Der Top-Squark-Zerfall
$\tilde{t}_1 \to c\tilde{\chi}_1^0$
im Rahmen des
Minimalen Supersymmetrischen
Standardmodells

Diplomarbeit
von
Gerrit Jahn

Institut für Theoretische Physik
der
Universität Karlsruhe

Mai 1998

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Die heutige Elementarteilchenphysik ist geprägt vom sogenannten Standardmodell [1], das hervorragende Voraussagen über das Verhalten der bisher entdeckten Elementarteilchen liefert.

Das Standardmodell ist eine nichtabelsche $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ Eichtheorie, die Eich- und Materiefelder enthält. Die Materiefelder beschreiben Quarks, Leptonen und das Higgsteilchen. Die Eichfelder vermitteln die Kräfte zwischen den Materieteilchen aber auch den Eichfeldern selbst. Sie bestehen aus acht $SU(3)$-Eichfeldern, den Gluonen, die die starke Wechselwirkung zwischen den Quarks vermitteln, drei $SU(2)$-Eichbosonen, dem Z und den $W^{\pm}$, die die schwache Wechselwirkung vermitteln und dem Photon, dem $U(1)$-Eichboson, das die elektromagnetische Wechselwirkung vermittelt.

Dem Higgsfeld wird ein nichtverschwindender Vakuumerwartungswert zugeordnet, womit über den Higgsmechanismus [2] die $SU(2) \times U(1)$-Symmetrie spontan gebrochen wird. Dadurch erhalten die Fermionen und Vektorbosonen eine von Null verschiedene Masse.

Das Standardmodell hat im Bereich niedriger Energien ($< 1\,\text{TeV}$) hervorragende experimentelle Bestätigung gefunden, weist jedoch einige theoretische Schwächen auf.

Es beinhaltet keine Beschreibung der Gravitationswechselwirkungen der Teilchen. Werden Energiebereiche in der Nähe der Planck-Skala ($M_{\text{Planck}} \approx 10^{19}\,\text{GeV}$) betrachtet, muß das Modell erweitert werden, da dann die Gravitationskräfte in der Größenordnung der elektroschwachen Kräfte liegen.

Ein weiteres Mysterium ist das kleine Verhältnis der Massen der Standardmodellteilchen zur Planck-Skala, was als das Hierarchie-Problem bezeichnet wird.

Weiterhin treten in den skalaren Selbstenergien des Standardmodells quadratische Divergenzen auf, die bei einer im Vergleich zur Higgsmasse und damit zu allen Standardmodellteilchenmassen großen Skala Λ von der Ordnung $O(\Lambda^2)$ sind. Um die Higgsmasse korrekt zu renormieren, muß dieser große Beitrag durch einen ebenso großen Counterterm kompensiert werden, damit die dazu verhältnismäßig kleine physikalische Higgsmasse übrig bleibt. Dies wird als Feintuning bezeichnet.

Theorien wie das Standardmodell, in denen ein derartiges Feintuning benötigt wird, sind keine „natürlichen“ Theorien, da die auftretenden skalaren Teilchen nicht ihre natürliche Masse annehmen können. Diese liegt in Anwesenheit quadratischer Divergenzen in der Größenordnung der Skala Λ.

Um das Problem des Auftretens quadratischer Divergenzen in den skalaren Selbstenergien zu vermeiden, gibt es mehrere Möglichkeiten, von denen im weiteren auf die momentan erfolgversprechendste eingegangen wird. Diese besteht darin, neue Teilchen einzuführen, die aufgrund ihrer Wechselwirkung sowohl untereinander als auch mit den bisher vorhandenen Teilchen die quadratischen Divergenzen absorbieren.

Das Hinzufügen neuer Teilchen kann erreicht werden, indem eine neue Symmetrie in die Theorie eingebaut wird, die Fermionen und Bosonen miteinander in Beziehung setzt. Diese Symmetrie heißt Supersymmetrie. Eine detaillierte Einführung in supersymmetrische Theorien findet sich z.B. in [3].

Im Fall des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells (MSSM), gibt es zu jedem fermionischen Standardmodellteilchen einen bosonischen Superpartner und umgekehrt.

Da fermionische Selbstenergien keine zusätzlichen quadratischen Divergenzen erzeugen, heben sich die vorhandenen quadratischen Divergenzen der skalaren Selbstenergien mit denen der neu hinzugekommenen bosonischen Selbstenergien weg. Dadurch ist sichergestellt, daß im MSSM kein Feintuning mehr benötigt wird.

Supersymmetrie kann allerdings keine exakte Symmetrie sein, da die Superpartner und die Standarmodellteilchen im Fall der exakten Supersymmetrie entartete Massen hätten, was aber experimentell ausgeschlossen ist. Aus diesem Grund muß die Supersymmetrie gebrochen sein.

Um das gutartige Verhalten, nämlich die Cancellierung der quadratischen Divergenzen, nicht zu zerstören, muß die Supersymmetrie jedoch „sanft“ gebrochen werden.

Die supersymmetrischen Partner der Standardmodellteilchen und die Teilchen des Higgs-Sektors wurden bisher experimentell noch nicht nachgewiesen. Es ist daher notwendig, in dieser Hinsicht weitere Untersuchungen durchzuführen.

Die Grundlage für die Auswertung experimenteller Daten liefern Berechnungen auf der Basis theoretischer Modelle wie dem MSSM. Daher ist es von großer Bedeutung, physikalische Prozesse im Rahmen dieser Modelle zu berechnen, um deren Aussagekraft überprüfen zu können.

Das Thema dieser Arbeit ist der Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$. Der Zerfall existiert im Rahmen des MSSM und dem zugrundegelegten Modell der Familienmischung in niedrigster Ordnung

Störungstheorie nicht und ist daher gegenüber Zerfällen mit Top-Quarks in den Endzuständen stark unterdrückt.

Unter bestimmten Voraussetzungen kann jedoch eines der beiden Top-Squarks leichter als das Top-Quark werden ($m_t \approx 175\,\mathrm{GeV}$). Dann sind Zerfälle mit Top-Quarks in den Endzuständen kinematisch nicht mehr möglich, während der betrachtete Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$ und Zerfälle mit b-Quarks [4] in den Endzuständen weiterhin stattfinden können.

Da die heutigen Beschleuniger in der Lage sind, in diese Energiebereiche vorzudringen, ist es von großer Bedeutung, die für den Fall $m_{\widetilde{t}_1} < m_t$ möglichen Zerfallskanäle genauer zu untersuchen. Einen Beitrag dazu liefert diese Arbeit.

Der Inhalt der Arbeit besteht darin, die zum Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$ beitragenden Feynmandiagramme zu berechnen, daraus die Zerfallsrate zu bestimmen und das Ergebnis für verschiedene Parameterbereiche des MSSM zu diskutieren.

Für die Berechnung der Zerfallsrate wurden die benötigten generischen Diagramme berechnet und die auftretenden Kopplungen abgeleitet. Damit wurden die divergenten Anteile der beitragenden Feynmandiagramme bestimmt und Counterterme eingeführt, die diese Divergenzen absorbieren.

Darauf basierend wurde ein Computerprogramm erstellt, welches den renormierten Prozeß numerisch berechnet. Mit Hilfe dieses Programms wurde der Prozeß für verschiedene Werte der MSSM-Parameter berechnet und diskutiert.

Im folgenden Kapitel werden die Grundlagen, auf denen diese Arbeit beruht, definiert. Es wird ein kurzer Überblick über das Minimale Supersymmetrische Standardmodell gegeben und dessen Teilchengehalt im einzelnen beschrieben. Weiterhin werden die benötigten Formeln zur Berechnung der Zerfallsrate hergeleitet und ein Modell für die Familienmischung entwickelt.

Im Anschluß daran folgt eine detaillierte Beschreibung des Zerfalls $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$. Es wird angegeben, welche Feynmandiagramme zum Prozeß beitragen, welche Beiträge divergent sind und wie die Renormierung durchgeführt wurde.

In der Auswertung werden die Ergebnisse der Arbeit für verschiedene Bereiche der MSSM-Parameter aufgeführt und diskutiert.

Die benutzten Formeln und Beziehungen, sofern sie nicht im nachfolgenden Grundlagenkapitel angeführt wurden, sind im Anhang zusammengefaßt. Insbesondere sind dort die verwendeten Feynmanregeln und die berechneten generischen Graphen aufgelistet.

Kapitel 2

Grundlagen

2.1 Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell

Im folgenden wird darauf eingegangen, wie aus dem Standardmodell das Minimale Supersymmetrische Standardmodell konstruiert werden kann [5].

Zu jedem Standardmodellteilchen wird ein Superpartner hinzugefügt, wobei die Beziehung

$$\mathrm{Str}\mathbf{1} = 0, \qquad \text{mit } \mathrm{Str}[\dots] = \sum_i (-1)^{2J_i}(2J_i+1)C_i[\dots],$$

die garantiert, daß eine supersymmetrische Theorie eine gleichgroße Anzahl fermionischer und bosonischer Freiheitsgrade besitzt, erfüllt sein muß. Dabei wird über alle Teilchen der Theorie summiert. J_i gibt den Spin der Teilchen an, während C_i deren Ladungs- und Farbfreiheitsgrade zählt (für jedes Quark ist z.B. $C_i = 6$, da es Quark und Anti-Quark jeweils in drei Farben gibt, während für die $W^{\pm}$-Bosonen $C_i = 2$ gilt).

Weiterhin muß gewährleistet sein, daß die Theorie anomaliefrei bleibt. Dies erfordert, daß die Summe über die Hyperladungen der Fermionen verschwindet, was im Standardmodell der Fall ist. Im MSSM tragen zu dieser Summe neben den Superpartnern der Eichbosonen, den Gauginos, die keine Hyperladung haben, die Superpartner der Higgsteilchen, die Higgsinos bei. Sie können daher nur in Paaren unterschiedlicher Hyperladung auftreten, was bedeutet, daß mindestens zwei Higgs-Dubletts benötigt werden, um eine anomaliefreie Theorie zu gewährleisten.

Das minimale Teilchenspektrum, welches sich unter diesen Annahmen ergibt, ist in Tab. 2.1 wiedergegeben.

Die fermionischen Superpartner der Eichbosonen mit Spin $\frac{1}{2}$ sind die Gauginos (acht Gluinos, drei Winos und ein Bino). Die Fermionen werden durch skalare Superpartner ergänzt (linkshändiges Slepton-Dublett, rechtshändiges Slepton bzw. linkshändiges $\widetilde{u}$-$\widetilde{d}$-Squark-Dublett und rechtshändige $\widetilde{u}$- und $\widetilde{d}$-Squarks). Wie die Quarks und Leptonen treten die Squarks und Sleptonen in drei Familien auf. Außerdem sind zweimal zwei skalare Higgsfelder implementiert, deren fermionische Superpartner mit Spin $\frac{1}{2}$ in je einem Higgsino-Dublett zusammengefaßt sind. Die Gauginos in vierkomponentiger Schreibweise lassen sich

Superfelder	Bosonen	Fermionen	$U(1)_Y$
Eichfelder			
$\widehat{G}$	g	λ_s^b	0
$\widehat{V}$	V^a	λ^a	0
$\widehat{V}'$	V'	λ'	0
Materiefelder			
$\widehat{L}_i$	$\widetilde{L}_i = (\widetilde{\nu}_i, \widetilde{e}^-_{i,L})$	$(\nu_i, e_i^-)_L$	-1
$\widehat{R}_i$	$\widetilde{R}_i = \widetilde{e}^+_{i,R}$	$e^c_{i,L}$	2
$\widehat{Q}_i$	$\widetilde{Q}_i = (\widetilde{u}_{i,L}, \widetilde{d}_{i,L})$	$(u_i, d_i)_L$	$1/3$
$\widehat{U}_i$	$\widetilde{U}_i = (\widetilde{u}^*_{i,R})$	$u^c_{i,L}$	$-4/3$
$\widehat{D}_i$	$\widetilde{D}_i = (\widetilde{d}^*_{i,R})$	$d^c_{i,l}$	$2/3$
$\widehat{H}_1$	$H_1 = (H_1^1, H_1^2)$	$(\psi^1_{H_1}, \psi^2_{H_1})$	-1
$\widehat{H}_2$	$H_2 = (H_2^1, H_2^2)$	$(\psi^1_{H_2}, \psi^2_{H_2})$	1

Tabelle 2.1: Das Teilchenspektrum des MSSM. Die Fermionen werden durch zweikomponentige Spinoren ausgedrückt. Der Index $i = 1, 2, 3$ numeriert die Quark-/Leptonfamilien, $a = 1, 2, 3$ ist der $SU(2)$-Index, während $b = 1, \dots, 8$ der Gluonindex ist. Mit $U(1)_Y$ wird die Hyperladung der Teilchen bezeichnet.

aus den zweikomponentigen Spinoren aus Tab. 2.1 zusammensetzen

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} -i\lambda_s^b \\ i\overline{\lambda}_s^b \end{pmatrix}, \qquad \widetilde{W}^a = \begin{pmatrix} -i\lambda^a \\ i\overline{\lambda}^a \end{pmatrix}, \quad \widetilde{B} = \begin{pmatrix} -i\lambda' \\ i\overline{\lambda}' \end{pmatrix}. \tag{2.1}$$

Es gilt zu bedenken, daß das MSSM auch nicht der Weisheit letzter Schluß sein kann, da zwar keine quadratischen Divergenzen auftreten und daher die Skalare der Theorie ihre natürliche Masse ohne Feintuning beibehalten können, aber das Hierarchie-Problem weiterhin nicht gelöst ist. Darüberhinaus ist auch der komplette Sektor der Gravitationswechselwirkung nicht im MSSM enthalten.

Es gibt Ansätze weiterführender supersymmetrischer Theorien [6, 7, 8], welche auch Gravitationswechselwirkungen beinhalten, jedoch ein noch größeres Teilchenspektrum aufweisen.

2.1.1 Die Lagrangedichte des MSSM

Eine detaillierte Beschreibung, wie die allgemeine Lagrangedichte des MSSM aufgebaut ist, findet sich in [5, 9, 10, 11, 12]. Hier wird nur auf die Teile eingegangen, die explizit benötigt werden.

Zunächst wird die R-Parität für Teilchen der Baryonzahl B, der Leptonzahl L und mit Spin S definiert

$$R = (-1)^{3(B-L)+2S}.$$

Es gilt $R = 1$ für Standardmodellteilchen und die Higgsbosonen und $R = -1$ für die Superpartner.

Die allgemeine Form des R-paritätserhaltenden Superpotentials lautet nach [5] für die dritte Familie

$$W_R = \epsilon_{ij}\Big[h_\tau \widehat{H}_1^i \widehat{L}^j \widehat{E} + h_b \widehat{H}_1^i \widehat{Q}^j \widehat{D} - h_t \widehat{H}_2^i \widehat{Q}^j \widehat{U} - \mu \widehat{H}_1^i \widehat{H}_2^j\Big] \qquad (\epsilon_{ij} = -\epsilon_{ji}, \epsilon_{12} = 1), \tag{2.2}$$

mit dem Higgs-Massenparameter μ, und den Yukawakopplungsparametern h_τ, h_t und h_b.

Damit ergeben sich die Fermionmassen der dritten Familie aus den Kopplungsparametern durch

$$m_t = h_t \frac{v_1}{\sqrt{2}}, \qquad v_1 = 2m_W \frac{\sin\beta}{g}, \tag{2.3}$$

$$m_b = h_b \frac{v_2}{\sqrt{2}}, \qquad v_2 = 2m_W \frac{\cos\beta}{g}, \tag{2.4}$$

$$m_\tau = h_\tau \frac{v_2}{\sqrt{2}}, \tag{2.5}$$

wobei $\tan\beta$ durch den Quotienten der Vakuumerwartungswerte v_1 und v_2 der Higgs-Dubletts definiert ist (s. auch Kap. 2.2.4, speziell (2.34)). Im allgemeinen Fall mit Familienmischung, die im Leptonsektor aufgrund der Masselosigkeit des Neutrinos nicht sichtbar ist, sind h_t, h_b und h_τ (3×3)-Matrizen [5] (s. Abschnitt 2.4).

Aus dem Superpotential W_R kann das skalare Potential V berechnet werden, aus dem sich die skalaren Vierfachkopplungen in Anhang D ergeben.

$$V = F_i^* F_i + \frac{1}{2}\big(D^a D^a + (D')^2\big), \tag{2.6}$$

mit den D- und F-Termen

$$D' := -\frac{1}{2} g' Y_i\, A_i^*\, A_i - \xi, \tag{2.7}$$

$$D^a := -g T_{ij}^a\, A_i^*\, A_j, \tag{2.8}$$

$$F_i^* := -\frac{\partial W_R}{\partial A_i}, \quad F_i = -\left(\frac{\partial W_R}{\partial A_i}\right)^*. \tag{2.9}$$

Die A_i sind dabei die skalaren Komponenten der in W_R enthaltenen Superfelder mit der Hyperladung Y_i. T^a sind die Generatoren der $SU(2)$ und g der zugehörige Eichkopplungsparameter, während g' der $U(1)$-Eichkopplungsparameter ist.

Der Summand ξ in (2.7) ist bei der spontanen Supersymmetriebrechung nach Fayet-Iliopoulus [13, 5] von Bedeutung und wird im weiteren nicht benötigt, da im folgenden ein anderer Mechanismus der SUSY-Brechung vorgestellt wird.

Das skalare Potential V aus (2.6) trägt mit

$$\mathcal{L}_V = -V \tag{2.10}$$

zur Lagrangedichte bei. Daher können durch Anwenden der Formeln (2.7)-(2.9) die sklaren Vierpunktkopplungen, die bei der Berechnung des Zerfalls $\widetilde{t} \to c\,\widetilde{\chi}^0$ auftreten, aus dem skalaren Potential abgeleitet werden, wenn das zu V beitragenden Superpotential W_R so umgeschrieben wird, daß die Familienmischung explizit enthalten ist. Dies wird in Kap. 2.4 durchgeführt.

Supersymmetriebrechung

Wenn die Supersymmetrie im MSSM exakt wäre, hätten die die Standardmodellteilchen und ihre Superpartner gleiche Massen. Dies ist experimentell ausgeschlossen. Daher muß die Supersymmetrie gebrochen sein.

Allerdings muß die Supersymmetriebrechung, wie in der Einführung erwähnt, „sanft“ sein, damit gewährleistet ist, daß weiterhin keine quadratischen Divergenzen auftreten.

Eine Möglichkeit, die Supersymmetrie des MSSM sanft zu brechen, besteht neben der Brechung globaler und lokaler Supersymmetrie, die aber das Auftreten zusätzlicher Teilchen zur Folge hat [5], darin, explizite Softbrechungsterme einzuführen.

Es ergeben sich folgende R-paritätserhaltende Softbrechungsterme, ausgedrückt durch die vierkomponentigen Spinoren aus (2.1) [5, 12]

$$\begin{aligned}
V_{\text{soft}} = {} & m_1^2|H_1|^2 + m_2^2|H_2|^2 - m_{12}^2\big(\epsilon_{ij}H_1^iH_2^j + h.c.\big) \\
& + M_{\widetilde{Q}}^2\Big[\widetilde{u}_L^*\widetilde{u}_L + \widetilde{d}_L^*\widetilde{d}_L\Big] + M_{\widetilde{U}}^2\big[\widetilde{u}_R^*\widetilde{u}_R\big] + M_{\widetilde{D}}^2\big[\widetilde{d}_R^*\widetilde{d}_R\big] \\
& + M_{\widetilde{l}_L}^2\Big[\widetilde{\nu}_L^*\widetilde{\nu}_L + \widetilde{e}_L^*\widetilde{e}_L\Big] + M_{\widetilde{E}}^2\big[\widetilde{e}_R^*\widetilde{e}_R\big] \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_W}\epsilon_{ij}\left[\frac{m_eA_e}{\cos\beta}H_1^i\widetilde{l}_L^j e_R^* + \frac{m_dA_d}{\cos\beta}H_1^i\widetilde{q}_L^j\widetilde{d}_R^* - \frac{m_uA_u}{\sin\beta}H_2^i\widetilde{q}_L^j u_R^*\right] \\
& + \frac{1}{2}\Big[M_3\overline{\widetilde{g}}\widetilde{g} + M_2\overline{\widetilde{W}^a}\widetilde{W}^a + M_1\overline{\widetilde{B}}\widetilde{B}\Big].
\end{aligned} \tag{2.11}$$

Die auftretenden Größen sind

$$\widetilde{l}_{i,L} = \begin{pmatrix} \widetilde{\nu}_{i,L} \\ \widetilde{e}_{i,L} \end{pmatrix}, \quad \widetilde{q}_{i,L} = \begin{pmatrix} \widetilde{u}_{i,L} \\ \widetilde{d}_{i,L} \end{pmatrix}, \quad \widetilde{e}_R = \widetilde{e}_{i,R}, \quad \widetilde{u}_R = \widetilde{u}_{i,R}, \quad \widetilde{d}_R = \widetilde{d}_{i,R}, \tag{2.12}$$

wobei die Summation über die Familienindizes $i = 1, \ldots, 3$ in (2.11) implizit angenommen wird.

Die Größen $M_{\{\widetilde{Q};\widetilde{D};\widetilde{U};\widetilde{l}_L;\widetilde{E}\}}$ sind im allgemeinen Fall hermitesche (3×3)-Matrizen im Familienraum, während $m_u A_u$, $m_d A_d$ und $m_e A_e$ allgemein beliebige komplexe (3×3)-Matrizen im Familienraum sein können.

Mit m_1, m_2, m_{12} werden die Higgs-Softbrechungsparameter, die im Higgs-Potential (2.35) auftreten, bezeichnet, während die $M_{\{1;2;3\}}$ zu den Massentermen der Binos, Winos und Gluinos beitragen. Der Winkel β wird in (2.34) aus dem Quotienten des Vakuumerwartungswertes der beiden Higgs-Dubletts definiert.

Um die Anzahl der freien Parameter überschaubar zu halten, werden die Matrizen $A_{\{e;d;u\}}$ und $M_{\{\widetilde{Q};\widetilde{D};\widetilde{U};\widetilde{l}_{\tau,L};\widetilde{E}\}}$ im weiteren proportional zu Einheitsmatrix gewählt, so daß die Softbrechungsparameter der Sfermionen für alle drei Familien gleich sind.

2.2 Masseneigenzustände

In diesem Abschnitt wird ausgehend von den Wechselwirkungseigenzuständen der Übergang zu den physikalischen Masseneigenzuständen der jeweiligen Teilchen vollzogen. Die dafür benötigten Matrizen und Begriffe werden definiert.

2.2.1 Squarks

Die Squarkmassenterme der Lagrangedichte lauten (s. [5], erweitert auf drei Familien), ausgedrückt durch die Wechselwirkungseigenzustände

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{q_L,q_R} = &- \left(\tilde{u}_L^* \, \tilde{u}_R^*\right) M_{\tilde{u}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{u}_R \end{pmatrix} - \left(\tilde{d}_L^* \, \tilde{d}_R^*\right) M_{\tilde{d}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{d}_L \\ \tilde{d}_R \end{pmatrix} \\ &- \left(\tilde{c}_L^* \, \tilde{c}_R^*\right) M_{\tilde{c}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{c}_L \\ \tilde{c}_R \end{pmatrix} - \left(\tilde{s}_L^* \, \tilde{s}_R^*\right) M_{\tilde{s}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{s}_L \\ \tilde{s}_R \end{pmatrix} \\ &- \left(\tilde{t}_L^* \, \tilde{t}_R^*\right) M_{\tilde{t}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{t}_L \\ \tilde{t}_R \end{pmatrix} - \left(\tilde{b}_L^* \, \tilde{b}_R^*\right) M_{\tilde{b}}^2 \begin{pmatrix} \tilde{b}_L \\ \tilde{b}_R \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Die dabei auftretenden Massenmatrizen sind

$$M_{\{\tilde{u};\tilde{c};\tilde{t}\}}^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + m_{\{u;c;t\}}^2 + m_Z^2\left(\frac{1}{2} - e_u s_W^2\right) c_{2\beta} & m_{\{u;c;t\}}\left(A_t - \mu \cot\beta\right) \\ m_{\{u;c;t\}}\left(A_t - \mu \cot\beta\right) & M_{\tilde{U}}^2 + m_{\{u;c;t\}}^2 + m_Z^2 e_u s_W^2 c_{2\beta} \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

$$M_{\{\tilde{d};\tilde{s};\tilde{b}\}}^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + m_{\{d;s;b\}}^2 - m_Z^2\left(\frac{1}{2} + e_d s_W^2\right) c_{2\beta} & m_{\{d;s;b\}}\left(A_b - \mu \tan\beta\right) \\ m_{\{d;s;b\}}\left(A_b - \mu \tan\beta\right) & M_{\tilde{D}}^2 + m_{\{d;s;b\}}^2 + m_Z^2 e_d s_W^2 c_{2\beta} \end{pmatrix}, \tag{2.15}$$

mit $e_u = 2/3, e_d = -1/3$ und $s_W^2 = \sin^2\theta_W$, wobei θ_W der in (2.22) definierte schwache Mischungswinkel ist. Weiterhin ist $c_{2\beta} = \cos 2\beta$ mit β aus (2.34).

Die in (2.11) eingeführten Softbrechungsparameter $M_{\tilde{Q}}^2$, $M_{\tilde{U}}^2$, $M_{\tilde{D}}^2$, A_t und A_b und der Higgsparameter μ sind i.a. komplex, wurden aber in obigen Gleichungen und im weiteren reell angenommen. Weiterhin wird vereinbart, daß diese Parameter für alle Familien gleich sind.

