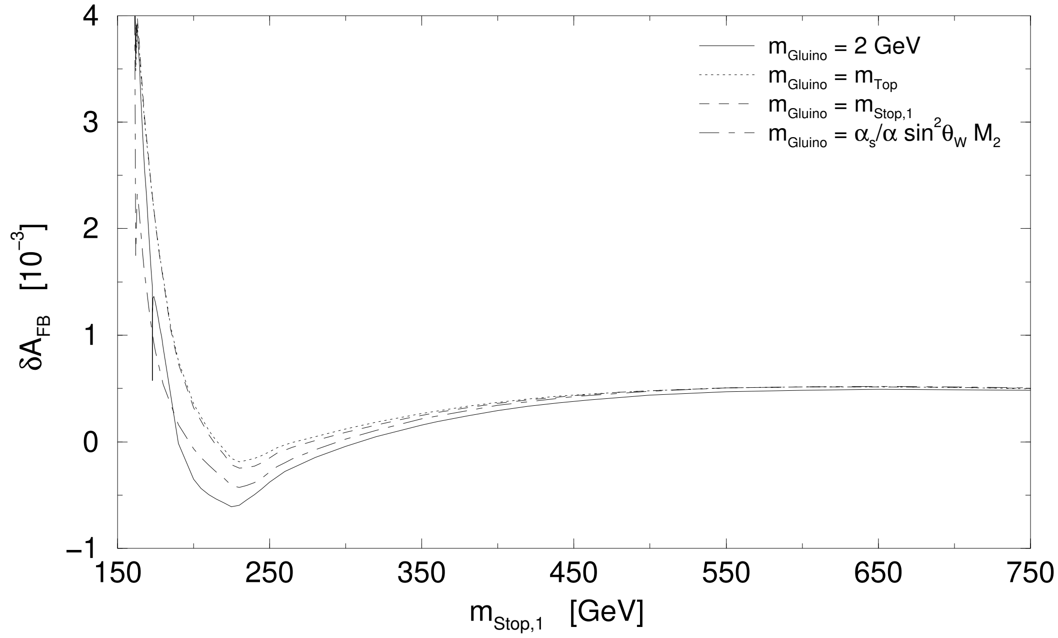


Abbildung 6.25: δA_{FB} in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ für die gleichen Parameter wie in Abb. 6.22.

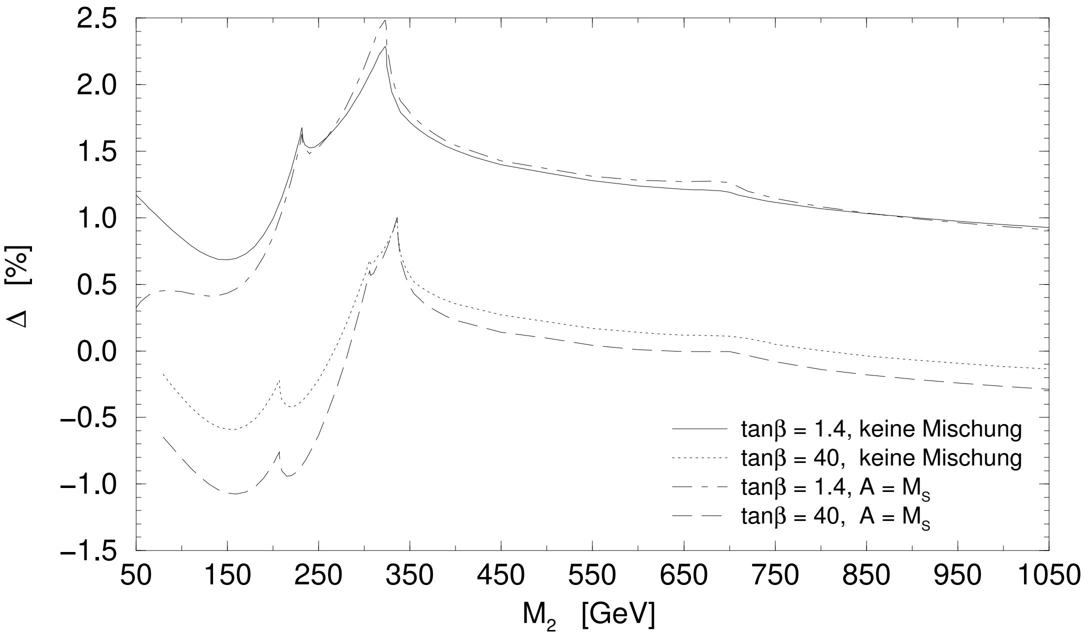


Abbildung 6.26: Δ in Abhängigkeit von M_2 für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $M_A = 100$ GeV, $M_S = 250$ GeV und $\mu = -150$ GeV.

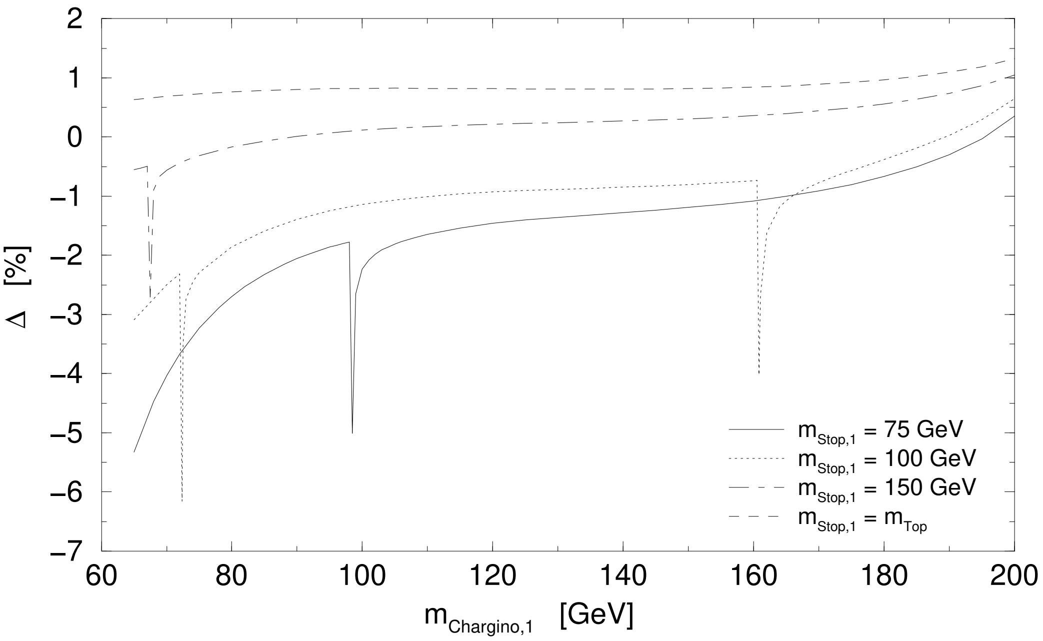


Abbildung 6.27: Δ in Abhängigkeit von $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $\tan\beta\ = 1.4$, $M_A = 250$ GeV, $\mu = -200$ GeV und $A = m_{\tilde{t}_1}$.

stammt die erste Spitze von der singulären Schwelle $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{\chi}^0_2}$, die zweite von der singulären Schwelle $m_t = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{\chi}^0_1}$, die dritte von den Schwellen $m_{\tilde{\chi}^+_2} + m_{\tilde{\chi}^+_2} = \sqrt{s}$ und $m_{\tilde{\chi}^0_4} + m_{\tilde{\chi}^0_4} = \sqrt{s}$. Die letzte setzt sich auch wieder aus zwei Schwellen zusammen: $m_{\tilde{\chi}^+_1} + m_{\tilde{\chi}^+_2} = \sqrt{s}$ und $m_{\tilde{\chi}^0_2} + m_{\tilde{\chi}^0_4} = \sqrt{s}$. Für kleine Neutralino-Massen kann Δ Werte von -5% erreichen.

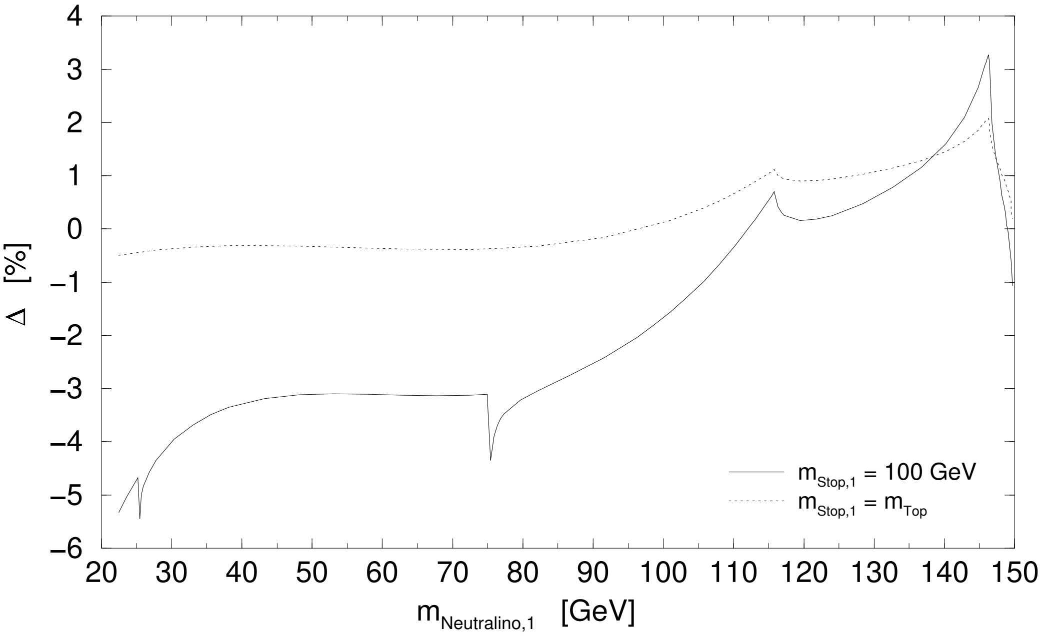


Abbildung 6.28: Δ in Abhängigkeit von $m_{\tilde{\chi}^0_1}$ für $\sqrt{s} = 500$ GeV, $\tan\beta = 1.4$, $M_A = 250$ GeV, $\mu = -150$ GeV und $A = m_{\tilde{t}_1}$.

Um noch einige explizite Zahlenwerte anzugeben sind in den Tabellen 6.1 und 6.2 die Größen Δ, δA_{FB} und δA_{LR} für $M_A = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und einige typische Werte von M_S, M_2 und $\tan\beta$, sowohl in der Nähe der Schwelle zur Top-Paar-Produktion als auch für eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 500$ GeV, aufgeführt. Dabei findet man, daß Δ für gemischte Sfermionen Werte zwischen -18% und $+14\%$ annehmen kann. Allerdings ist zu beachten, daß der totale Wirkungsquerschnitt in der Nähe der Schwelle sehr viel kleiner ist als bei $\sqrt{s} = 500$ GeV (vgl. dazu Abb. 6.1). Wiederum findet man in den Asymmetrien nur kleine Unterschiede zwischen den Vorhersagen des MSSM und des SM.

M_S	M_2	$\tan\beta$	$\sqrt{s} = 2.001 m_t$			$\sqrt{s} = 500$ GeV		
			Δ [%]	δA_{LR}	δA_{FB}	Δ [%]	δA_{LR}	δA_{FB}
200	100	2	8.3415	0.0111	0.0277	−0.9394	−0.0113	−0.0014
		10	−7.9061	−0.0012	0.0008	−1.4860	−0.0128	−0.0008
		40	1.5455	−0.0089	0.0283	−1.6181	−0.0121	−0.0007
200	500	2	−1.1874	0.0004	0.0030	0.0929	−0.0009	−0.0013
		10	−0.1152	−0.0089	0.0091	−0.2112	−0.0004	−0.0010
		40	−0.0903	−0.0092	0.0042	−0.4090	−0.0001	−0.0011
1000	100	2	10.1355	0.0173	0.0021	1.0213	0.0023	0.0002
		10	−2.7795	−0.0073	0.0009	0.5736	0.0014	0.0006
		40	−8.6403	−0.0391	0.0401	1.2207	0.0037	0.0011
1000	500	2	9.8682	0.0433	−0.0057	0.8830	0.0013	−0.0002
		10	−7.5461	−0.0439	0.0312	0.4371	0.0009	0.0002
		40	0.8613	0.0623	−0.0163	1.0569	0.0032	0.0007

Tabelle 6.1: Die NS-Korrekturen für $M_A = 200$ GeV, $\mu = -100$ GeV und ungemischte Sfermionen. Alle Massen sind in GeV angegeben.

M_S	M_2	$\tan\beta$	$\sqrt{s} = 2.001 m_t$			$\sqrt{s} = 500$ GeV		
			Δ [%]	δA_{LR}	δA_{FB}	Δ [%]	δA_{LR}	δA_{FB}
200	100	2	0.7655	0.0040	−0.0149	−1.6257	−0.0101	−0.0015
		10	7.2849	0.0335	−0.0008	−1.9299	−0.0121	−0.0007
		40	−2.7698	−0.0366	−0.0359	−2.9751	−0.0137	−0.0002
200	500	2	4.7093	0.0242	−0.0207	0.0043	0.0012	−0.0018
		10	−1.5775	−0.0139	−0.0110	−0.2098	0.0010	−0.0011
		40	2.2923	0.0093	−0.0017	−1.0685	0.0007	−0.0006
1000	100	2	14.0583	0.0527	−0.0062	0.9925	0.0024	0.0002
		10	1.1742	−0.0111	−0.0224	0.5430	0.0014	0.0006
		40	−16.9548	−0.0681	0.0502	1.1923	0.0038	0.0011
1000	500	2	5.9739	0.0980	0.1049	0.8757	0.0014	−0.0002
		10	−18.3482	−0.0566	0.0159	0.4271	0.0010	0.0002
		40	−9.5889	0.0259	−0.0767	1.0492	0.0032	0.0007

Tabelle 6.2: Wie Tabelle 6.1, jedoch für gemischte Sfermionen, d.h. $A = M_S$. Alle Massen sind in GeV angegeben.

6.2 Formfaktoren des Top-Quarks

Die (dimensionslosen) Formfaktoren[1] $F_1^a(s)$, $F_2^a(s)$, $F_3^a(s)$ und $F_4^a(s)$ sind üblicherweise mit der folgenden Struktur definiert:

$$\hat{\Gamma}_\mu^{aff}(k,\bar{k}) = i\,e\left[\gamma_\mu\,F_1^a(s) + \frac{i\,\sigma_{\mu\nu}\,q^\nu}{2\,m_f}\,F_2^a(s) + \gamma_\mu\,\gamma_5\,F_3^a(s) + \frac{i\,\sigma_{\mu\nu}\,q^\nu}{2\,m_f}\,\gamma_5\,F_4^a(s)\right]\ , \tag{6.3}$$

wobei $a \in \{\gamma, Z\}$, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$, $q^2 = s = (k+\bar{k})^2$, $k = -p_3$ und $\bar{k} = -p_1$ ist (vgl. dazu Abb. D.1). Unter Benutzung der sogenannten Gordon-Zerlegung

$$\bar{u}(k)\,\gamma_\mu\,v(\bar{k}) = \bar{u}(k)\Big[\frac{(k-\bar{k})_\mu}{2\,m_f} + \frac{i\,\sigma_{\mu\nu}\,q^\nu}{2\,m_f}\Big]v(\bar{k}) \tag{6.4}$$

können die Formfaktoren $F_i^a(s)$ $(i = 1,2,3,4)$ durch die in Gleichung (5.35) benutzten Formfaktoren A^λ und B^λ, wie folgt ausgedrückt werden

$$\begin{aligned} F_1^a(s) &= \frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Big[\frac{A^+ + A^-}{2} + 2\,m_f\,\frac{B^+ + B^-}{2}\Big] \\ F_2^a(s) &= -2\,m_f\,\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Big[\frac{B^+ + B^-}{2}\Big] \\ F_3^a(s) &= \frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Big[\frac{A^+ - A^-}{2} + 2\,m_f\,\frac{B^+ - B^-}{2}\Big] \\ F_4^a(s) &= -2\,m_f\,\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Big[\frac{B^+ - B^-}{2}\Big]\ . \end{aligned} \tag{6.5}$$

Dabei ist $F_2^a(s)$ der sogenannte *anomale magnetische Formfaktor* (AMFF) und $F_4^a(s)$ der *elektrische Formfaktor* (EFF). Zur Unterscheidung der Modelle wird noch die folgende Größe definiert:

$$\delta F_2^a(s) := F_2^{a,MSSM}(s) - F_2^{a,SM}(s)\ . \tag{6.6}$$

Dabei ist allerdings zu beachten, daß die Formfaktoren $F_i^a(s)$ alleine nicht eichinvariant sind sondern erst in Kombination mit Boxdiagrammbeiträgen, was hier jedoch nicht der Fall ist.

In den Tabellen 6.3 und 6.4 sind die magnetischen Formfaktoren des Top-Quarks (d.h. setze $m_f = m_t$ in den oben angegebenen Formeln) für die gleichen Parameter wie in den beiden vorangegangenen Tabellen aufgeführt. Sie sind getrennt nach Photon- und Z-Boson-Beiträgen. Alle Massenangaben sind in GeV.

Die Beträge der Real- und Imaginärteile von $\delta F_2^a(s)$ nehmen Werte zwischen 0.1×10^{-3} und 7×10^{-3} an. Sie erreichen ihre größten Werte für kleine Soft-SUSY-Brechungsparameter, insbesondere für gemischte Sfermionen und $\tan\beta\ = 40$ ergibt sich für $\Re\mathrm{e}\,\delta F_2^\gamma(s)$ ein Wert von 6.94×10^{-3}. Es entsteht daher ein ähnliches Bild wie für die Größe Δ. Außerdem sind die Real- und Imaginärteile der Photon-Beiträge meistens betragsmäßig größer als die der Z-Boson-Beiträge. Real- und Imaginärteil des $\mathcal{CP}$-verletzenden EFF $F_4^a(s)$ sind beide kleiner als 10^{-17} für alle in Tabelle 6.3 und 6.4 angegebenen Parameter, d.h. das Top-Quark besitzt im SM und MSSM auf 1-Schleifen-Niveau keinen feststellbaren EFF.

[1] Einen Überblick über die Formfaktoren und ihre Messung, speziell die Formfaktoren des Top-Quarks findet man z.B. in [56].

M_S	M_2	$\tan\beta$	$\delta F_2^\gamma(s)$ $[10^{-3}]$	$\delta F_2^Z(s)$ $[10^{-3}]$
200	100	2	$1.88 + 2.09i$	$0.43 + 1.92i$
		10	$2.23 + 1.64i$	$0.77 + 1.43i$
		40	$3.75 + 2.66i$	$2.18 + 2.41i$
200	500	2	$0.86 - 0.67i$	$-0.48 - 1.33i$
		10	$0.89 - 1.31i$	$-0.57 - 1.66i$
		40	$2.37 - 0.25i$	$0.79 - 0.75i$
1000	100	2	$0.50 + 1.35i$	$0.58 + 1.19i$
		10	$0.63 + 0.55i$	$0.55 + 0.48i$
		40	$2.80 + 2.54i$	$1.98 + 1.42i$
1000	500	2	$0.18 + 1.03i$	$0.27 + 0.84i$
		10	$0.26 + 0.22i$	$0.19 + 0.16i$
		40	$2.43 + 2.21i$	$1.61 + 1.10i$

Tabelle 6.3: Die magnetischen Formfaktoren des Top-Quarks für $\sqrt{s}$ = 500 GeV, M_A = 200 GeV, $\mu = -100$ GeV und ungemischte Sfermionen.

M_S	M_2	$\tan\beta$	$\delta F_2^\gamma(s)$ $[10^{-3}]$	$\delta F_2^Z(s)$ $[10^{-3}]$
200	100	2	$3.18 + 5.39i$	$0.87 + 3.12i$
		10	$3.86 + 4.36i$	$1.38 + 2.38i$
		40	$6.94 + 4.39i$	$4.18 + 2.53i$
200	500	2	$0.31 + 0.68i$	$-0.70 - 0.74i$
		10	$0.72 - 2.41i$	$-0.61 - 1.24i$
		40	$3.72 - 0.16i$	$2.09 - 1.26i$
1000	100	2	$0.62 + 1.39i$	$0.63 + 1.20i$
		10	$0.75 + 0.55i$	$0.59 + 0.48i$
		40	$2.91 + 2.53i$	$2.01 + 1.41i$
1000	500	2	$0.23 + 1.07i$	$0.29 + 0.86i$
		10	$0.32 + 0.22i$	$0.21 + 0.16i$
		40	$2.48 + 2.19i$	$1.63 + 1.09i$

Tabelle 6.4: Wie Tabelle 6.3 jedoch für gemischte Sfermionen mit $A = M_S$.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Der Wissenschaftler versucht die Natur nicht zu ergründen, weil sie nützlich ist, sondern weil er Vergnügen an ihr findet, und er findet Vergnügen an ihr, weil sie schön ist. Wäre sie nicht schön, wäre sie nicht wert, ergründet zu werden, und wäre sie nicht wert, ergründet zu werden, wäre das Leben nicht wert, gelebt zu werden.

HENRI POINCARÉ

In der vorliegenden Arbeit wurden die virtuellen Effekte des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) im Vergleich zum Standardmodell (SM) in der Produktion von Top-Quarks gemäß der Reaktion $e^+e^- \to t\bar{t}$ untersucht. Dieser Prozeß kann an einem zukünftigen e^+e^--Collider sehr genau untersucht werden, da das Top-Quark-Paar aufgrund seiner großen Masse schwach zerfällt ($t\bar{t} \to bW^+\bar{b}W^-$), bevor die Hadronisierung eintritt. Anders als bei leichten Fermionen können die Yukawa-Kopplungen hier sehr groß werden.

Nach einem kurzen Überblick über das Standardmodell und allgemeine supersymmetrische Modelle wurde in Kapitel 4 das MSSM vorgestellt und die Unterschiede zum SM hervorgehoben (vgl. dazu Kapitel 2).

Die Renormierung wurde im ON-SHELL-Schema [43] durchgeführt. Die für den Prozeß relevanten Counterterme sind mit den dafür benötigten bosonischen und fermionischen Selbstenergien in den Kapiteln 4 und 5, bzw. im Anhang C, aufgeführt.

Die schwachen und die SUSY-QCD-Strahlungskorrekturen für den Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ wurden in Kapitel 5 aus den generischen Feynman-Diagrammen berechnet, welche komplett in den Anhängen C bis E zu finden sind. Da nur die Elektronmasse, nicht jedoch die Masse des auslaufenden Fermions und dessen Isospinpartners vernachlässigt wurde, sind die vorgestellten Formeln auch für die Produktion von leichten Fermionen ($f \neq e, \nu_e$) anwendbar. Der Aufwand zur Berechnung von Elektron bzw. Elektronneutrino-Paarproduktion wäre größer, da bei diesen beiden Teilchen nicht nur s-Kanal Born-Diagramme existieren. Die QED-Korrekturen im MSSM stammen aus den selben Diagrammen wie im SM, so daß man die Ergebnisse von [50] übernehmen kann. Das gleiche gilt für die Standard-QCD-Korrekturen die [51] entnommen werden können.

Die analytischen Ergebnisse wurden in ein FORTRAN77 Programm eingebaut, welches zur Berechnung der Tensorintegrale auf die Programmbibliothek **AAFF** von G.J. van Oldenborgh, J.A.M Vermaseren und A. Aeppli [57] zurückgreift. Vergleiche mit den in [20] (SM- und 2HD-Anteil) bzw. [42] (SUSY-Selbstenergien) verwendeten Programmen lieferten Übereinstimmungen von mindestens 7 bzw. 5 Stellen.

Mit Hilfe dieses Programms wurde schließlich die Größe der virtuellen 1-Schleifen-Beiträge der $t\bar{t}$-Produktion untersucht. Dabei wurde insbesondere die Differenz zwischen dem MSSM und dem SM für den totalen Wirkungsquerschnitt, die Links-Rechts-Asymmetrie und die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie betrachtet.

