Diplomarbeit

Supersymmetrische Einschleifen-QCD-Strahlungskorrekturen zur Top-Quark-Produktion am Fermilab Tevatron

verfaßt und vorgelegt von

Stefan Berge

Referent: Prof. Dr. W. Hollik
Korreferent: Prof. Dr. F. Klinkhamer

Institut für Theoretische Physik
Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

August 1999

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Das Ziel der Elementarteilchenphysik ist, die in der Natur vorkommenden Teilchen und ihre Wechselwirkungen zu beschreiben. Von besonderem Interesse ist hierbei die Vereinigung aller Phänomene in einem Modell, welches neben der starken und elektroschwachen Wechselwirkung auch die Gravitation mit einschließt.

Theorien mit lokaler Eichinvarianz haben sich bei der Beschreibung physikalischer Systeme als geeignet herausgestellt. Ein Modell, das viele Phänomene der bekannten Teilchen und Wechselwirkungen korrekt beschreibt, ist das Standardmodell [1, 2, 3, 4]. Diesem liegt eine nichtabelsche Eichtheorie zugrunde, die von den bekannten Wechselwirkungen lediglich die Gravitation nicht enthält. Das Standardmodell beinhaltet die Eichtheorien der starken Wechselwirkung $SU(3)_C$ sowie der elektroschwachen Wechselwirkung $SU(2)_I \times U(1)_Y$. Die $SU(2)_I \times U(1)_Y$-Symmetrie wird durch den Higgsmechanismus [5] spontan auf eine $U(1)_{em}$-Symmetrie gebrochen. Damit erhalten einige Teilchen eine Masse. Außerdem erhält man drei massive Eichbosonen, das neutrale Z-Boson sowie die beiden geladenen Bosonen W^+ und W^-. Als Konsequenz des Higgsmechanismus postuliert das Standardmodell ein ungeladenes, skalares Teilchen, das Higgs-Boson. Da das Higgs-Boson bisher experimentell noch nicht gefunden wurde, stellt dessen Suche eine der größten momentanen Herausforderungen der Elementarteilchenphysik dar.

Aufgrund der Tatsache, daß das Standardmodell einige theoretische Fragen offenläßt und die Gravitation als vierte Wechselwirkung nicht enthält, wird nach weiterführenden Theorien gesucht. Supersymmetrische Modelle [6, 7, 8, 9] könnten viele dieser offenen Fragen beantworten, insbesondere supersymmetrische Stringtheorien beinhalten die Gravitationswechselwirkung automatisch. Das minimale supersymmetrische Standardmodell (MSSM) [6, 10, 11, 12] ist das einfachste supersymmetrische Modell. Es stellt eine Beziehung zwischen den Fermionen, die dem Pauliprinzip unterliegen, und den Bosonen, die sich zu Kraftfeldern überlagern, her und postuliert zu jedem fermionischen Standardmodellteilchen ein bosonisches Partnerteilchen sowie zu jedem Boson ein fermionisches Superteilchen. Weiterhin wird ein zweites Higgsdublett mit den entsprechenden fermionischen Superpartnern eingeführt.

Allerdings kann die Supersymmetrie keine exakte Theorie sein, denn zu jedem Teilchen müßte ein Superteilchen mit gleicher Masse existieren. Superpartner mit gleicher Masse wurden im Experiment jedoch nicht gefunden. Sollte die Natur supersymmetrisch sein, so muß diese Symmetrie gebrochen sein. Diese Brechung darf allerdings nur „sanft“ sein, möchte man die Aufhebung der quadratischen Divergenzen zu skalaren Selbstenergien nicht verlieren. Dabei sollten die Massen der Superpartner nicht viel größer als 1 TeV sein. Es wäre also mit den momentan oder in naher Zukunft zur Verfügung stehenden Beschleunigern (Fermilab Tevatron, LHC) möglich, Supersymmetrie bei niedrigen Energien zu widerlegen oder zu bestätigen.

Um Supersymmetrie nachzuweisen, kann man entweder versuchen die supersymmetrischen Teilchen direkt im Experiment festzustellen oder ihren Einfluß auf die bekannten Standardmodellprozesse zu messen. In der Störungstheorie können Wirkungsquerschnitte zu Streuprozessen hochenergetischer Teilchen berechnet werden. Strahlungskorrekturen zur niedrigsten Ordnung durch virtuelle Teilchen verändern die Größe der Wirkungsquerschnitte. Durch Vergleich der theoretischen Vorhersagen mit dem Experiment können Rückschlüsse auf die zugrundeliegenden physikalischen Gesetze gezogen werden. Sollte die Natur supersymmetrisch sein, und sollten dementsprechend supersymmetrische Partnerteilchen existieren, dann könnten diese bei geeigneten Massen eine Korrektur erzeugen, die als eine Abweichung vom Standardmodell im Experiment festgestellt werden kann.

Die Messung des Wirkungsquerschnitts der Produktion von Top-Quark-Antiquark-Paaren ist eine der vielen Streureaktionen, die die Möglichkeit bieten, Supersymmetrie zu testen. In Hochenergiecollidern wie dem Fermilab Tevatron und dem zukünftigen LHC werden $t\bar{t}$-Paare durch die Streuung von Hadronen erzeugt. Am Tevatron werden dafür Protonen und Antiprotonen, am LHC nur Protonen verwendet. Die partonischen Unterprozesse dieser Hadron-Hadron-Streuungen sind entweder die Quark-Antiquark-Annihilation oder die Gluon-Fusion. Am Tevatron dominieren die $q\bar{q}$-Streuprozesse, während am LHC der Streuprozeß der Gluonfusion als eine Folge der Partonverteilungsfunktion der hauptsächliche Prozeß ist.

Die Bornsche Näherung als niedrigste Ordnung der Störungstheorie wurde in [13] für die Gluonfusion und die Quark-Antiquark-Streuung berechnet. In [14] wurden der Einfluß der elektroschwachen Wechselwirkung des Standardmodells in Einschleifen-Ordnung auf die Bornprozesse $q\bar{q} \to t\bar{t}$ und $gg \to t\bar{t}$ studiert und die Auswirkungen auf den hadronischen Streuprozeß $pp \to t\bar{t}X$ diskutiert. Die Einschleifen-Korrekturen der Standard-QCD auf die betrachteten Streureaktionen wurden in [15] behandelt. Die supersymmetrischen elektroschwachen Korrekturen der Einschleifen-Ordnung zum Streuprezeß $q\bar{q} \to q\bar{q}$ wurden von [16] berechnet.

In der vorliegenden Arbeit werden die supersymmetrischen Einschleifen-QCD-Korrekturen der Streuung $q\bar{q} \to t\bar{t}$ berechnet und deren Einfluß auf den hadronischen Wirkungsquerschnitt der Proton-Antiproton-Streuung am Tevatron studiert. Berechnungen hierzu mit allerdings widersprüchlichen Ergebnissen wurden bereits in [17, 18, 19] durchgeführt, in [19] werden zudem die Beiträge der Vakuumpolarisation und der gekreuzten Boxdiagramme vernachlässigt.

In [17] verändern die supersymmetrischen QCD-Korrekturen für Squarkmassen von 100 GeV den Bornwirkungsquerschnitt bis zu 22%. In [18] werden sogar Korrekturen bis zu 44% angegeben. Diese hohen Korrekturen werden zwar nur für sehr leichte Squarks von ca. 50 GeV erreicht, aber auch für Squarkmassen von 100 GeV werden noch Korrekturen bis 25 % erwartet.

In [17] und [18] werden alle QCD-Einschleifengraphen berücksichtigt. Die analytischen Ergebnisse dieser Arbeiten unterscheiden sich allerdings um ein Vorzeichen in den Termen der direkten und gekreuzten Boxdiagramme. So addieren sich die Boxdiagramme in [18] konstruktiv und besitzen ein positives Vorzeichen in Bezug auf den Borngraphen, während in [17] der Term der direkten Boxdiagramme ein positives und der Term der gekreuzten Diagramme ein negatives Vorzeichen in Bezug auf das Borndiagramm besitzen.

Die Motivation der vorliegenden Arbeit liegt nun darin, die supersymmetrischen Einschleifen-QCD-Korrekturen erneut analytisch zu berechnen und anschließend die vorhandenen Ergebnisse zu überprüfen, da diese in den bestehenden Arbeiten [17, 18, 19] nicht übereinstimmen.

In Kapitel 2 der vorliegenden Arbeit wird das Standardmodell $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ vorgestellt. Der Wirkungsquerschnitt der Hadron-Hadron-Streuung berechnet sich aus dem partonischen Wirkungsquerschnitt und den Partonverteilungsfunktionen der beteiligten Hadronen. Der dafür benötigte Formalismus zur Berechnung wird ebenfalls in Kapitel 2 angegeben. In Kapitel 3 werden das MSSM eingeführt und die Gleichungen zur Berechnung der Squarkmassen und Squarkmischungswinkel angegeben.

Die relativen Vorzeichen der direkten Boxdiagramme und der gekreuzten Boxdiagramme werden ausführlich in Kapitel 4 diskutiert. Die Feynmandiagramme des Born- und der Boxgraphen werden aus der allgemeinen N-Punkt-Greenfunktion abgeleitet. Danach werden die ermittelten Ergebnisse mit den Arbeiten von [17, 18, 19] verglichen.

In Kapitel 5 und 6 werden der partonische und hadronische Streuprozeß behandelt und die numerischen Ergebnisse angegeben. Die berechneten analytischen Ergebnisse sind in Anhang C aufgeführt. Zum direkten Vergleich der numerischen Ergebnisse mit [17] und [18] wurde ein Fortranprogramm mit den in diesen Arbeiten verwendeten Parametern geschrieben. Die sich damit ergebenden numerischen Werte werden mit den in Kapitel 3 ermittelten relativen Vorzeichen der Boxdiagramme zum direkten Vergleich in Anhang D dargestellt.

Kapitel 2

Das Standardmodell

2.1 Teilchen und Felder

Die Elementarteilchen und ihre Wechselwirkungen werden im Rahmen von relativistischen Quantenfeldtheorien behandelt. Das derzeit erfolgreichste Modell der Teilchen und ihrer Wechselwirkungen[1] ist das Standardmodell (SM).

Das Standardmodell wird durch die nichtabelschen Eichgruppen $SU(3)_C$ und $\mathrm{SU}(2)_I$ sowie die abelsche Eichgruppe $\mathrm{U}(1)_Y$ beschrieben. Die $SU(2)_I \times U(1)_Y$-Gruppe bildet die Eichgruppe der elektroschwache Wechselwirkungen. Die Erzeugenden dieser Gruppe sind die Pauli-Matrizen σ^i (i=1,2,3) für die $SU(2)_I$ und die schwache Hyperladung Y für die $U(1)_Y$. Die Erzeugenden der Eichgruppe $SU(3)_C$ sind die acht Matrizen T^a $(a = 1, \ldots, 8)$ mit $T^a = \lambda^a/2$ und den Gell-Mann-Matrizen λ^a $(a = 1, \ldots, 8)$ aus Anhang A.3.1. Diese vertauschen mit den Erzeugenden der $\mathrm{SU}(2)_I \times \mathrm{U}(1)_Y$-Gruppe. Zusammen bilden T^a, σ^i und Y die Eichgruppe

$$SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y \ .$$

Die Teilchen- und Eichfelder des Standardmodelles sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt. Die Fermionen sowie deren Antiteilchen bilden bezüglich der $SU(2)_I$ linkshändige (Index L) Dubletts und rechtshändige (Index R) Singletts. Rechtshändige Neutrinos sowie linkshändige Antineutrinos sind in diesem Modell nicht vorhanden, da sie im Experiment nicht beobachtet wurden[2].

2.2 Die Lagrangedichte des Standardmodells

Im Standardmodell betrachtet man die Quarks und Leptonen als fundamentale Fermionen. Jedem dieser Teilchen entspricht ein Dirac-Feldoperator. Zur Beschreibung des Standardmodells durch eine Eichtheorie beginnt man mit einer Lagrangedichte für Dirac-

[1] Die Gravitationswechselwirkung ist wie erwähnt nicht enthalten.

[2] Erste Anzeichen, daß rechtshändige Neutrinos doch vorkommen könnten, gibt es seit kurzem aus dem Superkamiokande-Experiment [20].

Felder		Q	$SU(3)_C$	$SU(2)_I$	$U(1)_Y$
Leptonen	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix}$	1	2	-1
	$e_R \quad \mu_R \quad \tau_R$	-1	1	1	-2
Quarks	$\begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}$	$\begin{matrix} 2/3 \\ -1/3 \end{matrix}$	3	2	$1/3$
	$\begin{matrix} u_R & c_R & t_R \\ d_R & s_R & b_R \end{matrix}$	$\begin{matrix} 2/3 \\ -1/3 \end{matrix}$	3	1	$\begin{matrix} 4/3 \\ -2/3 \end{matrix}$
Eichbosonen	B_μ	0	1	1	0
	$W^i_\mu (i = 1, 2, 3)$	0	1	3	0
	$G^a_\mu (a = 1, \ldots, 8)$	0	8	1	0
Higgs	$\begin{pmatrix} \phi^\dagger \\ \phi^0 \end{pmatrix}$	0	1	2	1

Tabelle 2.1: *Teilchen und Felder des Standardmodells. Es ist i der Index der Generatoren der $SU(2)_I$ und a der der $SU(3)_C$. Q gibt die Ladung der Felder an. Für die Eichgruppen $SU(2)_I$ und $SU(3)_C$ bezeichnen die darunter angegebenen Zahlen die Dimension der Darstellung und für die $U(1)_Y$ bezeichnen sie die Hyperladung des Feldes.*

Spinoren ψ

$$\mathcal{L}_0 = i\overline{\psi}\not{\partial}\psi \tag{2.1}$$

mit $\psi = \psi(x)$, x als Orts-Vierervektor und $\psi \in (l, q)$. Hier steht l für alle Leptonen $(e, \mu, \tau, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$ und q für alle Quarks (u, c, t, d, s, b). Mit den Dirac Matrizen γ^μ (A.12) erhält man: $\not{\partial} = \partial_\mu \gamma^\mu$ und $\overline{\psi} = \psi^\dagger \gamma_0$.

Aus verschiedenen Experimenten erhält man, daß Quarks gegenüber den Leptonen einen weiteren Freiheitsgrad besitzen müssen. Dieser wird als die Farbladung bezeichnet, und man benötigt drei Farbfreiheitsgrade, die mit rot, grün und blau bezeichnet werden:

$$q = \begin{pmatrix} q_r(x) \\ q_g(x) \\ q_b(x) \end{pmatrix} . \tag{2.2}$$

Die $SU(3)_C$-Symmetrie wirkt auf die Farbindizes der Quarks, so daß diese ein Triplett bezüglich der $SU(3)_C$ bilden. Die Leptonen sind Singletts, da sie an der starken Wechselwirkung nicht teilnehmen und somit farbneutral sind. Die Lagrangedichte $\mathcal{L}_0$ (2.1) ist invariant unter einer SU(3)-Transformation im Farbraum

$$\begin{pmatrix} q_r(x) \\ q_g(x) \\ q_b(x) \end{pmatrix} \rightarrow U_C \begin{pmatrix} q_r(x) \\ q_g(x) \\ q_b(x) \end{pmatrix}, \quad \text{mit} \quad UU^\dagger = 1,\ \det U = 1\ , \tag{2.3}$$

wenn U_C eine konstante, von x unabhängige Matrix ist. Damit ist die Achsenrichtung im Farbraum frei wählbar, sie muß allerdings zu allen Zeiten und an allen Orten gleich gewählt werden. Für die weiteren Betrachtungen wird der Farbindex der Quarks unterdrückt, um unübersichtliche Ausdrücke zu vermeiden.

Als Ansatz der $SU(2)_I \times U(1)_Y$-Gruppe wählt man wieder die Lagrangedichte (2.1). Mit den Chiralitätsoperatoren $\omega_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)$ und $\omega_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)$ und der γ_5-Matrix (A.12) können alle Fermionoperatoren ψ in einen linkshändigen und einen rechtshändigen Anteil zerlegt werden:

$$\psi(x) \ = \ \psi_L(x) + \psi_R(x) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} \psi_L(x) = \omega_L\,\psi(x) = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi(x) \\ \psi_R(x) = \omega_R\,\psi(x) = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi(x)\ . \end{cases} \tag{2.4}$$

Man kann die linkshändigen Anteile zu schwachen Isodubletts, wie sie in Tabelle 2.1 angegeben sind, zusammenfassen. Die rechtshändigen Anteile sind Isosingletts. Die Symmetriegruppe dieser durch den schwachen Isospin gebildeten Gruppe ist die Eichgruppe $SU(2)_I$. Die Tranformationseigenschaften der Quarks bezüglich der $SU(3)_C$ werden durch die $SU(2)_I$ nicht beeinflußt, da die erzeugenden Operatoren beider Gruppen miteinander vertauschen. Die Lagrangedichte (2.1) läßt sich damit schreiben als

$$\mathcal{L}_0 \ = \ i\overline{\psi}_L \partial\!\!\!/ \psi_L + i\overline{\psi}_R \partial\!\!\!/ \psi_R \qquad \text{mit} \quad \psi_R \ = \psi_{R\pm},\ \psi_L \ = \ \begin{pmatrix} \psi_{L+} \\ \psi_{L-} \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

wobei $\psi = \psi(x)$ ist und $\psi_L = (l_L, q_L)$ die in Tabelle 2.1 angegebenen Fermiondubletts sowie $\psi_R = (l_R, q_R)$ die angegebenen Fermionsingletts sind. Die Lagrangedichte (2.5) ist invariant unter beliebigen von x unabhängigen $SU(2)_I$-Transformationen U_I im Raum von ψ_{L+} und ψ_{L-}:

$$\begin{pmatrix} \psi_{L+} \\ \psi_{L-} \end{pmatrix} \rightarrow U_I \begin{pmatrix} \psi_{L+} \\ \psi_{L-} \end{pmatrix}. \tag{2.6}$$

Sie ist allerdings bezüglich $SU(2)_I$ nur invariant, wenn ψ_{L+} und ψ_{L-} zu allen Zeiten und an allen Orten gleich redefiniert werden.

$\mathcal{L}_0$ (2.5) ist weiterhin unter zwei Phasentransformationen, also zwei U(1)-Transformationen, invariant. Da dies auf zwei weitere Eichbosonen führen würde, in der Natur aber nur ein Eichboson, das Photon, beobachtet wird, betrachtet man eine spezielle Kombination von Phasenfaktoren $\chi\, Y_L/2$ und $\chi\, Y_R/2$:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \psi_{L+} \\ \psi_{L-} \end{pmatrix} \ &\rightarrow \ U_Y^L \begin{pmatrix} \psi_{L+} \\ \psi_{L-} \end{pmatrix} \qquad &&\text{mit} \quad U_Y^L \ = \ e^{i\chi\, Y_L/2}, \\ \psi_R \ &\rightarrow \ U_Y^R \psi_R &&\text{mit} \quad U_Y^R \ = \ e^{i\chi\, Y_R/2}, \end{aligned} \tag{2.7}$$

wobei Y_L und Y_R speziell gewählte Zahlen sind. Der erzeugende Operator dieser $U(1)$-Gruppe ist die schwache Hyperladung Y, die mit der Ladung Q durch die Gell-Mann-Nishijima Relation $Q = I_3 + \frac{Y}{2}$ verbunden ist.

Die in (2.5) gegebene Lagrangedichte ist für alle drei Symmetriegruppen invariant, wenn U nicht vom Ort abhängt: $U = \text{const}$. In der Feldtheorie werden aber die Wechselwirkungen durch lokale Felder beschrieben, eine Symmetrie sollte dementsprechend auch lokal gelten. Die Forderung der Eichtheorie ist, daß U auch von x abhängen kann und $\mathcal{L}$ dennoch invariant bleibt:

$$\begin{aligned} SU(3)_C: &\quad q(x) &&\to U_C(x)\, q(x), \\ SU(2)_I: &\quad \psi_L(x) &&\to U_I(x)\, \psi_L(x), \\ U(1)_Y: &\quad \psi(x) &&\to U_Y(x)\, \psi(x)\ . \end{aligned} \tag{2.8}$$

Für die Lagrangedichte $\mathcal{L}_0$ (2.5) gilt dies allerdings nicht, da die Ableitungen in $\mathcal{L}_0$ Zusatzterme verursachen:

$$\partial_\mu U(x)\psi(x) \;=\; U(x)\partial_\mu\psi(x) + (\partial_\mu U(x))\psi\ . \tag{2.9}$$

Die Invarianz kann jedoch durch Einführung von Eichfeldern wiederhergestellt werden. Dabei benötigt man jeweils soviele Eichfelder, wie die Eichgruppe erzeugende Operatoren besitzt. Im Falle der $SU(3)_C$ sind das 8 Eichfelder, die Gluonen $G^a_\mu(x)$ $(a = 1, \ldots, 8)$, für die $SU(2)_I$ benötigt man 3 Eichfelder W^i_μ mit $(i = 1, 2, 3)$ und für die $U(1)_Y$ das Eichfeld B_μ. Zur Kopplung der Eichfelder an die jeweiligen Fermionen ersetzt man die Ableitung ∂_μ in (2.5) durch die kovariante Ableitung:

$$\partial_\mu \;\to\; D_\mu \;=\; \partial_\mu + i g_s G^a_\mu(x)\frac{\lambda^a}{2} + i g_2 I_i W^i_\mu(x) + i g_1 \frac{Y}{2} B_\mu(x)\ . \tag{2.10}$$

Die dimensionslose Konstante g_s ist die Kopplungskonstante der $SU(3)_C$, g_2 die der $SU(2)_I$ und g_1 die der $U(1)_Y$. Sie bestimmen die Stärke der Wechselwirkung. λ^a sind die Gell-Mann-Matrizen und I_i die Isospinoperatoren. Die Lagrangedichte $\mathcal{L}$ ist durch den Schritt (2.10) wieder invariant, wenn man die Eichfelder $G^a_\mu(x)$, $W^i_\mu(x)$ und $B_\mu(x)$ entsprechend der Vorschrift

$$A_\mu(x) \;=\; U(x)A_\mu(x)U^\dagger(x) - \frac{i}{g}U(x)(\partial_\mu U^\dagger(x)), \quad A_\mu(x) \;=\; A^a_\mu(x)T^a \tag{2.11}$$

mit

$$(A^a_\mu, T^a, U, g) \in \left\{(G^a_\mu, \frac{\lambda^a}{2}, U_C, g_s); (W^i_\mu, I_i, U_I, g_2); (B_\mu, \frac{1}{2}, U_Y, g_1)\right\} \tag{2.12}$$

transformiert. Die Eichtheorie postuliert darüber hinaus, daß die Eichfelder selbst dynamische Felder sind. Mit dem Feldstärketensor $F_{\mu\nu} = \{G_{\mu\nu}, W_{\mu\nu}, B_{\mu\nu}\}$ und

$$F_{\mu\nu} \;=\; F^a_{\mu\nu}T^a \;=\; -\frac{i}{g}[D_\mu, D_\nu] \;=\; (\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu - g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu)T^a \tag{2.13}$$

erhält man den kinetischen Term der Eichfelder in der Lagrangedichte, der durch die Darstellung (2.13) ebenfalls invariant ist:

$$\mathcal{L}_{Eich} = -\frac{1}{2}Tr[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] = -\frac{1}{4}F^a_{\mu\nu}F^{\mu\nu,a} . \tag{2.14}$$

Die invariante Lagrangedichte $\mathcal{L}$ ist damit gegeben als

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{Fermion} + \mathcal{L}_{Eich}, \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Fermion} &= \sum_{f'=\{e,\mu,\tau\}} i(\bar{l}^{f'}_L \not{D}\, l^{f'}_L + \bar{l}^{f'}_R \not{D}\, l^{f'}_R) \\ &\quad + \sum_{f=\{u,c,t\}} i(\bar{q}^f_L \not{D}\, q^f_L + \bar{q}^f_R \not{D}\, q^f_R) + \sum_{F=\{d,s,b\}} i\,\bar{q}^F_R \not{D}\, q^F_R,\end{aligned} \tag{2.16}$$

$$\mathcal{L}_{Eich} = -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu,a} - \frac{1}{4}W^b_{\mu\nu}W^{\mu\nu,b} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} . \tag{2.17}$$

Wie man aus den Gleichungen (2.13) und (2.17) erkennen kann, gibt es für die Gluonfelder G^a_μ und die Eichfelder W^i_μ Selbstwechselwirkungsterme 3. und 4. Potenz. Für B_μ treten diese nicht auf, da die U(1) eine abelsche Eichgruppe und daher $f^{abc} = 0$ ist.

Bis hier hat man eine $SU(3)_C \times SU(2)_I \times SU(1)_Y$ Symmetrie für masselose Fermionen und Eichfelder erhalten. Da einige der beobachteten Teilchen jedoch massiv sind, müssen für die Felder in $\mathcal{L}$ noch Massenterme eingeführt werden. Würde man einen expliziten Massenterm in die Lagrangedichte $\mathcal{L}$ aufnehmen, so wäre die Eichinvarianz verletzt und führte zu einer nicht renormierbaren Theorie. Man postuliert stattdessen ein skalares farbneutrales Feld, das Higgs-Feld Φ, das bei Transformationen der schwachen Isospingruppe ein Dublett bildet

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^\dagger \\ \phi^0 \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

und einen nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert besitzt. Für das Higgs-Feld sucht man wieder eine Lagrangedichte, die invariant unter $SU(2)_I$-Transformationen ist und eine renormierbare Theorie erzeugt:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu\Phi^\dagger)(D^\mu\Phi) - V(\Phi), \tag{2.19}$$

mit der kovarianten Ableitung (2.10) und dem skalaren Potential

$$V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2. \tag{2.20}$$

Hier ist $\lambda > 0$. Für $\mu^2 < 0$ erhielte man ein skalares Feld mit niedrigstem Energiezustand null, was aber zu keiner Symmetriebrechung und somit zu keinen massiven Teilchen führen würde. Für $\mu^2 > 0$ erhält man ein Minimum des Potentials für unendlich viele Feldkonfigurationen, die alle die Gleichung $\Phi^\dagger\Phi = \rho^2\frac{1}{2}$ erfüllen. Wählt man aus diesen verschiedenen Zuständen einen speziellen aus, beispielsweise

$$\langle 0|\Phi|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\rho \end{pmatrix}, \tag{2.21}$$

so wird die $SU(2)_I \times U(1)_Y$-Gruppe durch diesen Grundzustand gebrochen, da dieser bei den vollen $SU(2)_I \times U(1)_Y$-Transformationen nicht mehr invariant ist. Nur die von $I_3 + Y/2$ erzeugte $U(1)$-Untergruppe läßt den Vakuumerwartungswert invariant:

$$e^{i\chi(x)(\frac{\tau}{2}+\frac{y_H}{2})} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\rho \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\rho \end{pmatrix} . \tag{2.22}$$

Diese Untergruppe ist die Eichgruppe der elektromagnetischen Wechselwirkung, die $U(1)_{em}$-Gruppe. Da das Higgs-Feld als farbneutral angenommen wird, bleibt die $SU(3)_C$-Gruppe ungebrochen und deshalb die Gluonen masselos. Die $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$-Gruppe wird somit spontan zu einer $SU(3)_C \times U(1)_{em}$-Gruppe gebrochen.

Durch den kinetischen Anteil der Higgs-Lagrangedichte erhalten einige Eichbosonen Masse. Man kann drei physikalisch massive Bosonen $W^\pm$, Z und ein masseloses Boson A, das Photon, bilden:

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2) , \qquad \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^3 \\ B \end{pmatrix} . \tag{2.23}$$

Der schwache Mischungswinkel θ_W ist mit den experimentellen W- und Z-Bosonen-Massen durch $\cos\theta_W = M_W/M_Z$ bestimmt. Außerdem erhält man aus dem reellen Teil von ϕ^0 ein neues Teilchen. Dies ist das elektrisch ungeladene und farbneutrale skalare Higgs-Boson mit Masse $M_H = \sqrt{2}\mu$.

Durch die Yukawa-Kopplung des Higgs-Feldes an die Fermionen erhalten diese ihre Masse. Diese Kopplung soll wieder so konstruiert sein, daß sie invariant unter $SU(2)_I \times U(1)_Y$-Transformationen ist. Eine solche Lagrangedichte ist

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yuk} = & - \sum_{f'=\{e,\mu,\tau\}} g^{f'} [(\bar{l}_L^{f'} \Phi) \, l_R^{f'} + \bar{l}_R^{f'} (\Phi^\dagger l_L^{f'})] - \sum_{f=\{u,c,t\}} g^f [(\overline{q}_L^f \tilde{\Phi}) \, q_R^f + \overline{q}_R^f \, \tilde{\Phi}^\dagger q_L^f] \\ & - \sum_{F=\{d,s,b\}} g^F [(\overline{q}_L^F \tilde{\Phi}) \, q_R^F + \overline{q}_R^F \, \tilde{\Phi}^\dagger q_L^F] \end{aligned} \tag{2.24}$$

mit dem Higgsfeld $\tilde{\Phi} = i\sigma_2\Phi^*$. Der Index f summiert über die oberen Quarks (u,c,t), der Index F über die unteren Quarks (d,s,b) der Quark-Dubletts. Die Yukawa-Kopplungskonstanten sind zu den Fermionmassen proportional: $m_i = g^i\rho/\sqrt{2}$. Die Neutrinos bleiben masselos, weil man die Kopplungskonstante null gesetzt hat.

Die Felder $\{d', s', b'\}$ in Tabelle 2.1 waren als Isospinpartner der Felder $\{u, c, t\}$ definiert. Die Felder $\{d', s', b'\}$ sind Linearkombinationen der Masseneigenzustände $\{d, s, b\}$ und werden mit diesen durch die Kobayashi-Maskawa-Matrix [3] verbunden:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = U_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} . \tag{2.25}$$

Will man die Lagrangedichte quantisieren, so ist dies für die darin enthaltenen Materiefelder unproblematisch. Bei der Quantisierung der Eichfelder muß jedoch zur Lagrangedichte ein Eichfixierungsterm $\mathcal{L}_{Fix}$ addiert werden. Die S-Matrix und alle anderen observablen

Größen hängen nicht von der Wahl der Eichung ab. Der Eichfixierungsterm stellt sich dar als

$$\mathcal{L}_{Fix} \;=\; -\frac{1}{2}\left(F_\gamma^2 + (F_G^a)^2 + F_Z^2 + 2F_+F_-\right). \tag{2.26}$$

In der R_ξ-Eichung sind die F-Terme (mit beliebigen Parametern ξ) gegeben als :

$$F_\gamma \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_\gamma}}\,\partial^\mu A_\mu\;, \qquad F_Z \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_Z}}\left(\partial^\mu Z_\mu - M_Z\xi_Z\chi\right), \tag{2.27}$$

$$F_G^a \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_G}}\,\partial^\mu G_\mu^a\;, \qquad F_\pm \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_W}}\left(\partial^\mu W_\mu^\pm \mp iM_W\xi_W\phi^\pm\right). \tag{2.28}$$

Im Falle einer abelschen Eichtheorie wie der $U(1)_{em}$ kann die Lagrangedichte jetzt konsistent quantisiert werden. Im Falle von nichtabelschen Eichtheorien ist ein weiterer Term in der Lagrangedichte nötig. Dieser beseitigt unphysikalische Freiheitsgrade, die sich in kovarianten Eichungen ergeben würden. Eine allgemeine Behandlung wurde von Faddeev und Popov [22] ausgeführt und führt zu

$$\mathcal{L}_{Geist} \;=\; \overline{\eta}_\alpha\,\frac{\delta F_\alpha}{\delta\theta_\beta(x)}\,\eta_\beta. \tag{2.29}$$

Die eingeführten Faddeev-Popov-Geistfelder $\eta_\gamma,\ \eta_G, \eta_Z$ und $\eta_\pm$ sind antikommutierende skalare Felder (Grassmann-Variablen), und die $\theta_\beta(x)$ legen eine lokale Eichtransformation fest. Eine Beschreibung der physikalischen Bedeutung der Geistfelder wird in [21] gegeben. In der 't Hooft-Feynman Eichung $\xi = 1$ fallen die Propagatoren der unphysikalischen Higgs-Felder χ und $\phi^\pm$ sowie die Geistfelder η_Z und $\eta_\pm$ mit denen der physikalischen Teilchen Z und $W^\pm$ zusammen. Der Propagator des Geistfeldes η_G entspricht dem eines neutralen masselosen Skalarteilchens. Dieses Geistfeld muß bei der Aufstellung der Feynman-Regeln der Quantenchromodynamik (QCD) berücksichtigt werden.

Die gesamte Lagrangedichte des Standardmodells ist somit aus den Gleichungen (2.16), (2.17), (2.19), (2.24), (2.26) und (2.29) als

$$\mathcal{L}_{SM} \;=\; \mathcal{L}_{Fermion} + \mathcal{L}_{Eich} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yuk} + \mathcal{L}_{Fix} + \mathcal{L}_{Geist} \tag{2.30}$$

gegeben.

2.3 Quantenchromodynamik

2.3.1 Lagrangedichte

Die Lagrangedichte der Quantenchromodynamik [23, 24] ergibt sich im Standardmodell aus Abschnitt 2.2 als

$$\mathcal{L} \;=\; -\frac{1}{4}G^a_{\mu\nu}G^{a,\mu\nu} - \frac{1}{2\xi}(\partial^\mu G^a_\mu)^2 + (\partial^\mu \overline{\eta}^a_1)D^{ab}_\mu \eta^b_2 + \overline{q}^i(i\gamma^\mu D^{ij}_\mu - m\delta^{ij})q^j \tag{2.31}$$

mit

$$G^a_{\mu\nu} \;=\; \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu - g_s f^{abc} G^b_\mu G^c_\nu \,, \tag{2.32}$$

wobei die kovarianten AbleitungenD^{ab}_μ und D^{ij}_μ in der selbstadjungierten bzw. fundamentalen Darstellung der $SU(3)_C$ gegeben sind:

$$D^{ab}_\mu \;=\; \delta^{ab}\partial_\mu + g_s f^{abc} G^c_\mu \;, \qquad D^{ij}_\mu \;=\; \partial_\mu + ig_s T^c G^c_\mu \;. \tag{2.33}$$

Hier sind G^a_μ die Gluonenfelder und η die Faddeev-Popov-Geistfelder der starken Wechselwirkung und q die Quarkfelder. Die Farb- und Flavorindizes werden zur übersichtlichen Darstellung unterdrückt. Wenn man die Lagrangedichte in einen freien ($\mathcal{L}_0$) und einen wechselwirkenden Teil ($\mathcal{L}_{int}$) zerlegt, ist diese wie folgt gegeben:

$$\mathcal{L} \;=\; \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int} \,, \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 \;=\;& -\frac{1}{4}(\partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu)(\partial^\mu G^{a\nu} - \partial^\nu G^{a\mu}) - \frac{1}{2\xi}(\partial^\mu G^a_\mu)^2 \\ & + (\partial^\mu \overline{\eta}^a_1)(\partial_\mu \eta^a_2) + \overline{q}^i(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)q^i \,, \end{aligned} \tag{2.35}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} \;=\;& \frac{g_s}{2} f^{abc}(\partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu)G^{b\mu}G^{c\nu} - \frac{g_s^2}{4} f^{abe} f^{cde} G^a_\mu G^b_\nu G^{c\mu} G^{d\nu} \\ & + g_s f^{abc}(\partial^\mu \overline{\eta}^a_1)\eta^b_2 G^c_\mu - g_s \overline{q}^i T^a_{ij}\gamma^\mu q^j G^a_\mu \,. \end{aligned} \tag{2.36}$$

Die vier in $\mathcal{L}_{int}$ auftretenden Wechselwirkungsterme repräsentieren die 3-Gluon-, 4-Gluon-, Geist-Gluon- und Quark-Gluon-Wechselwirkungen. Die sich daraus ergebenden Feynmanregeln sind in Abbildung 2.1 zusammengestellt.

2.3.2 Renormierung

Bei der Berechnung der Einschleifen-Strahlungskorrekturen wird über den inneren Schleifenimpuls integriert. Dabei treten divergente Terme auf, die für eine mathematische Behandlung regularisiert werden müssen. In dieser Arbeit wird die dimensionale Regularisierung verwendet. Durch Renormierung [23, 32] der Parameter und Felder der Lagrangedichte werden die Divergenzen beseitigt. Dadurch werden die Parameter und Felder der Lagrangedichte zu renormierten Parametern und Feldern. Für die in der Lagrangedichte auftretenden Counterterme, die die ursprünglichen Divergenzen aufheben, können Feynmanregeln aufgestellt werden, die im späteren Aufbau der Feynmangraphen

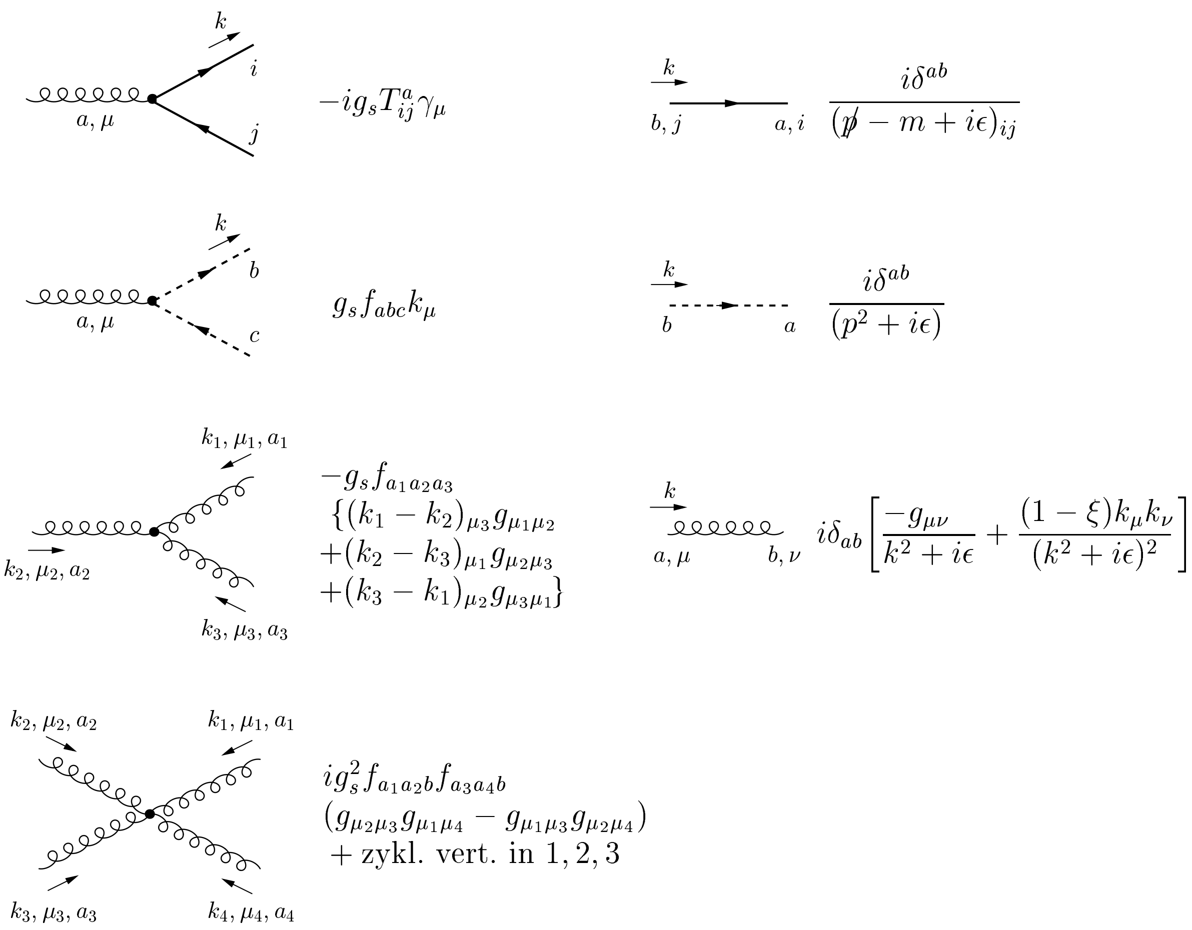


Abbildung 2.1: *Feynmanregeln der QCD*

der Streureaktion berücksichtigt werden müssen. Damit erhält man endliche Strahlungskorrekturen.

Die Felder $G^a_\mu, \eta^a_1, \eta^a_2$ und q der QCD-Lagrangedichte (2.34) werden neu definiert durch

$$G^a_\mu = Z_G^{1/2}\, G^a_{r\mu}\,, \tag{2.37}$$

$$\eta^a_{1,2} = Z_\eta^{1/2} \eta^a_{1,2r}\,, \tag{2.38}$$

$$q = Z_q^{1/2} q_r\,. \tag{2.39}$$

Die Konstanten Z_G, Z_η, und Z_q sind die Gluonfeld-, Geistfeld- und Quarkfeldrenormierungskonstanten. Die Parameter g_s, ξ und m werden definiert durch

$$g_s = Z_g\, g_{s,r}\,, \tag{2.40}$$

$$\xi = Z_G\, \xi_r\,, \tag{2.41}$$

$$m = Z_m\, m_r \tag{2.42}$$

mit den Kopplungs- und Massenrenormierungskonstanten Z_g und Z_m. Die Lagrangedichte läßt sich hiermit darstellen durch

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{0,r} + \mathcal{L}_{int,r} + \mathcal{L}_{ct} , \tag{2.43}$$

wobei $\mathcal{L}_{0,r}$ und $\mathcal{L}_{int,r}$ aus $\mathcal{L}_0$ und $\mathcal{L}_{int}$ hervorgehen, wenn die Größen $G^a_\mu, \eta^a_{1,2}, q, g_s, \xi$ und m durch die entsprechenden renormierten Größen $G^a_{r\mu}, \eta^a_{1,2r}, q_r, g_{s,r}, \xi_r$ und m_r ersetzt werden. Um die Feynmanregeln für die Counterterme zu erhalten, kann man die Counterterm-Lagrangedichte $\mathcal{L}_{ct}$ in der folgenden Form schreiben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{ct} = {} & (Z_G - 1)\frac{1}{2}\, G^{a\mu}_r \delta_{ab} \left(g_{\mu\nu}\partial^2 - \partial_\mu\partial_\nu\right) G^{b\nu}_r + (Z_\eta - 1)\, \overline{\eta}^a_{1r} \delta_{ab} \left(-\partial^2\right) \eta^b_{2r} \\
& + (Z_q - 1)\, \overline{q}^i_r \left(i\gamma^\mu\partial_\mu\right) q^i_r - (Z_q Z_m - 1)\, m_r\, \overline{q}^i_r q^i_r \\
& + (Z'_1 - 1)\, \frac{1}{2}\, g_{s,r} f^{abc} \left(\partial_\mu G^a_{r\nu} - \partial_\nu G^a_{r\mu}\right) G^{b\mu}_r G^{c\nu}_r \\
& - (Z_4 - 1)\, \frac{1}{4}\, g^2_{s,r} f^{abe} f^{cde} G^a_{r\mu} G^b_{r\nu} G^{c\mu}_r G^{d\nu}_r + (Z''_1 - 1)\, g_{s,r} f^{abc} \left(\partial^\mu \overline{\eta}^a_{1r}\right) \eta^b_{2r} G^c_{r\mu} \\
& - (Z_1 - 1)\, g_{s,r}\, \overline{q}^i_r T^a_{ij} \gamma^\mu q^j_r\, G^a_{r\mu} .
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Die neuen Renormierungskonstanten lauten:

$$\begin{aligned}
Z_1 &= Z_g Z_q Z_G^{1/2} \quad , & Z'_1 &= Z_g Z_G^{3/2}, \\
Z''_1 &= Z_g Z_\eta Z_G^{1/2} \quad , & Z_4 &= Z_g^2 Z_G^2 .
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Diese vier Konstanten stehen in dem Zusammenhang

$$\frac{Z'_1}{Z_G} = \frac{Z''_1}{Z_\eta} = \frac{Z_1}{Z_q} = \frac{Z_4}{Z'_1}, \tag{2.46}$$

welcher die Slavnov-Taylor-Identität [25, 26] darstellt. Sie garantiert die Universalität der renormierten Kopplungskonstante $g_{s,r}$.