In (2.13) ist mit der Händigkeit der Squarks diejenige der korrespondierenden Quarks gemeint ist. Diese Schreibweise wird als LR-Basis der Squarks bezeichnet.

Obige Massenmatrizen lassen sich mittels orthogonaler Matrizen $S_{\{u;c;t\}}$ bzw. $S_{\{d;s;b\}}$ diagonalisieren

$$S_{\{u;c;t\}} M_{\tilde{u}}^2 S_{\{u;c;t\}}^+ = \mathrm{diag}\left(m_{\{\tilde{u}_1;\tilde{c}_1;\tilde{t}_1\}}^2, m_{\{\tilde{u}_2;\tilde{c}_2;\tilde{t}_2\}}^2\right) \tag{2.16}$$

$$S_{\{d;s;b\}} M_{\tilde{d}}^2 S_{\{d;s;b\}}^+ = \mathrm{diag}\left(m_{\{\tilde{d}_1;\tilde{s}_1;\tilde{b}_1\}}^2, m_{\{\tilde{d}_2;\tilde{s}_2;\tilde{b}_2\}}^2\right). \tag{2.17}$$

Die Masseneigenzustände der Squarks sind dann mit $q \in \{u, d, c, s, t, b\}$ durch die Beziehungen

$$\widetilde{q}_1 = \big(S_q\big)_{1L}\widetilde{q}_L + \big(S_q\big)_{1R}\widetilde{q}_R, \qquad \widetilde{q}_2 = \big(S_q\big)_{2L}\widetilde{q}_L + \big(S_q\big)_{2R}\widetilde{q}_R, \qquad L = 1, R = 2$$

gegeben.

Die Masseneigenzustände werden konventionsgemäß der Masse nach sortiert. Die leichteren Squarks erhalten üblicherweise den Index 1.

Die Massenterme für Sleptonen ergeben sich in analoger Weise [5, 9, 11], werden hier aber nicht explizit angeführt.

In der Literatur [5, 9, 10, 14] sind die Feynmanregeln in der Basis der Wechselwirkungseigenzustände der Squarks, also für links- bzw. rechtshändige Squarks angegeben. Diese lassen sich mit Hilfe der in (2.17) definierten Mischungsmatrizen in die physikalische Basis überführen. Für einen Vertex mit einer einlaufenen Squarklinie ergibt sich die Feynmanregel in der physikalischen Basis mittels

$$\Gamma_i(\widetilde{q}_i) = \sum_{\alpha=L,R} \big(S_q^*\big)_{i\alpha}\Gamma_\alpha(\widetilde{q}_\alpha), \qquad \alpha = L, R,\ i = 1, 2,\ q = u, d, c, s, t, b. \tag{2.18}$$

Dabei wird mit Γ_α die Feynmanregel in der LR-Basis und mit Γ_i die korrespondierende Feynmanregel in der physikalischen Basis bezeichnet.

Für Vertizes mit einer ein- und einer auslaufenden Squarklinie lautet die entsprechende Umrechnung von der LR- in die physikalische Basis

$$\Gamma_{ij}(\widetilde{q}_i, \widetilde{q}_j^*) = \sum_{\alpha,\beta=L,R} \big(S_q^*\big)_{i\alpha}\big(S_q\big)_{j\beta}\Gamma_{\alpha\beta}(\widetilde{q}_\alpha, \widetilde{q}_\beta^*). \tag{2.19}$$

Der 4-Punkt-Vertex (D.50)-(D.52) mit zwei $\widetilde{u}$- und zwei $\widetilde{d}$-Squarks lautet in der physikalischen Basis

$$\Gamma_{ijkl}(\widetilde{u}_i^*, \widetilde{d}_j^*, \widetilde{u}_k, \widetilde{d}_l) = \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta=L,R} \big(S_u\big)_{i\alpha}\big(S_d\big)_{j\beta}\big(S_u^*\big)_{k\gamma}\big(S_d^*\big)_{l\delta} \cdot \Gamma_{\alpha\beta\gamma\delta}(\widetilde{u}_\alpha^*, \widetilde{d}_\beta^*, \widetilde{u}_\gamma, \widetilde{d}_\delta). \tag{2.20}$$

2.2.2 Neutralinos

Die Neutralinos sind eine Mischung neutraler Gauginos und neutraler Higgsinos. Die Netralinomassenterme lauten gemäß [9, 10] in der Basis der in Tab. 2.1 eingeführten zweikomponentigen Spinoren λ', λ^3, $\psi^1_{H_1}$ und $\psi^2_{H_2}$)

$$\mathcal{L}_{\lambda^3,\lambda',\psi^1_{H_1},\psi^2_{H_2}} = -\frac{1}{2}\big(\psi^0\big)^T Y\psi^0 + h.c., \qquad \psi^0 = \big(-i\lambda', -i\lambda^3, \psi^1_{H_1}, \psi^2_{H_2}\big).$$

Dabei ist Y die Neutralinomassenmatrix

$$Y = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z \cos\beta \sin\theta_W & m_Z \sin\beta \sin\theta_W \\ 0 & M_2 & m_Z \cos\beta \cos\theta_W & -m_Z \sin\beta \cos\theta_W \\ -m_Z \cos\beta \sin\theta_W & m_Z \cos\beta \cos\theta_W & 0 & -\mu \\ m_Z \sin\beta \sin\theta_W & -m_Z \sin\beta \cos\theta_W & -\mu & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.21}$$

Der Winkel θ_W ist der schwache Mischungswinkel, der durch das Verhältnis der W- und der Z-Masse ausgedrückt werden kann

$$\cos\theta_W = \frac{m_W}{m_Z}. \tag{2.22}$$

Der Winkel β ergibt sich aus dem Verhältnis der Higgs-Vakuumerwartungswerte (s. (2.34)).

Die $\widetilde{B}$- und $\widetilde{W}$-Softbrechungsparameter M_1 und M_2 hängen über die Relation [10]

$$M_1 = M_2 \frac{5}{3} \tan^2\theta_W \tag{2.23}$$

zusammen, die für großvereinigte Theorien erfüllt ist.

Es ist im vorliegenden Fall sinnvoll, von der λ'-λ^3 Basis in die Basis des Zinos λ_Z und Photinos λ_γ zu wechseln, damit der Grenzfall des Zerfalls in ein $\widetilde{\gamma}$ leichter durchführbar ist

$$\psi'^0 = R^T \psi^0, \quad Y' = \left(R^{-1}\right)^* Y R, \qquad R = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W & 0 & 0 \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{2.24}$$

Die hermiteschen Massenmatrizen Y bzw Y' lassen sich mittels unitärer Matrizen N bzw. N' diagonalisieren

$$N^* Y N^{-1} = \mathrm{diag}\big(m_{\widetilde{\chi}_1^0}, \dots, m_{\widetilde{\chi}_4^0}\big), \qquad N'^* Y' N'^{-1} = \mathrm{diag}\big(m_{\widetilde{\chi}_1^0}, \dots, m_{\widetilde{\chi}_4^0}\big). \tag{2.25}$$

Damit ergeben sich die Masseneigenzustände aus

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0 \quad \text{bzw.} \quad \chi_i^0 = N'_{ij} {\psi'}_j^0, \quad i = 1, \dots, 4.$$

Die Neutralinos lassen sich mittels vierkomponentiger Majorana-Spinoren ausdrücken. Gemäß Anhang B.1 ergeben sich damit die Neutralino 4-Spinoren aus den 2-Spinoren χ_i^0 durch

$$\widetilde{\chi}_i^0 := \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \overline{\chi}_i^0 \end{pmatrix}. \tag{2.26}$$

Wie die Squarks werden die Neutralinos, anfangend mit dem leichtesten, dem $\widetilde{\chi}_1^0$, ihrer Masse nach sortiert.

2.2.3 Charginos

Die Charginos ergeben sich aus der Mischung der geladenen Winos $\lambda^\pm$ und der geladenen Higgsinos $\psi^1_{H_2}, \psi^2_{H_1}$. Dabei ist

$$\lambda^\pm := \lambda^1 \pm i\lambda^2,$$

mit den in Tab. 2.1 definierten zweikomponentigen Spinoren.

Es werden zwei 2-Spinoren definiert

$$\psi_j^+ = (-i\lambda^+, \psi^1_{H_2}), \qquad \psi_j^- = (-i\lambda^-, \psi^2_{H_1}), \quad j = 1, 2, \tag{2.27}$$

durch die sich der Chargino-Massenterm folgendermaßen ausdrücken lassen [10]

$$\mathcal{L}_{\chi'^\pm} = -\frac{1}{2}(\psi^+ \, \psi^-) \begin{pmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + h.c.,$$

mit der Charginomassenmatrix

$$X = \begin{pmatrix} M_2 & m_W\sqrt{2}\sin\beta \\ m_W\sqrt{2}\cos\beta & \mu \end{pmatrix}. \tag{2.28}$$

Da diese Matrix nicht hermitesch ist, werden zu ihrer Diagonalisierung zwei unitäre Matrizen U und V benötigt, die die Relationen

$$U^* X V^{-1} = \mathrm{diag}\big(m_{\tilde{\chi}_1^+}, m_{\tilde{\chi}_2^+}\big), \tag{2.29}$$

$$V X^+ X V^{-1} = U^* X X^+ \big(U^*\big)^{-1} = \mathrm{diag}\big(m^2_{\tilde{\chi}_1^+}, m^2_{\tilde{\chi}_2^+}\big) \tag{2.30}$$

erfüllen. Die Masseneigenzuständen, ausgedrückt durch 2-Spinoren, lauten

$$\chi_j^+ = V_{ij}\psi_j^+, \qquad \chi_j^- = U_{jk}\psi_j^-, \quad i, j = 1, 2. \tag{2.31}$$

Die Charginos können als vierkomponentige Dirac-Spinoren geschrieben werden. Sie lassen sich aus den zweikomponentigen Spinoren $\chi_j^\pm$ zusammensetzen

$$\tilde{\chi}_1^+ = \begin{pmatrix} \chi_1^+ \\ \overline{\psi}_1^- \end{pmatrix}, \qquad \tilde{\chi}_2^+ = \begin{pmatrix} \chi_2^+ \\ \overline{\psi}_2^- \end{pmatrix}. \tag{2.32}$$

2.2.4 Higgs-Sektor

Die beiden Higgs-Dubletts des MSSM besitzen nichtverschwindende Vakuumerwartungswerte v_1 und v_2, so daß sich folgende Struktur ergibt [5, 15]

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi_1^{0^*} + i\chi_1^{0^*}\right) \\ -\phi_1^- \end{pmatrix},$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} H_2^1 \\ H_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi_2^0 + i\chi_2^0\right) \end{pmatrix}. \tag{2.33}$$

Der Quotient der beiden Vakuumerwartungswerte definiert eine wichtige Größe, die üblicherweise als freier Parameter des Modells verwendet wird:

$$\tan\beta := \frac{v_2}{v_1}, \qquad 0 < \beta < \pi/2. \tag{2.34}$$

Das Higgs-Potential inklusive aller SUSY-Softbrechungsparameter lautet nach [10]

$$\begin{aligned} V_{\text{Higgs}} = (m_1^2 + \mu^2)\big|H_1\big|^2 + (m_2^2 + \mu^2)\big|H_2\big|^2 + m_{12}^2(\epsilon_{ab} H_1^a H_2^b + \text{h.c.}) \\ + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)\big(|H_1|^2 - |H_2|^2\big)^2 + \frac{1}{2}g'^2\big|H_1^+ H_2\big|^2. \end{aligned} \tag{2.35}$$

Die auftretenden Größen sind die in (2.11) definierten Softbrechungsparameter, der in (2.2) definierte Higgs-Massenparameter μ und die $SU(2)$- und $U(1)$-Eichkopplungen g und g'.

Die Massenmatrix der Higgsfelder läßt sich aus dem Higgs-Potential berechnen

$$\big(M_H^2\big)_{ij} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}}{\partial\varphi_i \partial\varphi_j}, \tag{2.36}$$

wobei die Felder nach dem Ableiten durch ihre Vakuumerwartungswerte zu ersetzen sind. Die neutralen physikalischen Higgsbosonen werden mit h, H und A bezeichnet, wobei A CP-ungerade ist. Die geladenen physikalischen Higgsbosonen werden mit $H^\pm$ bezeichnet. Die unphysikalischen Freiheitsgrade sind ein CP-ungerades neutrales Goldstoneboson G und zwei geladene Goldstonebosonen $G^\pm$.

Die Massenmatrix wird mit folgenden Transformationen in die physikalische Basis überführt

$$\begin{pmatrix} H \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}, \tag{2.37}$$

$$\begin{pmatrix} G \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^0 \end{pmatrix}, \tag{2.38}$$

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix}, \tag{2.39}$$

mit β aus (2.34). Der Mischungswinkel α ist gegeben als

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \cdot \frac{m_A^2 + m_Z^2}{m_A^2 - m_Z^2}, \qquad -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0. \tag{2.40}$$

Die Higgs-Dubletts (2.33) schreiben sich damit als

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\big(H\cos\alpha - h\sin\alpha + iA\sin\beta - iG\cos\beta\big)^* \\ H^-\sin\beta - G^-\cos\beta \end{pmatrix}, \\ H_2 &= \begin{pmatrix} H^+\cos\beta + G^+\sin\beta \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\big(H\sin\alpha + h\cos\alpha + iA\cos\beta + iG\sin\beta\big) \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{2.41}$$

Die Massen der W- und Z-Bosonen und des Photons γ sind in analoger Weise zum Standardmodell gegeben durch

$$m_W^2 = \frac{1}{2} g'^2 \big(v_1^2 + v_2^2\big), \qquad m_Z^2 = \frac{1}{2}\big(g^2 + g'^2\big)\big(v_1^2 + v_2^2\big), \qquad m_\gamma = 0. \tag{2.42}$$

Die Masse des CP-ungeraden Higgsbosons ist

$$m_A^2 = -m_{12}^2\big(\tan\beta + \cot\beta\big). \tag{2.43}$$

Die Massen der vier übrigen physikalischen Higgsbosonen lassen sich durch m_W, m_Z, m_A und $\tan\beta$ ausdrücken

$$m_{H,h}^2 = \frac{1}{2}\Big(m_A^2 + m_Z^2 \pm \sqrt{\big(m_A^2 + m_Z^2\big)^2 - 4 m_Z^2\, m_A^2 \cos^2 2\beta}\Big), \tag{2.44}$$

$$m_{H^\pm} = m_A^2 + m_W^2. \tag{2.45}$$

Diese Beziehungen gelten nur in niedrigste Ordnung Störungstheorie. Die Korrekturen zur Masse der im Prozeß $\widetilde{t} \to c\,\widetilde{\chi}^0$ auftretenden geladenen Higgsbosonen sind jedoch klein [16].

Neben den fünf physikalischen Higgsbosonen treten in der ’t Hooft-Feynman-Eichung die Goldstonebosonen als massive Teilchen in den Feynmanregeln auf. In der ’t Hooft-Feynman-Eichung ergeben sich die Massen der Goldstoneteilchen zu

$$m_{G^\pm} = m_W \tag{2.46}$$

$$m_{G^0} = m_Z. \tag{2.47}$$

Die ’t Hooft-Feynman-Eichung wird im weiteren zugrundegelegt.

2.3 Der Supersymmetrische Limes des MSSM

Im MSSM ist die Supersymmetrie durch Einführung der Softbrechungsparameter in (2.11) explizit gebrochen, womit die experimentell unhaltbare Entartung der Fermion- und Sfermionmassen aufgehoben wird.

Bei Berechnung des Zerfalls $\widetilde{t} \to c\,\widetilde{\chi}^0$ ist es sinnvoll, den Grenzfall exakter Supersymmetrie des MSSM zu betrachten. Dieser Grenzfall wird als supersymmetrischer Limes des MSSM bezeichnet.

Im supersymmetrischen Limes müssen die Softbrechungsterme aus (2.11) verschwinden. Es muß jedoch weiterhin spontane Eichsymmetriebrechung möglich sein, damit die Teilchen eine von Null verschiedene Massen besitzen.

Damit dies gewährleistet ist, gelten im SUSY-Limes folgende Beziehungen

$$M_{\widetilde{Q}} = M_{\widetilde{U}} = M_{\widetilde{D}} = M_1 = M_2 = A_t = A_b = m_A = 0 \tag{2.48}$$

$$\mu = 0, \quad \tan\beta = 1. \tag{2.49}$$

Mit der Wahl dieser Parameter ergeben sich die Massen der geladenen Higgsbosonen nach (2.45) und (2.46) zu

$$m_{H^\pm} = m_W, \qquad m_{G^\pm} = m_W.$$

Die Squark Massenmatrizen (2.14) und (2.15) werden im SUSY-Limes zu

$$M^2_{\tilde{u}_i} = \begin{pmatrix} m^2_{u_i} & 0 \\ 0 & m^2_{u_i} \end{pmatrix}, \qquad M^2_{\tilde{d}} = \begin{pmatrix} m^2_{d_i} & 0 \\ 0 & m^2_{d_i} \end{pmatrix}, \qquad i = 1, 2, 3.$$

Damit erhalten Squarks und Quarks gleiche Massen. Die Chargino Massenmatrix (2.28) vereinfacht sich zu

$$X = \begin{pmatrix} 0 & m_W \\ m_W & 0 \end{pmatrix},$$

wodurch die Charginomassen der W-Masse entsprechen. Bei den Neutralinos ergibt sich die Massenmatrix in der Photino-Zino Basis gemäß (2.21) und (2.24) zu

$$Y' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_Z & -m_Z \\ 0 & m_Z & 0 & 0 \\ 0 & -m_Z & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

wodurch die Neutralinos die Massen

$$m_{\tilde{\chi}^0_i} = (0, 0, m_Z, m_Z) \tag{2.50}$$

erhalten.

2.4 Familienmischung

Im folgenden Abschnitt wird ein Modell für die Familienmischung der Squarks bzw. Quarks im MSSM entwickelt und das Superpotential (2.2) für Masseneigenzustände berechnet.

Es wird davon ausgegangen, daß die Quark-Superfelder in der Wechselwirkungsbasis durch eine unitäre Transformation in die Superfelder der physikalischen Basis überführt werden können. Der zum Tragen kommende Mechanismus entspricht dabei dem CKM-Mechanismus im Standardmodell.

Dabei ist zu beachten, daß die Quarks nach der Rotation Masseneigenzustände sind, während die Squarks einer Familie noch gemäß Kap. 2.2.1 aus der LR-Basis in die physikalische Basis überführt werden müssen.

Die Wechselwirkungseigenzustände der Quark-Superfelder werden mit gestrichenen Größen bezeichnet, die Masseneigenzustände mit ungestrichenen. Damit kann der Quarkanteil des Superpotentials (2.2) als

$$W_R^{\widehat{Q}'} = \epsilon_{ij}\Big[h_{b_{km}}\widehat{H}_1^i\widehat{Q'}^j_k\widehat{D}'_m - h_{t_{km}}\widehat{H}_2^i\widehat{Q'}^j_k\widehat{U}'_m\Big] \tag{2.51}$$

geschrieben werden. Die Konstanten $h_{t_{km}}$ und $h_{b_{km}}$ sind reelle (3×3)-Matrizen.

In Anlehnung an [17] werden vier komplexe unitäre (3×3)-Matrizen eingeführt, die die Wechelswirkungs- in Masseneigenzustände überführen

$$\widehat{Q}_i^1 = \mathcal{U}^{u,L}_{ik}\,\widehat{Q'}^1_k, \qquad \widehat{U}_i^+ = \mathcal{U}^{*u,R}_{ik}\,\widehat{U'}^+_k, \tag{2.52}$$

$$\widehat{Q}_i^2 = \mathcal{U}^{d,L}_{ik}\,\widehat{Q'}^2_k, \qquad \widehat{D}_i^+ = \mathcal{U}^{*d,R}_{ik}\,\widehat{D'}^+_k. \tag{2.53}$$

Die in (2.3) und (2.4) definierten Massen ergeben sich im allgemeinen Fall gemäß

$$m_{u_i} = \mathcal{U}^{u,L}_{ik} h_{t_{km}} \mathcal{U}^{+u,R}_{mi}\cdot\frac{v_1}{\sqrt{2}}, \tag{2.54}$$

$$m_{d_i} = \mathcal{U}^{d,L}_{ik} h_{b_{km}} \mathcal{U}^{+d,R}_{mi}\cdot\frac{v_2}{\sqrt{2}}. \tag{2.55}$$

Dabei sind v_1 und v_2 die in Kap. 2.2.4 definierten Vakuumerwartungswert der beide Higgs-Dubletts.

Letztlich wird die Familienmischungsmatrix W in Anlehnung an die CKM-Matrix des Standardmodells mittels der „linkshändigen" Matrizen aus (2.52) und (2.53) definiert

$$W_{ij} = \mathcal{U}^{u,L}_{ik}\mathcal{U}^{+d,L}_{kj}. \tag{2.56}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (2.52)-(2.56) in (2.51) kann das Superpotential durch die Fermionmassen, die Masseneigenzustände und die Mischungsmatrix W ausgedrückt werden

$$\begin{aligned} W_R^{\widehat{Q}} = & \frac{g\,m_{u_i}}{\sqrt{2}m_W\sin\beta}\Big(\widehat{H}_2^2\widehat{Q}_i^1\widehat{U}_i - \widehat{H}_2^1 W^*_{ji}\widehat{Q}_i^2\widehat{U}_j\Big) \\ & + \frac{g\,m_{d_i}}{\sqrt{2}m_W\cos\beta}\Big(\widehat{H}_1^1\widehat{Q}_i^2\widehat{D}_i - \widehat{H}_1^2 W_{ji}\widehat{Q}_j^1\widehat{D}_i\Big). \end{aligned} \tag{2.57}$$

Unter Benutzung dieser Form des Superpotentials wurden mit Hilfe von (2.6) die für den Zerfall $\widetilde{t}\to c\,\widetilde{\chi}^0$ benötigten Vierpunkt-Kopplungen abgeleitet und in Anhang D aufgelistet.

2.5 Zerfallsrate eines Skalars in zwei Fermionen

Betrachtet wird der Zerfall eines skalaren Teilchens der Masse m_p mit Impuls $p = k + l$ in zwei auslaufende Fermionen mit Impulsen k und l und zugehörigen Massen m_k und m_l.

Aus der Berechnung der Feynmandiagramme aus Kap. 3.1 ergibt sich ein links- und ein rechtshändiger Anteil, aus denen das T-Matrixelement des Zerfalls gemäß

$$\Big(T_{fi}\Big)_{rs} = \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\,\big(A\cdot\mathcal{P}_L + B\cdot\mathcal{P}_R\big)\,v_s(l) \tag{2.58}$$

berechnet wird. Dabei sind A und B komplexe Zahlen, während $\mathcal{P}_L$ und $\mathcal{P}_R$ die in Anhang B.1 definierten Projektoren auf die Helizitätsunterräume sind.

Für die Berechnung der Zerfallsbreite für unpolarisierte Endzustände wird das Betragsquadrat des T-Matrixelements gebildet und über die Helizitäten r und s der Endzustände summiert.

$$\begin{aligned}(2\pi)^9\left|T_{fi}\right|^2 &:= \sum_{r,s}\Big(\overline{u}_r(k)\big(A\cdot\mathcal{P}_L + B\cdot\mathcal{P}_R\big)v_s(l)\Big)^*\Big(\overline{u}_r(k)\big(A\cdot\mathcal{P}_L + B\cdot\mathcal{P}_R\big)v_s(l)\Big)\\ &= \sum_{r,s}\overline{v}_s(l)\big(A^*\cdot\mathcal{P}_R + B^*\cdot\mathcal{P}_L\big)u_r(k)\overline{u}_r(k)\big(A\cdot\mathcal{P}_L + B\cdot\mathcal{P}_R\big)v_s(l)\\ &\overset{(B.14),(B.15)}{=} \mathrm{Tr}\big\{(\not{l} - m_l)\big(A^*\cdot\mathcal{P}_R + B^*\cdot\mathcal{P}_L\big)(\not{k} + m_k)\big(A\cdot\mathcal{P}_L + B\cdot\mathcal{P}_R\big)\big\}\\ &= \mathrm{Tr}\Big\{\frac{1}{2}\Delta m^2\big(A^*A\cdot\mathcal{P}_L + B^*B\cdot\mathcal{P}_R\big) - m_k m_l\big(AB^*\cdot\mathcal{P}_L + A^*B\cdot\mathcal{P}_R\big)\Big\},\end{aligned} \tag{2.59}$$

wobei die Abkürzung Δm^2 durch

$$2\,\not{k}\cdot\not{l} = \underbrace{(\not{k}+\not{l})^2}_{=p^2} - \not{k}^2 - \not{l}^2 = \big(m_p^2 - m_k^2 - m_l^2\big) =: \Delta m^2$$

definiert wird. Nach Ausführen der Spur in (2.59) wird

$$\left|T_{fi}\right|^2 = \frac{1}{(2\pi)^9}\Big(\Delta m^2\cdot\big(A^*A + B^*B\big) - 4\,m_k m_l\,\mathrm{Re}\,\big(AB^*\big)\Big). \tag{2.60}$$

Die Zerfallsrate für den Zerfall eines Teilchens mit Impuls p in zwei Teilchen mit Impulsen k und l im Ruhesystem des einlaufendes Teilchens ist nach [18] gegeben als

$$\Gamma = \int \frac{\mathrm{d}^3k}{2k^0}\,\frac{\mathrm{d}^3l}{2l^0}\,(2\pi)^7|T_{fi}|^2\delta^4(k+l-p), \tag{2.61}$$

mit dem in (2.60) berechneten $|T_{fi}|^2$ für den Zerfall eines Skalars in zwei Fermionen.