Es zeigte sich in Kapitel 6, daß im Kontinuum der Betrag von Δ kaum 5% übersteigt und für schwere SUSY-Teilchen meist kleiner als 1% wird. Eine Ausnahme bildet Abb. 6.15, mit Δ um -9%. Dagegen kann $|\Delta|$ in der Nähe der Schwelle zur $t\bar{t}$-Produktion auch für schwere SUSY-Teilchen bis zu 18% erreichen. Dabei ist allerdings zu beachten, daß der absolute Wert des totalen Wirkungsquerschnitts dort sehr klein ist (vgl. dazu Abb. 6.1). Die Asymmetrien unterscheiden sich im Kontinuum und in der Nähe der Schwelle zur $t\bar{t}$-Produktion im MSSM nur wenig von denen im SM. Vor allem für die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie ergeben sich i.a. nur kleine Differenzen. Dies ist in qualitativer Übereinstimmung mit [15], wo allerdings nur die führenden elektroschwachen Terme $\mathcal{O}(\alpha_{\text{em}}\, m_t^2/M_W^2)$ und teilweise andere Parameterwerte benutzt wurden. In der Nähe von Schwellen könnten die NS-Korrekturen möglicherweise ebenfalls große Werte annehmen (vgl. dazu Abb. 6.15 und 6.19 bis 6.25). Um zu entscheiden, ob diese Werte eine physikalische Bedeutung haben, müßte man jedoch noch höhere Ordnungen berücksichtigen. Deshalb sind die Werte in der Umgebung von Singularitäten mit Zurückhaltung zu interpretieren.

Da es mit dem NLC (Next Linear Collider) wahrscheinlich möglich sein wird, alle verschiedene Produktions- und Zerfalls-Formfaktoren des Top-Quarks bis auf wenige Prozent genau zu messen [58], müßten diese Effekte mit dem NLC nachweisbar sein, falls die Unterschiede zwischen dem SM und dem MSSM im Prozentbereich liegen.

Real- und Imaginärteile der $\mathcal{CP}$-verletzenden (dimensionslosen) elektrischen Formfaktoren $F_4^a(s)$ sind kleiner als 10^{-17}, d.h. das Top-Quark besitzt auch im MSSM auf dem 1-Schleifen-Niveau kein feststellbares elektrisches Dipolmoment. Für die (dimensionslosen) magnetischen Formfaktoren[1] $F_2^a(s)$, genauer für $\delta F_2^\gamma(s)$ und $\delta F_2^Z(s)$ ergibt sich ein ähnliches Bild wie für Δ. Die Realteile erreichen ihre betragsmäßig größten Werte für kleine Soft-SUSY-Brechungsparameter, insbesondere für gemischte Sfermionen und $\tan\beta = 40$ ergibt sich für $\Re\, \delta F^\gamma(s)$ ein Wert von 6.94×10^{-3}. Den betragsmäßig kleinsten Wert erreicht $\mathrm{Im}\, \delta F_2^a(s)$ mit 0.16×10^{-3} für $M_2 = 500$ GeV.

[1]Die Formfaktoren $F_i^a(s)$ $(i = 1, 2, 3, 4)$ sind nicht eichinvariant (s. dazu auch Abschnitt 6.2).

Anhang A

Konventionen, Konstanten und Massen

In diesem Anhang sollen die Konventionen und Definitionen zusammengefaßt werden, die in dieser Arbeit von Bedeutung sind. Ferner findet man hier auch die experimentellen Daten, die als Inputwerte für die Rechnungen benutzt wurden. Die experimentellen Daten sind größtenteils [11, 59, 60, 61, 62] entnommen.

A.1 Konventionen und Konstanten

Wenn nicht anders angegeben, wird über wiederholte Indizes summiert (Einsteinsche Summenregel), wobei römische Buchstaben von 1 bis 3 und griechische von 0 bis 3 laufen. Die Ausnahme von diesser Regel sind κ und λ, die entweder '+' oder '−' sind. Es werden durchgehend "natürliche" Einheiten verwendet

$$\hbar = c = 1 \ . \tag{A.1}$$

- Minkowski-Metrik (nach Bjorken/Drell):

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad ; \qquad ds^2 = dt^2 - d\vec{x}^2 \ . \tag{A.2}$$

Ko- und kontravariante Vierervektoren

$$\begin{aligned} x_\mu &= (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x_0, -\vec{x}) \\ x^\mu &= (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, \vec{x}) \ . \end{aligned} \tag{A.3}$$

Ko- und kontravariante Vierergradienten

$$\begin{aligned} \partial_\mu &= \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}) \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla}) \ . \end{aligned} \tag{A.4}$$

Skalarprodukt

$$xy = x^\mu y_\mu = x^0 y_0 - \vec{x}\vec{y} \; . \tag{A.5}$$

Die total antisymmetrischen Levi-Civita-Tensoren in drei und vier Dimensionen sind definiert durch

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{für gerade Permutationen von 123} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen von 123} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{A.6}$$

$$\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1 & \text{für gerade Permutationen von 0123} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen von 0123} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{A.7}$$

wobei

$$\varepsilon_{ijk} = \varepsilon^{ijk} \qquad ; \qquad \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = -\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \; . \tag{A.8}$$

- Pauli-Matrizen:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \; . \tag{A.9}$$

Sie erfüllen die Kommutator- und Antikommutatorrelation

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2i\,\varepsilon_{ijk}\sigma^k \qquad ; \qquad \{\sigma^i, \sigma^j\} = 2\delta^{ij} \; , \tag{A.10}$$

weiter gilt

$$\sigma^0 = \mathbb{1} \quad ; \quad \sigma^i\sigma^i = \mathbb{1} \quad ; \quad (\sigma^i)^\dagger = \sigma^i \tag{A.11}$$

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \vec{\sigma}) = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3) \tag{A.12}$$

- γ-Matrizen:

Sie sind definiert durch die Antikommutatorrelation

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}\mathbb{1} \; . \tag{A.13}$$

Aus den vier γ-Matrizen läßt sich eine fünfte definieren, gemäß

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad ; \quad \gamma^5\gamma_5 = \mathbb{1} \quad ; \quad \{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \; . \tag{A.14}$$

Dirac-Darstellung der γ-Matrizen:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \quad ; \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \; . \tag{A.15}$$

Weyl- oder chirale Darstellung der γ-Matrizen:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -\mathbb{1} & 0 \\ 0 & \mathbb{1} \end{pmatrix} \; . \tag{A.16}$$

Spur-Relationen:

$$\begin{aligned}
Tr(\mathbb{1}) &= 4 \\
Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu) &= 4g_{\mu\nu} \\
Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) &= 4(g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \\
Tr(\text{ungerade \# von } \gamma' s) &= Tr(\gamma_5) = Tr(\gamma_5\gamma_\mu) = Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu) = Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho) = 0 \\
Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) &= -4i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \ .
\end{aligned} \tag{A.17}$$

Relationen in D Dimensionen[1]:

$$\begin{aligned}
g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} &= Tr(\mathbb{1}) = D \\
\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} &= 2g_{\mu\nu}\mathbf{1} \\
\gamma_\mu\gamma^\mu &= D\mathbf{1} \\
\gamma_\mu\gamma_\rho\gamma^\mu &= (2-D)\gamma_\rho \\
\gamma_\mu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma^\mu &= 4g_{\rho\sigma}\mathbf{1} - (4-D)\gamma_\rho\gamma_\sigma \\
\gamma_\mu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\tau\gamma^\mu &= -2\gamma_\tau\gamma_\sigma\gamma_\rho + (4-D)\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\tau \ .
\end{aligned} \tag{A.18}$$

Eine Definition von γ_5 in D Dimensionen erfordert eine besondere Sorgfalt [63], es reicht für diese Arbeit jedoch aus, die Antikommutatorrelation (A.14) und die Spur-Relationen (A.17) in 4 Dimensionen zu fordern.

- Projektionsoperatoren für rechts-/linkshändige Felder:

$$\omega^\pm = \frac{1}{2}(\mathbb{1} \pm \gamma_5) \ . \tag{A.19}$$

- Mathematische Konstanten:

$$\begin{aligned}
\pi &= 3.141592653589793\ldots \\
e &= 2.71828182844\ldots \\
\gamma_E &= -\Gamma'(1) = 0.577215664901532\ldots \ .
\end{aligned}$$

A.2 Massen und Konstanten aus dem SM

In diesem Abschnitt werden alle Massen und Konstanten angegeben, die aus dem SM in das MSSM übernommen werden und in der Arbeit verwendet wurden.

- Lepton-Massen:

$$\begin{aligned}
m_e &= 0.00051099907 \text{ GeV} \quad &;& \quad m_{\nu_e} = 0 \text{ GeV} \\
m_\mu &= 0.105658389 \text{ GeV} \quad &;& \quad m_{\nu_\mu} = 0 \text{ GeV} \\
m_\tau &= 1.77700 \text{ GeV} \quad &;& \quad m_{\nu_\tau} = 0 \text{ GeV}
\end{aligned} \tag{A.20}$$

[1]Die griechischen Indizes laufen hier von 0 bis $D-1$ und $\mathbb{1}$ ist eine $(D \times D)$-Einheitsmatrix, während $\mathbf{1}$ und die γ's $(2^{D/2} \times 2^{D/2})$-Matrizen sind!

- Quark-Massen:

$$\begin{aligned} m_u &= 0.0464 \text{ GeV} \quad &;& \quad m_d = 0.0465 \text{ GeV} \\ m_c &= 1.5 \text{ GeV} \quad &;& \quad m_s = 0.15 \text{ GeV} \\ m_t &= 175 \pm 6 \text{ GeV} \quad &;& \quad m_b = 4.5 \text{ GeV} \end{aligned} \tag{A.21}$$

Bei den Größen für m_u, m_d und m_s handelt es sich um effektive Parameter, die durch Anpassung der hadronischen Photon-Vakuumpolarisation an das Resultat der Dispersionsintegralanalyse [64] so bestimmt sind, daß sie die gemessene effektive Feinstrukturkonstante $\alpha_{\text{em}}(M_Z^2) = (128.896 \pm 0.090)^{-1}$ reproduzieren.

Die Cabbibo-Kobayashi-Maskawa-Matrix wurde in dieser Arbeit näherungsweise als Einheitsmatrix angenommen.

- Boson-Massen:

$$\begin{aligned} M_\gamma &= 0 \text{ GeV} \\ M_{Z^0} &= 91.1863 \pm 0.0020 \text{ GeV} \\ M_{W^\pm} &= 80.356 \pm 0.125 \text{ GeV} \ . \end{aligned} \tag{A.22}$$

- Kopplungskonstanten:

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{em}} &= \frac{e^2}{4\pi} = 1/137.0359895 \\ \alpha_s(M_Z^2) &= \frac{g_3^2(M_Z^2)}{4\pi} = 0.123 \pm 0.006 \ . \end{aligned} \tag{A.23}$$

Fermion	I	I_3^f	Q_f	Y	S	B	L
$u_L,\ c_L,\ t_L$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
$d_L,\ s_L,\ b_L$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
$u_R,\ c_R,\ t_R$	0	0	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
$d_R,\ s_R,\ b_R$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
$\nu_e,\ \nu_\mu,\ \nu_\tau$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	-1	$\frac{1}{2}$	0	1
$e_L^-,\ \mu_L^-,\ \tau_L^-$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	$\frac{1}{2}$	0	1
$e_R^-,\ \mu_R^-,\ \tau_R^-$	0	0	-1	-2	$\frac{1}{2}$	0	1

Tabelle A.1: Quantenzahlen der Fermionen.

A.3 Massen und Parameter aus dem MSSM

A.3.1 Higgs-Massen und $\tan\beta$

Die Massenformel für die neutralen, strahlungskorrigierten Higgs-Massen[2] lautet [48]:

$$\begin{aligned} m^2_{H^0,h^0} &= \frac{1}{2}(M^2_{A^0} + M^2_Z + \omega_t + \sigma_t) \pm \left\{ \frac{1}{4}\left[(M^2_{A^0} + M^2_Z)^2 + (\omega_t - \sigma_t)^2\right] \right. \\ & \quad - M^2_{A^0} M^2_Z \cos^2 2\beta \; + \frac{1}{2}(\omega_t - \sigma_t)\cos 2\beta \, (M^2_{A^0} - M^2_Z) \\ & \quad \left. - \lambda_t \sin 2\beta \, (M^2_{A^0} + M^2_Z) + \lambda_t^2 \right\}^{\frac{1}{2}} . \end{aligned} \tag{A.24}$$

Wobei ω_t, σ_t und λ_t in Gleichung (4.118) gegeben sind. Für die geladenen, strahlungskorrigierten Higgs-Bosonen ergibt sich im MSSM, für $M_{A^0} \sim \mathcal{O}(M_W)$ (s. dazu auch Gleichung (4.122)):

$$\begin{aligned} m^2_{H^\pm} &= M^2_{A^0} + M^2_W + \frac{15\, g_1^2\, M_W^2}{48\pi^2} \ln\frac{M_S^2}{M_W^2} + \frac{N_C^f\, g_2^2}{32\pi^2 M_W^2}\left[\frac{2\, m_t^2\, m_b^2}{\sin^2\beta\, \cos^2\beta} \right. \\ & \quad \left. - M_W^2\left(\frac{m_t^2}{\sin^2\beta} + \frac{m_b^2}{\cos^2\beta}\right) + \frac{2}{3}M_W^4\right] \ln\frac{M_S^2}{m_t^2} . \end{aligned} \tag{A.25}$$

Die experimentellen unteren Schranken der Massen für die Higgs-Bosonen sind:

$$\begin{aligned} m_{H^0} &> m_{h^0} > 44 \text{ GeV} \\ M_{A^0} &> 24.3 \text{ GeV} \qquad [\tan\beta > 1] \\ m_{H^\pm} &> 43.5 \text{ GeV} . \end{aligned} \tag{A.26}$$

Der Parameterbereich für $\tan\beta$ ist mit

$$0.7 \lesssim \tan\beta \lesssim 50 \tag{A.27}$$

in Einklang mit der experimentellen oberen und unteren Grenze.

In den Abbildungen A.1 und A.2 wird m_{h^0} in Abhängigkeit von A_t bzw. μ für verschiedene Parameter dargestellt. (Alle Massenangaben sind in GeV.) In Abb. A.2 läßt sich die durchgezogene Linie nicht weiter nach links fortsetzen, da sonst die quadratischen Eigenwerte der Stop-Massenmatrix negativ werden.

A.3.2 Sfermion-Massen

In dieser Arbeit wurden, um die Zahl der Parameter gering zu halten, einige Sfermion-Soft-Brechungsparameter als identisch angenommen, s. dazu Gleichung (4.23) und (4.24). Damit erhält man folgende ungemischte Sfermion-Massen:

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde f_L} &= M_S^2 + M_Z^2 \cos 2\beta \, (I_3^f - Q_f s_w^2) + m_f^2 \\ m^2_{\tilde f_R} &= M_S^2 + M_Z^2 \cos 2\beta \, (Q_f s_w^2) + m_f^2 . \end{aligned} \tag{A.28}$$

[2]Der Index "eff" wird in allen Anhängen weggelassen!

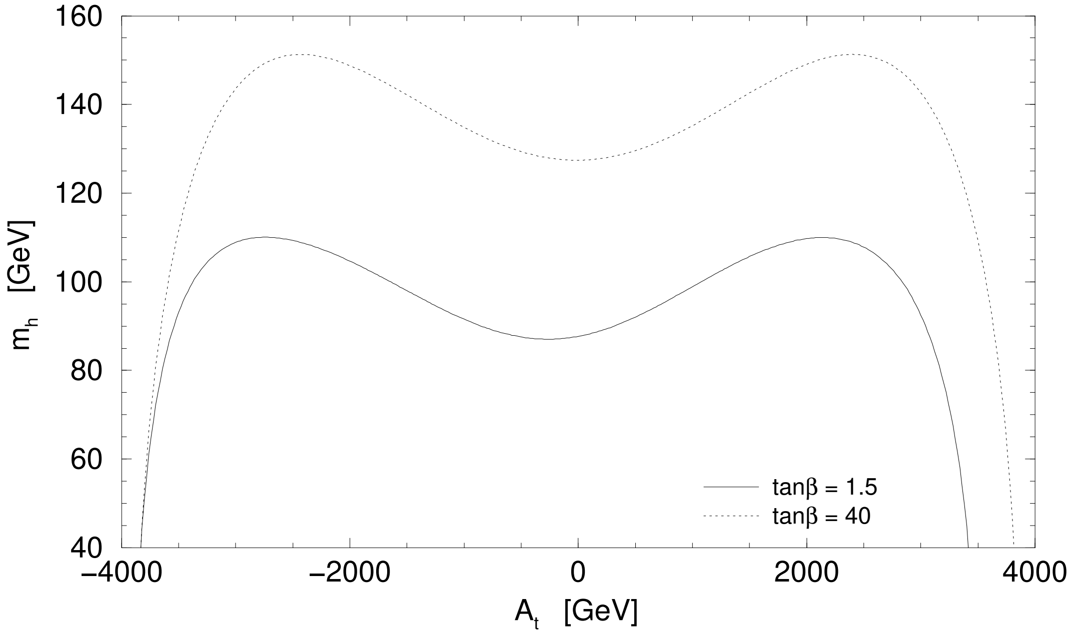


Abbildung A.1: m_{h^0} in Abhängigkeit von A_t für $M_{A^0} = 200$ GeV, $M_S = 1000$ GeV, $\mu = -200$ GeV.

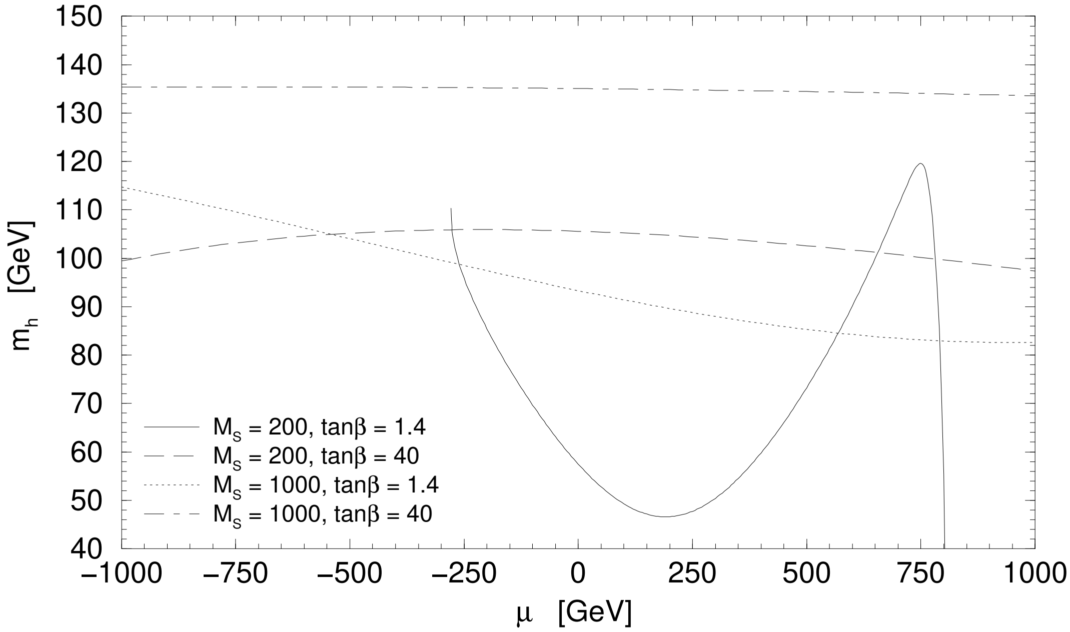


Abbildung A.2: m_{h^0} in Abhängigkeit von μ für $M_{A^0} = 200$ GeV und $A_t = M_S$ in [GeV].

Als gemischte Masseneigenzustände erhält man für $\tan\beta > 1$

$$
\begin{aligned}
m^2_{\tilde{f}_{1,2}} &= M_S^2 + \frac{1}{2} M_Z^2 \cos 2\beta \, I_3^f + m_f^2 \\
& \left\{ \begin{array}{l} \mp \dfrac{1}{2} \sqrt{\left[M_Z^2 \cos 2\beta \, (I_3^f - 2 Q_f s_w^2) \right]^2 + 4 m_f^2 \Big(A_u - \mu \cot\beta \Big)^2} \\ \pm \dfrac{1}{2} \sqrt{\left[M_Z^2 \cos 2\beta \, (I_3^f - 2 Q_f s_w^2) \right]^2 + 4 m_f^2 \Big(A_d - \mu \tan\beta \Big)^2} \end{array} \right. ,
\end{aligned} \tag{A.29}
$$

dabei gilt die obere Zeile für u-artige Fermionen und die untere für d-artige Fermionen.

Die experimentellen unteren Schranken der Massen für die Sleptonen sind:

$$
\begin{aligned}
m_{\tilde{\nu}} &> 37.1 \text{ GeV} && [\text{ein flavor}] \\
m_{\tilde{e}} &> 45 \text{ GeV} && [m_{\tilde{\chi}_1^0} < 41 \text{ GeV}] \\
m_{\tilde{\mu}} &> 45 \text{ GeV} && [m_{\tilde{\chi}_1^0} < 41 \text{ GeV}] \\
m_{\tilde{\tau}} &> 45 \text{ GeV} && [m_{\tilde{\chi}_1^0} < 38 \text{ GeV}] \, .
\end{aligned} \tag{A.30}
$$

Die experimentellen unteren Schranken der Squark-Massen sind:

$$
\begin{aligned}
m_{\tilde{q}} &> 176 \text{ GeV} && [m_{\tilde{g}} < 300 \text{ GeV}, \ \mu = -250 \text{ GeV}, \ \tan\beta = 2] \\
m_{\tilde{t}_1} &> 55 \text{ GeV} \, .
\end{aligned} \tag{A.31}
$$

In den folgenden Abbildungen A.3 bis A.7 wird die Stop-Masse in Abhängigkeit von M_S und $\tan\beta$ für verschiedene Parameter dargestellt. (Alle Massenangaben sind in GeV.) Dabei zeigt sich, daß man für die Wahl von $A := A_f = A_u = A_d = M_S$ und $\mu < 0$ eine relativ große Massendifferenz für die gemischten Top-Squarks bekommt, wie auch aus Gleichung (A.29) ersichtlich ist.

A.3.3 Neutralino-Massen

Da die Neutralino-Massenmatrix $\mathbf{Y}$ (4.50) eine (4×4)-Matrix ist, wurde sie numerisch diagonalisiert. Die Matrix $\mathbf{Y}$ enthält einen weiteren Soft-Brechungsparameter M_1. In SUSY-GUTs sind M_1 und M_2 keine unabhängigen Größen, sondern durch

$$
M_1 = \frac{5}{3} \frac{s_w^2}{c_w^2} M_2 \tag{A.32}
$$

verknüpft. Um die Anzahl der Parameter gering zu halten, wurde dies in der gesamten Arbeit angenommen.

Die experimentellen unteren Schranken der Massen für die Neutralinos sind

$$
\begin{aligned}
m_{\tilde{\chi}_1^0} &> 23 \text{ GeV} && [\tan\beta > 3] \\
m_{\tilde{\chi}_2^0} &> 52 \text{ GeV} && [\tan\beta > 3] \\
m_{\tilde{\chi}_3^0} &> 84 \text{ GeV} && [\tan\beta > 3] \\
m_{\tilde{\chi}_4^0} &> 127 \text{ GeV} && [\tan\beta > 3]
\end{aligned} \tag{A.33}
$$

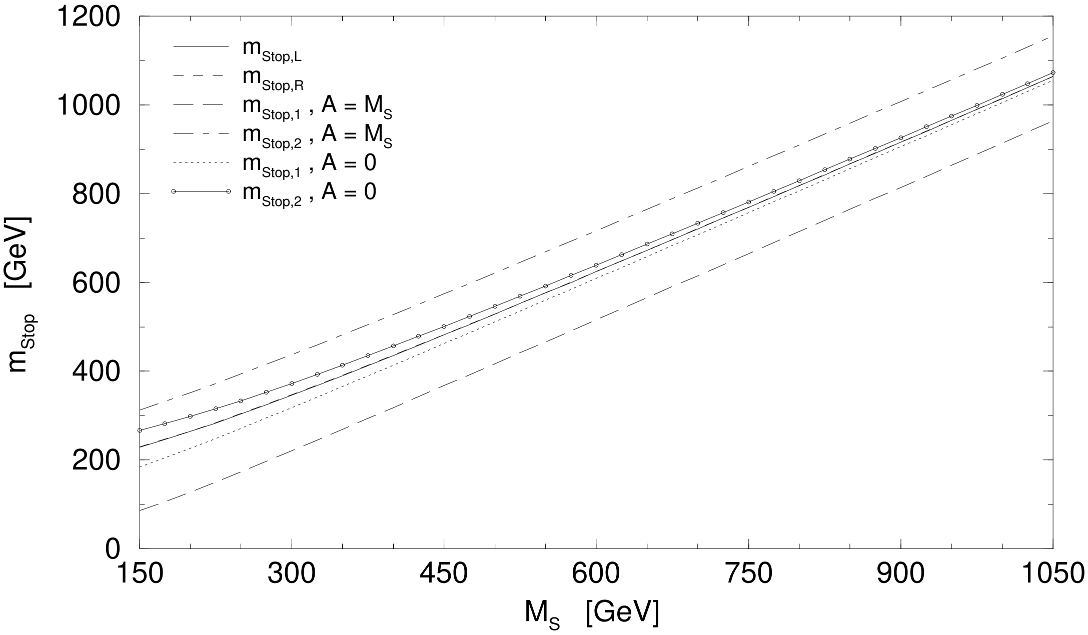


Abbildung A.3: Die Stop-Masse in Abhängigkeit von M_S für $\tan\beta = 1.4$, $\mu = -150$ GeV.