2.3.3 Das MS und $\overline{\text{MS}}$ Renormierungschema

Die MS-Renormierungsbedingungen wurden von 't Hooft [27] eingeführt. Hierbei werden durch die Renormierungskonstanten die divergenten Terme, die proportional zu $1/\varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$ sind, in den Korrekturen eliminiert. Hierbei ist $\varepsilon = 4 - D$, wobei D die Dimension der Raum-Zeit angibt (vergleiche Anhang B).
Im Gegensatz dazu werden im $\overline{\text{MS}}$ die Terme eliminiert, die proportional zu

$$\Delta = \frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + \ln(4\pi) \tag{2.47}$$

sind, wobei $\gamma_E = 0,5772157\ldots$ die Euler-Konstante ist. Diese Kombination entsteht durch Anwendung der dimensionalen Regularisierung. So kann man zeigen, daß der Term (2.47) in allen Berechnungen zur Einschleifen-Ordnung auftritt. In dieser Arbeit wird das $\overline{\text{MS}}$-Renormierungschema zur Behandlung der UV-Divergenzen verwendet.

2.4 Perturbative QCD

2.4.1 Das Partonmodell

Der Wirkungsquerschnitt der Streureaktion eines Quark-Antiquark-Paares in ein Top-Quark-Antiquark-Paar kann experimentell nicht direkt gemessen werden, da Quarks oder Antiquarks nicht als freie Teilchenzustände vorliegen oder als freie Teilchen erzeugt werden können. Sie sind vielmehr in Mesonen, die man als Quark-Antiquark-Zustände auffassen kann, und in Baryonen als Zustände dreier Quarks gebunden. Dieses Verhalten wurde in zahlreichen Experimenten bestätigt. Die Quantenchromodynamik ist die formale Eichtheorie zur Beschreibung der starken Wechselwirkungen. Sie nennt Gründe dafür, daß die Mesonen und Baryonen die einzigen stabilen farbneutralen Zustände sind, da alle anderen Kombinationen von Quarks und Antiquarks entweder ein schwächeres oder sogar ein abstoßendes Potential aufweisen.

Präzise experimentelle Hinweise darauf, daß Baryonen und Mesonen aus kleineren, punktförmigen Teilchen, den Partonen, aufgebaut sein sollen, erhielt man erstmals in hochenergetischen Streuexperimenten Ende der 60er Jahre, insbesondere durch die tiefinelastische Lepton-Streuung am SLAC. Es zeigten die vermessenen Strukturfunktionen $F_i(\xi, Q^2)$ der Hadronen nahezu keine Abhängigkeit vom Quadrat des Viererimpuls-Übertrages Q. Ein solches Verhalten entspricht der elastischen Streuung von Punktteilchen. Man betrachtet die Hadronen demzufolge als aus Konstituenten (Partonen mit wohldefinierten Quantenzahlen) aufgebaute Teilchen, an denen die eigentliche Streuung stattfindet.

Feynman [28], Bjorken et al. [29], Drell et al. [30] und Landshoff et al. [31] führten zur Beschreibung dieser „harten“ Streureaktionen (Streuprozesse mit hohem Viererimpulsübertrag) das Parton-Modell ein. In diesem Modell nimmt man an, daß ein hoch-

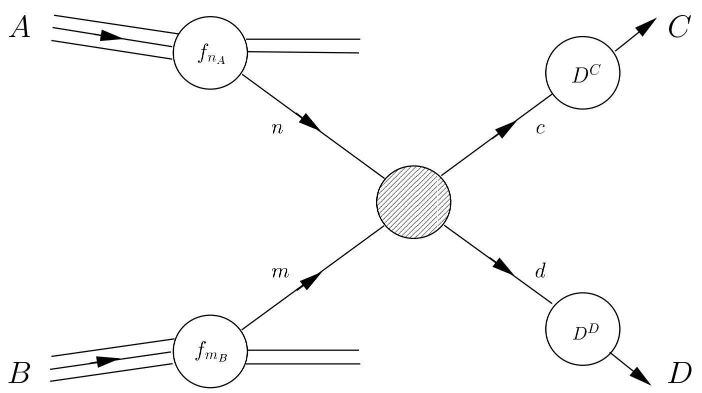


Abbildung 2.2: *Streuprozeß zweier Hadronen im Partonmodell $A + B \to C + D + X$ mit dem partonischen Unterprozeß $n+m \to c+d$, mit X werden die Fragmente der Hadronen bezeichnet; f_{n_A} und f_{m_B} sind die Verteilungsfunktionen der Hadronen A und B; D^C und D^D sind die Fragmentierungsfunktionen von c und d (falls c und d keine Leptonen sind)*

energetisches Hadron mit Viererimpuls $p_\mu = (p, 0, 0, p)$ aus einem Satz von Partonen in verschiedenen virtuellen Zuständen mit Impulsanteilen $\xi_i p_\mu$ mit $0 \leq \xi_i \leq 1$ aufgebaut ist.

Die Partonen bewegen sich vorrangig in der Bewegungsrichtung des Hadrons mit einem begrenzten Transversalimpuls und teilen sich den Dreierimpuls des Hadrons. Ein allgemeiner Streuprozeß zweier Hadronen A und B in die Endzustände C und D [3] mit einem großen Viererimpulsübertrag Q und weiteren Endzuständen X ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Das Partonmodell besagt, daß eine eigentliche Streuung von zwei Partonen n und m der Hadronen A und B stattfindet. Diese streuen in die Zustände c und d, die in die Endzustände C und D fragmentieren (im Falle von Leptonen findet diese Fragmentierung nicht statt). Die Endzustände X entstehen aus den nicht streuenden partonischen Teilen der Hadronen A und B des Anfangszustands.

Zur Begründung des Partonmodells wird das Argument angeführt, daß bei großen Viererimpulsüberträgen die Wechselwirkungszeit der Partonen wesentlich kleiner ist als die Zeitskala der Bindungseffekte im Anfangszustand und die Zeitskala der Fragmentierung im Endzustand ($T_A \gg \tau, T_F \gg \tau$) [33]. Die Lebensdauer eines virtuellen Partonzustands im Anfangszustand ist $T_A \sim \frac{Q}{m^2}$ ($m \sim 300$MeV). Während einer Zeit τ mit $\tau \sim \frac{1}{\sqrt{Q^2}}$ findet der Streuprozeß der Partonen statt. Die erzeugten Partonen c und d fragmentieren dann in die Zustände C und D mit einer Zeitdauer $T_F \sim \frac{1}{\Lambda_{QCD}}$ (Λ_{QCD} ist die QCD-Skala). Die Partonstreuung kann somit als unabhängiger Stoßprozeß angesehen werden. Bei Streuprozessen mit großen Viererimpulsüberträgen und den damit verbundenen kleinen Abständen ist aber außerdem $\alpha_s(Q^2)$ klein, so daß der partonische Streuprozeß im Rahmen der Störungstheorie berechnet werden kann. Der Wirkungsquerschnitt der Hadronstreuung (A und B) in die Endzustände c und d wird dann aus dem partonischen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{nm \to cd}(\xi_A P_A, \xi_B P_B, \alpha_s(\mu_R))$ und einer Verteilungsfunktion, nach der die Partonen n und m mit den geforderten Impulsanteilen in den Hadronen A und B aufzufinden sind, berechnet.

2.4.2 Verteilungsfunktion

Nimmt man wie im Parton-Modell beschrieben an, daß ein Hadron A mit dem Viererimpuls P_A aus Partonen aufgebaut ist, dann soll ein Parton n dieses Hadrons den Impulsanteil $\xi_A P_A$ mit $0 \leq \xi_A \leq 1$ am Gesamtimpuls besitzen und seine Verteilungsfunktion $f_{n_A}(\xi_A, \mu_F)$ sein (der Parameter μ_F wird später behandelt). Genauer gesagt gibt $f_{n_A}(\xi_A, \mu_F)\, d\xi_A$ die Anzahl der Partonen des Typs[4] n mit einem Impuls im Intervall zwischen $\xi_A P_A$ und $(\xi_A + d\xi_A) P_A$ an. Die Partonverteilungsfunktion muß demzufolge die Impulssummen-Regel

$$\sum_{\{n\}} \int_0^1 d\xi_A\, \xi_A\, f_{n_A}(\xi_A, \mu_F) \quad = \quad 1 \tag{2.48}$$

erfüllen, wobei $\sum_{\{n\}}$ die Summe über alle Partonen darstellt. Die Gleichung (2.48) entspricht der oben formulierten Annahme im Partonmodell, daß die Partonen sich den Dreierimpuls des Hadrons teilen.

Wie in Abbildung 2.2 dargestellt, soll Entsprechendes für ein Hadron B im Anfangszustand gelten. Es sei m ein beliebiges Parton dieses Hadrons mit Impulsanteil $\xi_B P_B$ und

[3] diese sind meistens Hadronenjets

[4] n ist entweder ein Quark, Antiquark oder Gluon

der Verteilungsfunktion $f_{m_B}(\xi_B, \mu_F)$. Der inklusive Wirkungsquerschnitt $\sigma(AB \to cd+X)$ der Streuung der Hadronen in die Endzustände c und d ist durch den Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{nm\to cd}(\xi_A P_A, \xi_B P_B, \alpha_s(\mu_R))$ des eigentlich stattfindenden partonischen Streuprozesses, die Partonverteilungsfunktionen und die Summation über alle möglichen Paare von Partonkombinationen (n,m) gegeben:

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) &= \sum_{n,m} \int_0^1 d\xi_A \int_0^1 d\xi_B \; f_{n_A}(\xi_A, \mu_F) f_{m_B}(\xi_B, \mu_F) \times \\ &\qquad \hat{\sigma}_{nm\to cd}(\xi_A P_A, \xi_B P_B, \alpha_s(\mu_R)). \qquad (2.49)\end{aligned}$$

Die Gleichung (2.49) beinhaltet bereits das Theorem der Faktorisierung, denn anders als im einfachen Parton-Modell, in dem jedes Hadron aus einer festen Anzahl von Partonen besteht, kann jedes Parton weitere Partonen abstrahlen. Dies ist in Abbildung 2.3 für den Fall einer Gluonemission schematisch dargestellt. Die Eigenschaft der Faktorisierung

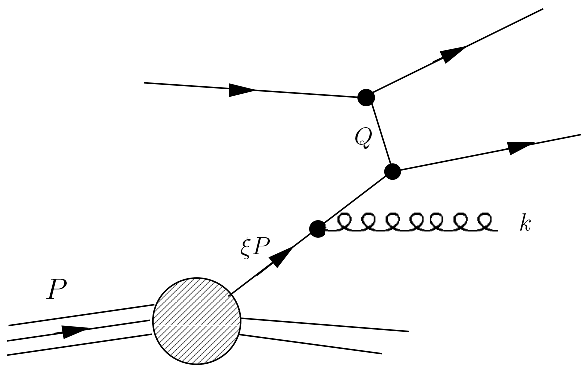


Abbildung 2.3: *Streuung von Partonen mit Gluonemission*

besagt, daß Beiträge mit kleinen Impulsen k als höhere Korrekturen der Partonverteilung und Beiträge mit großen Impulsen als höhere Korrekturen des partonischen Wirkungsquerschnitts $\hat{\sigma}$ behandelt werden können. Eine Gluonemission mit $k^2 \sim m^2$ ist somit ein Teil von $f(\xi, \mu_F)$, eine Gluonemission mit $k^2 \sim Q^2$ eine Korrektur zu $\hat{\sigma}$. Mathematisch erhält man die Abhängigkeit der Strukturfunktion, indem man die Feynman-Diagramme explizit ausrechnet. Damit erhält man divergente Integrale, die regularisiert werden müssen, womit die Skala μ_F in die Strukturfunktion $f(\xi, \mu_F)$ eingeführt wird. Da die physikalischen Observablen unabhängig von der Renormierungsskala μ_F sein müssen, kann man eine Renormierungsgruppengleichung definieren, welche die μ_F-Abhängigkeit beschreibt:

$$\frac{d}{d\ln\mu_F} f_{n/A}(\xi, \mu_F) = \sum_m \int_\xi^1 \frac{dx}{x} P_{nm}(\frac{\xi}{x}, \alpha_s(\mu_F)) f_{m/A}(x, \mu_F) \; . \qquad (2.50)$$

Die Gleichung (2.50) ist die Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi (DGLAP) Gleichung [34]. Die Summe $\sum_m$ läuft über alle Typen von Partonen, und die Verzweigungsfunktion P_{nm} beschreibt die Teilung des Partons m in die Partonen nm. Die Funktion

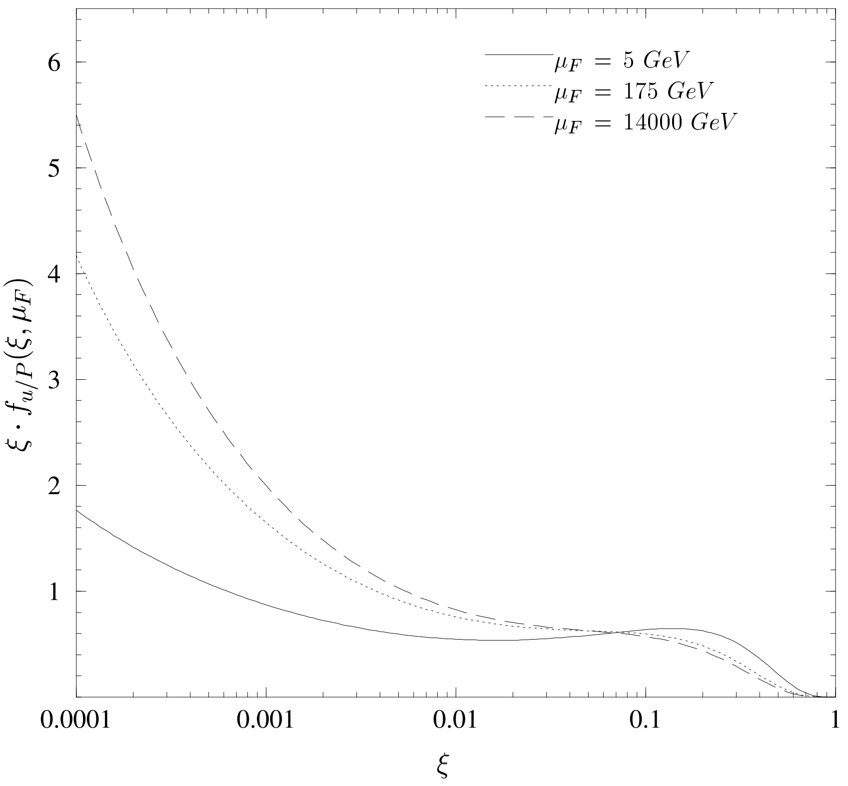


Abbildung 2.4: *Abhängigkeit von $\xi \cdot f_{u/P}(\xi, \mu_F)$ vom Impulsanteil ξ für ein Upquark. Es sind Werte dreier verschiedener Faktorisierungsskalen μ_F für die Partonverteilung MRS-A' [36] dargestellt.*

P_{nm} kann als Störungsreihe entwickelt werden:

$$P_{nm}(\frac{\xi}{x}, \alpha_s(\mu_F)) \quad = \quad P^{(1)}_{nm}(\frac{\xi}{x})\frac{\alpha_s(\mu_F)}{\pi} + P^{(2)}_{nm}(\frac{\xi}{x})(\frac{\alpha_s(\mu_F)}{\pi})^2 + \dots \; . \qquad (2.51)$$

Die ersten beiden Terme dieser Entwicklung sind bekannt und werden typischerweise für eine numerische Lösung der Gleichung (2.50) benutzt. Als Ergebnis folgt, daß man die Partonverteilungsfunktion nur für eine bestimmte Skala μ in einem Bereich $\xi \leq \xi' \leq 1$ aus dem Experiment bestimmen muß. Daraus kann man mit Hilfe der Evolutionsgleichung (2.50) die Verteilung an einer höheren Skala μ' mit $\mu' \geq \mu$ für $\xi \leq \xi' \leq 1$ berechnen. Dies ist aus Gleichung (2.50) ersichtlich, da die Integration nur in dem Bereich von ξ bis 1 erfolgt. Die Skalen μ und μ' müssen nur genügend groß gewählt werden, so daß $\alpha_s(\mu)$ und $\alpha_s(\mu')$ noch ausreichend klein sind, um die Störungstheorie anwenden zu können. Umfassende Analysen einer solchen Referenzverteilung $f(\xi, \mu)$ wurden beispielsweise von den beiden Gruppen CTEQ [37] und MRS [36] vorgenommen. In Abbildung 2.4 sind die Verteilung $\xi \cdot f_{u/P}(\xi, \mu_F)$ für ein Upquark in einem Proton P und drei verschiedene Werte μ_F für die Partonverteilung MRS-A' [36] aufgetragen. Wie aus der Abbildung zu erkennen ist, wird $f_{u/P}(\xi, \mu_F)$ für große ξ mit zunehmenden Werten von μ_F kleiner. Bei kleinen Werten von ξ steigt die Verteilungsfunktion für größer werdende μ_F an.

2.4.3 Inklusiver Wirkungsquerschnitt

Wie aus Gleichung (2.49) zu entnehmen ist, berechnet sich der inklusive Wirkungsquerschnitt, indem man zweimal über den partonischen Wirkungsquerschnitt integriert. Die numerische Berechnung des partonischen Wirkungsquerschnitts ist mit hohem Rechenaufwand verbunden. Deshalb ist es von Vorteil obige Gleichung so umzuschreiben, daß nur *eine* Integration über den Partonwirkungsquerschnitt nötig ist.

Das Quadrat der Schwerpunktsenergie $\hat{s}$ des partonischen Streuprozesses ist aus dem Quadrat der Schwerpunktsenergie S der Hadronen als

$$\hat{s} \;=\; (\xi_A P_A + \xi_B P_B)^2 \;=\; \xi_A \xi_B S + \xi_A(\xi_A - \xi_B) P_A^2 + \xi_B(\xi_B - \xi_A) P_B^2 \tag{2.52}$$

gegeben. Im Falle hochenergetischer Streuprozesse, die Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Partonmodells sind, kann man die Massen der Hadronen im Anfangszustand im Vergleich zum Quadrat der Schwerpunktsenergie S der Hadronen vernachlässigen und erhält mit der Näherungen $S \gg P_A^2$ und $S \gg P_B^2$:

$$\hat{s} \;=\; \xi_A \xi_B S \,. \tag{2.53}$$

Der partonische Wirkungsquerschnitt hängt jetzt nur noch von der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ der Partonen ab und ist daher unempfindlich dafür, ob das Parton n bzw. m Teil des Hadrons A oder B war, solange $\sqrt{\hat{s}}$ konstant ist. Deshalb kann man zur weiteren Reduzierung des Rechenaufwands die Summe über die geordneten Paare (n,m) in eine Summe über die ungeordneten Paare {n,m} umschreiben. Der totale Wirkungsquerschnitt des hadronischen Streuprozesses berechnet sich dann als

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) \;=\; & \sum_{\{n,m\}} \int_0^1 d\xi_A \int_0^1 d\xi_B \, \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big(f_{n_A}(\xi_A, \mu_F) f_{m_B}(\xi_B, \mu_F) \\ & + f_{m_A}(\xi_A, \mu_F) f_{n_B}(\xi_B, \mu_F) \Big) \, \hat{\sigma}_{nm \to cd}(\xi_A \xi_B S, \alpha_s(\mu_R)),\end{aligned} \tag{2.54}$$

wobei der Faktor $\frac{1}{1+\delta_{nm}}$ mit dem Kronecker-Symbol δ_{nm} eine doppelte Zählung bei gleichartigen Partonen verhindert.

Ist man an einer Streuung in bestimmte Endzustände (c,d) interessiert, muß zu deren Produktion die Schwerpunktsenergie $\hat{s}$ einen Mindestwert $(m_c + m_d)^2$ überschreiten, da darunter eine Produktion der Zustände c und d nicht möglich ist, d.h. der Wirkungsquerschnitt in diesen Zuständen ist null. Sei $\tau_0 = (m_c + m_d)^2 / S$ diese Grenze, so gilt für den totalen Wirkungsquerschnitt der Hadronen:

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) \;=\; & \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^1 d\xi_A \int_{\frac{\tau_0}{\xi_A}}^1 d\xi_B \, \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big(f_{n_A}(\xi_A, \mu_F) f_{m_B}(\xi_B, \mu_F) \\ & + f_{m_A}(\xi_A, \mu_F) f_{n_B}(\xi_B, \mu_F) \Big) \, \hat{\sigma}_{nm \to cd}(\xi_A \xi_B S, \alpha_s(\mu_R)).\end{aligned} \tag{2.55}$$

Mit der Substitution von ξ_A und ξ_B gemäß

$$\xi \;=\; \xi_A, \qquad \tau \;=\; \xi_A \xi_B \;=\; \frac{\hat{s}}{S} \tag{2.56}$$

ist der partonische Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$ nur noch von der Variable τ und der Schwerpunktsenergie S abhängig:

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) &= \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^{1} d\tau \int_{\tau}^{1} \frac{d\xi}{\xi} \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big(f_{n_A}(\xi, \mu_F) f_{m_B}(\frac{\tau}{\xi}, \mu_F) \\ &\quad + f_{m_A}(\xi, \mu_F) f_{n_B}(\frac{\tau}{\xi}, \mu_F) \Big) \, \hat{\sigma}_{nm \to cd}(\tau S, \alpha_s(\mu_R)) \ . \qquad (2.57)\end{aligned}$$

Die Partonluminosität definiert man als

$$\frac{d\mathcal{L}_{nm}^{AB}}{d\tau} = \int_{\tau}^{1} \frac{d\xi}{\xi} \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big(f_{n_A}(\xi, \mu_F) f_{m_B}(\frac{\tau}{\xi}, \mu_F) + f_{m_A}(\xi, \mu_F) f_{n_B}(\frac{\tau}{\xi}, \mu_F) \Big) \ , \qquad (2.58)$$

und erhält daraus eine kompaktere Form der Abhängigkeit des inklusiven Wirkungsquerschnitts σ vom partonischen Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$:

$$\sigma(AB \to cd + X) = \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^{1} d\tau \Big(\frac{d\mathcal{L}_{nm}^{AB}}{d\tau} \Big) \, \hat{\sigma}_{nm \to cd}(\tau S, \alpha_s(\mu_R)) \ . \qquad (2.59)$$

Kapitel 3

Supersymmetrie

Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik beschreibt die bisher in der Natur beobachteten Teilchen und drei ihrer Wechselwirkungen in sehr guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Trotzdem bleiben einige wichtige theoretische Fragen offen. Supersymmetrische Feldtheorien [6, 7, 10, 38] gehören zu den attraktivsten Erweiterungsmöglichkeiten des Standardmodells, die viele dieser Fragen beantworten könnten: So gibt es Anzeichen für eine Erklärung des Hierarchieproblems. Desweiteren ist in supersymmetrischen vereinheitlichten Theorien die Vereinigung der Eichkopplungen möglich. Im MSSM, dem einfachsten supersymmetrischen Modell, nimmt man dabei an, daß die einzuführenden supersymmetrischen Teilchen nicht viel schwerer als 1 TeV sind. Es ist damit möglich, mit den zur Zeit in Betrieb befindlichen Beschleunigern (Tevatron, LEP2, Hera) oder zukünftigen Beschleunigern (Tevatron Run II, LHC) nach supersymmetrischen Teilchen zu suchen. Sollten diese vorhanden sein, so könnten sie direkt oder durch ihre Auswirkungen auf andere Teilchen nachgewiesen werden, womit sich Hinweise auf die Theorie der Supersymmetrie bei niedrigen Energien fänden ließen.

3.1 Offene Fragen

Die Massenskala der in der Natur vorkommenden bekannten Teilchen ist durch die elektroschwache Skala mit $\Lambda_W \approx 100$ GeV gegeben. Alle bisher bekannten Teilchen besitzen Massen dieser Größenordnung. Die Planck-Skala der Gravitation ist aber mit $\Lambda_{Pl} \approx 10^{19}$ GeV um ein Vielfaches größer. Bei dieser Energieskala werden die Gravitationskräfte zwischen den Elementarteilchen so groß wie die anderen elementaren Kräfte. In nichtsupersymmetrischen Theorien ergeben Strahlungskorrekturen zu skalaren Massen wie der Higgs-Masse durch den Selbstkopplungsterm quadratische Divergenzen in dem Abschneideparameter Λ. Für die beiden Skalen erhielte man mit $M \sim \Lambda_W$ bosonische Korrekturen der Art [39]

$$\frac{\delta M^2}{M^2} \sim \alpha \frac{\Lambda_{Pl}^2}{\Lambda_W^2} \sim \mathcal{O}(10^{32}) \tag{3.1}$$

mit einer Eich- oder Yukawa-Kopplung α. Da damit die nackte Higgsmasse M_0^2 und der Couterterm δM^2 sehr viel größer als die eigentliche Higgsmasse $M^2 = M_0^2 - \delta M^2$

sind, müssen diese sehr genau aufeinander abgestimmt werden. Diese Feineinstellung muß zudem in jeder Ordnung der Störungstheorie neu durchgeführt werden.

Supersymmetrische Theorien könnten dieses Problem lösen. In diesen Theorien erhält jedes Standardmodellteilchen mindestens ein supersymmetrisches Partnerteilchen, welches sich um Spin $\frac{1}{2}$ unterscheidet und damit der jeweils anderen Statistik unterliegt. Neben den bisherigen Korrekturen treten demzufolge noch Korrekturen durch die supersymmetrischen Partnerteilchen auf. Diese heben die entstandenen quadratischen Divergenzen durch ein relatives Minuszeichen exakt auf. Die große Skala erscheint dann nur in logarithmischen Divergenzen und man erhält für $m_{\tilde{f}} \leq 1$ TeV [39]:

$$\frac{\delta M^2}{M^2} \sim \alpha \frac{m_{\tilde{f}}^2 - m_f^2}{\Lambda_W^2} + \alpha \log\left(\frac{\Lambda_{Pl}^2}{\Lambda_W^2}\right) \sim \mathcal{O}(1). \tag{3.2}$$

Die Differenz $(m_{\tilde{f}}^2 - m_f^2)$ beschreibt die Massenaufspaltung zwischen den Teilchen des Standardmodells (m_f) und den supersymmetrischen Partnerteilchen $(m_{\tilde{f}})$. Ist die Massenaufspaltung kleiner als etwa 1 TeV, so wird die Massenhierarchie nicht gestört.

Ein grundlegendes Ziel der Elementarteilchenphysik besteht darin, die Materie und ihre Wechselwirkungen in einer einheitlichen Theorie zu beschreiben. Ein wichtiger Schritt wäre eine vereinigte Theorie der starken und elektroschwachen Wechselwirkung zu finden. Benutzt man das Konzept der lokalen Eichsymmetrie, so ist das einfachste Beispiel einer Eichgruppe, die die Eichgruppe $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ enthält, die $SU(5)$. Mit Hilfe der Renormierungsgruppengleichung können die Kopplungskonstanten von der Skala M_Z ausgehend zu hohen Skalen hin entwickelt werden. Ein gemeinsamer Schnittpunkt, der einen wichtigen Hinweis auf eine gemeinsame physikalische Grundlage liefern würde, wird im Standardmodell nicht gefunden. In supersymmetrischen Theorien erhält man als Ergebnis, daß die Kopplungskonstanten sich in einem Punkt schneiden. Außerdem wird der schwache Mischungswinkel $\sin\theta_W$ in der Supersymmetrie durch einen mit dem Experiment verträglichen Wert vorhergesagt, was im Standardmodell nicht der Fall ist.

Ein weiterer Mangel des Standardmodells ist, daß es die Gravitationswechselwirkung nicht enthält. Durch Erweiterung der globalen Supersymmetrie auf lokale Susy-Transformationen kann die Gravitation in Supergravitationsmodellen mit einbezogen werden [9, 41]. Außerdem läßt sich in Supergravitationsmodellen die effektive Niederenergietheorie mit gebrochener globaler Supersymmetrie durch sehr wenige Parameter bestimmen.

Als weitere Punkte seien hier die Probleme der dunklen Materie und die durch vereinigte Modelle nicht korrekt vorhersagbare Lebensdauer des Protons erwähnt, welche ein Lösung in supersymmetrischen Modellen finden.

3.2 Definition des MSSM

Das minimale supersymmetrische Standardmodell (MSSM) [6, 10, 11, 12] ist das einfachste realistische supersymmetrische Modell mit einer N=1 Supersymmetrie. Es ist eine Erweiterung des Standardmodells, da es durch das Hinzufügen einer einzigen Superladung erzeugt wird. Die resultierende supersymmetrische Theorie ist eine Theorie mit lokaler Eichsymmetrie bezüglich derselben Eichgruppe wie das Standardmodell.

Im MSSM wird jedem Materiefeld ein komplexes chirales Multiplett $\hat{A} \equiv (A, \psi)$ zugeordnet, wobei das Superfeld durch ein Dach gekennzeichnet ist. Das entsprechende Symbol ohne Dach bezeichnet die skalare Komponente des Multipletts. A ist ein komplexes Skalar und ψ ein komplexer Weyl-Spinor. Die masselosen Eichfelder sind die Komponenten eines masselosen reellen Vektorsuperfeldes $\hat{V}^a \equiv (\lambda^a, V^{a\mu})$, wobei a die Komponente der adjungierten Darstellung der Eichgruppe angibt. Das Superfeld λ ist ein komplexer Weyl-Spinor und V^μ ist ein masseloses Eichfeld. In supersymmetrischen Theorien muß die Zahl der bosonischen Freiheitsgrade gleich der Zahl der fermionischen Freiheitsgrade sein [40]. Dies bedeutet, daß zu jedem Quark (und Antiquark) zwei skalare Partner (in dieser Darstellung mit $\tilde{q}_L$ und $\tilde{q}_R$[1] bezeichnet) hinzugefügt werden müssen.

Weiterhin muß die Theorie frei von Eichanomalien sein [42]. Im Standardmodell heben sich die Eichanomalien heraus, was allgemein erfordert, daß die Summe über die Hyperladungen der Fermionen verschwindet. In der Supersymmetrie sind die Superpartner des Higgsbosons chirale Fermionen, welche zu den $SU(2)_I \times U(1)_Y$ Eichanomalien beitragen. Deshalb müssen mindestens ein zweites Higgs-Dublett und die entsprechenden Superpartner, welche die Anomalien beseitigen, eingeführt werden. Die Higgs-Supermultipletts müssen daher immer in Paaren mit entgegengesetzter Hyperladung auftreten, damit der Beitrag der Higgsinos zu den Eichanomalien verschwindet und sich die Gesamtsumme aller fermionischen Hyperladungen zu Null addiert.

Damit erhält man den Teilcheninhalt des MSSM. Die entsprechenden Felder und ihre Quantenzahlen sind in Tabelle 3.1 angegeben. Die Fermionen werden durch skalare Superpartner ergänzt. Diese bilden linkshändige Slepton- und Squark-Dubletts und rechtshändige Slepton- und Squark-Singletts. Entsprechend dem Standardmodell treten diese in drei Familien auf.

Die Eichbosonen erhalten fermionische Superpartner mit Spin $\frac{1}{2}$. Diese Gauginos sind ein Bino $\tilde{B}$, drei Winos $\tilde{W}^i, (i = 1, 2, 3)$ und acht Gluinos $\tilde{g}^a, (a = 1, \ldots, 8)$. Sie werden aus den zweikomponentigen Spinoren λ', λ^i und λ_s^a aus Tabelle 3.1 gebildet:

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} -i\lambda' \\ i\lambda' \end{pmatrix}, \quad \tilde{W}^i = \begin{pmatrix} -i\lambda^i \\ i\lambda^i \end{pmatrix}, \quad \tilde{g}^a = \begin{pmatrix} -i\lambda_s^a \\ i\lambda_s^a \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

Außerdem sind wie beschrieben zwei Higgs-Supermultipletts vorhanden. Die fermionischen Superpartner mit Spin $\frac{1}{2}$ sind in Higgsino-Dubletts zusammengefaßt.

Die Wechselwirkungseigenzustände, die den Superpartnern zu den Bosonen $A, Z, W^\pm$ des Standardmodells entsprechen, sind das Photino $\tilde{\gamma}$, das Zino $\tilde{Z}$ und die geladenen Winos $\tilde{W}^\pm$. Diese sind ähnlich wie im Standardmodell definiert:

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma} &= \cos\theta_W \, \tilde{B} + \sin\theta_W \, \tilde{W}^3, \\ \tilde{Z} &= -\sin\theta_W \, \tilde{B} + \cos\theta_W \tilde{W}^3. \end{aligned} \tag{3.4}$$

[1] Im Falle von skalaren Feldern kann man nicht von einer Händigkeit, die eigentlich mit den Symbolen „L“ und „R“ angezeigt werden, sprechen. Die Händigkeit bezieht sich auf das jeweilige Standardmodellteilchen.

Superfelder	Bosonenfelder	Fermionfelder	$SU(3)_C$	$SU(2)_I$	$U(1)_Y$
<u>Materiefelder</u>					
$\hat{L}$	$\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_L \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	1	2	-1
$\hat{E}$	$\tilde{e}_R^*$	$\tilde{e}_L^C$	1	1	2
$\hat{Q}$	$\begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	3	2	$1/3$
$\hat{U}$	$\tilde{u}_R^*$	u_L^C	3^*	1	$-4/3$
$\hat{D}$	$\tilde{d}_R^*$	d_L^C	3^*	1	$2/3$
<u>Eichfelder</u>					
$\hat{V}'$	B_μ	λ'	1	1	0
$\hat{V}^i$	W_μ^i	λ^i	1	3	0
$\hat{V}_s^a$	G_μ^a	λ_s^a	8	1	0
<u>Higgsfelder</u>					
$\hat{H}_1$	$\begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \psi_{H_1}^1 \\ \psi_{H_1}^2 \end{pmatrix}$	1	2	-1
$\hat{H}_2$	$\begin{pmatrix} H_2^1 \\ H_2^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \psi_{H_2}^1 \\ \psi_{H_2}^2 \end{pmatrix}$	1	2	1

Tabelle 3.1: *Der Teilcheninhalt des MSSM. Die Quark- und Leptondarstellung ist am Beispiel der ersten Familie illustriert. Es ist i=(1,2,3) der Index der Generatoren der* $SU(2)_I$ *und a=(1,...,8) der der* $SU(3)_C$. *Für die Eichgruppen* $SU(2)_I$ *und* $SU(3)_C$ *bezeichnet die angegebene Zahl die Dimension der Darstellung und für die* $U(1)_Y$ *bezeichnet sie die Hyperladung des Teilchens.*

Allerdings sind diese im Allgemeinen keine Masseneigenzustände. Das Photino, das Zino und die neutralen Higgsinos $\tilde{H}_1^0$ und $\tilde{H}_2^0$ mischen zu den Neutralinos $\tilde{\chi}_i^0$ (i=1,2,3,4), und die geladenen Winos mischen mit den geladenen Higgsinos $\tilde{H}^\pm$ zu den Charginos $\tilde{\chi}_j^+$ (j=1,2).

Mit den beiden Higgserwartungswerten v_1 und v_2 [40] wird die Größe

$$\tan\beta = \frac{v_2}{v_1} \tag{3.5}$$

definiert. Der Erwartungswert v_2 im Zähler dieser Gleichung gibt den Up-Quarks ihre Masse, der Erwartungswert v_1 im Nenner gibt den Down-Quarks und Leptonen ihre Masse.

Das beschriebene Modell ist die einfachste Form eines supersymmetrischen Modells. Es existieren Modelle bis zu einer N=8 Supersymmetrie, die auch ein Graviton enthalten und ein viel größeres Teilchenspektrum aufweisen [43].

3.2.1 Supersymmetrische Lagrangedichte

Die Lagrangedichte des MSSM ensteht aus der Forderung nach Eichinvarianz unter der Eichgruppe $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ und $N = 1$ Supersymmetrie. Der Aufbau einer allgemeinen supersymmetrischen Lagrangedichte ist beispielsweise in [10, 11, 40, 44] gegeben. Die Lagrangedichte kann in drei Klassen von Termen unterteilt werden:

- Die kinetischen Terme der Eichbosonen und Gauginos. Im Falle einer supersymmetrischen nicht-abelschen Eichtheorie gehören dazu auch deren Wechselwirkungsterme, wobei die Selbstwechselwirkungsterme denen einer allgemeinen nicht-abelschen Eichtheorie entsprechen.

- Die supersymmetrische minimale Kopplung des Eichsuperfeldes an die Materiefelder und die Higgs-Superfelder.

- Die Lagrangedichte der supersymmetrischen Potentialterme mit zwei oder drei Superfeldern.

Neben den Eichwechselwirkungen läßt die Supersymmetrie im Gegensatz zum Standardmodell auch Wechselwirkungen zu, die die Baryonen- oder Leptonenzahl verletzen. Diese werden hier jedoch nicht betrachtet. Formal werden sie durch die Forderung nach Erhaltung einer multiplikativen Quantenzahl, der R-Parität, verboten. Diese ist durch

$$R = (-1)^{3(B-L)+2S} \tag{3.6}$$

mit der Baryonenzahl B, der Leptonenzahl L und dem Spin S definiert. Die R-Parität ergibt sich für alle Standardmodellteilchen und die beiden skalaren Higgsdubletts zu $R = +1$ und für alle anderen Teilchen zu $R = -1$ festgelegt.

3.2.2 Supersymmetriebrechung

In einer exakten Supersymmetrie sind die Massen der Standardmodellteilchen und ihrer Superpartner entartet. Da aber bisher noch keine supersymmetrischen Teilchen entdeckt wurden, muß die Supersymmetrie an der elektroschwachen Skala gebrochen sein. Diese Brechung darf aber nur „sanft“ („soft“) sein, damit sich die quadratischen Divergenzen zu den skalaren Massen weiterhin gegenseitig aufheben. Eine Möglichkeit die Supersymmetrie sanft zu brechen, besteht darin, explizite Softbrechungsterme, die die Gleichheit der Massen aufheben, in die Lagrangedichte einzuführen. Die im MSSM erlaubten Brechungsterme, die die R-Parität erhalten, sind nach [40]:

- Explizite Massenterme für die skalaren Partnerteilchen der Standardmodell-Fermionen und der skalaren Higgs-Felder.

- Explizite Massenterme für die fermionischen Superpartner (Gauginos) der Eichbosonen.

- Bilineare und trilineare Wechselwirkungsterme der skalaren Teilchen.

Mit den Massentermen der Squarks werden die Parameter $M^2_{\tilde{Q}}$, $M^2_{\tilde{U}}$ und $M^2_{\tilde{D}}$ eingeführt, mit den Massentermen der Sleptonen die Parameter $M^2_{\tilde{L}}$ und $M^2_{\tilde{E}}$. Im allgemeinen Fall sind diese hermitesche 3×3 Matrizen. Infolge des Massenterms der skalaren Higgsfelder werden die Higgs-Softbrechungsparameter m_1^2, m_2^2 sowie m_{12}^2 eingeführt. Durch die expliziten Massenterme der Gauginos entstehen die Parameter M_1, M_2 und M_3. Weiterhin kommen die Parameter A_e, A_u und A_d hinzu, die im Allgemeinen beliebige komplexe 3×3-Matrizen sind und durch die bi- und trilinearen Wechselwirkungsterme der skalaren Teilchen hinzukommen.

Durch die Massenterme wird die experimentell ausgeschlossene Entartung der Standardmodellteilchen und ihrer supersymmetrischen Partner aufgehoben. Bei der Variation der Parameter ist darauf zu achten, daß die supersymmetrischen Teilchen wie beschrieben nicht viel größere Massen als 1 TeV erhalten.