Das Betragsquadrat des Matrixelements (2.60) hängt lediglich von den Massen der beteiligten Teilchen ab und weist keine Radial- oder Winkelabhängigkeit auf. Daher kann das Phasenraumintegral unabhängig von T_{fi} berechnet werden

$$I = \int \frac{\mathrm{d}^3 k}{2k^0} \frac{\mathrm{d}^3 l}{2l^0} \, \delta^4(k + l - p) = \frac{\pi}{2m^2} \sqrt{\lambda(m_p^2, m_k^2, m_l^2)}. \tag{2.62}$$

Dabei wurde die Källenfunktion eingeführt

$$\lambda(a, b, c) := a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc. \tag{2.63}$$

Die Zerfallsbreite (2.61) wird damit zu

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{(2\pi)^8}{8m_p^3} \sqrt{\lambda(m_p^2, m_k^2, m_l^2)} |T_{fi}|^2 \\ &= \frac{\sqrt{\lambda(m_p^2, m_k^2, m_l^2)}}{16\pi \, m_p^3} \Big[(m_p^2 - m_k^2 - m_l^2) \left(A^* A + B^* B \right) - 4 \, m_k m_l \operatorname{Re} \left(A B^* \right) \Big]. \end{aligned} \tag{2.64}$$

Für den Zerfall $\widetilde{t} \to c \, \chi^0$ ist, gemäß der Anfang dieses Kapitels gewählten Konvention, p der Impuls des Top-Squarks, k der Impuls des auslaufenden c-Quarks und l der Impuls des einlaufenden Neutralinos. Die Massen werden entsprechend zugeordnet:

$$\begin{aligned} p &:= p_{\widetilde{t}} & m_p &= m_{\widetilde{t}}, \\ k &:= p_c, & m_k &= m_c \\ l &:= p_{\widetilde{\chi}^0}, & m_l &= m_{\widetilde{chi}^0}. \end{aligned} \tag{2.65}$$

Unter Vernachlässigung von m_c ergibt sich damit die Zerfallsbreite gemäß (2.64) zu

$$\Gamma_{\widetilde{t} \to c \chi^0} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{(m_{\widetilde{t}} - m_{\widetilde{\chi}^0})^2}{m_{\widetilde{t}}^3} \cdot \left(A^* A + B^* B \right). \tag{2.66}$$

Kapitel 3

Der Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$

Der Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\widetilde{\chi}_1^0$ des leichteren Top-Squarks in ein c-Quark und das leichteste Neutralino ist im vorliegenden Modell in niedrigster Ordnung Störungstheorie nicht erlaubt und kann daher nur über eine Schleife mit virtuellen $\widetilde{d}$-Squarks bzw. d-Quarks stattfinden. Aus diesem Grund und wegen des Auftretens der Quark Familienmischungsmatrix W in den Kopplungen ist der Zerfall gegenüber Prozessen, die in niedrigster Ordnung erlaubt sind, stark unterdrückt; ungefähr um einen Faktor $\alpha \cdot W_{cb}^2 \approx 8 \cdot 10^{-5}$, wenn für W die entsprechenden Einträge der CKM-Matrix zugrundegelegt werden [19].

Der Zerfall ist von Bedeutung für den experimentellen Nachweis des $\widetilde{t}_1$, sofern Prozesse, die in niedrigster Ordnung Störungstheorie möglich sind, aufgrund ihrer Kinematik nicht erlaubt sind. Dieser Fall liegt vor, wenn $m_{\widetilde{t}_1}$ klein genug ist, daß Zerfälle wie $\widetilde{t} \to t\,\widetilde{\chi}^0$ oder $\widetilde{t} \to b\,\widetilde{\chi}^+$ nicht möglich sind.

Wird weiterhin angenommen, das $\widetilde{\chi}_1^0$ sei das leichteste supersymmetrische Teilchen, ist der Prozeß auch gegenüber Zerfällen der Art $\widetilde{t}_1 \to b\,\nu\widetilde{l}^+$, $\widetilde{t}_1 \to b\,l^+\widetilde{\nu}$ und $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{g}$ von größerer Relevanz, sofern die auftretenden supersymmetrischen Teilchen, die Sleptonen, skalaren Neutrinos und Gluinos deutlich schwerer als das $\widetilde{\chi}_1^0$ sind.

Der Prozeß wurde für den Spezialfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\gamma}$ approximativ in [4] berechnet und mit den Zerfällen $\widetilde{t}_1 \to b\,\nu\widetilde{l}^+$, $\widetilde{t}_1 \to b\,l^+\widetilde{\nu}$ und $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{g}$ verglichen. Es zeigte sich, daß der Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\gamma}$, sofern das $\widetilde{t}_1$ leicht genug ist, dominant sein kann.

Allerdings wurden lediglich Beiträge der divergenten Graphen berücksichtigt und die Abhängigkeit der Zerfallsbreite von den Parametern des MSSM nicht untersucht. Außerdem wurde ein Photino im Endzustand angenommen, daß kein Masseneigenzustand ist und eine einfachere Struktur der Kopplung an Quarks und Squarks hat.

In dieser Arbeit wurde hingegen ein Programm erstellt, welches die Abhängigkeit der Zerfallsbreite von den SUSY-Parametern μ, $\tan\beta$, A_b, A_t, $M_{\widetilde{Q}}^2$, $M_{\widetilde{U}}^2$, $M_{\widetilde{D}}^2$ und m_A sowie die komplette Neutralinoabhängigkeit des Zerfalls $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}^0$ berücksichtigt.

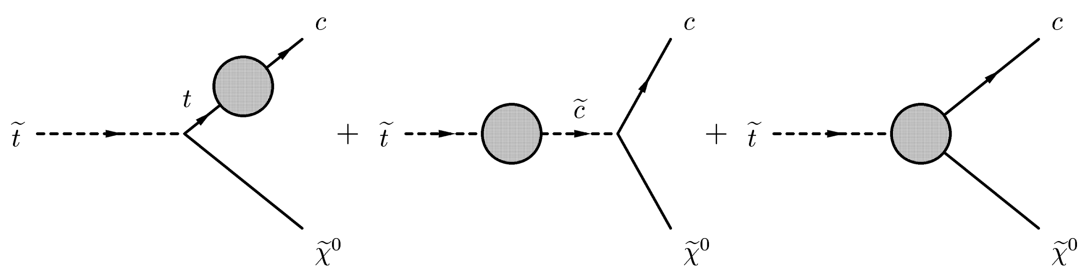
In [20] wird die $\tan\beta$-Abhängigkeit des Zerfalls $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}^0$ auf der Basis des approximativen Ergebnisses aus [4] mit dem Zerfall $\widetilde{t}_1 \to b\,W\,\widetilde{\chi}_1^0$ verglichen. Dort wird gezeigt, daß der hier berechnete Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}^0$ mit wachsendem $\tan\beta$ den anderen Zerfall dominiert.

Der Einfachheit halber wird wie in [4] für die Berechnung des Prozesses die Masse der leichten Quarks d, s, u sowie c vernachlässigt. Dies ist gerechtfertigt, da die Beiträge der schweren Quarks gegenüber denen der leichten dominant sind.

3.1 Feynmangraphen

Im weiteren wird der Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}^0$ zunächst in der LR-Basis der Squarks betrachtet. In Kap. 3.2.2 wird der Wechsel in die physikalische Basis der Squarks vollzogen.

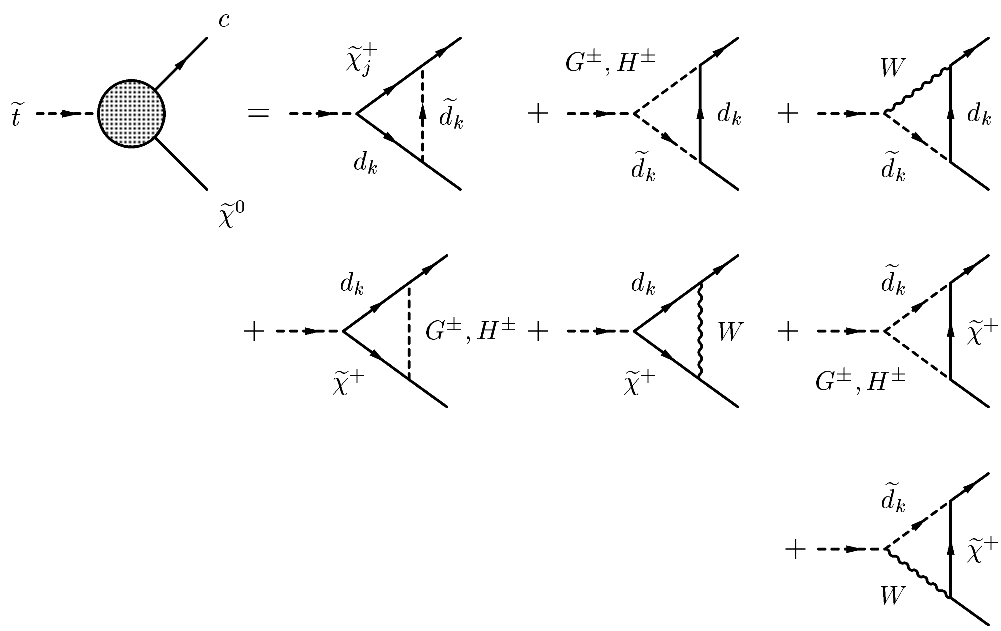
Zum Zerfall tragen skalare und fermionische Selbstenergien und Vertexkorrekturen bei, die durch folgende Feynmangrapgen dargestellt werden:



3.1.1 Beiträge zum Dreipunktvertex

Im folgenden werden die Vertexkorrekturen einzeln aufgeführt. Es sei darauf hingewiesen, daß über alle virtuellen Teilchen zu summieren ist.

Treten in den Schleifen virtuelle d-Quarks oder $\widetilde{d}$-Squarks auf, wird über deren Familienindex k summiert und bei letzteren zusätzlich über ihre Händigkeit. Weiterhin werden die Graphen mit Goldstone- und Higgbosonen und den beiden Charginos $\widetilde{\chi}_j^+$ mit $j = 1, 2$ aufsummiert.



Die Vertexgraphen wurden unter Benutzung der generischen Graphen aus Anhang C.1 und der Feynmanregeln aus Anhang D berechnet. Das Ergebnis der Aufsummation der Graphen kann in einen linkshändigen Anteil $A_{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0}$ und einen rechtshändigen Anteil $B_{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0}$ aufgespaltet werden

$$\sum_{\text{alle Vertexdiagramme}} =: \Gamma^{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0} = A_{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0} \cdot \mathcal{P}_L + B_{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0} \cdot \mathcal{P}_R, \tag{3.1}$$

der zum T-Matrixelement (2.58) beiträgt. Die auftretenden Impulse sind analog (2.65) so gewählt, daß dem Charm-Quark der Impuls k und dem Neutralino der Impuls l zugeordnet wird.

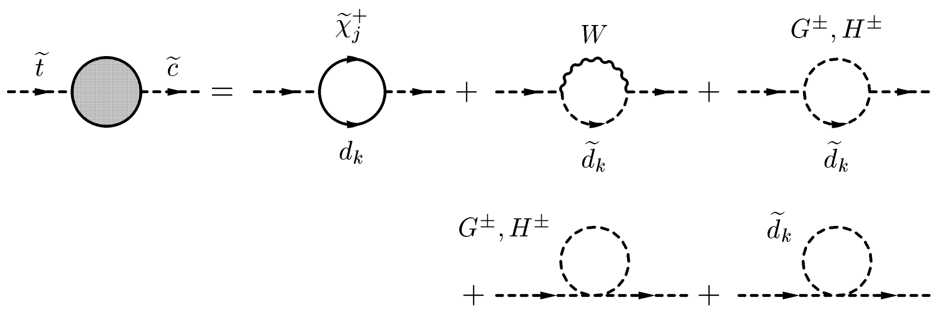
$$T_{fi}^{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0} = \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\big(A_{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0} \cdot \mathcal{P}_L + B_{\widetilde{t}_{LR}c\widetilde{\chi}_1^0} \cdot \mathcal{P}_R\big)v_s(l). \tag{3.2}$$

3.1.2 Skalare Selbstenergie

Die skalare Selbstenergie läßt sich in zwei Teile aufspalten, einen für das rechtshändige $\widetilde{c}_R$-Squark und einen für das linkshändige.

Der Beitrag des rechtshändigen $\widetilde{c}_R$-Squarks verschwindet wegen $m_c = 0$, da die rechtshändige Kopplung proportional zu m_c ist, so daß im weiteren nur der Anteil der Selbstenergie betrachtet wird, der das linkshändige $\widetilde{c}_L$-Squark enthält. Da ebenfalls aufgrund von $m_c = 0$ keine LR-Mischung bei den skalaren $\widetilde{c}$-Squarks auftritt, stimmt deren physikalische Basis mit der LR-Basis überein.

Bei der Berechnung der skalaren Selbstenergie ist analog zu Kap. 3.1.1 über alle virtuellen Teilchen zu summieren.



Das Ergebnis der skalaren Selbstenergie läßt sich unter Benutzung der generischen Graphen aus Anhang C.2 und der Feynmanregeln aus Anhang D berechnen und kann geschrieben werden als

$$\sum_{\substack{\text{alle skalaren}\\ \text{Selbstenergien}}} =: \Sigma^{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}(p^2), \tag{3.3}$$

wobei p der Impuls des einlaufenden Top-Squarks ist.

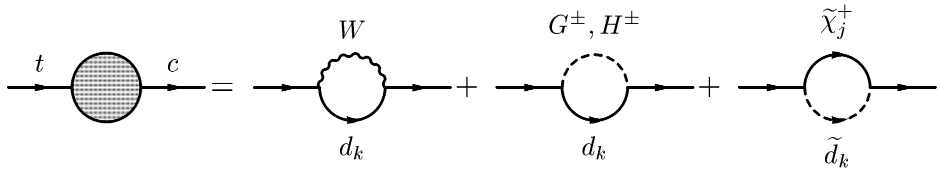
Der Beitrag der skalaren Selbstenergie zum T-Matrixelement ergibt sich durch Multiplikation von $\Sigma^{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}(p^2)$ mit dem dem skalaren $\widetilde{c}_L$-Propagator und der Kopplung (D.48). Es ergibt sich wiederum ein linkshändiger Anteil $A_{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}$ und ein rechtshändiger Beitrag $B_{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}$. Der Beitrag der skalaren Selbstenergie zum T-Matrixelement lautet damit

$$\begin{aligned} T_{fi}^{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L} &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\Sigma^{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}(p^2)\cdot \frac{i}{p^2 - m_{\widetilde{c}_L^2}}\bigg|_{p^2=m_{\widetilde{t}^2_{LR}}} \cdot \Gamma\Big(\widetilde{c}_L\overline{c}\widetilde{\chi}^0_i\Big)\,v_s(l) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\big(A_{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}\cdot \mathcal{P}_L + B_{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}\cdot \mathcal{P}_R\big)\,v_s(l), \end{aligned} \tag{3.4}$$

mit den in (2.65) definierten Impulsen k, l und dem in (3.3) definierten Impuls p.

3.1.3 Fermionische Selbstenergie

Zur Berechnung der fermionischen Selbstenergie wird wiederum über alle virtuellen Teilchen summiert (s. Kap. 3.1.1)



Das Ergebnis der fermionischen Selbstenergie läßt sich unter Benutzung der generischen Graphen aus Anhang C.3 und der Feynmanregeln aus Anhang D berechnen und kann geschrieben werden als

$$\sum_{\substack{\text{alle fermionischen}\\ \text{Selbstenergien}}} = \Sigma^{t\,c}(k^2) = \not{k}\,\Sigma_L^{t\,c}\,\mathcal{P}_L(k^2) + \not{k}\,\Sigma_R^{t\,c}(k^2)\,\mathcal{P}_R + \Sigma_S(k^2). \tag{3.5}$$

Dabei ist k der Impuls des auslaufenden Charm-Quarks. Mit $\Sigma_{L,R}^{t\,c}$ werden die links- bzw. rechtshändigen Anteile der Selbstenergie bezeichnet, während $\Sigma_S(k^2)$ den skalaren Beitrag darstellt.

Der Beitrag der fermionischen Selbstenergie zum T-Matrixelement ergibt sich durch Multiplikation von $\Sigma^{t\,c}(p^2)$ mit dem Propagator des Charm-Quarks und den Kopplungen (D.48) bzw. (D.49). Daraus ergibt sich wieder ein linkshändiger Anteil A_{tc} und ein rechtshändiger Beitrag B_{tc}

$$\begin{aligned} T_{fi}^{t\,c} &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\Sigma^{t\,c}(k^2)\cdot\frac{i}{k^2-m_{t^2}}\bigg|_{k^2=m_c^2}\cdot\Gamma\left(\widetilde{t}_{L,R}\overline{t}\widetilde{\chi}_i^0\right)v_s(l) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\big(A_{tc}\cdot\mathcal{P}_L + B_{tc}\cdot\mathcal{P}_R\big)v_s(l). \end{aligned} \tag{3.6}$$

l ist gemäß (2.65) der Impuls des einlaufenden Neutralinos.

Das komplette T-Matrixelement in der LR-Basis ergibt sich aus der Summe der Beiträge (3.2), (3.4) und (3.6) und des Beitrags des Counterterms, der im folgenden Kapitel eingeführt wird.

3.2 Divergenzen und Renormierung

3.2.1 Divergenzen in der LR-Basis

Die Graphen aus Kap. 3.1 wurden mit Hilfe der generischen Graphen aus Anhang C und der Feynmanregeln in Anhang D berechnet. Für die Rechnung wurde die Masse der leichten Quarks wie eingangs erwähnt, vernachlässigt.

Zunächst wurden die divergenten Beiträge der einzelnen Graphen in der LR-Basis bestimmt. Es zeigte sich, daß diese sich im supersymmetrischen Limes (vgl. 2.3) des MSSM gegenseitig aufheben. Wird von dem Limes wieder zum gebrochenen Modell zurückgegangen, ergeben sich in der skalaren Selbstenergie zusätzliche Divergenzen, die jeweils proportional zu Größen sind, die im SUSY-Limes verschwinden. Der vollständige Prozeß wird durch Einführung zweier Mischungscounterterme der skalaren Selbstenergie, die diese Divergenzen absorbieren, renormiert.

Da die leichten Quarkmassen vernachlässigt wurden, treten mit Ausnahme von (3.12) und (3.14), in denen sich die linkshändigen $\widetilde{d}_k$-Squarkanteile gegenseitig absorbieren, nur Divergenzen mit Bottom-Quarks und $\widetilde{b}$-Squarks auf. Diese werden jeweils mit dem Produkt $W^*_{tb} W_{cb}$ multipliziert. Dabei ist W_{ij} die in (2.56) definierte Familienmischungsmatrix.

Die Divergenzstruktur aller Graphen kann durch die Addition von $0 = \ln(m^2_W/m^2_W)$ folgendermaßen geschrieben werden

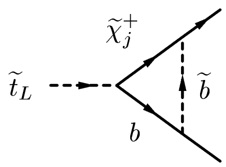
$$\Delta' := \Delta + \ln \frac{\mu^2_{\mathrm{DR}}}{m^2_W}, \tag{3.7}$$

mit Δ aus (A.9). Der Regularisierungsparameter μ_{DR} aus (A.4) erhält, um Verwechslungen mit dem Higgsparameter aus dem Superpotential zu vermeiden, im weiteren einen Index DR.

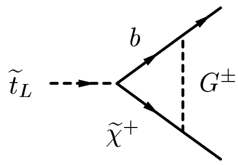
Im folgenden werden die Feynmandiagramme aufgelistet, deren divergente Anteile sich nicht komplett untereinander kompensieren.

Dabei ist über alle virtuellen Higgs- und Goldstonebosonen und Charginos ($j = 1, 2$) zu summieren.

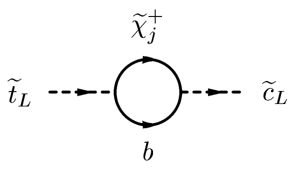
Im einzelnen lauten die divergenten Anteile der Graphen in der LR-Basis, wobei jeweils ein Faktor $i/16\pi^2$ unterdrückt wurde:



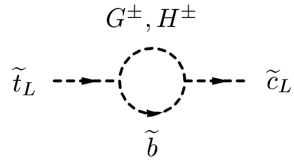
$$= \frac{1}{3} \Delta'\, e g^2 \frac{m^2_b\, W^*_{tb} W_{cb}}{\sqrt{2} m^2_W \cos^2\beta} \big(N'_{i1} - \tan\theta_W N'_{i2}\big) \mathcal{P}_R, \tag{3.8}$$



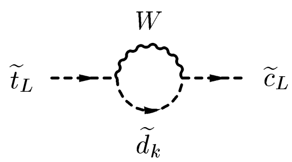
$$= -\Delta'\, e g^2 \frac{m^2_b\, W^*_{tb} W_{cb}}{\sqrt{2} m^2_W \cos^2\beta} \Big(N'_{i1} + \frac{1}{2}\big(\cot\theta_W - \tan\theta_W\big) N'_{i2}\Big) \mathcal{P}_R, \tag{3.9}$$



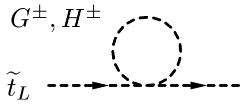
$$\begin{aligned} &= -\Delta'\, g^2 \frac{2\, m^4_b\, W^*_{tb} W_{cb}}{2\, m^2_W \cos^2\beta} \\ &\quad + \Delta'\, g^2 \frac{m^2_b\, W^*_{tb} W_{cb} \left(p^2 - 2\,\mu^2\right)}{2\, m^2_W \cos^2\beta}, \end{aligned} \tag{3.10}$$



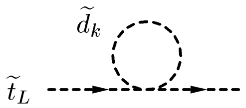
$$= -\Delta' \, g^2 m_b^2 \, W_{tb}^* W_{cb} + \Delta' \, g^2 \frac{m_b^4 \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2 \cos^2\!\beta} + \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2 \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2 \cos^2\!\beta} \left(\mu^2 + A_b^2\right), \tag{3.11}$$



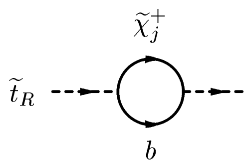
$$= -\frac{1}{2} \Delta' \, g^2 \sum_k m^2_{\tilde{d}_{k,L}} \, W_{tk}^* W_{ck}, \tag{3.12}$$



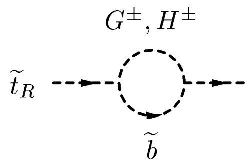
$$= \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2 \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2} \left(m^2_{H^+} \, \tan^2 \beta + m^2_{G^+}\right), \tag{3.13}$$



$$= \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2 \, m^2_{\tilde{b}_R} \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2 \cos^2\!\beta} + \frac{1}{2} \Delta' \, g^2 \sum_k m^2_{\tilde{d}_{k,L}} \, W_{tk}^* W_{ck}, \tag{3.14}$$



$$= -2 \, \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2 \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2} \, m_t \, \mu \cdot (\cot \beta + \tan \beta), \tag{3.15}$$



$$= 2 \, \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2 \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2} \, m_t \, \mu \cdot (\cot \beta + \tan \beta) + \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2 \, W_{tb}^* W_{cb}}{2 \, m_W^2 \cos^2\!\beta} \cdot m_t \, A_b. \tag{3.16}$$

Die divergenten Beiträge der Vertexkorrekturen (3.8) und (3.9) heben sich in der Summe gegen einen Teil des zu p^2 proportionalen Beitrags von Gl. (3.10) weg, wenn dieser nach Multiplikation mit dem $\tilde{c}_L$-Propagator umgeschrieben wird gemäß

$$\Delta' \, g^2 \frac{m_b^2}{2 \, m_W^2 \cos^2\!\beta} \cdot \frac{i \, p^2}{p^2 - m^2_{\tilde{c}_L}} = \Delta' \, g^2 \frac{m_b^2}{2 \, m_W^2 \cos^2\!\beta} \cdot i \left(1 + \frac{m^2_{\tilde{c}}}{p^2 - m^2_{\tilde{c}_L}}\right). \tag{3.17}$$

Die 1 in der letzten Klammer sorgt, nachdem obige Gleichung mit dem Vertexfaktor (D.48) multipliziert wird, für die Aufhebung der Divergenzen der Vertexgraphen (3.8) und (3.9) im Matrixelement, während der $m^2_{\widetilde{c}_L}$-Term zur Divergenz der skalaren Selbstenergie beiträgt.

Im supersymmetrischen Limes entsprechen die Squarkmassen den zugehörigen Quarkmassen, es gilt $\tan\beta = 1$ und die Größen A_b und μ verschwinden. Damit heben sich nach obigem Mechanismus weiterhin die Divergenzen der Vertexkorrekturen gegen den p^2-Term von (3.10) weg, während der $m^2_{\widetilde{c}_L}$-Beitrag aufgrund der Masselosigkeit des Charm-Quarks verschwindet. Es ist leicht nachzuprüfen, daß sich die übrigen divergenten Beiträge gegenseitig auslöschen.