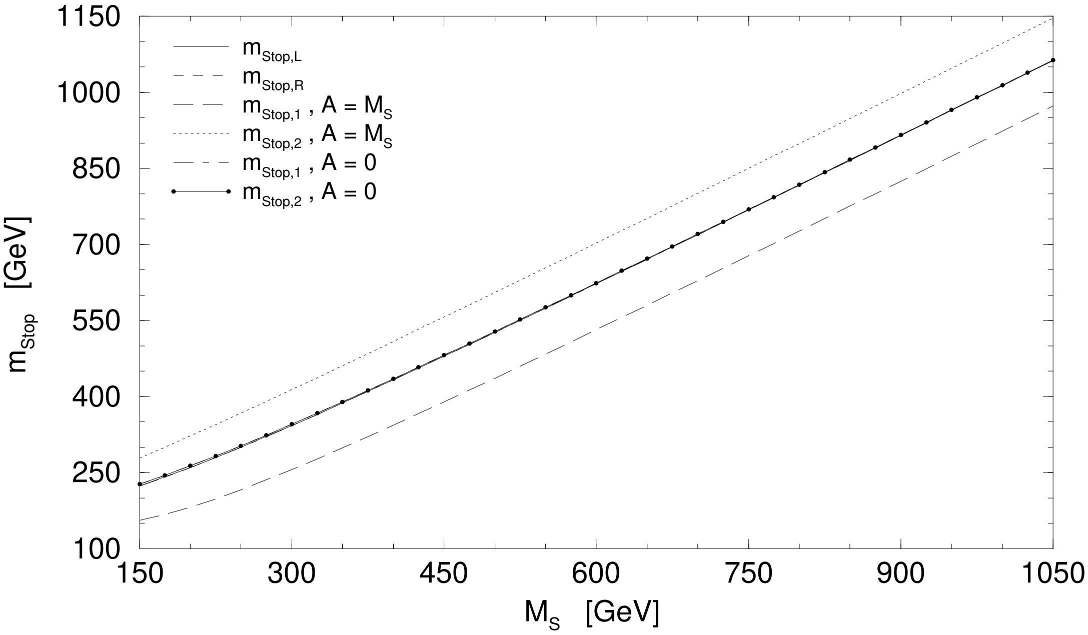


Abbildung A.4: Die Stop-Masse in Abhängigkeit von M_S für $\tan\beta = 40$, $\mu = -100$ GeV.

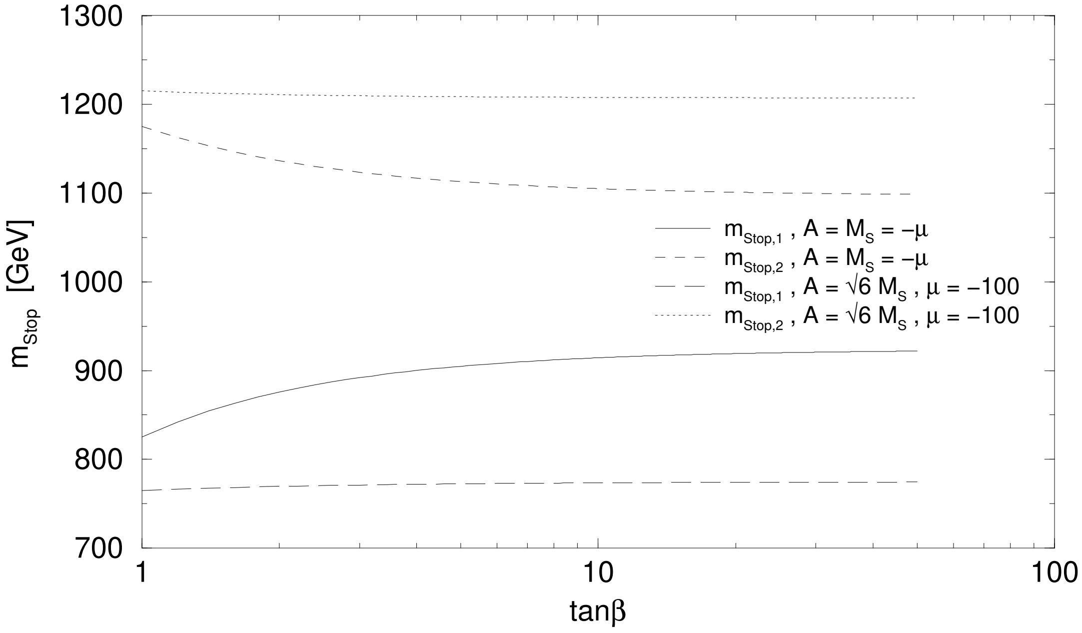


Abbildung A.5: Die Stop-Masse in Abhängigkeit von $\tan\beta$ für $M_S = 1000$ GeV.

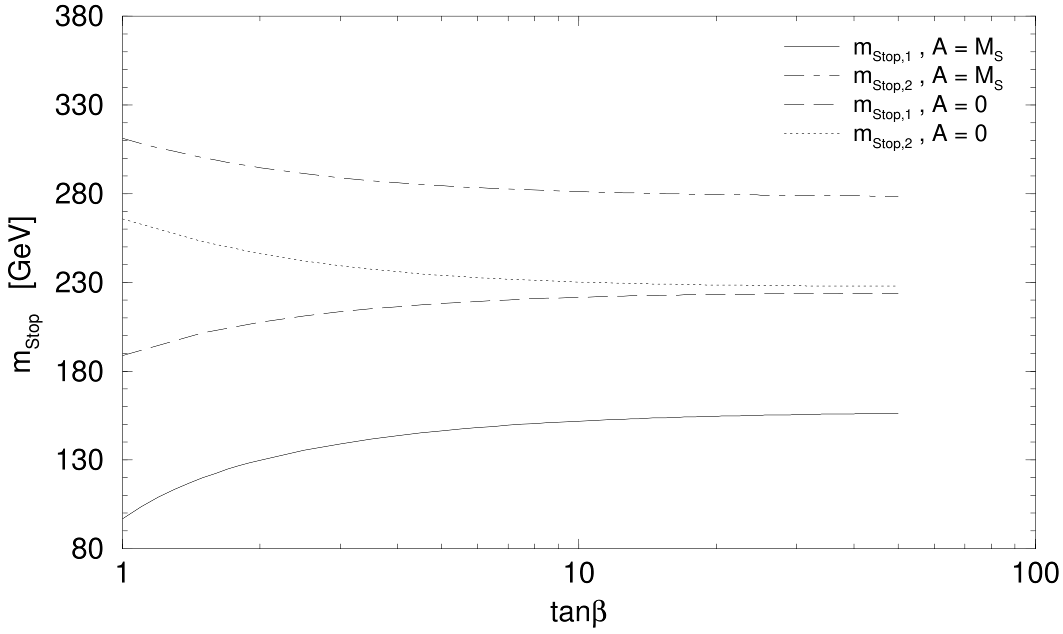


Abbildung A.6: Die Stop-Masse in Abhängigkeit von $\tan\beta$ für $M_S = 150$ GeV und $\mu = -100$ GeV.

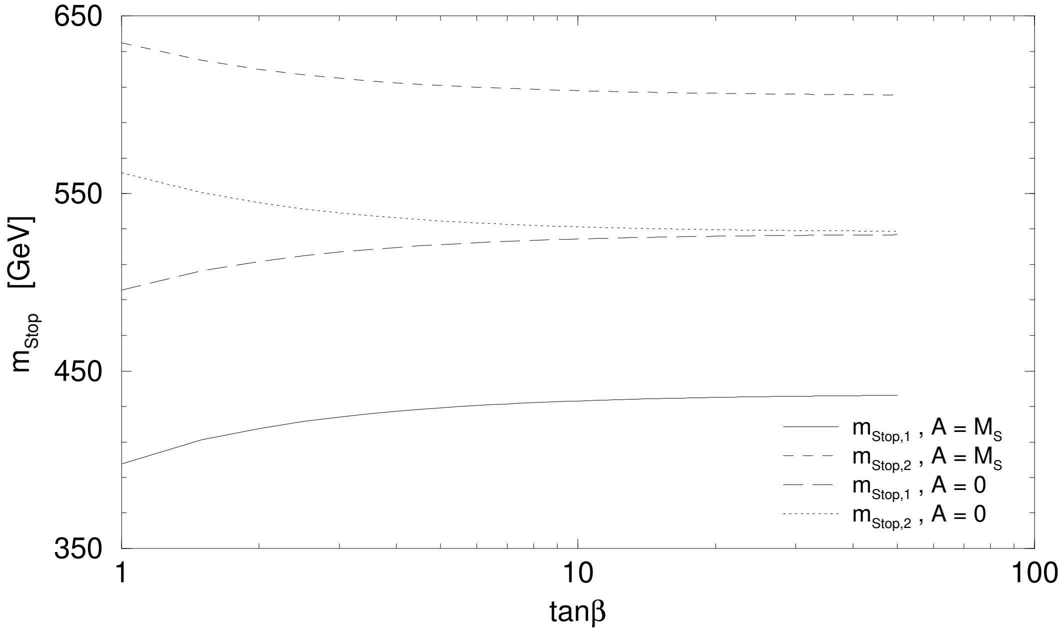


Abbildung A.7: Die Stop-Masse in Abhängigkeit von $\tan\beta$ für $M_S = 500$ GeV und $\mu = -200$ GeV.

A.3.4 Gluino-Masse

Das Gluino ist der Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner des Gluons mit der Masse

$$m_{\tilde{g}} = |M_3| \ . \tag{A.34}$$

In SUSY-GUTs sind M_3 und M_2 keine unabhängigen Größen, sondern durch

$$M_3 = \frac{g_3^2}{g_2^2} M_2 \tag{A.35}$$

verknüpft. Um die Anzahl der Parameter gering zu halten, wurde dies, wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt, ebenfalls in der gesamten Arbeit angenommen.

Die experimentelle untere Schranke der Gluino-Masse ist:

$$m_{\tilde{g}} > 175 \text{ GeV} \qquad [m_{\tilde{g}} \leq m_{\tilde{q}},\ \mu = -400 \text{ GeV},\ \tan\beta\ = 4] \ . \tag{A.36}$$

Aber möglicherweise existiert auch noch ein schmales Fenster mit:

$$1 \lesssim m_{\tilde{g}} \lesssim 4 \text{ GeV} \ . \tag{A.37}$$

A.3.5 Chargino-Massen

Die Chargino-Massen sind gegeben durch

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde{\chi}^+_{1,2}} \quad = \quad & \frac{1}{2}\Bigg\{ M_2^2 + \mu^2 + 2M_W^2 \mp \Big[(M_2^2 - \mu^2)^2 \\ & + 4M_W^4 \cos^2 2\beta\ + 4M_W^2(M_2^2 + \mu^2 + 2\,\mu\, M_2\ \sin 2\beta\ )\Big]^{\frac{1}{2}} \Bigg\} \ . \end{aligned} \tag{A.38}$$

Die experimentelle untere Schranke für die Chargino-Massen liegt bei:

$$\begin{aligned} m_{\tilde{\chi}_1^+} &> 65\ \mathrm{GeV} \qquad [m_{\tilde{\chi}^+} - m_{\tilde{\chi}^0} > 10\ \mathrm{GeV}] \\ m_{\tilde{\chi}_2^+} &> 99\ \mathrm{GeV} \end{aligned} \tag{A.39}$$

Die 1-Schleifen-Korrekturen zu den Massen liegen im Prozentbereich [40]. Wenn man dies vernachlässigt, kann damit ein Teil des μ-M_2-Parameterbereiches ausgeschlossen werden.

In den folgenden Abbildungen A.8 bis A.10 ist jeweils der weiße Bereich für die gegebenen Parameter experimentell ausgeschlossen. Speziell sind die linken und/oder rechten oberen, weißen Bereiche für $m_{\tilde{t}_1} > m_{\tilde{\chi}_1^0}$ ausgeschlossen. Diese Forderung stammt aus der Kosmologie, die ein stabiles, neutrales Teilchen als Kandidat für die kalte Dunkle Materie verlangt.

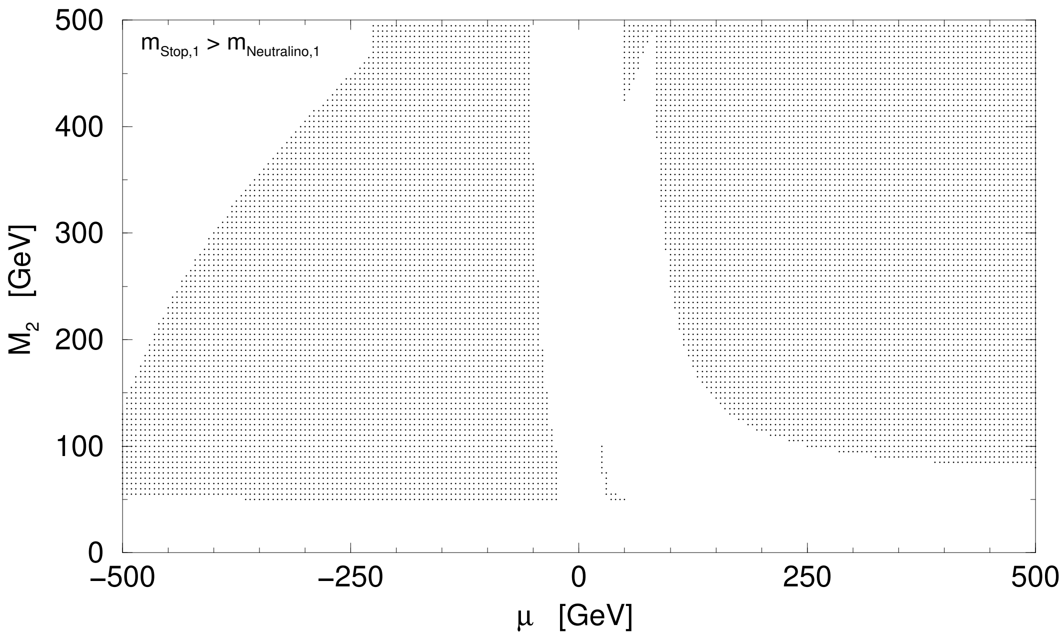


Abbildung A.8: μ-M_2-Parameterbereich für $\tan\beta = 1$ der durch $(m_{\tilde{\chi}_1^+} - m_{\tilde{\chi}_1^0} < 10\ \mathrm{GeV} \vee m_{\tilde{\chi}_1^+} > 65\ \mathrm{GeV}) \wedge m_{\tilde{\chi}_1^+} > m_{\tilde{\chi}_1^0} > 23\ \mathrm{GeV} \wedge m_{\tilde{g}} > 175\ \mathrm{GeV}$ ausgeschlossen ist (weiß dargestellt). Zusätzlich ist für $M_S = 350$ GeV, wegen $m_{\tilde{t}_1} > m_{\tilde{\chi}_1^0}$ der Bereich links oben ausgeschlossen.

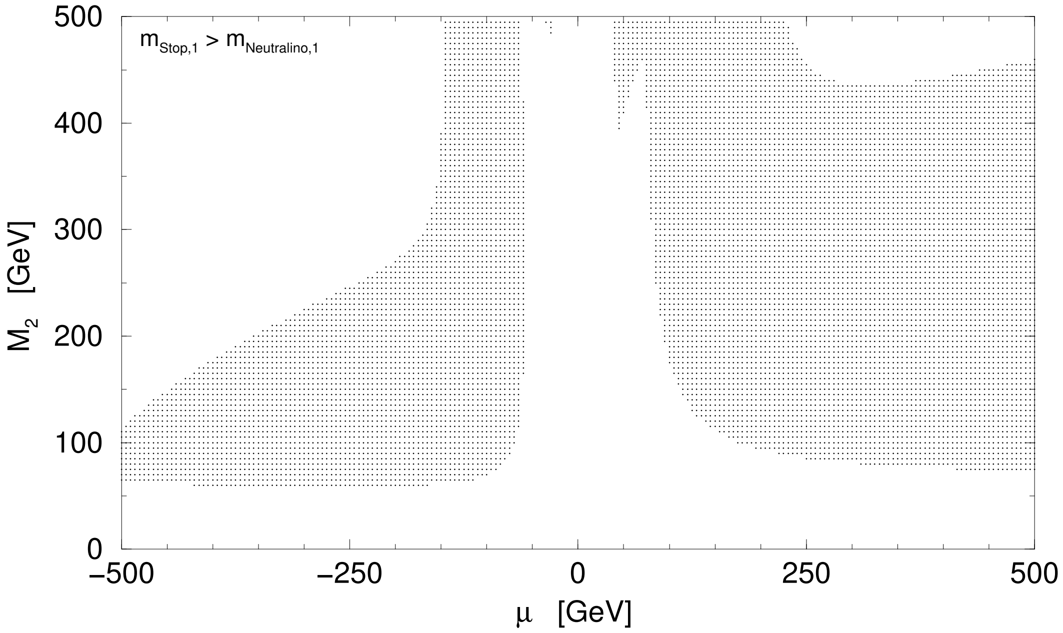


Abbildung A.9: μ-M_2-Parameterbereich wie in Abbildung A.8, aber mit $\tan\beta\ = 4$ und für $M_S = 150$ GeV ist zusätzlich der Bereich links und rechts oben ausgeschlossen.

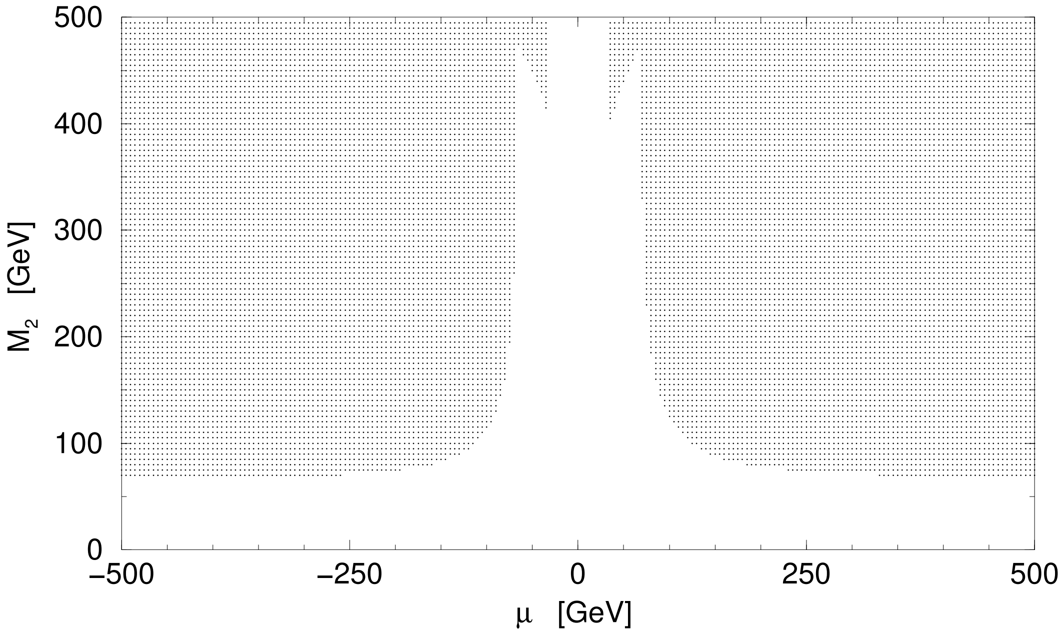


Abbildung A.10: μ-M_2-Parameterbereich wie in Abbildung A.8, aber mit $\tan\beta\ = 40$, $M_S = 300$ GeV.

Anhang B

Tensorintegrale

B.1 Dimensionale Regularisierung

Die Berechnung von 1-Schleifen-Diagrammen beinhaltet eine Integration über den inneren Impuls, die UV-divergent ist. Um diesen Integralen einen Sinn zu geben, müssen die Divergenzen in einen mathematisch korrekten Rahmen gefaßt werden, was über ein Regularisierungsverfahren erreicht wird. Neben anderen Verfahren, wie der Gitterregularisierung und der Cut-Off-Regularisierung, bietet sich die dimensionale Regularisierung [65] an, da sie das übliche Verfahren zur Regularisierung von Eichtheorien ist und auch ohne Probleme, allerdings nur in 1-Schleifen-Ordnung, auf das MSSM angewendet werden kann.

Die Vorgehensweise besteht darin, die vierdimensionale Raumzeit durch eine D-dimensionale zu ersetzen, so daß das Integral über den Schleifen-Impuls q in ein konvergentes Integral übergeht

$$\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \quad \rightarrow \quad \mu^{4-D} \int \frac{d^Dq}{(2\pi)^D} \; . \tag{B.1}$$

Dabei ist μ ein beliebiger Parameter, der die Einheit einer Masse besitzt, um die Dimension der Kopplungskonstanten unverändert zu lassen. Man benötigt deshalb nun auch den metrischen Tensor und die Dirac-Algebra in D Dimensionen (A.18).

Für $D = 4 - \epsilon$ müssen dann nach der Feld- und Kopplungskonstantenrenormierung alle Greensfunktionen beim Grenzübergang $\epsilon \rightarrow 0$ endlich bleiben, so daß auch alle Observablen UV-konvergent sind.

B.2 Mehrpunkt-Integrale

Bei der Berechnung von Vertexfunktionen auf 1-Schleifen-Niveau treten typischerweise Tensorintegrale auf, wie sie in aller Ausführlichkeit in [43, 66, 67, 68] diskutiert werden. Diese lassen sich nach der Anzahl der Nenner der Propagatoren unter dem Integral und der Anzahl der Impulse im Zähler des Integrals klassifizieren. Diese N-Punkt-Tensorintegrale sind von der Form

$$T^N_{\{0;\mu;\mu\nu;\mu\nu\sigma;\dots\}}(p_1,\dots,p_{N-1},m_1,\dots,m_N) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2}\int d^Dq \frac{\{1;q_\mu;q_\mu q_\nu;q_\mu q_\nu q_\sigma;\dots\}}{Q_1Q_2\cdots Q_N} \; , \tag{B.2}$$

mit $N = \{1, 2, 3, \dots\}$.

Die T^N werden in der Regel durch den N-ten Großbuchstaben des Alphabets gekennzeichnet, so daß $T^1 \equiv A$, $T^2 \equiv B$, $T^3 \equiv C$, usw. ist.

Allgemein kann man eine Schleife mit N Vertizes (bzw. N Propagatoren), wie in Abbildung B.1 dargestellt, parametrisieren. Mit dieser Impulskonvention sehen die Nenner von Gleichung (B.2) wie folgt aus:

$$\begin{aligned} Q_1 &= q^2 - m_1^2 + i\varepsilon \\ Q_2 &= (q+p_1)^2 - m_2^2 + i\varepsilon \\ Q_3 &= (q+p_1+p_2)^2 - m_3^2 + i\varepsilon \\ &\vdots \\ Q_N &= (q+p_1+\cdots+p_{N-1})^2 - m_N^2 + i\varepsilon \; . \end{aligned} \tag{B.3}$$

Der D-dimensionale Vektor q ist der Schleifen-Impuls, die p_i $(i = 1, 2, \ldots, N)$ sind die äußeren Impulse mit

$$\sum_{i=1}^{N} p_i = 0 \tag{B.4}$$

und die m_i sind die Massen der inneren Linien.