3.2.3 Mischungen und Masseneigenzustände der Squarks

Die Squark-Massenterme in der Lagrangedichte sind in Matrixschreibweise für ein Squark $\tilde{q}$ der Flavor (u,c,t,d,s,b) als

$$\mathcal{L}_m = -\left(\tilde{q}_L^\dagger, \tilde{q}_R^\dagger\right) M^2_{\tilde{q}} \begin{pmatrix} \tilde{q}_L \\ \tilde{q}_R \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

mit den Massenmatrizen

$$\begin{aligned} M^2_{\tilde{u}} &= \begin{pmatrix} M^2_{\tilde{Q}} + M_Z^2 \cos 2\beta \,(I_3^u - Q_u s_w^2) + m_u^2 & m_u(A_u^* - \mu \cot\beta) \\ m_u(A_u - \mu^* \cot\beta) & M^2_{\tilde{U}} + M_Z^2 \cos 2\beta \, Q_u s_w^2 + m_u^2 \end{pmatrix}, \\ M^2_{\tilde{d}} &= \begin{pmatrix} M^2_{\tilde{Q}} + M_Z^2 \cos 2\beta \,(I_3^d - Q_d s_w^2) + m_d^2 & m_d(A_d^* - \mu \tan\beta) \\ m_d(A_d - \mu^* \tan\beta) & M^2_{\tilde{D}} + M_Z^2 \cos 2\beta \, Q_d s_w^2 + m_d^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{3.8}$$

gegeben. Der Index $\tilde{u}$ gibt die Gleichung für u-artige Squarks an, der Index $\tilde{d}$ dementsprechend die Gleichung für d-artige Squarks. Die Massenmatrizen in Gleichung (3.8) können mit unitären Matrizen S^q diagonalisiert werden:

$$S^q M^2_{\tilde{q}} S^{q\dagger} = \begin{pmatrix} m^2_{\tilde{q}_1} & 0 \\ 0 & m^2_{\tilde{q}_2} \end{pmatrix}. \tag{3.9}$$

Die Masseneigenzustände $\tilde{q}_1$ und $\tilde{q}_2$ erhält man als

$$\begin{aligned} \tilde{q}_1 &= S^q_{11}\, \tilde{q}_L + S^q_{12}\, \tilde{q}_R \,, \\ \tilde{q}_2 &= S^q_{21}\, \tilde{q}_L + S^q_{22}\, \tilde{q}_R \,. \end{aligned} \tag{3.10}$$

Zur Einschränkung des Parameterbereichs nimmt man häufig an, daß die Matrizen S^q reell sind. Die Masseneigenzustände werden dann durch die Mischungswinkel $\theta_{\tilde{q}}$ der Squarks mit $\cos\theta_{\tilde{q}} = S^q_{11} = S^q_{22}$ und $\sin\theta_{\tilde{q}} = S^q_{12} = -S^q_{21}$ als

$$\begin{aligned} \tilde{q}_1 &= \cos\theta_{\tilde{q}}\, \tilde{q}_L + \sin\theta_{\tilde{q}}\, \tilde{q}_R \,, \\ \tilde{q}_2 &= -\sin\theta_{\tilde{q}}\, \tilde{q}_L + \cos\theta_{\tilde{q}}\, \tilde{q}_R \end{aligned} \tag{3.11}$$

definiert. Der Squarkmassenterm in der Lagrangedichte ist damit:

$$\mathcal{L}_m \;=\; -\,m^2_{\tilde{q}_1}\,|\tilde{q}_1|^2 - m^2_{\tilde{q}_2}\,|\tilde{q}_2|^2\;. \tag{3.12}$$

Die Parameter $M^2_{\tilde{Q}}, M^2_{\tilde{U}}, M^2_{\tilde{D}}$ und A_u, A_d in Gleichung (3.8) sind im Allgemeinen komplex. In der vorliegenden Arbeit wurden diese jedoch alle als reell angenommen. Um die Parameter gering zu halten wurde weiterhin gewählt:

$$M_S \;=\; M_{\tilde{Q}} \;=\; M_{\tilde{U}} \;=\; M_{\tilde{D}}, \tag{3.13}$$

sowie

$$A_u \;=\; A_c \;=\; A_t \quad \text{und} \quad A_d \;=\; A_s \;=\; A_b\;. \tag{3.14}$$

Aus Gleichung (3.8) ergeben sich daraus die ungemischten Squark-Massen für $A_u = \mu\cot\beta$ und $A_d = \mu\tan\beta$ als

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde{q}_L} &= M^2_S + M^2_Z\cos 2\beta\,(I^q_3 - Q_q s^2_W) + m^2_q \\ m^2_{\tilde{q}_R} &= M^2_S + M^2_Z\cos 2\beta\,(Q_q s^2_W) + m^2_q\;. \end{aligned} \tag{3.15}$$

Für den Fall $\tan\beta > 1$ ergeben sich die gemischten Masseneigenzustände aus Gleichung (3.8) nach Diagonalisierung als

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde{q}_{1,2}} &= M^2_S + \frac{1}{2}M^2_Z\cos(2\beta)\,I^q_3 + m^2_q \\ &\pm \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2}\left[(M^2_Z\cos 2\beta\,(I^u_3 - 2Q_u s^2_W))^2 + 4m^2_u(A_u - \mu\cot\beta)^2\right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2}\left[(M^2_Z\cos 2\beta\,(I^d_3 - 2Q_d s^2_W))^2 + 4m^2_d(A_d - \mu\tan\beta)^2\right]^{\frac{1}{2}} \end{array} \right. , \end{aligned} \tag{3.16}$$

wobei die obere Zeile für u-artige Squarks und die untere Zeile für d-artige Squarks gilt. Das Vorzeichen + gilt für die Squarks mit Index 1, das Vorzeichen − für die Squarks mit Index 2. Im Falle von reellen Parametern erhält man den Mischungswinkel $\tilde{\theta}_q$ der Squarks für $\beta > 1$ aus den folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \cos\theta_{\tilde{u},\tilde{d}} := S^{\tilde{u},\tilde{d}}_{11} &= |m^2_{\tilde{q}_R} - m^2_{\tilde{q}_1}| \left\{ \begin{array}{l} \left[m^2_u(A_u - \mu\cot\beta)^2 + (m^2_{\tilde{u}_R} - m^2_{\tilde{u}_1})^2\right]^{-\frac{1}{2}} \\ \left[m^2_d(A_d - \mu\tan\beta)^2 + (m^2_{\tilde{d}_R} - m^2_{\tilde{d}_1})^2\right]^{-\frac{1}{2}} \end{array} \right. , \\ \sin\theta_{\tilde{u},\tilde{d}} := S^{\tilde{u},\tilde{d}}_{12} &= \left\{ \begin{array}{l} -\,m_u(A_u - \mu\cot\beta)\left[m^2_u(A_u - \mu\cot\beta)^2 + (m^2_{\tilde{u}_R} - m^2_{\tilde{u}_1})^2\right]^{-\frac{1}{2}} \\ +\,m_d(A_d - \mu\tan\beta)\left[m^2_d(A_d - \mu\tan\beta)^2 + (m^2_{\tilde{d}_R} - m^2_{\tilde{d}_1})^2\right]^{-\frac{1}{2}} \end{array} \right. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Die an den QCD-Einschleifenkorrekturen des $q\overline{q} \to t\overline{t}$-Streuprozesses beteiligten supersymmetrischen Teilchen sind nur die Squarks und Gluinos. Die Massen der Squark sind von den supersymmetrischen Parametern in den folgenden Kombinationen abhängig:

$$\cos 2\beta, \quad (A_u - \mu\cot\beta), \quad (A_d - \mu\tan\beta). \tag{3.18}$$

Zur Untersuchung der Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von diesen Parametern erweist sich die Einführung der Größen

$$F_u \;=\; A_u - \mu\cot\beta \quad \text{und} \quad F_d \;=\; A_d - \mu\tan\beta \tag{3.19}$$

als hilfreich.

In Kapitel 6 werden die relativen Korrekturen des hadronischen Wirkungsquerschnitts in Abhängigkeit der $m_{\tilde{t}_1}$-Masse dargestellt. Für eine Berechnung der restlichen Squarkmassen muß aus dieser Masse zuerst der Brechungsparameter M_s berechnet werden:

$$\begin{aligned} M_s^2 \;=\;& m_{\tilde{t}_1}^2 - \frac{1}{2}M_Z^2\cos 2\beta\, I_3^t - m_t^2 \\ &+ \frac{1}{2}\Big[\left(M_Z^2\cos 2\beta\,(I_3^t - 2Q_t s_W^2)\right)^2 + 4m_t^2(A_t - \mu\cot\beta)^2\Big]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{3.20}$$

3.2.4 Gluinos

Die Gluinos mischen mit keinen anderen Teilchen, sondern sind bereits Masseneigenzustände. Ihre Masse ist direkt aus dem Soft-Brechungsparameter M_3 ($M_3 \in \mathcal{R}$) gegeben:

$$m_{\tilde{g}} \;=\; |M_3|. \tag{3.21}$$

Der Gluino 4-Spinor $\tilde{g} = \tilde{g}^a\frac{\lambda^a}{2}$ ist dann durch Gleichung (3.3) definiert. Der Massenterm der Lagrangedichte ist damit als

$$\mathcal{L}_m \;=\; -\frac{1}{2}m_{\tilde{g}}\overline{\tilde{g}}^a\tilde{g}^a \tag{3.22}$$

gegeben.

Mittels der angegebenen Formeln können die zur Berechnung der supersymmetrischen QCD-Strahlungskorrekturen benötigten Massen und Mischungswinkel der Squarks bestimmt werden. Die Masse des Gluinos ist in den Berechnungen ein freier Parameter und nur durch experimentelle Schranken begrenzt.

In [10] ist eine allgemeine supersymmetrische QCD-Lagrangedichte des MSSM angegeben. Diese Arbeit folgt den dort angegebenen Konventionen. Insbesondere werden diese für die Berechnung der N-Punkt-Greenfunktionen in Kapitel 4 benutzt. Die Feynmanregeln der QCD, die in dieser Arbeit benutzt werden, sind ebenfalls in [10] angegeben.

Kapitel 4

Das S-Matrixelement

Bei der Behandlung von Streuprozessen hochenergetischer Teilchen ist die Streumatrix S von zentraler Bedeutung. Die Berechnung der S-Matrixelemente ist aber in der QFT allgemein nicht exakt möglich, sondern wird üblicherweise im Rahmen der Störungstheorie behandelt. Eine ausführliche Beschreibung ist beispielsweise in [45] zu finden.

Die Berechnung des S-Matrixelements wird im Wesentlichen auf die Berechnung der N-Punkt-Greenfunktion und mit Hilfe des Wickschen Theorems auf die Berechnung von Feynmangraphen zurückgeführt. Für Dirac-Fermionfelder $\psi(x)$ entsprechen die dabei auftretenden Fermionpropagatoren der Kontraktion $\underbrace{\psi(x_1)\overline{\psi}}(x_2)$, wobei $\underbrace{\psi(x_1)\overline{\psi}}(x_2) = -\underbrace{\overline{\psi}(x_2)\psi}(x_1)$ gilt. Die weiteren möglichen Kontraktionen $\underbrace{\psi\psi}$ und $\underbrace{\overline{\psi}\,\overline{\psi}}$ ergeben null.

Im Falle von selbstkonjugierten Majorana-Fermionen λ sind aber auch diese Kontraktionen ($\underbrace{\lambda\lambda}$ und $\underbrace{\overline{\lambda}\overline{\lambda}}$) von null verschieden und tragen zum S-Matrixelement bei. Im Abschnitt 4.2 wird gezeigt, wie diese Kontraktionen behandelt werden können. Dabei entstehen unter Umständen ladungskonjugierte Dirac-Fermionoperatoren, die mit Feldoperatoren von äußeren Fermionen kontrahiert werden sollen. Eine dafür vorteilhafte Schreibweise des S-Matrixelementes wird im folgenden Abschnitt angegeben.
Die Anwendung des so eingeführten Formalismus auf den hier untersuchten Streuprozeß ($q\bar{q} \to t\bar{t}$) ist im dritten Abschnitt dieses Kapitels gegeben. Es werden die Terme des S-Matrixelementes, die dem Borngraphen (Abbildung 5.1) und den Boxdiagrammen (Abbildung C.7, C.8) entsprechen, explizit angeführt.

4.1 LSZ-Theorem

Das S-Matrixelement eines allgemeinen Streuprozesses wird definiert als

$$S_{\beta\alpha} \;=\; \langle\, \beta\, out \,|\, \alpha\, in \,\rangle, \tag{4.1}$$

wobei das Betragsquadrat von $S_{\beta\alpha}$ zu der Wahrscheinlichkeit proportional ist, aus einem Anfangszustand $|\,\alpha\,\rangle$ nach der Wechselwirkung den Endzustand $|\,\beta\,\rangle$ zu erhalten. Der S-Operator ist definiert als

$$\langle\, \beta\, out \,|\, \alpha\, in \,\rangle \;=\; \langle\, \beta\, in \,|S|\, \alpha\, in \,\rangle \tag{4.2}$$

und transformiert die Felder des Anfangszustandes $\varphi_{in}(x)$[1] in die Felder des Endzustandes $\varphi_{out}(x)$. Die einlaufenden und auslaufenden Felder $\varphi_{in}(x)$ und $\varphi_{out}(x)$ heißen asymptotische Felder und sollen die freien Bewegungsgleichungen erfüllen. Im Grenzfall extremer Zeiten $\lim_{x_0\to\pm\infty}$ soll ein Feld $\varphi(x)$ mit Wechselwirkung in diese Felder übergehen. Die exakte Bedingung für das asymptotische Verhalten wurde von Lehmann, Symanzik und Zimmermann [46] aufgestellt. Sie ist eine Bedingung an Matrixelemente eines wechselwirkenden Feldes $\varphi(x)$

$$\lim_{x_0\to\pm\infty} \langle\, \beta\, |\varphi(x)|\, \alpha\,\rangle \;=\; \sqrt{Z}\langle\, \beta\, |\varphi_{in/out}(x)|\, \alpha\,\rangle, \tag{4.3}$$

wobei $|\,\alpha\,\rangle$ und $|\,\beta\,\rangle$ zwei beliebige normierbare Zustände mit der Normierungskonstanten Z sind, für die $0 \leq Z < 1$ mit $Z \in R$ gilt.

Im Folgenden wird das S-Matrixelement für die Wechselwirkung von Dirac-Fermionfeldern betrachtet. Ein freies Fermionenfeld ist durch die Fourier-Zerlegung

$$\psi_{\substack{in\\out}}(x) \;=\; \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} \sum_s [b_{\substack{in\\out}}(k,s)\, u(k,s)\, e^{-ikx} + d^{\dagger}_{\substack{in\\out}}(k,s)\, v(k,s)\, e^{ikx}] \tag{4.4}$$

mit den Erzeugungsoperatoren $b^{\dagger}_{in/out}(k,s)$ und $d^{\dagger}_{in/out}(k,s)$ und den Vernichtungsoperatoren $b_{in/out}(k,s)$ und $d_{in/out}(k,s)$ gegeben, die den Antivertauschungsrelationen genügen. $u(k,s)$ und $v(k,s)$ sind die Lösungen der Diracgleichung (A.6).

Es seien Teilchen im Anfangszustand durch die Impulsquantenzahlen $(k_1\ldots)$, Antiteilchen durch $(k'_1\ldots)$ gekennzeichnet, Teilchen im Endzustand durch $(q_1\ldots)$ und Antiteilchen durch $(q'_1\ldots)$. Es sei weiterhin n die gesamte Anzahl der Teilchen und n' die Anzahl der Antiteilchen. Die Streuamplitude schreibt sich dann in der Form

$$\begin{aligned}
S_{\beta\alpha} &= \langle\, out\, \ldots q'_1 \ldots q_1 | k_1 \ldots k'_1 \ldots in\,\rangle \\
&= \langle\, out\,| \ldots d_{out}(q'_1) \ldots b_{out}(q_1) b^{\dagger}_{in}(k_1) \ldots d^{\dagger}_{in}(k'_1) \ldots |\, in\,\rangle \\
&= \Big(-iZ^{-1/2}\Big)^n \Big(iZ^{-1/2}\Big)^{n'} \int d^4x_1 \ldots d^4x'_1 \ldots d^4z_1 \ldots d^4z'_1 \ldots \;\times \\
&\quad \exp\Big[-i\sum(k\cdot x + k'\cdot x' - q\cdot z - q'\cdot z')\Big] \;\ldots\; \times \\
&\quad \overline{u}(q_1)(i\, \overrightarrow{\not\partial}_{z_1} - m) \ldots \overline{v}(k'_1)(i\, \overrightarrow{\not\partial}_{x'_1} - m) \;\times \\
&\quad \langle\, 0\, |T[\ldots \overline{\psi}(z'_1) \ldots \psi(z_1)\overline{\psi}(x_1) \ldots \psi(x'_1) \ldots]|\, 0\,\rangle \;\times \\
&\quad (-i\, \overleftarrow{\not\partial}_{x_1} - m)\, u(k_1) \ldots (-i\, \overleftarrow{\not\partial}_{z'_1} - m)\, v(q'_1) \ldots\;,
\end{aligned} \tag{4.5}$$

wobei unverbundene Terme, also Terme mit Impulsen, die im Anfangs- und Endzustand übereinstimmen, weggelassen und Spinindizes zur Vereinfachung unterdrückt wurden. Die Gleichung (4.5) ist die LSZ-Reduktionsformel für Dirac-Fermionen. Mittels dieser Reduktion ist die Berechnung von S-Matrixelementen im Wesentlichen auf die Berechnung der

[1] $\varphi(x)$ bezeichnet z.B. ein Skalar-, Fermion- oder Vektorfeld

vollständigen N-Punkt-Greenfunktionen reduziert, die für einen Feldoperator $\varphi(x)$ definiert sind als:[2]

$$\tau(x_1, x_2 \ldots x_N) \;=\; \langle\, 0 \,|\, T[\varphi(x_1)\varphi(x_2)\ldots\varphi(x_N)] \,|\, 0 \,\rangle \,. \tag{4.6}$$

Sie stellen die Summe aller Feynmangraphen mit N äußeren Linien dar.

Die ladungskonjugierten Felder $\psi^C_{in/out}(x)$ und $\overline{\psi}^C_{in/out}(x)$ des Dirac-Fermionfeldes (Gleichung 4.4) sind gegeben durch

$$\psi^C_{\substack{in\\out}}(x) \;=\; C\,\overline{\psi}^T_{\substack{in\\out}}(x) \quad \text{und} \quad \overline{\psi}^C_{\substack{in\\out}}(x) \;=\; -\psi^T_{\substack{in\\out}}(x)C^{-1} \tag{4.7}$$

mit der Ladungskonjugationsmatrix C (A.14). Mit den gültigen Relationen für Dirac-Spinoren

$$u(k,s) \;=\; C\,\overline{v}^T(k,s), \quad v(k,s) \;=\; C\,\overline{u}^T(k,s) \tag{4.8}$$

erhält man das ladungskonjugierte Fermionfeld $\psi^C_{in/out}(x)$ als

$$\psi^C_{\substack{in\\out}}(x) \;=\; \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k_0} \sum_s \left[b^\dagger_{\substack{in\\out}}(k,s)\,v(k,s)\,e^{+ikx} + d_{\substack{in\\out}}(k,s)\,u(k,s)\,e^{-ikx}\right] \tag{4.9}$$

mit einem entsprechenden $\overline{\psi}^C_{in/out}(x)$. Damit kann man die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren $b^\dagger_{in/out}(k,s), d^\dagger_{in/out}(k,s)$, $b_{in/out}(k,s)$ und $d_{in/out}(k,s)$ durch die ladungskonjugierten Felder $\psi^C_{in/out}(x)$ und $\overline{\psi}^C_{in/out}(x)$ ausdrücken als

$$\begin{aligned} b_{\substack{in\\out}}(k,s) \;&=\; \int d^3x\,\overline{\psi}^C_{\substack{in\\out}}\gamma_0\,e^{ikx}\,v(k,s), \\ b^\dagger_{\substack{in\\out}}(k,s) \;&=\; \int d^3x\,\overline{v}(k,s)\gamma_0\,e^{-ikx}\,\psi^C_{\substack{in\\out}} \,. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Entsprechendes gilt wiederum für $d_{in/out}(k,s)$ und $d^\dagger_{in/out}(k,s)$. Mit der Gleichung (4.10) und den Formeln für die Operatoren $d_{in/out}(k,s)$ und $d^\dagger_{in/out}(k,s)$ kann die LSZ-Reduktionsformel für Dirac-Fermionen in Form der Gleichung (4.11) angegeben werden. Hier ist ein Teil der Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren wie in Gleichung (4.5) durch ψ und $\overline{\psi}$ dargestellt. Die restlichen Erzeuger und Vernichter werden durch die ladungskonjugierten Feldoperatoren ψ^C und $\overline{\psi}^C$ gegeben. Zur Unterscheidung wurden für die durch ψ^C und $\overline{\psi}^C$ dargestellten Erzeuger und Vernichter die Indizes {i,j,r,s} gewählt, für die durch ψ und $\overline{\psi}$ gegebenen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Index {1}. Die Variable m in dieser Gleichung ist die Summe der Zahl der Teilchen, die auf ψ bezogen dargestellt wurden, addiert mit der Zahl der mit Hilfe von ψ^C bestimmten Antiteilchen. Dementsprechend ist m' die Summe der durch ψ ausgedrückten Antiteilchen, addiert mit

[2] T gibt das zeitgeordnete Produkt von Operatoren $\varphi(x)$ an

der Zahl der Teilchen, die durch ψ^C gegeben sind. Das S-Matrixelement ist damit:

$$\begin{aligned}
S_{\beta\alpha} &= \langle\, out\,|\ldots d_{out}(q_i')\ldots d_{out}(q_1')\ldots b_{out}(q_j)\ldots b_{out}(q_1) \\
&\qquad b_{in}^\dagger(k_1)\ldots b_{in}^\dagger(k_r)\ldots d_{in}^\dagger(k_1')\ldots d_{in}^\dagger(k_s')\ldots|\, in\,\rangle \\
&= \Big(-iZ^{-1/2}\Big)^m \Big(iZ^{-1/2}\Big)^{m'} \int d^4x_1\ldots d^4x_1'\ldots d^4z_1\ldots d^4z_1'\ldots \times \\
&\quad \exp\Big[-i\sum(k\cdot x + k'\cdot x' - q\cdot z - q'\cdot z')\Big]\ \ldots \times \\
&\quad \overline{u}(q_1)(i\overrightarrow{\not\partial}_{z_1} - m)\ldots\overline{u}(q_i')(i\overrightarrow{\not\partial}_{z_i'} - m)\ldots\overline{v}(k_r)(i\overrightarrow{\not\partial}_{x_r} - m)\ldots\overline{v}(k_1')(i\overrightarrow{\not\partial}_{x_1'} - m)\ \times \\
&\quad \langle\, 0\,|T[\ldots\psi^C(z_i')\ldots\overline{\psi}(z_1')\ldots\overline{\psi}^C(z_j)\ldots\psi(z_1) \\
&\qquad \overline{\psi}(x_1)\ldots\psi^C(x_r)\ldots\psi(x_1')\ldots\overline{\psi}^C(x_s')\ldots]|\, 0\,\rangle\ \times \\
&\quad (-i\overleftarrow{\not\partial}_{x_s'} - m)\, u(k_s')\ldots(-i\overleftarrow{\not\partial}_{x_1} - m)\, u(k_1)\ldots(-i\overleftarrow{\not\partial}_{z_1'} - m)\, v(q_1')\ldots\ \times \\
&\qquad\qquad (-i\overleftarrow{\not\partial}_{z_j} - m)\, v(q_j)\ldots\ .
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Wie im nächsten Kapitel gezeigt wird, enstehen bei den die Fermionzahl verletzenden Feynmangraphen ladungskonjugierte Fermion-Feldoperatoren in den Greenfunktionen. Mit der Schreibweise (4.11) können nun im Falle von Dirac-Fermionen Kontraktionen, die einem Propagator entsprechen, mit den so eingeführten ladungskonjugierten Feldoperatoren der äußeren Teilchen gebildet werden.

Für einen Dirac-Fermionpropagator $iS(x-y) = \langle\, 0\,|T\psi(x)\overline{\psi}(y)|\, 0\,\rangle$ gilt:

$$\begin{aligned}
(i\overrightarrow{\not\partial}_x - m)\, S(x-y) &= \delta^4(x-y), \\
S(x-y)(-i\overleftarrow{\not\partial}_y - m) &= \delta^4(x-y)\ .
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Die Zweipunktfunktion zweier ladungskonjugierter Dirac-Feldoperatoren läßt sich wie folgt schreiben

$$\begin{aligned}
iS^C(x-y) &= \langle\, 0\,|T\psi^C(x)\overline{\psi}^C(y)|\, 0\,\rangle \\
&= C\langle\, 0\,|T\psi(y)\overline{\psi}(x)|\, 0\,\rangle^T C^{-1} \\
&= iCS^T(y-x)C^{-1},
\end{aligned} \tag{4.13}$$

womit für den ladungskonjugierten Propagator $iS^C(x-y)$ gilt:

$$\begin{aligned}
(i\overrightarrow{\not\partial}_x - m)\, S^C(x-y) &= \delta^4(y-x), \\
S^C(x-y)(-i\overleftarrow{\not\partial}_y - m) &= \delta^4(y-x)\ .
\end{aligned} \tag{4.14}$$

4.2 Greenfunktion und Fermionzahl verletzende Wechselwirkungen

Es sei $\varphi(x)$ ein wechselwirkendes Feld mit dem freien Feld $\varphi_{in}(x)$ und den kanonischen Impulsen $\Pi(x)$ und $\Pi_{in}(x)$. In der Störungtheorie wird der Hamilton-Operator des Feldes $\varphi(x)$ in zwei Terme zerlegt. Diese sind der Hamiltonoperator H_0 des freien Feldes und der Hamiltonoperator H_{int}, der die Wechselwirkung beschreibt, mit

$$H(\varphi(x), \Pi(x)) \;=\; H_0(\varphi(x), \Pi(x)) + H_{int}(\varphi(x), \Pi(x)) \ , \tag{4.15}$$

wobei der Hamiltonoperator durch seine Dichte $\mathcal{H}$ gegeben ist:

$$H_i(\varphi(x), \Pi(x)) \;=\; \int d^3x \mathcal{H}_i(\varphi(x), \Pi(x)) \ . \tag{4.16}$$

Weiterhin soll vorausgesetzt werden, daß die Gleichung

$$\mathcal{H}_{int}(\varphi(x)) \;=\; -\mathcal{L}_{int}(\varphi(x)) \tag{4.17}$$

gilt, das heißt, daß die Kopplungsterme in der Lagrangedichte der Wechselwirkung keine Ableitungen nach der Zeit enthalten.

Die N-Punkt-Greenfunktion (4.6) kann dann durch die Felder $\varphi_{in}(x)$ und die Lagrangedichte $\mathcal{L}_{int}(\varphi_{in}(y))$ ausgedrückt werden. Die Felder $\varphi_{in}(x)$ erfüllen die Eigenschaften freier Felder und können somit berechnet werden. Mit Hilfe der Gleichung (4.17) ist die Greenfunktion (4.6) daher gegeben als

$$\tau(x_1, x_2 \dots x_N) \;=\; \frac{\langle\, 0 \,|\, T[\varphi_{in}(x_1)\varphi_{in}(x_2)\dots\varphi_{in}(x_N) e^{i\int d^4y \mathcal{L}_{int}(\varphi_{in}(y))}] \,|\, 0 \,\rangle}{\langle\, 0 \,|\, T e^{i\int d^4y \mathcal{L}_{int}(\varphi_{in}(y))} \,|\, 0 \,\rangle} \ . \tag{4.18}$$

Alle Vakuum-Feynmangraphen einer gegebenen Wechselwirkung entsprechen der Entwicklung des Nenners in Gleichung (4.18). Da die Diagramme aber auch im Zähler auftreten, kann dieser so entwickelt werden, daß sich beide Beiträge gerade herausheben [48]. Letztendlich bleiben nur die Terme der Greenfunktion übrig, die den verbundenen Feynmangraphen entsprechen, weshalb nur diese weiter betrachtet werden müssen.

Es sei λ ein Majorana-Fermionfeld mit Teilchenmasse M und ψ ein Dirac-Fermionfeld mit Teilchenmasse m. Eine allgemeine Lagrangedichte für diese wechselwirkenden Felder ist durch

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int} \;=\; & \frac{1}{2}\overline{\lambda}_a(i\partial\!\!\!/ - M_a)\lambda_a + \overline{\psi}_a(i\partial\!\!\!/ - m_a)\psi_a \\ & + \frac{1}{2} g^i_{abc}\overline{\lambda}_a\Gamma_i\lambda_b\Phi_c + k^i_{abc}\overline{\lambda}_a\Gamma_i\psi_b\Phi^*_c + k^{i*}_{abc}\overline{\psi}_b\Gamma_i\lambda_a\Phi_c + h^i_{abc}\overline{\psi}_a\Gamma_i\psi_b\Phi_c\end{aligned} \tag{4.19}$$

gegeben [10], wobei g^i_{abc}, k^i_{abc} und h^i_{abc} Kopplungskonstanten der Wechselwirkung sind und $\Gamma_i = 1, i\gamma_5, \gamma_\mu\gamma_5, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}$ ist. Das Feld Φ ist entweder ein Skalarfeld oder ein Vektorfeld. Weiterhin bezeichne χ ein Majorana- oder Dirac-Fermionfeld $\chi \in (\lambda, \psi)$.

Eine allgemeine Behandlung der Berechnung von N-Punkt-Greenfunktionen (4.6) stellt das Wicksche Theorem dar. Durch Kommutieren der Skalar- und Vektorfeldoperatoren sowie Antikommutieren der Fermionfeldoperatoren werden zu kontrahierende Operatoren, die jeweils einem Propagator entsprechen, nebeneinander geordnet. Infolge der Antikommutatorregeln der Fermionen entsteht ein Faktor $(-1)^P$, in dem P die Anzahl der Vertauschungen angibt.

Im Falle von Dirac-Fermionen kann man die zum Zähler von Gleichung (4.18) beitragenden Fermionterme immer auf die Form

$$
\begin{aligned}
\tau(x_1, x_2 \ldots) &= \langle\, 0\,|\, T\, \chi(x_1)\chi(x_2)\ldots e^{i\int d^4y \mathcal{L}_{int}(\chi_{in}(y))}\,|\, 0\,\rangle \\
&= (-1)^P \langle\, 0\,|\ldots \chi(x_i)\; [\overline{\chi}(y_j)\Gamma_j \chi(y_j)]\; [\overline{\chi}(y_k)\Gamma_k \chi(y_k)]\; \chi(x_n)\;\ldots|\, 0\,\rangle \qquad (4.20)\\
&\quad + (-1)^{P'} \langle\, 0\,|\ldots\; [\overline{\chi}(y_j)\Gamma_j \chi(y_j)]\; [\overline{\chi}(y_k)\Gamma_k \chi\,(y_k)]\;\ldots|\, 0\,\rangle + Perm. \qquad (4.21)
\end{aligned}
$$

bringen, wobei die Kontraktionen des Terms (4.21) eine Fermionschleife darstellen. Die Kontraktionen $\chi(x_i)\overline{\chi}(y_j)$ entsprechen einem Propagator $\langle\, 0\,|\, T\,\chi(x_i)\overline{\chi}(y_j)|\, 0\,\rangle = iS(x_i - y_j)$. Im Gegensatz zu Dirac-Fermionen, bei denen nur die Kontraktion $\psi\overline{\psi}$ von null verschieden ist, ergeben sich im Falle von selbst-konjugierten Majoranafeldern λ aber auch nichtverschwindende Beiträge zur Greenfunktion durch die Kontraktionen $\chi\chi$ und $\overline{\chi}\overline{\chi}$. Zur Greenfunktion in Gleichung (4.20) tragen somit für Majorana-Felder auch die Terme

$$
\tau(x_1, x_2 \ldots) = (-1)^P \langle\, 0\,|\ldots \chi(x_i)\; [\overline{\chi}_a(y_j)\Gamma_j \chi_b(y_j)]\; [\overline{\chi}(y_k)\Gamma_k \chi(y_k)]\; \chi(x_n)\ldots|\, 0\,\rangle \qquad (4.22)
$$

bei. Diesen Ausdruck kann man aber mit Hilfe der Ladungskonjugationsmatrix C wieder in die Form (4.20) bringen. Für C und Γ gelten die Gleichungen (A.15) und (A.16) und mit

$$
\chi^C \;=\; C\overline{\chi}^T \quad \text{und} \quad \overline{\chi}^C \;=\; -\chi^T C^{-1} \qquad (4.23)
$$

(wobei der Index C das ladungskonjugierte Feld anzeigen soll) folgt mit $\Gamma' = C\,\Gamma^T C^{-1}$:

$$
\begin{aligned}
g^i_{abc}\Phi_c\; \overline{\chi}_a \Gamma \chi_b &= g^i_{abc}\Phi_c\; (\overline{\chi}_a\Gamma\chi_b)^T \;=\; g^i_{abc}\Phi_c\; (-1)\chi^T_b \Gamma^T \overline{\chi}^T_a \\
&= g^i_{abc}\Phi_c\; \overline{\chi}^C_b C\,\Gamma^T C^{-1}\chi^C_a \\
&= g^i_{abc}\Phi_c\; \overline{\chi}^C_b \Gamma' \chi^C_a\;. \qquad (4.24)
\end{aligned}
$$

Der Faktor (-1) im dritten Ausdruck von Gleichung (4.24) entsteht, da die Fermionoperatoren antikommutieren.

Die Gleichung (4.22) kann nun so umgeschrieben werden, daß zu kontrahierende Feldoperatoren wieder nebeneinander stehen (abgesehen von Fermionschleifen) und man die Struktur wie im Falle der Dirac-Fermionen erhält:

$$
\tau(x\ldots) = (-1)^P \langle\, 0\,|\ldots \chi^C(x_i)\, [\overline{\chi}^C_b(y_j)\Gamma'_j \chi^C_a(y_j)]\; [\overline{\chi}\,(y_k)\Gamma_k \chi(y_k)]\; \chi(x_n)\;\ldots|\, 0\,\rangle. \qquad (4.25)
$$

Majorana-Fermionen λ liefern vier mögliche nichtverschwindende Kontraktionen $\chi\overline{\chi}^C$, $\chi\overline{\chi}$ $\chi^C\overline{\chi}$ und $\chi^C\overline{\chi}^C$, die alle gleich dem Propagator

$$
iS^{ab}(x-y) \;=\; \langle\, 0\,|\, T\chi^a(x)\overline{\chi}^b(y)|\, 0\,\rangle \qquad (4.26)
$$

sind. Die Kontraktionen $\underbrace{\chi\chi}$ und $\overbrace{\overline{\chi}\overline{\chi}}$ treten durch die erfolgten Umformungen nicht mehr auf. Die von Null verschiedenen Kontraktionen von Dirac-Fermionen sind $\underbrace{\psi\overline{\psi}}$ und $\underbrace{\psi^C\overline{\psi}^C}$, für die gilt:

$$iS(x-y) \;=\; \langle\, 0\,|\, T\psi(x)\overline{\psi}(y)|\, 0\,\rangle \;=\; \langle\, 0\,|\, T\psi^C(x)\overline{\psi}^C(y)|\, 0\,\rangle. \tag{4.27}$$

Jetzt erweist sich die Darstellung (4.11) des S-Matrixelementes von Vorteil, in der einige der Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren der äußeren Teilchen durch ladungskonjugierte Feldoperatoren angegeben wurden. Dies zeigt sich besonders bei einer Lagrangedichte der Wechselwirkung, in der Kopplungen von Dirac-Fermionen mit Majorana-Fermionen auftreten:

$$\mathcal{L}_{int}^{\lambda\psi} \;=\; k^i_{abc}\overline{\lambda}_a\Gamma_i\psi_b\Phi_c^* + k^{i*}_{abc}\overline{\psi}_b\Gamma_i\lambda_a\Phi_c\ . \tag{4.28}$$

Durch diese Lagrangedichte entstehen die Fermionzahl verletzende Feynmangraphen und daraus resultierend in der Greenfunktion Terme der Art $\overline{\psi}^C\Gamma'\chi^C$ oder $\overline{\chi}^C\Gamma'\psi^C$. Wird einer der ladungskonjugierten Dirac-Operatoren $\psi^C(y)$ mit einem Operator eines äußeren Teilchens $\psi^C(x)$ kontrahiert, ist dessen Behandlung mit der Gleichung (4.11) in der üblichen Weise möglich:

$$\begin{aligned}
\tau(x_1\ldots x_n) \;&=\; (-1)^P\langle\, 0\,|\,\ldots\underbrace{\psi^C(x_i)\overline{\psi}^C(y_j)}\Gamma'_j\underbrace{\chi^C(y_j)\overline{\chi}(y_k)}\Gamma_k\ldots\underbrace{\psi(y_m)\overline{\psi}\,(x_n)}\ldots|\, 0\,\rangle \\
&=\; (-1)^P\ldots iS^C(x_i-y_j)\Gamma'_jS(y_j-y_k)\Gamma_k\ldots S(y_m-x_n)\ldots\ .
\end{aligned} \tag{4.29}$$

4.3 Quark-Antiquark-Annihilation

Der in den Abschnitten 4.1 und 4.2 angeführte Formalismus wird jetzt verwendet, um supersymmetrische QCD-Einschleifenkorrekturen zu berechnen. Betrachtet wird der Prozeß der Teilchen-Antiteilchen Annihilation zweier Dirac-Fermionen (speziell $q\bar{q}$ mit den Quarks $q \in \{u,c,d,s,b\}$ in ein Dirac-Teilchen-Antiteilchen Paar $(t\bar{t})$. Der Streuprozeß der starken Wechselwirkung in bornscher Näherung ist in Abbildung (5.1) dargestellt.

Zur besseren Übersicht zeigen die Felder $\psi(x)$ an, daß sie von den äußeren Teilchen oder Antiteilchen stammen, die Felder $\chi(y), \chi \in \{\lambda,\psi\}$, von den Wechselwirkungsfeldern der Lagrangedichte. Das S-Matrixelement $S_{\beta\alpha}$ folgt aus den Gleichungen (4.5) und (4.11) mit den Abkürzungen $\int d^4x = \int d^4x_1d^4x_2d^4x_3d^4x_4$ und $e^{ipx} = e^{i(p_4x_4+p_3x_3-p_2x_2-p_1x_1)}$ zu

$$\begin{aligned}
S_{\beta\alpha} \;&=\; \langle\, out\, p_4p_3|\, p_1p_2\, in\,\rangle \;=\; \langle\, out\, |d_{out}(p_4)b_{out}(p_3)b^\dagger_{in}(p_1)d^\dagger_{in}(p_2)|\, in\,\rangle \\
&=\; \left(\frac{i}{\sqrt{Z}}\right)^4\int d^4x\, e^{ipx}\,\overline{u}(p_3)(i\,\overrightarrow{\partial\!\!\!/}_{x_3}-m_3)\overline{v}(p_2)(i\,\overrightarrow{\partial\!\!\!/}_{x_2}-m_2)\,\times \\
&\qquad \langle\, 0\,|T\overline{\psi}(x_4)\psi(x_3)\overline{\psi}(x_1)\psi(x_2)|\, 0\,\rangle\ (-i\,\overleftarrow{\partial\!\!\!/}_{x_4}-m_4)\, v(p_4)(-i\,\overleftarrow{\partial\!\!\!/}_{x_1}-m_1)\, u(p_1) \\
&=\; \left(\frac{i}{\sqrt{Z}}\right)^4\int d^4x\, e^{ipx}\,\overline{u}(p_4)(i\,\overrightarrow{\partial\!\!\!/}_{x_4}-m_4)\overline{v}(p_2)(i\,\overrightarrow{\partial\!\!\!/}_{x_2}-m_2)\,\times \\
&\qquad \langle\, 0\,|T\psi^C(x_4)\overline{\psi}^C(x_3)\overline{\psi}(x_1)\psi(x_2)|\, 0\,\rangle\ (-i\,\overleftarrow{\partial\!\!\!/}_{x_3}-m_3)\, v(p_3)(-i\,\overleftarrow{\partial\!\!\!/}_{x_1}-m_1)\, u(p_1).
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Durch die erfolgten Umschreibungen tritt kein Faktor (-1) auf, so daß im Weiteren nur noch die Greenfunktion $\tau(x_4, x_3, x_1, x_2)$ behandelt werden muß.

Die Lagrangedichte der Wechselwirkung zweier Dirac-Fermionen ist in Gleichung (4.19) zu $\mathcal{L}_{int} = h^i_{abc}\overline{\psi}_a(y)\Gamma_i\psi_b(y)\Phi_c(y)$ gegeben, speziell für die starke Wechselwirkung mit $T^c = \lambda^c/2$ und den Gell-Mann-Matrizen λ^c sowie dem Gluonenfeld A^c_μ ist diese

$$\mathcal{L}^{QCD}_{int} = -g_s\,\overline{\psi}(y)T^c\gamma^\mu\psi(y)\,A^c_\mu(y) = \overline{\psi}(y)\Gamma^{c\mu}\psi(y)\,A^c_\mu(y)\;, \tag{4.31}$$

wobei $\Gamma^{c\mu} = -g_s T^c\gamma^\mu$ ist.[3] Die Greenfunktion des Borngraphen, Abbildung 5.1, berechnet sich aus der Greenfunktion (4.18) mit $iS(x-y) = \langle\, 0\,|T\psi(x)\overline{\psi}(y)|\,0\,\rangle$ und $iD^{cd}_{\mu\nu}(x-y) = \langle\, 0\,|TA^c_\mu(x)A^d_\nu(y)|\,0\,\rangle$ zu

$$\begin{aligned}\tau^B(x_4,x_3,x_1,x_2) \;&=\; \frac{1}{2}\int d^4y_1d^4y_2\; iD^{cd}_{\mu\nu}(y_1-y_2)\quad iS(x_3-y_1)\,i\Gamma^{c\mu}\,iS(y_1-x_4)\,\times \\ &\qquad iS(x_2-y_2)\,i\Gamma^{d\nu}\,iS(y_2-x_1) + Permutationen\;.\end{aligned} \tag{4.32}$$

Zur Berechnung des Anteils der Greenfunktion, die dem direkten Boxgraphen (Abbildung C.7) entspricht, benötigt man den Wechselwirkungsterm eines Majorana-Fermions mit einem Dirac-Fermion. Dieser ist in der Lagrangedichte von Gleichung (4.19) gegeben und lautet für den hier untersuchten speziellen Fall:

$$\mathcal{L}^{\lambda\psi}_{int} \;=\; \overline{\lambda}^a(y)\tilde{\phi}^\dagger(y)\Gamma^a\psi(y) + \overline{\psi}(y)\Gamma^{a^*}\lambda^a(y)\tilde{\phi}(y). \tag{4.33}$$

Mit den Antivertauschungsregeln der Fermionen erhält man den Anteil der Greenfunktion, der dem direkten Boxdiagramm entspricht, wie folgt:

$$\begin{aligned}\tau^{DB}(x_4,x_3,x_1,x_2) \;&=\; (-1)\,\frac{1}{4!}\int d^4y_1d^4y_2d^4y_3d^4y_4\; iD(y_1-y_4)\,iD(y_3-y_2)\,\times \\ &\qquad iS(x_3-y_1)\,i\Gamma^{a*}\,iS^{ab}(y_1-y_2)\,i\Gamma^b\,iS(y_2-x_1)\,\times \\ &\qquad iS(x_2-y_3)\,i\Gamma^{c*}\,iS^{cd}(y_3-y_4)\,i\Gamma^d\,iS(y_4-x_4) + Perm.\end{aligned} \tag{4.34}$$

Hier ist $iS^{ab}(x-y) = \langle\, 0\,|T\lambda^a(x)\overline{\lambda}^b(y)|\,0\,\rangle$ und $iD(x-y) = \langle\, 0\,|T\tilde{\phi}(x)\tilde{\phi}^\dagger(y)|\,0\,\rangle$. Das relative Vorzeichen der direkten Boxgraphen zum Borngraphen ist somit (-1). Dies erscheint sinnvoll, wenn man die Lagrangedichte in Gleichung (4.33) untersucht. Ersetzt man dort das Majorana-Fermionenfeld durch ein Dirac-Fermionfeld, erhält man eine ähnliche Lagrangedichte der Wechselwirkung zweier Dirac-Fermionen. Das Skalarfeld $\tilde{\phi}$ verhält sich bezüglich der Kommutatorregeln wie ein Vektorfeld A_μ, und die Kopplungen Γ erbringen aufgrund ihrer geraden Anzahl keine relativen Minuszeichen. Wie aus der Elektron-Positron-Streuung bekannt ist, hat das zu Abbildung C.7 entsprechende Boxdiagramm (mit Austausch zweier Photonen) ebenfalls ein relatives Vorzeichen (-1) zum Borngraphen mit Ein-Photon-Austausch (vgl. Abbildung 5.1).

Der Anteil der Greenfunktion, der dem gekreuzten Boxdiagramm in Abbildung C.8 entspricht, wird mit Hilfe der durch Gleichung (4.11) gebildeten Greenfunktion berechnet und ist mit $iS^C(x-y) = \langle\, 0\,|T\psi^C(x)\overline{\psi}^C(y)|\,0\,\rangle$ gegeben als

[3] g_s ist die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}^{CB}(x_4,x_3,x_1,x_2) \;=\;& (+1)\,\frac{1}{4!}\int d^4y_1d^4y_2d^4y_3d^4y_4\; iD(y_4-y_1)\,iD(y_3-y_2)\times\\ & iS^C(x_4-y_1)\,i\Gamma'^{\,a}\,iS^{ab}(y_1-y_2)\,i\Gamma^b\,iS(y_2-x_1)\times\\ & iS(x_2-y_3)\,i\Gamma^{c*}\,iS^{cd}(y_3-y_4)\,i\Gamma'^{\,d*}\,iS^C(y_4-x_3)+Perm. \qquad (4.35)\end{aligned}$$

Wie aus dieser Gleichung ersichtlich ist, trägt der Term in der Greenfunktion, der dem gekreuzten Boxdiagramm entspricht, einen relativen Faktor $(+1)$ zum Term des Borngraphen und einen relativen Faktor (-1) zum Term des direkten Boxdiagramms. Der Faktor (-1) in Bezug zum direkten Boxgraphen ist wiederum sinnvoll, da sich das gekreuzte Diagramm vom direkten Boxgraphen durch den Austausch einer Majorana-Fermionlinie (Gluino) unterscheidet. Da Fermionen antikommutieren, ist dieser Faktor (-1) gegeben.