Beim Übergang vom supersymmetrischen Limes zum gebrochenen MSSM ergeben sich die folgenden Divergenzen in der skalaren Selbstenergie (die Indizes stehen für $\widetilde{t}_L$ und $\widetilde{t}_R$)

$$
\begin{aligned}
D_L &= \Delta'\, g^2\, \frac{m_b^2\, W_{tb}^* W_{cb}}{2\, m_W^2\, \cos^2\beta} \cdot \big(A_b^2 + \widetilde{D}^2 + \widetilde{Q}^2 + \widetilde{H}^2\big), \\
D_R &= \Delta'\, g^2\, \frac{m_b^2\, W_{tb}^* W_{cb}\, m_t}{2\, m_W^2\, \cos^2\beta} \cdot A_b.
\end{aligned}
$$

Die auftretenden Größen, die im supersymmetrischen Limes verschwinden, sind neben dem Softbrechungsparameter A_b

$$
\begin{aligned}
\widetilde{Q}^2 &:= m^2_{\widetilde{c}_L} - m_c^2 = \big(M^2_{\widetilde{c}}\big)_{11} - m_c^2 \\
\widetilde{D}^2 &:= m^2_{\widetilde{b}_R} - m_b^2 = \big(M^2_{\widetilde{b}}\big)_{22} - m_b^2 \\
\widetilde{H}^2 &:= \big(m_W^2(\tan^2\beta - 1) + m_A^2\tan^2\beta\big)\,\cos^2\beta - \mu^2,
\end{aligned}
$$

mit den Squarkmassenmatrizen aus (2.14) und (2.15).

Um diese Divergenzen zu absorbieren, werden folgende Counterterme zur skalaren Selbstenergie $\Sigma^{\widetilde{t}_{LR}\,\widetilde{c}_L}$ aus (3.4) in der LR-Basis des Top-Squarks definiert

$$
C_L := -\Big(\Delta + \ln\frac{\mu^2_{\mathrm{DR}}}{\Lambda^2}\Big)\, g^2\, \frac{m_b^2\, W_{tb}^* W_{cb}}{2\, m_W^2\, \cos^2\beta} \cdot \big(A_b^2 + \widetilde{D}^2 + \widetilde{Q}^2 + \widetilde{H}^2\big), \tag{3.18}
$$

$$
C_R := -\Big(\Delta + \ln\frac{\mu^2_{\mathrm{DR}}}{\Lambda^2}\Big)\, g^2\, \frac{m_b^2\, W_{tb}^* W_{cb}\, m_t}{2\, m_W^2\, \cos^2\beta} \cdot A_b. \tag{3.19}
$$

Dabei wird eine Renormierungsskala Λ zur Parametrisierung des endlichen Anteils der Counterterme eingeführt. Da keine experimentellen Informationen über Mischungen der Squarkfamilien vorliegen, kann der Parameter Λ ohne weitere Modellannahmen nicht festgelegt werden und ist daher ein freier Parameter des Zerfalls.

Die Zerfallsrate ist nach der Renormierung unabhängig von den Regularisierungsparametern Δ und μ_{DR}.

Es ist zu beachten, daß die in (3.18) und (3.19) definierten Counterterme im SUSY-Limes des MSSM verschwinden und damit der Prozeß, wie zuvor erwähnt, ohne Counterterm in diesem Limes endlich ist.

3.2.2 Übergang in die physikalische Basis

Bisher wurden die divergenten Beiträge in der LR-Basis der Squarks berechnet. Dabei wurde davon ausgegangen, daß die Squark-Massenmatrizen (2.14) und (2.15) diagonal sind.

Im allgemeinen Fall ist eine Mischung der links- und der rechtshändigen Squarks zugelassen. Durch eine orthogonale Transformation der Squarkmassenmatrizen ergeben sich die physikalischen Masseneigenzustände der Squarks (s. Kap. 2.2.1).

Das ist bei dem Zerfall $\widetilde{t} \to c\,\widetilde{\chi}^0$ von besonderer Bedeutung, da das leichtere Top-Squark eine kleinere Masse als das Top-Quark annehmen muß, damit der Zerfall von Bedeutung ist. Dies kann nur durch eine nichtverschwindende Mischung erreicht werden, wenn die Softbrechungsparameter für alle Familien gleich gewählt werden.

In diesem Kapitel wird, ausgehend von den Ergebnissen des vorigen Kapitels, der Übergang in die physikalische Basis der Squarks vollzogen.

Beim Übergang in die physikalische $\widetilde{t}_{12}$-Basis der Squarks ändert sich an den Divergenzen außer dem Auftreten der Squarkmischungsmatrizen nichts. Im einzelnen wird

$$
\begin{aligned}
m^2_{\widetilde{b}_L} &\to \left(S_b^+\right)_{1i} m^2_{\widetilde{b}_i} \left(S_b\right)_{i1} = \left(M^2_{\widetilde{d}}\right)_{11}, \\
m^2_{\widetilde{b}_R} &\to \left(S_b^+\right)_{2i} m^2_{\widetilde{b}_i} \left(S_b\right)_{i2} = \left(M^2_{\widetilde{d}}\right)_{22}.
\end{aligned}
$$

Weiterhin wird

$$
\begin{aligned}
\widetilde{t}_L &\to \left(S_t^+\right)_{1i} \widetilde{t}_i, \qquad \widetilde{t}_R \to \left(S_t^+\right)_{2i} \widetilde{t}_i, \\
\widetilde{c}_L &\to \left(S_c^+\right)_{1i} \widetilde{c}_i, \qquad \widetilde{c}_R \to \left(S_c^+\right)_{2i} \widetilde{c}_i, \quad i = 1, 2.
\end{aligned}
$$

Die auftretenden Größen sind die Mischungs- und Massenmatrizen aus Kap. 2.2.1.

Aufgrund der angenommenen Masselosigkeit des Charm-Quarks tritt bei den $\widetilde{c}$-Squarks keine Mischung auf, so daß die physikalische Basis mit der LR-Basis übereinstimmt und die Mischungsmatrix S_c trivial ist.

Der Counterterm zur skalaren Selbstenergie muß ebenfalls von der LR-Basis in die physikalische Basis überführt werden. Dabei wird die Formel (2.19) angewandt. Der Counterterm lautet in der physikalischen Basis

$$
C_{ij} = \sum_{\alpha,\beta=L,R} \left(S^*_{\widetilde{t}}\right)_{i\alpha} \left(S_{\widetilde{c}}\right)_{j\beta} \cdot C_{\alpha\beta}, \qquad L = 1, R = 2. \tag{3.20}
$$

Die Indizes i und j sind in der physikalischen $\widetilde{t}_{12}$-Basis und α und β in der LR-Basis zu verstehen.

In der physikalischen Basis wird die skalare Selbstenergie mit $\Sigma^{\mathrm{phys.};\widetilde{t}_{12}\,\widetilde{c}_1}$ bezeichnet.

Der Counterterm (3.20) gibt einen Beitrag zur skalaren Selbstenergie in der physikalischen Basis. Diese läßt sich daher schreiben als „renormierte“ Selbstenergie.

$$\widehat{\Sigma}^{\text{phys.};\widetilde{t}_{12}\,\widetilde{c}_1}(p^2) := \Sigma^{\text{phys.};\widetilde{t}_{12}\,\widetilde{c}_1}(p^2) + C_{\{1;2\}1}. \tag{3.21}$$

Die so definierte renormierte Selbstenergie wird analog zu (3.4) mit dem skalaren $\widetilde{c}_1$-Propagator und der Kopplung (D.48) in der physikalischen Basis multipliziert, so daß sich der folgende Beitrag zum T-Matrixelement ergibt

$$\begin{aligned}\widehat{T}_{fi}^{\text{phys.};\widetilde{t}_{12}\,\widetilde{c}_1} &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\widehat{\Sigma}^{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}(p^2)\cdot\frac{i}{p^2-m_{\widetilde{c}_1^2}}\Big|_{p^2=m_{\widetilde{t}_{12}^2}}\cdot\Gamma\Big(\widetilde{c}_1\overline{c}\widetilde{\chi}_i^0\Big)v_s(l)\\ &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\widehat{A}_{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}\cdot\mathcal{P}_L+\widehat{B}_{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}\cdot\mathcal{P}_R v_s(l).\end{aligned} \tag{3.22}$$

Dabei sind $\widehat{A}_{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}$ und $\widehat{B}_{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}$ die links- bzw. rechtshändigen Beiträge der renormierten Selbstenergie zum T-Matrixelement.

Die auftretenden Impulse werden gemäß (2.65) gewählt. Es ist zu beachten, daß p der Impuls des Top-Squarks in der physikalischen Basis ist, der nicht dem in (3.3) definierten Impuls entspricht.

Die Addition des Counterterms zur Selbstenergie führt jedoch noch nicht zu einer endlichen Größe. Erst die Addition der Größe $\widehat{T}_{fi}^{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}$ und der Vertexbeiträge aus (3.2) in der physikalischen Basis ist UV-endlich (s. (3.17)).

Das komplette T-Matrixelement ergibt sich aus der der Summe der Einzelbeiträge (3.2), (3.6) und (3.22) in der physikalischen Basis. Es läßt sich in einen linkshändigen Anteil A und einen rechtshändigen Anteil B aufspalten, der sich aus der Summe der links- und rechtshändigen Anteile der Selbstenergien und des Vertex in der physikalischen Basis ergibt.

$$\begin{aligned}T_{fi} &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}}\,\overline{u}_r(k)\big(A\cdot\mathcal{P}_L+B\cdot\mathcal{P}_R\big)\,v_s(l), \qquad (3.23)\\ A &= A_{\widetilde{t}_1 c\widetilde{\chi}_1^0}+\widehat{A}_{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}+A_{tc},\\ B &= B_{\widetilde{t}_1 c\widetilde{\chi}_1^0}+\widehat{B}_{\widetilde{t}_1\,\widetilde{c}_1}+B_{tc}.\end{aligned}$$

Die auftretenden Größen $A_{\widetilde{t}_1 c\widetilde{\chi}_1^0}$ und $B_{\widetilde{t}_1 c\widetilde{\chi}_1^0}$ sind die Beiträge der Vertexkorrekturen zum T-Matrixelement in der physikalischen Basis. Sie ergeben sich aus den Größen in (3.2) unter Benutzung von (2.18). Die A_{tc} und B_{tc} sind die Beiträge der fermionischen Selbstenergien zum T-Matrixelement. Dies ergeben sich analog zu (3.6) aus der fermionischen Selbstenergie, dem t-Propagator und der entsprechenden Kopplung in der physikalischen Basis der Squarks.

Die Zerfallsrate läßt sich mit den in (3.23) definierten A und B gemäß (2.64) berechnen

$$\Gamma_{\widetilde{t}_1\to c\,\widetilde{\chi}_1^0} = \frac{1}{16\pi^2}\,\frac{(m_{\widetilde{t}_1}-m_{\widetilde{\chi}_1^0})^2}{m_{\widetilde{t}_1}^3}\cdot\big(A^*A+B^*B\big). \tag{3.24}$$

Kapitel 4

Auswertung

Der Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\widetilde{\chi}_1$ wurde wie im vorangegangenen Kapitel beschrieben berechnet und renormiert. Daraufhin wurde ein Fortran Programm geschrieben, welches die `aaff`-Routinen [21] benutzt, um die auftretenden skalaren Integrale zu berechnen. Weiterhin wurde für die Diagonalisierung der Neutralino- und Charginomassenmatrizen die Routine `ZGESVD` aus der Lapackbibliothek [22] verwendet. Für die Werte der Familienmischungsmatrix wurden die entsprechenden Werte der CKM-Matrix [19] eingesetzt. Für die Massen der Standardmodellteilchen wurden die Werte

$$m_W = 80.2\,\mathrm{GeV}, \qquad m_Z = 90.2\,\mathrm{GeV}, \tag{4.1}$$

$$m_b = 4.5\,\mathrm{GeV}, \qquad m_t = 175\,\mathrm{GeV} \tag{4.2}$$

benutzt.

Die Unabhängigkeit der renormierten Zerfallsrate von den Regularisierungsparametern μ_{DR} und Δ aus (3.7) wurde numerisch nachgewiesen.

Die Parameter des Programms sind die Größen

$$\mu, \tan\beta, A_t, A_b, m_A, M_1, M^2_{\widetilde{Q}}, M^2_{\widetilde{U}}, M^2_{\widetilde{D}} \text{ und } \Lambda.$$

Mit Hilfe des Fortranprogramms wurden die Zerfallsrate in Abhängigkeit der Parameter berechnet. Aus den berechneten Werten wurden Abbildungen erstellt, die im folgenden diskutiert werden.

Dabei wurden in der Regel die Parameter auf Standardwerte gesetzt und einer bzw. zwei variiert. Die Standardwerte sind

$$\begin{aligned} \mu &= -75\,\mathrm{GeV}, & \tan\beta &= 2 \text{ bzw. } 40, \\ A_t &= 500 \text{ bzw. } 550\,\mathrm{GeV}, & A_b &= 2000\,\mathrm{GeV}, \\ m_A &= 200\,\mathrm{GeV}, & M_1 &= 200\,\mathrm{GeV}, \\ M_{\widetilde{Q}}^2 &= 300\,\mathrm{GeV}, & M_{\widetilde{U}}^2 &= 300\,\mathrm{GeV}, \\ M_{\widetilde{D}}^2 &= 300\,\mathrm{GeV}, & \Lambda &= 300\,\mathrm{GeV}. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Der Wert von A_t wurde für $\tan\beta = 40$ etwas größer gewählt, um eine größere Top-Squark-Mischung zu erreichen und damit ein leichteres $\widetilde{t}_1$.

Für die so definierten Standardwerte ergeben sich die folgenden Massen der Teilchen.

$$\begin{aligned} \tan\beta = 2: &\quad m_{\widetilde{t}_1} = 159\,\mathrm{GeV},\ m_{\widetilde{c}_1} = 297\,\mathrm{GeV},\ m_{\widetilde{\chi}_1^0} = 68\,\mathrm{GeV}. \\ \tan\beta = 40: &\quad m_{\widetilde{t}_1} = 148\,\mathrm{GeV},\ m_{\widetilde{c}_1} = 263\,\mathrm{GeV},\ m_{\widetilde{\chi}_1^0} = 45\,\mathrm{GeV}. \end{aligned} \tag{4.4}$$

In beiden Fällen liegt die Masse des $\widetilde{\chi}_1^0$ oberhalb der unteren Ausschlußgrenzen ($m_{\widetilde{\chi}_1^0} > 23\,\mathrm{GeV}$) [19].

Für Standardwerte ist das $\widetilde{\chi}_1^0$ eine Mischung aus Photinos, Zinos und Higgsinos. Die einzelnen Anteile sind annähernd gleich groß, wenn auch die Higgsinoanteile etwas überwiegen.

Im supersymmetrischen Limes des MSSM (s. Kap. 2.3) ergibt sich die Zerfallsrate für den Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$ zu

$$\Gamma^{\mathrm{SUSY-Limes}} = 3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{GeV}.$$

Dieses Ergebnis dient allein zur Illustration der zu erwartenden Größenordnung der Zerfallsrate und hat keine physikalische Bedeutung.

In der Regel wurden in der Auswertung jeweils Diagramme für kleine und große Werte von $\tan\beta$ berechnet, entsprechend den beiden Szenarien der vereinigten Yukawakopplungen [23].

Die Beiträge der Selbstenergien und der Vertexkorrekturen sind sehr verschieden. Die skalare Selbstenergie liefert deutlich höhere Beiträge zur Amplitude als die Summe aus den Vertexkorrekturen und der fermionischen Selbstenergie. Daher ist das Verhalten des Zerfalls geprägt von dem Verhalten der skalaren Selbstenergie, des $\widetilde{c}_1$-Propagators und der Neutralino-Quark-Squark-Kopplung (D.48), mit der die skalare Selbstenergie zur Berechnung des T-Matrixelements multipliziert wird.

In den folgenden Abschnitten wird die Abhängigkeit der Zerfallsrate von den MSSM-Parametern im einzelnen untersucht. Zuerst wird das globale Verhalten der Zerfallsrate gegenüber der Variation von $\tan\beta$ diskutiert.

4.1 $\tan\beta$-Verhalten

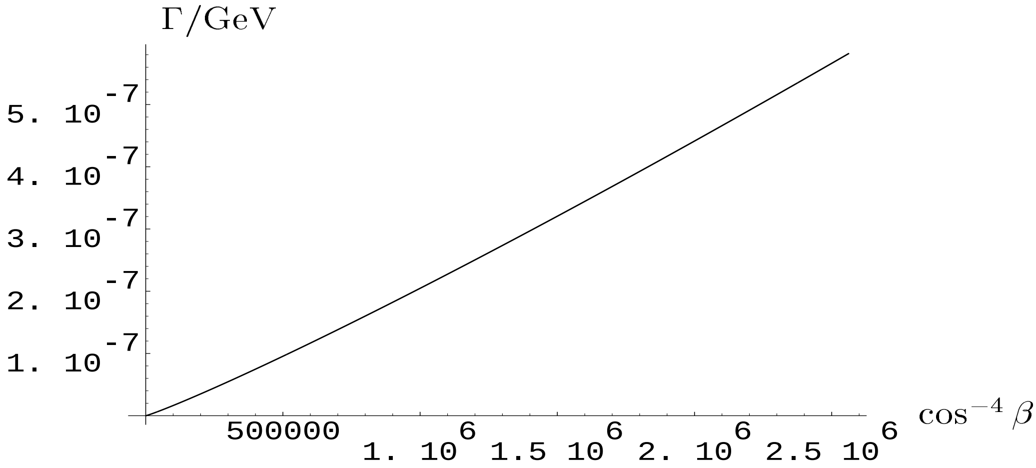


Abbildung 4.1: Abhängigkeit der Zerfallsrate von $\cos^{-4}\beta$ für Standardparameter

In Abb. 4.1 ist die Abhängigkeit der Zerfallsrate von $\cos^{-4}\beta$ für Standardparameter wiedergegeben. Es zeigt sich eine lineare Abhängigkeit für große $\tan\beta$. Für kleine $\tan\beta$ findet sich eine Abweichung von diesem Verhalten. Dies kann anhand des Vergleichs der Abb. 4.2 und 4.3 illustriert werden. Das für kleine $\tan\beta$ stark unsymmetrische μ-Verhalten der Zerfallsrate (s. Kap. 4.3) trägt aufgrund des gewählten Standardwertes von $\mu = -75\,\mathrm{GeV}$ zu der Nichtlinearität bei kleinen $\tan\beta$ bei.

Das Wachsen der Zerfallsrate mit $\cos^{-4}\beta$ folgt aus den für große $\tan\beta$ dominanten Higgs- und Higgsinobeiträgen. Die Kopplungen dieser Teilchen enthalten jeweils Beiträge, die proportional zu $\cos^{-1}\beta$ sind.

Im Vergleich von Abb. 4.2 und Abb. 4.3 läßt sich eine etwa vier Größenordnungen größere Zerfallsrate für $\tan\beta = 40$ gegenüber $\tan\beta = 2$ ablesen.

Im nächsten Kapitel zeigt der genauere Vergleich anhand der Diagramme für die Skalenabhängigkeit, daß die Zerfallsrate für große $\tan\beta$ bis zu sechs Größenordnungen größer sein kann, als für kleine $\tan\beta$.

Im weiteren wird zur Illustration trotzdem der Vergleich für kleine und große $\tan\beta$ durchgeführt obwohl die Zerfallsrate für große $\tan\beta$ erheblich größer ist als für kleine Werte von $\tan\beta$.

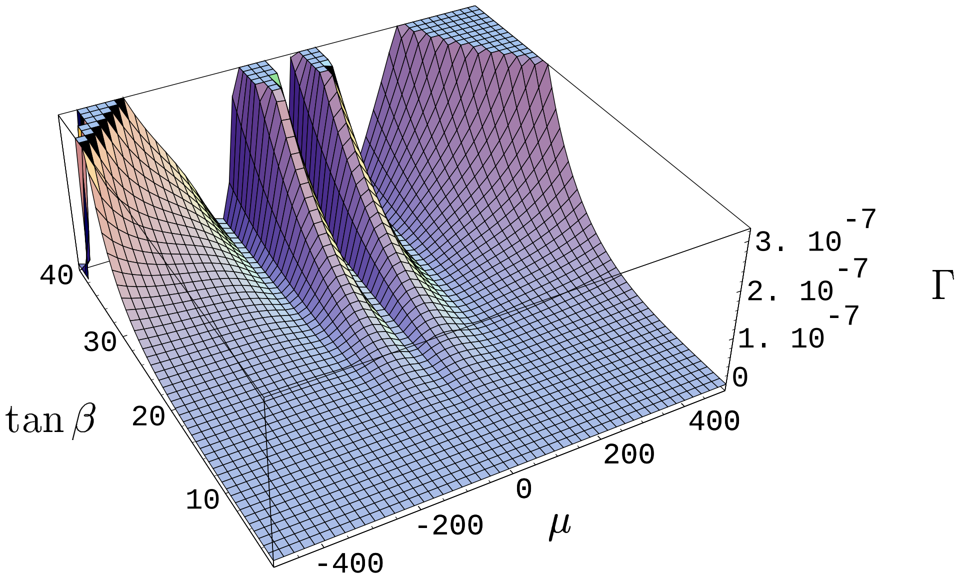


Abbildung 4.2: Zerfallsrate Γ in Abhängigkeit von μ und $\tan\beta$.

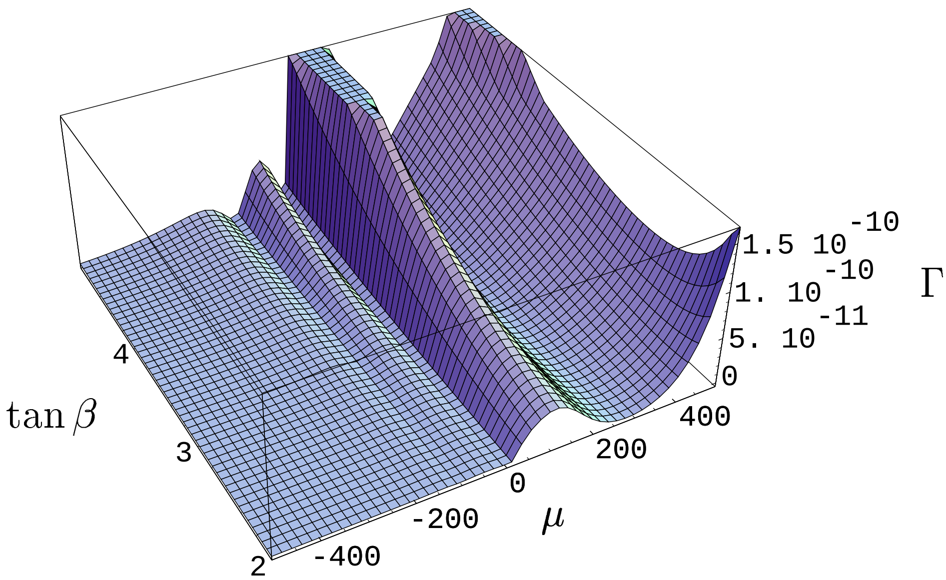


Abbildung 4.3: Zerfallsrate Γ in Abhängigkeit von μ und kleinen $\tan\beta$.

4.2 Skalenverhalten

In diesem Abschnitt wird die Abhängigkeit der Zerfallsrate von der in (3.18),(3.19) bzw. (3.20) eingeführten Renormierungsskale Λ diskutiert.

Es zeigt sich, daß die Zerfallsrate für Standardparameter ein $\ln^2 \Lambda$-Verhalten für große $\Lambda \to M_{\text{Planck}}$ aufweist (Abb. 4.4,4.5). Dieser Grenzfall wurde in [4] betrachtet.

Für große Λ ist der endliche Beitrag des Counterterms, der proportional zu $\ln \Lambda$ ist, dominierend für den gesamten Zerfall. Es scheint daher nicht sinnvoll, $\Lambda := M_{\text{Planck}}$ fest zu wählen, da für diese Wahl lediglich der endliche Beitrag des Counterterms berücksichtigt wird.

Im weiteren wird $\Lambda = 300\,\text{GeV}$ angenommen, damit es in der Größenordnung der anderen auftretenden Massenparameter liegt, die in (4.3) definiert wurden.

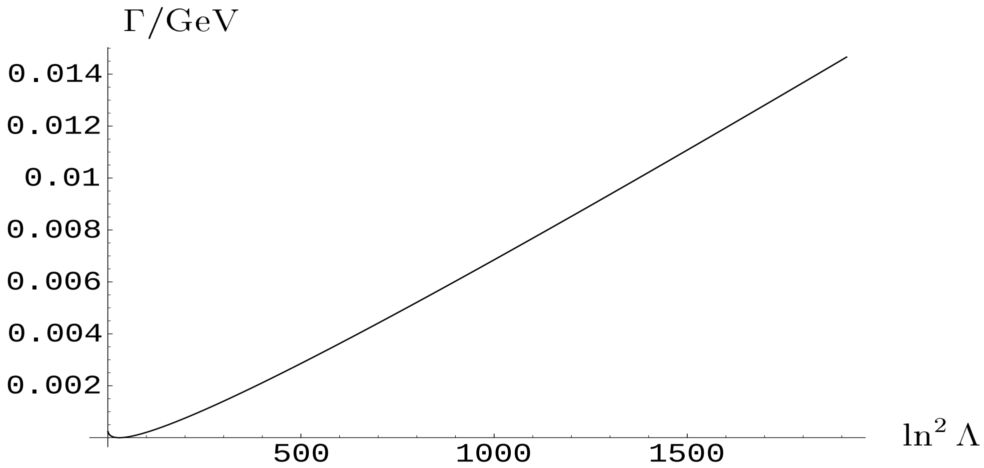


Abbildung 4.4: Abhängigkeit der Zerfallsrate von der Renormierungsskala Λ für $\tan\beta = 40$.