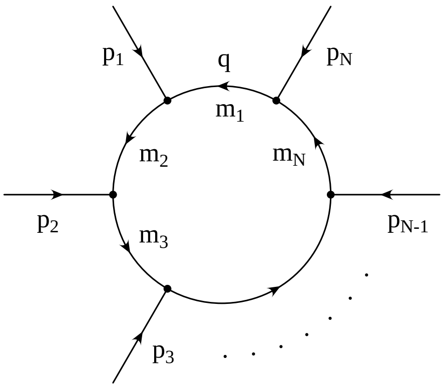


Abbildung B.1: Impulskonvention für das N-Punkt-Integral.

Zur numerischen Berechnung der im folgenden beschriebenen Mehrpunktintegrale wurde in dieser Arbeit auf die Programmbibliothek **AAFF** von G.J. van Oldenborgh, J.A.M Vermaseren und A. Aeppli [57] zurückgegriffen. Diese Bibliothek stellt FORTRAN77 Unterprogramme zur Verfügung, die Tensorintegrale und (teilweise) ihre Ableitungen berechnen.

Benötigt werden in dieser Arbeit nur Ein-, Zwei-, Drei- und Vierpunkt-Tensorintegrale (nur bis zweiter Stufe), weshalb im folgenden auch nur auf diese eingegangen werden soll. Zu beachten ist, daß hier die gleiche Konvention verwendet wird wie in [43, 57].

1-Punkt-Integral

Das (skalare) Einpunktintegral (Einpunktfunktion) ist definiert durch

$$\frac{i}{16\pi^2}\,A_0(m) = \mu^{4-D}\int \frac{d^Dq}{(2\pi)^D}\,\frac{1}{q^2-m^2+i\varepsilon}\ . \tag{B.5}$$

Es läßt sich für beliebiges D mit $n-D/2 \neq 0,-1,-2,\ldots$ analytisch berechnen und führt für $D=4-\epsilon$ auf

$$A_0(m) = m^2(\Delta - \ln\frac{m^2}{\mu^2}+1)+\mathcal{O}(\epsilon)\ , \tag{B.6}$$

mit

$$\Delta = \frac{2}{\epsilon}-\gamma_E+\ln 4\pi \qquad ; \qquad \gamma_E = -\Gamma'(1) = 0.5772156649\ldots\ . \tag{B.7}$$

Der divergente Teil des Integrals ist hier also übergegangen in einen Term $\propto 1/\epsilon$, der für $\epsilon\to 0$ einen Pol hat. Die Beiträge mit positiven Potenzen von ϵ brauchen nicht weiter berücksichtigt zu werden, da sie im Grenzübergang $\epsilon\to 0$ verschwinden, jedoch liefern die Terme $\propto\Delta$ wegen

$$\epsilon A_0(m) = 2m^2+\mathcal{O}(\epsilon) \tag{B.8}$$

endliche Beiträge zu den Strahlungskorrekturen.

2-Punkt-Integrale

Die Zweipunkt-Tensorintegrale (erster bzw. zweiter Stufe)

$$\frac{i}{16\pi^2}\,B_{\mu;\mu\nu}(p^2,m_1,m_2) = \mu^{4-D}\int\frac{d^Dq}{(2\pi)^D}\,\frac{q_\mu;q_\mu q_\nu}{[q^2-m_1^2+i\varepsilon][(q+p)^2-m_2^2+i\varepsilon]} \tag{B.9}$$

lassen sich durch eine Zerlegung nach Lorentz-Kovarianten

$$\begin{aligned} B_\mu &= p_\mu\,B_1(p^2,m_1,m_2)\\ B_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}\,B_{22}(p^2,m_1,m_2)+p_\mu\,p_\nu\,B_{21}(p^2,m_1,m_2) \end{aligned} \tag{B.10}$$

mit den Koeffizienten (näheres dazu in [43])

$$\begin{aligned} B_1(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{2p^2}\left[A_0(m_1)-A_0(m_2)+(m_2^2-m_1^2-p^2)B_0(p^2,m_1,m_2)\right]\\ B_{21}(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{3p^2}\Big[A_0(m_2)-m_1^2B_0(p^2,m_1,m_2)\\ &\qquad -2(p^2+m_1^2-m_2^2)B_1(p^2,m_1,m_2)-\frac{m_1^2+m_2^2}{2}+\frac{p^2}{6}\Big]\\ B_{22}(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{6}\Big[A_0(m_2)+2m_1^2B_0(p^2,m_1,m_2)\\ &\qquad +(p^2+m_1^2-m_2^2)B_1(p^2,m_1,m_2)+m_1^2+m_2^2-\frac{p^2}{3}\Big]\ , \end{aligned} \tag{B.11}$$

zurückführen auf die Einpunktfunktion (B.5) und das skalare Zweipunktintegral (Zweipunktfunktion)

$$\frac{i}{16\pi^2}\, B_0(p^2, m_1, m_2) = \mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D}\, \frac{1}{[q^2 - m_1^2 + i\varepsilon][(q+p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon]}\ , \tag{B.12}$$

welches durch eine Feynman-Parametrisierung, eine Wick-Rotation und nach Ausführung der Impulsintegration übergeht in ein einfaches Integral der Form

$$B_0(p^2, m_1, m_2) = \Delta - \int_0^1 dx\ \ln \frac{x^2 p^2 - x(p^2 + m_1^2 - m_2^2) + m_1^2 - i\varepsilon}{\mu^2}\ . \tag{B.13}$$

Dieses kann dann analytisch [43, 68] oder numerisch ausgewertet werden.

- **Spezielle Werte und Ableitungen der B_0-Funktion**

  Für die B_0-Funktion gilt:

$$\begin{aligned}
B_0(p^2, m_1, m_2) &= B_0(p^2, m_2, m_1) \\
B_0(p^2, m, m) &= \frac{1}{m^2} A_0(m) + 1 \\
&\quad - \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{p^2}}\ \Big[\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4m^2}{p^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{4m^2}{p^2}}} - i\pi\Big] & \text{für } p^2 > 4m^2 \\ 2\ \sqrt{\frac{4m^2}{p^2} - 1}\ \arctan \frac{1}{\sqrt{\frac{4m^2}{p^2} - 1}} & \text{für } p^2 \le 4m^2 \end{cases} \\
B_0(p^2, 0, m) &= \Delta + 2 - \frac{m^2}{p^2}\ \ln \frac{m^2}{\mu^2} \\
&\quad + \Big(\frac{m^2}{p^2} - 1\Big) \begin{cases} \ln \frac{m^2 - p^2}{\mu^2} & \text{für } m^2 > p^2 \\ (\ln \frac{p^2 - m^2}{\mu^2} - i\pi) & \text{für } p^2 > m^2 \end{cases} \\
B_0(0, m_1, m_2) &= \frac{A_0(m_1) - A_0(m_2)}{m_1^2 - m_2^2} \\
B_0(0, m, m) &= \frac{1}{m^2} A_0(m) - 1\ =\ \Delta - \ln \frac{m^2}{\mu^2} \\
B_0(0, 0, m) &= \frac{1}{m^2} A_0(m)\ .
\end{aligned} \tag{B.14}$$

  Die Ableitung der B_0-Funktion ist gegeben durch (als Ableitung wird immer $\frac{\partial}{\partial p^2}$ bezeichnet):

$$\begin{aligned}
B_0'(p^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{N}\Big[(m_1^2 + m_2^2) B_0(p^2, m_1, m_2) - m_1^2 B_0(0, m_1, m_1) - m_2^2 B_0(0, m_2, m_2) \\
&\qquad - p^2 - \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{p^2}\Big(B_0(p^2, m_1, m_2) - B_0(0, m_1, m_2)\Big)\Big] \\
N &= [p^2 - (m_1 - m_2)^2][p^2 - (m_1 + m_2)^2]\ .
\end{aligned} \tag{B.15}$$

Daraus ergeben sich die speziellen Werte:

$$\begin{aligned}
B_0'(p^2,m_1,m_2)|_{p^2=(m_1-m_2)^2} &= -\frac{2}{(m_1-m_2)^2}\left[1+\frac{m_1^2-m_2^2}{4(m_1-m_2)^2}\,\ln\frac{m_2^2}{m_1^2}\right] \\
B_0'(p^2,m_1,m_2)|_{p^2=(m_1+m_2)^2} &\rightarrow \text{Imaginärteil an dieser Stelle nicht differenzierbar.} \\
B_0'(p^2,m,m) &= \frac{1}{p^2-4m^2}\left[\frac{2m^2}{p^2}\Big(B_0(p^2,m,m)-B_0(0,m,m)\Big)-1\right] \\
B_0'(p^2,0,m) &= \frac{1}{(p^2-m^2)^2}\Bigg[m^2B_0(p^2,0,m)-m^2B_0(0,m,m)-p^2 \\
&\qquad -\frac{m^4}{p^2}\Big(B_0(p^2,0,m)-B_0(0,0,m)\Big)\Bigg] \\
B_0'(p^2,0,0) &= -\frac{1}{p^2} \\
B_0'(0,m_1,m_2) &= \frac{m_1^2+m_2^2}{2(m_1^2-m_2^2)^2}+\frac{m_1^2m_2^2}{(m_1^2-m_2^2)^3}\,\ln\frac{m_2^2}{m_1^2} \\
B_0'(0,m,m) &= \frac{1}{6m^2} \\
B_0'(0,0,m) &= \frac{1}{2m^2}\ . \qquad \text{(B.16)}
\end{aligned}$$

Die zweite Ableitung der B_0-Funktion ist für spezielle Werte gegeben durch:

$$\begin{aligned}
B_0''(0,m_1,m_2) &= \frac{m_1^4+10m_1^2m_2^2+m_2^4}{3(m_1^2-m_2^2)^4}-\frac{2m_1^2m_2^2(m_1^2+m_2^2)}{(m_1^2-m_2^2)^5}\,\ln\frac{m_1^2}{m_2^2} \\
B_0''(0,m,m) &= \frac{1}{30m^4} \\
B_0''(0,0,m) &= \frac{1}{3m^4}\ . \qquad \text{(B.17)}
\end{aligned}$$

- **Spezielle Werte und Ableitungen der B_1-Funktion**

  Für die B_1-Funktion gilt:

$$\begin{aligned}
B_1(p^2,m_2,m_1) &= -B_1(p^2,m_1,m_2)-B_0(p^2,m_1,m_2) \\
B_1(0,m_1,m_2) &= -\frac{1}{2}B_0(0,m_1,m_2)-\frac{m_1^2-m_2^2}{2}B_0'(0,m_1,m_2) \\
B_1(p^2,m,m) &= -\frac{1}{2}B_0(p^2,m,m)\ . \qquad \text{(B.18)}
\end{aligned}$$

Die Ableitung der B_1-Funktion ist gegeben durch

$$\begin{aligned}
B_1'(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{2p^2}\Big[(m_2^2-m_1^2-p^2)B_0'(p^2,m_1,m_2)-B_0(p^2,m_1,m_2) \\
&\qquad -2B_1(p^2,m_1,m_2)\Big]\ . \qquad \text{(B.19)}
\end{aligned}$$

Daraus ergeben sich die speziellen Werte:

$$
\begin{aligned}
B_1'(0,m_1,m_2) &= -\frac{1}{2}B_0'(0,m_1,m_2) - \frac{m_1^2-m_2^2}{4}B_0''(0,m_1,m_2) \\
B_1'(p^2,m,m) &= -\frac{1}{2}B_0'(p^2,m,m)\ .
\end{aligned} \tag{B.20}
$$

- **Spezielle Werte und Ableitungen der B_{22}-Funktion**

  Für die B_{22}-Funktion gilt:

$$
\begin{aligned}
B_{22}(p^2,m_1,m_2) &= B_{22}(p^2,m_2,m_1) \\
B_{22}(p^2,m,m) &= \frac{1}{6}\Big[A_0(m) + (2m^2 - \frac{p^2}{2})B_0(p^2,m,m) + 2m^2 - \frac{p^2}{3}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{B.21}
$$

  Die Ableitung der B_{22}-Funktion ist:

$$
\begin{aligned}
B_{22}'(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{6}\Big[2m_1^2B_0'(p^2,m_1,m_2) + (p^2+m_1^2-m_2^2)B_1'(p^2,m_1,m_2) \\
&\quad +B_1(p^2,m_1,m_2) - \frac{1}{3}\Big] \\
&= \frac{1}{6}\Big[2m_1^2B_0'(p^2,m_1,m_2) + \frac{1}{2p^2}\Big\{(m_2^2-m_1^2-p^2)B_0'(p^2,m_1,m_2) \\
&\quad -B_0(p^2,m_1,m_2) - 2B_1(p^2,m_1,m_2)\Big\}(p^2+m_1^2-m_2^2) \\
&\quad +B_1(p^2,m_1,m_2) - \frac{1}{3}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{B.22}
$$

  Daraus ergibt sich für spezielle Werte:

$$
\begin{aligned}
B_{22}'(0,m_1,m_2) &= \frac{1}{6}\Big[2m_1^2B_0'(0,m_1,m_2) - \frac{m_1^2-m_2^2}{2}\Big\{B_0'(0,m_1,m_2) \\
&\quad +\frac{m_1^2-m_2^2}{2}B_0''(0,m_1,m_2)\Big\} + B_1(0,m_1,m_2) - \frac{1}{3}\Big] \\
B_{22}'(p^2,m,m) &= \frac{1}{6}\Big[(2m^2-\frac{1}{2}p^2)B_0'(p^2,m,m) - \frac{1}{2}B_0(p^2,m,m) - \frac{1}{3}\Big] \\
B_{22}'(0,m,m) &= \frac{1}{6}\Big[2m^2B_0'(0,m,m) - \frac{1}{2}B_0(0,m,m) - \frac{1}{3}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{B.23}
$$

3-Punkt-Integrale

Analog zu den Zweipunktintegralen (B.9) werden die Dreipunkt-Tensorintegrale (erster bzw. zweiter Stufe) definiert durch

$$
\begin{aligned}
\frac{i}{16\pi^2}C_{\mu;\mu\nu}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) &= \mu^{4-D}\int\frac{d^Dq}{(2\pi)^D}\Big(\frac{q_\mu;q_\mu q_\nu}{[q^2-m_1^2+i\varepsilon][(q+p_1)^2-m_2^2+i\varepsilon]} \\
&\quad \times\frac{1}{[(q+p_1+p_2)^2-m_3^2+i\varepsilon]}\Big)\ .
\end{aligned} \tag{B.24}
$$

Sie können durch eine kovariante Zerlegung der Art

$$\begin{aligned} C_\mu &= p_{1\mu} C_{11} + p_{2\mu} C_{12} \\ C_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} C_{20} + p_{1\mu} p_{1\nu} C_{21} + p_{2\mu} p_{2\nu} C_{22} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{1\nu} p_{2\mu}) C_{23} \end{aligned} \tag{B.25}$$

auf skalare Funktionen zurückgeführt werden, wobei die skalare Dreipunktfunktion gegeben ist durch

$$\begin{aligned} \frac{i}{16\pi^2} C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) &= \mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \Big(\frac{1}{[q^2 - m_1^2 + i\varepsilon][(q + p_1)^2 - m_2^2 + i\varepsilon]} \\ &\quad \times \frac{1}{[(q + p_1 + p_2)^2 - m_3^2 + i\varepsilon]} \Big) \; . \end{aligned} \tag{B.26}$$

Da die Auswertung von Gleichung (B.25) umfangreicher ist als bei den Zweipunktfunktionen (B.10), soll sie hier nicht angegeben werden (siehe statt dessen [43]).

Das skalare Dreipunktintegral läßt sich nach der Einführung von Feynman-Parametern, einer Wick-Rotation und der Ausführung der Impulsintegration schreiben als Doppelintegral

$$C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) = - \int_0^1 dx \int_0^x dy \; \frac{1}{ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f} \; , \tag{B.27}$$

mit

$$\begin{aligned} a &= p_3^2 \;=\; (p_1 + p_2)^2 \\ b &= p_2^2 \\ c &= p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 \\ d &= m_3^2 - m_1^2 - p_3^2 \\ e &= m_2^2 - m_1^2 + p_3^2 - p_1^2 \\ f &= m_1^2 - i\varepsilon \; . \end{aligned} \tag{B.28}$$

Wie man sieht, ist die skalare Dreipunktfunktion UV-endlich, und kann in eine Summe über Dilogarithmen (Spence-Funktionen) überführt [43, 68] und damit numerisch ausgewertet werden.

Für *verschiedene Zähler* unter dem Integral ergibt sich:

$$\begin{aligned} q^2 &\to B_0(p_2^2, m_2, m_3) + m_1^2 C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) \\ qp_1 &\to \frac{1}{2}\Big[B_0(p_3^2, m_1, m_3) - B_0(p_2^2, m_2, m_3) - (p_1^2 + m_1^2 - m_2^2) C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) \Big] = R_1 \\ qp_2 &\to \frac{1}{2}\Big[B_0(p_1^2, m_1, m_2) - B_0(p_3^2, m_1, m_3) \\ &\qquad - (p_3^2 - p_1^2 + m_2^2 - m_3^2) C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) \Big] = R_2 \; , \end{aligned} \tag{B.29}$$

mit $p_3^2 = (p_1 + p_2)^2$.

Als *Näherung der C_0-Funktion* erhält man für $p_1^2, p_2^2 \ll m^2, M^2$:

$$
\begin{aligned}
C_0(p_1, p_2, m, M, m) &\to \frac{M^2(\ln m^2 - \ln M^2)}{(m^2 - M^2)^2} - \frac{1}{m^2 - M^2} \\
C_0(p_1, p_2, m, m, m) &\to -\frac{1}{2m^2} \,. \qquad \text{(B.30)}
\end{aligned}
$$

4-Punkt-Integrale

Man kann wieder, analog zu den Dreipunktintegralen (B.24), die Vierpunkt-Tensorintegrale ($D_{0;\mu;\mu\nu} = D_{0;\mu;\mu\nu}(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4)$; nullter, erster bzw. zweiter Stufe) definieren durch

$$
\begin{aligned}
\frac{i}{16\pi^2} D_{\mu;\mu\nu} &= \mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \Big(\frac{q_\mu; q_{\mu\nu}}{[q^2 - m_1^2 + i\varepsilon][(q+p_1)^2 - m_2^2 + i\varepsilon]} \\
&\times \frac{1}{[(q+p_1+p_2)^2 - m_3^2 + i\varepsilon][(q+p_1+p_2+p_3)^2 - m_4^2 + i\varepsilon]} \Big) \,. \qquad \text{(B.31)}
\end{aligned}
$$

Sie können ebenfalls durch eine Lorentz-Zerlegung

$$
\begin{aligned}
D_\mu &= p_{1\mu} D_{11} + p_{2\mu} D_{12} + p_{3\mu} D_{13} \\
D_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} D_{20} + p_{1\mu} p_{1\nu} D_{21} + p_{2\mu} p_{2\nu} D_{22} + p_{3\mu} p_{3\nu} D_{23} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) D_{24} \\
&\quad + (p_{1\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{1\nu}) D_{25} + (p_{2\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{2\nu}) D_{26} \qquad \text{(B.32)}
\end{aligned}
$$

auf skalare Funktionen zurückgeführt werden, wobei die skalare Vierpunktfunktion durch

$$
\begin{aligned}
\frac{i}{16\pi^2} D_0 &= \mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \Big(\frac{1}{[q^2 - m_1^2 + i\varepsilon][(q+p_1)^2 - m_2^2 + i\varepsilon]} \\
&\times \frac{1}{[(q+p_1+p_2)^2 - m_3^2 + i\varepsilon][(q+p_1+p_2+p_3)^2 - m_4^2 + i\varepsilon]} \Big) \qquad \text{(B.33)}
\end{aligned}
$$

gegeben ist. Da die Auswertung von Gleichung (B.32) noch umfangreicher ist, als bei den Dreipunktfunktionen (B.25), soll sie hier ebenfalls nicht angegeben werden (siehe dafür [67, 68]).

B.3 Endliche Anteile aus UV-Divergenzen

Durch Multiplikation eines divergenten Integrals mit ϵ entsteht ein endlicher Beitrag (für $\epsilon \to 0$). Für alle in dieser Arbeit relevanten Fälle sind die Größen hier angegeben:

$$
\begin{aligned}
\epsilon A_0(m) &= 2m^2 \\
\epsilon B_0(p^2, m_1, m_2) &= 2 \\
\epsilon B_1(p^2, m_1, m_2) &= -1 \\
\epsilon B_{22}(p^2, m_1, m_2) &= -\frac{1}{6}(p^2 - 3m_1^2 - 3m_2^2) \\
\epsilon B_{21}(p^2, m_1, m_2) &= \frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\epsilon C_0(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) &= \epsilon C_{11} = \epsilon C_{12} = \epsilon C_{21} = \epsilon C_{22} = \epsilon C_{23} = 0 \\
\epsilon C_{20}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) &= \frac{1}{2} \\
\epsilon D_0(p_1,p_2,p_3,m_1,m_2,m_3,m_4) &= \epsilon D_{11} = \epsilon D_{12} = \epsilon D_{13} = \epsilon D_{20} = \epsilon D_{21} = \\
&= \epsilon D_{22} = \epsilon D_{23} = \epsilon D_{24} = \epsilon D_{25} = \epsilon D_{26} = 0 \ . \qquad \text{(B.34)}
\end{aligned}
$$

Durch Multiplikation eines divergenten Integrales mit $D = 4 - \epsilon$ ergibt sich:

$$
\begin{aligned}
DA_0(m) &= 4A_0(m) - 2m^2 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
DB_0(p^2,m_1,m_2) &= 4B_0(p^2,m_1,m_2) - 2 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
DB_1(p^2,m_1,m_2) &= 4B_1(p^2,m_1,m_2) + 1 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
DB_{21}(p^2,m_1,m_2) &= 4B_{21}(p^2,m_1,m_2) - \frac{2}{3} + \mathcal{O}(\epsilon) \\
DB_{22}(p^2,m_1,m_2) &= 4B_{22}(p^2,m_1,m_2) + \frac{1}{6}(p^2 - 3m_1^2 - 3m_2^2) + \mathcal{O}(\epsilon) \\
DC_{20}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) &= 4C_{20}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) - \frac{1}{2} + \mathcal{O}(\epsilon) \\
D^2A_0(m) &= 16A_0(m) - 16m^2 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
D^2B_0(p^2,m_1,m_2) &= 16B_0(p^2,m_1,m_2) - 16 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
D^2B_1(p^2,m_1,m_2) &= 16B_1(p^2,m_1,m_2) + 8 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
D^2B_{21}(p^2,m_1,m_2) &= 16B_{21}(p^2,m_1,m_2) - \frac{16}{3} + \mathcal{O}(\epsilon) \\
D^2B_{22}(p^2,m_1,m_2) &= 16B_{22}(p^2,m_1,m_2) - 4(m_1^2 + m_2^2) + \frac{4}{3}p^2 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
D^2C_{20}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) &= 16C_{20}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3) - 4 + \mathcal{O}(\epsilon) \ . \qquad \text{(B.35)}
\end{aligned}
$$

Des weiteren werden auch noch folgende Entwicklungen benötigt

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{D-1}A_0(m) &= \frac{1}{3}A_0(m) + \frac{2}{9}m^2 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
\frac{1}{D-1}B_0(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{3}B_0(p^2,m_1,m_2) + \frac{2}{9} + \mathcal{O}(\epsilon) \\
\frac{1}{D-1}B_1(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{3}B_1(p^2,m_1,m_2) - \frac{1}{9} + \mathcal{O}(\epsilon) \\
\frac{D}{D-1}A_0(m) &= \frac{4}{3}A_0(m) + \frac{2}{9}m^2 + \mathcal{O}(\epsilon) \\
\frac{D}{D-1}B_1(p^2,m_1,m_2) &= \frac{4}{3}B_1(p^2,m_1,m_2) - \frac{1}{9} + \mathcal{O}(\epsilon) \ . \qquad \text{(B.36)}
\end{aligned}
$$

Anhang C

Selbstenergien

Die Feynman-Regeln des MSSM, welche für die Berechnung der Selbstenergien erforderlich sind, können aus [9, 10, 12] entnommen werden. Dabei ist jedoch zu beachten, daß in [9, 10, 12] eine andere kovariante Ableitung benutzt wird und deshalb diese Feynman-Regeln *nicht* direkt übernommen werden können. Um sie mit Gleichung (2.9) in Einklang zu bringen, muß $\sin\theta_w$ durch $-\sin\theta_w$ ersetzt werden. Außerdem ist die Phase der Higgs-Felder verschieden gewählt, d.h. für jedes Higgs-Feld muß ein zusätzlicher Faktor (-1) angebracht werden. Dies wurde in diesem und allen nachfolgenden Anhängen durchgeführt!