Dennoch addieren sich beide Boxdiagramme im Streuprozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ konstruktiv. Dies ist durch die Farbfaktoren der starken Wechselwirkung bedingt. Der Farbfaktor des direkten Boxgraphen berechnet sich zu $\langle +\frac{1}{9}\cdot\frac{7}{3}\rangle_F$ und der des gekreuzten Boxdiagramms zu $\langle -\frac{1}{9}\cdot\frac{2}{3}\rangle_F$. Das QCD-Borndiagramm des Streuprozesses $q\bar{q} \to t\bar{t}$ trägt wiederum einen Farbfaktor $\langle\frac{2}{9}\rangle_F$, weshalb insgesamt beide Boxdiagramme einen relativen Faktor von (-1) zum Borngraphen besitzten.

Dieses Ergebnis der Vorfaktoren steht im Widerspruch zu den Arbeiten von [17, 18, 19]. Die Farbfaktoren sind in allen Arbeiten in Übereinstimmung mit den hier berechneten Werten. In [17] und [19] wurden jedoch keine speziellen relativen Vorzeichen zum Borngraphen behandelt. Demzufolge haben hier im Verhältnis zum Borndiagramm die direkten Boxgraphen einen relativen Faktor $(+1)$ und die gekreuzten Boxgraphen einen Faktor (-1) (incl. Farbfaktor).

In der Arbeit von [18] wird ein Faktor (-1) aufgrund der Fermi-Statistik zu den gekreuzten Boxdiagrammen eingeführt. Ein möglicher Faktor (-1) der direkten Boxdiagramme zum Borngraphen wird jedoch nicht berücksichtigt. Der Gesamtvorfaktor beider Diagramme ist hier somit mit $(+1)$ angegeben (incl. Farbfaktor).

Da der Beitrag der gekreuzten Boxgraphen zum Wirkungsquerschnitt jedoch sehr gering ist, zeigen die Diagramme in den angegebenen Arbeiten einen nahezu gleichen Verlauf. Das direkte Boxdiagramm trägt im Gegensatz dazu mit deutlich größeren Werten zum Wirkungsquerschnitt bei, wodurch sich der Verlauf des totalen Wirkungsquerschnitts komplett verändert. Einige der in den Arbeiten von [17] und [18] veröffentlichten Diagramme sind deshalb mit geänderten Vorzeichen, aber gleichen Parametern in Anhang D gegeben.

Kapitel 5

Top-Quark-Antiquark-Produktion durch Hadron-Hadron-Kollision

Top-Quark-Antiquark-Paare können in Hochenergiebeschleunigern unter anderem mittels Kollision von Hadronen erzeugt werden. Am Tevatron werden dafür Protonen und Antiprotonen und am zukünftigen LHC Protonen zur Kollision gebracht. In partonischen Streuprozessen werden $t\bar{t}$-Paare durch Paarvernichtung eines Quark-Antiquark-Paares oder Gluon-Fusion erzeugt. In dieser Arbeit werden zur Paarvernichtung von Quark-Antiquark-Paaren die supersymmetrischen QCD-Korrekturen in Einschleifen-Ordnung berechnet.

Zur Berechnung von experimentell meßbaren Größen, wie dem Wirkungsquerschnitt σ der $p\bar{p}$ oder pp Kollision, ist zunächst die Bestimmung des Wirkungsquerschnitts $\hat{\sigma}$ des Quark-Unterprozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ notwendig. Danach wird der Wirkungsquerschnitt für die Hadronen-Kollision mit Hilfe der Partonverteilungsfunktion (Abschnitt 2.4.3) bestimmt. Aufgrund des unterschiedlichen Quarkinhalts der am Tevatron und LHC verwendeten Hadronen sind die berechneten Wirkungsquerschnitte der Bornschen Näherung bei gleichen Schwerpunktsenergien voneinander verschieden, wobei jener am LHC kleiner als am Tevatron ist.

In Abschnitt 4.3 sind die Martixelemente des Borngraphen und der Boxdiagramme aus der Greenfunktion abgeleitet worden. In [50] sind allgemeine Feynmanregeln zur Ableitung von Matrixelementen angegeben, welche insbesondere auch für Diagramme gelten, die die Fermionzahl verletzen. Sämtliche Matrixelemente wurden mit diesen Feynmanregeln aufgestellt und mit den in Abschnitt 4.3 ermittelten Ergebnissen verglichen, wobei übereinstimmende Ergebnisse festgestellt werden konnten.

Physikalische Größen, die sich nur auf den partonischen Streuprozeß beziehen, werden in dieser Arbeit zur eindeutigen Unterscheidung von den hadronischen Größen durch ein Dach „ ˆ “ über der Variable gekennzeichnet (beispielsweise der totale partonische Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}(\hat{s})$). Variablen des hadronischen Streuprozesses erhalten keine zusätzliche Kennzeichnung. Das Quadrat der Schwerpunktsenergie der Hadronen wird davon abweichend mit einem großen Buchstaben S bezeichnet.

5.1 Der partonische Streuprozeß

5.1.1 Relativistische Kinematik und Wirkungsquerschnitt des Prozesses $q\bar{q} \to t\bar{t}$

Eine mögliche Streureaktion, bei der ein $t\bar{t}$-Paar aus einem Quark-Antiquark-Paar erzeugt wird, ist als

$$q(p_1)\,\bar{q}(p_2) \;\to\; t(p_3)\,\bar{t}(p_4) \tag{5.1}$$

gegeben (Abbildung 5.1). Hier soll q ein Quark mit Flavor {u,c,d,s,b} darstellen, sowie $\overline{q}$ das entsprechende Antiquark. Ein $t\bar{t}$-Paar im Anfangszustand wurde in allen Berechnungen vernachlässigt, da dessen Verteilung im Hadron aufgrund der hohen Masse stark unterdrückt ist und deshalb keine Partonverteilungswerte verfügbar sind.

Ist $M(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}, \alpha_s(\mu_R))$ das Matrixelement der Teilchenstreuung zweier Quarks im Anfangs- und Endzustand, so ist der differentielle Wirkungsquerschnitt durch

$$\frac{d\hat{\sigma}_{q\overline{q}\to t\bar{t}}\,(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}, \alpha_s(\mu_R))}{d\hat{t}} \;=\; \frac{1}{16\pi\hat{s}^2}\overline{\sum}|M(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}, \alpha_s(\mu_R))|^2 \tag{5.2}$$

bestimmt, wobei $\overline{\sum}$ die Mittlung über die Spins und die Farbfreiheitsgrade der Anfangszustände sowie die Summation über die Spins und die Farbfreiheitsgrade der Endzustände angibt. Die benutzten relativistisch invarianten Mandelstam-Variablen $\hat{s}, \hat{t}$ und $\hat{u}$ sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
\hat{s} &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \\
\hat{t} &= (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2, \\
\hat{u} &= (p_2 - p_3)^2 = (p_4 - p_1)^2.
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Betrachtet man den Grenzfall hoher Schwerpunktsenergien $\hat{s}$, also $\hat{s} \gg m_q^2$, dann erfüllen die Mandelstam-Variablen die Relation $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 2m_t^2$. Darüber hinaus gibt p_5 die Summe der Impulse der Anfangszustände oder Endzustände an, für die aufgrund der Viererimpulserhaltung gilt: $p_5 = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Bezeichnet ϑ den Streuwinkel im Schwerpunktsystem als Winkel zwischen dem einlaufenden Quark und dem auslaufenden top-Quark, welcher mit den in Gleichung (5.3) definierten Variablen durch die Relation

$$\hat{t} \;=\; m_t^2 - \frac{\hat{s}}{2} + \frac{1}{2}\hat{s}\,\beta\cos\vartheta \tag{5.4}$$

mit $\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_t^2}{\hat{s}}}$ verknüpft ist, so sind die kinematischen Grenzen für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts durch $-1 \le \cos\vartheta \le 1$ festgelegt, und der totale partonische Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$ wird

$$\hat{\sigma}_{q\overline{q}\to t\bar{t}}\,(\hat{s}, \alpha_s(\mu_R)) \;=\; \int_{\hat{t}_{min}}^{\hat{t}_{max}} d\hat{t}\;\frac{d\hat{\sigma}_{q\overline{q}\to t\bar{t}}\,(\hat{s}, \hat{t}, \alpha_s(\mu_R))}{d\hat{t}}. \tag{5.5}$$

Das Matrixelement $M(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}, \alpha_s(\mu_R))$ und demzufolge der Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$ ist abhängig von der starken Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu_R)$. Die Skala μ_R wird durch die Behandlung der UV-Divergenzen der Strahlungskorrekturen mittels dimensionaler Regularisierung eingeführt und beeinflußt den Wirkungsquerschnitt je nach Ordnung der berechneten Korrekturen. Der Einfluß dieses Parameters auf den Wirkungsquerschnitt wird in Abschnitt 5.2.2 betrachtet.

5.1.2 Wirkungsquerschnitt der Bornschen Näherung

Das Feynmandiagramm der Bornschen Näherung ist mit den verwendeten Impulsen und Bezeichungen in Abbildung 5.1 dargestellt. Die äußeren gekrümmten Pfeile geben die gewählte Fermionflußrichtung an, wie sie in [50] eingeführt wird. Das Born-Matrixelement

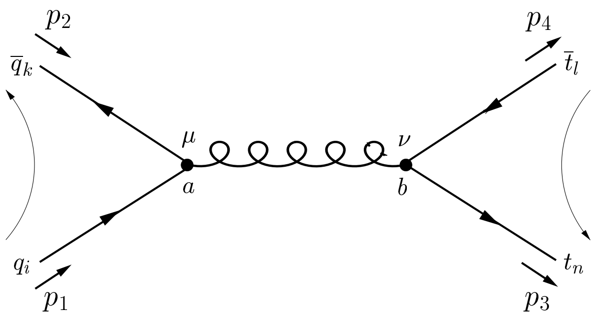


Abbildung 5.1: *Born-Feynmandiagramm der $q\bar{q}$-Annihilation*

erhält man mit den in Kapitel 3 angegebenen Feynmanregeln als

$$M_0 = \overline{u}(p_3, s_3)\, \Gamma^{b\nu}\, v(p_4, s_4)\; S^{ab}_{\mu\nu}(p_5)\; \overline{v}(p_2, s_2)\, \Gamma^{a\mu}\, u(p_1, s_1) \tag{5.6}$$

$$= \overline{u}_n(p_3, s_3)(-ig_s T^b_{nl}\gamma^\nu) v_l(p_4, s_4)\Big(-i\frac{g_{\mu\nu}}{\hat{s}}\delta^{ab}\Big)\overline{v}_k(p_2, s_2)(-ig_s T^a_{ki}\gamma^\mu)u_i(p_1, s_1) \tag{5.7}$$

Aus Gleichung (5.6) ist das adjungierte Matrixelement der bornschen Näherung bestimmt:

$$M_0^\dagger = \overline{u}(p_1, s_1)\overline{\Gamma}^{a\mu}\, v(p_2, s_2)\, S^{ab}_{\mu\nu}(p_5)\, \overline{v}(p_4, s_4)\, \overline{\Gamma}^{b\nu}\, u(p_3, s_3)\ . \tag{5.8}$$

Mittels der Identität (A.17) ist das adjungierte Matrixelement außerdem als

$$M_0^\dagger = \overline{u}(p_1, s_1)\overline{\Gamma}^{a\mu}\, v(p_2, s_2)\, S^{ab}_{\mu\nu}(p_5)\, \overline{v}(p_3, s_3)\, (-\overline{\Gamma}'^{\,b\nu})\, u(p_4, s_4) \tag{5.9}$$

gegeben. Diese Darstellung von $M_0^\dagger$ ist für die Berechnung von $M_{CBox}M_0^\dagger$ (vergleiche 5.1.3) nötig. Wendet man die in [50] gegebenen Feynmanregeln an, erhält man dieses Ergebnis auch direkt durch die Vertauschung der Fermionflußrichtung im Endzustand in Abbildung 5.1.

Das Quadrat des Born-Matrixelements, gemittelt über die Spins und Farbfreiheitsgrade im Anfangszustand sowie Summation derselben über die Endzustände, berechnet sich zu

$$\overline{\sum}|M_0|^2 = \frac{64\pi^2\alpha_s^2}{\hat{s}^2}\left\langle\frac{2}{9}\right\rangle_F \Big(\hat{t}^2 + (\hat{s} - 2m_t^2)\,\hat{t} + \frac{1}{2}\hat{s}^2 + m_t^4\Big). \tag{5.10}$$

Der in „$\langle\ \rangle_F$“ stehende Faktor ist durch die Farbladung der QCD gegeben und wird immer in dieser gesonderten Form dargestellt. Der totale Born-Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_0$ des partonischen Streuprozesses ist

$$\hat{\sigma}_0 \quad = \quad \frac{4\pi\alpha_s^2\beta}{3\hat{s}^2} \left\langle \frac{2}{9} \right\rangle_F (\hat{s} + 2m_t^2). \tag{5.11}$$

Die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung g_s wurde durch α_s mit $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ ersetzt.

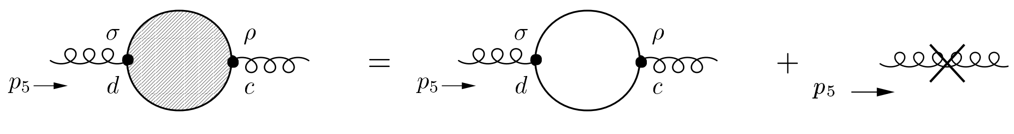
5.1.3 Supersymmetrische Einschleifen-QCD-Strahlungskorrekturen

Die supersymmetrischen QCD-Strahlungskorrekturen in Einschleifen-Ordnung unterteilen sich in die Korrekturen der Gluonselbstenergie (M_{Gluon}), der Wellenfunktionen (M_W), der Vertexkorrekturen (M_{Vertex}) sowie der Boxdiagramme, die aus den „direkten“ Boxdiagrammen (M_{DBox}) und den „gekreuzten“ Boxdiagrammen (M_{CBox}) bestehen. Das Quadrat des Matrixelements der Einschleifen-QCD-Korrekturen bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ ist demzufolge

$$\begin{aligned} |M|^2 \quad &= \quad |M_0 + M_1|^2 \\ &= \quad |M_0|^2 + 2Re\,\{\, M_{Gluon}M_0^\dagger + M_W M_0^\dagger \\ &\qquad\qquad + M_{Vertex}M_0^\dagger + M_{DBox}M_0^\dagger + M_{CBox}M_0^\dagger \,\}. \end{aligned} \tag{5.12}$$

5.1.4 Gluonselbstenergie

Die supersymmetrischen QCD-Einschleifenkorrekturen zum Gluonpropagator bestehen aus einer Gluinoschleife und den Squarkschleifen. Die Feynmandiagramme und die analytischen Ergebnisse dieser Korrekturen sind in Abschnitt C.1 aufgeführt. Die renormierte Selbstenergie erhält man gemäß Abschnitt 2.3.2 durch Addition des Gluonfeldcounterterms zum unrenormierten Selbstenergieterm. Dies ist in Abbildung 5.2 illustriert, wobei



$$= \quad -i\,\hat{\Sigma}^{cd}_{\rho\sigma}(p_5)$$

Abbildung 5.2: *Beiträge zur renormierten Gluonselbstenergie*

der schraffierte Kreis die renormierte Korrektur angeben soll. Die renormierte Gluonselbstenergie $\hat{\Sigma}^{cd}_{\rho\sigma}(p_5)$ kann wie folgt parametrisiert werden:

$$\hat{\Sigma}^{cd}_{\rho\sigma}(p_5) \quad = \quad \delta^{cd}\,(p_5^2 g_{\rho\sigma} - p_{5\rho}p_{5\sigma})\,\hat{\Sigma}(p_5^2). \tag{5.13}$$

Der Beitrag der renormierten Korrektur, der proportional zu $p_{5\rho}p_{5\sigma}$ ist, verschwindet, da nur der transversale Anteil der Selbstenergie zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. Für das Matrixelement $M_0^{\rho\sigma}$ gilt die Relation

$$p_{5\rho}M_0^{\rho\sigma} \;=\; p_{5\sigma}M_0^{\rho\sigma} \;=\; 0, \tag{5.14}$$

woraus folgt

$$\hat{\Sigma}^{cd}_{\rho\sigma}(p_5) \;=\; \delta^{cd}\, g_{\rho\sigma}p_5^2\,\hat{\Sigma}(p_5^2). \tag{5.15}$$

$\hat{\Sigma}(p_5^2)$ ist aus der unrenormierten Selbstenergie $\Sigma(p_5^2)$ und dem Counterterm δZ_G gegeben:

$$\hat{\Sigma}(p_5^2) \;=\; \Sigma(p_5^2) + (Z_G - 1) \;=\; \Sigma(p_5^2) + \delta Z_G. \tag{5.16}$$

Die Strahlungskorrektur wird entsprechend dem $\overline{\text{MS}}$-Schema renormiert, das heißt, daß der Counterterm δZ_G die divergenten Anteile Δ (Gleichung (B.18)) des unrenormierten Korrekturterms absorbiert. Aus der analytischen Berechnung und den Gleichungen (B.19) und (B.20) folgt

$$\delta Z_G \;=\; -\frac{\alpha_s}{\pi}\Delta. \tag{5.17}$$

Die in den Strahlungskorrekturen auftretenden N-Punkt-Integrale wurden mit der dimensionalen Regularisierung behandelt. Dabei wurde eine Skala μ_G eingeführt, von der die Ergebnisse abhängen. Diese ist prinzipiell frei wählbar und beeinflußt die Ergebnisse in jeder Ordnung Störungstheorie. Würde man alle Ordnungen n mit $n \to \infty$ der Störungstheorie berechnen können, so verschwände die Abhängigkeit der Renormierungsskala μ_G. Die Boxkorrekturen ergeben sich als unabhängig von μ_G und UV-endlich. Die Divergenzen der Vertexkorrekturen und der Wellenfunktionskorrekturen sowie deren μ_G-Abhängigkeit addieren sich zu null. Die einzig verbleibende Abhängigkeit des Streuquerschnitts von der Skala μ_G ist durch die Gluonselbstenergie gegeben. Man versucht die Skala so zu wählen, daß der Fehler, der durch die Vernachlässigung höherer Ordnungen entsteht, möglichst klein wird. In Anlehnung an [17, 18] wird hier die Skala μ_G zum direkten Vergleich so gewählt, daß der Korrekturterm für große Squark- und Gluino-Massen und verschwindende Schwerpunktsenergien $\hat{s}$ null wird. Diese Forderung wird erfüllt, wenn gilt:

$$2\ln\frac{m_{\tilde{g}}^2}{\mu_G^2} + \frac{1}{6}\sum_{flavor}\left(\ln\frac{m_{\tilde{q}_1}^2}{\mu_G^2} + \ln\frac{m_{\tilde{q}_2}^2}{\mu_G^2}\right) \;=\; 0. \tag{5.18}$$

Aus dieser Gleichung ist μ_G als

$$\mu_G^2 \;=\; \left(\prod_{flavor} m_{\tilde{q}_1}m_{\tilde{q}_2}m_{\tilde{g}}^2\right)^{\frac{1}{12}} \tag{5.19}$$

festgelegt. Die in den Gleichungen (C.3) und (C.4) auftretenden Terme

$$|M_0|^2\,\frac{\alpha_s}{2\pi}\,B_0(0,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{g}}) \quad \text{und} \quad |M_0|^2\,\frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{1}{6}\,B_0(0,m_{\tilde{q}_i},m_{\tilde{q}_i}) \tag{5.20}$$

sind so gewählt, daß sie die Divergenzen und die μ_G-Abhängigkeit der Gluonselbstenergie absorbieren. Die unrenormierte Gluonselbstenergie wäre demzufolge ohne diese beiden Terme gegeben.

5.1.5 Wellenfunktion

Die Feynmandiagramme und die analytischen Ergebnisse der Strahlungskorrekturen der äußeren Teilchen, sind in Abschnitt C.2 aufgeführt. Die Korrektur jeder Linie ist zunächst UV-divergent. Durch Addition eines Counterterms, der aus der Lagrangedichte folgt (Abschnitt 2.3.2), ergibt sich eine renormierte und damit endliche Strahlungskorrektur für jede äußere Linie. Dies ist schematisch in Abbildung 5.3 dargestellt, wobei der schraffierte

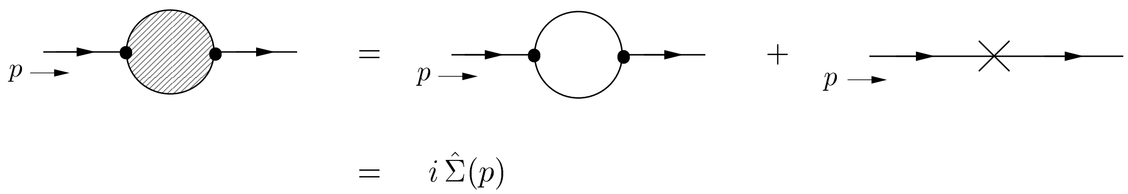


Abbildung 5.3: *Renormierte Fermionselbstenergie*

Kreis wieder die renormierte Korrektur angibt. Die renormierte Selbstenergie $\hat{\Sigma}(p)$ ist aus der unrenormierten Selbstenergie $\Sigma(p)$ und dem Counterterm mit der Teilchenmasse m als

$$\hat{\Sigma}(p) \quad = \quad \Sigma(p) + [\not{p}\delta Z_q - m(\delta Z_q + \delta Z_m)] \tag{5.21}$$

gegeben. $\Sigma(p)$ kann in einen zu $\not{p}$ und einen zu m proportionalen Term zerlegt werden:

$$\Sigma(p) \quad = \quad \not{p}\,\Sigma_V(p^2) + m\,\Sigma_S(p^2). \tag{5.22}$$

Da die äußeren Fermionen zur Berechnung der Streuquerschnitte als freie Teilchen betrachtet werden, sind $\Sigma_V(p^2)$ und $\Sigma_S(p^2)$ um das Quadrat der physikalischen Masse zu entwickeln:

$$\Sigma_{V,S}(p^2) \quad = \quad \Sigma_{V,S}(m^2) + 2m^2(\not{p} - m)\Sigma'_{V,S}(m^2) + O(\not{p} - m)^2. \tag{5.23}$$

Die renormierte Korrektur ergibt sich als

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}(p) \quad = \quad & (\not{p} - m)\Big[\delta Z_q + \Sigma_V(m^2) + 2m^2\Big(\Sigma'_V(m^2) + \Sigma'_S(m^2)\Big)\Big] \\ & + m\Big[\Sigma_V(m^2) + \Sigma_S(m^2) - \delta Z_m\Big]. \end{aligned} \tag{5.24}$$

Der Massencounterterm δZ_m ist damit als

$$\delta Z_m \quad = \quad \Sigma_V(m^2) + \Sigma_S(m^2) \tag{5.25}$$

bestimmt. Der Counterterm δZ_q (Abschnitt 2.3.2) absorbiert die restlichen in $\Sigma_V(m^2)$ enthaltenen Divergenzen und ist für die Fermionselbstenergie gegeben als

$$\delta Z_q \quad = \quad -\frac{\alpha_s}{6\pi}\,\Delta\ . \tag{5.26}$$

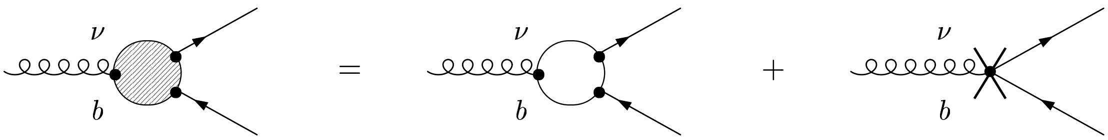
Den Counterterm für die Wellenfunktionen erhält man daraus durch Multiplikation mit einem Faktor $\frac{1}{2}$, da es sich um ein äußeres Teilchen handelt. Dieser ist damit für jedes äußere Teilchen als

$$\delta Z_q^w \;=\; \frac{1}{2}\delta Z_q \;=\; -\frac{\alpha_s}{12\pi}\,\Delta \tag{5.27}$$

festgelegt.

5.1.6 Vertexkorrektur

Die Vertexkorrektur besteht aus zwei unterschiedlichen Typen von Feynmangraphen. Es treten entweder zwei Gluinos und ein Squark oder ein Gluino und zwei Squarks in den Korrekturen auf. Die Feynmandiagramme sind mit den analytischen Ergebnissen in Anhang C.3 angegeben. Von den enthaltenen C_{ij}-Funktionen ist nur die C_{24}-Funktion di-



$$= \quad -ig_s\,\hat{\Gamma}^{b\nu}$$

Abbildung 5.4: *Renormierte Vertexkorrektur*

vergent (B.25). Um eine endliche Korrektur zu erhalten, wird ein Counterterm (2.45) in die Lagrangedichte eingeführt, der die Divergenz absorbiert und zu einem neuen Vertex führt. Damit erhält man eine endliche Vertexkorrektur, die als schraffierter Kreis in Abbildung 5.4 dargestellt ist. Die renormierte Vertexkorrektur ist damit aus der unrenormierten Korrektur und dem Counterterm als

$$\hat{\Gamma}^{b\nu} \;=\; \Gamma^{b\nu} + (Z_1 - 1)T^b\gamma^\nu \;=\; \Gamma^{b\nu} + \delta Z_1 T^b\gamma^\nu \tag{5.28}$$

gegeben. Gemäß dem $\overline{\mathrm{MS}}$-Renormierungsschema absorbiert der Counterterm δZ_1 die in den Vertexkorrekturen auftretenden Divergenzen Δ. Diese erhält man aus dem Matrixelement in Anhang C.3 für einen Vertex:

$$\delta Z_1 \;=\; \frac{\alpha_s}{6\pi}\Delta\;. \tag{5.29}$$

Mit Gleichung (2.45) kann daraus der Counterterm der Kopplungskonstante ermittelt werden. Aus

$$\delta Z_1 \;=\; \delta Z_g + \delta Z_\psi + \frac{\delta Z_G}{2} \tag{5.30}$$

ist der Counterterm durch

$$\delta Z_g \;=\; -\frac{\delta Z_G}{2} \;=\; \frac{\alpha_s}{2\pi}\Delta \tag{5.31}$$

bestimmt.

5.1.7 Boxdiagramme

Die Boxdiagramm-Strahlungskorrektur besteht aus der Summe der direkten und der gekreuzten Boxdiagramme. Die Feynmangraphen und die analytischen Ergebnisse sind in Anhang C.4 und Anhang C.5 angegeben. In Abschnitt 4.3 wurden die Matrixelemente der Boxgraphen hergeleitet und die Vorzeichen gegenüber dem Borndiagramm diskutiert. Da alle D_{ij}-Funktionen (B.26) und (B.27) UV-endlich sind, ist die gesamte Boxkorrektur UV-endlich und zudem unabhängig von der Skala μ_G.

Nach der Beseitigung aller Divergenzen durch Counterterme ist der Wirkungsquerschnitt des Streuprozesses $q\overline{q} \to t\overline{t}$ bestimmt und endlich. Die Divergenzen und die μ_G-Abhängigkeiten der Vertexkorrekturen und der Wellenfunktionskorrekturen heben sich gerade heraus. Die Divergenz der Gluonselbstenergie wird durch Renormierung der Kopplungskonstanten absobiert. Die Skala μ_G, von der die Gluonselbstenergie und somit der gesamte Wirkungsquerschnitt abhängen, wird mittels Gleichung (5.19) explizit festgelegt.

5.1.8 Der partonische Wirkungsquerschnitt

Mit den angegebenen Formeln aus den vorangegangenen Abschnitten ist der partonische Wirkungsquerschnitt des Streuprozesses $q\overline{q} \to t\overline{t}$ bestimmt. Die vollständigen Matrixelemente sind explizit in Anhang C gegeben. Die renormierten Matrixelemente sind wie gezeigt UV-endlich und durch ausdrückliche Wahl der Skala μ_G, die infolge der dimensionalen Regularisierung eingeführt wurde, festgelegt. Bis auf die relativen Vorzeichen der Boxgraphen, die ausführlich in Kapitel 4 diskutiert wurden, stimmen die analytischen Ergebnisse mit denen der Arbeiten von [17] und [18] überein. Die in [19] angegebenen Ergebnisse der berechneten Graphen sind bis auf das Vorzeichen des direkten Boxgraphen mit den hier ermittelten Ergebnissen identisch (das gekreuzte Diagramm wurde in [19] nicht berechnet).

Der totale partonische Wirkungsquerschnitt auf Born-Niveau $\hat{\sigma}_0$ ist durch Gleichung (5.11) gegeben. In Abbildung 5.5 ist dessen Verlauf in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ in einem Bereich zwischen 350 GeV und 14 TeV dargestellt. Der Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_0$ besitzt nach einem kurzen starken Anstieg ein Maximum von 15.9 pbarn bei ca. $\sqrt{\hat{s}} = 415$ GeV und fällt bis $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV auf einen um 3 Größenordnungen kleineren Wert ab. Durch diesen starken Abfall ist der hadronische Wirkungsquerschnitt hauptsächlich durch $\hat{\sigma}$ bei $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV bestimmt.

Die Ergebnisse der Einschleifen-Korrekturen zum partonischen Streuprozeß sind in Abschnitt 6.1 aufgezeigt. Zur numerischen Berechnung wurden für die physikalischen Größen die in Anhang A.4 angegebenen Werte verwendet. Die Berechnung der Squarkmassen und Squarkmischungswinkel erfolgte mit den in Abschnitt 3.2.3 angegebenen Formeln. Der Term $(A_u - \mu \cot\beta)$ wurde wie beschrieben zu F_u und $(A_d - \mu \tan\beta)$ zu dem Parameter F_d zusammengefaßt. Die Massen der leichten Squarks {u,c,d,s} werden von den Parametern F_u und F_d wenig beeinflußt und sind im Wesentlichen durch den Brechungsparameter M_s (3.13) gegeben. Durch geeignete Wahl der Parameter M_s, F_u und F_d können die $\tilde{q}_1$- und $\tilde{q}_2$-Massen der top- und bottom-Squarks so variiert werden, daß eine Massendifferenz $\Delta m = |m_{\tilde{q}_1} - m_{\tilde{q}_2}|$ von 700 GeV und mehr erzeugt wird. Aufgrund der Beiträge der top-

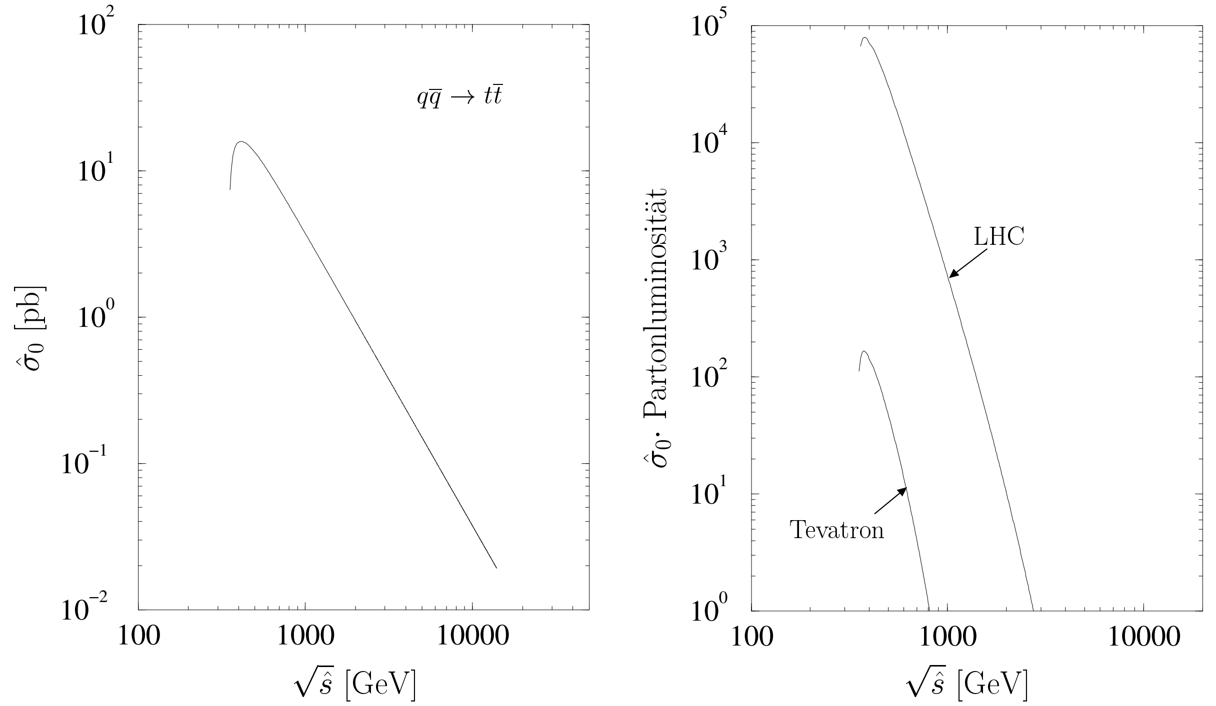


Abbildung 5.5: *Links: totaler partonischer Wirkungsquerschnitt der Bornschen Näherung $\hat{\sigma}_0(q\overline{q} \to t\overline{t})$ in Abhängigkeit von $\sqrt{\hat{s}}$; rechts: $\hat{\sigma}_0(q\overline{q} \to t\overline{t})$ multipliziert mit der Partonluminosität in Abhängigkeit von $\sqrt{\hat{s}}$*

und bottom-Squarkschleifen zu den elektroschwachen Eichboson-Selbstenergien folgt jedoch, daß nicht beliebige Massendifferenzen möglich sind. Der ρ-Parameter [51] mißt bei verschwindenden Impulsüberträgen [52] die relative Stärke der Prozesse mit neutralen zu denjenigen mit geladenen Strömen:

$$\rho = \frac{1}{1-\Delta\rho}, \qquad \Delta\rho = \frac{\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2} - \frac{\Pi_{WW}(0)}{M_W^2} \tag{5.32}$$

mit den Termen der transversalen Selbstenergien der W- und Z-Bosonen ($\Pi_{ZZ}(0)$ und $\Pi_{WW}(0)$). Der supersymmetrische Beitrag zu $\Delta\rho$ ist nur für die top- und bottom-Squarks wichtig. Vernachlässigt man die Mischung der bottom-Squarks, die nur für große $\tan\beta$ relevant sein kann, so ist der Beitrag $\Delta\rho_0^{Susy}$ zu $\Delta\rho$ in erster Ordnung durch die Gleichung

$$\begin{aligned}\Delta\rho_0^{Susy} = \frac{3G_F}{8\sqrt{2}\pi^2}\Big(& -\sin\theta_{\tilde{t}}^2 \cos\theta_{\tilde{t}}^2\, F_0(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{t}_2}^2) \\ & + \cos\theta_{\tilde{t}}^2\, F_0(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{b}_L}^2) + \sin\theta_{\tilde{t}}^2\, F_0(m_{\tilde{t}_2}^2, m_{\tilde{b}_L}^2)\Big)\end{aligned} \tag{5.33}$$

mit der Fermi-Konstanten G_F gegeben. Die Funktion $F_0(x,y)$ ist durch

$$F_0(x,y) = x + y - \frac{2xy}{x-y}\ln\frac{x}{y} \tag{5.34}$$

bestimmt. In Einklang mit den experimentellen Werten sollte $\Delta\rho_0^{Susy}$ den Wert 10^{-3} nicht übersteigen. Die in Kapitel 6 dargestellten Diagramme stimmen mit diesem oberen Wert überein, lediglich in Abbildung 6.6 wurden größere Wert zur Illustration des Einflusses von $\Delta\rho_0^{Susy}$ zugelassen.

5.2 Der hadronische Streuprozeß

5.2.1 Hadronischer Wirkungsquerschnitt

Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt $\sigma(S)$ berechnet sich aus dem partonischen Wirkungsquerschnitt und der Partonverteilungsfunktion nach (2.59). In Abbildung 5.5 (rechts) ist die Größe (vergleiche Abschnitt 2.4.3)

$$\sum_{n=\{u,c,d,s,b\}} \frac{d\mathcal{L}_{n\overline{n}}^{AB}(\tau)}{d\tau} \cdot \hat{\sigma}_{0,n\overline{n}\to t\overline{t}}(\tau S) \quad \text{mit} \qquad \tau \;=\; \frac{\hat{s}}{S} \tag{5.35}$$

für das Tevatron und den LHC in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ aufgetragen. Hierbei ist $d\mathcal{L}_{n\overline{n}}^{AB}(\tau)/d\tau$ die Partonluminosität (2.58) und $\overline{n}$ steht für das entspre-

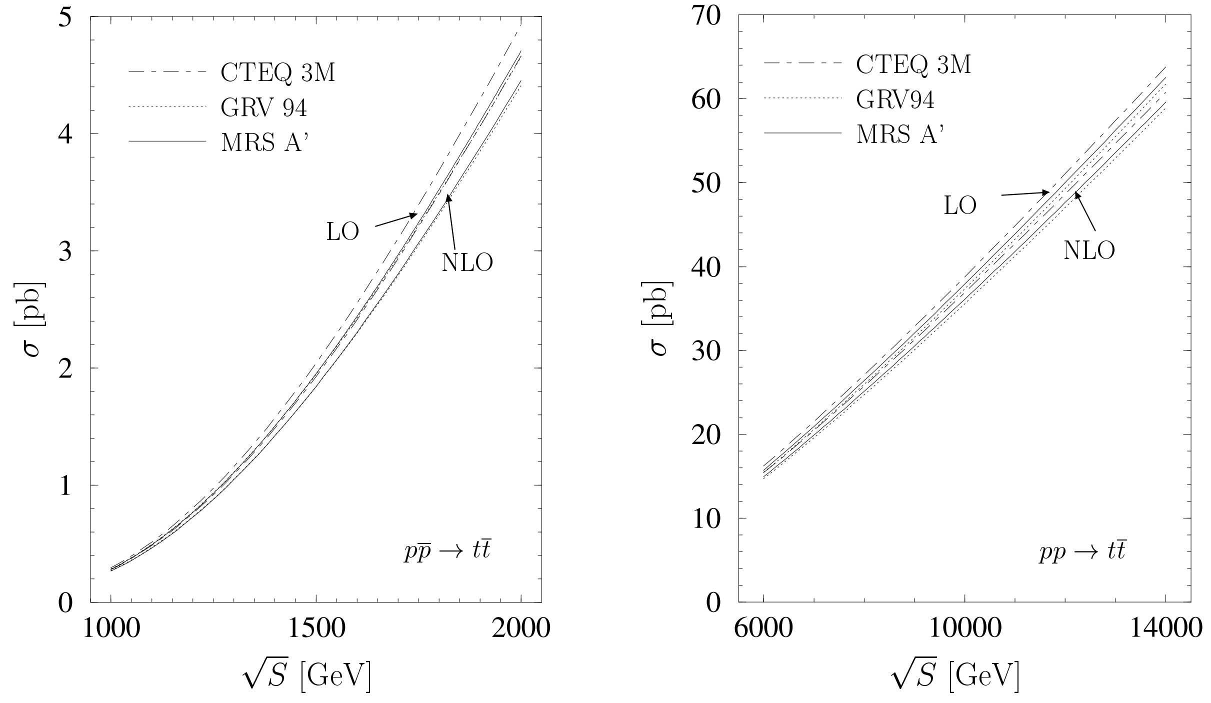


Abbildung 5.6: *Die Abhängigkeit des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts für drei verschiedene Partonverteilungen der Programmbibliothek PDFLIB [53]. Dargestellt ist die Bornsche Näherung (LO) und die ermittelte maximale negative supersymmetrische QCD-Korrektur (NLO) von ca. -5% ($m_{\tilde{g}}$=240 GeV, M_s=150 GeV, F_u=245 GeV, F_d=0) in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{S}$. Links: Tevatron, rechts: LHC*

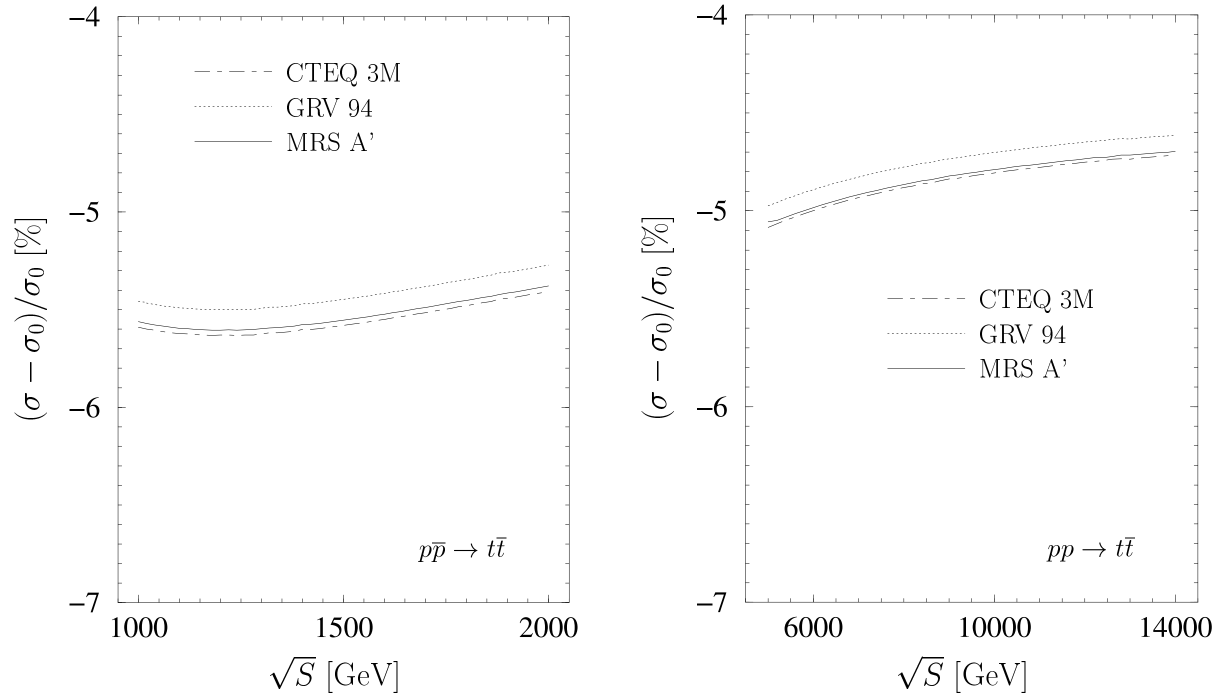


Abbildung 5.7: *Die relative supersymmetrische QCD-Korrektur* $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie* $\sqrt{S}$. *Dargestellt ist die ermittelte maximale Korrektur für drei verschiedene Partonverteilungsfunktionen. Links: Tevatron, rechts: LHC*

chende Antiteilchen im Anfangszustand. Man erkennt, daß die Werte von $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV bis $\sqrt{\hat{s}} = 1000$ GeV um mehr als zwei Größenordnungen abfallen. Dieser deutlich stärkere Effekt im Vergleich zur Abnahme des partonischen Wirkungsquerschnitts (Abbildung 5.5, links) ist durch die Partonverteilungsfunktion (Abschnitt 2.4.2) begründet. In Abbildung 2.4 ist der sehr steile Anstieg der Verteilung für kleiner werdende Werte von $\tau = \hat{s}/S$ ersichtlich. Da zur Berechnung des hadronischen Wirkungsquerschnitts immer über einen Bereich von $\tau_{min} = \frac{\hat{s}_{min}}{S} < \tau < 1$ mit $\hat{s}_{min} = 4m_t^2$ integriert wird, wird der totale Wirkungsquerschnitt σ durch $\hat{\sigma}(\hat{s})$ bei τ_{min} und damit durch $\hat{s}_{min}$ dominiert. Vergrößert man die untere Integrationsschranke, indem man nur $t\overline{t}$-Paare mit einer Mindestschwerpunktsenergie betrachtet, von $\sqrt{\hat{s}} = 350$ GeV auf $\sqrt{\hat{s}} = 1000$ GeV, so sinkt der totale Wirkungsquerschnitt σ am LHC von 65 pb auf 10^{-2} pb ab.