Im Bereich $\Lambda < 1\,\text{TeV}$ zeigt sich eine deutliche Abweichung von dem $\ln^2 \Lambda$-Verhalten (Abb. 4.6). Für $\Lambda \approx 240\,\text{GeV}$ durchläuft die Kurve ein Minimum, in dem sich die endlichen Beiträge des Counterterms und der übrigen Graphen am stärksten kompensieren.

In diesem Bereich werden die entstehenden Logarithmen $\ln \Lambda^2/M^2$ klein, wobei M allgemein für die Massen der in den Schleifen auftretenden Teilchen steht.

Da für die Standardwerte $\Lambda = 300\,\text{GeV}$ angenommen wurde, wurde der Zerfall in der Nähe dieses Minimums und somit eine untere Schranke der Zerfallsrate berechnet. Für $\Lambda \to M_{\text{Planck}}$ ergeben sich bis zu fünf Größenordnungen größere Werte für die Zerfallsrate (s. Abb. 4.4,4.6).

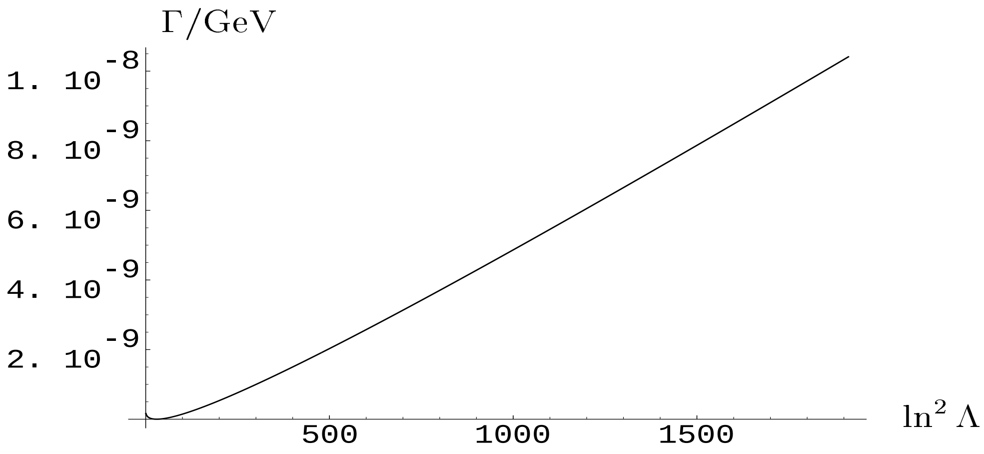


Abbildung 4.5: Abhängigkeit der Zerfallsrate von der Renormierungsskala Λ für $\tan\beta = 2$.

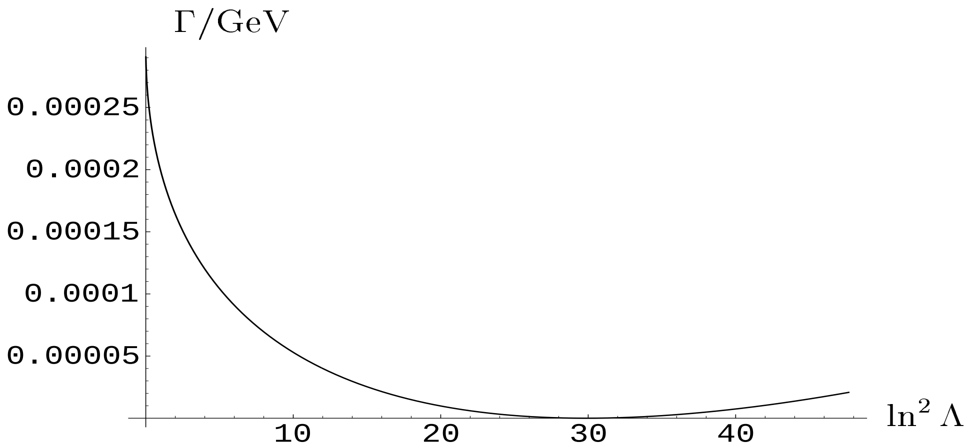


Abbildung 4.6: Abhängigkeit der Zerfallsrate von der Renormierungsskala für $\Lambda < 1\,\mathrm{TeV}$ und $\tan\beta = 40$.

4.3 μ-Abhängigkeit

4.3.1 Massenabhängigkeiten

Um die nachfolgenden Graphen verstehen zu können, wird zuerst das Verhalten der Massen in Abhängigkeit von dem Parameter μ für kleine und große $\tan\beta$ gezeigt. Dafür werden die Massen der äußeren Teilchen und der skalaren Charm-Quarks gegen μ aufgetragen (Abb. 4.7-4.10).

Mit den Standardwerten ist für kleine $\tan\beta$ gewährleistet, daß das $\widetilde{t}_1$ aufgrund der großen Mischung für negative Werte von $\mu < 0$ leichter als das Top-Quark werden kann.

Für $\tan\beta = 40$ ist die Mischung in Abhängigkeit von μ entsprechend kleiner, so daß eine kleinerer Wert von A_b gewählt wurde (s. (4.3)), damit das $\widetilde{t}_1$ leichter als das Top-Quark wird.

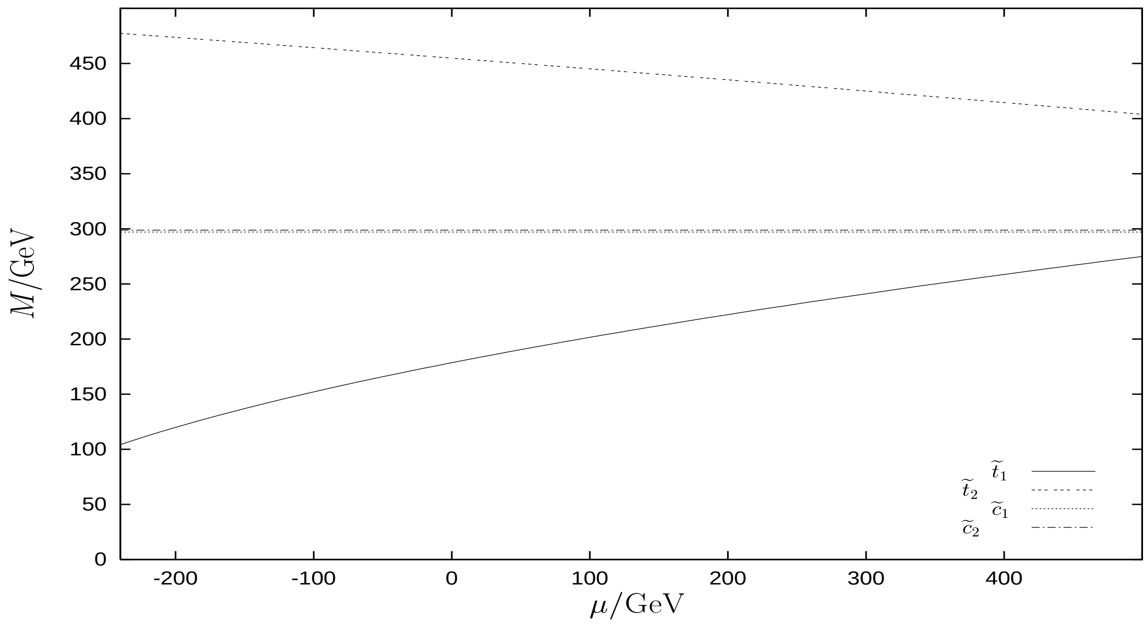


Abbildung 4.7: Abhängigkeit der Squarkmassen vom Higgsparameter μ für $\tan\beta = 2$. Werte $\mu < -240\,\text{GeV}$ sind für einen kinematisch möglichen Prozeß nicht erlaubt.

Für $\tan\beta = 2$ sind Werte für $\mu < -240\,\text{GeV}$ nicht zulässig, da der Prozeß dann kinematisch nicht möglich ist, weil die $\widetilde{\chi}_1^0$ Masse ebenfalls im Bereich um $100\,\text{GeV}$ liegt.

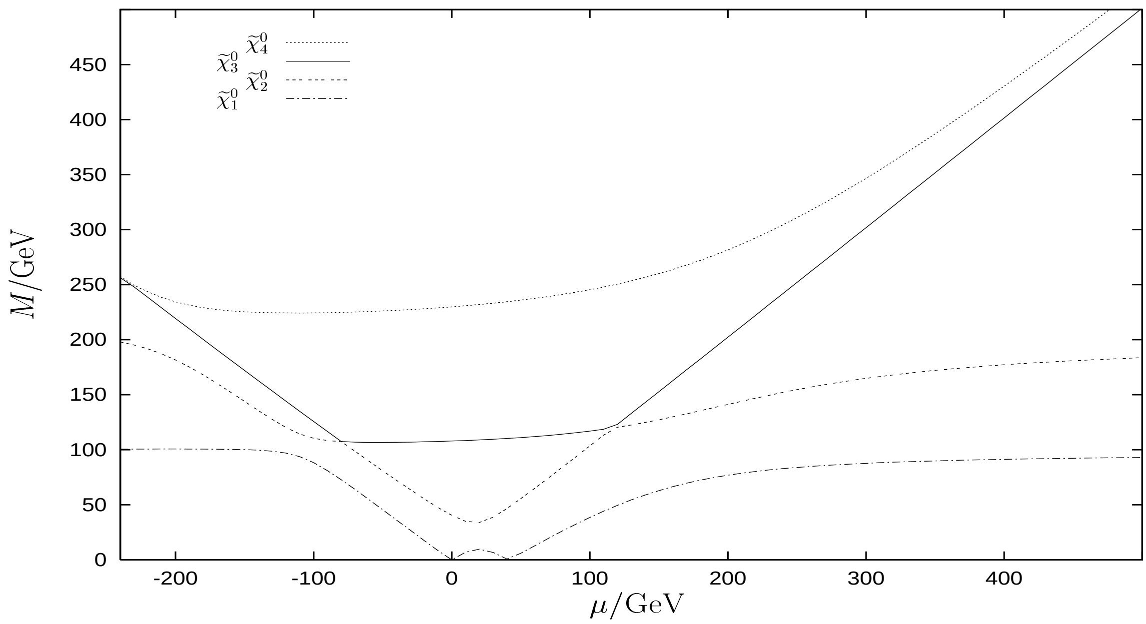


Abbildung 4.8: Neutralinomassen in Abhängigkeit von μ für $\tan\beta = 2$.

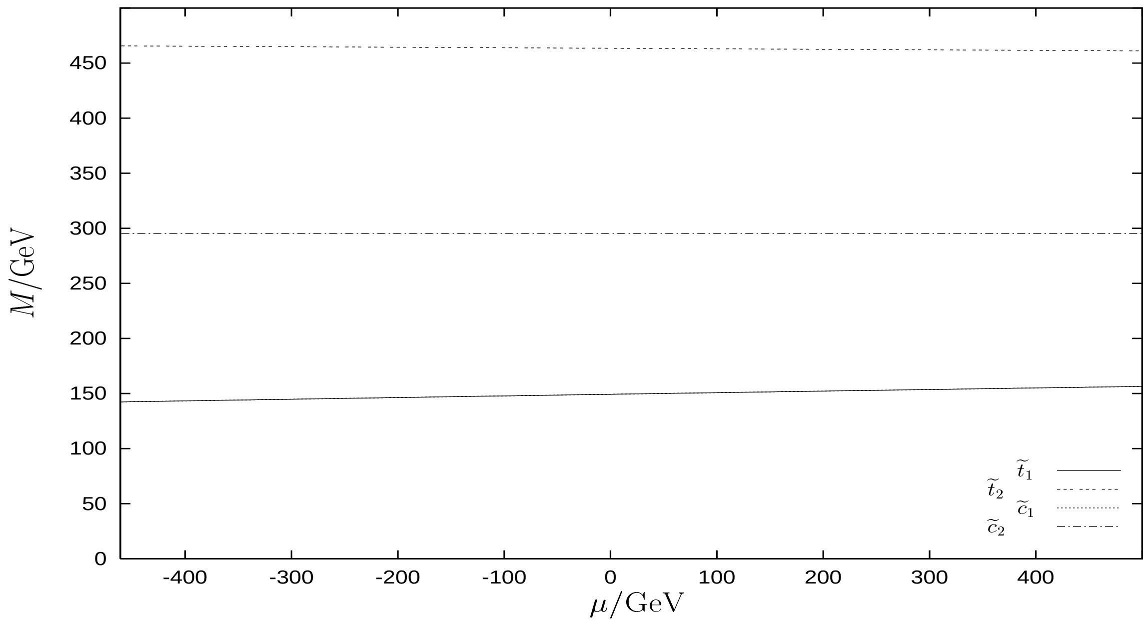


Abbildung 4.9: Abhängigkeit der Squarkmassen von μ für $\tan\beta = 40$.

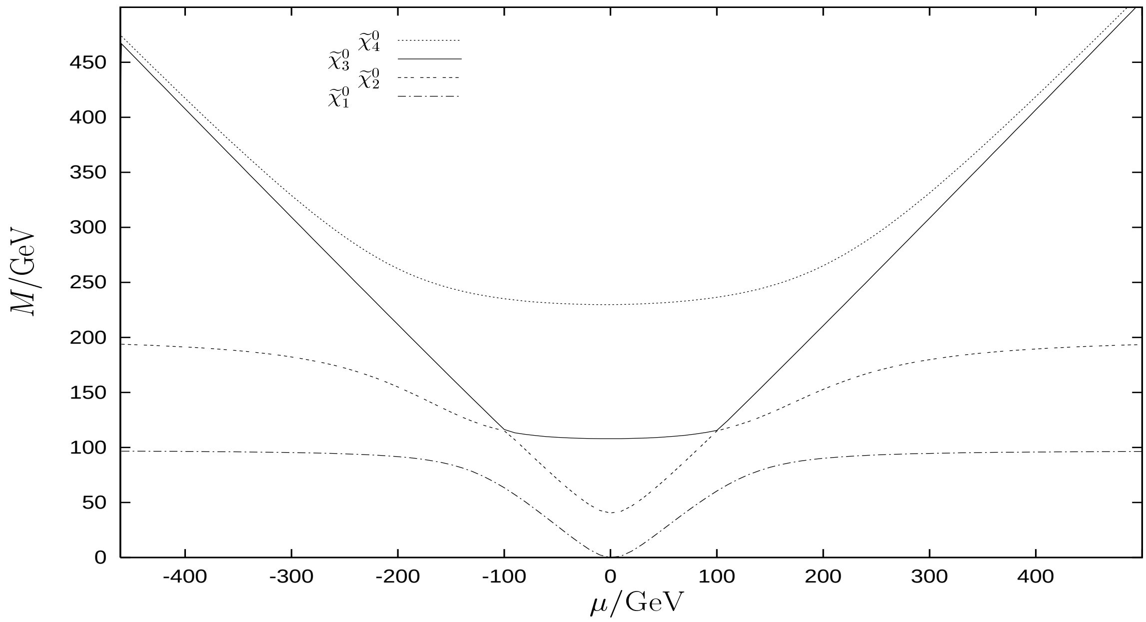


Abbildung 4.10: Neutralinomassen in Abhängigkeit von μ für $\tan\beta = 40$.

4.3.2 Standardparameter

Kleine $\tan\beta$

Für kleine $\tan\beta = 2$ ist die Abhängigkeit der Zerfallsrate in Abb. 4.11 wiedergegeben. Das für kleine $\tan\beta$ typische asymmetrische Verhalten des Graphen läßt sich dadurch erklären, daß sowohl die Masse des $\widetilde{t}_1$ und damit auch das Phasenraumintegral (2.62) als auch der Vorfaktor des Matrixelements in (2.60) für negative Werte von μ rapide abnimmt. Für $\mu \approx -240\,\text{GeV}$ ist das $\widetilde{t}_1$ so leicht, daß der Zerfall kinematisch nicht mehr erlaubt ist.

Die Minima in Abb. 4.11 und 4.12 treten typischerweise in allen Graphen mit μ-Abhängigkeit auf und bedürfen daher einer näheren Erklärung.

Für $\mu = 0$ handelt es sich bei dem betrachteten leichtesten Neutralino um ein reines Higgsino mit verschwindender Masse. Die Matrixelemente N'_{i1} und N'_{i2} in den Quark-Squark-Neutralino-Kopplungen verschwinden in diesem Fall, so daß nur Graphen ohne diese Kopplungen beitragen. Insbesondere wird dadurch bei der Berechnung des T-Matrixelements die skalare Selbstenergie inklusive des Counterterms mit Null multipliziert und trägt für $\mu = 0$ nicht zum Matrixelement und damit zur Zerfallsrate bei.

Bei den Minima links und rechts der $\mu = 0$-Achse tritt der Effekt auf, daß sich in der genannten Kopplung die Matrixelemente N'_{i1} und N'_{i2} mit ihren Vorfaktoren gegenseitig aufheben und die Kopplung aus diesem Grund verschwindet. Dadurch tragen wiederum

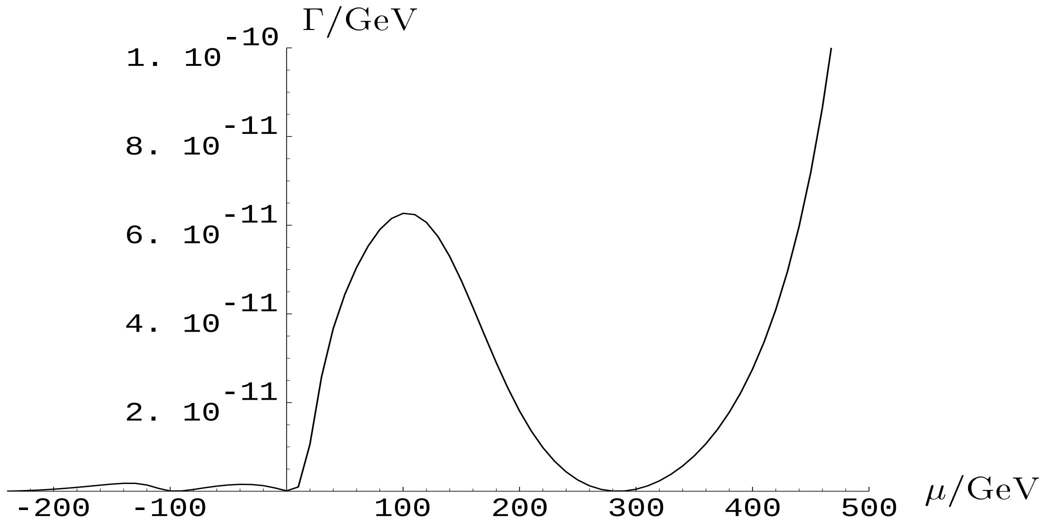


Abbildung 4.11: Abhängigkeit der Zerfallsrate von μ für Standardparameter und $\tan\beta = 2$.

nur die fermionische Selbstenergie und die Vertexkorrekturen bei, die deutlich kleinere Werte liefern als der skalare Beitrag.

Der starke Anstieg der Zerfallsrate für große μ ist damit begründbar, daß der $\widetilde{c}_1$-Propagator für $\mu = 645\,\mathrm{GeV}$ einen Pol aufgrund der Gleichheit von $m_{\widetilde{t}_1}$ und $m_{\widetilde{c}_1}$ hat. Für den Bereich $\mu > 300\,\mathrm{GeV}$ bei kleinen $\tan\beta$ liefert der verwendete Formalismus unphysikalische Ergebnisse für die Zerfallsrate. Zum $\widetilde{c}_1$-Propagator treten in diesem Bereich zusätzliche Terme auf, die aber nicht berücksichtigt wurden.

Für den betrachteten Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$ ist der Bereich $\mu \approx 300\,\mathrm{GeV}$ ohnehin uninteressant, da für diese Werte des Parameters μ das Top-Squark deutlich schwerer als das Top-Quark ist (s. Abb. 4.7). Dadurch wären Zerfälle mit Top-Quarks in den Endzuständen in niedrigster Ordnung Störungstheorie möglich und der seltene Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$ wäre gegenüber diesen stark unterdrückt.

Große $\tan\beta$

Für große $\tan\beta$ ergibt sich ein anderes Bild (s. Abb. 4.12). Das Minimum für $\mu = 0$ ist weiterhin aus demselben Grund vorhanden, die anderen Minima liegen fast symmetrisch um die $\mu = 0$-Achse.

Die Zerfallsrate steigt mit wachsendem $|\mu|$, was dadurch zu erklären ist, daß in dem Counterterm explizit ein μ^2 auftritt, welches bei der Berechnung des T-Matrixelements nochmals quadriert wird, so daß der Zerfall für große $|\mu|$ ungefähr ein μ^4-Verhalten hat.

Weiterhin ist anhand von Abb. 4.9 und 4.10 zu ersehen, daß das Phasenraumintegral und

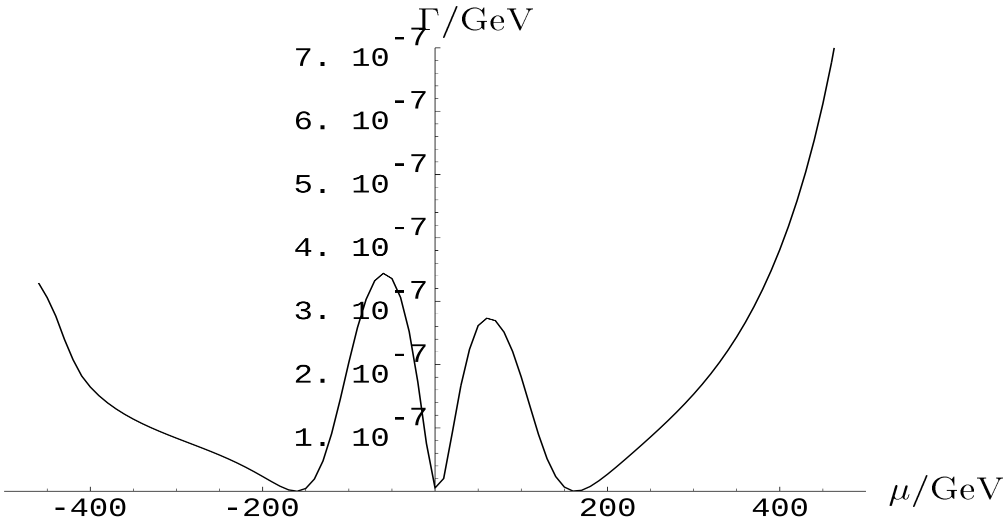


Abbildung 4.12: Die Zerfallsrate für Standardparameter in Abhängigkeit von μ und für $\tan\beta = 40$.

der Vorfaktor des quadrierten Matrixelements (2.60) nicht mehr klein ist, da die Top-Squark-Mischung für große $\tan\beta$ klein ist. Daher tritt die für kleine $\tan\beta$ beobachtete Asymmetrie in den Graphen für große $\tan\beta$ nicht mehr auf.

4.3.3 Abhängigkeit von μ und m_A

Die Abhängigkeit von der Higgsmasse m_A ist in Abb. 4.13 für kleine und in 4.14 für große $\tan\beta$ wiedergegeben. Es zeigt sich zunächst eine Abnahme der Zerfallsrate, die darauf zurückzuführen ist, daß m_A in die Masse des geladenen Higgsbosons eingeht, das als virtuelles Teilchen in dem Prozeß auftritt. Mit steigender Masse werden die Schleifenbeiträge mit $H^\pm$-Beteiligung kleiner und durchlaufen ein Minimum bei $m_A \approx 350\,\mathrm{GeV}$.

Danach steigen die Werte von Γ wieder an. In diesem Bereich großer m_A wird der endliche Beitrag des Counterterms dominant, da die Masse m_A explizit quadratisch auftritt und die Abnahme der Schleifenbeiträge überkompensiert.

Das erklärt auch den größeren Anstieg für $\tan\beta = 40$, da in dem Counterterm m_A^2 mit $\tan^2\beta$ multipliziert wird.

4.3.4 Ahängigkeit von μ und M_1

Von dem Massenparameter M_1 hängen die Neutralino- und über die Beziehung (2.23) auch die Charginomassen explizit ab.