Alle Formeln sind in der 't Hooft-Feynman-Eichung berechnet. Die Ein- und Zweipunktfunktionen A_0, B_0, B_1, B_{22} sind im Anhang B diskutiert. Der Isospinpartner von f wird mit f' bezeichnet und analog ist $\tilde{f}'$ der Isospinpartner von $\tilde{f}$. Des weiteren sind f^+ Fermionen mit schwachem Isospin $I_3 = +1/2$ (u-artig) und f^- Fermionen mit $I_3 = -1/2$ (d-artig). Das gilt auch ganz analog für Sfermionen. Die ungemischten Sfermion-Zustände $\tilde{f}_{L,R}$ erhält man aus den hier angegebenen Formeln, indem man $\sin\tilde{\theta}_f = 0$ und $\cos\tilde{\theta}_f = 1$ setzt und dann $\tilde{f}_1$ durch $\tilde{f}_L$ und $\tilde{f}_2$ durch $\tilde{f}_R$ ersetzt.

C.1 Vektorboson-Selbstenergien

Die transversalen Komponenten der Vektorboson-Selbstenergien werden nach 2HD-, Sfermion-, und Chargino/Neutralino-Beiträgen getrennt. Die Massen- und Impulskonstellation, die bei der Berechnung benutzt wurde, ist in Abbildung C.1 dargestellt.

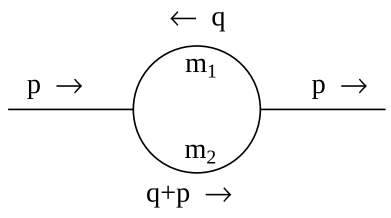
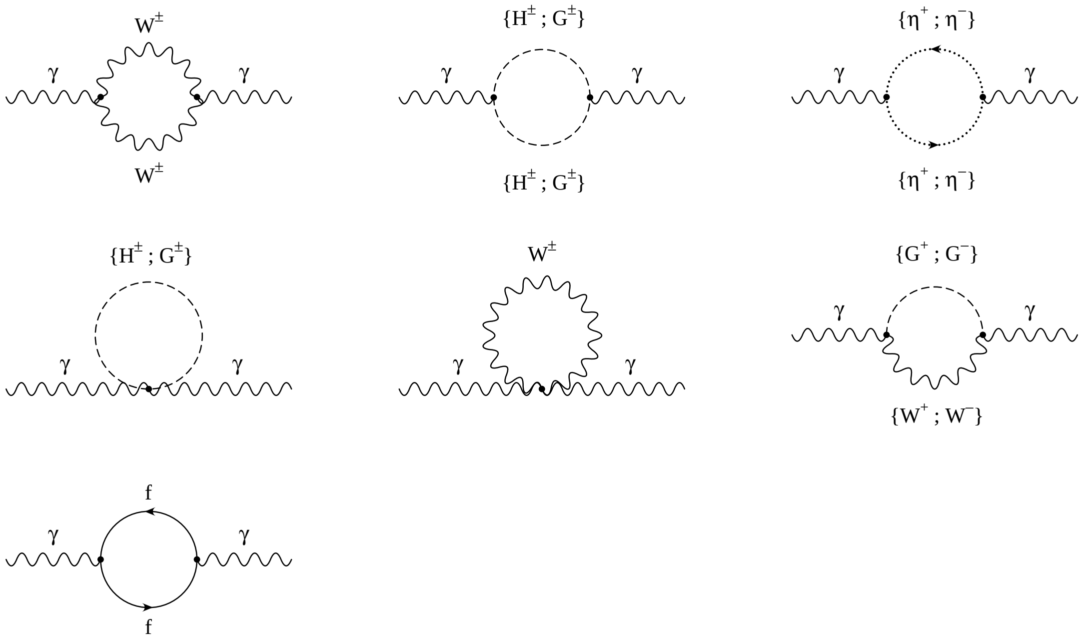
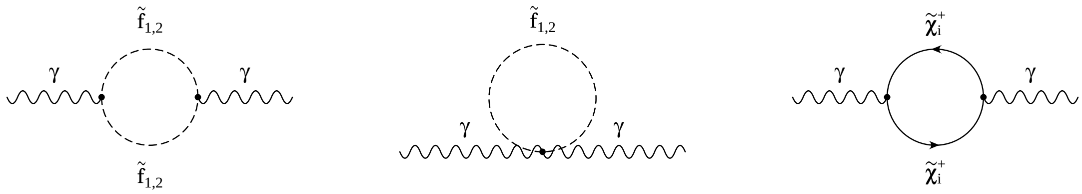


Abbildung C.1: Massen- und Impulskonstellationen bei den Vektorboson-Selbstenergien.

C.1.1 Die Photon-Selbstenergie



$$
\begin{aligned}
\Sigma^{\gamma\gamma}_{2HD}(p^2) \quad &= \quad -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Big\{4B_{22}(p^2,m_{H^\pm},m_{H^\pm})+2B_{22}(p^2,M_W,M_W)\\
&\quad -2M_W^2B_0(p^2,M_W,M_W)-2A_0(m_{H^\pm})-8A_0(M_W)+4M_W^2\\
&\quad +F_2(p^2,M_W,M_W)+\sum_f N_C^f Q_f^2 F_1(p^2,m_f,m_f,\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})\Big\} \qquad \text{(C.1)}
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
\Sigma^{\gamma\gamma}_{\tilde f}(p^2) \quad &= \quad -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,2\sum_f N_C^f\,Q_f^2\Big\{2B_{22}(p^2,m_{\tilde f_1},m_{\tilde f_1})+2B_{22}(p^2,m_{\tilde f_2},m_{\tilde f_2})\\
&\quad -A_0(m_{\tilde f_1})-A_0(m_{\tilde f_2})\Big\}\\
\Sigma^{\gamma\gamma}_{\tilde\chi}(p^2) \quad &= \quad -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\sum_{i=1}^{2}F_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^+},m_{\tilde\chi_i^+},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})\ . \qquad \text{(C.2)}
\end{aligned}
$$

Dabei ist Q_f die Ladung des Fermions und N_C^f der Farb-Faktor, für den gilt

$$N_C^f = \begin{cases} 3 & \text{für Quarks und Squarks} \\ 1 & \text{für Leptonen und Sleptonen} \end{cases} . \tag{C.3}$$

Die Fermion-Schleifen-Beiträge der Vektorboson-Selbstenergien werden durch die Funktionen

$$\begin{aligned} F_1(p^2, m_1, m_2, a, b, a', b') &= 8\Big\{(aa' + bb')\Big[-2B_{22}(p^2, m_1, m_2) + A_0(m_2) + m_1^2 B_0(p^2, m_1, m_2) \\ &\quad + p^2 B_1(p^2, m_1, m_2)\Big] - (ab' + ba') m_1 m_2 B_0(p^2, m_1, m_2)\Big\} \\ F_2(p^2, m_1, m_2) &= 10 B_{22}(p^2, m_1, m_2) + \Big[4p^2 + m_1^2 + m_2^2\Big] B_0(p^2, m_1, m_2) + A_0(m_1) \\ &\quad + A_0(m_2) - 2\Big[m_1^2 + m_2^2 - \frac{p^2}{3}\Big] \end{aligned} \tag{C.4}$$

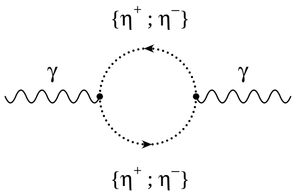
beschrieben, die außer den Fermionmassen auch deren Kopplungen enthalten.

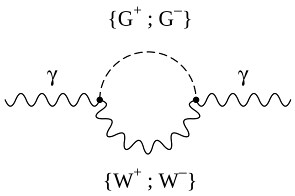
Man kann mit Hilfe der in Anhang B angegebenen Formeln zeigen, daß für F_1 und F_2 folgende Symmetrien gelten:

$$\begin{aligned} F_1(p^2, m_1, m_2, a, b, a', b') &= F_1(p^2, m_2, m_1, a, b, a', b') \\ F_2(p^2, m_1, m_2) &= F_2(p^2, m_2, m_1) \; . \end{aligned} \tag{C.5}$$

Anmerkung:

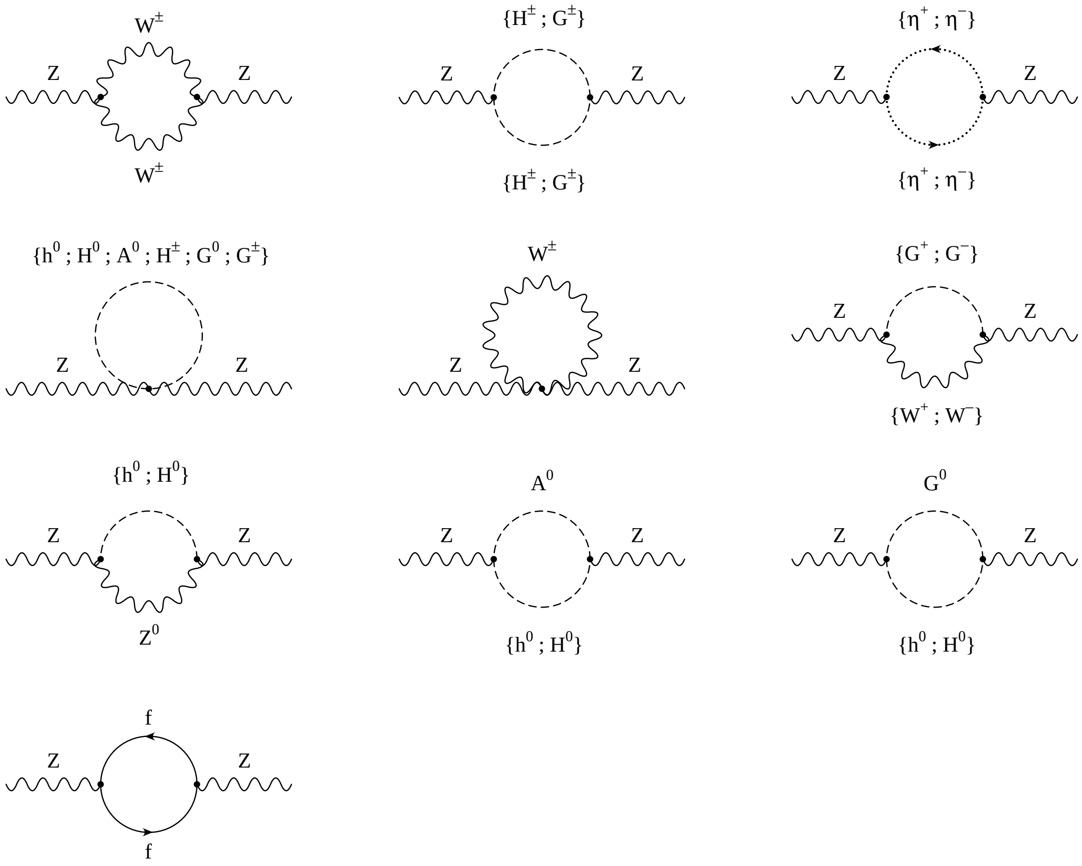
In den Diagrammen



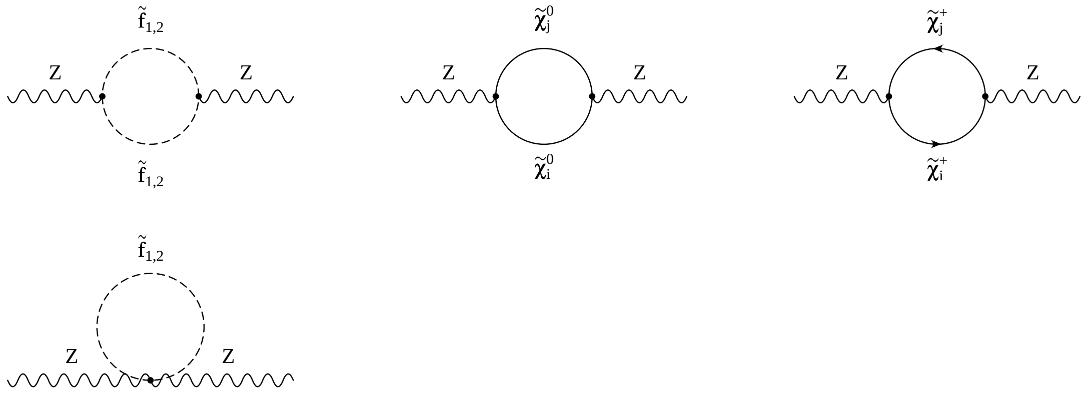


symbolisieren die Klammern $\{\eta^+;\eta^-\}$ bzw. $\{G^+;G^-\}$ und $\{W^+;W^-\}$, daß diese Diagramme jeweils zweimal existieren: für jede Laufrichtung der Ladung einmal! Analoges gilt für die Z-Selbstenergie und die γ-Z-Mischung.

C.1.2 Die Z-Selbstenergie



$$
\begin{aligned}
\Sigma^{ZZ}_{2HD}(p^2) \quad = \quad & \frac{\alpha_{\mathrm{em}}}{4\pi}\,\frac{1}{s_w^2 c_w^2}\left\{ -\sin^2(\beta-\alpha)\,\Big[B_{22}(p^2, M_{A^0}, m_{H^0}) + B_{22}(p^2, M_Z, m_{h^0})\Big]\right. \\
& -\cos^2(\beta-\alpha)\,\Big[B_{22}(p^2, M_{A^0}, m_{h^0}) + B_{22}(p^2, M_Z, m_{H^0})\Big] \\
& -\cos^2 2\theta_w\Big[B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, m_{H^\pm}) + B_{22}(p^2, M_W, M_W)\Big] \\
& +2c_w^4 B_{22}(p^2, M_W, M_W) + \frac{1}{4}\Big[A_0(m_{h^0}) + A_0(m_{H^0}) + A_0(M_{A^0}) + A_0(M_Z)\Big] \\
& +\frac{\cos^2 2\theta_w}{2}\Big[A_0(M_W) + A_0(m_{H^\pm})\Big] + M_Z^2\Big[2s_w^4 c_w^2 B_0(p^2, M_W, M_W) \\
& +\sin^2(\beta-\alpha)\;B_0(p^2, m_{h^0}, M_Z) + \cos^2(\beta-\alpha)\;B_0(p^2, m_{H^0}, M_Z)\Big] \\
& +c_w^4\Big[6A_0(M_W) - 4M_W^2\Big] - c_w^4 F_2(p^2, M_W, M_W) \\
& \left. -s_w^2 c_w^2 \sum_f N_C^f F_1(p^2, m_f, m_f, \frac{v_f + a_f}{2}, \frac{v_f - a_f}{2}, \frac{v_f + a_f}{2}, \frac{v_f - a_f}{2})\right\} \qquad \text{(C.6)}
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
\Sigma^{ZZ}_{\tilde f}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\sum_f N_C^f\left\{\frac{c^2_{\tilde\theta}s^2_{\tilde\theta}}{s_w^2c_w^2}\Big[B_{22}(p^2,m_{\tilde f_1},m_{\tilde f_2})+B_{22}(p^2,m_{\tilde f_2},m_{\tilde f_1})\Big]\right.\\
&\quad+\frac{4(I_3^f c^2_{\tilde\theta}-Q_f s_w^2)^2}{s_w^2c_w^2}B_{22}(p^2,m_{\tilde f_1},m_{\tilde f_1})+\frac{4(I_3^f s^2_{\tilde\theta}-Q_f s_w^2)^2}{s_w^2c_w^2}B_{22}(p^2,m_{\tilde f_2},m_{\tilde f_2})\\
&\quad\left.-2\frac{(I_3^f-Q_f s_w^2)^2c^2_{\tilde\theta}+Q_f^2s_w^4s^2_{\tilde\theta}}{s_w^2c_w^2}A_0(m_{\tilde f_1})-2\frac{(I_3^f-Q_f s_w^2)^2s^2_{\tilde\theta}+Q_f^2s_w^4c^2_{\tilde\theta}}{s_w^2c_w^2}A_0(m_{\tilde f_2})\right\}\\
\Sigma^{ZZ}_{\tilde\chi}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\frac{1}{4s_w^2c_w^2}\left\{\frac12\sum_{i,j=1}^4 F_1(p^2,m_{\tilde\chi_j^0},m_{\tilde\chi_i^0},O''^L_{ij},O''^R_{ij},O''^L_{ji},O''^R_{ji})\right.\\
&\quad\left.+\sum_{i,j=1}^2 F_1(p^2,m_{\tilde\chi_j^+},m_{\tilde\chi_i^+},O'^L_{ij},O'^R_{ij},O'^L_{ji},O'^R_{ji})\right\}\,, \qquad (C.7)
\end{aligned}
$$

mit der Notation der Vektor- und Axialvektorkopplung

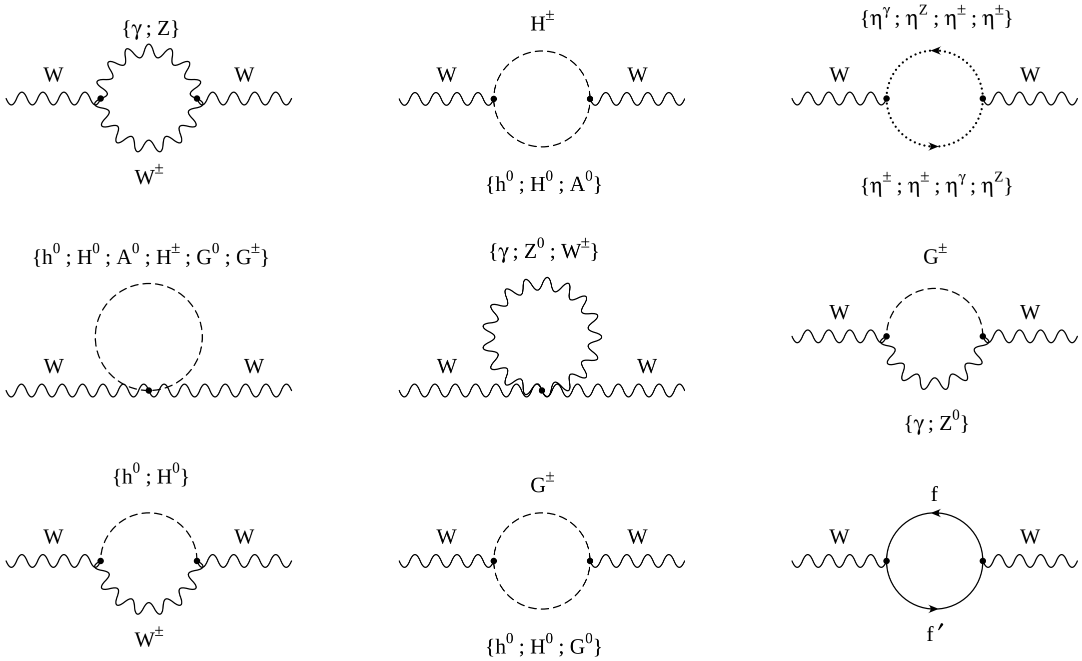
$$
v_f=\frac{I_3^f-2s_w^2Q_f}{2s_wc_w}\qquad;\qquad a_f=\frac{I_3^f}{2s_wc_w}\,. \qquad (C.8)
$$

$I_3^f=\pm1/2$ ist der schwache Isospin und $c_{\tilde\theta}:=\cos\tilde\theta_f$, $s_{\tilde\theta}:=\sin\tilde\theta_f$. Die Mischungsausdrücke der Chargino- und Neutralinokopplungen lauten

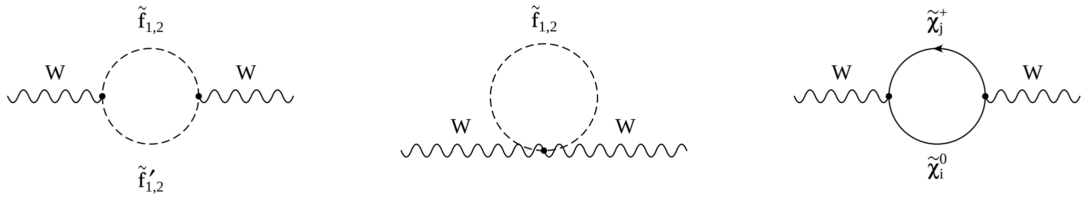
$$
\begin{aligned}
O'^L_{ij} &= -V_{i1}V^*_{j1}-\frac12V_{i2}V^*_{j2}+\delta_{ij}s_w^2\\
O'^R_{ij} &= -U^*_{i1}U_{j1}-\frac12U^*_{i2}U_{j2}+\delta_{ij}s_w^2\\
O''^L_{ij} &= -\frac12N_{i3}N^*_{j3}+\frac12N_{i4}N^*_{j4}\\
O''^R_{ij} &= -O''^{L*}_{ij}\,, \qquad (C.9)
\end{aligned}
$$

wobei die Chargino-Mischungsmatrizen U_{ij}, V_{ij} und die Neutralino-Mischungsmatrix N_{ij} in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 angegeben sind.