In Abbildung 5.6 ist der totale hadronische Bornwirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der hadronischen Schwerpunktsenergie $\sqrt{S}$ für das Tevatron ($p\overline{p}$) und den LHC (pp) dargestellt. Wegen der unterschiedlichen Quarkinhalte der verwendeten Hadronen und der damit unterschiedlichen Luminosität (Gleichung 2.58) des pp bzw $p\overline{p}$ - Streuprozesses ist der Wirkungsquerschnitt der pp-Streuung wie erwähnt am LHC bei gleicher Energie kleiner als der der $p\overline{p}$-Streuung am Tevatron. Mit ca. 65 pb wird der bei 14 TeV am LHC erreichte gesamte Wirkungsquerschnitt aufgrund der viel höheren Schwerpunktsenergie deutlicher größer sein als der Wirkungsquerschnitt von 4,7 pb am Tevatron.

In der Abbildung 5.6 ist der Verlauf von σ für drei häufig benutzte Partonverteilungsfunktionen für den Bornquerschnitt und einer supersymmetrischen QCD-Korrektur von ca. -5% (bei $m_{\tilde{g}}$=240 GeV, M_s=150 GeV, F_u=245 GeV, F_d=0) angegeben. Diese Korrektur entspricht bei einer Gluinomasse von $m_{\tilde{g}} \geq 150$ GeV der maximal ermittelten Abweichung durch die supersymmetrischen QCD-Einschleifenkorrekturen des betrachteten Prozesses. Die Werte von σ differieren für die dargestellten Partonverteilungen um ca. 5%, also in einer Größenordnung, die der ermittelten maximalen supersymmetrischen QCD-Korrektur entspricht. Damit ist die Zuordnug einer eventuell gemessenen Abweichung von den Vorhersagen des Standardmodells zu supersymmetrischen Korrekturen nicht möglich. Der auftretende Fehler bei der Messung der Wirkungsquerschnitte wurde dabei noch nicht berücksichtigt.

In Abbildung 5.7 sind die Auswirkungen der verschiedenen Partonverteilungen auf die berechneten Korrekturen angegeben. Die Größe der Korrekturen wird für das Tevatron und den LHC relativ gering beeinflußt. Deshalb werden in Kapitel 6 nur die relativen Korrekturen $(\sigma-\sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter betrachtet. Für die in Kapitel 6 dargestellten Korrekturen wurde die Partonverteilungsfunktion MRS-A' [36] verwendet.

5.2.2 Wahl der Skala μ

Bei der Berechnung der supersymmetrischen Korrekturen wurde im Zuge der dimensionalen Regularisierung eine Skala μ_G eingeführt. Diese wurde in Abschnitt 5.1.4 explizit festgelegt. Es sind jedoch zwei weitere Skalen vorhanden, von denen der Wirkungsquerschnitt abhängig ist. Dies sind die Skala μ_F der Partonverteilungsfunktion (Abschnitt 2.4.2) und die Renormierungsskala μ_R der starken Kopplungskonstante α_s. Diese beiden Skalen können prinzipiell unabhängig gewählt werden. Abbildung 5.8 zeigt die Abhängigkeit von σ_0 und einer relativen Korrektur von ca. 5% von den Skalen μ_F und μ_R. Der hadronische Wirkungsquerschnitt variiert bei $m_{\tilde{t}} \leq \mu \leq 2m_t$ für die Parameter des Tevatron zwischen 3.5 und 6.5 pb. Die Größe der relativen Korrektur $(\sigma_0-\sigma)/\sigma_0$ in Abbildung 5.8 (rechts) wird fast ausschließlich durch die μ_R-Abhängigkeit der Kopplungskonstante α_s bestimmt. Die relative Korrektur ändert sich in dem Bereich $m_{\tilde{t}} \leq \mu \leq 2m_t$ um ca. $\pm 0,5\%$, ausgehend von der Größe der Korrektur an dem Punkt $\mu_R = mu_F = m_t$. Damit lassen sich noch sinnvolle Aussagen über $(\sigma_0-\sigma)/\sigma_0$ treffen.

Die Wahl der Skalen μ_R und μ_F wird aus dem Standardmodell übernommen. In [57] wird der Prozeß der top-Quark-Produktion am Tevatron behandelt. Während (wie in Abbildung 5.8 dargestellt) der Bornquerschnitt eine sehr große Änderung in Abhängigkeit der Skala μ zeigt, ist die Abhängigkeit unter Einbeziehung der Standardmodell-Einschleifenkorrekturen bereits wesentlich kleiner [57]. Für die numerischen Berechnungen ist eine Gleichsetzung der Skalen μ_R und μ_F sinnvoll. Außerdem wird der Wert der top-Quarkmasse als typische Skala gewählt mit

$$\mu_R \;=\; \mu_F \;=\; m_t \; . \tag{5.36}$$

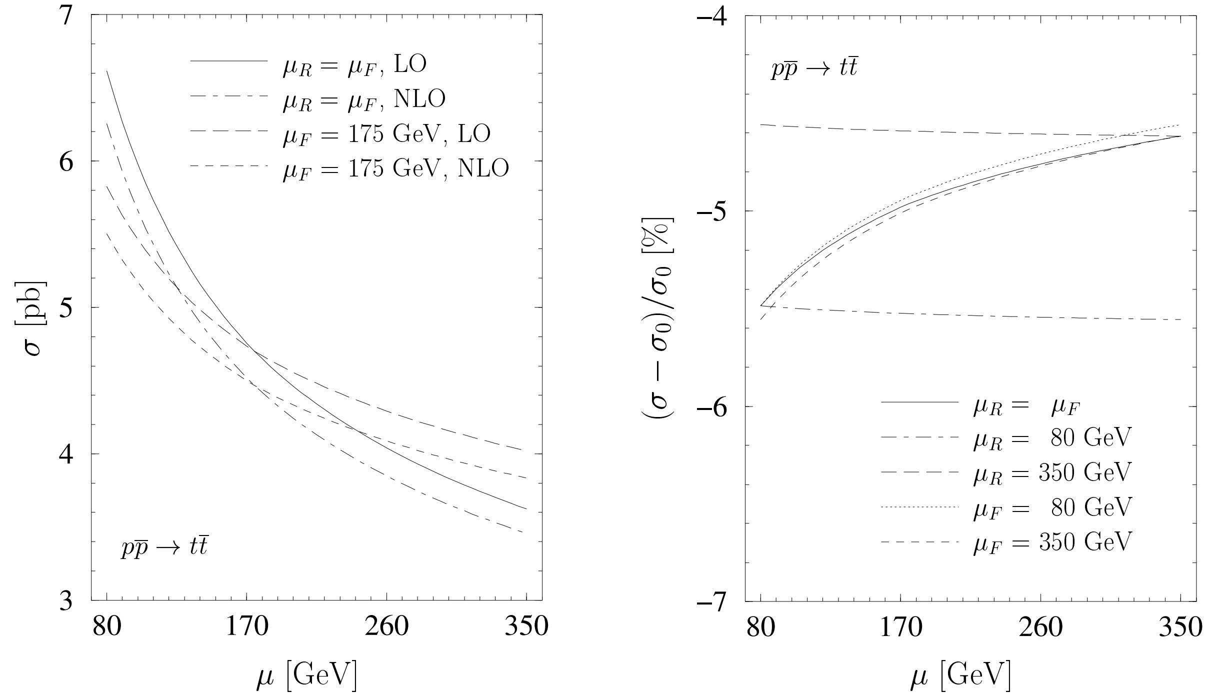


Abbildung 5.8: *Die Abhängigkeit des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts (links) und der relativen Korrekturen (rechts) von der Wahl der Skalen μ_R und μ_F in einem Bereich von $m_t/2 \leq \mu \leq 2m_t$ am Beispiel des Tevatron. Variiert werden entweder beide Skalen gleichzeitig ($\mu_R = \mu_F$) oder die jeweils nicht festgelegte Skala μ.*

5.2.3 Numerische Berechnung

Für die numerische Berechnung der Korrekturen wurde ein Fortran-Programm geschrieben. Die in den Matrixelementen auftretenden Ein- und Mehrpunktintegrale A_0, B_i, C_{ij} und D_{ij} (Anhang B) wurden mit Hilfe des Fortranprogrammes LoopTools [54] berechnet, in dem die Programmbibliothek AAFF [58] enthalten ist. Die Partonverteilungsfunktionen und die Berechnung der Kopplungskonstante erfolgten mit den in der PDFLIB [53] zur Verfügung gestellten Fortran-Routinen. Soweit möglich wurden in das Programm bereits die totalen partonischen Wirkungsquerschnitte eingegeben. Zur Berechnung von $\hat{\sigma}(\hat{s})$ für die direkten und die gekreuzten Boxdiagramme muß über die Mandelstam-Variable $\hat{t}$ integriert werden. Dies erfolgte mit einer Gaußintegrationsmethode, die hier schnell konvergente Werte liefert. Die numerische Berechnung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts erwies sich als weniger stabil. Infolge des übermäßig starken Anstiegs für kleine Werte von $\hat{s}$ (Abbildung 5.5) ist hier ein einfacher Gaußalgorithmus nicht ausreichend. Zur Berechnung wurde ein adaptiver Gaußalgorithmus programmiert. Die numerische Integration wurde mit dem Fortran-Programm VEGAS [56] überprüft. Die Berechnungszeit mit diesem Programm ist allerdings entsprechend der jeweiligen Genauigkeit um ein Vielfaches höher.

Die ermittelten Werte wurden so oft wie möglich mit anderen Werten verglichen: für die Squarkmassen, die mit (3.16) berechnet wurden, ist eine Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus [55] auf alle berechneten Stellen (normalerweise 15) gefunden worden. Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt für das Tevatron wurde mit den Angaben in [57] verglichen. Die partonischen und hadronischen Wirkungsquerschnitte wurden zuerst für die Parameterwahl der Arbeiten [18] und [17] programmiert und graphisch dargestellt und anschließend mit den in dieser Arbeit gefundenen Vorzeichen in Anhang D zum direkten Vergleich angegeben. Für die in Kapitel 6 dargestellten Diagramme wurden die Korrekturen mittels Susy-Parameter berechnet. Zur Feststellung der maximal möglichen Korrekturen wurde der in Kapitel 6 angegebene Parameterbereich numerisch untersucht.

Kapitel 6

Verhalten der Einschleifen-Beiträge

In diesem Kapitel werden die numerischen Ergebnisse diskutiert, die sich aus den supersymmetrischen QCD-Einschleifenkorrekturen des Streuprozesses $p\overline{p} \to t\overline{t}$ am Tevatron bzw. $pp \to t\overline{t}$ am LHC ergeben. Die benutzten Größen und Parameter sollen zunächst noch einmal kurz zusammengefaßt werden.

Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte erfolgte mit den in Abschnitt 5.1 angegebenen Formeln, den in Anhang C gegebenen Matrixelementen und den in Abschnitt 2.4.3 angegeben Formeln zur Berechnung des inklusiven Wirkungsquerschnitts. Als Partonverteilungsfunktion wurde der Satz MRS-A' [36] verwendet, wie er in der Programmbibliothek PDFLIB [53] enthalten ist. Die Skalen der Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu_R)$ und der Verteilungsfunktion $f(\xi, \mu_F)$ wurden mit der top-Quarkmasse gleichgesetzt. Die Kopplungskonstante wurde mit einer in der PDFLIB zur Verfügung gestellten Routine berechnet. Die verwendeten physikalischen Größen sind in Anhang A zusammengefaßt.

Die Squarkmassen wurden mit den in Abschnitt 3.2.3 aufgeführten Formeln berechnet. Als experimentelle Grenze wurde eine untere Massenschranke für alle Squarks von 90 GeV angenommen. Außerdem wurde sichergestellt, daß die sich ergebenden top-Squarkmassen mit einem Wert des Parameters $\Delta\rho^{Susy} < 10^{-3}$ in Einklang stehen. Die Squarkmassen (3.16) und Mischungswinkel (3.17) sind abhängig von dem Parameter $\tan\beta$ durch die Terme F_u, F_d (3.19) und einem Term, der proportional zu $M_Z^2 \cos 2\beta$ ist. Der zu $M_Z^2 \cos 2\beta$ proportionale Term stellt für $1.6 \leq \tan\beta \leq 50$ und $M_s \geq 150$ GeV keinen relevanten Einfluß auf die Korrekturen dar. Deshalb wurde dieser Term auf einen konstanten Wert ($\tan\beta = 6$) gesetzt, so daß die Squarkmassen und Squark-Mischungswinkel nur von den Parametern M_s, F_u, F_d bestimmt sind.

Mittels des geschriebenen Fortranprogramms wurden die Parameter M_s, F_u, F_d und $m_{\tilde{g}}$ variiert, um die maximal möglichen Korrekturen durch die betrachteten Einschleifen-Strahlungskorrekturen zu ermitteln. Als Grenzen der Parameter wurden folgende Werte gewählt:

$$\begin{aligned} 150 \text{ GeV} \leq \quad & m_{\tilde{g}} \quad \leq 1000 \text{ GeV}, \\ 150 \text{ GeV} \leq \quad & M_s \quad \leq 1050 \text{ GeV}, \\ & |F_u| \quad \leq 3.5 M_s \,. \end{aligned} \tag{6.1}$$

Nimmt man einmal sehr große Werte von $\tan\beta = 50$ und $|\mu| = 500$ GeV an, so kann der

Parameter F_d mit $|F_d| = 25000$ sehr groß werden. Allerdings ist diese Grenze mit Vorsicht zu benutzen, da sich bei diesen großen Werten leicht bottom-Squark-Massen kleiner 90 GeV erzeugen lassen, und da in den Parameter $\Delta\rho^{Susy}$ die Massenaufspaltung der bottom-Squarks nicht mit einbezogen wurde. Außerdem ist die Abhängigkeit der Strahlungskorrekturen von F_d mit $0,3\%$ (Abbildung 6.12) klein, und die größten Korrekturwerte ergeben sich zumeist in einem Bereich von $F_d = 0$ GeV. Außer für Abbildung 6.12 wird aus den genannten Gründen in allen anderen Diagrammen $F_d = 0$ GeV gesetzt.

Die Untergrenze von M_s ist im Wesentlichen durch die Massenschranke der Squarks und den Parameter $\Delta\rho^{Susy}$ gegeben. Bereits bei einem Wert von $M_s = 150$ GeV ist unter Berücksichtigung von $\Delta\rho^{Susy}$ nur noch ein geringer Parameterbereich von M_s, F_u und F_d erlaubt. Für ungemischte Squarkmassen ergibt sich bereits ein Wert von $\Delta\rho^{Susy} = 1,77 \cdot 10^{-3}$. Daß die Massen der Superpartner eine Grenze von ungefähr 1 TeV nicht überschreiten (Abschnitt 3.1), wird durch die ursprünglichen Motivation der Supersymmetrie nahegelegt, womit die Obergrenze von M_s gegeben ist.

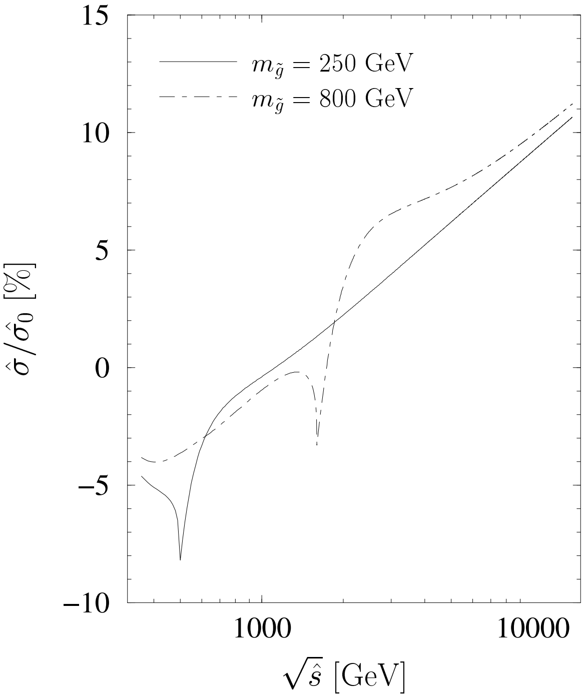
Die Einschränkung an den Parameter F_u ergibt sich daraus, daß die Eigenwerte der Massenmatrix sonst negativ werden beziehungsweise Squarkmassen kleiner als 90 GeV enstehen könnten. Die Schranke für kleine Gluinomassen ist eine experimentelle Schranke, die obere Schranke von rund 1TeV ist wie im Falle der Squarks gegeben.

6.1 Der partonische Streuprozeß

Der Wirkungsquerschnitt des partonischen Streuprozesses $q\overline{q} \to t\overline{t}$ wurde in Abbildung 5.5 dargestellt. Hier werden aufgrund der in Kapitel 5 genannten Ungenauigkeiten des totalen Wirkungsquerschnitts nur die Korrekturen $\hat{\sigma}/\hat{\sigma}_0$ angegeben. Die abgebildeten Korrekturen der partonischen Streuung sind für ein einlaufendes up-Quark-Antiquark-Paar und ein auslaufendes top-Quark-Antiquark-Paar berechnet. In Abbildung 6.1 sind die prozentualen relativen Korrekturen zu $\hat{\sigma}_0$ in Abhängigkeit der partonischen Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ bis 14 TeV dargestellt. Es sind jeweils Kurven für zwei verschiedene Gluinomassen von $m_{\tilde{g}} = 250$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 800$ GeV aufgetragen. Die Spitzen in den Kurven stammen von der Produktionsschwelle der Gluinos aus den Diagrammen, in denen zwei Gluinos auftreten (vergleiche Anhang C). Für Werte von $m_{\tilde{g}} < 175$ GeV verschwindet diese Schwelle, da die Schwerpunktsenergie der top-Quark-Produktion mindestens $\sqrt{\hat{s}} = 2m_t$ betragen muß.

In Abbildung 6.2 und 6.3 sind die einzelnen Beiträge der verschiedenen Feynmangraphen zur gesamten Korrektur gegeben. Es werden die vier Parametersätze aus Abbildung 6.1 jeweils in einem getrennten Diagramm betrachtet. Die Produktionsschwelle der Gluipaare ist außer für die Boxdiagramme in Abbildung 6.2 (rechts) für jedes Feynmandiagramm deutlich sichtbar.

In Abbildung 6.2 (links) sind die einzelnen Korrekturanteile für leichte Squarkmassen ($M_s = 150$ GeV) und leichte Gluinos ($m_{\tilde{g}} = 250$ GeV) dargestellt. Im Bereich kleiner Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$, die den hadronischen Wirkungsquerschnitt bestimmt, ist die Vertexkorrektur (30%) die einzig positve Korrektur. Die Boxdiagramme addieren sich zu einer negativen Korrektur ähnlichen Betrages (-24%), womit sich beide Korrekturanteile fast aufheben. Dies ist auch in Abbildung 6.3 sichtbar und widerlegt die Annahme von



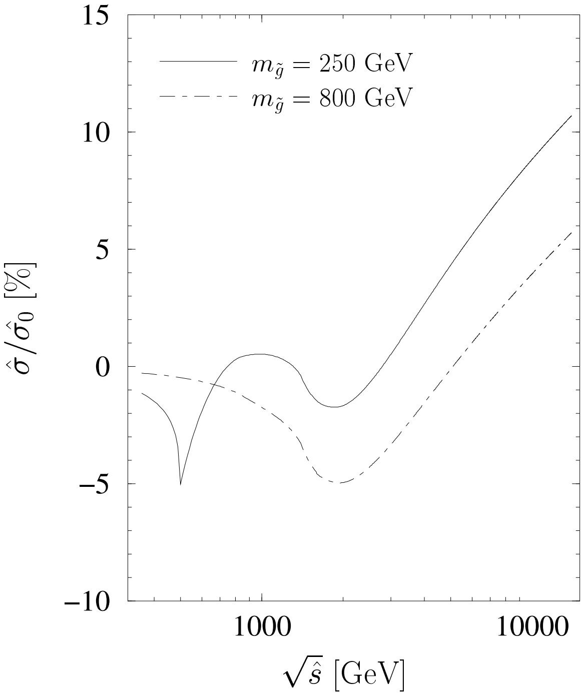


Abbildung 6.1: *Partonische Korrekturen in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ für die Gluinomassen $m_{\tilde{g}} = 250$ (800) GeV und $F_d = 0$; links: $M_s = 150$ GeV, $F_u = 210$ GeV; rechts: $M_s = 700$ GeV, $F_u = -1960$ GeV;*

[17], daß die Boxdiagramme nur einen kleinen Beitrag zur Korrektur liefern.

Abbildung 6.2 (rechts) zeigt die relativen Korrekturen für leichte Gluinos ($m_{\tilde{g}} = 250$ GeV) und schwere Squarkmassen ($M_s = 700$ GeV). Die Vertexkorrektur (5%) und die Boxdiagramme (-1%) sind infolge der schweren Squarkpaare in den Diagrammen stark unterdrückt. Damit bildet die Gluonselbstenergie den dominierenden Beitrag (-9%) zur Gesamtkorrektur und darf nicht wie in [19] vernachlässigt werden.

Abbildung 6.3 (links) zeigt den Fall einer großen Gluinomasse (800 GeV) und leichter Squarks ($M_s = 150$ GeV). Infolge der schweren Gluinos sind für $\sqrt{\hat{s}} \approx 400$ GeV nur die Squarkschleifen der Gluonselbstenergie von Bedeutung. Da stets kleine Werte $\sqrt{\hat{s}}$ den hadronischen Wirkungsquerschnitt bestimmen, ist dieser für leichte Quarks durch die Gluonselbstenergie bestimmt. Daher ergibt sich für die relativen hadronischen Korrekturen bei sehr großen Gluinomassen immer noch ein Korrekturwert, der durch die Squarkmassen bestimmt ist (vergleiche Abbildung 6.4).

Im Falle großer Squark- und Gluinomassen verschwinden die partonischen Strahlungskorrekturen für kleine $\sqrt{\hat{s}} \approx 400$ GeV, wie in Abbildung 6.3 (rechts) dargestellt ist. Die totalen relativen hadronischen Korrekturwerte nehmen daher Werte nahe null an (vergleiche Abbildung 6.9).

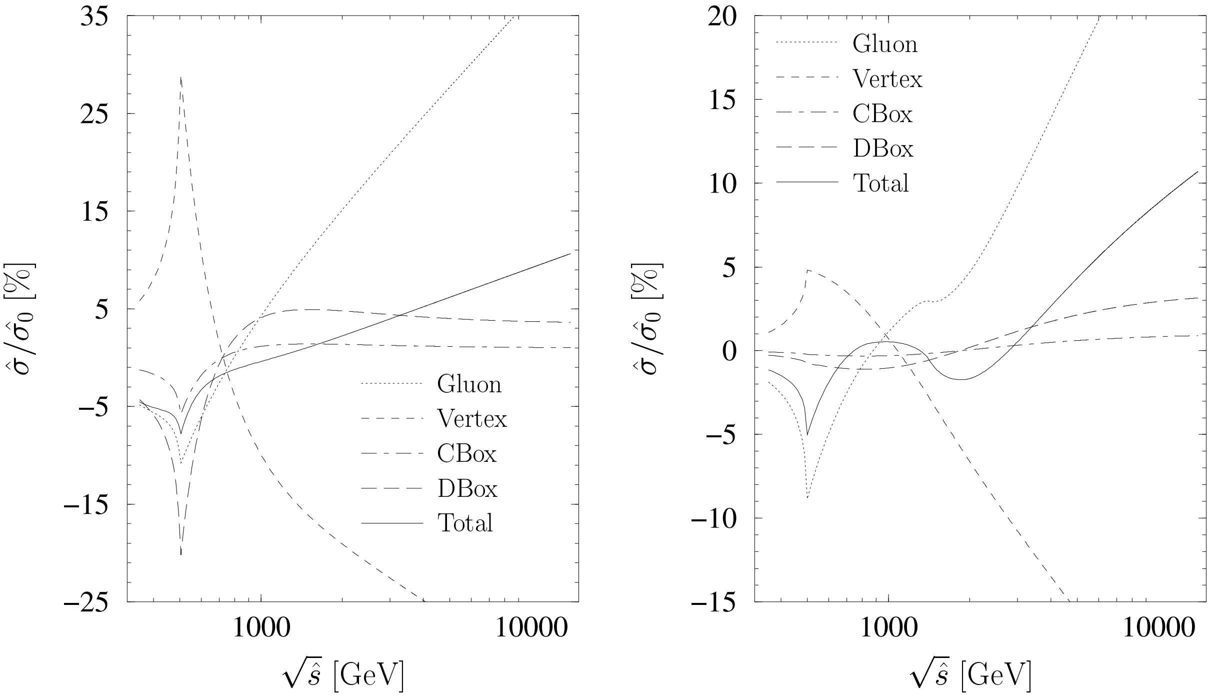


Abbildung 6.2: *Partonische Strahlungskorrekturen der einzelnen Graphen in Abhängigkeit von* $\sqrt{\hat{s}}$*; links:* $m_{\tilde{g}} = 250$ *GeV,* $M_s = 150$ *GeV,* $F_u = 210$ *GeV; rechts:* $m_{\tilde{g}} = 250$ *GeV,* $M_s = 700$ *GeV,* $F_u = -1960$ *GeV;* $F_d = 0$

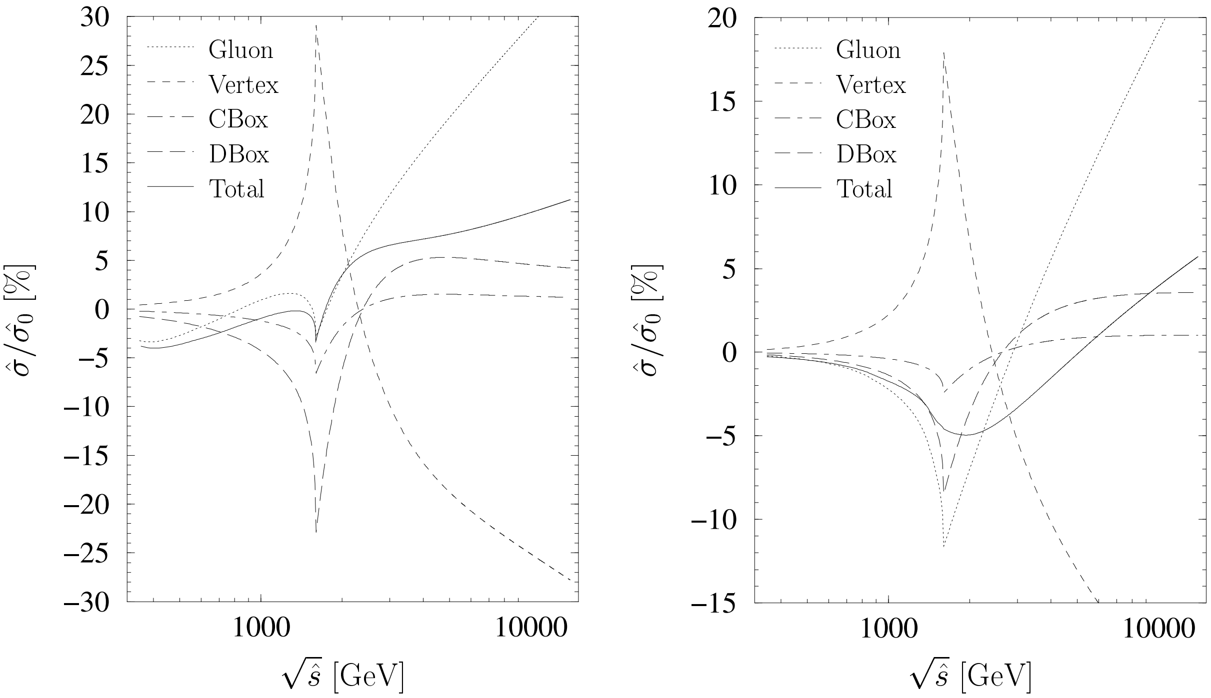


Abbildung 6.3: *Partonische Korrekturen der einzelnen Graphen in Abhängigkeit von* $\sqrt{\hat{s}}$*; links:* $m_{\tilde{g}} = 800$ *GeV,* $M_s = 150$ *GeV,* $F_u = 210$ *GeV; rechts:* $m_{\tilde{g}} = 800$ *GeV,* $M_s = 700$ *GeV,* $F_u = -1960$ *GeV;* $F_d = 0$

6.2 Der hadronische Streuprozeß

Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt der Bornschen Näherung in Abhängigkeit der hadronischen Schwerpunktsenergie ist in Abbildung 5.6 dargestellt. In diesem Abschnitt werden die relativen Korrekturen $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ für das Tevatron mit einer Schwerpunktsenergie von 2 TeV und für den LHC mit einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV in Abhängigkeit der Parameter M_s, F_u, F_d und $m_{\tilde{g}}$ diskutiert. Sind für einen bestimmten Parametersatz die Korrekturen für das Tevatron und den LHC angegeben, so befinden sich die Diagramme für das Tevatron auf der linken Seite der Abbildung und sind durch $p\overline{p} \to t\overline{t}$ gekennzeichnet. Die Diagramme für den LHC sind auf der rechten Seite angegeben und durch $pp \to t\overline{t}$ gekennzeichnet.

Die größten Korrekturen erhält man für kleine Squarkmassen und Gluinomassen bei $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV. Die maximale negative Korrektur beträgt am Tevatron ca. -5,4% und am LHC ca. -4,7%. In Abbildung 6.4 ist die relative Korrektur in Abhängigkeit der Gluinomasse für den entsprechenden Parametersatz gegeben. Der Maximalwert der Korrektur ist hierbei durch die geforderten Mindestmassen der Squarks bestimmt, denn die Massen der top-Squarks sind

$$m_{\tilde{t}_1} \; = \; 90,6 \text{ GeV}, \qquad m_{\tilde{t}_2} \; = \; 306,5 \text{ GeV}. \tag{6.2}$$

Die Beiträge der einzelnen Strahlungskorrekturen aus Anhang C sind für dieses Beispiel

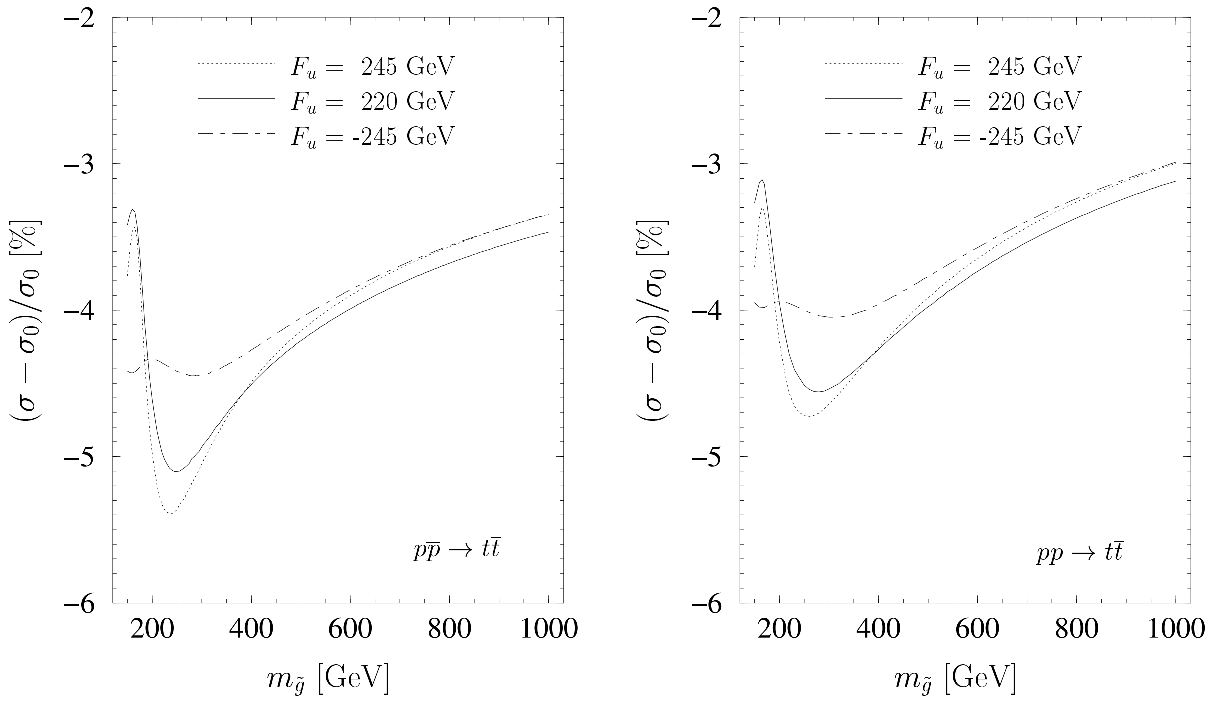


Abbildung 6.4: *Abhängigkeit der totalen hadronischen Korrektur von der Gluinomasse für $M_s = 150$ GeV, $F_d = 0$ und verschiedene Werte von F_u; links: Tevatron mit $\sqrt{S} = 2$ TeV; rechts: LHC mit $\sqrt{S} = 14$ TeV*

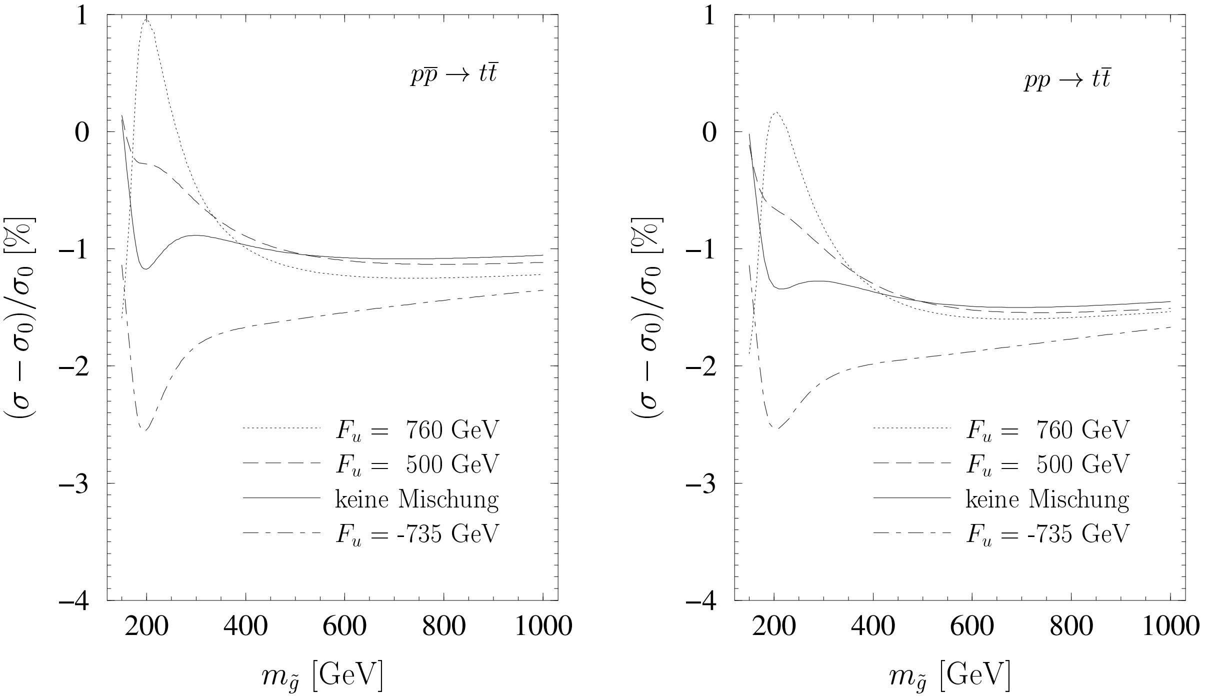


Abbildung 6.5: *Abhängigkeit der totalen hadronischen Korrektur von der Gluinomasse für* $M_s = 350$ *GeV,* $F_d = 0$ *und verschiedene Werte von* F_u*; links: Tevatron mit* $\sqrt{S} = 2$ *TeV; rechts: LHC mit* $\sqrt{S} = 14$ *TeV*

für das Tevatron auf der rechten Seite in Abbildung 6.6 dargestellt. Die Strahlungskorrekturen der Vertizes liefern den größten Beitrag zur Gesamtkorrektur, welcher positiv ist. Die beiden Boxgraphen ergeben den zweitgrößten Beitrag zur Gesamtkorrektur, der negativ ist und die Korrektur der Vertizes heraushebt. Der entscheidende Einfluß der relativen Vorzeichen der Boxgraphen wird hier noch einmal sichtbar. Außerdem wird wie bereits erwähnt die Annahme von [17] widerlegt, daß die beiden Boxdiagramme einen kleinen Beitrag zur Gesamtkorrektur liefern. Die Gluonselbstenergie, die in [19] vernachlässigt wurde, ist ebenso von Bedeutung, und falls entweder die Gluinomasse oder die Squarkmassen groß (ca. 1 TeV) werden, bestimmt diese hauptsächlich den Wert der Strahlungskorrektur (Abbildung 6.6 (rechts) und 6.11 (links)).

Die Abhängigkeit der Strahlungkorrekturen von der Gluinomasse für Parameter, die einen positiven Korrekturwert $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ ergeben, ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Die relativen Korrekturen erreichen ca. 1% am Tevatron und ca. 1,3% am LHC . Der Parameterbereich, für den eine positive Korrektur entsteht , ist deutlich eingeschränkt (Abbildung 6.11 rechts).

Aus Abbildung 6.4 und 6.5 ist zu erkennen, daß die größten Strahlungskorrekturen für Gluinomassen zwischen 150 und 350 GeV entstehen. Dies ist darin begründet, daß bei diesen Massen die Korrekturgraphen mit einem Gluinopaar große Beiträge zum partonischen Wirkungsquerschnitt zwischen 350 und 700 GeV liefern (Abbildung 6.1) und dieser Bereich wiederum den hadronischen Wirkungsquerschnitt dominiert. Im Falle schwerer Squarks und Gluinomassen über 500 GeV werden die Strahlungskorrekturen vernachlässigbar klein (Abbildung 6.9).

In Abbildung 6.6 (links) wird der Einfluß des Parameters $\Delta\rho^{Susy}$ am Beispiel des Tevatron illustriert. $\Delta\rho^{Susy}$ ist für die angegebenen Parameter:

$$\begin{aligned} M_s = 375 GeV: \ \Delta\rho^{Susy} &= 1.44 \cdot 10^{-3}, \\ M_s = 450 GeV: \ \Delta\rho^{Susy} &= 3.59 \cdot 10^{-3}. \end{aligned} \tag{6.3}$$

Die maximal möglichen negativen Korrekturen werden in dem betrachteten Parameterbereich nicht beeinflußt. Die maximal möglichen positiven Korrekturen werden jedoch für $\Delta\rho^{Susy} \leq 10^{-3}$ am Tevatron von ca. 3% auf ca. 1% und am LHC auf 1.3% reduziert.

In den Abbildungen 6.7 und 6.8 sind die relativen Korrekturen $(\sigma-\sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit des Brechungsparameters M_s dargestellt. Die Korrekturen sind für kleine M_s und damit kleine Squarkmassen am größten. Bei größeren Werten von M_s und damit großen Squarkmassen wird die Korrektur hauptsächlich durch den Wert der Gluinomasse bestimmt, das heißt die Squarks entkoppeln. Die Kurven beginnen für unterschiedliche Werte von F_u bei verschiedenen Werten von M_s. Diese Einschränkungen entstehen infolge der unteren Massengrenze der Squarks und des Einflusses von $\Delta\rho^{Susy}$.