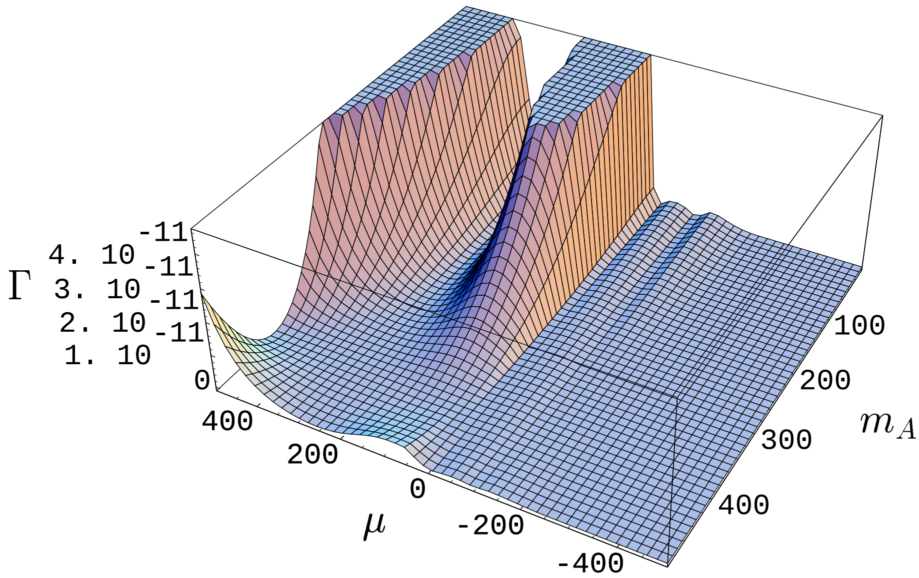


Abbildung 4.13: Zerfallsrate in Abhängigkeit von μ und m_A für $\tan\beta = 2$.

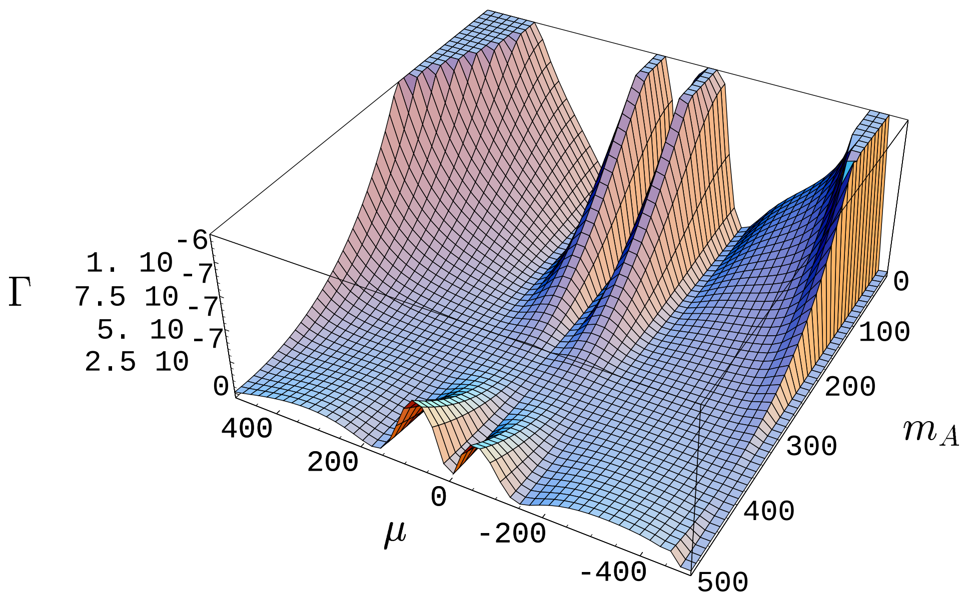


Abbildung 4.14: Zerfallsrate in Abhängigkeit von μ und m_A für $\tan\beta = 40$.

Das Verhalten der Neutralinomassen bei Variation von μ und M_1 ist nicht trivial, da die Masse des betrachteten leichtesten Neutralinos für kleine μ linear von μ abhängt, jedoch für große μ gegen $\frac{1}{2}M_1$ geht (s. Abb. 4.8 und 4.10).

Die Zerfallsrate nimmt mit wachsendem M_1 ab, was damit zusammenhängt, daß einerseits die Schleifenbeiträge der Charginos kleiner werden und andererseits das Neutralino im Endzustand schwerer wird. (s. Abb. 4.15 und 4.16).

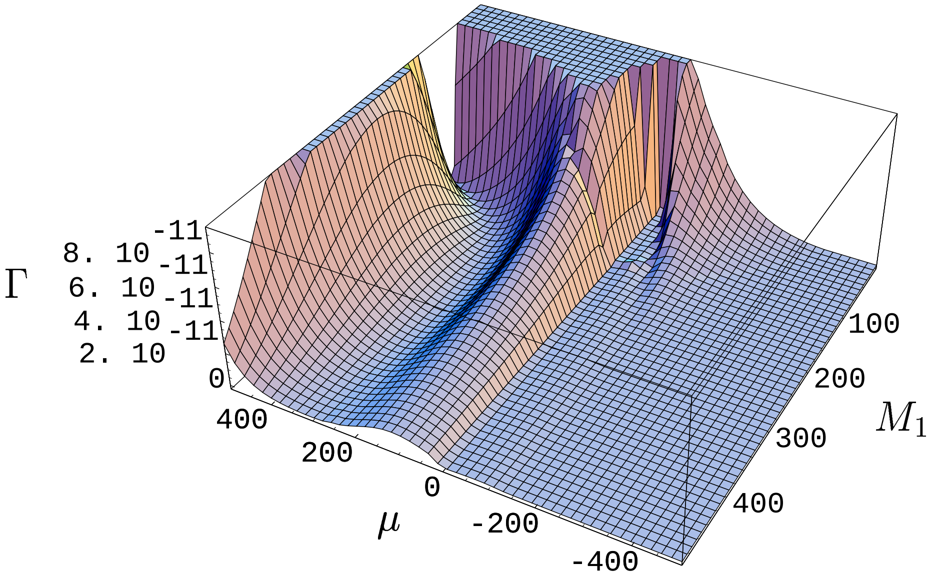


Abbildung 4.15: Zerfallsrate in Abhängigkeit von μ und M_1 für $\tan\beta = 2$.

4.4 Zusammenfassung

Für $\tan\beta = 2$ nimmt die Zerfallsrate wie beschrieben um bis zu sechs Größenordnungen kleinere Werte an als für $\tan\beta = 40$. Weiterhin liegt für kleine $\tan\beta$ der phänomenolgisch interessante Fall mit $m_{\tilde{t}_1} < m_t$ im Bereich negativer μ, wo der Zerfall nochmals um ein bis zwei Größenordnungen kleiner ist als für positive μ.

Für große $\tan\beta$ liegt mit den Standardwerten die Top-Squarkmasse im betrachteten Bereich $-500\,\text{GeV} < \mu < 500\,\text{GeV}$ im Bereich zwischen 145 GeV und 155 GeV. Daher tritt auch keine wesentliche Verkleinerung der Zerfallsrate für negative Werte von μ auf, da der Phasenraumvorfaktor nur unwesentlich kleiner ist als für positive μ.

Die Größenordnungen der Zerfallsrate für die in (4.3) angegebenen Standardwerte der MSSM-Parameter und der Renormierungsskala Λ sind

$$\tan\beta = 2 \;:\; \Gamma = 10^{-12}\,\text{GeV}, \tag{4.5}$$

$$\tan\beta = 40 \;:\; \Gamma = 3\cdot 10^{-7}\,\text{GeV}. \tag{4.6}$$

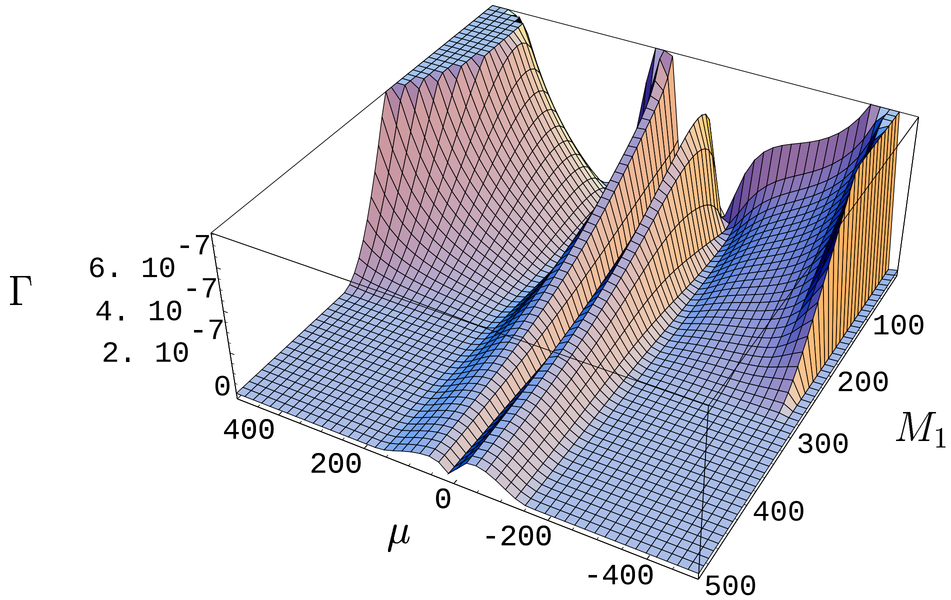


Abbildung 4.16: Zerfallsrate f. $\tan\beta = 40$ in Abhängigkeit von μ und M_1.

Abschließend läßt sich sagen, daß die Zerfallsrate des Zerfalls $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$ in Abhängigkeit der MSSM-Parameter stark unterschiedliche Werte annehmen kann. Für einige Parameterbereiche ergeben sich im Vergleich zu der Abschätzung in [4] sehr große Werte der Zerfallsrate.

Speziell für große $\tan\beta$ und in Bereichen von μ, in denen die Beiträge der skalaren Selbstenergie nicht unterdückt werden, liegen die in dieser Arbeit berechneten Zerfallsraten deutlich höher als in [4]. Da die Renormierungsskala $\Lambda = 300\,\mathrm{GeV}$ gewählt wurde, kann das berechnete Ergebnis als untere Abschätzung dienen (s. Kap. 4.2).

Werden für die Skala Λ hingegen Werte in der Nähe der Planck-Skala angenommen ($\Lambda \approx 10^{19}\,\mathrm{GeV}$), ergeben sich für große $\tan\beta$ Zerfallsraten im Bereich $10^{-2}\,\mathrm{GeV}$.

Kapitel 5

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde der Top-Squark Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}^0$ in das leichteste Neutralino und ein Charm-Quark im Rahmen des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells berechnet.

Der Zerfall kann, da ein Familienwechsel der Squarks bzw. Quarks stattfindet, nur über eine Schleife mit virtuellen Quarks, Squarks, Charginos und geladenen Higgsbosonen stattfinden. Dabei tritt in Kopplungen mit Quarks bzw. Squarks die Familienmischungsmatrix W auf.

Gegenüber Zerfällen, die in niedrigster Ordnung Störungstheorie möglich sind, ist der berechnete Zerfall um einen Faktor $\alpha|W_{cb}|^2$ unterdrückt.

Wenn allerdings das leichtere Top-Squark eine kleinere Masse als das Top-Quark hat, sind Zerfälle mit Top-Quarks in den Endzuständen kinematisch nicht mehr möglich. Ist weiterhin das Top-Squark leichter als die Charginos, können nur noch Drei- und Vierkörperzerfälle mit b-Quarks und Sleptonen in den Endzuständen oder Einschleifenprozesse wie der berechnete seltene Zerfall des Top-Squarks in ein c-Quark und das leichteste Neutralino oder Gluino stattfinden.

Es ist daher von großer Bedeutung, die Zerfallsraten der unter den oben genannten Voraussetzungen möglichen Zerfälle des Top-Squarks zu kennen, da die heutige Generation der Beschleuniger in Energiebereiche vorstößt, die die Produktion des Top-Squarks ermöglichen könnten.

Die Zerfallsrate des betrachteten Zerfalls zeigt eine starke Abhängigkeit von den Parametern des MSSM und der eingeführten Renormierungsskala Λ.

Sie steigt mit wachsendem $\tan\beta$ proportional zu $\cos^{-4}\beta$ an. Für $\tan\beta = 40$ ergibt sich daher eine um fünf bis sechs Größenordnung größere Zerfallsrate gegenüber $\tan\beta = 2$.

Die Abhängigkeit der Zerfallsrate von Λ ist ebenfalls sehr groß. Für große Werte von Λ

ist die Zerfallsrate proportional zu $\ln^2 \Lambda$. Sie durchläuft für $\Lambda \approx 240\,\mathrm{GeV}$ ein Minimum. Da in der Arbeit der Standardwert der Renomierungsskala mit $\Lambda = 300\,\mathrm{GeV}$ angenommen wurde und damit Zerfallsraten in der Nähe des Minimums berechnet wurden, können die Ergebnisse aus Kap. 4.4, Gl. (4.5) und Gl. (4.6) als untere Abschätzung dienen.

Aufgrund fehlender experimenteller Daten sind jedoch sowohl die MSSM-Parameter wie auch die Renormierungsskala nicht festgelegt.

Es wurde gezeigt, daß für den seltenen Zerfall $\widetilde{t}_1 \to c\,\widetilde{\chi}_1^0$, abhängig von der Wahl der MSSM-Parameter und der eingeführten Renormierungsskala, Zerfallsraten in der Größenordnung $\Gamma = 10^{-2}\,\mathrm{GeV}$ möglich sind.

Anhang A

Dimensionale Regularisierung

Im folgenden werden die Konventionen des Computerprogrammpaketes `aaff` [21] benutzt. Dementsprechend werden alle Impulse einlaufend gewählt.

Bei der Berechnung der Einschleifengraphen aus Anhang C treten folgende Typen von Integralen auf:

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 k}{2\pi^4} \frac{1}{k^2 - m^2 + i\varepsilon}, \tag{A.1}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 k}{2\pi^4} \frac{\{1; k^\mu\}}{\big(k^2 - m_1^2 + i\varepsilon\big)\big((k+p)^2 - m_2^2 + i\varepsilon\big)}, \tag{A.2}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 k}{2\pi^4} \frac{\{1; k^\mu; k^\mu k^\nu\}}{\big(k^2 - m_1^2 + i\varepsilon\big)\big((k+p_1)^2 - m_2^2 + i\varepsilon\big)\big((k+p_1+p_2)^2 - m_3^2 + i\varepsilon\big)}. \tag{A.3}$$

Der Summand $i\varepsilon$, $\varepsilon > 0$ im Nenner der Propagatoren wird im weiteren nicht mehr explizit aufgeschrieben.

Abgesehen von (A.3), sofern dessen Zähler nicht $k^\mu k^\nu$ enthält, sind die aufgeführten Integrale UV-divergent. Um diese Divergenzen behandeln zu können, müssen sie regularisiert werden. Dafür sind prinzipiell mehrere Möglichkeiten denkbar, von denen hier jedoch nur die dimensionale Regularisierung [24] besprochen wird. Solange keine Mehrschleifenberechnungen im MSSM durchgeführt werden, ist die dimensionale Regularisierung das übliche Verfahren, um divergente Schleifenintegrale zu behandeln.

Grundlegend ist dabei die Idee, von den üblichen 4 auf D Dimensionen überzugehen. Dabei ist $D = 4 - \epsilon < 4$ mit $\epsilon \to 0$, wodurch die Integrale endlich werden. Letztlich ergeben sich dadurch analytische Ausdrücke für die Divergenzen, die weiter ausgewertet werden können.

Damit gewährleistet ist, daß die Wirkung in D Dimensionen

$$S = \int \mathrm{d}^D x \mathcal{L}^{(D)}(x)$$

eine dimensionslose Größe bleibt, muß eine zusätzliche Massenskala μ eingeführt werden, so daß durch die Umdefinition

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 k}{2\pi^4} \longrightarrow \mu^{4-D} \int \frac{\mathrm{d}^D k}{2\pi^D} =: \int \tag{A.4}$$

die Integrale (A.1)-(A.3) durch die regularisierten n-Punkt Integrale ausgedrückt werden können

$$A(m^2) := \frac{16\pi^2}{i} \int \frac{1}{k^2 - m^2}, \tag{A.5}$$

$$B_{\{0;\mu\}}(m_1^2, m_2^2, p^2) := \frac{16\pi^2}{i} \int \frac{\{1; k^\mu\}}{\left(k^2 - m_1^2\right)\left((k+p)^2 - m_2^2\right)}, \tag{A.6}$$

$$C_{\{0,\mu,\mu\nu\}} := \frac{16\pi^2}{i} \int \frac{\{1; k^\mu; k^\mu k^\nu\}}{\left(k^2 - m_1^2\right)\left((k+p_1)^2 - m_2^2\right)\left((k+p_1+p_2)^2 - m_3^2\right)} \tag{A.7}$$

$$\text{mit } C_{\{0,\mu,\mu\nu\}} = C_{\{0,\mu,\mu\nu\}}\left(m_1^2, m_2^2, m_3^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\right).$$

Das skalare Einpunktintegral kann wie folgt geschrieben werden [17]

$$A(m^2) = -m^2 \left(\frac{m^2}{4\pi\mu^2}\right)^{\epsilon/2} \Gamma\left(1 - \frac{D}{2}\right) = m^2 \left(\Delta - \log\frac{m^2}{\mu^2} + 1\right) + O(\epsilon). \tag{A.8}$$

Dabei ist

$$\Delta := \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \log 4\pi, \tag{A.9}$$

wobei $\gamma_E = -\Gamma'(1) \approx 0.577$ die Euler-Konstante ist. Terme der Ordnung $O(\epsilon)$ tragen in Zwei- oder Mehrschleifenberechnungen bei, sind aber für Einschleifenrechnungen belanglos.

Die skalare Zweipunktfunktion B_0 kann geschrieben werden als

$$B_0(m_1^2, m_2^2, p^2) = \Delta + 2 - \log\frac{m_1\, m_2}{\mu^2} + \frac{m_1^2 - m_2^2}{p^2}\log\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1\, m_2}{p^2}\left(\frac{1}{r} - r\right)\log r + O(\epsilon), \tag{A.10}$$

wobei r und $1/r$ gegeben sind durch durch

$$x^2 + \frac{m_1^2 + m_2^2 - p^2 - i\epsilon}{m_1\, m_2}\, x + 1 = (x + r)\left(x + \frac{1}{r}\right). \tag{A.11}$$

Eine vollständige Formeln für die skalare Dreipunktfunktion findet sich mit etwas anderen Konventionen in [17].

Die in (A.5)-(A.7) auftretenden Tensorintegrale können auf skalare Integrale zurückgeführt werden:

$$B_\mu = p_\mu B_1, \tag{A.12}$$
$$C_\mu = p_{1\mu} C_{11} + p_{2\mu} C_{12}, \tag{A.13}$$
$$C_{\mu\nu} = p_{1\mu} p_{1\nu} C_{21} + p_{2\mu} p_{2\mu} C_{22} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) C_{23} + g_{\mu\nu} C_{24}. \tag{A.14}$$

Dabei ist $g_{\mu\nu}$ der metrische Tensor in D Dimensionen.

Weiterhin kann das in (A.12) definierte B_1-Integral auf A- und B_0-Integrale zurückgeführt werden (s. (A.8), (A.10) und [17])

$$p^2\, B_1(m_1^2, m_2^2, p^2) = \frac{1}{2} A(m_1^2) - \frac{1}{2} A(m_2^2) + \frac{m_2^2 - m_1^2 - p^2}{2} B_0(m_1^2, m_2^2, p^2). \tag{A.15}$$

Bei der Berechnung der generischen Graphen aus Anhang C treten auch Dreipunkttensorintegrale mit quadratischen Impulsen im Zähler auf, die sich folgendermaßen auf B_0- und C_0-Funktionen zurückführen lassen:

$$C_\mu^{(1),\mu} := \frac{16\pi^2}{i} \int \frac{k^2}{\left(k^2 - m_1^2\right)\left((k+p_1)^2 - m_2^2\right)\left((k+p_1+p_2)^2 - m_3^2\right)}$$
$$= B_0(m_2^2, m_3^2, p_2^2) - m_1^2 \cdot C_0, \tag{A.16}$$
$$C_\mu^{(2),\mu} := \frac{16\pi^2}{i} \int \frac{(k+p_1)^2}{\left(k^2 - m_1^2\right)\left((k+p_1)^2 - m_2^2\right)\left((k+p_1+p_2)^2 - m_3^2\right)}$$
$$= B_0\big((m_1^2, m_3^3, (p_1+p_2)^2\big) - m_2^2 \cdot C_0, \tag{A.17}$$
$$C_\mu^{(3),\mu} := \frac{16\pi^2}{i} \int \frac{(k+p_1+p_2)^2}{\left(k^2 - m_1^2\right)\left((k+p_1)^2 - m_2^2\right)\left((k+p_1+p_2)^2 - m_3^2\right)}$$
$$= B_0(m_1^2, m_2^2, p_1^2) - m_3^2 \cdot C_0. \tag{A.18}$$

In dem Programmpaket `aaff` sind die skalaren Integrale implementiert, so daß für die numerische Auswertung eine Reduktion der Tensorintegrale auf die skalaren Integrale aus (A.12)-(A.14) notwendig ist.

Das Divergenzverhalten der skalaren n-Punkt Funktionen in Abhängigkeit des Parameters Δ lautet im einzelnen (s. (A.8),(A.10) und [17, 25])

$$A(m) \propto m^2 \cdot \Delta, \tag{A.19}$$
$$B_0(p_1^2, m_1, m_2) \propto \Delta, \tag{A.20}$$
$$B_1(p_1^2, m_1, m_2) \propto -\frac{1}{2} \cdot \Delta, \tag{A.21}$$
$$C_{24} \propto \frac{1}{2} \cdot \Delta, \tag{A.22}$$
$$C_0 \propto C_{11} \propto C_{12} \propto C_{21} \propto C_{22} \propto C_{23} \propto 0. \tag{A.23}$$

Beim Übergang $\epsilon \to 0$ sind folgende wichtige Identitäten zu beachten

$$(D-4) \cdot A_0(m) = -2\, m^2, \tag{A.24}$$

$$(D-4) \cdot B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = -2, \tag{A.25}$$

$$(D-4) \cdot B_1(p^2, m_1^2, m_2^2) = 1. \tag{A.26}$$

Durch den Übergang von 4 auf D Dimensionen müssen auch die Formeln der Lorentz- und Dirac-Algebra in D Dimensionen ausgewertet werden. Die D-dimensionalen Kontraktions- und Spurformeln finden sich in Anhang B.2.

Anhang B

Dirac-Algebra

Da die in Kap. 3.1 betrachteten äußeren Fermionen, das Charm-Quark und das Neutralino auf der Massenschale liegen, lassen sie sich durch die Dirac-Gleichung beschreiben. Diese lautet im Ortsraum

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0,$$

wobei $\psi(x) = (\psi_1, \dots, \psi_4)$ ein vierkomponentiger Diracspinor ist und mit γ^μ die Diracmatrizen im Spinorraum bezeichnet werden. Diese erfüllen die Relation

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} := \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}. \tag{B.1}$$

Dabei ist $g^{\mu\nu}$ der metrische Tensor in vier Dimensionen. Weiterhin wird die Matrix

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \tag{B.2}$$

definiert, die die Bedingung

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \tag{B.3}$$

erfüllt.

In der chiralen Darstellung haben die γ-Matrizen die Form [26]

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} \end{pmatrix}. \tag{B.4}$$

Mit σ_k werden die Paulimatrizen bezeichnet

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Eine weitere wichtige Größe ist die Ladungskonjugationsmatrix

$$C = i\,\gamma^2\gamma^0 = \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix}, \tag{B.5}$$

die die Beziehungen

$$C^T = C^+ = -C, \quad CC^+ = C^+C = \mathbf{1}, \quad C^2 = -\mathbf{1} \tag{B.6}$$

erfüllt. Oft benötigt wird der Kommutator

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}\big[\gamma^\mu, \gamma^\nu\big]. \tag{B.7}$$

Der zu ψ adjungierte Spinor wird definiert als

$$\overline{\psi} = \psi^+\gamma^0 = \big(\psi_1^*, \psi_2^*, -\psi_3^*, -\psi_4^*\big). \tag{B.8}$$

Die Dirac-Gleichung im Impulsraum

$$(\not{p} - m)\, u(p) = 0, \tag{B.9}$$
$$(\not{p} + m)\, v(p) = 0 \tag{B.10}$$

hat je zwei linear unabhängige Lösungen $u_s(p)$ bzw. $v_r(p)$ der Helizitäten r und s, die bei geeigneter Normierung folgende Relationen erfüllen

$$\overline{u}_s(p)u_{s'}(p) = \delta_{ss'}\,2m, \tag{B.11}$$
$$\overline{v}_s(p)v_{s'}(p) = \delta_{ss'}\,2m, \tag{B.12}$$
$$\overline{u}v = \overline{v}u = 0, \tag{B.13}$$
$$\sum_s v_s(p)\overline{v}_s(p) = \not{p} - m, \tag{B.14}$$
$$\sum_s u_s(p)\overline{u}_s(p) = \not{p} + m, \tag{B.15}$$
$$u_s^+(p)u_{s'}(p) = v_s^+(p)v_{s'}(p) = \delta_{ss'}\,2p^0. \tag{B.16}$$

Die zu (B.9) und (B.10) adjungierten Gleichungen lauten

$$\overline{u}(p)\,(\not{p} - m) = 0 \tag{B.17}$$
$$\overline{v}(p)\,(\not{p} + m) = 0, \tag{B.18}$$

dabei sind $\overline{u}$ und $\overline{v}$ die zu u und v gemäß (B.8) adjungierten Spinoren.

B.1 Projektoren

4-Spinoren Ψ setzen sich aus zwei 2-Spinoren χ, λ zusammen,

$$\Psi := \begin{pmatrix} \chi \\ \lambda \end{pmatrix}, \quad \overline{\Psi} := \begin{pmatrix} \lambda, & \overline{\chi} \end{pmatrix}, \quad \Psi^C := \begin{pmatrix} \lambda \\ \overline{\chi} \end{pmatrix}, \quad \overline{\Psi}^C := (\chi, \ \overline{\lambda}). \tag{B.19}$$

Spinoren, für die $\Psi = \Psi^C$, also $\chi = \lambda$ erfüllt ist, werden als Majoranaspinoren, Spinoren, die diese Bedingung nicht erfüllen, als Diracspinoren bezeichnet.