C.1.3 Die W-Selbstenergie



$$
\begin{aligned}
\Sigma^{WW}_{2HD}(p^2) \quad = \quad & \frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,\frac{1}{s_w^2}\Bigg\{ -\sin^2(\beta-\alpha)\,\Big[B_{22}(p^2,m_{H^\pm},m_{H^0}) + B_{22}(p^2,M_W,m_{h^0})\Big] \\
& -\cos^2(\beta-\alpha)\,\Big[B_{22}(p^2,m_{H^\pm},m_{h^0}) + B_{22}(p^2,M_W,m_{H^0})\Big] \\
& -B_{22}(p^2,M_W,M_Z) - B_{22}(p^2,m_{H^\pm},M_{A^0}) \\
& +2s_w^2 B_{22}(p^2,0,M_W) + 2c_w^2 B_{22}(p^2,M_W,M_Z) \\
& +\frac{1}{4}\Big[A_0(m_{h^0}) + A_0(m_{H^0}) + A_0(M_{A^0}) + A_0(M_Z) + 2A_0(M_W) + 2A_0(m_{H^\pm})\Big] \\
& +M_W^2\Big[\sin^2(\beta-\alpha)\;B_0(p^2,m_{h^0},M_W) + \cos^2(\beta-\alpha)\;B_0(p^2,m_{H^0},M_W) \\
& +s_w^2 B_0(p^2,M_W,0) + \frac{s_w^4}{c_w^2}B_0(p^2,M_W,M_Z)\Big] \\
& +3A_0(M_W) - 2M_W^2 + c_w^2\Big[3A_0(M_Z) - 2M_Z^2\Big] \\
& -c_w^2 F_2(p^2,M_Z,M_W) - s_w^2 F_2(p^2,0,M_W) \\
& -\sum_{Dubletts}\frac{N_C^f}{2}\,F_1(p^2,m_{f^+},m_{f^-},\frac{1}{2},0,\frac{1}{2},0)\Bigg\} \qquad \text{(C.10)}
\end{aligned}
$$



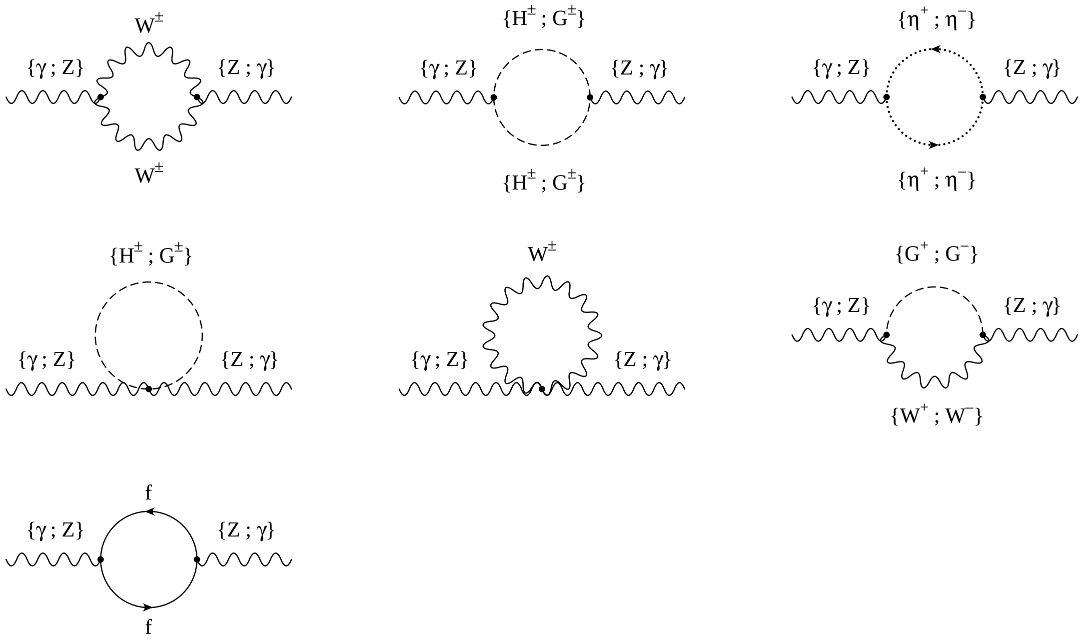
$$
\begin{aligned}
\Sigma^{WW}_{\tilde{f}}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\frac{1}{s_w^2}\sum_{Dubletts} N_C^f \Big\{ 2c^2_{\tilde{\theta}^+}c^2_{\tilde{\theta}^-}B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_1^+}, m_{\tilde{f}_1^-}) \\
&\quad +2c^2_{\tilde{\theta}^+}s^2_{\tilde{\theta}^-}B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_1^+}, m_{\tilde{f}_2^-}) \\
&\quad +2s^2_{\tilde{\theta}^+}c^2_{\tilde{\theta}^-}B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_2^+}, m_{\tilde{f}_1^-}) + 2s^2_{\tilde{\theta}^+}s^2_{\tilde{\theta}^-}B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_2^+}, m_{\tilde{f}_2^-}) \Big\} \\
&\quad + \frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\frac{1}{2\,s_w^2}\sum_f N_C^f \Big\{ c^2_{\tilde{\theta}}A_0(m_{\tilde{f}_1}) + s^2_{\tilde{\theta}}A_0(m_{\tilde{f}_2}) \Big\} \\
\Sigma^{WW}_{\tilde{\chi}}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\frac{1}{4s_w^2}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{2} F_1(p^2, m_{\tilde{\chi}_j^+}, m_{\tilde{\chi}_i^0}, O^L_{ij}, O^R_{ij}, O^{L*}_{ij}, O^{R*}_{ij}) \ , \qquad \text{(C.11)}
\end{aligned}
$$

mit

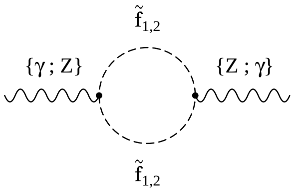
$$
\begin{aligned}
O^L_{ij} &= -\frac{1}{\sqrt{2}}N_{i4}V^*_{j2} + N_{i2}V^*_{j1} \\
O^R_{ij} &= +\frac{1}{\sqrt{2}}N^*_{i3}U_{j2} + N^*_{i2}U_{j1} \ . \qquad \text{(C.12)}
\end{aligned}
$$

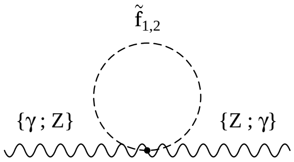
Die Chargino-Mischungsmatrizen U_{ij}, V_{ij} und die Neutralino-Mischungsmatrix N_{ij} sind in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 angegeben.

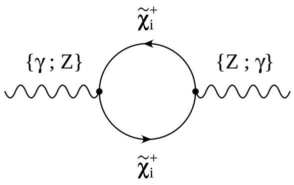
C.1.4 Die Photon-Z-Mischung



$$\begin{aligned}
\Sigma^{\gamma Z}_{2HD}(p^2) \quad = \quad & -\frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi}\Bigg\{-\frac{2\cos 2\theta_w}{s_w c_w}\Big[B_{22}(p^2,m_{H^\pm},m_{H^\pm})+B_{22}(p^2,M_W,M_W)\Big] \\
& +\frac{2c_w}{s_w}B_{22}(p^2,M_W,M_W)-2s_w c_w M_Z^2 B_0(p^2,M_W,M_W) \\
& +\frac{\cos 2\theta_w}{s_w c_w}\Big[A_0(m_{H^\pm})+A_0(M_W)\Big]+\frac{c_w}{s_w}\Big[6A_0(M_W)-4M_W^2)\Big] \\
& -\frac{c_w}{s_w}F_2(p^2,M_W,M_W) \\
& -\sum_f N_C^f\,Q_f\,F_1(p^2,m_f,m_f,\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{v_f-a_f}{2},\frac{v_f+a_f}{2})\Bigg\}
\end{aligned} \tag{C.13}$$







$$
\begin{aligned}
\Sigma_{\tilde{f}}^{\gamma Z}(p^2) &= \frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\, 2 \sum_f N_C^f\, Q_f \left\{ \frac{I_3^f c_{\tilde{\theta}}^2 - Q_f s_w^2}{s_w c_w} \Big[2B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_1}, m_{\tilde{f}_1}) - A_0(m_{\tilde{f}_1}) \Big] \right. \\
&\quad \left. + \frac{I_3^f s_{\tilde{\theta}}^2 - Q_f s_w^2}{s_w c_w} \Big[2B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_2}, m_{\tilde{f}_2}) - A_0(m_{\tilde{f}_2}) \Big] \right\} \\
\Sigma_{\tilde{\chi}}^{\gamma Z}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi} \frac{1}{2 s_w c_w} \sum_{i=1}^{2} F_1(p^2, m_{\tilde{\chi}_i^+}, m_{\tilde{\chi}_i^+}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, O_{ii}'^L, O_{ii}'^R)\ . \qquad \text{(C.14)}
\end{aligned}
$$

C.2 Fermion-Selbstenergien

Die Fermion-Selbstenergie kann durch skalare Funktionen $\Sigma^f_{\{S,V,A\}}$ als Entwicklungskoeffizienten für den skalaren-, Vektor-, und Axialvektoranteil dargestellt werden.

$$\Sigma^f(p) = \not{p}\Sigma^f_V(p^2) + \not{p}\gamma_5\Sigma^f_A(p^2) + m_f\Sigma^f_S(p^2) \ . \tag{C.15}$$

Zur besseren Übersicht sind die Beiträge in einen (schwachen) 2HD-Anteil, einen QED-Anteil, einen SUSY-Anteil und einen SUSY-QCD-Anteil (Gluino-Anteil) getrennt. Dabei ist zu beachten, daß hier also die elektroschwachen und SUSY-QCD-Strahlungskorrekturen aufgeführt werden, in den Berechnungen jedoch nur schwache und SUSY-QCD-Korrekturen berücksichtigt wurden.

Die Massen- und Impulskonstellation, die bei der Berechnung der Fermion-Selbstenergien benutzt wurde, ist in Abbildung C.2 dargestellt.

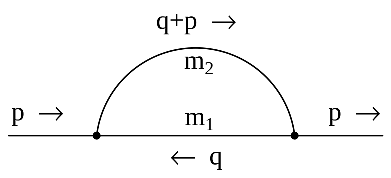
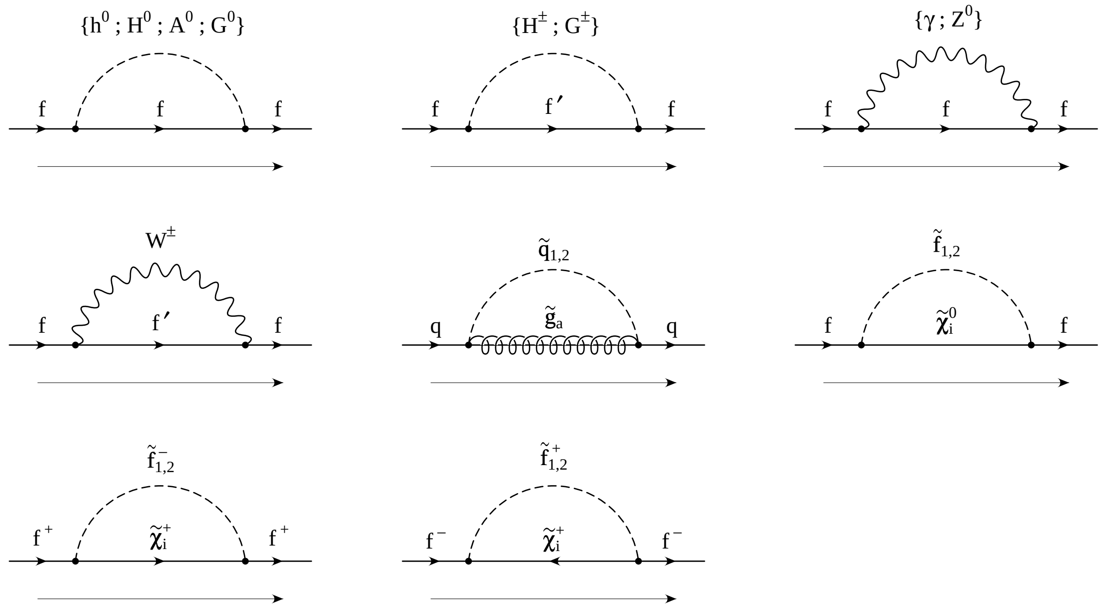


Abbildung C.2: Massen- und Impulskonstellationen bei den Fermion-Selbstenergien.

Zur Behandlung der in SUSY-Theorien auftretenden fermionzahlverletzenden Vertizes werden in dieser Arbeit algorithmische Feynman-Regeln benutzt, die ohne das explizite Auftreten von Ladungskonjugations-Matrizen auskommen.

Für alle Feynman-Diagramme wird die gleiche Referenz-Fermionflußrichtung gewählt. Diagramme mit entgegengesetzten Pfeilrichtungen beinhalten dann die fermionzahlverletzenden Vertizes und müssen besonders behandelt werden. Das dazu notwendige Verfahren ist ausführlich in [69] beschrieben.

Die in den folgenden Formeln benutzten Definitionen und Abkürzungen sind auf der letzten Seite dieses Anhangs zusammengestellt.



Der skalare Anteil

$$
\begin{aligned}
\Sigma^f_{S,2HD}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Bigg\{(v_f^2-a_f^2)\Big[4B_0(p^2,m_f,M_Z)-2\Big] \\
&\quad +\frac{m_{f'}^2}{2s_w^2M_W^2}\Big[B_0(p^2,m_{f'},M_W)-B_0(p^2,m_{f'},m_{H^\pm})\Big] \\
&\quad +\frac{m_f^2}{4s_w^2M_W^2}\Big[B_0(p^2,m_f,M_Z)-(g^f_{h^0})^2B_0(p^2,m_f,m_{h^0}) \\
&\quad -(g^f_{H^0})^2B_0(p^2,m_f,m_{H^0})+(g^f_{A^0})^2B_0(p^2,m_f,M_{A^0})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma^f_{S,QED}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,Q_f^2\,\Big[4B_0(p^2,m_f,\lambda)-2\Big] \\
\Sigma^f_{S,Gluino}(p^2) &= -\frac{\alpha_s(M_Z^2)}{4\pi}\,\frac{m_{\tilde g}}{m_f}\,(2\,C_F\,s_{\tilde\theta}c_{\tilde\theta})\Big[B_0(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_1})-B_0(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_2})\Big] \\
\Sigma^f_{S,SUSY}(p^2) &= \frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Bigg\{\sum_{i=1}^{2}\frac{m_{\tilde\chi_i^+}}{m_f}\Big[v^f_{i1}a^f_{i1}B_0(p^2,m_{\tilde\chi_i^+},m_{\tilde f'_1})+v^f_{i2}a^f_{i2}B_0(p^2,m_{\tilde\chi_i^+},m_{\tilde f'_2})\Big] \\
&\quad +\sum_{i=1}^{4}\frac{m_{\tilde\chi_i^0}}{m_f}\Big[v'^f_{i1}a'^f_{i1}B_0(p^2,m_{\tilde\chi_i^0},m_{\tilde f_1})+v'^f_{i2}a'^f_{i2}B_0(p^2,m_{\tilde\chi_i^0},m_{\tilde f_2})\Big]\Bigg\} \qquad \text{(C.16)}
\end{aligned}
$$

Der Vektoranteil

$$
\begin{aligned}
\Sigma^f_{V,2HD}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Bigg\{(v_f^2+a_f^2)\Big[2B_1(p^2,m_f,M_Z)+1\Big]+\frac{1}{4s_w^2}\Big[2B_1(p^2,m_{f'},M_W)+1\Big] \\
&+\frac{m_f^2}{4s_w^2M_W^2}\Big[(g^f_{h^0})^2B_1(p^2,m_f,m_{h^0})+(g^f_{H^0})^2B_1(p^2,m_f,m_{H^0}) \\
&+(g^f_{A^0})^2B_1(p^2,m_f,M_{A^0})+B_1(p^2,m_f,M_Z)\Big] \\
&+\frac{1}{4s_w^2M_W^2}\Big[(m_f^2+m_{f'}^2)B_1(p^2,m_{f'},M_W) \\
&+(m_f^2(g^f_{H^\pm})^2+m_{f'}^2(g^{f'}_{H^\pm})^2)B_1(p^2,m_{f'},m_{H^\pm})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma^f_{V,QED}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\,Q_f^2\,\Big[2B_1(p^2,m_f,\lambda)+1\Big] \\
\Sigma^f_{V,Gluino}(p^2) &= -\frac{\alpha_s(M_Z^2)}{4\pi}\,C_F\,\Big[B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_1})+B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_2})\Big] \\
\Sigma^f_{V,SUSY}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Bigg\{\sum_{i=1}^{2}\Bigg(\frac{1}{2}\Big[(v^f_{i1})^2+(a^f_{i1})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^+},m_{\tilde f'_1}) \\
&+\frac{1}{2}\Big[(v^f_{i2})^2+(a^f_{i2})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^+},m_{\tilde f'_2})\Bigg) \\
&+\sum_{i=1}^{4}\Bigg(\frac{1}{2}\Big[(v'^f_{i1})^2+(a'^f_{i1})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^0},m_{\tilde f_1}) \\
&+\frac{1}{2}\Big[(v'^f_{i2})^2+(a'^f_{i2})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^0},m_{\tilde f_2})\Bigg)\Bigg\} \qquad (C.17)
\end{aligned}
$$

Der Axialvektoranteil

$$
\begin{aligned}
\Sigma^f_{A,2HD}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Bigg\{-2v_f a_f\Big[2B_1(p^2,m_f,M_Z)+1\Big]-\frac{1}{4s_w^2}\Big[2B_1(p^2,m_{f'},M_W)+1\Big] \\
&\quad +\frac{1}{4s_w^2 M_W^2}\Big[(m_f^2-m_{f'}^2)B_1(p^2,m_{f'},M_W) \\
&\quad +(m_f^2(g^f_{H^\pm})^2-m_{f'}^2(g^{f'}_{H^\pm})^2)B_1(p^2,m_{f'},m_{H^\pm})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma^f_{A,QED}(p^2) &= 0 \\
\Sigma^f_{A,Gluino}(p^2) &= -\frac{\alpha_s(M_Z^2)}{4\pi}\,C_F\,\Bigg\{c^2_{\tilde\theta}\Big[B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_2})-B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_1})\Big] \\
&\quad +s^2_{\tilde\theta}\Big[B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_1})-B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_2})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma^f_{A,SUSY}(p^2) &= -\frac{\alpha_{\rm em}}{4\pi}\Bigg\{\sum_{i=1}^{2}\Bigg(\frac{1}{2}\Big[-(v^f_{i1})^2+(a^f_{i1})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi^+_i},m_{\tilde f'_1}) \\
&\quad +\frac{1}{2}\Big[-(v^f_{i2})^2+(a^f_{i2})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi^+_i},m_{\tilde f'_2})\Bigg) \\
&\quad +\sum_{i=1}^{4}\Bigg(\frac{1}{2}\Big[-(v'^f_{i1})^2+(a'^f_{i1})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi^0_i},m_{\tilde f_1}) \\
&\quad +\frac{1}{2}\Big[-(v'^f_{i2})^2+(a'^f_{i2})^2\Big]B_1(p^2,m_{\tilde\chi^0_i},m_{\tilde f_2})\Bigg)\Bigg\}\,. \qquad \text{(C.18)}
\end{aligned}
$$

Dabei ist der Faktor $C_F = 4/3$ (s. dazu auch Gleichung (D.15)) und die Faktoren der Yukawa-Kopplungen g_H^f sind der Tabelle C.1 zu entnehmen. Außerdem wurden folgende Definitionen für die SUSY-Kopplungen benutzt:

$$
\begin{aligned}
v_{i1}^{\{d;u\}} &:= \frac{1}{s_w}\{V_{i1};U_{i1}\}\cos\tilde\theta_{f'} - \frac{m_{f'}}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{V_{i2}}{\sin\beta};\frac{U_{i2}}{\cos\beta}\right\}\sin\tilde\theta_{f'}\\
v_{i2}^{\{d;u\}} &:= \frac{1}{s_w}\{V_{i1};U_{i1}\}\sin\tilde\theta_{f'} + \frac{m_{f'}}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{V_{i2}}{\sin\beta};\frac{U_{i2}}{\cos\beta}\right\}\cos\tilde\theta_{f'}\\
a_{i1}^{\{d;u\}} &:= -\frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{U_{i2}}{\cos\beta};\frac{V_{i2}}{\sin\beta}\right\}\cos\tilde\theta_{f'}\\
a_{i2}^{\{d;u\}} &:= -\frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{U_{i2}}{\cos\beta};\frac{V_{i2}}{\sin\beta}\right\}\sin\tilde\theta_{f'}\\
v_{i1}^{\prime\{d;u\}} &:= \sqrt{2}\Big[Q_f N'_{i1} \mp \frac{\frac{1}{2}\pm Q_f s_w^2}{s_w c_w}N'_{i2}\Big]\cos\tilde\theta_f + \frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\right\}\sin\tilde\theta_f\\
v_{i2}^{\prime\{d;u\}} &:= \sqrt{2}\Big[Q_f N'_{i1} \mp \frac{\frac{1}{2}\pm Q_f s_w^2}{s_w c_w}N'_{i2}\Big]\sin\tilde\theta_f - \frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\right\}\cos\tilde\theta_f\\
a_{i1}^{\prime\{d;u\}} &:= \frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\right\}\cos\tilde\theta_f - \sqrt{2}\Big[Q_f N'_{i1} - \frac{Q_f s_w}{c_w}N'_{i2}\Big]\sin\tilde\theta_f\\
a_{i2}^{\prime\{d;u\}} &:= \frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\left\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\right\}\sin\tilde\theta_f + \sqrt{2}\Big[Q_f N'_{i1} - \frac{Q_f s_w}{c_w}N'_{i2}\Big]\cos\tilde\theta_f\ ,
\end{aligned}
\tag{C.19}
$$

mit

$$
\begin{aligned}
N'_{i1} &:= N_{i1}c_w + N_{i2}s_w\\
N'_{i2} &:= N_{i2}c_w - N_{i1}s_w\ .
\end{aligned}
\tag{C.20}
$$

Die Chargino-Mischungsmatrizen U_{ij}, V_{ij} und die Neutralino-Mischungsmatrix N_{ij} sind in den Abschnitten 4.3.2 und 4.3.3 angegeben.

g_H^f	$H =$ SM-Higgs	$H = h^0$	$H = H^0$	$H = A^0$	$H = H^\pm$
$f = u$-artig	1	$\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}$	$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$	$\cot\beta$	$\cot\beta$
$f = d$-artig	1	$-\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}$	$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$	$\tan\beta$	$\tan\beta$

Tabelle C.1: Faktoren der Yukawa-Kopplungen.

Anhang D

Vertexkorrekturen

In diesem Anhang sind alle *relevanten*[1] generischen Vertexdiagramme aufgeführt (jedoch ohne Standard-QCD-Korrekturen), die bei dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ $(f \neq e, \nu_e)$ in erster Ordnung im MSSM auftreten können. Dreipunktfunktionen C sind im Anhang B diskutiert, des weiteren gilt hier ebenfalls das in Anhang C gesagte. Im Elektronvertex sind die Vertizes mit Higgs-Teilchen vernachlässigbar, da sie proportional der Elektronmasse sind.

Aus den Tabellen sind die verschiedenen Kopplungen und Massen zu entnehmen. In diesen Tabellen wurden zusätzlich zu den in Anhang C aufgeführten noch folgende Abkürzungen für die Kopplungen verwendet:

$$\begin{aligned} g_{Z,R} &= -\frac{s_w}{c_w} Q_f \quad ; \quad g_{Z,L} = \frac{I_3^f - s_w^2 Q_f}{s_w c_w} \quad ; \quad g_C = \frac{1}{\sqrt{2} s_w} \frac{m_f}{M_W} \\ g'_{Z,R} &= -\frac{s_w}{c_w} Q_{f'} \quad ; \quad g'_{Z,L} = \frac{I_3^{f'} - s_w^2 Q_{f'}}{s_w c_w} \quad ; \quad g'_C = \frac{1}{\sqrt{2} s_w} \frac{m_{f'}}{M_W} \quad ; \quad g_N = -\frac{1}{2 s_w} \frac{m_f}{M_W} \end{aligned} \tag{D.1}$$

Die Argumente der C-Funktionen sind $C(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3)$, wobei beim Elektronvertex $p_1 = p$, $p_2 = -p-\bar{p}$, $p_3 = \bar{p}$ und beim Vertex des auslaufenden Fermions $p_1 = -\bar{k}$, $p_2 = k+\bar{k}$, $p_3 = -k$ ist. Die Massen- und Impulskonstellation, die bei der Berechnung benutzt wurde, ist in Abbildung D.1 dargestellt.

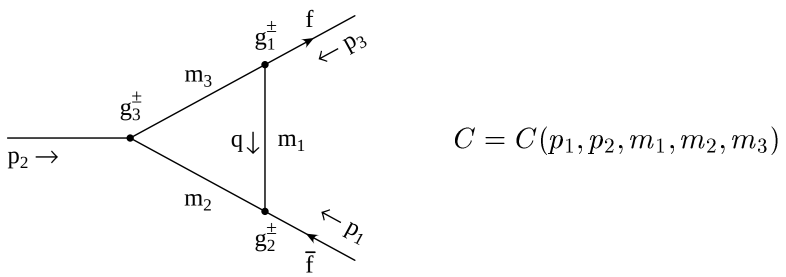
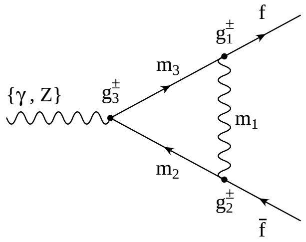


Abbildung D.1: Die Vertextopologie.

[1] D.h. die Elektronmasse wurde, wann immer möglich und sinnvoll, vernachlässigt.