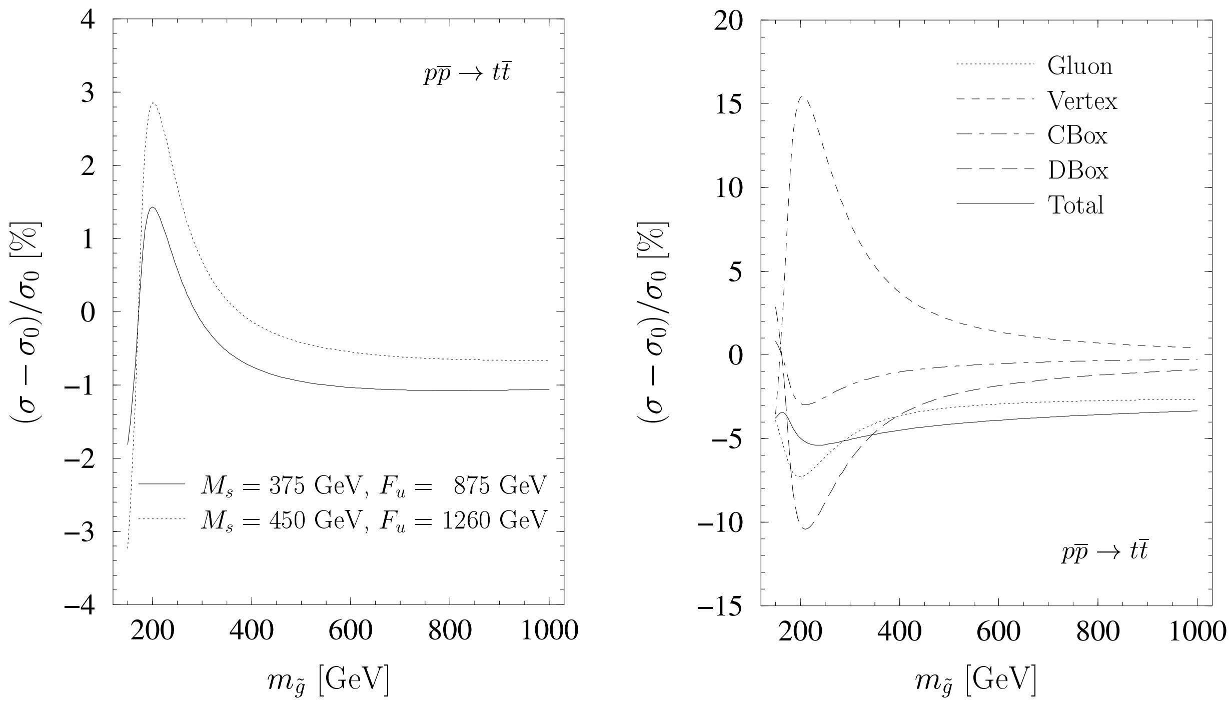


Abbildung 6.6: *Links: Beispiele für relative Strahlungskorrekturen mit Werten von* $\Delta\rho^{Susy} \geq 10^{-3}$ *am Tevatron; gepunktete Linie* $\Delta\rho^{Susy} = 1.44 \cdot 10^{-3}$, $m_{\tilde{t}_1} = 127$ *GeV*, $m_{\tilde{t}_2} = 568$ *GeV; durchgezogene Linie* $\Delta\rho^{Susy} = 3.6 \cdot 10^{-3}$, $m_{\tilde{t}_1} = 103$ *GeV*, $m_{\tilde{t}_2} = 672$ *GeV; rechts:* $(\sigma-\sigma_0)/\sigma_0$ *der einzelnen Korrekturbeiträge (Anhang C) am Tevatron in Abhängigkeit der Gluino-Masse mit* $M_s = 150$ *GeV*, $F_u = 245$ *GeV und* $F_d = 0$ *GeV*

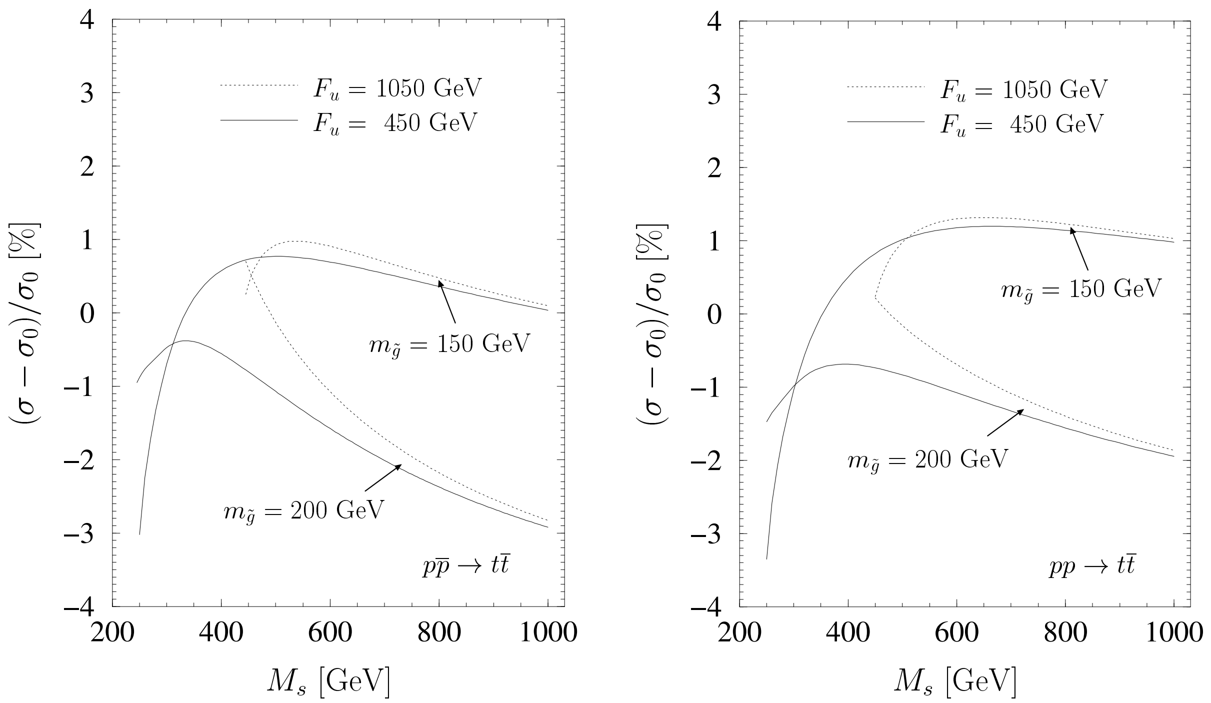


Abbildung 6.7: *Relative hadronische Korrektur $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit des Brechungsparameters M_s mit $F_d = 0$; links: Tevatron, rechts: LHC*

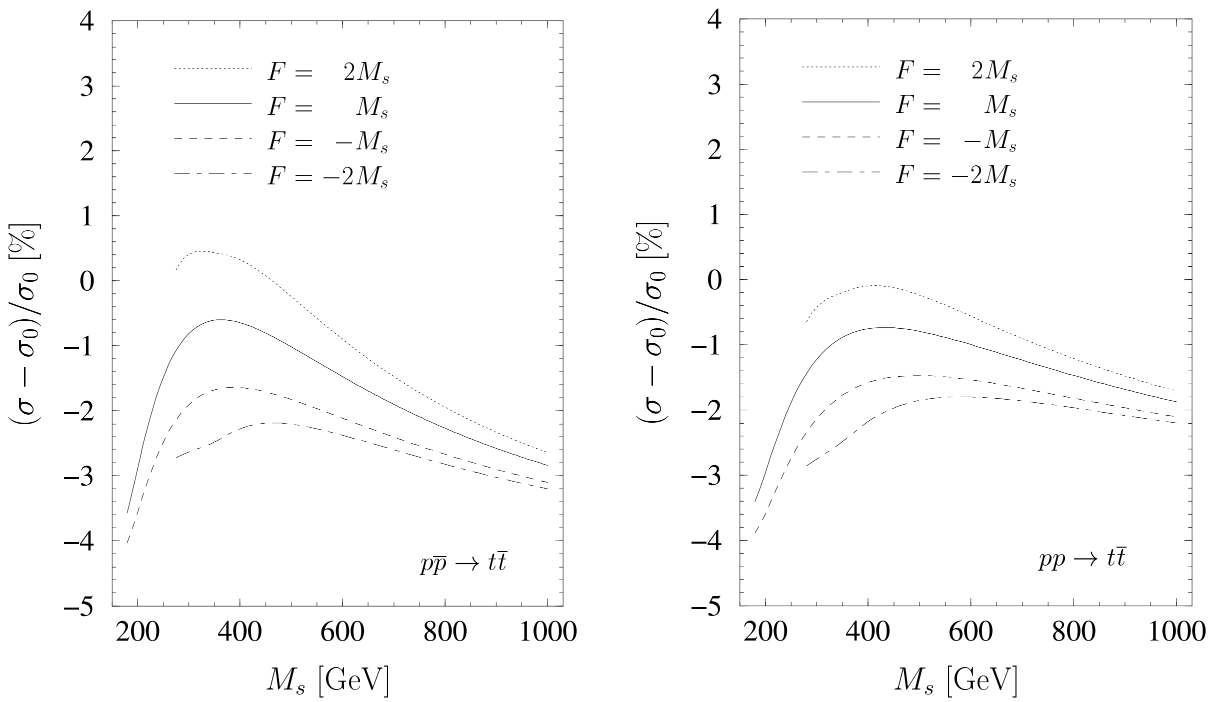


Abbildung 6.8: *Relative hadronische Korrektur $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit des Brechungsparameters M_s mit $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV und $F_d = 0$; links: Tevatron, rechts: LHC*

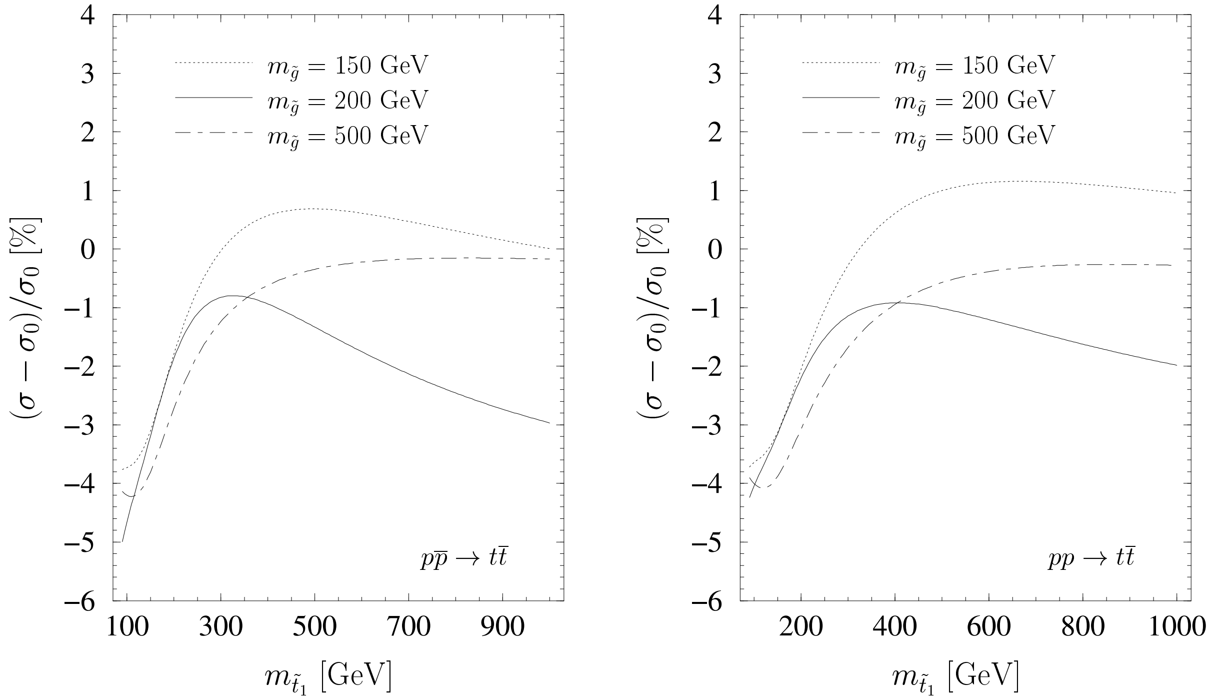


Abbildung 6.9: *Relative Korrekturen des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts* $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *in Abhängigkeit der* $\tilde{t}_1$*-Masse für verschiedene Gluinomassen mit* $F_u = 245$ *GeV,* $F_d = 0$*; links: Tevatron, rechts: LHC*

Die relativen Strahlungskorrekturen $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ sind in den Abbildungen 6.9 und 6.10 in Abhängigkeit von $m_{\tilde{t}_1}$ aufgetragen. Dazu wurden erst der Brechungsparameter M_s mit Hilfe der Formel (3.20) bestimmt und daraus die Massen der restlichen Squarks berechnet. Die Abhängigkeit ist in Abbildung 6.9 für verschiedene Gluinomassen am Tevatron und am LHC gegeben. Die Korrekturen sind wieder für kleine Massen von $m_{\tilde{t}_1}$ am größten und werden für große Massen im Wesentlichen durch die Gluinomasse bestimmt. Nimmt diese ebenfalls große Werte von $m_{\tilde{g}} \geq 500$ GeV an, so verschwindet die gesamte Korrektur.

In Abbildung 6.10 ist $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit der $\tilde{t}_1$-Masse für verschiedene Mischungen dargestellt. Für große Squarkmassen gehen die Kurven ineinander über, und die Squarks entkoppeln. Aus der Abbildung 6.10 ist aber auch ersichtlich, daß die Massenunterschiede der $\tilde{t}_1$- und $\tilde{t}_2$-Massen für kleine Massen mit 90 GeV $\leq m_{\tilde{t}_1} \leq 400$ GeV einen deutlichen Einfluß auf die Größe der relativen Korrekturen haben. Für eine Masse von $m_{\tilde{t}_1} = 90$ GeV variieren die berechneten relativen Korrekturen $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ am Tevatron zwischen den ermittelten maximalen Werten von -5% und +1%. In Abbildung 6.11 (links) sind die Korrekturen $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ für die verschiedenen Graphen (siehe Anhang C) in Abhängigkeit der $\tilde{t}_1$-Masse aufgetragen. Die verwendeten Parameter sind $F_u = 245$ GeV und $F_d = 0$ GeV. Wenn die Squarks entkoppeln, wird die Korrektur bei leichten Gluinos hauptsächlich durch die Gluinoschleife der Gluonselbstenergie bestimmt. Wird die Masse der Gluinos ebenfalls groß ($m_{\tilde{g}} \geq 500$ GeV), so verschwindet die gesamte Korrektur.

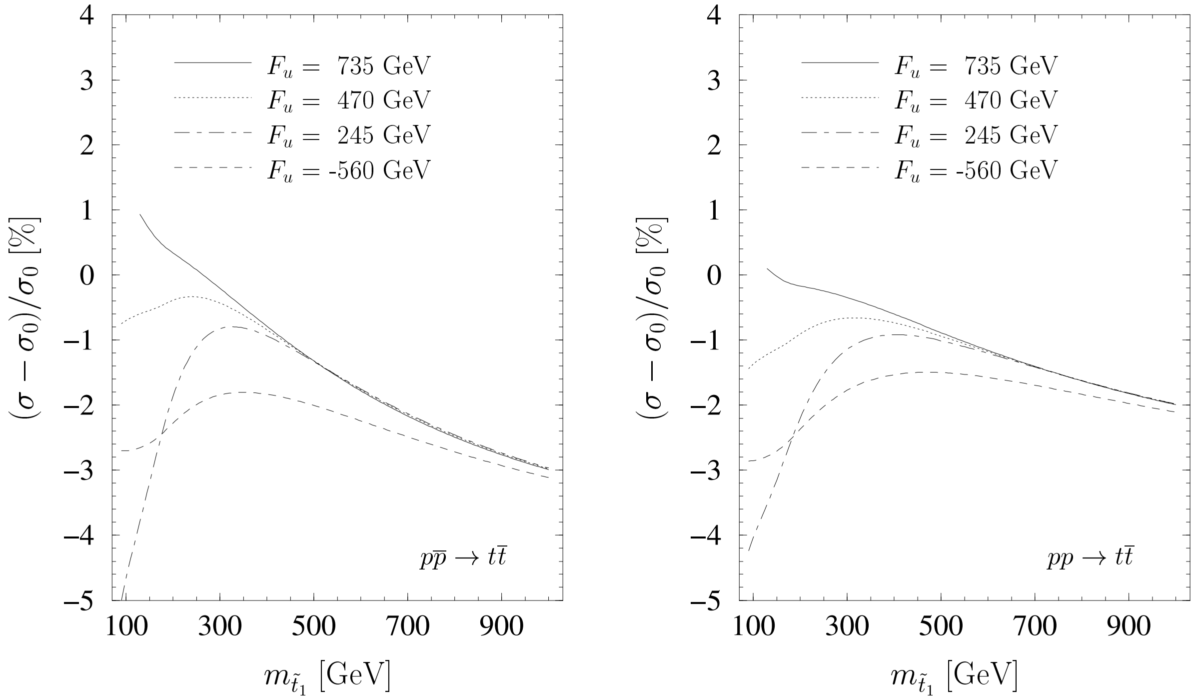


Abbildung 6.10: $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *in Abhängigkeit der* $\tilde{t}_1$*-Masse für verschiedene Werte von* F_u *mit* $m_{\tilde{g}} = 200$ *GeV,* $F_d = 0$*; links: Tevatron, rechts: LHC*

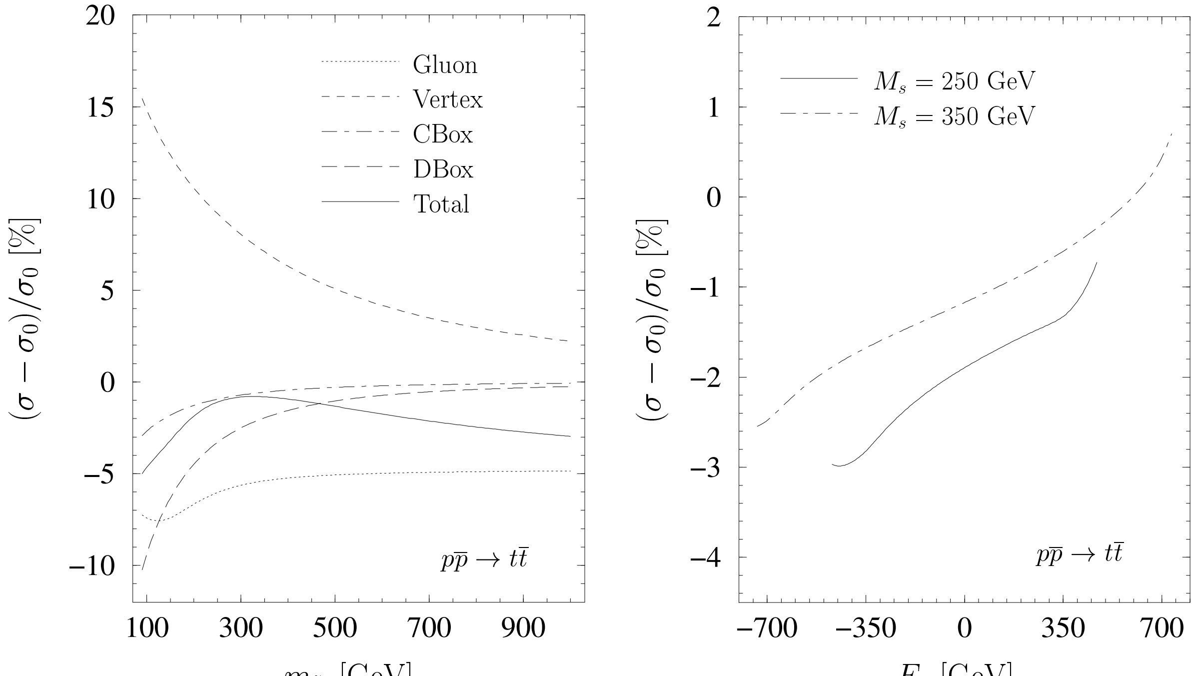


Abbildung 6.11: *Links:* $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *der einzelnen Korrekturgraphen (Anhang C) in Abhängigkeit von* $m_{\tilde{t}_1}$ *mit* $m_{\tilde{g}} = 200$ *GeV,* $F_u = 245$ *GeV und* $F_d = 0$ *GeV (Tevatron); rechts: Abhängigkeit der relativen Strahlungskorrekturen* $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *von* F_u *mit* $m_{\tilde{g}} = 200GeV$ *und* $F_d = 0$ *(Tevatron)*

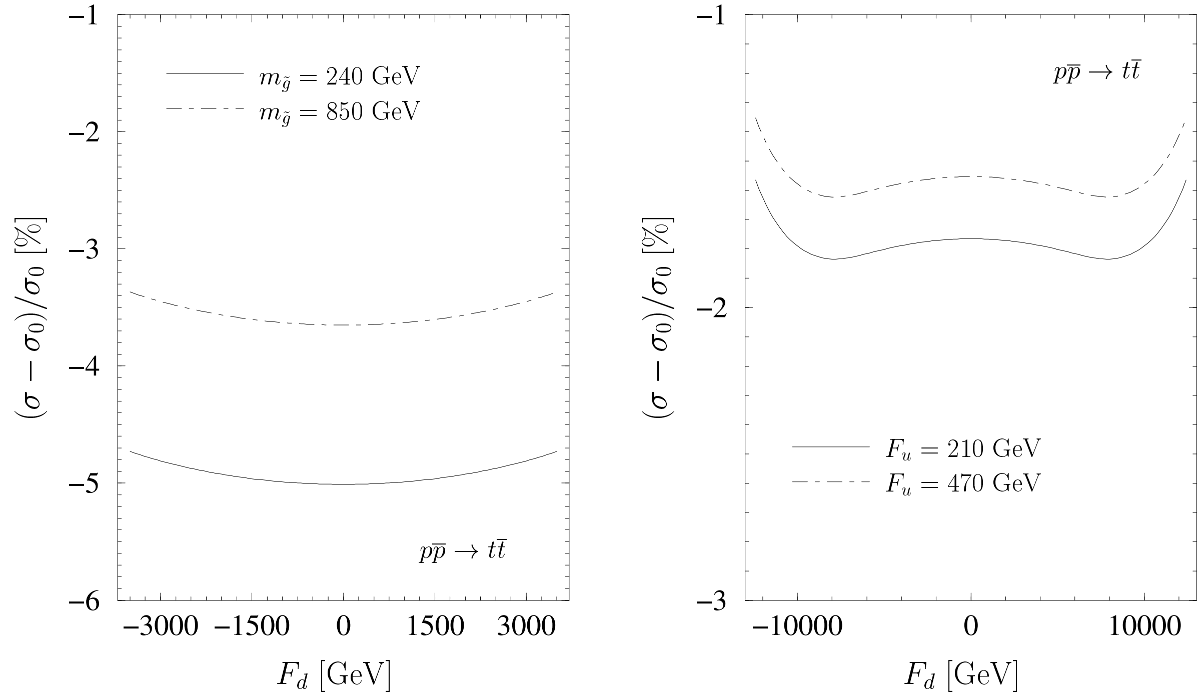


Abbildung 6.12: *Einfluß der Massenaufspaltung der bottom-Squarks infolge des Parametes F_d auf $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ (Tevatron); links: $M_s = 150$ GeV; rechts: $M_s = 250$ GeV*

Die Abhängigkeit der Korrekturen durch den Parameter F_u, der die Massenaufspaltung der top-Squarks bestimmt, ist für zwei Werte von $M_s = 250$ GeV und $M_s = 350$ GeV am Beispiel des Tevatron in Abbildung 6.6, rechts gegeben. Wie daraus abzulesen ist, sind die größten Korrekturen mit maximalen Werten von F_u verbunden. Dies entspricht einer maximalen Massendifferenz der $\tilde{t}_1$- und $\tilde{t}_2$-Massen. Ebenfalls ist zu erkennen, daß man positive Korrekturen nur für einen sehr eingeschränkten Bereich von F_u erhält.

Der Einfluß des Parameters F_d auf den Verlauf der Korrekturen ist in Abbildung 6.12 am Beispiel des Tevatron dargestellt. Dieser bestimmt hauptsächlich die Massendifferenz der bottom-Squarks und zeigt somit den Einfluß dieser auf die Größe der Korrektur. Für sehr extreme Werte von F_d kann dieser Parameter die Korrekturen um eine Differenz von etwa 0.3% verändern. Die maximal erreichbaren Korrekturwerte liegen aber oft bei F_d=0 GeV (6.12 links). Der Wert kann bei F_d=0 GeV allerdings auch nur wenig von dem Maximalwert abweichen (6.12 rechts). Deshalb wurde wie erwähnt in allen anderen Diagrammen $F_d = 0$ GeV gesetzt.

Kapitel 7

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die supersymmetrischen QCD-Einschleifenkorrekturen des partonischen Streuprozesses $q\overline{q} \to t\overline{t}$ analytisch berechnet und der totale hadronische Wirkungsquerschnitt am Tevatron mit Hilfe eines Fortran-Programms numerisch bestimmt. Der Hauptschwerpunkt dieser Arbeit bestand in der korrekten Bestimmung der relativen Vorzeichen der Boxdiagramme in Bezug zum Borndiagramm, die in den Arbeiten [17] und [18] unterschiedlich angegeben wurden. Diese Vorzeichen wurden in Kapitel 4 ausführlich diskutiert. Es konnte jedoch keine komplette Übereinstimmung der ermittelten Ergebnisse mit einer der beiden angegebenen Arbeiten gefunden werden. Aus den N-Punkt-Greenfunktionen erhält man, daß die direkten Boxgraphen ein negatives Vorzeichen in Bezug auf den Borngraphen besitzen. Für die gekreuzten Boxdiagramme erhält man ein positives Vorzeichen. Da der Farbfaktor der gekreuzten Boxgraphen im Gegensatz zu den direkten Boxgraphen allerdings negativ ist, haben letztendlich in Bezug auf das Borndiagramm alle Boxgraphen ein relatives Vorzeichen (-1) . Die in Kapitel 4 ermittelten Matrixelemente wurden mit den in [47] angegebenen Feynmanregeln für die die Fermionzahl verletzende Wechselwirkung überprüft, wobei eine Übereinstimmung gefunden werden konnte. Abgesehen von den diskutierten Vorfaktoren stimmen die analytischen Terme mit den in [17] und [18] angegebenen Ergebnissen überein.

Die Boxdiagramme addieren sich somit konstruktiv. Für kleine partonische Schwerpunktsenergien, die die hadronischen Korrekturen bestimmen, sind die partonischen Korrekturen negativ und meistens in der Größenordnung der Gluonselbstenergie, die hier ebenfalls negativ ist. Zusammen kompensieren diese Korrekturen die durch den Vertex entstehende positive Korrektur und lassen die Gesamtkorrektur meistens kleine negative Werte annehmen. Die Größe der relativen Korrekturen des hadronischen Wirkungsquerschnitts variiert in dem angegebenen Parameterbereich zwischen -5% und $+1\%$ für das Fermilab Tevatron. Am zukünftigen LHC erbringen sie eine maximale Abweichung von $-4,7\%$ und $+1,3\%$. Für diese Korrekturen wurde beachtet, daß die Massenaufspaltung der top-Squarks mit einem Wert von $\Delta\rho^{Susy} \leq 10^{-3}$ (Gleichung (5.33)) in Einklang steht. Diese Ergebnisse stehen im Gegensatz zu der Arbeit von [17], in der eine Korrektur bis 22% erwartet wird, und zu der Arbeit von [18], in der Korrekturen bis 25% bei leichten Squarks ($m_{\tilde{t}} = m_{\tilde{q}} = 100$ GeV) erwartet werden.

In Kapitel 6 wurden die gefundenen Ergebnisse in Abhängigkeit der supersymmetrischen Parameter für das Tevatron dargestellt. Dabei wurden aufgrund der beschriebenen

Unsicherheiten des hadronischen Wirkungsquerschnitts infolge des Einflusses der Partonverteilungsfunktion und der Renormierungsskalen μ nur die relativen Korrekturen diskutiert. Die größten Korrekturen werden für kleine Gluinomassen in einem Bereich von 200 GeV und einer leichten top-Squarkmasse von $m_{\tilde{t}_1} = 100$ GeV erwartet. Hier erreichen die Korrekturen Werte von -5%. Für kleine Gluinomassen werden aber auch bis zu Squarkmassen von 1000 GeV Korrekturen bis -3.5% erwartet, die auf einen relativ konstanten Beitrag der Gluonselbstenergie durch die Gluinoschleife zurückzuführen sind. Für große Squark und Gluinomassen verschwindet die Korrektur. Die positiven Korrekturen bis +1% entstehen nur für einen sehr eingeschränkten Parameterbereich.

Sollten die supersymmetrischen Teilchen die nötigen Massen für eine maximale Korrektur von -5% oder $+1\%$ besitzen, so ist ein Nachweis am Tevatron infolge des begrenzten Auflösungsvermögens mit großer Wahrscheinlichkeit nicht möglich.

Am zukünftigen LHC werden $t\bar{t}$-Paare durch Proton-Proton-Streuung ebenfalls per $q\bar{q}$-Annihilation oder Gluon-Fusion erzeugt. Aufgrund des starken Anstiegs der Gluonverteilung zu kleinen Werten von τ (Gleichung (2.56)) dominiert hier der Prozeß der Gluonfusion. Der Vollständigkeit halber wurden auch die entsprechenden hadronischen Korrekturen des Prozesses $q\bar{q} \to t\bar{t}$ am LHC in verschiedenen Diagrammen dargestellt.

Da die analytischen Ergebnisse nur durch Vorzeichen von den angegebenen Arbeiten abweichen, konnten die numerischen Ergebnisse leicht verglichen werden. Diese wurden mit Hilfe eines mit den in [17] und [18] gegebenen Parametern geschriebenen Fortranprogramms graphisch dargestellt. In Anhang D wurden die Diagramme mit den veränderten Vorzeichen der Boxdiagramme aus Kapitel 4 aufgeführt.

Anhang A

Konventionen

Anhang A faßt die für diese Arbeit relevanten Notationen und Konventionen zusammen. Als natürliche Einheit wurde durchgängig $\hbar = c = 1$ gewählt, wobei $\hbar = h/2\pi$ der Planckschen Konstante und c der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum entspricht. Außerdem gilt die Einsteinsche Summenkonvention, das heißt, daß über doppelt vorkommende Indizes summiert wird.

A.1 Dirac-Algebra

Die Metrik im Minkowski-Raum ist gegeben durch die 4x4 Matrix $g^{\mu\nu}$ mit den Elementen

$$g^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1) \tag{A.1}$$

und den Eigenschaften $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu}$ sowie $g_{\mu\nu}\, g^{\nu\rho} = \delta^{\rho}_{\mu}$. Die kontravarianten und kovarianten Vierervektoren sind definiert als

$$x^{\mu} = (x^0, \vec{x}), \quad x_{\mu} = g_{\mu\nu} x^{\nu} = (x_0, -\vec{x}) \,, \tag{A.2}$$

so daß das Skalarprodukt zweier Vierervektoren als

$$p\,x = p^{\mu} x_{\mu} = g_{\mu\nu} p^{\mu} x^{\nu} = p^0 x^0 - \vec{p}\,\vec{x} \tag{A.3}$$

gegeben ist. Der Viererimpuls ist in der Ortsdarstellung als

$$p^{\mu} = i\,\partial^{\mu} = i\,\frac{\partial}{\partial x_{\mu}} = \left(i\,\frac{\partial}{\partial t}, \frac{1}{i}\vec{\nabla} \right) = i\,\nabla^{\mu} \tag{A.4}$$

gegeben, und der d'Alembert Operator ist gegeben durch:

$$\Box = \partial^{\mu}\partial_{\mu} = g_{\mu\nu}\partial^{\mu}\partial^{\nu} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \vec{\nabla}^2 \,. \tag{A.5}$$

Es sind $u_{\lambda}(p)$ und $v_{\lambda}(p)$ zwei linear unabhängige Lösungen der Dirac-Gleichung

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi = 0 \tag{A.6}$$

mit Spin λ und Impuls p. Sie erfüllen im Impulsraum die Gleichungen

$$(\not p - m)u_\lambda(p) \;=\; 0, \qquad (\not p + m)v_\lambda(p) \;=\; 0 \tag{A.7}$$

sowie die zu (A.7) adjungierten Gleichungen

$$\overline{u}_\lambda(p)(\not p - m) \;=\; 0, \qquad \overline{v}_\lambda(p)(\not p + m)v_\lambda(p) \;=\; 0\;, \tag{A.8}$$

wobei $\bar{u}_\lambda(p) = u_\lambda^\dagger(p)\gamma_0$ und $\bar{v}_\lambda(p) = v_\lambda^\dagger(p)\gamma_0$. Das hermitesch Konjugierte wird durch das Symbol † gekennzeichnet. Die Spinoren $u_\lambda(p)$ für Fermionen und $v_\lambda(p)$ für Antifermionen sind so normiert, daß gilt:

$$\bar{u}_\lambda(p)u_{\lambda'}(p) \;=\; 2m\delta_{\lambda\lambda'} \quad , \quad \bar{v}_\lambda(p)v_{\lambda'}(p) \;=\; -2m\delta_{\lambda\lambda'}\,. \tag{A.9}$$

Weiterhin gelten die Vollständigkeitsrelationen

$$\sum_{\lambda=\pm} u_\lambda(p)\bar{u}_\lambda(p) \;=\; \not p + m \quad , \quad \sum_{\lambda=\pm} v_\lambda(p)\bar{v}_\lambda(p) \;=\; \not p - m \tag{A.10}$$

mit $\not p = \gamma \cdot p = \gamma^\mu p_\mu$. Die Gamma-Matrizen γ^μ erfüllen die Antivertauschungsrelationen der Gleichung (A.18) und mit der Definition der Matrix γ_5 als $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ die Gleichung (A.22). Aufgrund dieser Relationen besitzen sie die folgenden Eigenschaften:

$$(\gamma^0)^2 \;=\; 1\,, \qquad (\gamma^i)^2 \;=\; -1\,, \qquad \gamma_5^2 \;=\; 1\,, \qquad \overline{\gamma}^\mu \;=\; \gamma^\mu\,, \qquad \overline{i\gamma_5} \;=\; i\gamma_5\,. \tag{A.11}$$

Die Dirac-Darstellung erfüllt diese Eigenschaften und lautet:

$$\gamma^0 \;=\; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \;,\quad \boldsymbol{\gamma} \;=\; \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \;,\quad \gamma_5 \;=\; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{A.12}$$

Die Matrizen $\boldsymbol{\sigma}$ sind die drei Paulimatrizen. Sei ψ ein allgemeiner Diracspinor, der die Dirac-Gleichung (A.6) erfüllt, dann ist daraus der zu ψ adjungierte Spinor als $\overline{\psi} \;=\; \psi^\dagger\gamma^0$ gegeben. Mit der Ladungskonjugationsmatrix C erhält man den zu ψ ladungskonjugierten Spinor ψ^C:

$$\psi^C \;=\; C\overline{\psi}^T, \qquad \overline{\psi}^C \;=\; -\psi^T C^{-1}\;. \tag{A.13}$$

Eine passende Darstellung der Ladungskonjugationsmatrix C ist

$$C \;=\; i\gamma^2\gamma^0 \;=\; \begin{pmatrix} -i\sigma^2 & 0 \\ 0 & i\sigma^2 \end{pmatrix}, \tag{A.14}$$

welche damit die Eigenschaften

$$C \;=\; -C^{-1} \;=\; -C^\dagger \;=\; -C^T \quad \text{und} \quad C^2 \;=\; -1 \tag{A.15}$$

besitzt. Für eine Matrix $\Gamma_i \;=\; 1,\, i\gamma_5,\, \gamma_\mu\gamma_5,\, \gamma_\mu,\, \sigma_{\mu\nu}$ mit $\sigma_{\mu\nu} \;=\; \frac{i}{2}\,[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ gilt damit

$$\Gamma_i' \;=\; \eta_i\Gamma_i \;=\; C\Gamma_i^T C^{-1} \quad \text{mit} \quad \eta_i \;=\; \begin{cases} 1 & für \quad \Gamma_i \;=\; 1,\, i\gamma_5,\, \gamma_\mu\gamma_5 \\ -1 & für \quad \Gamma_i \;=\; \gamma_\mu,\, \sigma_{\mu\nu} \end{cases}\;. \tag{A.16}$$

Sind $v(p)$ und $u(p')$ zwei Dirac-Spinoren, so gilt die folgende Relation:

$$\begin{aligned} \overline{v}(p)\Gamma\, u(p') \;&=\; u^T(p')\,\Gamma^T\,\overline{v}^T(p) \\ &=\; \overline{u}(p')\,C^T\,\Gamma^T C^{-1} v(p) \\ &=\; \overline{v}(p')\;(-\Gamma')\,u(p). \end{aligned} \tag{A.17}$$

A.2 Dirac-Algebra in D-Dimensionen

Zur Auswertung von divergenten N-Punkt-Integralen (siehe Anhang B) muß man von einer vierdimensionalen Integraldarstellung zu einer D-dimensionalen übergehen. Das heißt, daß die Formeln zur Berechnung der Strahlungskorrekturen in D-Dimensionen ausgewertet werden müssen. Die dafür benötigten Relationen sind im Folgenden zusammengestellt. Die Gamma-Matrizen werden definiert durch

$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2g_{\mu\nu}. \tag{A.18}$$

Daraus ergeben sich für zwei beliebige Vierervektoren a^μ und b^ν mit $\not{a} = a^\mu \gamma_\mu$ und $\not{b} = b^\nu \gamma_\nu$ die Relationen:

$$\not{a}\not{a} = a^2, \tag{A.19}$$

$$\not{a}\not{b} = 2(ab) - \not{b}\not{a}, \tag{A.20}$$

$$\not{a}\gamma_\mu\not{a} = -a^2\gamma_\mu + 2a_\mu\not{a}\ . \tag{A.21}$$

Weiterhin gilt:

$$\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0\,, \tag{A.22}$$

$$g^\mu_\mu = g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} = Tr\,[1] = D\,, \tag{A.23}$$

$$\gamma_\rho\gamma^\rho = D\,, \tag{A.24}$$

$$\gamma_\rho\gamma_\mu\gamma^\rho = (2-D)\,\gamma_\mu\,, \tag{A.25}$$

$$\gamma_\rho\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma^\rho = 4g_{\mu\nu} - (4-D)\gamma_\mu\gamma_\nu\,, \tag{A.26}$$

$$\gamma_\rho\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma^\rho = -2\gamma_\sigma\gamma_\nu\gamma_\mu + (4-D)\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\,, \tag{A.27}$$

$$\gamma_\rho\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\kappa\gamma^\rho = 2(\gamma_\kappa\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma + \gamma_\sigma\gamma_\nu\gamma_\mu\gamma_\kappa) - (4-D)\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma\gamma_\kappa\,. \tag{A.28}$$

Bei der Berechnung von Feynmangraphen mit Strahlungskorrekturen treten Spuren von γ-Matrizen auf. Diese Spuren können mit den folgenden Relationen aufgelöst und somit berechnet werden:

$$Tr\,[\gamma_\mu\gamma_\nu] = g_{\mu\nu}\cdot Tr\,[1]\,, \tag{A.29}$$

$$Tr\,[\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma] = (g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma})\cdot Tr\,[1]\,, \tag{A.30}$$

$$Tr\,[\text{ungerade Zahl } \gamma_{\mu_i}] = 0\,, \tag{A.31}$$

$$Tr\,[\gamma_5] = Tr\,[\gamma_5\gamma_\mu] = Tr\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu] = Tr\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho] = 0\,, \tag{A.32}$$

$$Tr\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma] = -4\,i\,\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\,. \tag{A.33}$$

In der letzten Gleichung wurde der total antisymmetrische Levi-Civita-Tensor in vier Dimensionen eingesetzt:

$$\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1 \text{ falls } (\mu,\nu,\rho,\sigma) \text{ gerade Permutation von } (1{,}2{,}3{,}4)\,, \\ -1 \text{ falls } (\mu,\nu,\rho,\sigma) \text{ ungerade Permutation von } (1{,}2{,}3{,}4)\,, \\ 0 \text{ sonst }. \end{cases} \tag{A.34}$$

Eine weitere nützliche Eigenschaft von Spuren ist die zyklische Vertauschbarkeit der γ-Matrizen:

$$Tr\,[\not{a}_1\not{a}_2\ldots\not{a}_{n-1}\not{a}_n] \;=\; Tr\,[\not{a}_n\not{a}_1\not{a}_2\ldots\not{a}_{n-1}]\;. \tag{A.35}$$

A.3 Formeln der Gruppe SU(N)

Die Generatoren $T^a(a=1,2,\ldots,N^2-1)$ der Gruppe SU(N) sind hermitesche, spurlose Matrizen, welche die geschlossene SU(N)-Algebra

$$[T^a,T^b] \;=\; if^{abc}T^c\;, \tag{A.36}$$

mit der Stukturkonstante f^{abc} erzeugen. Die fundamentale Darstellung ist N-dimensional, wobei T^a die zusätzliche Relation

$$\{T^a,T^b\} \;=\; \frac{1}{N}\,\delta_{ab}+d^{abc}\,T^c \tag{A.37}$$

erfüllt, die konsistent mit der Normierung

$$Tr\,[T^aT^b] \;=\; \frac{1}{2}\,\delta_{ab} \tag{A.38}$$

ist. Hierbei ist d^{abc} total symmetrisch in a,b und c und ist durch die Relation

$$d^{abc} \;=\; 2Tr\,[\{T^a,T^b\}T^c] \tag{A.39}$$

gegeben. Aus Gleichung (A.36) und (A.37) berechnet man

$$T^a\,T^b \;=\; \frac{1}{2N}\,\delta_{ab}+\frac{1}{2}d^{abc}\,T^c+\frac{1}{2}if^{abc}\,T^c\;. \tag{A.40}$$

Die Spuren von Produkten des Generators T^a erhält man durch Anwendung der Gleichung (A.40) und mit Hilfe von Gleichung (A.38) als

$$Tr[T^a\,T^b\,T^c] \;=\; \frac{1}{4}(d^{abc}+if^{abc}), \tag{A.41}$$

$$Tr[T^a\,T^b\,T^c\,T^d] \;=\; \frac{1}{4N}\,\delta_{ab}\delta_{cd}+\frac{1}{8}(d^{abe}+if^{abe})(d^{cde}+if^{cde})\;. \tag{A.42}$$

In der adjungierten Darstellung ist der Generator T^a eine $(N^2-1)\times(N^2-1)$ Matrix und das Matrixelement ist gegeben durch

$$(T^a)_{bc} \;=\; -if^{abc}\;. \tag{A.43}$$

Die Spuren von Produkten des Generators T^a ergeben sich zu

$$Tr[T^a\,T^b\,T^c] \;=\; \frac{N}{2}if^{abc}, \tag{A.44}$$

$$Tr[T^a\,T^b\,T^c\,T^d] \;=\; \delta_{ab}\delta_{cd}+\delta_{ad}\delta_{bc}+\frac{N}{4}(d^{abe}d^{cde}-d^{ace}d^{bde}+d^{ade}d^{bce})\;. \tag{A.45}$$

Die Gleichung (A.44) führt zu

$$f^{ade} f^{bef} f^{cfd} \;=\; \frac{N}{2} f^{abc} \,. \tag{A.46}$$

Aus den Jacobi-Identitäten

$$[T^a, [T^b, T^c]] + \text{zyklische Permutationen} \;=\; 0 \,, \tag{A.47}$$

$$[T^a, \{T^b, T^c\}] + \text{zyklische Permutationen} \;=\; 0 \tag{A.48}$$

kann man die Relationen

$$f^{abe} f^{cde} + f^{cbe} f^{dae} + f^{dbe} f^{ace} \;=\; 0, \tag{A.49}$$

$$f^{abe} d^{cde} + f^{cbe} d^{dae} + f^{dbe} d^{ace} \;=\; 0 \tag{A.50}$$

ableiten. Man berechnet $f^{acd} f^{bcd}$ mit Hilfe von (A.36) und (A.38) zu:

$$f^{acd} f^{bcd} \;=\; N\, \delta^{ab} \,. \tag{A.51}$$

A.3.1 Die Gruppe $SU(3)_C$

Die Gell-Mann-Matrizen der $SU(3)_C$ sind gegeben als:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
\lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad
\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.
\end{aligned} \tag{A.52}$$

A.4 Massen und Konstanten

In diesem Abschnitt werden die Massen und Konstanten angegeben, die in dieser Arbeit verwendet wurden.

- Quarkmassen:

$$\begin{array}{ll} m_u = 0.0464 \text{ GeV} & m_d \;=\; 0.0465 \text{ GeV} \\ m_c = 1.5 \text{ GeV} & m_s \;=\; 0.15 \text{ GeV} \\ m_t = 175 \text{ GeV} & m_b \;=\; 4.5 \text{ GeV} \end{array} \tag{A.53}$$

  Bei den leichten Quarkmassen m_u und m_d handelt es sich hierbei um formale Größen, die man aus der Anpassung der Photon-Vakuumpolarisation an das Resultat der Dispersionsintegralanalyse erhält [59].

  Die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix [3] wurde in dieser Arbeit näherungsweise als Einheitsmatrix angenommen.

- Bosonenmassen:

$$\begin{aligned} M_{Z^0} &= 91.186 \text{ GeV} \\ M_{W^\pm} &= 80.356 \text{ GeV} \end{aligned} \tag{A.54}$$

- Fermikonstante:

$$G_F \;=\; 1.16639 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \tag{A.55}$$

Anhang B

Mehrpunktintegrale

Für die Berechnung der supersymmetrischen QCD-Strahlungskorrekturen der Einschleifen-Ordnung sind die hier zusammengestellten Mehrpunktintegrale nötig. Es sind N-Punkt-Integrale bis zu vierter Ordnung und zweiter Stufe. Diese sollen hier angegeben werden. Sofern es nicht anders angegeben ist, verwendet diese Arbeit grundsätzlich die Konvention der Computerprogrammbibliothek AAFF [58]. Diese Konvention kommt ebenfalls in [17] zur Anwendung.