Die Projektoren, die auf die Helizitätsunterräume abbilden, haben in der chiralen Darstellung folgende Form

$$\mathcal{P}_L := \frac{1-\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \tag{B.20}$$

$$\mathcal{P}_R := \frac{1+\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{B.21}$$

Werden die Projektoren $\mathcal{P}_L$ und $\mathcal{P}_R$ auf den in (B.19) definierten 4-Spinor Ψ angewandt, wird

$$\mathcal{P}_R\Psi = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{bzw.} \quad \mathcal{P}_L\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda \end{pmatrix}.$$

Daher wird λ als links- und χ als rechtshändiger 2-Spinor bezeichnet.

B.2 Dirac-Algebra in D-Dimensionen

Durch den Übergang von 4 auf D Dimensionen müssen die Formeln der Lorentz- und Dirac-Algebra in D Dimensionen ausgewertet werden [27]. Die gebräuchlichsten Kontraktions- und Spurformeln lauten

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = \mathrm{Tr}\{\mathbf{1}\} = D, \tag{B.22}$$

$$[\gamma_\mu, \gamma_\nu] = 2\, g_{\mu\nu} \cdot \mathbf{1}, \tag{B.23}$$

$$\gamma^\mu \gamma_\mu = D \cdot \mathbf{1}, \tag{B.24}$$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_\mu = (2-D)\, \gamma^\nu, \tag{B.25}$$

$$\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma_\mu = 4\, g^{\lambda\sigma} \cdot \mathbf{1} - (4-D)\gamma^\lambda \gamma^\sigma, \tag{B.26}$$

$$\gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\tau \gamma_\mu = -2\gamma^\tau \gamma^\sigma \gamma^\lambda + (4-D)\gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\tau, \tag{B.27}$$

$$\mathrm{Tr}\{\gamma^\mu\} = 0, \tag{B.28}$$

$$\mathrm{Tr}\{\gamma^5\} = 0, \tag{B.29}$$

$$\mathrm{Tr}\{\gamma^5 \gamma^\mu\} = 0, \tag{B.30}$$

$$\mathrm{Tr}\big\{\gamma^\mu\gamma^\nu\big\} = 4\,g^{\mu\nu}, \tag{B.31}$$

$$\mathrm{Tr}\big\{\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\varrho\gamma^\sigma\big\} = 4\big(g^{\mu\nu}g^{\varrho\sigma} - g^{\mu\varrho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\varrho}\big). \tag{B.32}$$

Anhang C

Generische Graphen

In diesem Anhang sind die Ergebnisse der generischen Graphen, die zum Berechnen des Prozesses notwendig sind, aufgeführt. Sie wurden von selbsterstellten Programmen in der Computeralgebrasprache `FORM` berechnet.

Es wurden folgende Kopplungen für die generischen Teilchen angenommen

$$\begin{array}{rc} \text{Skalar-Skalar-Skalar} & i \cdot V, \\ \text{Skalar-Fermion-Fermion} & i \cdot \big(V_L \cdot \mathcal{P}_L + V_R \cdot \mathcal{P}_R\big), \\ \text{Vektor-Skalar-Skalar} & i \cdot V \cdot \big(p_1^\mu + p_2^\mu\big), \\ \text{Vektor-Fermion-Fermion} & i\gamma^\mu \cdot \big(V_L \cdot \mathcal{P}_L + V_R \cdot \mathcal{P}_R\big), \end{array} \tag{C.1}$$

wobei $V_{\{L;R\}}$ der Faktor des links bzw. rechtshändigen Anteils der Vertizes mit Beteiligung von Fermionen und V der Faktor der übrigen Vertizes ist.

Mit S_i werden skalare Teilchen, mit D_i Fermionen und mit V_i Vektorbosonen bezeichnet.

C.1 Vertexkorrekturen zum Vertex *Skalar-Fermion-Fermion*

Die äußeren Impulse sind einlaufend gewählt, so daß das skalare Teilchen S_1 mit Impuls p_1 einläuft. Das einlaufende Fermion D_2 hat Impuls p_2, so daß das auslaufende Fermion D_1 mit dem Impuls $p_1 + p_2$ aus dem Graphen ausläuft. Die Vertizes sind, beginnend mit dem linken, im Uhrzeigersinn durchnumeriert.

In den Vertexdiagrammen sind alle angeführten Impulse einlaufend zu verstehen.

Es wird vereinbart, daß obere Indizes $a, b, c \in \{L, R\}$ immer in folgender Weise zu verstehen sind

$$\begin{aligned} V^{abc} &:= V_1^a\, V_2^b\, V_3^c \cdot \mathcal{P}_L + V_1^{\hat{a}}\, V_2^{\hat{b}}\, V_3^{\hat{c}} \cdot \mathcal{P}_R \\ V_1^{ab} &:= V_1\, V_2^a\, V_3^b \cdot \mathcal{P}_L + V_1\, V_2^{\hat{a}}\, V_3^{\hat{b}} \cdot \mathcal{P}_R \end{aligned}$$

wobei $\hat{a}$ das Gegenteil von a ist und $\mathcal{P}_L$ bzw. $\mathcal{P}_R$ die in (B.20) und (B.21) definierten links- bzw. rechtshändigen Projektoren.

Weiterhin wird, um die Impulse im Ergebnis durch die Massen der äußeren Teilchen ausdrücken zu können, die Dirac-Gleichung im Impulsraum (B.9),(B.10),(B.17) und (B.18) und die Massenschalenbedingung $p_1^2 = m_{S_1}^2$ für das einlaufende Teilchen verwendet.

$$\begin{aligned} \overline{u}(p_1+p_2)V^{abc}\not{p}_1\not{p}_2 u(p_2) &= \overline{u}(p_1+p_2)\big(m_{D_1}m_{D_2}\,V^{\hat{a}\hat{b}\hat{c}} - m_{D_2}^2\,V^{abc}\big)\,u(p_2) \\ \overline{u}(p_1+p_2)V^{abc}\not{p}_2\not{p}_1 u(p_2) &= \overline{u}(p_1+p_2)\big((m_{D_1}^2 - m_{S_1}^2)\,V^{abc} - m_{D_1}m_{D_2}\,V^{\hat{a}\hat{b}\hat{c}}\big)\,u(p_2) \\ \overline{u}(p_1+p_2)V^{abc}\not{p}_1 u(p_2) &= \overline{u}(p_1+p_2)\big(m_{D_1}\,V^{\hat{a}\hat{b}\hat{c}} - m_{D_2}\,V^{abc}\big)\,u(p_2) \\ \overline{u}(p_1+p_2)\,V^{abc}\not{p}_2 u(p_2) &= \overline{u}(p_1+p_2)m_{D_2}\,V^{abc}\,u(p_2). \end{aligned}$$

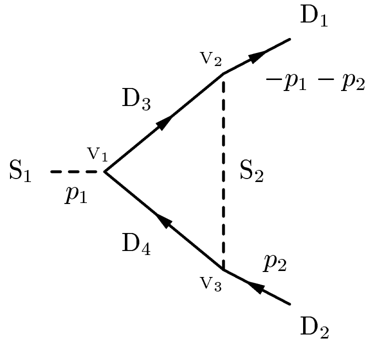
Die Teilchen, die in dem Zerfall aus Kap. 3.1 auftreten, sind

$$\begin{aligned} S_1 &: \widetilde{t}_{L,R},\ \widetilde{t}_{1,2}, \\ D_1 &: c, \\ D_2 &: \widetilde{\chi}^0_{1,2,3,4}, \\ D_{3,4} &: \widetilde{\chi}^+_{1,2},\ d_k, \\ S_{2,3} &: G^\pm, H^\pm,\ \widetilde{d}_{k;L,R},\ \widetilde{d}_{k;1,2} \\ V_1 &: W^\pm. \end{aligned}$$

Die Nomenklatur ergibt sich aus der Lage der virtuellen Teilchen in den Graphen. Zuerst wird das rechte, dann das obere und schließlich das untere Teilchen in den Namen aufgenommen.

Es ist zu beachten, daß bei jedem Graphen ein Faktor $16\pi^2/i$ unterdrückt wurde.

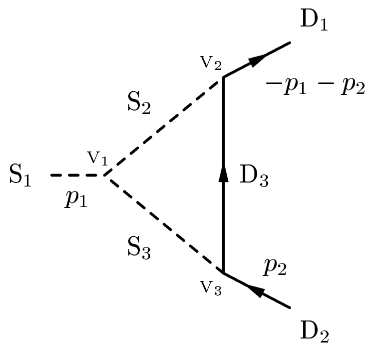
Skalar-Fermion-Fermion



$$\begin{aligned} &= B_0\big(m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, p_2^2\big)\cdot \\ &\qquad \big[-V^{\mathrm{RLL}}\big] \\ &+C_{11}\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big)\cdot \\ &\qquad \big[-V^{\mathrm{LLR}}\cdot m_{\mathrm{D}_3}\cdot m_{\mathrm{D}_2} \\ &\qquad + V^{\mathrm{LRL}}\cdot m_{\mathrm{D}_4}\cdot m_{\mathrm{D}_1} \end{aligned}$$

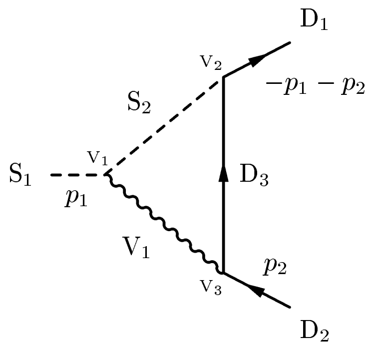
$$
\begin{aligned}
& - V^{\mathrm{RLL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
& - V^{\mathrm{RLR}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
& + V^{\mathrm{RRL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1}\big] \\
+ & C_{12}\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
& \big[V^{\mathrm{LLR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
& + V^{\mathrm{LRR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
& + V^{\mathrm{RLL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
& - V^{\mathrm{RLL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}^2 \\
& + V^{\mathrm{RLR}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
+ & C_0\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
& \big[-V^{\mathrm{LLL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \\
& - V^{\mathrm{LLR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
& - V^{\mathrm{RLL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3}^2 \\
& + V^{\mathrm{RRL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1}\big]
\end{aligned} \tag{C.2}
$$

Fermion-Skalar-Skalar



$$
\begin{aligned}
= & C_{11}\big(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{S}_3}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
& \big[V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
& - V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}\big] \\
+ & C_{12}\big(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{S}_3}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
& \big[-V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
+ & C_0\big(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{S}_3}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
& \big[-V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \\
& - V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}\big]
\end{aligned} \tag{C.3}
$$

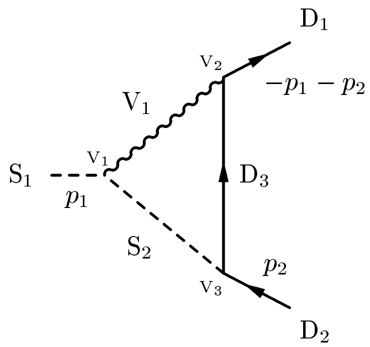
Fermion-Skalar-Vektorboson



$$
\begin{aligned}
= & B_0\big(m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_2^2\big) \cdot \\
& \big[-V_1^{\mathrm{LL}}\big] \\
+ & C_{11}\big(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
& \big[V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
& - V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}^2 \\
& + V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&+ V_1^{\mathrm{RR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
+&C_{12}\left(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\right) \cdot \\
&\big[-V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
&+ V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}^2 \\
&- V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&- 2 \cdot V_1^{\mathrm{RR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
+&C_0\left(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\right) \cdot \\
&\big[-V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{S}_2}^2 \\
&+ V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}^2 \\
&- V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&+ V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&- V_1^{\mathrm{RR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big]
\end{aligned}
\tag{C.4}
$$

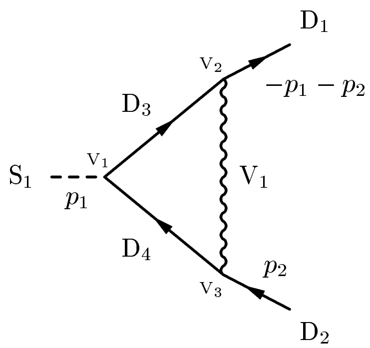
Fermion-Vektorboson-Skalar



$$
\begin{aligned}
&+ B_0\left(m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_2^2\right) \cdot \\
&\quad\big[V_1^{\mathrm{RL}}\big] \\
&+C_{11}\left(m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\right) \cdot \\
&\quad\big[V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&\quad+ V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&\quad+ 3 \cdot V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
&\quad- V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_2}^2 \\
&\quad- V_1^{\mathrm{RR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
&+C_{12}\left(m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\right) \cdot \\
&\quad\big[V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&\quad- V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
&\quad+ V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_1}^2 \\
&\quad- V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_2}^2 \\
&\quad+ V_1^{\mathrm{RR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
&+C_0\left(m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{S}_2}^2, m_{\mathrm{D}_3}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\right) \cdot \\
&\quad\big[2 \cdot V_1^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&\quad+ 2 \cdot V_1^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&\quad+ 2 \cdot V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- 2 \cdot V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{D}_2}^2 \\
&+ V_1^{\mathrm{RL}} \cdot m_{\mathrm{V}_1}^2 \\
&- 2 \cdot V_1^{\mathrm{RR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \big]
\end{aligned}
\tag{C.5}
$$

Vektorboson-Fermion-Fermion



$$
\begin{aligned}
&= B_0\big(m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, p_2^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[2 \cdot V^{\mathrm{LRL}}\big] \\
&\quad +B_0\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, p_{12}^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[2 \cdot V^{\mathrm{LRL}}\big] \\
&\quad +C_{11}\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[2 \cdot V^{\mathrm{LLL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&\qquad - 2 \cdot V^{\mathrm{LRR}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&\qquad + 2 \cdot V^{\mathrm{RLL}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&\qquad - 2 \cdot V^{\mathrm{RRR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
&\quad +C_{12}\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[2 \cdot V^{\mathrm{LRR}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \cdot m_{\mathrm{D}_2} \\
&\qquad + 2 \cdot V^{\mathrm{RRR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
&\quad +C_0\big(m_{\mathrm{D}_3}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, m_{\mathrm{V}_1}^2, p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[2 \cdot V^{\mathrm{LLL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_1} \\
&\qquad + 2 \cdot V^{\mathrm{LRL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3}^2 \\
&\qquad + 2 \cdot V^{\mathrm{LRL}} \cdot m_{\mathrm{D}_4}^2 \\
&\qquad - 2 \cdot V^{\mathrm{LRL}} \cdot m_{\mathrm{S}_1}^2 \\
&\qquad + 4 \cdot V^{\mathrm{RRL}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \\
&\qquad - 2 \cdot V^{\mathrm{RRR}} \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_2}\big] \\
&- 2 \cdot V^{\mathrm{LRL}}
\end{aligned}
\tag{C.6}
$$

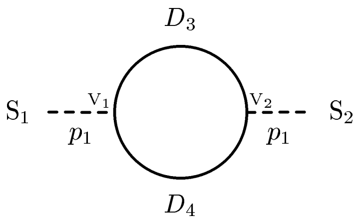
C.2 Skalare Selbstenergien

Der durch die Diagramm fließende Impuls wird mit p_1 identifiziert, die Abkürzungen für die Vertexfaktoren entsprechen den in (C.1) definierten. Der linke Vertex wird mit V_1 und der rechte mit V_2 bezeichnet.

Die Namen der einzelnen Graphen sind aus den beiden virtuellen Teilchen abgeleitet.

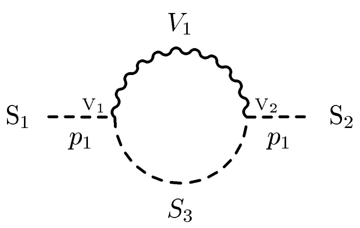
Wie bei den Vertexgraphen wurde bei jedem Graphen ein Faktor $16\pi^2/i$ unterdrückt.

Fermion-Fermion



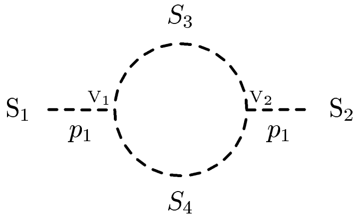
$$
\begin{aligned}
&= A\big(m^2_{\mathrm{D}_3}\big) \cdot \big[-V_1^L V_2^R - V_1^R V_2^L\big] \\
&+ A\big(m^2_{\mathrm{D}_4}\big) \cdot \big[-V_1^L V_2^R - V_1^R V_2^L\big] \\
&+ B_0\big(m^2_{\mathrm{D}_3}, m^2_{\mathrm{D}_4}, p_1^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[-2 \cdot V_1^L V_2^L \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_4} \\
&\qquad - V_1^L V_2^R \cdot m^2_{\mathrm{D}_3} \\
&\qquad - V_1^L V_2^R \cdot m^2_{\mathrm{D}_4} \\
&\qquad + V_1^L V_2^R \cdot m^2_{\mathrm{S}_1} \\
&\qquad - V_1^R V_2^L \cdot m^2_{\mathrm{D}_3} \\
&\qquad - V_1^R V_2^L \cdot m^2_{\mathrm{D}_4} \\
&\qquad + V_1^R V_2^L \cdot m^2_{\mathrm{S}_1} \\
&\qquad - 2 \cdot V_1^R V_2^R \cdot m_{\mathrm{D}_3} \cdot m_{\mathrm{D}_4}\big]
\end{aligned} \tag{C.7}
$$

Skalar-Vektorboson



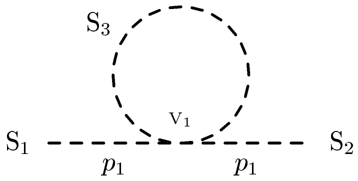
$$
\begin{aligned}
&= A\big(m^2_{\mathrm{S}_3}\big) \cdot \big[V_1 \cdot V_2\big] \\
&+ A\big(m^2_{\mathrm{V}_1}\big) \cdot \big[-2 \cdot V_1 \cdot V_2\big] \\
&+ B_0\big(m^2_{\mathrm{S}_3}, m^2_{\mathrm{V}_1}, p_1^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[-2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot m^2_{\mathrm{S}_1} \\
&\qquad - 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot m^2_{\mathrm{S}_3} \\
&\qquad + V_1 \cdot V_2 \cdot m^2_{\mathrm{V}_1}\big]
\end{aligned} \tag{C.8}
$$

Skalar-Skalar



$$
= B_0\big(m^2_{\mathrm{S}_3}, m^2_{\mathrm{S}_4}, p_1^2\big) \cdot \big[V_1 \cdot V_2\big] \tag{C.9}
$$

skalarer Tadpole

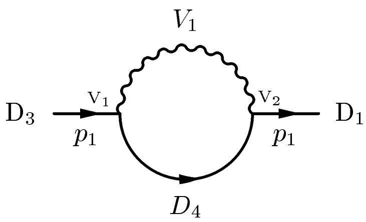


$$= A\big(m_{\mathrm{S}_3}^2\big) \cdot \big[-V_1\big] \tag{C.10}$$

C.3 Fermionische Selbstenergien

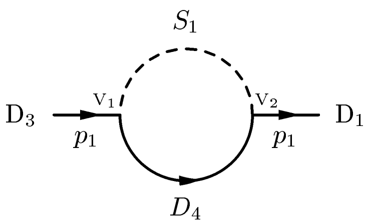
Die Abkürzungen entsprechen den in (C.1) definierten. Wiederum wurde ein Faktor $16\pi^2/i$ bei jedem Graphen unterdrückt.

Fermion-Vektorboson



$$\begin{aligned}
&= B_0\big(m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, p_1^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[-4 \cdot V^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} + 2 \cdot V^{\mathrm{RR}} \cdot \not{p}_1\big] \\
&+ B_1\big(m_{\mathrm{V}_1}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, p_1^2\big) \cdot \big[2 \cdot V^{\mathrm{RR}} \cdot \not{p}_1\big] \\
&+ 2 \cdot V^{\mathrm{LR}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} - V^{\mathrm{RR}} \cdot \not{p}_1
\end{aligned} \tag{C.11}$$

Fermion-Skalar



$$\begin{aligned}
&= B_0\big(m_{\mathrm{S}_1}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, p_1^2\big) \cdot \\
&\qquad \big[V^{\mathrm{LL}} \cdot m_{\mathrm{D}_4} + V^{\mathrm{RL}} \cdot \not{p}_1\big] \\
&+ B_1\big(m_{\mathrm{S}_1}^2, m_{\mathrm{D}_4}^2, p_1^2\big) \cdot \big[V^{\mathrm{RL}} \cdot \not{p}_1\big]
\end{aligned} \tag{C.12}$$

Anhang D

Feynmanregeln

Die Feynmanregeln wurden im wesentlichen aus [9, 10, 14] entnommen und durch die Familienmischungsmatrix W ergänzt. Die Ergänzungsregel lautet für Vertizes mit auftretenden u- und d-Quarks/Squarks

$$\Gamma(U_j, D_k^*) \longrightarrow \Gamma(U_j, D_k^*) \cdot W_{jk}^*, \qquad \Gamma(U_j^*, D_k) \longrightarrow \Gamma(U_j^*, D_k) \cdot W_{jk}.$$

Dabei ist $U = u$ oder $U = \widetilde{u}$ und $D = d$ oder $D = \widetilde{d}$.

In den Gleichungen (D.11)-(D.18) unterscheidet sich das Vorzeichen des Parameters μ, der in (2.2) definiert wird, von dem in [14].

Die Feynmanregeln (D.50)-(D.52) und (D.20)-(D.23) wurden wie in Kap. 2.4 beschrieben berechnet.

In einigen Feynmanregeln treten ladungskonjugierte Felder auf, die gemäß [28] behandelt wurden. Dabei entstehen neue Feynmanregeln, die zusammen mit den generischen Graphen aus Anhang C benutzt werden können. Für zwei Spinoren χ und ψ und einer Matrix Γ, die die Kopplung beinhaltet, lautet die Umformung

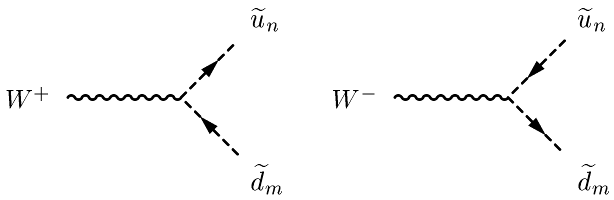
$$\overline{\chi}\Gamma\psi = \overline{\psi}^C \Gamma' \chi^C,$$

mit $\psi^C = C\overline{\psi}^T$ und

$$\Gamma' = C\Gamma^T C^{-1} = \eta\Gamma, \qquad \text{mit } \eta = \begin{cases} 1 & \text{für } \Gamma = \mathbf{1}, i\gamma_5, \gamma_\mu\gamma_5 \\ -1 & \text{für } \Gamma = \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu} \end{cases}. \tag{D.1}$$

Dabei ist C die Ladungskonjugationsmatrix aus (B.5).