D.1 Diagrammtyp I



$$
\begin{aligned}
A_I^\pm &= \Big[4\,C_{20} - 2 + 2m_f^2(2\,C_0 + 3\,C_{11} + C_{21}) - 2s(C_0 + C_{11} + C_{23} - C_{22})\Big] g_1^\pm g_2^\pm g_3^\pm \\
&\quad + 2m_f^2(C_0 + C_{11}) g_1^\mp g_2^\mp g_3^\mp - 2m_{\hat{f}}^2\, C_0\, g_1^\pm g_2^\pm g_3^\mp \\
B_I^\pm &= 2\Big\{ m_{\hat{f}}(C_0 + C_{11}) g_1^\mp g_2^\pm (g_3^\pm + g_3^\mp) - m_f\Big[(C_0 + C_{11} + C_{12} + C_{23}) g_1^\pm g_2^\pm g_3^\pm \\
&\quad + (C_0 + 2\,C_{11} - C_{12} + C_{21} - C_{23}) g_1^\mp g_2^\mp g_3^\mp\Big]\Big\} \ . \qquad \text{(D.2)}
\end{aligned}
$$

Die Argumente der C-Funktionen lauten:

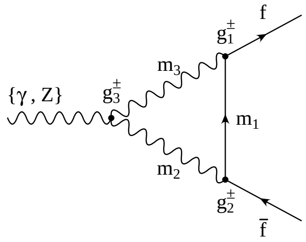
$$C = C(p_1, p_2, m_1, m_{\hat{f}}, m_{\hat{f}}) \ . \qquad \text{(D.3)}$$

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f \bar{f}$-Vertex I[2]						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
Z f f	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$-Q_f$	$-Q_f$
W f′ f′	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$

Massen und Kopplungskonstanten für den $Z f \bar{f}$-Vertex I[3]						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
Z f f	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
W f′ f′	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$

[2] QED-Korrekturen werden hier nicht berücksichtigt; Elektronvertex: Neutrinos koppeln nicht an Photonen.
[3] QED-Korrekturen werden hier nicht berücksichtigt.

D.2 Diagrammtyp II



In diesem Graphen tritt ein nicht-abelscher Eichbosonvertex auf. Beim vorliegenden Prozeß koppelt das Fermion immer an ein W-Boson, so daß $g_1^- = g_2^- = 1/(\sqrt{2}\, s_w)$ und $g_1^+ = g_2^+ = 0$ ist. Das Ergebnis lautet

$$\begin{aligned}
A_{II}^+ &= 3m_f^2\, C_{11}\, g_1^- g_2^- g_3^- \\
A_{II}^- &= \Big[12\, C_{20} - 2 + 2m_f^2\, C_{21} - 2s(C_{23} - C_{22}) + (5m_f^2 - 2s) C_{11}\Big] g_1^- g_2^- g_3^- \\
B_{II}^+ &= m_f (2C_{21} - 2C_{23} - C_{12}) g_1^- g_2^- g_3^- \\
B_{II}^- &= m_f (2\, C_{23} - C_{11} + C_{12}) g_1^- g_2^- g_3^- \ .
\end{aligned} \tag{D.4}$$

Hier sind die Argumente der C-Funktionen:

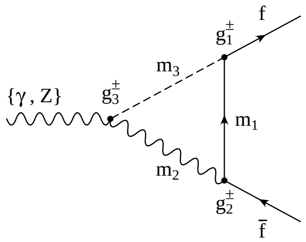
$$C = C(p_1, p_2, m_{f'}, M_W, M_W)\ . \tag{D.5}$$

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex II					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f′ W W	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$-2I_3^f$

Massen und Kopplungskonstanten für den $Zf\bar{f}$-Vertex II					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f′ W W	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$2I_3^f\, \frac{c_w}{s_w}$

In allen folgenden Diagrammen in denen (mindestens) ein Higgs-Teilchen auftritt, ist der Beitrag zum Elektronvertex vernachlässigbar.

D.3 Diagrammtyp III



Eine Möglichkeit, ein Higgsteilchen an zwei Eichbosonen zu koppeln, ist in obiger Abbildung dargestellt. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} A^{\pm}_{III} &= g_3^{\pm}\left\{\left[m_f(C_{11}-C_{12})g_1^{\mp}g_2^{\mp} - C_{12}\,g_1^{\pm}g_2^{\pm}\right] + m_{\hat{f}}\,C_0\,g_1^{\mp}g_2^{\pm}\right\} \\ B^{\pm}_{III} &= (C_{12}-C_{11})g_1^{\pm}g_2^{\pm}g_3^{\pm}\ , \end{aligned} \tag{D.6}$$

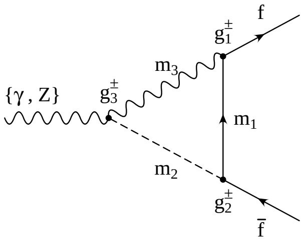
mit folgenden Argumenten für die C-Funktionen:

$$C = C(p_1, p_2, m_{\hat{f}}, m_2, m_H)\ . \tag{D.7}$$

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex III					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f′ W G$^\pm$	$2I_3^{f'}\,g_C'$	$2I_3^f\,g_C$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$-M_W$

Massen und Kopplungskonstanten für den $Zf\bar{f}$-Vertex III					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f Z H^0	$g_N\,g^f_{H^0}$	$g_N\,g^f_{H^0}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$M_W\,\frac{\cos(\beta-\alpha)}{s_w\,c_w^2}$
f Z h^0	$g_N\,g^f_{h^0}$	$g_N\,g^f_{h^0}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$M_W\,\frac{\sin(\beta-\alpha)}{s_w\,c_w^2}$
f′ W G$^\pm$	$2I_3^{f'}\,g_C'$	$2I_3^f\,g_C$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$-M_W\,\frac{s_w}{c_w}$

D.4 Diagrammtyp IV



Wenn man die Richtung der Fermionlinie des Diagrammtyps III umkehrt, erhält man den oben abgebildeten Graphen. Dessen Ergebnis ist:

$$\begin{aligned} A_{IV}^{\pm} &= g_3^{\pm}\Big\{\Big[m_f(C_{12}-C_{11})g_1^{\mp}g_2^{\pm}+C_{12}\,g_1^{\pm}g_2^{\mp}\Big]+m_{\hat{f}}\,C_0\,g_1^{\pm}g_2^{\pm}\Big\} \\ B_{IV}^{\pm} &= -C_{12}\,g_1^{\pm}g_2^{\mp}g_3^{\pm}\ , \end{aligned} \tag{D.8}$$

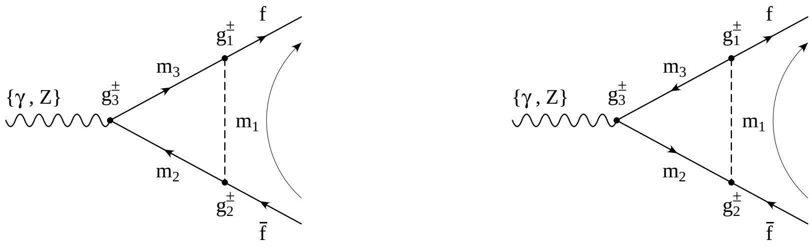
wobei in den C-Funktionen im Vergleich zu den vorherigen lediglich die Reihenfolge der Bosonmassen vertauscht werden müssen:

$$C = C(p_1, p_2, m_{\hat{f}}, m_H, m_3)\ . \tag{D.9}$$

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex IV					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f′ G$^\pm$ W	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$2I_3^f\,g_C$	$2I_3^{f'}\,g'_C$	$-M_W$

Massen und Kopplungskonstanten für den $Zf\bar{f}$-Vertex IV					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f H^0 Z	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_N\,g_{H^0}^f$	$g_N\,g_{H^0}^f$	$M_W\,\frac{\cos(\beta-\alpha)}{s_w\,c_w^2}$
f h^0 Z	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_N\,g_{h^0}^f$	$g_N\,g_{h^0}^f$	$M_W\,\frac{\sin(\beta-\alpha)}{s_w\,c_w^2}$
f′ G$^\pm$ W	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$2I_3^f\,g_C$	$2I_3^{f'}\,g'_C$	$-M_W\,\frac{s_w}{c_w}$

D.5 Diagrammtyp V



Wird, wie in Diagrammtyp V dargestellt, zwischen den Fermionen ein Higgs-Teilchen bzw. ein Sfermion ausgetauscht, so lautet das Ergebnis:

$$\begin{aligned}
A_V^\pm &= \Big[2\,C_{20} - \frac{1}{2} + m_f^2(C_{11}+C_{21}) - s(C_{23}-C_{22})\Big] g_1^\mp g_2^\pm g_3^\mp \\
&\quad -m_2 m_3\, C_0\, g_1^\mp g_2^\pm g_3^\pm - m_f^2(C_0+C_{11}) g_1^\pm g_2^\mp g_3^\pm \\
&\quad -m_f m_2\Big[(C_0+C_{12}) g_1^\pm g_2^\pm g_3^\pm - (C_{11}-C_{12}) g_1^\mp g_2^\mp g_3^\mp\Big] \\
&\quad -m_f m_3\Big[(C_0+C_{11}-C_{12}) g_1^\mp g_2^\mp g_3^\pm - C_{12}\, g_1^\pm g_2^\pm g_3^\mp\Big] \\
B_V^\pm &= -\Big\{\Big[m_2(C_{11}-C_{12}) g_3^\pm + m_3\, C_{12}\, g_3^\mp\Big] g_1^\pm g_2^\pm \\
&\quad +m_f\Big[(C_{11}-C_{12}+C_{21}-C_{23}) g_1^\pm g_2^\mp g_3^\pm + (C_{12}+C_{23}) g_1^\mp g_2^\pm g_3^\mp\Big]\Big\}\,. \qquad \text{(D.10)}
\end{aligned}$$

Dabei ist zu beachten, daß bei d-artigen äußeren Fermionen (Elektronvertex) und Chargino-Austausch ein fermionzahlverletzender Vertex vorliegt (oben rechts), der mit den in [69] angegebenen Regeln behandelt wurde.

Dabei ist

$$O_a^f = \begin{cases} O'^R_{ji} & \text{für } f = u\text{-artig} \\ -O'^L_{ij} & \text{für } f = d\text{-artig} \end{cases} \qquad \text{(D.11)}$$

$$O_b^f = \begin{cases} O'^L_{ji} & \text{für } f = u\text{-artig} \\ -O'^R_{ij} & \text{für } f = d\text{-artig} \end{cases} \qquad \text{(D.12)}$$

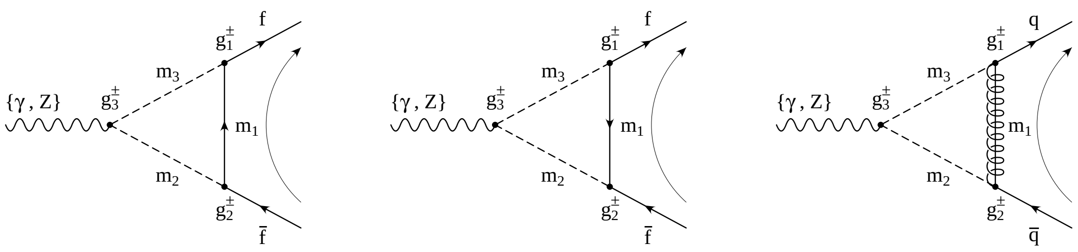
Die $O'^{L,R}_{ij}$ und $O''^{L,R}_{ij}$ sind in Gleichung (C.9) und die v^f_{kl}, v'^f_{kl}, a^f_{kl} und a'^f_{kl} sind in Gleichung (C.19) definiert.

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f \bar{f}$-Vertex V[4]						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
$\mathrm{H^0}$ f f	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$-Q_f$	$-Q_f$
$\mathrm{h^0}$ f f	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$-Q_f$	$-Q_f$
$\mathrm{A^0}$ f f	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$-Q_f$	$-Q_f$
$\mathrm{G^0}$ f f	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$-Q_f$	$-Q_f$
$\mathrm{H^\pm}$ f′ f′	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$
$\mathrm{G^\pm}$ f′ f′	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$
$\tilde{\mathrm{f}}'_1\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^+\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^+$	$-v^f_{i1}$	$-a^{f*}_{i1}$	$-a^f_{i1}$	$-v^{f*}_{i1}$	$-2I_3^f$	$-2I_3^f$
$\tilde{\mathrm{f}}'_2\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^+\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^+$	v^f_{i2}	a^{f*}_{i2}	a^f_{i2}	v^{f*}_{i2}	$-2I_3^f$	$-2I_3^f$

Massen und Kopplungskonstanten für den $Z f \bar{f}$-Vertex V						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
$\mathrm{H^0}$ f f	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$\mathrm{h^0}$ f f	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$\mathrm{A^0}$ f f	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$\mathrm{G^0}$ f f	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$\mathrm{H^\pm}$ f′ f′	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$
$\mathrm{G^\pm}$ f′ f′	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$
$\tilde{\mathrm{f}}_1\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^0\ \tilde{\chi}_\mathrm{j}^0$	$-v'^f_{j1}$	$-a'^{f*}_{j1}$	$-a'^f_{i1}$	$-v'^{f*}_{i1}$	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O''^R_{ji}$	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O''^L_{ji}$
$\tilde{\mathrm{f}}_2\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^0\ \tilde{\chi}_\mathrm{j}^0$	v'^f_{j2}	a'^{f*}_{j2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O''^R_{ji}$	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O''^L_{ji}$
$\tilde{\mathrm{f}}'_1\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^+\ \tilde{\chi}_\mathrm{j}^+$	$-v^f_{j1}$	$-a^{f*}_{j1}$	$-a^f_{i1}$	$-v^{f*}_{i1}$	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O^f_a$	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O^f_b$
$\tilde{\mathrm{f}}'_2\ \tilde{\chi}_\mathrm{i}^+\ \tilde{\chi}_\mathrm{j}^+$	v^f_{j2}	a^{f*}_{j2}	a^f_{i2}	v^{f*}_{i2}	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O^f_a$	$-\dfrac{1}{s_w\, c_w}\, O^f_b$

[4] Neutrinos und Neutralinos koppeln nicht an Photonen.

D.6 Diagrammtyp VI



Schließlich existiert noch der Diagrammtyp VI, bei dem zwei Higgs-Teilchen bzw. zwei Sfermionen im Vertex auftreten. Dessen Ergebnis lautet:

$$
\begin{aligned}
A_{VI}^{\pm} &= 2\, C_{20}\, g_1^{\mp} g_2^{\pm} g_3^{\pm} \\
B_{VI}^{\pm} &= g_3^{\pm} \Big\{ m_f \Big[(C_{12} + C_{23}) g_1^{\mp} g_2^{\pm} + (C_{11} - C_{12} + C_{21} - C_{23}) g_1^{\pm} g_2^{\mp} \Big] \\
&\quad - m_1 (C_0 + C_{11}) g_1^{\pm} g_2^{\pm} \Big\} \,. \qquad \text{(D.13)}
\end{aligned}
$$

Dabei ist zu beachten, daß bei d-artigen äußeren Fermionen (Elektronvertex) und Chargino-Austausch wieder ein fermionzahlverletzender Vertex vorliegt (s. Abb. oben Mitte), der mit den in [69] angegebenen Regeln behandelt wurde. Außerdem können noch Gluinos zwischen den beiden Squarks ausgetauscht werden (s. Abb. oben rechts).

Es werden hier noch folgende Abkürzungen eingeführt:

$$
\begin{aligned}
g_{Z,1} &= \frac{I_3^f\, c_{\tilde\theta}^2 - Q_f\, s_w^2}{s_w\, c_w} \\
g_{Z,2} &= \frac{I_3^f\, s_{\tilde\theta}^2 - Q_f\, s_w^2}{s_w\, c_w} \\
g_Z &= -\frac{I_3^f\, s_{\tilde\theta}\, c_{\tilde\theta}}{s_w\, c_w} \\
g'_{Z,1} &= \frac{I_3^{f'}\, c_{\tilde\theta'}^2 - Q_{f'}\, s_w^2}{s_w\, c_w} \\
g'_{Z,2} &= \frac{I_3^{f'}\, s_{\tilde\theta'}^2 - Q_{f'}\, s_w^2}{s_w\, c_w} \\
g'_Z &= -\frac{I_3^{f'}\, s_{\tilde\theta'}\, c_{\tilde\theta'}}{s_w\, c_w} \,, \qquad \text{(D.14)}
\end{aligned}
$$

mit $c_{\tilde\theta} := \cos\tilde\theta_f$, $s_{\tilde\theta} := \sin\tilde\theta_f$ and $c_{\tilde\theta'} := \cos\tilde\theta_{f'}$, $s_{\tilde\theta'} := \sin\tilde\theta_{f'}$.

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex VI[5]					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
$\mathrm{f}'\ \mathrm{H}^\pm \mathrm{H}^\pm$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$g_C\, g_{H^\pm}^{f}$	$g_C\, g_{H^\pm}^{f}$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$-2I_3^f$
$\mathrm{f}'\ \mathrm{G}^\pm \mathrm{G}^\pm$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^{f}$	$g_C\, 2I_3^{f}$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$-2I_3^f$
$\tilde{\chi}_i^0\ \tilde{f}_1\ \tilde{f}_1$	$-v_{i1}^{\prime f}$	$-a_{i1}^{\prime f*}$	$-a_{i1}^{\prime f}$	$-v_{i1}^{\prime f*}$	$-Q_f$
$\tilde{\chi}_i^0\ \tilde{f}_1\ \tilde{f}_2$	$v_{i2}^{\prime f}$	$a_{i2}^{\prime f*}$	$-a_{i1}^{\prime f}$	$-v_{i1}^{\prime f*}$	0
$\tilde{\chi}_i^0\ \tilde{f}_2\ \tilde{f}_1$	$-v_{i1}^{\prime f}$	$-a_{i1}^{\prime f*}$	$a_{i2}^{\prime f}$	$v_{i2}^{\prime f*}$	0
$\tilde{\chi}_i^0\ \tilde{f}_2\ \tilde{f}_2$	$v_{i2}^{\prime f}$	$a_{i2}^{\prime f*}$	$a_{i2}^{\prime f}$	$v_{i2}^{\prime f*}$	$-Q_f$
$\tilde{\chi}_i^+\ \tilde{f}'_1\ \tilde{f}'_1$	$-v_{i1}^{f}$	$-a_{i1}^{f*}$	$-a_{i1}^{f}$	$-v_{i1}^{f*}$	$-Q_{f'}$
$\tilde{\chi}_i^+\ \tilde{f}'_1\ \tilde{f}'_2$	v_{i2}^{f}	a_{i2}^{f*}	$-a_{i1}^{f}$	$-v_{i1}^{f*}$	0
$\tilde{\chi}_i^+\ \tilde{f}'_2\ \tilde{f}'_1$	$-v_{i1}^{f}$	$-a_{i1}^{f*}$	a_{i2}^{f}	v_{i2}^{f*}	0
$\tilde{\chi}_i^+\ \tilde{f}'_2\ \tilde{f}'_2$	v_{i2}^{f}	a_{i2}^{f*}	a_{i2}^{f}	v_{i2}^{f*}	$-Q_{f'}$
$\tilde{g}_a\ \tilde{q}_1\ \tilde{q}_1$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	$-Q_q$
$\tilde{g}_a\ \tilde{q}_1\ \tilde{q}_2$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	0
$\tilde{g}_a\ \tilde{q}_2\ \tilde{q}_1$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	0
$\tilde{g}_a\ \tilde{q}_2\ \tilde{q}_2$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{jk}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,c_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\,s_{\tilde\theta}\,T_{ij}^a$	$-Q_q$

Die T_{ij}^a $(a = 1, 2, \ldots, 8\ ;\ i, j = 1, 2, 3)$ sind die Matrixelemente der Generatoren der $SU(3)_C$, für sie gilt:

$$\sum_{a,j} T_{ij}^a\, T_{jk}^a = \frac{1}{4} \sum_{a,j} \lambda_{ij}^a\, \lambda_{jk}^a = \frac{1}{4} \sum_j \left(-\frac{2}{3}\, \delta_{ij}\, \delta_{jk} + 2\, \delta_{ik}\, \delta_{jj}\right) \overset{i=k}{\equiv} \frac{4}{3} =: C_F \tag{D.15}$$

Die v_{kl}^f, $v_{kl}^{\prime f}$, a_{kl}^f und $a_{kl}^{\prime f}$ sind in Gleichung (C.19) definiert. Der Faktor $1/e$ in den Gluino-Kopplungen ist hier nur wegen der Definition der Matrixelemente (5.36) und (5.38) notwendig.

[5]Elektronvertex: Sneutrinos koppeln nicht an Photonen.

Massen und Kopplungskonstanten für den $Zf\bar{f}$-Vertex VI					
m_1 m_2 m_3	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f H^0 A^0	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$-i\, \frac{\sin(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f H^0 G^0	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$i\, \frac{\cos(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f h^0 A^0	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$i\, \frac{\cos(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f h^0 G^0	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$i\, \frac{\sin(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f A^0 H^0	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, \frac{\sin(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f G^0 H^0	$g_N\, g^f_{H^0}$	$g_N\, g^f_{H^0}$	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$-i\, \frac{\cos(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f A^0 h^0	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$-i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$i\, g_N\, g^f_{A^0}$	$-i\, \frac{\cos(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f G^0 h^0	$g_N\, g^f_{h^0}$	$g_N\, g^f_{h^0}$	$-i\, g_N\, 2I_3^f$	$i\, g_N\, 2I_3^f$	$-i\, \frac{\sin(\beta-\alpha)}{2 s_w c_w}$
f′ $\mathrm{H}^\pm \mathrm{H}^\pm$	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$-2I_3^f\, \frac{s_w^2 - c_w^2}{2 s_w c_w}$
f′ $\mathrm{G}^\pm \mathrm{G}^\pm$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$-2I_3^f\, \frac{s_w^2 - c_w^2}{2 s_w c_w}$
$\tilde{\chi}^0_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}_1$ $\tilde{\mathrm{f}}_1$	$-v'^f_{i1}$	$-a'^{f*}_{i1}$	$-a'^f_{i1}$	$-v'^{f*}_{i1}$	$g_{Z,1}$
$\tilde{\chi}^0_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}_1$ $\tilde{\mathrm{f}}_2$	v'^f_{i2}	a'^{f*}_{i2}	$-a'^f_{i1}$	$-v'^{f*}_{i1}$	g_Z
$\tilde{\chi}^0_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}_2$ $\tilde{\mathrm{f}}_1$	$-v'^f_{i1}$	$-a'^{f*}_{i1}$	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}	g_Z
$\tilde{\chi}^0_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}_2$ $\tilde{\mathrm{f}}_2$	v'^f_{i2}	a'^{f*}_{i2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}	$g_{Z,2}$
$\tilde{\chi}^+_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}'_1$ $\tilde{\mathrm{f}}'_1$	$-v^f_{i1}$	$-a^{f*}_{i1}$	$-a^f_{i1}$	$-v^{f*}_{i1}$	$g'_{Z,1}$
$\tilde{\chi}^+_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}'_1$ $\tilde{\mathrm{f}}'_2$	v^f_{i2}	a^{f*}_{i2}	$-a^f_{i1}$	$-v^{f*}_{i1}$	g'_Z
$\tilde{\chi}^+_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}'_2$ $\tilde{\mathrm{f}}'_1$	$-v^f_{i1}$	$-a^{f*}_{i1}$	a^f_{i2}	v^{f*}_{i2}	g'_Z
$\tilde{\chi}^+_\mathrm{i}$ $\tilde{\mathrm{f}}'_2$ $\tilde{\mathrm{f}}'_2$	v^f_{i2}	a^{f*}_{i2}	a^f_{i2}	v^{f*}_{i2}	$g'_{Z,2}$
$\tilde{\mathrm{g}}_\mathrm{a}$ $\tilde{\mathrm{q}}_1$ $\tilde{\mathrm{q}}_1$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	$g_{Z,1}$
$\tilde{\mathrm{g}}_\mathrm{a}$ $\tilde{\mathrm{q}}_1$ $\tilde{\mathrm{q}}_2$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	g_Z
$\tilde{\mathrm{g}}_\mathrm{a}$ $\tilde{\mathrm{q}}_2$ $\tilde{\mathrm{q}}_1$	$-\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	g_Z
$\tilde{\mathrm{g}}_\mathrm{a}$ $\tilde{\mathrm{q}}_2$ $\tilde{\mathrm{q}}_2$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{jk}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, c_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	$\sqrt{2}\,\frac{g_3}{e}\, s_{\tilde{\theta}}\, T^a_{ij}$	$g_{Z,2}$

Anhang E

Boxdiagramme

In diesem Anhang sind alle *relevanten*[1] generischen Boxdiagramme aufgeführt, die bei dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ $(f \neq e, \nu_e)$ in erster Ordnung im MSSM auftreten können. Dreipunktfunktionen C und Vierpunktfunktionen D sind im Anhang B diskutiert, ansonsten gilt hier auch das in den vorhergehenden Anhängen gesagte.

Die Kopplungen und Massen finden sich in Tabelle E.1 für das direkte und in Tabelle E.2 für das gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm. Dabei steht $1/(\sqrt{2}\, s_w)$ für die Kopplung des W-Bosons an ein linkshändiges Fermion. Die Auswahl, ob das direkte oder gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm mit W-Austausch auftreten kann, erfolgt mit dem Faktor $1/2 \pm I_3^f$.