B.1 Definition nach AAFF

Die Argumente der N-Punkt-Integrale werden in Anlehnung an [17] dargestellt:

$$
\begin{aligned}
A &= A(m_1), && \text{(B.1)}\\
B_0 &= B_0(p_1^2, m_1, m_2), && \text{(B.2)}\\
B_\mu &= p_{1\mu} B_1(p_1^2, m_1, m_2), && \text{(B.3)}\\
B_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} B_{22}(p_1^2, m_1, m_2) + p_{1\mu} p_{1\nu} B_{21}(p_1^2, m_1, m_2), && \text{(B.4)}\\
C_0 &= C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3), && \text{(B.5)}\\
C_{ij} &= C_{ij}(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3), && \text{(B.6)}\\
C_\mu &= p_{1\mu} C_{11} + p_{2\mu} C_{12}, && \text{(B.7)}\\
C_{\mu\nu} &= p_{1\mu} p_{1\nu} C_{21} + p_{2\mu} p_{2\nu} C_{22} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) C_{23} + g_{\mu\nu} C_{24}, && \text{(B.8)}\\
D_0 &= D_0(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4), && \text{(B.9)}\\
D_{ij} &= D_{ij}(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4), && \text{(B.10)}\\
D_\mu &= p_{1\mu} D_{11} + p_{2\mu} D_{12} + p_{3\mu} D_{13}, && \text{(B.11)}\\
D_{\mu\nu} &= p_{1\mu} p_{1\nu} D_{21} + p_{2\mu} p_{2\nu} D_{22} + p_{3\mu} p_{3\nu} D_{23} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) D_{24} \\
&\quad + (p_{1\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{1\nu}) D_{25} + (p_{2\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{2\nu}) D_{26} + g_{\mu\nu} D_{27}. && \text{(B.12)}
\end{aligned}
$$

Diese N-Punkt-Integrale sind mit der Abkürzung

$$\int \;=\; \frac{16\pi}{i}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{d^Dk}{(2\pi)^D}\;\mu^{4-D} \tag{B.13}$$

des D-dimensionalen Integrales wie folgt definiert:

$$A \;=\; \int \frac{1}{k^2-m^2}, \tag{B.14}$$

$$B_{\{0,\mu,\mu\nu\}} \;=\; \int \frac{\{1,k_\mu,k_\mu k_\nu\}}{[k^2-m_1^2][(k+p_1)^2-m_2^2]}, \tag{B.15}$$

$$C_{\{0,\mu,\mu\nu\}} \;=\; \int \frac{\{1,k_\mu,k_\mu k_\nu\}}{[k^2-m_1^2][(k+p_1)^2-m_2^2][(k+p_1+p_2)^2-m_3^2]}, \tag{B.16}$$

$$\begin{aligned} D_{\{0,\mu,\mu\nu\}} \;=\; & \int \frac{\{1,k_\mu,k_\mu k_\nu\}}{[k^2-m_1^2][(k+p_1)^2-m_2^2]}\times \\ & \frac{1}{[(k+p_1+p_2)^2-m_3^2][(k+p_1+p_2+p_3)^2-m_4^2]}. \end{aligned} \tag{B.17}$$

Hierbei bezeichnet D die Raum-Zeit-Dimension und es gilt $D = 4-\varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$. Einige der aufgeführten Integrale sind für $\varepsilon \to 0$ UV-divergent. Die Divergenz Δ wird mit der Euler-Konstante $\gamma_E = 0,5772157\ldots$ als

$$\Delta \;=\; \frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) \tag{B.18}$$

definiert, womit die N-Punkt-Integrale die folgenden divergenten Anteile besitzen:

$$A(m_1) \;\cong\; m_1^2\,\Delta, \tag{B.19}$$

$$B_0(p_1^2,m_1,m_2) \;\cong\; \Delta, \tag{B.20}$$

$$B_1(p_1^2,m_1,m_2) \;\cong\; -\frac{1}{2}\,\Delta, \tag{B.21}$$

$$B_{21}(p_1^2,m_1,m_2) \;\cong\; \frac{1}{3}\,\Delta, \tag{B.22}$$

$$B_{22}(p_1^2,m_1,m_2) \;\cong\; -\frac{1}{12}(p_1^2-3m_1^2-3m_2^2)\,\Delta, \tag{B.23}$$

$$C_0 \cong C_{11} \cong C_{12} \cong C_{21} \cong C_{22} \cong C_{23} \;\cong\; 0, \tag{B.24}$$

$$C_{24} \;\cong\; \frac{1}{4}\,\Delta, \tag{B.25}$$

$$D_0 \cong D_{11} \cong D_{12} \cong D_{13} \;\cong\; 0, \tag{B.26}$$

$$D_{21} \cong D_{22} \cong D_{23} \cong D_{24} \cong D_{25} \cong D_{26} \cong D_{27} \;\cong\; 0. \tag{B.27}$$

Die Koeffizientenfunktionen B_1, B_{21} und B_{21} können algebraisch mit geringem Rechenaufwand auf die skalaren Ein- und Zweipunkt-Funktionen A und B_0 zurückgeführt werden.

Durch Kontraktion von B_μ (B.3) mit p_1^μ und $B_{\mu\nu}$ (B.4) mit $g^{\mu\nu}$ und $p_1^\mu p_1^\nu$ erhält man:

$$
\begin{aligned}
B_1(p_1^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{2p_1^2}\Big[A(m_1) - A(m_2) + (m_2^2 - m_1^2 - p_1^2)B_0(p_1^2, m_1, m_2)\Big], && \text{(B.28)}\\
B_{21}(p_1^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{3p_1^2}\Big[A(m_2) - m_1^2 B_0(p_1^2, m_1, m_2) \\
&\quad - 2(p_1^2 + m_1^2 - m_2^2)B_1(p_1^2, m_1, m_2) - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{p_1^2}{6}\Big], && \text{(B.29)}\\
B_{22}(p_1^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{6}\Big[A(m_2) + 2m_1^2 B_0(p_1^2, m_1, m_2) \\
&\quad + (p_1^2 + m_1^2 - m_2^2)B_1(p_1^2, m_1, m_2) + m_1^2 + m_2^2 - \frac{p_1^2}{3}\Big]\,. && \text{(B.30)}
\end{aligned}
$$

Die Ableitungen der $B_0(p_1^2, m_1, m_2)$- und $B_1(p_1^2, m_1, m_2)$-Funktionen sind gegeben durch

$$
\begin{aligned}
B_0'(p_1^2, m_1, m_2) &= \frac{\partial}{\partial p_1^2} B_0(p_1^2, m_1, m_2) \\
&= \frac{1}{N}\Big[(m_1^2 + m_2^2)B_0(p_1^2, m_1, m_2) - m_1^2 B_0(0, m_1, m_1) - m_2^2 B_0(0, m_2, m_2) \\
&\quad - p_1^2 - \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{p_1^2}\Big(B_0(p_1^2, m_1, m_2) - B_0(0, m_1, m_2)\Big)\Big], && \text{(B.31)}\\
N &= \left[p_1^2 - (m_1 - m_2)^2\right]\left[p_1^2 - (m_1 + m_2)^2\right], \\
B_1'(p_1^2, m_1, m_2) &= \frac{\partial}{\partial p_1^2} B_1(p_1^2, m_1, m_2) \\
&= \frac{1}{2p_1^2}\Big[(m_2^2 - m_1^2 - p_1^2)B_0'(p_1^2, m_1, m_2) \\
&\quad - B_0(p_1^2, m_1, m_2) - 2B_1(p_1^2, m_1, m_2)\Big]. && \text{(B.32)}
\end{aligned}
$$

Die Koeffizientenfunktionen $C_{\{i,ij\}}$ in C_μ (B.7) und $C_{\mu\nu}$ (B.8) kann man ähnlich durch die skalaren Funktion A, B_0 und C_0 ausdrücken. Deren explizite Darstellung findet man zum Beispiel in [49].

B.2 Definition in anderen Darstellungen

Zur Berechnung der Strahlungskorrekturen der Einschleifen-Ordnung werden in [17] Mehrpunktintegrale nach der Definition der Computerprogrammbibliothek AAFF [58] wie beispielsweise $C_{\{0,ij\}}(p_1, p_2, m_{\tilde{t}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}})$ verwendet. Aufgrund einer unterschiedlichen Festlegung der Impulse in den Graphen werden jedoch in [18] und [19] Mehrpunktintegrale nach der Definition der Computerprogrammbibliothek AAFF [58] mit vertauschten Argumenten ($C^S_{\{0,ij\}}(p_1, p_2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}}, m_{\tilde{g}})$) verwendet. Um die Ergebnisse der Strahlungskorrekturen für denselben Prozeß analytisch miteinander vergleichen zu können, müssen die N-Punktintegrale entsprechend umgerechnet werden. Als Referenz dient die Darstellung der N-Punktintegrale (B.1)-(B.12) nach [17] mit den Massen m_1, m_2, m_3 und m_4. Die N-Punktintegrale mit den Argumenten nach [18] werden stehts mit einem „S“ gekennzeichnet, die nach [19] mit einem „L“. Die Arbeit von [19] verwendet die beiden anderen Konventionen je nach N-Punktintegral. Für das Einpunktintegral gilt:

$$A(m_1) = A^S(m_1). \tag{B.33}$$

Für die Zweipunktintegrale folgt

$$B_0(p_1^2, m_1, m_2) = B_0^S(p_1^2, m_2, m_1), \tag{B.34}$$

$$B_1 = -B_1^S - B_0^S, \tag{B.35}$$

$$B_{22} = B_{22}^S, \tag{B.36}$$

$$B_{21} = B_{21}^S + 2B_1^S + B_0^S \tag{B.37}$$

mit den Argumenten

$$B_{\{0,i,ij\}}(p_1^2, m_1, m_2), \qquad B^S_{\{0,i,ij\}}(p_1^2, m_2, m_1)\ . \tag{B.38}$$

Das Dreipunktintegral $C_{\{0,ij\}}$ hat in den verschiedenen Darstellungen die Argumente

$$C_{\{0,ij\}}(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) = C^L_{\{0,ij\}}(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3), \tag{B.39}$$

$$C^S_{\{0,ij\}}(m_2, m_1, m_3, p_1^2, (-p_1 - p_2)^2), \tag{B.40}$$

so daß die 3-Punktintegrale wie folgt voneinander abhängen:

$$C_0(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) = C_0^S(m_2, m_1, m_3, p_1^2, (-p_1 - p_2)^2), \tag{B.41}$$

$$C_{11} = -C_0^S - C_{11}^S + C_{12}^S, \tag{B.42}$$

$$C_{12} = C_{12}^S, \tag{B.43}$$

$$C_{21} = C_0^S + 2C_{11}^S - 2C_{12}^S + C_{21}^S + C_{22}^S - 2C_{23}^S, \tag{B.44}$$

$$C_{22} = C_{22}^S, \tag{B.45}$$

$$C_{23} = -C_{12}^S + C_{22}^S - C_{23}^S, \tag{B.46}$$

$$C_{24} = C_{24}^S. \tag{B.47}$$

Das Vierpunktintergal $D_{\{0,ij\}}$ ist in den verschiedenen Darstellungen mit den Argumenten

$$D_{\{0,ij\}}(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4), \tag{B.48}$$

$$D^L_{\{0,ij\}}(p_1, -p_1 - p_2 - p_3, p_3, m_2, m_1, m_4, m_3), \tag{B.49}$$

$$D^S_{\{0,ij\}}(m_2, m_1, m_4, m_3, p_1^2, (-p_1 - p_2 - p_3)^2, p_3^2, p_4^2, (p_3 + p_4)^2, (p_1 + p_3)^2) \tag{B.50}$$

gegeben, wobei gilt:

$$D^S_{\{0,ij\}} = D^L_{\{0,ij\}} \; . \tag{B.51}$$

Damit hängen die Vierpunktintegrale nach [17] mit denen aus [18] und [19] wie in der folgenden Auflistung zusammen:

$$
\begin{aligned}
D_0 &= D^S_0, &(B.52)\\
D_{11} &= -D^S_0 - D^S_{11} + D^S_{12}, &(B.53)\\
D_{12} &= -D^S_0 - D^S_{11} + D^S_{13}, &(B.54)\\
D_{13} &= -D^S_0 - D^S_{11}, &(B.55)\\
D_{21} &= D^S_0 + 2D^S_{11} - 2D^S_{12} + D^S_{21} + D^S_{22} - 2D^S_{24}, &(B.56)\\
D_{22} &= D^S_0 + 2D^S_{11} - 2D^S_{13} + D^S_{21} + D^S_{23} - 2D^S_{25}, &(B.57)\\
D_{23} &= D^S_0 + 2D^S_{11} + D^S_{21}, &(B.58)\\
D_{24} &= D^S_0 + 2D^S_{11} - D^S_{12} - D^S_{13} + D^S_{21} - D^S_{24} - D^S_{25} + D^S_{26}, &(B.59)\\
D_{25} &= D^S_0 + 2D^S_{11} - D^S_{12} + D^S_{21} - D^S_{24}, &(B.60)\\
D_{26} &= D^S_0 + 2D^S_{11} - D^S_{13} + D^S_{21} - D^S_{25}, &(B.61)\\
D_{27} &= D^S_{27}. &(B.62)
\end{aligned}
$$

Die numerischen Berechnungen erfolgen mit der Konvention von [47]. Die N-Punktintegrale sind hier in der Form

$$
\begin{aligned}
T^N_{\{\mu_1 .. \mu_i\}}(p_1 \ldots p_{N-1}; m_1 \ldots m_N) &= \\
&\int \frac{\{k_{\mu_1} \ldots k_{\mu_i}\}}{[k^2 - m_1^2][(k+p_1)^2 - m_2^2] \ldots [(k+p_{N-1})^2 - m_N^2]}
\end{aligned} \tag{B.63}
$$

definiert mit folgenden Zerlegungen:

$$
\begin{aligned}
B^D_\mu &= p_{1\mu} B^D_1 \; , &(B.64)\\
B^D_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} B^D_{00} + p_{1\mu} p_{1\nu} B^D_{11} \; , &(B.65)\\
C^D_\mu &= p_{1\mu} C^D_1 + p_{2\mu} C^D_2 \; , &(B.66)\\
C^D_{\mu\nu} &= p_{1\mu} p_{1\nu} C^D_{11} + p_{2\mu} p_{2\nu} C^D_{22} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) C^D_{12} + g_{\mu\nu} C^D_{00} \; , &(B.67)\\
D^D_\mu &= p_{1\mu} D^D_1 + p_{2\mu} D^D_2 + p_{3\mu} D^D_3 \; , &(B.68)\\
D^D_{\mu\nu} &= p_{1\mu} p_{1\nu} D^D_{11} + p_{2\mu} p_{2\nu} D^D_{22} + p_{3\mu} p_{3\nu} D^D_{33} + (p_{1\mu} p_{2\nu} + p_{2\mu} p_{1\nu}) D^D_{12} \\
&\quad + (p_{1\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{1\nu}) D^D_{13} + (p_{2\mu} p_{3\nu} + p_{3\mu} p_{2\nu}) D^D_{23} + g_{\mu\nu} D^D_{00} \; . &(B.69)
\end{aligned}
$$

Die AAFF-Funktionen hängen mit denen nach [47][1] wie folgt zusammen:

$$
\begin{aligned}
A_0^D(m_1) &= A_0(m_1), && \text{(B.70)}\\
B_0^D(p_1^2, m_1, m_2) &= B_0(p_1^2, m_1, m_2), && \text{(B.71)}\\
B_1^D &= B_1, \quad B_{00}^D = B_{22}, \quad B_{11}^D = B_{21}, && \text{(B.72)}\\
C_0^D(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) &= C_0(p_1, p_2 - p_1, m_1, m_2, m_3), && \text{(B.73)}\\
C_1^D &= C_{11} - C_{12}, && \text{(B.74)}\\
C_2^D &= C_{12}, && \text{(B.75)}\\
C_{00}^D &= C_{24}, && \text{(B.76)}\\
C_{11}^D &= C_{21} + C_{22} - 2C_{23}, && \text{(B.77)}\\
C_{22}^D &= C_{22}, && \text{(B.78)}\\
C_{12}^D &= -C_{22} + C_{23}, && \text{(B.79)}\\
D_0^D(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4) &= D_0(p_1, p_2 - p_1, p_3 - p_2, m_1, m_2, m_3, m_4), && \text{(B.80)}\\
D_1^D &= D_{11} - D_{12}, && \text{(B.81)}\\
D_2^D &= D_{12} - D_{13,} && \text{(B.82)}\\
D_3^D &= D_{13,} && \text{(B.83)}\\
D_{00}^D &= D_{27}, && \text{(B.84)}\\
D_{11}^D &= D_{21} + D_{22} - 2D_{24}, && \text{(B.85)}\\
D_{12}^D &= -D_{22} + D_{24} - D_{25} + D_{26}, && \text{(B.86)}\\
D_{13}^D &= D_{25} - D_{26}, && \text{(B.87)}\\
D_{22}^D &= D_{22} + D_{23} - 2D_{26}, && \text{(B.88)}\\
D_{23}^D &= -D_{23} + D_{26}, && \text{(B.89)}\\
D_{33}^D &= D_{23}\ . && \text{(B.90)}
\end{aligned}
$$

[1] Die N-Punkt-Integrale nach der Konvention von [47] werden mit einem „D“ gekennzeichnet.

Anhang C

Supersymmetrische Einschleifen-QCD-Korrekturen zum Prozeß $q\overline{q} \to t\overline{t}$ in analytischer Form

In Anhang C sind die supersymmetrischen QCD-Korrekturen der Einschleifen-Ordnung des Streuprozesses $q\overline{q} \to t\overline{t}$ in analytischer Form angegeben. Die auftretenden UV-Divergenzen wurden unter Benutzung des $\overline{\mathrm{MS}}$-Schemas renormiert. Die Renormierungsskala μ_G wurde in Gleichung (5.19) festgelegt.

Die hier dargestellten Ergebnisse entsprechen weitestgehend den Angaben aus [17]. Abweichend hiervon sind die Ergebnisse der Gluonselbstenergie und die angegebenen Terme in den Boxkorrekturen, die die Mischungswinkel der Squarks enthalten.

Die neben dem Borngraphen zusätzlich zum Matrixelement beitragenden Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ sind durch die Matrixelemente der Gluonselbstenergie (M_{Gluon}), der Vertexkorrekturen (M_{Vertex}), des direkten (M_{DBox}) und des gekreuzten (M_{CBox}) Boxdiagramms gegeben. Das Quadrat des Gesamt-Matrixelementes der Einschleifen-Korrekturen bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ lautet:

$$\begin{aligned} |M_{0+1}|^2 &= |M_0|^2 + 2Re\,\{\, M_{Gluon}M_0^\dagger + M_W M_0^\dagger \\ &\qquad + M_{Vertex}M_0^\dagger + M_{DBox}M_0^\dagger + M_{CBox}M_0^\dagger \,\}\ . \end{aligned} \tag{C.1}$$

Der Term $|M_0|^2$, der dem quadrierten Matrixelement der Bornschen Näherung entspricht, wird in Abschnitt 5.1.2 berechnet. Die analytischen Ausdrücke der restlichen Terme sind in den folgenden Abschnitten aufgeführt.

C.1 Gluon-Selbstenergie

Zur Gluon-Selbstenergie tragen die supersymmetrischen Korrekturgraphen durch eine Gluinoschleife und die Squarkschleifen bei (vergleiche Abbildung C.1). Die Massen und Impulse, die bei der Berechnung verwendet wurden, sind in Abbildung C.2 dargestellt. Die supersymmetrischen Korrekturen der Gluonselbstenergie werden wie folgt zerlegt:

$$M_{gluon}M_0^\dagger \;=\; M_{gluon}^{\tilde{g}}M_0^\dagger \;+\; \sum_{flavor}\sum_{i=1,2} M_{gluon}^{\tilde{q}_i}M_0^\dagger \tag{C.2}$$

mit

$$
\begin{aligned}
M^{\tilde{g}}_{gluon} M_0^\dagger &= |M_0|^2 \langle -3\rangle_F \frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{1}{3s}\Big\{(4m_{\tilde{g}}^2+2s)B_0(s,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{g}}) \\
&\qquad - 4A(m_{\tilde{g}}) + 4m_{\tilde{g}}^2 - \frac{2}{3}s - 2sB_0(0,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{g}})\Big\}\,, \qquad \text{(C.3)} \\
M^{\tilde{q}_i}_{gluon} M_0^\dagger &= -|M_0|^2 \frac{\alpha_s}{4\pi}\frac{1}{s}\Big\{\frac{1}{6}(s-4m_{\tilde{q}_i}^2)B_0(s,m_{\tilde{q}_i},m_{\tilde{q}_i}) \\
&\qquad + \frac{2}{3}A(m_{\tilde{q}_i}) - \frac{2}{3}m_{\tilde{q}_i}^2 + \frac{s}{9} - \frac{1}{6}sB_0(0,m_{\tilde{q}_i},m_{\tilde{q}_i})\Big\}\,. \qquad \text{(C.4)}
\end{aligned}
$$

Der erste Term in Gleichung (C.2) ensteht infolge der Gluinoschleife in Abbildung C.1.

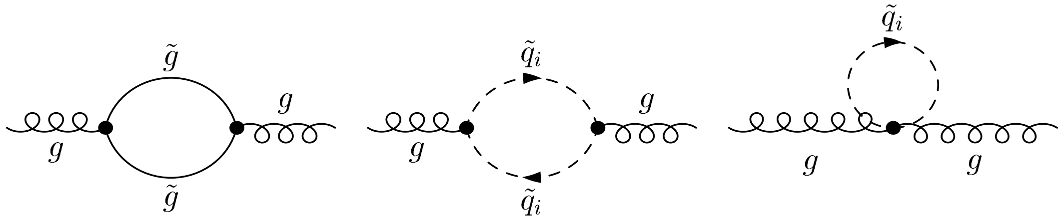


Abbildung C.1: *Zur Gluon-Selbstenergie beitragende Graphen: Gluinoschleife und Squarkschleifen*

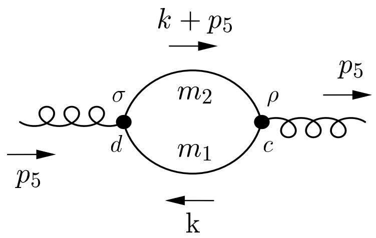


Abbildung C.2: *Massen und Impulse der Gluon-Selbstenergie*

Der zweite Term in Gleichung (C.2) ist durch die Squarkschleifen aus Abbildung C.1 gegeben. Die Summe $\sum_{flavor}$ läuft über alle Flavor von Squarks (u,c,t,d,s,b) und die Summe $\sum_{i=1,2}$ über die Squarks 1 und 2. Die Farbfaktoren der Squarkschleifen sind hierbei $\langle\frac{1}{2}\rangle_F$ und die Farbfaktoren der Squarktadpolschleifen sind $\langle 1\rangle_F$. Die berechnete Gluonselbstenergie stimmt mit dem Ergebnis von [18], das hier in der gleichen Form dargestellt ist, überein. Die in [17] angegebene Gluonselbstenergie wurde numerisch überprüft, wobei auch hier eine Übereinstimmung gefunden wurde.

C.2 Wellenfunktion

Die Strahlungskorrekturen, die durch die äußeren Teilchen zum Wirkungsquerschnitt beitragen, sind in Abbildung C.3 dargestellt. Die Berechnung dieser Korrekturen erfolgte mit

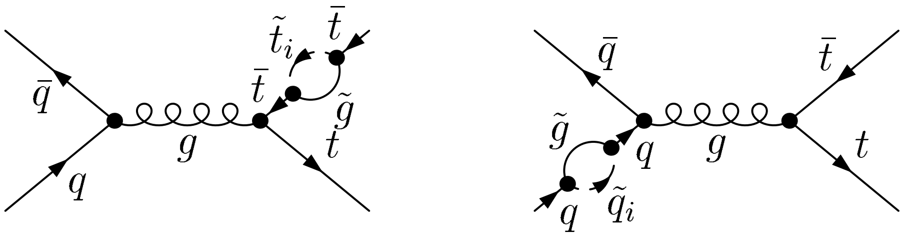


Abbildung C.3: *Korrekturen der ein- und auslaufenden Quarks*

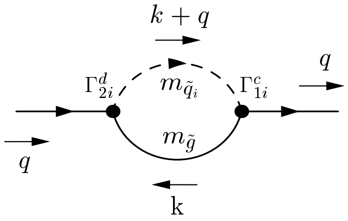


Abbildung C.4: *Massen und Impulse der Quark-Selbstenergie*

den Massen und Impulsen aus Abbildung C.4. Der entstehende Korrekturterm berechnet sich aus den auslaufenden top-Quarks ($M_W^t M_0^\dagger$) und den einlaufenden Quarks ($M_W^q M_0^\dagger$) als

$$M_W M_0^\dagger \;=\; 2\sum_{i=1,2} M_W^{\tilde{t}_i} M_0^\dagger \,+\, 2\sum_{i=1,2} M_W^{\tilde{q}_i} M_0^\dagger \;. \tag{C.5}$$

Die Summe $\sum_{i=1,2}$ zeigt wieder eine Summation über die Squarks 1 und 2 an. Der Faktor 2 vor jedem Term in Gleichung (C.5) ist durch die Anzahl von jeweils zwei Teilchen im Anfangs- und Endzustand bedingt. Der durch die auslaufenden top-Quarks gegebene Term ist:

$$\begin{aligned} M_W^{\tilde{t}_i} M_0^\dagger \;=\; & |M_0|^2 \left\langle \frac{4}{3} \right\rangle_F \frac{3\alpha_s}{24\pi} \Big\{ (A_{\tilde{t}_i}^2)[B_1(m_t^2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i}) + 2m_t^2 B_1'(m_t^2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i})] \\ & - 2m_t m_{\tilde{g}} (B_{\tilde{t}_i}^2) B_0'(m_t^2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i}) \Big\} \;. \end{aligned} \tag{C.6}$$

Aus dieser Gleichung ist die Korrektur durch die einlaufenden Quarks direkt unter Beachtung der Bedingung $m_q^2 \ll \hat{s}$ gegeben:

$$M_W^{\tilde{q}_i} M_0^\dagger \;=\; |M_0|^2 \left\langle \frac{4}{3} \right\rangle_F \frac{3\alpha_s}{24\pi} \Big\{ (A_{\tilde{q}_i}^2) B_1(0, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{q}_i}) \Big\} \;. \tag{C.7}$$

Die beiden Faktoren[1] $A_{\tilde{q}_i}^2$ und $B_{\tilde{q}_i}^2$ mit $q = \{u, c, t, d, s, b\}$ sind abhängig vom Mischungswinkel der jeweiligen Squarks. Mit der Definition von Gleichung (3.11) gilt:

[1] Die beiden Faktoren wurden als Quadrat geschrieben, um mögliche Mißverständnisse bei einem Vergleich mit [17] zu vermeiden.

$$\begin{aligned} A^2_{\tilde{q}_i} &= |S_{i1}|^2 + |S_{i2}|^2 , \\ B^2_{\tilde{q}_i} &= -2\,\mathrm{Re}(S^*_{i1}S_{i2}) , \end{aligned} \tag{C.8}$$

und falls die Matrixelemente S_{ij} reell sind:

$$\begin{aligned} A^2_{\tilde{q}_1} &= \cos^2\theta_{\tilde{q}} + \sin^2\theta_{\tilde{q}} = 1 , \\ A^2_{\tilde{q}_2} &= 1 , \\ B^2_{\tilde{q}_1} &= -2\cos\theta_{\tilde{q}}\sin\theta_{\tilde{q}} = -\sin(2\theta_{\tilde{q}}) , \\ B^2_{\tilde{q}_2} &= \sin(2\theta_{\tilde{q}}) . \end{aligned} \tag{C.9}$$

Unter dieser Voraussetzung erhält man das in [18] angegebene Ergebnis der Wellenfunktionsbeiträge. Die Korrekturen in [17] sind in der allgemeinen Form (C.8) gegeben.

C.3 Vertexkorrekturen

In Einschleifen-Ordnung können vier verschiedene Vertexkorrekturdiagramme unterschie-

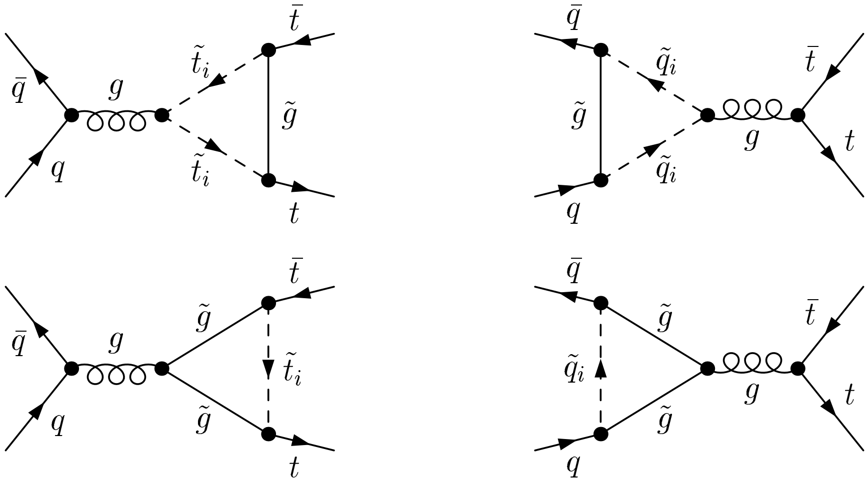


Abbildung C.5: *Bezeichnung der Vertexkorrekturen: links oben V1, rechts oben V2, links unten V3, rechts unten V4*

den werden. Diese sind in Abbildung C.5 dargestellt. Die bei den Berechnungen verwendeten Massen und Impulse sind am Beispiel der Vertexkorrekturen der auslaufenden top-Quarks in Abbildung C.6 angegeben. Die Summe der vier Korrekturdiagramme ist

$$M_{Vertex}M_0^\dagger = \sum_{i=1,2} M_{V1}^{\tilde{t}_i\tilde{t}_i}M_0^\dagger + \sum_{i=1,2} M_{V2}^{\tilde{q}_i\tilde{q}_i}M_0^\dagger + \sum_{i=1,2} M_{V3}^{\tilde{t}_i}M_0^\dagger + \sum_{i=1,2} M_{V4}^{\tilde{q}_i}M_0^\dagger . \tag{C.10}$$

Der Korrekturterm, der dem Graphen V1 in Abbildung C.5 entspricht, ist

$$\begin{aligned} M_{V1}^{\tilde{t}_i\tilde{t}_i}M_0^\dagger = {} & |M_0|^2\Big\langle -\frac{1}{6}\Big\rangle_F \frac{\alpha_s}{4\pi}\Big\{(A^2_{\tilde{t}_i})[2m_t^2(C_{11}+C_{21})+2C_{24}] - 2m_{\tilde{g}}m_t(B^2_{\tilde{t}_i})(C_0+C_{11})\Big\} \\ & + \Big\langle -\frac{1}{6}\Big\rangle_F \frac{16}{9}\,\pi\alpha_s^3\Big\{2m_t^2(-A^2_{\tilde{t}_i})(C_{11}+C_{21}) + 2m_{\tilde{g}}m_t(B^2_{\tilde{t}_i})(C_0+C_{11})\Big\} \end{aligned} \tag{C.11}$$

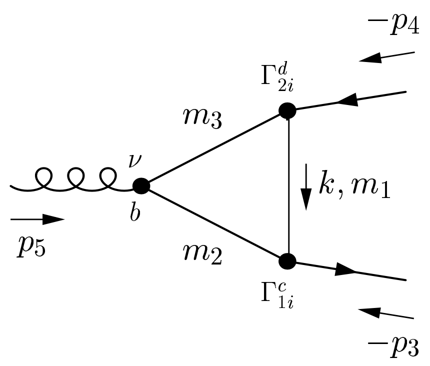


Abbildung C.6: *Massen und Impulse der Vertexkorrekturen am Beispiel der auslaufenden top-Quarks*

mit den Argumenten der C_{ij}-Tensorintegrale $C_{ij}(-p_3, p_5, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i}, m_{\tilde{t}_i})$. Die Faktoren $A^2_{\tilde{t}_i}$ und $B^2_{\tilde{t}_i}$ sind für alle Vertexkorrekturterme durch die Definition von Gleichung (C.8) bestimmt. Der Korrekturterm des Graphen V2 aus Abbildung C.5 kann für den Grenzfall $m_q^2 \ll \hat{s}$ aus der Gleichung (C.11) abgeleitet werden:

$$M_{V2}^{\tilde{q}_i\tilde{q}_i} M_0^\dagger \;=\; |M_0|^2 \left\langle -\frac{1}{6}\right\rangle_F \frac{\alpha_s}{4\pi} \left\{ 2(A^2_{\tilde{q}_i}) C_{24}(-p_1, p_5, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{q}_i}, m_{\tilde{q}_i})\right\}. \qquad \text{(C.12)}$$

Dem dritten Korrekturterm in Gleichung (C.10) entspricht der Feynmangraph V3 in Abbildung C.5 mit dem analytischen Ergebnis

$$\begin{aligned} M_{V3}^{\tilde{t}_i} M_0^\dagger \;=\; & |M_0|^2 \frac{-i3\alpha_s}{12\pi} \left\langle \frac{3}{2} i\right\rangle_F \Big\{ (A^2_{\tilde{t}_i})[2C_{24} - \frac{1}{2} + s(C_{22} - C_{23}) - m^2_{\tilde{g}} C_0 \\ & - m_t^2 (C_0 + 2C_{11} + C_{21})] - 2 m_{\tilde{g}} m_t (B^2_{\tilde{t}_i})(C_0 + C_{11}) \Big\} \\ & - i \left\langle \frac{3}{2} i\right\rangle_F \frac{16}{9} \pi \alpha_s^3 \Big\{ 2 m_t^2 (A^2_{\tilde{t}_i})(C_{11} + C_{21}) + 2 m_{\tilde{g}} m_t (B^2_{\tilde{t}_i}) C_{11} \Big\} \qquad \text{(C.13)} \end{aligned}$$

und den Argumenten der C_{ij}-Integrale $C_{ij}(-p_3, p_5, m_{\tilde{t}_i}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}})$. Der Beitrag des Feynmangraphen V4 in Abbildung C.5 ist daraus wieder durch Setzen von $m_q = 0$ im Grenzfall $m_q^2 \ll \hat{s}$ gegeben:

$$M_{V4}^{\tilde{q}_i} M_0^\dagger \;=\; |M_0|^2 \left\langle \frac{3}{2} i\right\rangle_F \frac{-i3\alpha_s}{12\pi} \Big\{ (A^2_{\tilde{t}_i})[\,2C_{24} - \frac{1}{2} + s(C_{22} - C_{23}) - m^2_{\tilde{g}} C_0] \Big\}. \qquad \text{(C.14)}$$

Die Argumente der C_{ij}-Integrale sind hier $C_{ij}(-p_1, p_5, m_{\tilde{q}_i}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}})$.

C.4 Direkte Boxdiagramme

Der Feynmangraph der direkten Boxdiagramme ist mit den verwendeten Massen und Impulsen in Abbildung C.7 dargestellt. Um den gesamten Beitrag der Boxdiagramme zu erhalten, ist über alle Kombinationen $\tilde{q}_i\tilde{t}_j$ mit $i, j = 1, 2$ der auftretenden Squarks zu summieren:

$$M_{DBox} M_0^\dagger \;=\; \sum_{i,j=1,2} M_{DBox}^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j} M_0^\dagger. \qquad \text{(C.15)}$$

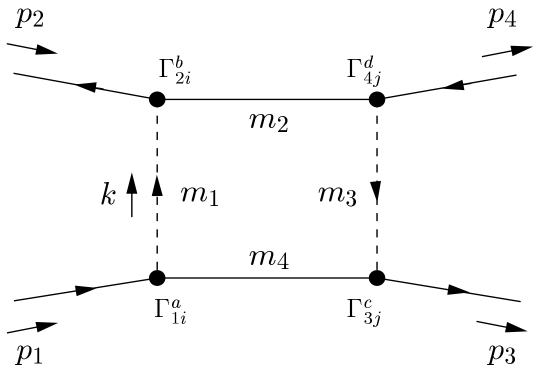


Abbildung C.7: *Direktes Boxdiagramm*

In Abschnitt 4.3 wurde das Matrixelement des direkten Boxdiagamms angegeben, womit $M^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j}_{DBox}M_0^\dagger$ durch die folgende Gleichung bestimmt ist:

$$M^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j}_{DBox}M_0^\dagger = (-1)\left\langle\frac{1}{9}\cdot\frac{7}{3}\right\rangle_F \frac{\pi^2\alpha_s^2}{s}\sum_k F_k^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = (-1)\,\frac{7g_s^4}{432s}\sum_k F_k^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j}. \quad \text{(C.16)}$$

Die Summation erfolgt über k=0,11,12,13,22,23,24,25,26,27 mit

$$F_0^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}^2\,[2sm_t^2+2(t-m_t^2)^2]\,D_0\ , \quad \text{(C.17)}$$

$$F_{11}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_2^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}m_t\,[-2s^2]\,D_{11}\ , \quad \text{(C.18)}$$

$$F_{12}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_2^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}m_t\,[2s(s-2m_t^2)-4(t-m_t^2)^2]\,D_{12}\ , \quad \text{(C.19)}$$

$$F_{13}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_2^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}m_t\,[-2s(s-2m_t^2)+4(t-m_t^2)^2]\,D_{13}\ , \quad \text{(C.20)}$$

$$F_{22}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_t^2\,[2sm_t^2+2(t-m_t^2)^2-2s^2]\,D_{22}\ , \quad \text{(C.21)}$$

$$F_{23}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_t^2\,[2sm_t^2+2(t-m_t^2)^2-2s^2]\,D_{23}\ , \quad \text{(C.22)}$$

$$F_{24}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_t^2\,[2s^2]\,D_{24}\ , \quad \text{(C.23)}$$

$$F_{25}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,[2s(u-m_t^2)^2]\,D_{25}\ , \quad \text{(C.24)}$$

$$F_{26}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,[2s^2m_t^2-2m_t^2(2sm_t^2+2(t-m_t^2)^2)-2s(u-m_t^2)^2]\,D_{26}, \quad \text{(C.25)}$$

$$F_{27}^{DB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,[-4sm_t^2-4(u-m_t^2)^2]\,D_{27}. \quad \text{(C.26)}$$

Die Argumente der D_{ij}-Integrale sind $D_{ij}(-p_1,p_3,p_4,m_{\tilde{q}_i},m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_j},m_{\tilde{g}})$. Die Faktoren $A^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j}$ sind durch die Mischungen der Squarks gegeben. Es ist $\theta_{\tilde{t}}$ der Mischungswinkel der top-Squarks und $\theta_{\tilde{q}}$ der Mischungswinkel der Squarks mit Flavor (u,c,d,s,b). Die Koeffizienten

$A^{\tilde{q}_i \tilde{t}_j}$ sind:

$$
\begin{aligned}
A_1^{\tilde{q}_i \tilde{t}_j} &= 2 \cdot \begin{cases} \cos^2\theta_{\tilde{q}} \sin^2\theta_{\tilde{t}} + \sin^2\theta_{\tilde{q}} \cos^2\theta_{\tilde{t}} & \text{für} \quad i = j \\ \cos^2\theta_{\tilde{q}} \cos^2\theta_{\tilde{t}} + \sin^2\theta_{\tilde{q}} \sin^2\theta_{\tilde{t}} & \text{für} \quad i \neq j \end{cases} \\
&= 4 \cdot (c^2 + d^2), \\
A_2^{\tilde{q}_i \tilde{t}_j} &= \begin{cases} -\sin^2 2\theta_{\tilde{t}} & \text{für} \quad \tilde{t}_1 \\ \sin^2 2\theta_{\tilde{t}} & \text{für} \quad \tilde{t}_2 \end{cases} \\
&= 4 \cdot (ac + bd), \\
A_3^{\tilde{q}_i \tilde{t}_j} &= 2 \cdot \begin{cases} \cos^2\theta_{\tilde{q}} \cos^2\theta_{\tilde{t}} + \sin^2\theta_{\tilde{q}} \sin^2\theta_{\tilde{t}} & \text{für} \quad i = j \\ \cos^2\theta_{\tilde{q}} \sin^2\theta_{\tilde{t}} + \sin^2\theta_{\tilde{q}} \cos^2\theta_{\tilde{t}} & \text{für} \quad i \neq j \end{cases} \\
&= 4 \cdot (a^2 + b^2) \ . \qquad \text{(C.27)}
\end{aligned}
$$

Die zweite Zeile in jeder Gleichung entspricht der Konvention von [18].

C.5 Gekreuzte Boxdiagramme

Der Feynmangraph der gekreuzten Boxdiagramme ist mit den verwendeten Massen und Impulsen in Abbildung C.8 dargestellt. Um den gesamten Beitrag der Boxdiagramme zu

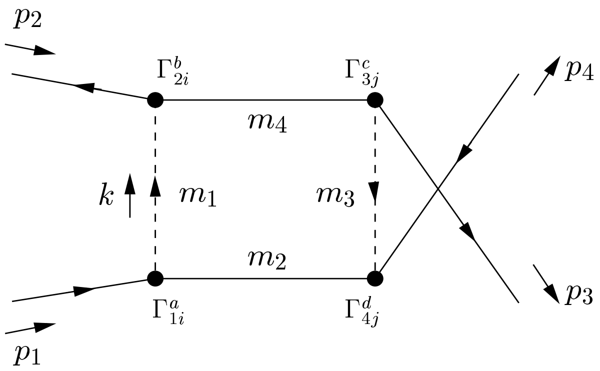


Abbildung C.8: *Gekreuztes Boxdiagramm*

erhalten, ist wieder über alle Kombinationen $\tilde{q}_i \tilde{t}_j$ mit $i, j = 1, 2$ der beteiligten Squarks zu summieren:

$$
M_{CBox} M_0^\dagger = \sum_{i,j=1,2} M_{CBox}^{\tilde{q}_i \tilde{t}_j} M_0^\dagger. \qquad \text{(C.28)}
$$

Das Matrix-Element des gekreuzten Boxdiagramms ist in Abschnitt 4.3 angegebenen. Mit diesem erhält man den Korrekturterm als

$$
\begin{aligned}
M_{CBox}^{\tilde{q}_i \tilde{t}_j} M_0^\dagger &= (+1) \left\langle -\frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} \right\rangle_F \frac{\pi^2 \alpha_s^2}{s} \sum_k F_k^{DB, \tilde{q}_i \tilde{t}_j} \\
&= (+1) \left[-\frac{2}{3} \right] \frac{7 g_s^4}{432 s} \sum_k F_k^{CB, \tilde{q}_i \tilde{t}_j} \ . \qquad \text{(C.29)}
\end{aligned}
$$

Die Summation erfolgt über k=0,11,12,13,22,23,24,25,26,27 mit

$$F_0^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_3^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}^2\,[2sm_t^2 + 2(u-m_t^2)^2]\,D_0^c\ , \tag{C.30}$$

$$F_{11}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_2^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}m_t\,[-2s^2]\,D_{11}^c\ , \tag{C.31}$$

$$F_{12}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_2^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}m_t\,[2s(s-2m_t^2) - 4(u-m_t^2)^2]\,D_{12}^c\ , \tag{C.32}$$

$$F_{13}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_2^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_{\tilde{g}}m_t\,[-2s(s-2m_t^2) + 4(u-m_t^2)^2]\,D_{13}^c\ , \tag{C.33}$$

$$F_{22}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_t^2\,[2sm_t^2 + 2(u-m_t^2)^2 - 2s^2]\,D_{22}^c\ , \tag{C.34}$$

$$F_{23}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_t^2\,[2sm_t^2 + 2(u-m_t^2)^2 - 2s^2]\,D_{23}^c\ , \tag{C.35}$$

$$F_{24}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,m_t^2\,[2s^2]\,D_{24}^c\ , \tag{C.36}$$

$$F_{25}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,[2s(t-m_t^2)^2]\,D_{25}^c\ , \tag{C.37}$$

$$F_{26}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,[2s^2m_t^2 - 2m_t^2(2sm_t^2 + 2(u-m_t^2)^2) - 2s(t-m_t^2)^2]\,D_{26}^c, \tag{C.38}$$

$$F_{27}^{CB,\tilde{q}_i\tilde{t}_j} = \frac{\alpha_s}{\pi}\,(4A_1^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j})\,[-4sm_t^2 - 4(t-m_t^2)^2]\,D_{27}^c. \tag{C.39}$$

Die Argumente der D_{ij}^c-Integrale sind $D_{ij}(-p_1, p_4, p_3, m_{\tilde{q}_i}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_j}, m_{\tilde{g}})$. Die Koeffizienten $A_s^{\tilde{q}_i\tilde{t}_j}$ entsprechen denen der direkten Boxdiagramme und sind durch die Gleichung (C.27) definiert.