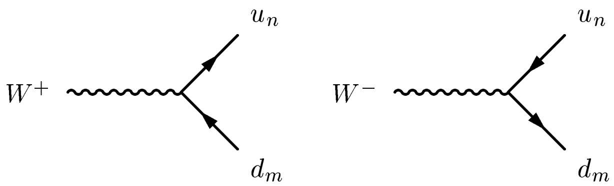
D.1 Vektorboson-Squark-Squark



$$\Gamma\Big(W^-\,(\widetilde{d}^L_m)^*\widetilde{u}^L_n\Big) = -\frac{ig}{\sqrt{2}}(p+p')^\mu \cdot W^*_{nm} \tag{D.2}$$

$$\Gamma\Big(W^+\,(\widetilde{u}^L_n)^*\widetilde{d}^L_m\Big) = -\frac{ig}{\sqrt{2}}(p+p')^\mu \cdot W_{nm} \tag{D.3}$$

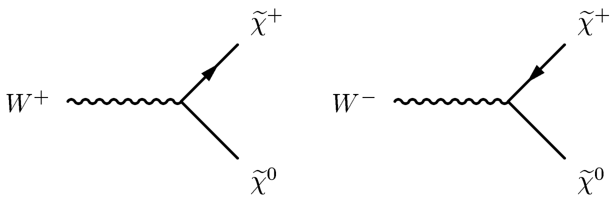
D.2 Vektorboson-Quark-Quark



$$\Gamma\Big(W^-\overline{d}_m u_n\Big) = -\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma^\mu \cdot \mathcal{P}_L \cdot W^*_{nm} \tag{D.4}$$

$$\Gamma\Big(W^+\overline{u}_n d_m\Big) = -\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma^\mu \cdot \mathcal{P}_L \cdot W_{nm} \tag{D.5}$$

D.3 Vektorboson-Neutralino-Chargino



$$\Gamma\Big(W^-\overline{\widetilde{\chi}_i^0}\widetilde{\chi}_j^+\Big) = ig\gamma^\mu\Big[O_{ij}^L\cdot\mathcal{P}_L + O_{ij}^R\cdot\mathcal{P}_R\Big] \qquad O_{ij}^L = \frac{-1}{\sqrt{2}}N_{i4}V_{j2}^* + N_{i2}V_{j1}^* \tag{D.6}$$

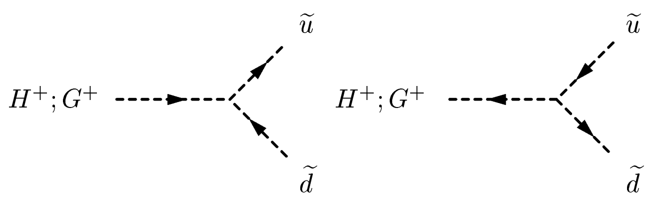
$$\Gamma\Big(W^+\overline{\widetilde{\chi}_j^+}\widetilde{\chi}_i^0\Big) = ig\gamma^\mu\Big[\big(O_{ij}^L\big)^*\cdot\mathcal{P}_L + \big(O_{ij}^R\big)^*\cdot\mathcal{P}_R\Big] \quad O_{ij}^R = \frac{1}{\sqrt{2}}N_{i3}^*U_{j2} + N_{i2}^*U_{j1} \tag{D.7}$$

$$\Gamma\Big(W^-\overline{\widetilde{\chi}_j^{+^C}}\widetilde{\chi}_i^0\Big) = -ig\gamma^\mu\Big[O_{ij}^L\cdot\mathcal{P}_R + O_{ij}^R\cdot\mathcal{P}_L\Big] \tag{D.8}$$

$$\Gamma\Big(W^+\overline{\widetilde{\chi}_i^0}\widetilde{\chi}_j^{+^C}\Big) = -ig\gamma^\mu\Big[\big(O_{ij}^L\big)^*\cdot\mathcal{P}_R + \big(O_{ij}^R\big)^*\cdot\mathcal{P}_L\Big] \tag{D.9}$$

(D.10)

D.4 $H^\pm/G^\pm$-Squark-Squark



$$\Gamma\Big(H^-\big(\widetilde{d}_m^L\big)^*\widetilde{u}_n^L\Big) = \frac{ig\,m_W}{\sqrt{2}}\left[\frac{m_{d_m}^2\tan\beta + m_{u_n}^2\cot\beta}{m_W^2} - \sin 2\beta\right]\cdot W_{nm}^* \tag{D.11}$$

$$\Gamma\Big(H^-\big(\widetilde{d}_m^R\big)^*\widetilde{u}_n^L\Big) = \frac{ig\,m_{d_m}}{\sqrt{2}m_W}\left(\mu + A_b\tan\beta\right)\cdot W_{nm}^* \tag{D.12}$$

$$\Gamma\Big(H^-\big(\widetilde{d}_m^L\big)^*\widetilde{u}_n^R\Big) = \frac{ig\,m_{u_n}}{\sqrt{2}m_W}\left(\mu + A_t\cot\beta\right)\cdot W_{nm}^* \tag{D.13}$$

$$\Gamma\Big(H^-\big(\widetilde{d}_m^R\big)^*\widetilde{u}_n^R\Big) = \frac{ig\,m_{u_n}m_{d_m}}{\sqrt{2}m_W}\left(\cot\beta + \tan\beta\right)\cdot W_{nm}^* \tag{D.14}$$

$$\Gamma\Big(G^-\big(\widetilde{d}_m^L\big)^*\widetilde{u}_n^L\Big) = \frac{ig\,m_W}{\sqrt{2}}\left[\cos 2\beta + \frac{m_{u_n}^2 - m_{d_m}^2}{m_W^2}\right]\cdot W_{nm}^* \tag{D.15}$$

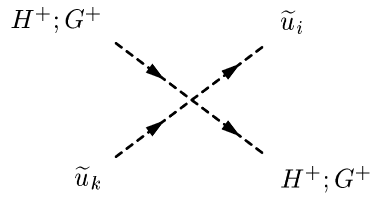
$$\Gamma\Big(G^-\big(\widetilde{d}_m^R\big)^*\widetilde{u}_n^L\Big) = \frac{ig\,m_{d_m}}{\sqrt{2}m_W}\left(\mu\tan\beta - A_b\right)\cdot W_{nm}^* \tag{D.16}$$

$$\Gamma\Big(G^-\big(\widetilde{d}_m^L\big)^*\widetilde{u}_n^R\Big) = \frac{ig\,m_{u_n}}{\sqrt{2}m_W}\left(A_t - \mu\cot\beta\right)\cdot W_{nm}^* \tag{D.17}$$

$$\Gamma\Big(G^-\big(\widetilde{d}_m^R\big)^*\widetilde{u}_n^R\Big) = 0 \tag{D.18}$$

(D.19)

D.5 Kopplung zw. zwei $H^{\pm}/G^{\pm}$ und zwei $\widetilde{u}$-Squarks



Die Kopplung wurde für den Spezialfall $i \neq j$ berechnet. Es treten zusätzliche Terme auf, falls die Familienmischungsmatrix diagonal ist [14].

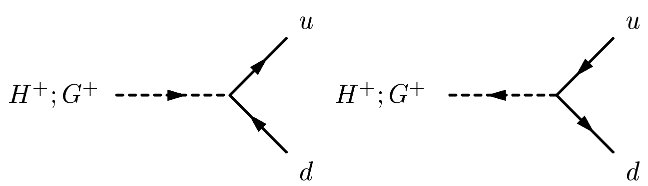
$$\Gamma\Big(\big(H^+\big)^* H^+ \big(\widetilde{u}_l^L\big)^* \widetilde{u}_k^L\Big) = -\frac{ig^2}{2} \frac{(m_{d_j})^2}{m_W^2} \tan^2\beta \cdot W_{kj}^* \cdot W_{lj} \tag{D.20}$$

$$\Gamma\Big(\big(H^+\big)^* H^+ \big(\widetilde{u}_l^R\big)^* \widetilde{u}_k^R\Big) = -\frac{ig^2}{2} \frac{m_{u_l}\, m_{u_k}}{m_W^2} \cot^2\beta \cdot W_{kj}^* \cdot W_{lj} \tag{D.21}$$

$$\Gamma\Big(\big(G^+\big)^* G^+ \big(\widetilde{u}_l^L\big)^* \widetilde{u}_k^L\Big) = -\frac{ig^2}{2} \frac{(m_{d_j})^2}{m_W^2} \cdot W_{kj}^* \cdot W_{lj} \tag{D.22}$$

$$\Gamma\Big(\big(G^+\big)^* G^+ \big(\widetilde{u}_l^R\big)^* \widetilde{u}_k^R\Big) = -\frac{ig^2}{2} \frac{m_{u_l}\, m_{u_k}}{m_W^2} \cdot W_{kj}^* \cdot W_{lj} \tag{D.23}$$

D.6 $H^{\pm}/G^{\pm}$-Quark-Quark



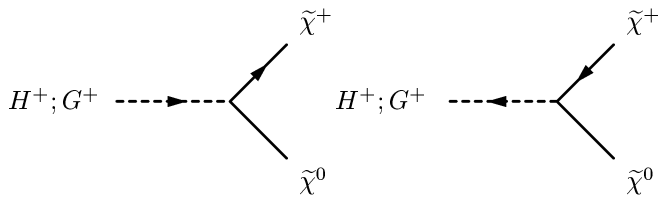
$$\Gamma\Big(H^+ \overline{u}_n d_m\Big) = \frac{ig}{\sqrt{2} m_W} \Big[m_{d_m} \tan\beta \cdot \mathcal{P}_R + m_{u_n} \cot\beta \cdot \mathcal{P}_L\Big] \cdot W_{nm} \tag{D.24}$$

$$\Gamma\Big(H^- \overline{d}_m u_n\Big) = \frac{ig}{\sqrt{2} m_W} \Big[m_{d_m} \tan\beta \cdot \mathcal{P}_L + m_{u_n} \cot\beta \cdot \mathcal{P}_R\Big] \cdot W_{nm}^* \tag{D.25}$$

$$\Gamma\Big(G^+ \overline{u}_n d_m\Big) = \frac{ig}{\sqrt{2} m_W} \Big[m_{u_n} \cdot \mathcal{P}_L - m_{d_m} \cdot \mathcal{P}_R\Big] \cdot W_{nm} \tag{D.26}$$

$$\Gamma\Big(G^- \bar{d}_m u_n\Big) = \frac{ig}{\sqrt{2} m_W} \Big[m_{u_n} \cdot \mathcal{P}_R - m_{d_m} \cdot \mathcal{P}_L\Big] \cdot W_{nm}^* \tag{D.27}$$

D.7 $H^{\pm}/G^{\pm}$-Chargino-Neutralino



$$\Gamma\left(H^-\overline{\widetilde{\chi}^0_i}\widetilde{\chi}^+_j\right) = \Gamma\left(H^-\overline{\widetilde{\chi}^{+C}_j}\widetilde{\chi}^0_i\right) = -ig\left[\left(Q'^L_{ij}\right)^*\cos\beta\cdot\mathcal{P}_L + Q'^R_{ij}\sin\beta\cdot\mathcal{P}_R\right] \tag{D.28}$$

$$\Gamma\left(H^+\overline{\widetilde{\chi}^+_j}\widetilde{\chi}^0_i\right) = \Gamma\left(H^+\overline{\widetilde{\chi}^0_i}\widetilde{\chi}^{+C}_j\right) = -ig\left[Q'^L_{ij}\cos\beta\cdot\mathcal{P}_R + \left(Q'^R_{ij}\right)^*\sin\beta\cdot\mathcal{P}_L\right] \tag{D.29}$$

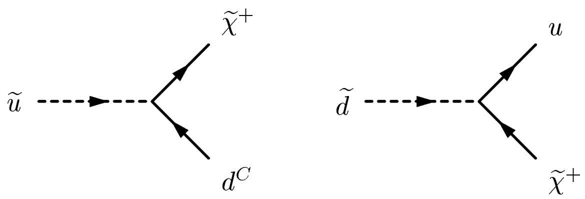
$$\Gamma\left(G^-\overline{\widetilde{\chi}^0_i}\widetilde{\chi}^+_j\right) = \Gamma\left(G^-\overline{\widetilde{\chi}^{+C}_j}\widetilde{\chi}^0_i\right) = -ig\left[\left(Q'^L_{ij}\right)^*\sin\beta\cdot\mathcal{P}_L - Q'^R_{ij}\cos\beta\cdot\mathcal{P}_R\right] \tag{D.30}$$

$$\Gamma\left(G^+\overline{\widetilde{\chi}^+_j}\widetilde{\chi}^0_i\right) = \Gamma\left(G^+\overline{\widetilde{\chi}^0_i}\widetilde{\chi}^{+C}_j\right) = -ig\left[Q'^L_{ij}\sin\beta\cdot\mathcal{P}_R - \left(Q'^R_{ij}\right)^*\cos\beta\cdot\mathcal{P}_L\right] \tag{D.31}$$

$$Q'^L_{ij} = N_{i4}V_{j1} + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(N_{i2} + N_{i1}\tan\theta_W\right)V_{j2} \tag{D.32}$$

$$Q'^R_{ij} = N_{i3}U_{j1} - \frac{1}{\sqrt{2}}\left(N_{i2} + N_{i1}\tan\theta_W\right)U_{j2} \tag{D.33}$$

D.8 Chargino-Quark-Squark



$$\Gamma\left(\widetilde{u}^L_n\overline{\widetilde{\chi}^+_j}d^C_m\right) = \Gamma\left(\widetilde{u}^L_n\overline{d}_m\widetilde{\chi}^{+C}_j\right) = ig\left[\frac{m_{d_m}U^*_{j2}}{\sqrt{2}m_W\cos\beta}\cdot\mathcal{P}_L - V_{j1}\cdot\mathcal{P}_R\right]\cdot W^*_{nm} \tag{D.34}$$

$$\Gamma\left(\widetilde{u}^R_n\overline{\widetilde{\chi}^+_j}d^C_m\right) = \Gamma\left(\widetilde{u}^R_n\overline{d}_m\widetilde{\chi}^{+C}_j\right) = ig\frac{m_{u_n}V_{j2}}{\sqrt{2}m_W\sin\beta}\cdot\mathcal{P}_R\cdot W^*_{nm} \tag{D.35}$$

$$\Gamma\left(\left(\widetilde{u}^L_n\right)^*\overline{d^C_m}\widetilde{\chi}^+_j\right) = \Gamma\left(\left(\widetilde{u}^L_n\right)^*\overline{\widetilde{\chi}^{+C}_j}d_m\right) = ig\left[\frac{m_{d_m}U_{j2}}{\sqrt{2}m_W\cos\beta}\cdot\mathcal{P}_R - V^*_{j1}\cdot\mathcal{P}_L\right]\cdot W_{nm} \tag{D.36}$$

$$\Gamma\left(\left(\widetilde{u}^R_n\right)^*\overline{d^C_m}\widetilde{\chi}^+_j\right) = \Gamma\left(\left(\widetilde{u}^R_n\right)^*\overline{\widetilde{\chi}^{+C}_j}d_m\right) = ig\frac{m_{u_n}V^*_{j2}}{\sqrt{2}m_W\sin\beta}\cdot\mathcal{P}_L\cdot W_{nm} \tag{D.37}$$

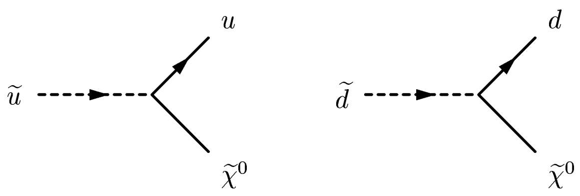
$$\Gamma\left(\widetilde{d}^L_m\overline{u}_n\widetilde{\chi}^+_j\right) = ig\left[\frac{m_{u_n}V^*_{j2}}{\sqrt{2}m_W\sin\beta}\cdot\mathcal{P}_L - U_{j1}\cdot\mathcal{P}_R\right]\cdot W_{nm} \tag{D.38}$$

$$\Gamma\left(\widetilde{d}^R_m \overline{u}_n \widetilde{\chi}^+_j\right) = ig\frac{m_{d_m} U_{j2}}{\sqrt{2} m_W \cos\beta} \cdot \mathcal{P}_R \cdot W_{nm} \tag{D.39}$$

$$\Gamma\left(\left(\widetilde{d}^L_m\right)^* \overline{\widetilde{\chi}^+_j} u_n\right) = ig\left[\frac{m_{u_n} V_{j2}}{\sqrt{2} m_W \sin\beta} \cdot \mathcal{P}_R - U^*_{j1} \cdot \mathcal{P}_L\right] \cdot W^*_{nm} \tag{D.40}$$

$$\Gamma\left(\left(\widetilde{d}^R_m\right)^* \overline{\widetilde{\chi}^+_j} u_n\right) = ig\frac{m_{d_m} U^*_{j2}}{\sqrt{2} m_W \cos\beta} \cdot \mathcal{P}_L \cdot W^*_{nm} \tag{D.41}$$

D.9 Neutralino-Quark-Squark



$$\begin{aligned}\Gamma\left(\widetilde{d}^*_L \overline{\widetilde{\chi}^0_i} d\right) &= \Gamma\left(\widetilde{d}^*_L \overline{d}^C \widetilde{\chi}^0_i\right)\\ &= -i\sqrt{2}\left\{\frac{g\, m_d N_{i3}}{2m_W \cos\beta} \cdot \mathcal{P}_R + \left[e e_d N'^*_{i1} - \frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{1}{2} + e_d \sin^2\theta_W\right) N'^*_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_L\right\}\end{aligned} \tag{D.42}$$

$$\Gamma\left(\widetilde{d}^*_R \overline{\widetilde{\chi}^0_i} d\right) = \Gamma\left(\widetilde{d}^*_R \overline{d}^C \widetilde{\chi}^0_i\right) = i\sqrt{2}\left\{\left[e e_d N'_{i1} - \frac{g e_d \sin^2\theta_W}{\cos\theta_W} N'_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_R - \frac{g\, m_d N^*_{i3}}{2m_W \cos\beta} \cdot \mathcal{P}_L\right\} \tag{D.43}$$

$$\begin{aligned}\Gamma\left(\widetilde{d}_L \overline{d} \widetilde{\chi}^0_i\right) &= \Gamma\left(\widetilde{d}_L \overline{\widetilde{\chi}^0_i} d^C\right)\\ &= -i\sqrt{2}\left\{\frac{g\, m_d N^*_{i3}}{2m_W \cos\beta} \cdot \mathcal{P}_L + \left[e e_d N'_{i1} - \frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{1}{2} + e_d \sin^2\theta_W\right) N'_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_R\right\}\end{aligned} \tag{D.44}$$

$$\Gamma\left(\widetilde{d}_R \overline{d} \widetilde{\chi}^0_i\right) = \Gamma\left(\widetilde{d}_R \overline{\widetilde{\chi}^0_i} d^C\right) = i\sqrt{2}\left\{\left[e e_d N'^*_{i1} - \frac{g e_d \sin^2\theta_W}{\cos\theta_W} N'^*_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_L - \frac{g\, m_d N_{i3}}{2m_W \cos\beta} \cdot \mathcal{P}_R\right\} \tag{D.45}$$

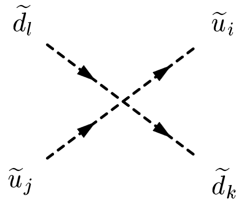
$$\begin{aligned}\Gamma\left(\widetilde{u}^*_L \overline{\widetilde{\chi}^0_i} u\right) &= \Gamma\left(\widetilde{u}^*_L \overline{u}^C \widetilde{\chi}^0_i\right)\\ &= -i\sqrt{2}\left\{\left[e e_u N'^*_{i1} + \frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{1}{2} - e_u \sin^2\theta_W\right) N'^*_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_L + \frac{g\, m_u}{2m_W \sin\beta} N_{i4} \cdot \mathcal{P}_R\right\}\end{aligned} \tag{D.46}$$

$$\Gamma\left(\widetilde{u}_R^* \overline{\widetilde{\chi}_i^0} u\right) = \Gamma\left(\widetilde{u}_R^* \overline{u}^C \widetilde{\chi}_i^0\right) = -i\sqrt{2}\left\{\frac{g\, m_u}{2m_W \sin\beta} N_{i4}^* \cdot \mathcal{P}_L - \left[e e_u N'_{i1} - \frac{g e_u \sin^2\theta_W}{\cos\theta_W} N'_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_R\right\} \quad (D.47)$$

$$\Gamma\left(\widetilde{u}_L \overline{u} \widetilde{\chi}_i^0\right) = \Gamma\left(\widetilde{u}_L \overline{\widetilde{\chi}_i^0} u^C\right) = -i\sqrt{2}\left\{\left[e e_u N'_{i1} + \frac{g}{\cos\theta_W}\left(\frac{1}{2} - e_u \sin^2\theta_W\right) N'_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_R + \frac{g\, m_u}{2m_W \sin\beta} N_{i4}^* \cdot \mathcal{P}_L\right\} \quad (D.48)$$

$$\Gamma\left(\widetilde{u}_R \overline{u} \widetilde{\chi}_i^0\right) = \Gamma\left(\widetilde{u}_R \overline{\widetilde{\chi}_i^0} u^C\right) = -i\sqrt{2}\left\{\frac{g\, m_u}{2m_W \sin\beta} N_{i4} \cdot \mathcal{P}_R - \left[e e_u N'^*_{i1} - \frac{g e_u \sin^2\theta_W}{\cos\theta_W} N'^*_{i2}\right] \cdot \mathcal{P}_L\right\} \quad (D.49)$$

D.10 Kopplung zwischen vier Squarks



Die Kopplung wurde für den Spezialfall $(i \neq j)$ berechnet. Im Fall einer diagonalen Familienmischungsmatrix treten zusätzliche Terme auf [29].

$$\Gamma\left[(\widetilde{u}_i^L)^* (\widetilde{d}_k^R)^* \widetilde{u}_j^L \widetilde{d}_l^R\right] = -\frac{i g^2 m_{d_k} m_{d_l}}{2 m_W^2 \cos^2\beta} \cdot W_{jk}^* \cdot W_{il} \quad (D.50)$$

$$\Gamma\left[(\widetilde{u}_i^R)^* (\widetilde{d}_k^L)^* \widetilde{u}_j^R \widetilde{d}_l^L\right] = -\frac{i g^2 m_{u_k} m_{u_l}}{2 m_W^2 \sin^2\beta} \cdot W_{jk}^* \cdot W_{il} \quad (D.51)$$

$$\Gamma\left[(\widetilde{u}_i^L)^* (\widetilde{d}_k^L)^* \widetilde{u}_j^L \widetilde{d}_l^L\right] = -\frac{i g^2}{2} \cdot W_{jk}^* \cdot W_{il} \quad (D.52)$$

Literaturverzeichnis

[1] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 19;
A. Salam, in: *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, Editor N. Svartholm, Stockholm, 1968.

[2] P. W. Higgs, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132, *Phys. Rev. Lett.* **13** (191964) 508, *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156;
R. Brout, F. Englert, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321;
T. W. B. Kibble, *Phys. Rev.* **155** (1967) 1554.

[3] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*, 2.nd Edition, Princeton Series in Physics, 1992.

[4] K. Hikasa, M. Kobayashi, *Phys. Rev.* **D36** (1987) 724.

[5] H.E. Haber, "Introductory Low-Energy Supersymmetry", in *Proc. of the 1992 Theoretical Advanced Study Institute in Particle Physics*, ed. J. Harvey and J. Polchinski, World Scientific, Singapore, 1993, 583.

[6] M. Kaku, *Quantum Field Theory*, Oxford University Press, New York, 1993.

[7] M. B. Green, J. H. Schwarz, E. Witten, *Superstring Theory*, Cambridge University Press, New York, 1987.

[8] H. P. Nilles, **hep-ph**/9511313.

[9] H.E. Haber, G.L. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1985) 75.

[10] J.F. Gunion, H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 1 (E: **B402** (1993) 567).

[11] I. Simonsen, **hep-ph**/9506369.

[12] M. Drees, *An Introduction to Supersymmetry*, KEK-TH-501.

[13] P. Fayet, J. Iliopoulus, *Phys. Lett.* **B51** (1984) 367.

[14] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Addison-Wesley 1990.

[15] A. Dabelstein, *Strahlungskorrekturen zum Higgs-Sektor im Standardmodell und minimalen supersymmetrischen Standardmodell*, Dissertation, München 1993, MPI-Ph/93-64;
A. Dabelstein, *Z. Phys.* **C67** (1995) 495.

[16] A. Brignole, J. Ellis, G. Ridolfi, F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B271** (1991) 123;
A. Brignole, *Phys. Lett.* **B277** (1992) 313.

[17] A. Denner, *Fortschr. Phys.* **41** (1993) 307.

[18] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields, Vol. I*, Cambridge University Press, 1995.

[19] R. M. Barnett et al., *Phys. Rev.* **D54** (1996) 1, and 1997 off-year partial update for the 1998 Edition available on the PDG WWW pages (URL: http://pdg.lbl.gov/).

[20] J. Porod, T. Wöhrmann, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 2907.

[21] G.J. van Oldenborgh, J.A.M Vermaseren, *Z. Phys.* **C46** (1990) 425;
G.J. van Oldenborgh, *FF a package to evaluate one-loop Feynman diagrams*, 1990, NIKHEF-H/90-15.

[22] E. Anderson, Z. Bai, C. Bischof, J. Demmel, J. Dongarra, J. Du Croz, A. Greenbaum, S. Hammarling, A. McKenney, S. Ostrouchov, D. Sorensen, `LAPACK` *Users' Guide*, SIAM, Philadelphia, 1992; (2. Auflage: 1994).

[23] W. de Boer et al., *Z. Phys.* **C71** (1996) 415.

[24] G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189;
C. Bollini, J. Giambagi, *Riv. Nuovo Cim.* **12B** (1972) 20;
J. Ashmore, *Riv. Nuovo Cim.* **Lett. 4** (1972) 289.

[25] G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B153** (1979) 365.

[26] C. Itzykson, J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York, 1980.

[27] J. C. Collins, *Renormalization*, Cambridge University Press, 1984.

[28] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, J. Küblbeck, *Nucl. Phys.* **B387** (1992) 467.

[29] J. Rosiek *Phys. Rev.* **D41** (1990) 3464; (E: **hep-ph**/9511259).

Danksagung

Hiermit möchte ich mich herzlich bei all denen bedanken, die an der Entstehung dieser Arbeit beteiligt waren.

Prof. W. Hollik danke ich für die Bereitstellung des Themas und die Betreuung vor allem gegen Ende der Arbeit, als es hektisch wurde.

Weiterhin möchte ich mich bei Prof. T. Mannel für die Übernahme des Korreferats bedanken.

Ganz besonders möchte ich Dominik Stöckinger für die zahllosen Diskussionen und Erläuterungen und das Korrekturlesen der Arbeit danken.

Arnd Kraft gebührt der Dank für seine Hilfsbereitschaft bei physikalischen und technischen Fragen und dem Korrekturlesen der Arbeit.

Torsten Blank und Georg Weiglein danke ich für ihre stete Diskussionsbereitschaft und ersterem weiterhin für seine Unterstützung bei vielen Computerproblemen.

Desweiteren möchte ich mich bei allen Mitgliedern der Institute für Theoretische Physik und Theoretische Teilchenphysik für die freundschaftliche und lockere Arbeitsatmosphäre bedanken.

Schließlich gilt der Dank meinen Eltern, nicht nur für ihre finanzielle Unterstützung während des Studiums.

Ich versichere, diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Gerrit Jahn
Karlsruhe, den 12. Mai 1998