Für die direkten und gekreuzten SUSY-Boxdiagramme sind die Kopplungen und Massen in Tabelle E.3, E.4, E.5 und E.6 zu finden. Dabei ist zu beachten, daß in den gekreuzten Chargino- und Neutralino-Boxdiagrammen und dem direkten Chargino-Boxdiagramm fermionzahlverletzende Vertizes vorkommen, die mit den in [69] angegebenen Regeln behandelt wurden[2].

Die Massen- und Impulskonstellationen, die bei der Berechnung benutzt wurden, sind in Abbildung E.1 und Abbildung E.2 dargestellt.

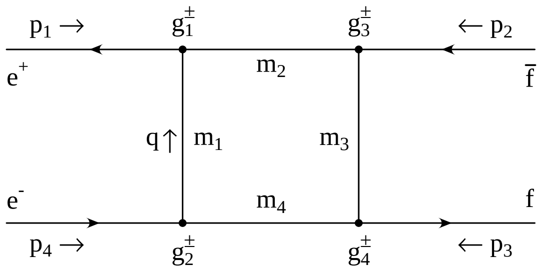


Abbildung E.1: Die Topologie der direkten Boxdiagramme.

Für das direkte Boxdiagramm sind die Argumente der C-Funktion $C(-p_2, p_1 + p_4, m_2, m_3, m_4)$ und die Argumente der D-Funktionen sind $D(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4)$, wobei $p_1 = \bar{p}$, $p_2 = -\bar{k}$, $p_3 = -k$ und $p_4 = p$ ist.

[1] D.h. die Elektronmasse wurde, wann immer möglich und sinnvoll, vernachlässigt.

[2] Ein Faktor (-1) der bei den direkten Boxdiagrammen wegen der Referenzflußrichtung auftritt, wurde schon bei den Matrixelementen (5.17e) bis (5.17i) in Kap. 5 berücksichtigt.

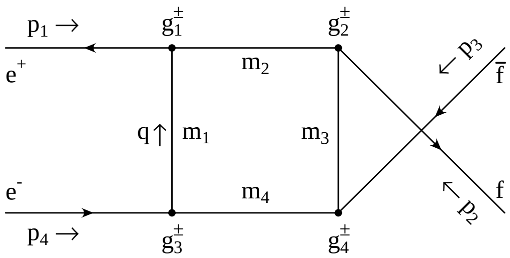


Abbildung E.2: Die Topologie der gekreuzten Boxdiagramme.

Für das gekreuzte Boxdiagramm sind die Argumente der C-Funktion $C(-p_2, p_1+p_4, m_2, m_3, m_4)$ und die Argumente der D-Funktionen sind $D(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4)$, wobei $p_1 = \bar{p}$, $p_2 = -k$, $p_3 = -\bar{k}$ und $p_4 = p$ ist.

Die Massen für die C- und D-Funktionen lassen sich wieder aus der ersten Spalte der Tabelle ablesen. Beispielsweise lauten die Argumente der Integrale bei dem direkten ZZ-Boxdiagramm (siehe Tabelle E.1)

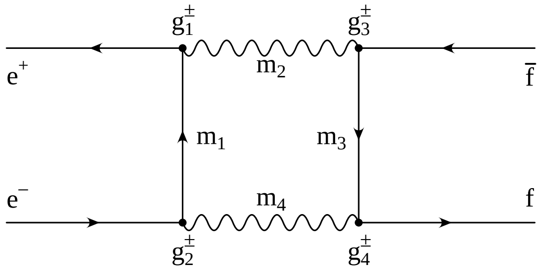
$$\begin{aligned} C &= C(\bar{k}, \bar{p}+p, M_Z, m_f, M_Z) \\ D &= D(\bar{p}, -\bar{k}, -k, m_e, M_Z, m_f, M_Z)\ . \end{aligned} \tag{E.1}$$

und für das gekreuzte ZZ-Boxdiagramm (siehe Tabelle E.2)

$$\begin{aligned} C &= C(k, \bar{p}+p, M_Z, m_f, M_Z) \\ D &= D(\bar{p}, -k, -\bar{k}, m_e, M_Z, m_f, M_Z)\ . \end{aligned} \tag{E.2}$$

Die Kopplungen $g_{Z,R}$ und $g_{Z,L}$ sind durch die Definitionen (D.1) gegeben, während die SUSY-Kopplungen v_{kl}^f, $v_{kl}'^f$, a_{kl}^f und $a_{kl}'^f$ in den Gleichungen (C.19) definiert sind.

E.1 Das direkte Vektorboson-Boxdiagramm

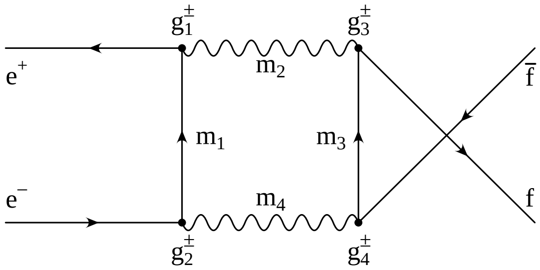


Massen und Kopplungskonstanten des direkten Vektorboson-Boxdiagramms[3]								
$m_1\ m_2\ m_3\ m_4$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
e Z f Z	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$
ν_e W f′ W	0	$\dfrac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\dfrac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\dfrac{\frac{1}{2}-I_3^f}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\dfrac{\frac{1}{2}-I_3^f}{\sqrt{2}\,s_w}$

Tabelle E.1: Einträge in das direkte Vektorboson-Boxdiagramm.

[3] QED-Korrekturen werden hier nicht berücksichtigt.

E.2 Das gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm

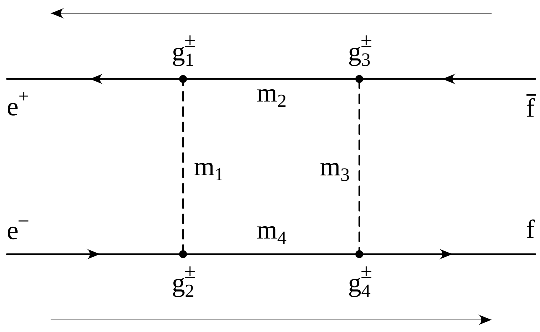


Massen und Kopplungskonstanten des gekreuzten Vektorboson-Boxdiagramms[4]								
$m_1\ m_2\ m_3\ m_4$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
e Z f Z	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$
ν_e W f′ W	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{\frac{1}{2}+I_3^f}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{\frac{1}{2}+I_3^f}{\sqrt{2}\,s_w}$

Tabelle E.2: Einträge in das gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm.

[4]QED-Korrekturen werden hier nicht berücksichtigt.

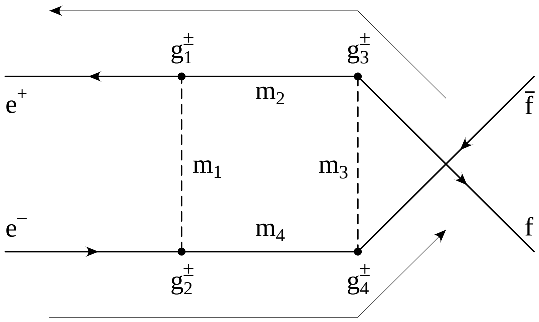
E.3 Das direkte Neutralino-Boxdiagramm



Massen und Kopplungskonstanten des direkten Neutralino-Boxdiagramms								
$m_1\ m_2\ m_3\ m_4$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{e}_1\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_1\ \tilde{\chi}_i^0$	$-v_{j1}^{\prime e}$	$-a_{j1}^{\prime e*}$	$-a_{i1}^{\prime e}$	$-v_{i1}^{\prime e*}$	$-a_{j1}^{\prime f}$	$-v_{j1}^{\prime f*}$	$-v_{i1}^{\prime f}$	$-a_{i1}^{\prime f*}$
$\tilde{e}_1\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_2\ \tilde{\chi}_i^0$	$-v_{j1}^{\prime e}$	$-a_{j1}^{\prime e*}$	$-a_{i1}^{\prime e}$	$-v_{i1}^{\prime e*}$	$a_{j2}^{\prime f}$	$v_{j2}^{\prime f*}$	$v_{i2}^{\prime f}$	$a_{i2}^{\prime f*}$
$\tilde{e}_2\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_1\ \tilde{\chi}_i^0$	$v_{j2}^{\prime e}$	$a_{j2}^{\prime e*}$	$a_{i2}^{\prime e}$	$v_{i2}^{\prime e*}$	$-a_{j1}^{\prime f}$	$-v_{j1}^{\prime f*}$	$-v_{i1}^{\prime f}$	$-a_{i1}^{\prime f*}$
$\tilde{e}_2\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_2\ \tilde{\chi}_i^0$	$v_{j2}^{\prime e}$	$a_{j2}^{\prime e*}$	$a_{i2}^{\prime e}$	$v_{i2}^{\prime e*}$	$a_{j2}^{\prime f}$	$v_{j2}^{\prime f*}$	$v_{i2}^{\prime f}$	$a_{i2}^{\prime f*}$

Tabelle E.3: Einträge in das direkte Neutralino-Boxdiagramm.

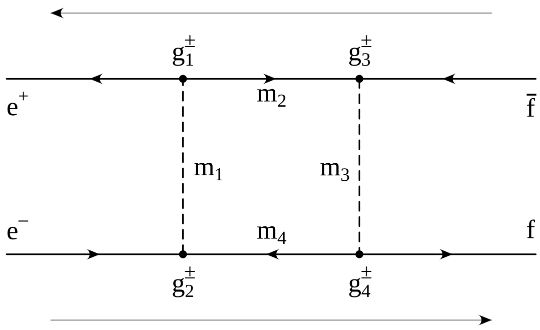
E.4 Das gekreuzte Neutralino-Boxdiagramm



Massen und Kopplungskonstanten des gekreuzten Neutralino-Boxdiagramms								
$m_1\ m_2\ m_3\ m_4$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{e}_1\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_1\ \tilde{\chi}_i^0$	$-v'^e_{j1}$	$-a'^{e*}_{j1}$	$-a'^e_{i1}$	$-v'^{e*}_{i1}$	$-v'^f_{j1}$	$-a'^{f*}_{j1}$	$-a'^f_{i1}$	$-v'^{f*}_{i1}$
$\tilde{e}_1\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_2\ \tilde{\chi}_i^0$	$-v'^e_{j1}$	$-a'^{e*}_{j1}$	$-a'^e_{i1}$	$-v'^{e*}_{i1}$	v'^f_{j2}	a'^{f*}_{j2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}
$\tilde{e}_2\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_1\ \tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j2}	a'^{e*}_{j2}	a'^e_{i2}	v'^{e*}_{i2}	$-v'^f_{j1}$	$-a'^{f*}_{j1}$	$-a'^f_{i1}$	$-v'^{f*}_{i1}$
$\tilde{e}_2\ \tilde{\chi}_j^0\ \tilde{f}_2\ \tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j2}	a'^{e*}_{j2}	a'^e_{i2}	v'^{e*}_{i2}	v'^f_{j2}	a'^{f*}_{j2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}

Tabelle E.4: Einträge in das gekreuzte Neutralino-Boxdiagramm.

E.5 Das direkte Chargino-Boxdiagramm

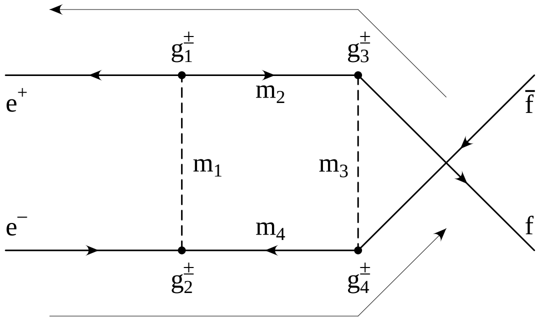


Massen und Kopplungskonstanten des direkten Chargino-Boxdiagramms[5]								
$m_1\ m_2\ m_3\ m_4$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{\nu}_e\ \tilde{\chi}_j^+\ \tilde{f}'_1\ \tilde{\chi}_i^+$	$-v_{j1}^e$	$-a_{j1}^{e*}$	$-a_{i1}^e$	$-v_{i1}^{e*}$	$-a_{j1}^f$	$-v_{j1}^{f*}$	$-v_{i1}^f$	$-a_{i1}^{f*}$
$\tilde{\nu}_e\ \tilde{\chi}_j^+\ \tilde{f}'_2\ \tilde{\chi}_i^+$	$-v_{j1}^e$	$-a_{j1}^{e*}$	$-a_{i1}^e$	$-v_{i1}^{e*}$	a_{j2}^f	v_{j2}^{f*}	v_{i2}^f	a_{i2}^{f*}

Tabelle E.5: Einträge in das direkte Chargino-Boxdiagramm.

[5]Das direkte Chargino-Boxdiagramm existiert nicht für auslaufende Fermionen mit $I_3 = +1/2$ (u-artig), insbesondere also *nicht* für den Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$.

E.6 Das gekreuzte Chargino-Boxdiagramm



Massen und Kopplungskonstanten des gekreuzten Chargino-Boxdiagramms[6]								
$m_1\ m_2\ m_3\ m_4$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{\nu}_e\ \tilde{\chi}_j^+\ \tilde{f}_1'\ \tilde{\chi}_i^+$	$-v_{j1}^e$	$-a_{j1}^{e*}$	$-a_{i1}^e$	$-v_{i1}^{e*}$	$-v_{j1}^f$	$-a_{j1}^{f*}$	$-a_{i1}^f$	$-v_{i1}^{f*}$
$\tilde{\nu}_e\ \tilde{\chi}_j^+\ \tilde{f}_2'\ \tilde{\chi}_i^+$	$-v_{j1}^e$	$-a_{j1}^{e*}$	$-a_{i1}^e$	$-v_{i1}^{e*}$	v_{j2}^f	a_{j2}^{f*}	a_{i2}^f	v_{i2}^{f*}

Tabelle E.6: Einträge in das gekreuzte Chargino-Boxdiagramm.

[6] Das gekreuzte Chargino-Boxdiagramm existiert nicht für auslaufende Fermionen mit $I_3 = -1/2$ (d-artig).

Literaturverzeichnis

[1] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 19;
A. Salam, in: *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, Editor N. Svartholm, Stockholm, 1968.

[2] S.L. Glashow, J. Illiopoulos, L. Maiani, *Phys. Rev* **2** (1970) 1285;
N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531;
M. Kobayashi, K. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.

[3] P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132;
P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **13** (1964) 508;
P.W. Higgs, *Phys. Rev.* **145** (1970) 1285;
R. Brout, F. Englert, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321;
T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* **155** (1967) 1554.

[4] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL and the LEP Electroweak Working Group, *A Combination of Preliminary LEP and SLD Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, 1996, CERN-PPE/96-183.

[5] H.P. Nilles, *Phys. Rep.* **110** (1984) 1;
H.P. Nilles, "The Supersymmetric Standard Model" in: *Phenomenological Aspects of Supersymmetry*, W. Hollik, R. Rückl, J. Wess (Eds.), Lecture Notes in Physics 405, Springer-Verlag, 1992.

[6] P. Fayet, S. Ferrara, *Phys. Rep.* **23** (1977) 249.

[7] M.F. Sohnius, *Phys. Rep.* **128** (1985) 39.

[8] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmerty and Supergravity*, 2.nd Edition, Princeton Series in Physics, 1992.

[9] H.E. Haber, G. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1985) 75.

[10] J.F. Gunion, H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 1.

[11] J.-F. Grivaz, "New Particle Searches" in: *Proceedings of the International Europhysics Conference on High Energy Physics*, Brussels, 27 July - 2 Aug. '95, World Scientific, 1996.

[12] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Frontiers in Physics Vol. 80, Addison-Wesley, 1990.

[13] F. Abe et al., CDF Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2626;
S. Abachi et al., DØ Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.

[14] T.-P. Cheng, L.-F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford University Press, New York, 1989.

[15] C.-H. Chang, C.S. Li, R.J. Oakes, J.M. Yang, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 2125.

[16] C. Itzykson, J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York, 1980.

[17] M. Kaku, *Quantum Field Theory*, Oxford University Press, New York, 1993.

[18] C.N. Yang, R.L. Mills, *Phys. Rev.* **96** (1954) 191.

[19] L.D. Faddeev, V.N. Popov, *Phys. Lett.* **B25** (1967) 29.

[20] A. Kraft, *Produktion schwerer Fermionpaare im Zwei-Higgs-Dublett Modell*, Diplomarbeit, Universität Karlsruhe, 1993;
W. Beenakker, A. Denner, A. Kraft, *Nucl. Phys.* **B410** (1993) 219.

[21] U. Amaldi, W. de Boer, H. Fürstenau, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.

[22] R. Haag, J.T. Łopuszánski, M. Sohnius, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 257.

[23] S. Coleman, J. Mandula, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251.

[24] J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* **49B** (1974) 52.

[25] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.* **B76** (1974) 477;
S. Ferrara, J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 239.

[26] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 39;
B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B89** (1975) 535.

[27] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B78** (1974) 1.

[28] F.A. Berezin, *The Method of Second Quantization*, Academic Press, New York, 1966.

[29] S. Ferrara, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B79** (1974) 413.

[30] M. T. Grisaru, W. Siegel, M. Roček, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 429.

[31] L. O'Raifeartaigh, *Nucl. Phys.* **B96** (1975) 331;
P. Fayet, J. Iliopoulos, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 461.

[32] L. Giradello, M.T. Grisaru, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[33] I. Simonsen, *A Review of Minimal Supersymmetric Electro Weak Theory*, Preprint **hep-ph**/9506369.

[34] H.E. Haber, "Introductory Low-Energy Supersymmetry" in: *Recent Directions in Particle Theory*, Proceedings of the 1992 Theoretical Advanced Study Institute in Particle Physics, edited by J. Harvey and J. Polchinski, World Scientific, Singapore, 1993, pp. 589-686.

[35] S.L. Glashow, S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 1958.

[36] P. Fayet, *Nucl. Phys.* **B90** (1975) 104.

[37] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.* **B87** (1975) 85.

[38] R.D. Peccei, H.R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 1440;
R.D. Peccei, H.R. Quinn, *Phys. Rev.* **D16** (1977) 1791.

[39] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 223;
F.A. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 279.

[40] D. Pierce, A. Papadopoulos, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 565.

[41] J. Bartels, W. Hollik, *Z. Phys.* **C39** (1988) 433.

[42] A. Dabelstein, *Strahlungskorrekturen zum Higgs-Sektor im Standardmodell und minimalen supersymmetrischen Standardmodell*, Dissertation, München 1993, MPI-Ph/93-64;
A. Dabelstein, *Z. Phys.* **C67** (1995) 495.

[43] M. Böhm, W. Hollik, H. Spiesberger, *Fortschr. Phys.* **34** (1986) 687;
W. Hollik, "Renormalisation of the Standard Model" in: *Precision Tests of the Standard Model*, Advanced series on Directions in High Energy Physics, World Scientific Publishing Co., 1995.

[44] C. Becchi, A. Rouet, R. Stora, *Phys. Lett.* **B52** (1974) 344;
C. Becchi, A. Rouet, R. Stora, *Comm. Math. Phys.* **42** (1975) 127.

[45] W. Hollik, *Fortschr. Phys.* **38** (1990) 165.

[46] P.H. Chankowski, S. Pokorski, J. Rosiek, *Phys. Lett.* **B274** (1992) 191.

[47] J.F. Gunion, A. Turski, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 2333;
J. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B257** (1991) 83;
A. Yamada, *Phys. Lett.* **B263** (1991) 233;
A. Brignole, J. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B271** (1991) 123;
A. Brignole, *Phys. Lett.* **B277** (1992) 313;
A. Brignole, *Phys. Lett.* **B281** (1992) 284.

[48] A. Dabelstein, *Nucl. Phys.* **B456** (1995) 25.

[49] M.A. Díaz, *Radiative Corrections to Higgs Masses in the Minimal Supersymmetric Model*, Dissertation, Juni 1992, Uni. of California (Santa Cruz), SCIPP-92/13.

[50] W. Beenakker, S.C. van der Marck, W. Hollik, *Nucl. Phys.* **B365** (1991) 24.

[51] J. Jerzak, E. Laermann, P.M. Zerwas, *Phys. Rev.* **D25** (1980) 1218;
A. Djouadi, *Z. Phys.* **C39** (1988) 561.

[52] R.J. Guth, J. Kühn, *Nucl. Phys.* **B368** (1992) 38.

[53] W. Beenakker, W. Hollik, *Phys. Lett.* **B269** (1991) 425.

[54] A. Denner, R.J. Guth, J. Kühn, *Nucl. Phys.* **B377** (1992) 3;
R. J. Guth, Diplomarbeit, Uni. München, Dez. 1989.

[55] A. Djouadi, M. Drees, H. König, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 3081.

[56] D. Atwood, A. Soni, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 2405;
G.A. Ladinsky, C.-P. Yuan, "Probing Form Factors in Top Quark Pair Production at e^+e^- Colliders" in: *Workshop on Physics and Experiments with Linear Colliders*, Waikoloa, Hawaii, Apr. '93, F.A. Harris, S.L. Olsen, S. Pakvasa, X. Tata (Eds.), World Scientific, 1993;
J. Bernabéu, G.A. González-Springberg, J. Vidal, "Weak Dipole Moments at e^+e^- Colliders" in: *Perspectives for Electroweak Interactions in e^+e^- Collisions*, edited by B.A. Kniehl, World Scientific, 1995;
M. Schmitt, "Top Production and Decay Form Factors" in: *e^+e^- Collisions at TeV Energies: The Physics Potential (Part D)*, Proceedings of the Workshop - Annecy, Gran Sasso, Hamburg, edited by P.M. Zerwas, 1995.

[57] G.J. van Oldenborgh, J.A.M Vermaseren, *Z. Phys.* **C46** (1990) 425;
G.J. van Oldenborgh, *FF a package to evaluate one-loop Feynman diagrams*, 1990, erhältlich über anonymous ftp nach `nikhefh.nikhef.nl`, NIKHEF-H/90-15;
A. Aeppli, *Reduction of Tensor Integrals*, 1990, (nicht publiziert);
A. Aeppli, *Radiative Corrections in the Electroweak Theory*, Dissertation, Zürich 1992.

[58] M.E. Peskin, in: *Physics and Experiments with Linear Colliders*, Proceedings of the Workshop, Saariselkä, Finland, 1991, edited by R. Orava, P. Eerola and M. Nordberg, World Scientific, Singapore, 1992.

[59] R.M. Barnett et al., Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 1.

[60] A. Blondel, *Plenary talk at 28th. Int. Conf. on High Energy Physics*, Warsaw, July 1996.

[61] D. Buskulic et al., ALEPH Collaboration, *Search for SUSY Particles on e^+e^- collisions at centre-of-mass energies of 130 and 136 GeV*, CERN-PPE/96-10;
G. Alexander et al., OPAL Collaboration, *Phys. Lett.* **B377** (1996) 181;
DELPHI Collaboration, *Search for neutralinos, scalar leptons and scalar quarks in e^+e^- interactions at $\sqrt{s} = 130$ GeV and 136 GeV*, CERN-PPE/96-110;
L3 Collaboration, CERN-PPE/96-29, 1996.

[62] S. Abachi et al., DØ Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 2222.

[63] P. Breitenlohner, D. Maison, *Comm. Math. Phys.* **52** (1977) 11,39,55;
M. Chanowitz, M. Furman, I. Hinchliffe, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 225.

[64] F. Eidelman, F. Jegerlehner, *Z. Phys.* **C67** (1995) 585;
H. Burkhardt, B. Pietrzyk, *Phys. Lett.* **B356** (1995) 398;
M.L. Swartz, *Phys. Rev.* **D53** (1996) 5268.

[65] C. Bollini, J. Giambiagi, *Nuovo Cim.* **12B** (1972) 20;
J. Ashmore, *Nuovo Cim. Lett.* **4** (1972) 289;
G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189.

[66] G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B153** (1979) 365.

[67] G. Passarino, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 151.

[68] A. Denner, *Fortschr. Phys.* **41** (1993) 307.

[69] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, J. Küblbeck, *Nucl. Phys.* **B387** (1992) 467.