Anhang D

Diagramme aus [17] und [18]

In Abschnitt 4.3 wurde in Einschleifen-Ordnung das S-Matrixelement des Streuprozesses $q\overline{q} \to t\overline{t}$ behandelt. Die Terme, die dem direkten Box-Feynmandiagramm und dem gekreuzten Boxdiagramm entsprechen, wurden explizit angegeben. Diese unterscheiden sich in den Vorzeichen zu denen, die in [17], [18] und [19] berechnet wurden. Der Term des gekreuzten Boxdiagramms verändert den Wirkungsquerschnitt des Streuprozesses nur wenig. Die numerischen Ergebnisse des direkten Boxdiagramms sind jedoch in der Größenordnung der Vertexkorrekturen und der Gluonselbstenergie, wodurch ein Vorzeichenwechsel einen erheblichen Einfluß auf die Gesamtkorrektur des Streuprozesses ausübt.

Die in diesem Anhang dargestellten Diagramme wurden mit Hilfe eines dafür geschriebenen Fortranprogramms berechnet. Die benutzten Parameter entsprechen denen der jeweils behandelten Arbeit und werden nochmals angegeben. Auf einen Vergleich mit [19] wurde verzichtet, da hier wichtige Korrekturen nicht berücksichtigt wurden und nicht alle zur Berechnung nötigen Parameter angegeben sind.

D.1 Ergebnisse nach [17]

Die Berechnungen des hadronischen Wirkungsquerschnitts in [17] wurden für die Proton-Antiproton-Annihilation am Fermilab Tevatron durchgeführt. Als Schwerpunktsenergie der Hadron-Hadron-Streuung wurde stets eine Energie von $\sqrt{S} = 1,8$ TeV gewählt. Der Wert der top-Quarkmasse wird mit $m_t = 170$ GeV angegeben, und die Kopplungskonstante α_s wird auf einem Wert von 0,123 festgelegt. Die Berechnung des inklusiven Wirkungsquerschnitts $\sigma(p\overline{p} \to t\overline{t} + X)$ erfolgt mit der in Gleichung (2.59) gegebenen Formel. Als Partonverteilungsfunktion wurde die MRS-A Parametrisierung von Martin, Roberts und Stirling [35] gewählt. Die Renormierungsskala μ_F der Verteilungsfunktion $f(\xi, \mu_F)$ wird an die top-Quarkmasse als charakteristische Skala mit $\mu_F^2 = m_t^2$ gekoppelt. Die Mischung der Squarks folgt der Parametrisierung der Gleichung (3.11). Eine Massenaufspaltung zwischen den verschiedenen Squarks wird jedoch nicht behandelt, und es gilt für alle Diagramme $m_{\tilde{q}_1} = m_{\tilde{q}_2}$ und $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}}$ mit $q = (u, c, d, s, b)$.

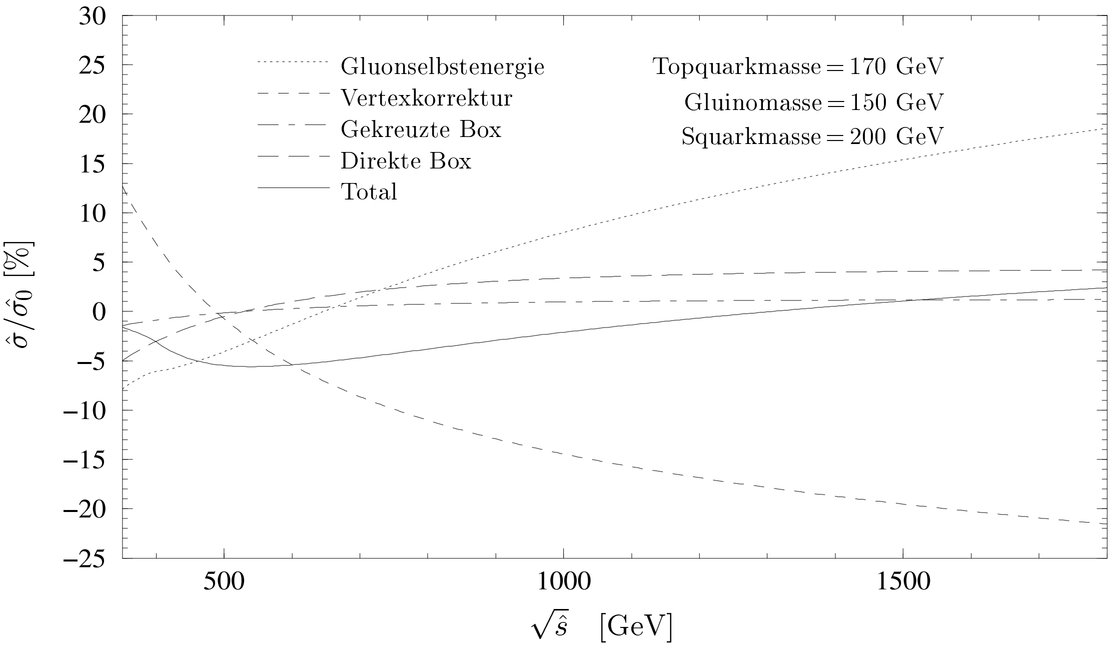


Abbildung D.1: *Die Abhängigkeit der Partonkorrekturen $\hat{\sigma}/\hat{\sigma}_0$ von der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ für $m_{\tilde{g}} = 150$ GeV und $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}} = 200$ GeV. Dargestellt sind die einzelnen Korrekturbeiträge aus Anhang C.*

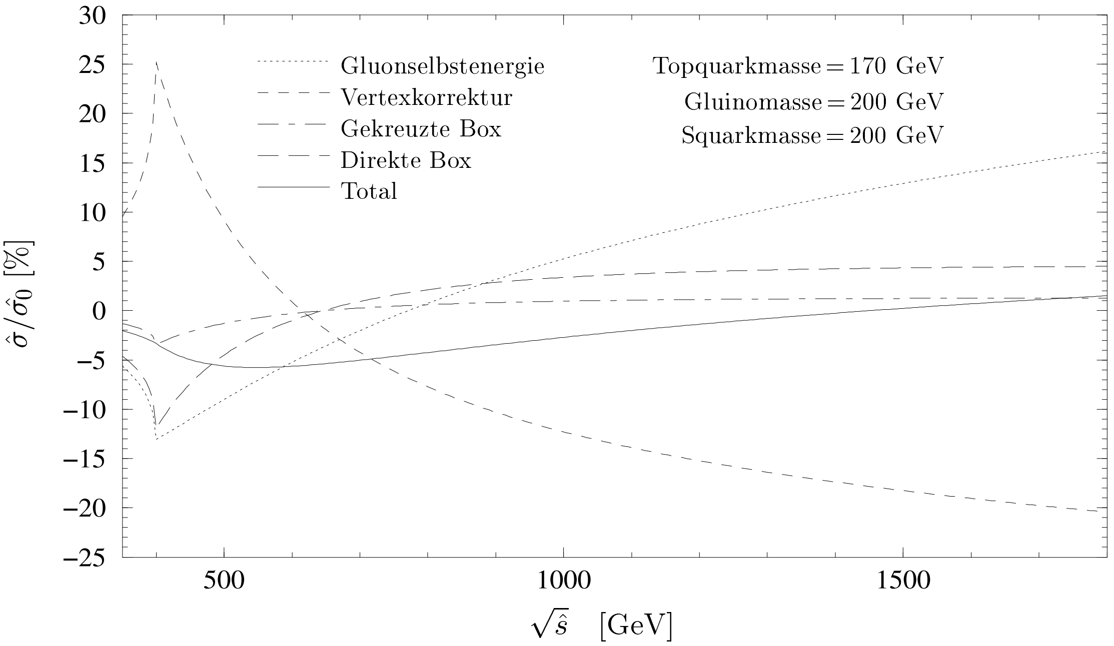


Abbildung D.2: *Die Abhängigkeit der Partonkorrekturen $\hat{\sigma}/\hat{\sigma}_0$ von der Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ für $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV und $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}} = 200$ GeV. Dargestellt sind die einzelnen Beiträge der verschiedenen Korrekturdiagramme aus Anhang C.*

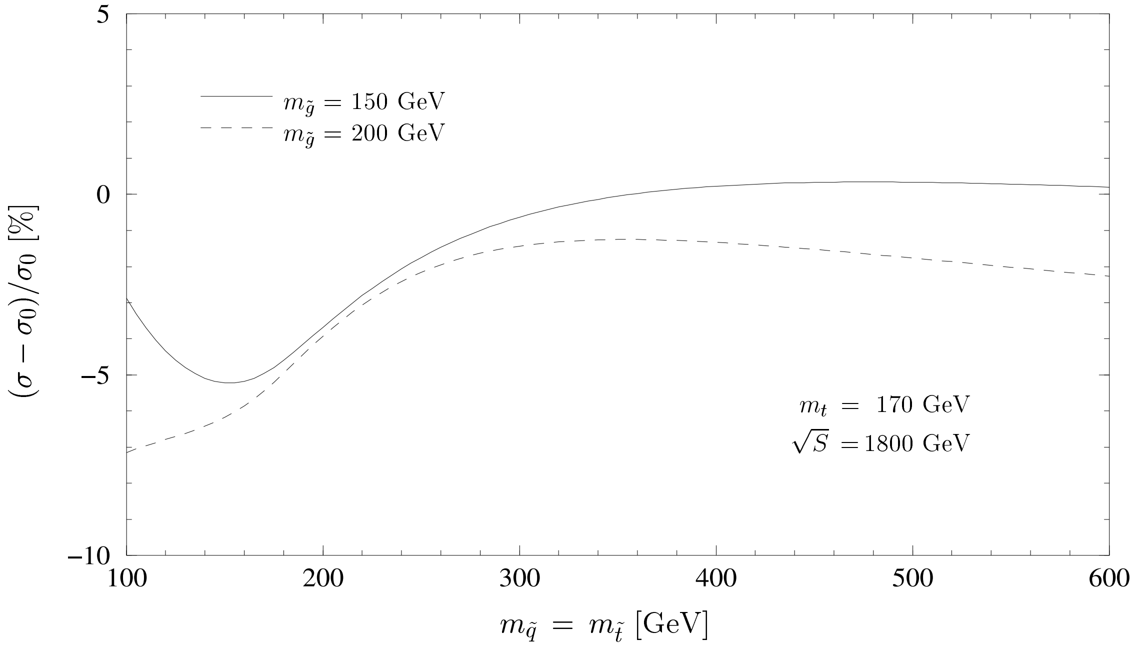


Abbildung D.3: *Die Abhängigkeit der relativen Korrektur $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ des inklusiven Wirkungsquerschnitts von den Squarkmassen für $m_{\tilde{g}} = 150$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV*

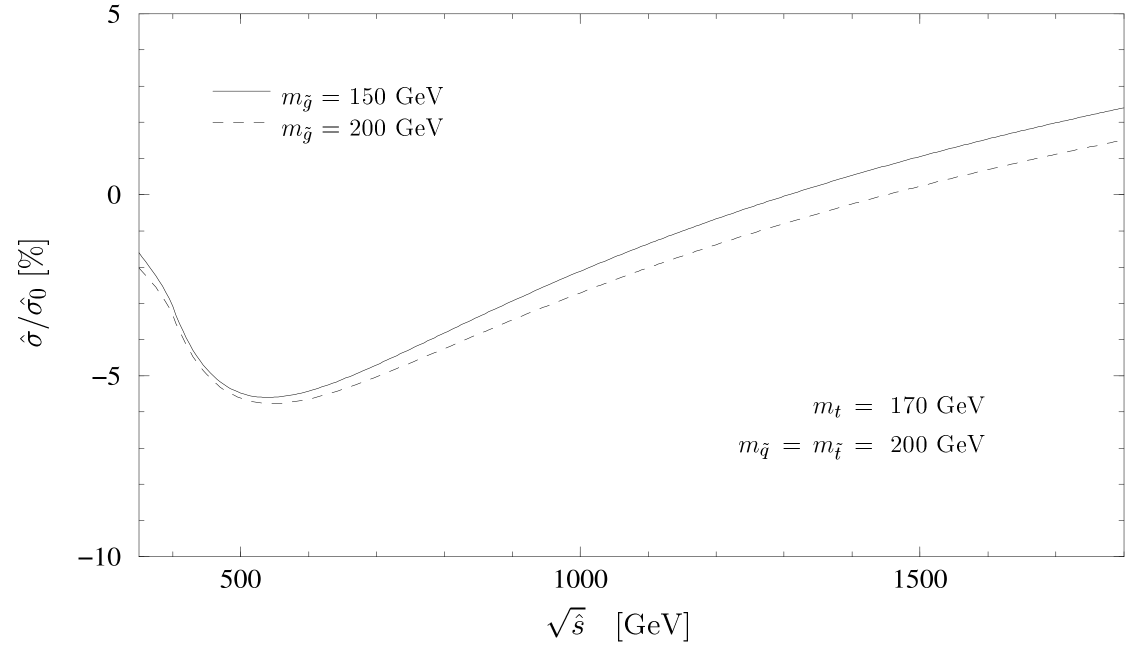


Abbildung D.4: *$\hat{\sigma}/\hat{\sigma}_0$ in Abhängigkeit der partonischen Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$ für zwei verschiedene Gluinomassen $m_{\tilde{g}} = 150$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV und $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}} = 200$ GeV*

D.2 Ergebnisse nach [18]

Die Berechnungen dieser Arbeit wurden ebenfalls für die Proton-Antiproton-Streuung am Fermilab Tevatron ausgeführt. Es werden nur Diagramme für den inklusiven Wirkungsquerschnitt σ dargestellt. Die verwendete Schwerpunktsenergie der $p\overline{p}$-Streuung beträgt $\sqrt{S} = 2$ TeV. Außerdem wird eine top-Quarkmasse m_t von 175 GeV verwendet. Für die dargestellten Diagramme wurde die Partonverteilungsfunktion MRS-A' [36] benutzt. Die Renormierungsskala μ_F der Partonverteilung $f(\xi, \mu_F)$ und die Renormierungsskala μ_R der Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu_R)$ werden an den Impulsübertrag der Streureaktion gekoppelt. Die beiden Skalen werden gleich gesetzt und es gilt: $\mu_F = \mu_R = \sqrt{\hat{s}}$.

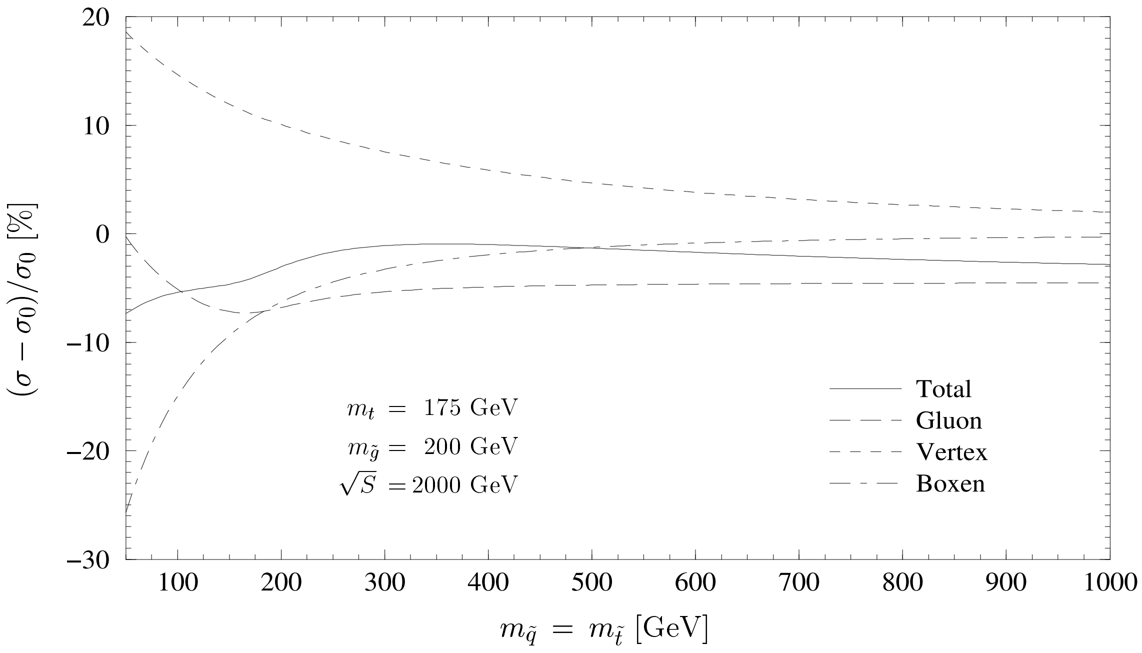


Abbildung D.5: *Die relativen Korrekturen $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit der Squarkmassen $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}}$ für $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV. Die Strahlungskorrekturen aus Anhang C sind einzeln dargestellt.*

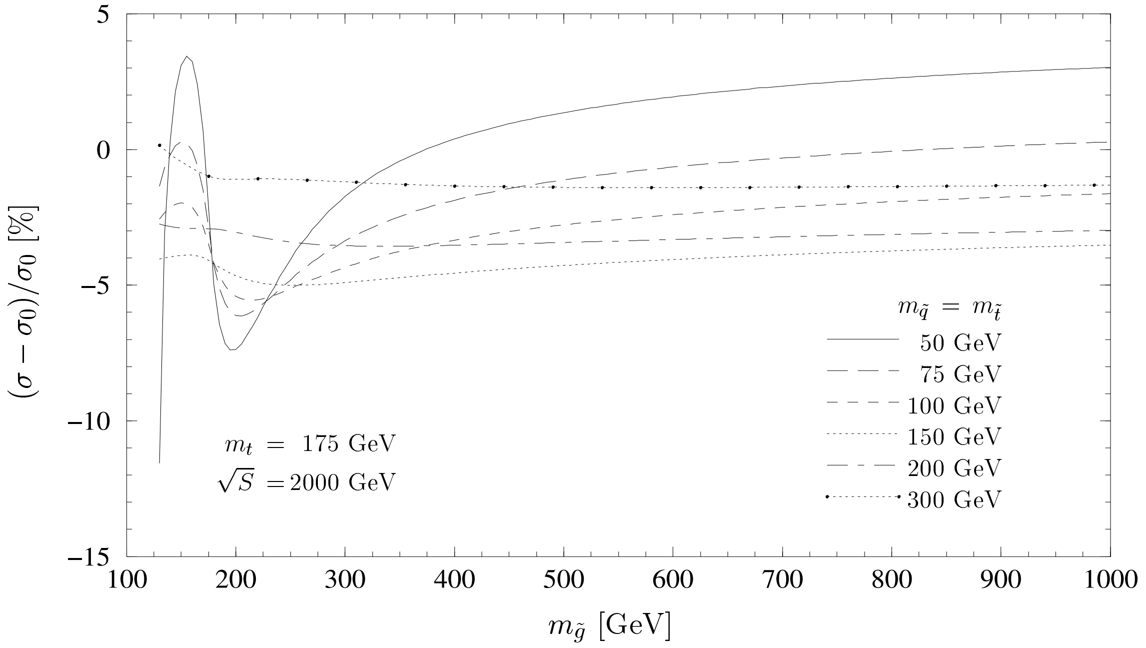


Abbildung D.6: *Die relative Korrektur* $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *in Abhängigkeit der Gluinomasse. Es sind Linien mit konstanten Squarkmassen* $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}}$ *dargestellt.*

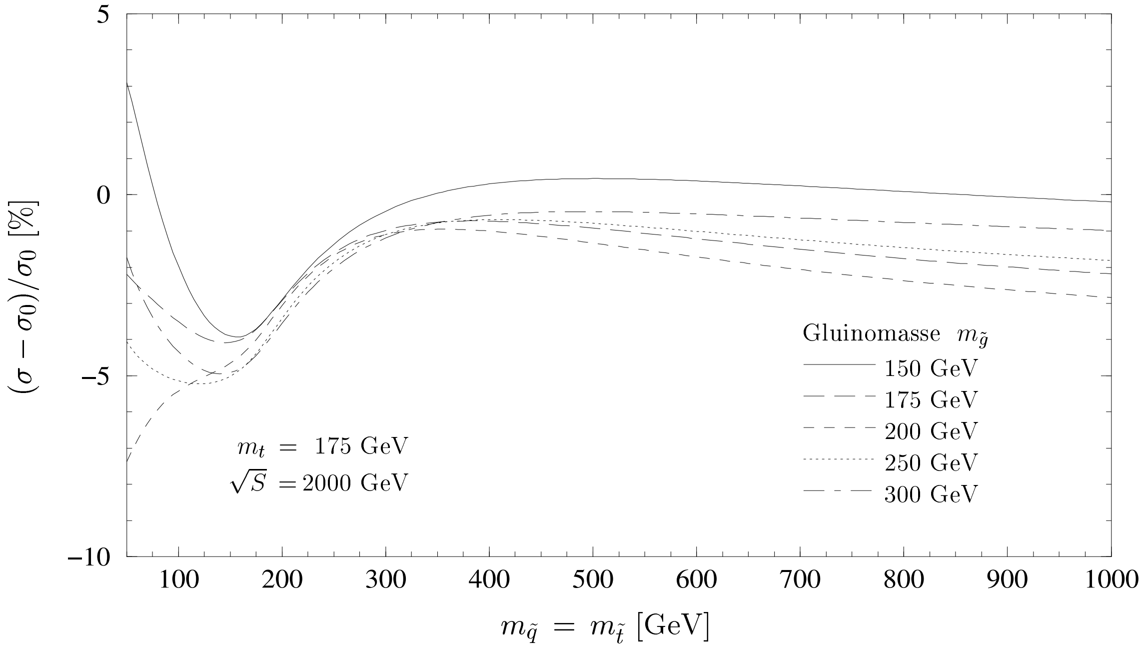


Abbildung D.7: *Die relative Korrektur* $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ *in Abhängigkeit der Squarkmassen mit* $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}}$ *für verschiedene Gluinomassen* $m_{\tilde{g}}$.

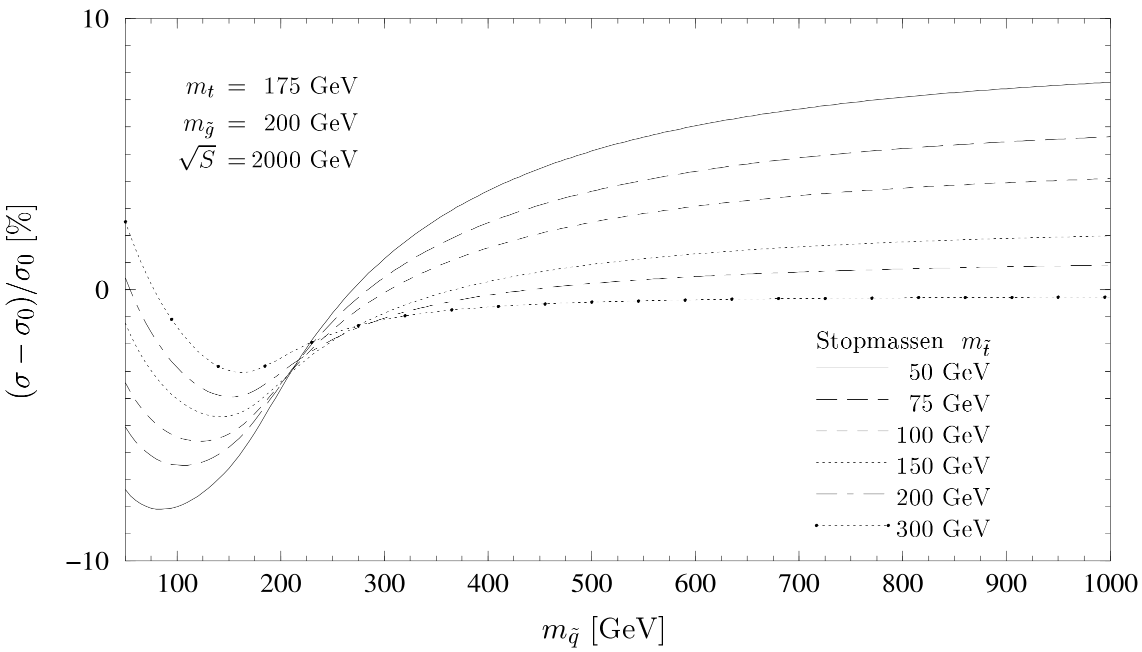


Abbildung D.8: *Die relative Korrektur $(\sigma - \sigma_0)/\sigma_0$ in Abhängigkeit der Squarkmassen mit Flavor (u,c,d,s,b) für $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV und verschiedene top-Squarkmassen $m_{\tilde{t}}$.*

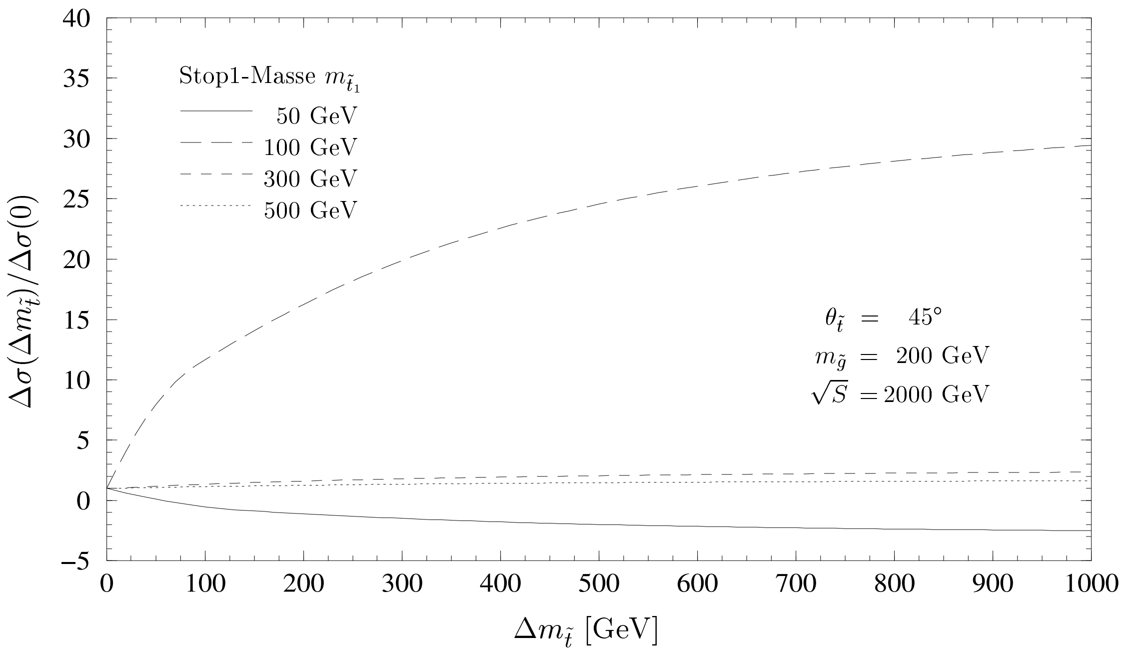


Abbildung D.9: *Die Abhängigkeit der hadronischen Korrekturen von der Massenaufpaltung $\Delta m_{\tilde{t}} = (m_{\tilde{t}_2} - m_{\tilde{t}_1})$ der top-Squarks für verschiedene Massen $m_{\tilde{t}_1}$. Der Mischungswinkel beträgt $\theta_{\tilde{t}} = 45°$.*

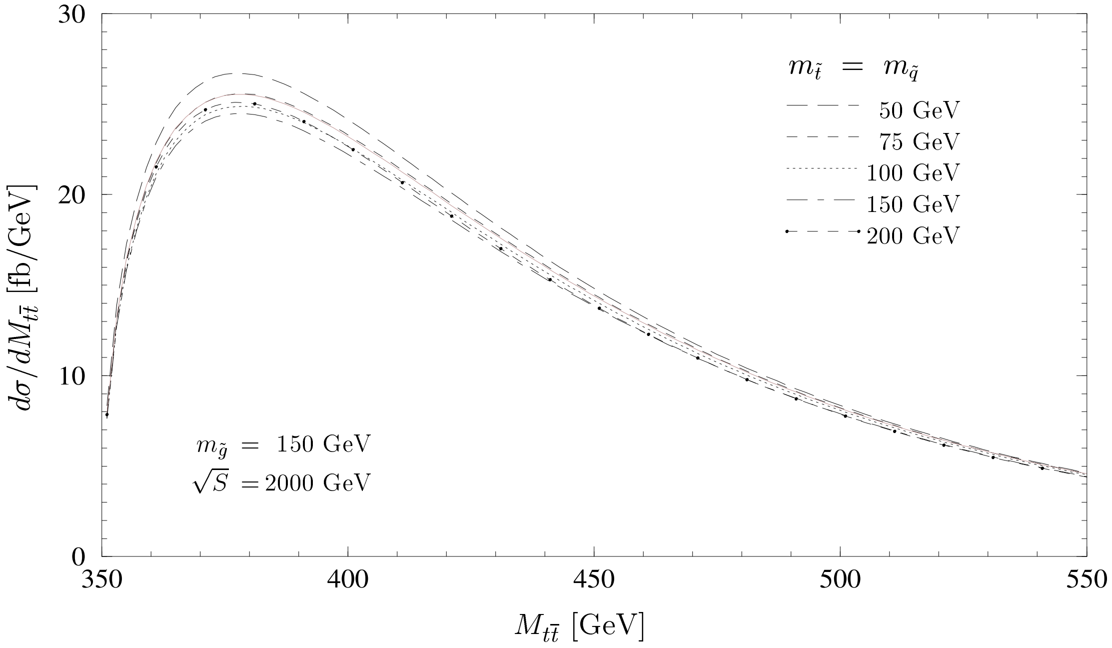


Abbildung D.10: *Verlauf des differenziellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dM_{t\tilde{t}}$ [fbarn/GeV] als Funktion der invarianten Masse $M_{t\tilde{t}} = \sqrt{\hat{s}}$ für verschiedene Squarkmassen $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}}$ und einer Gluinomasse von $m_{\tilde{g}} = 150$ GeV.*

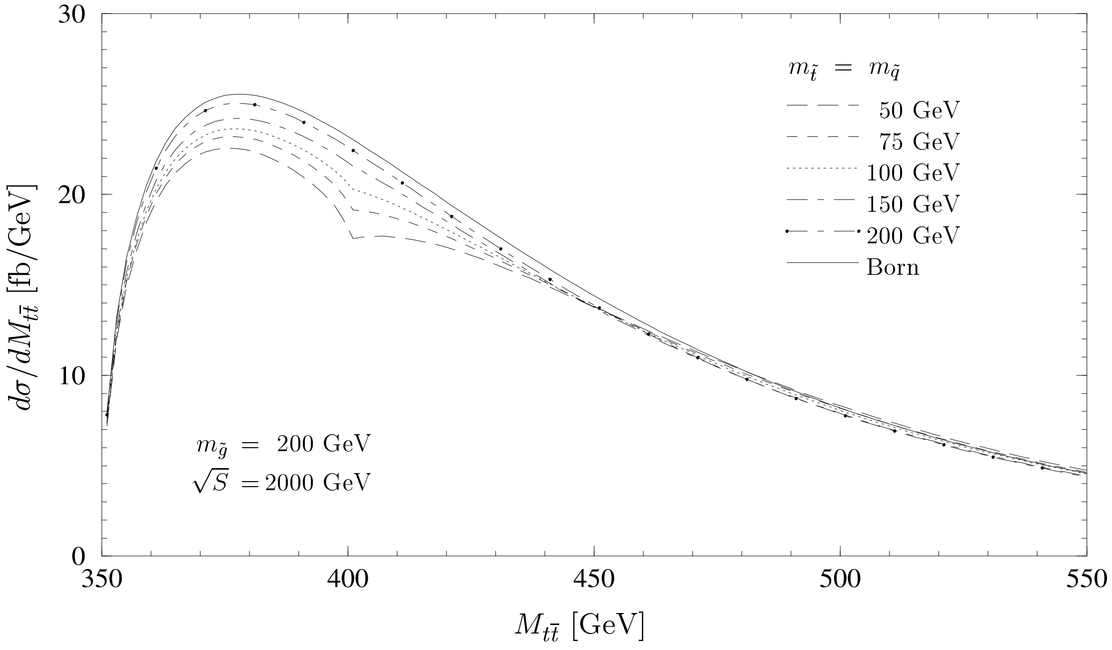


Abbildung D.11: *Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dM_{t\tilde{t}}$ [fbarn/GeV] als Funktion der invarianten Masse $M_{t\tilde{t}} = \sqrt{\hat{s}}$ für verschiedene Squarkmassen $m_{\tilde{q}} = m_{\tilde{t}}$ und einer Gluinomasse von $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV.*

Literaturverzeichnis

[1] S.L. Glashow, Nucl.Phys. **B22** (1961) S.579;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett **19** (1967) S.19;
A. Salam, in : Proceedings of the 8th Nobel Symposium, Editor N. Svartholm, Stockholm, 1968

[2] S.L. Glashow, J.Illiopoulos, L. Maiani, Phys. Rev **2** (1970) S.1285

[3] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) S.531;
M. Kobayashi, K. Maskawa, Progr. Theor. Phys. **49** (1973) S.652

[4] H.Y. Han, Y. Nambu, Phys. Rev. **139** (1965) S.1006;
C. Bouchia, I.Iliopoulos, Ph. Meyer, Phys. Lett. **B138** (1972) S.652

[5] P.W. Higgs, Phys. Lett. **12** (1964) S.132; Phys. Rev. Lett. **13** (1964) S.508, Phys. Rev. **145** (1966) S/1156;
R. Brout, F. Englert, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) S.321;
T.W.B. Kibble, Phys. Rev. **155** (1967) S.1554

[6] H.P. Nilles, Phys. Rep. **110** (1984) S.1;
H.P. Nilles, *„The Supersymmetric Standard Model“* in: *Phenomenological Aspects of Supersymmmetry*, W.Hollik, R.Rückl, J. Wess (Eds.), Lecture Notes in Physics 405, Springer-Verlag, 1992

[7] P. Fayet und S. Ferrara, Phys. Rep. **32** (1977) S.249

[8] M.F. Sohnius, Phys. Rep. **128** (1985) S.39

[9] J. Wess und J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*, 2.nd Edition, Princeton Series in Physics, 1992

[10] H.E. Haber and G.I. Kane, *The search for Supersymmetry: Probing Physics beyond the Standard Model*, Phys. Rep. **117** (1985) S.76

[11] J.F. Gunion, H.E. Haber, Nucl.Phys. **B272** (1986) S.1

[12] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Frontiers in Physics Vol. 80, Addision-Wesley, 1990

[13] H.M. Georgi, S.L. Glashow, M.E. Machacek, und D.V. Nanopoulos, *Charmed Particles from Two-Gluon Annihilation in Proton-Proton-Collisions*, Ann.Phys. (N.Y.) **114** (1978) S.273; B.L. Combridge, *Associated production of heavy flavour states in pp and $p\overline{p}$ interactions*, Nucl. Phys. **B151** (1979) S.429; M. Glück, J.F. Owens, E. Reya, *Gluon contribution to hadronic J/ψ production*, Phys. Rev. **D17** (1978) S.2324; J. Babcock, D. Silvers, S. Wolfram, Phys. Rev. **D18** (1978) S.162; K. Hagiwara, T. Yoshino, Phys. Lett. **B80** (1979) S.282; L.M. Jones, H. Wyld, Phys. Rev. **D17** (1978) S.782

[14] W. Beenakker, A. Denner, W. Hollik, R. Mertig, T. Sack, D. Wackeroth, *Electroweak 1-loop contributions to top pair production in hadron colliders*, MPI - W. Heisenberg München Preprint MPI-Ph/93-20

[15] W. Beenakker, H. Kuijf, W.L. van Neerven, J.Smith, *QCD corrections to heavy-quark production in $p\overline{p}$ collisions* Phys. Rev. **D40** (1989) S.54; P. Nason, S. Dawson, R.K. Ellis, Nucl. Phys. **B303** (1988) S.607; G. Altarelli, M. Diemoz, G. Martinelli und P. Nason, Nucl. Phys. **B308** (1988) S.724

[16] A. Stange und S. Willenbrock, Phys. Rev. **D48** (1993) S.2054

[17] S. Alam, K. Hagiwara, S. Matsumoto, *One Loop Supersymmetric QCD Radiative Corrections to the top quark production in $p\bar{p}$ collisions*, Phys. Rev. **D55** (1997) S.1307

[18] Z.Sullivan, *Supersymmetric QCD correction to top-quark production at the Fermilab Tevatron*, Phys. Rev. **D56** (1997) S.451

[19] C. Li, B. Hu, J. Yang, C. Hu, *Supersymmetric QCD corrections to top quark production in $p\bar{p}$ collisions*, Phys. Rev. **D52** (1995) S.5014, Phys. Rev. **D53** (1996) S.4112(E)

[20] The Super-Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda et al, *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, hep-ex/9807003

[21] R.K. Ellis, Proceedings of the 1987 Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics, World Scientific, R. Slansky und G. West (eds.)

[22] L.D. Faddeev und V.N. Popov, Phys. Lett. **B25** (1967) S.29

[23] George Sterman, *Quantum Field Theory*, Cambridge University Press, 1993

[24] F.J. Ynduráin, *Quantum Chromodynamics*, Springer-Verlag New York Inc., 1983

[25] J.C. Taylor, Nucl. Phys. **B33** (1971) S.436 (Kap 2.5)

[26] A.A. Slavnov, Theor. Mat. Fiz. **10** (1972) S.153
(theor. Math. Phys. **10** (1973) S.99) (Kap 2.5)

[27] G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B61** (1973) S.455

[28] R.P. Feynman, Phys. Rev. Lett. **23** (1969) S.1415;
Photon-Hadron-Interactions, W.A. Benjamin, New York 1972

[29] J.D. Bjorken und E.A. Paschos, Phys. Rev. **185** (1969) S.1975

[30] S.D. Drell und T.M. Yan, Ann. Phys. (N.Y.) **66** (1971) S.578

[31] P.V. Landshoff, J.C. Polkinghorne, R.D. Short, Nucl. Phys. **B28** (1971) S.225;
P.V. Landshoff und J.C. Polkinghorne, Nucl. Phys. **B28** (1971) S.240

[32] M. Böhm, W. Hollik, H. Spiesberger, Fortschr. Phys. **34** (1986) S.687;
W. Hollik, *Renormalisation of the Standard Model* in: Precision Tests of the Standard Model, Advanced series on Directions in High Energy Physics, World Scientific Publishing Co., 1995

[33] SLAC-Report 508, *The Strong Interaction from Hadrons to Partons*, Stanford, California 1996

[34] L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **20** (1975) S.95;
V.N. Gribov und L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15** (1972) S.438;
G. Altarelli und G. Parisi, Nucl. Phys. **B126** (1977) S.298;
Yu.L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977) S.641

[35] A.D. Martin, R. Roberts, W.J. Stirling, Phys. Rev. **D50** (1994) S.6734

[36] A.D. Martin, R. Roberts, W.J. Stirling, Phys. Lett. **354B** (1995) S.155

[37] CTEQ Collaboration: MSUHEP-41024

[38] J. Wess und B. Zumino, *A Lagrangian Model invariant under Supergauge Transformations*, Phys. Lett. **B49** (1974) S.52; *Supergauge Transformations in four Dimensions*, Nucl. Phys. **B70** (1974) S.39

[39] J. Polchinski und L. Susskind, *Breaking of Supersymmetry at intermediate energy*, Phys. Rev. **D26** (1982) S.3661;
R.K. Kaul und P. Majumdar, Nucl. Phys. **B199** (1982) S.36

[40] H.E. Haber, *Introductory Low-Energie Supersymmetry* in: Recent directions in Particle Theory, Proceedings of the 1992 Theoretical Advanced Study Institude in Particle Physics, edited by J. Harvey and J. Polchinski, World Scientific, Singapore, 1993, pp. 589-686

[41] D. Freedman, S. Ferrara und P. van Nieuwenhuizen, Phys. Rev. **D13** (1976) 3214;
S. Deser und B. Zumino, Phys. Lett. **B62** (1976) S.335

[42] T.-P. Cheng und L.-F. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics* (Oxford University Press, Oxford, England, 1984), pp. 347-8

[43] M. Kaku, *Quantum Field Theory*, Oxford University Press, New York, 1993

[44] I. Simonsen, hep-ph/9506369

[45] C.Itzykson und J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, 1988

[46] H. Lehmann, K. Symanzik und W. Zimmermann, Nuovo Cimento, **1** (1955) S.1425

[47] A. Denner, Fortschr. Phys. **41** (1993) S.307

[48] J.D. Bjorken und S.D. Drell, *Relativistische Quantenfeldtheorie*, BI Wissenschaftsverlag, Mannheim 1967

[49] G. Passarino, M. Veltman, Nucl. Phys. **B160** (1979) S.151

[50] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, J.Küblbeck, *Feynman rules for fermion-number-violating interactions*, Nuc. Phys. **B387** (1992) S.467

[51] M. Veltman, Nucl. Phys. **123** (1977) S.89

[52] A. Djouadi, P. Gambino, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. Jünger und G. Weiglein, *Supersymmetric Contributions to Electroweak Precision Observables: QCD Corrections*, Phys. Rev. Lett. **78** S.3626

[53] H. Plothow-Besch, *The Parton Distribution Function Library*, Int. Jour. Mod. Phys. **A10** (1995) S.2901

[54] T. Hahn, M. Perez-Victoria, Comp. Phys. Comm **118** (1999) S.153

[55] W. Hollik, C. Schappacher, *Supersymmetric one-loop corrections to the process* $e^+e^- \to f\overline{f}$, hep-ph/9807427

[56] G.P. Lepage, *VEGAS: An Adaptive Multidimensional Integration Program*, Report CLNS-80/447 (Cornell U., LNS)

[57] R.K. Ellis, W.J. Stirling und B.R. Webber, *QCD and Collider Physics*, Cambridge University Press, 1996

[58] G.J. van Oldenborgh und J.A.M Vermaseren, Z. Phys. **C46** (1990) S.425;
G.J. van Oldenborgh, *FF a package to evaluate one-loop Feynman diagrams*, 1990, NIKHEF-H/90-15

[59] S. Eidelman, F. Jegerlehner, Z. Phys. **C67** (1995) S.585;
H. Burkhardt, B. Pietrzyk, Phys. Lett. **B356** (1995) S.398

Ich versichere, diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Stefan Berge
Karlsruhe, August 1999

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. W. Hollik. Er ermöglichte mir, diese Arbeit an seinem Institut zu verfassen, und unterstützte mich stets hilfreich bei verschiedensten Fragestellungen.
Herrn Prof. Dr. F. Klinkhamer danke ich für die Übernahme des Korreferats.
Nicht zuletzt möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich bei der Entstehung dieser Arbeit unterstützt haben.
Christian Schappacher danke ich für seine Unterstüzung und Anregungen, für die inhaltlichen Korrekturen danke ich Sven Heinemeyer, Dominik Stöckinger, Gerrit Jahn und Oliver Brein.
Frederic Rowohl (BJ) danke ich für die detailkritische Verbesserung meiner grammatikalischen Fehlleistungen, und schließlich gilt mein Dank den vielen anderen, die ich hier nicht nennen konnte.
Allen Mitgliedern der Institute für Theoretische Physik und Theoretische Teilchenphysik danke ich für die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre.
Großer Dank gilt meinen Eltern für ihre geistige und finanzielle Unterstützung während meines gesamten Studiums.