W-Paarerzeugung durch Annihilation massiver Fermionpaare im Standardmodell und im MSSM

Diplomarbeit
von
Ulrich Meier

Institut für Theoretische Physik
der
Universität Karlsruhe

April 2003

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Die Elementarteilchenphysik versucht die Eigenschaften der Bausteine der Materie und ihre Wechselwirkungen untereinander zu beschreiben. In diesem Rahmen ist es zunächst gelungen alle bekannten Kräfte der Natur auf vier fundamentale Wechselwirkungen zu reduzieren: Gravitation, elektromagnetische, schwache und starke Wechselwirkung.

Die letzteren dieser 3 Kräfte können durch relativistische Quantenfeldtheorien beschrieben werden, die im Einklang mit dem fundamentalen Prinzipien der speziellen Relativitätstheorie und der Quantenmechanik stehen. Ein wichtiger Schritt in diesem Zusammenhang war die Vereinheitlichung der schwachen und der elektromagnetischen Wechselwirkung im sogenannten elektroschwachen Standardmodell. Gemeinsam mit der Quantenchromodynamik, die eine Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung darstellt, bildet es das Standardmodell der Teilchenphysik, das in gutem Einklang mit allen verfügbaren experimentellen Daten steht, wie sie etwa an Teilchenbeschleunigern gewonnen wurden [1].

Ein große Aufgabe der theoretischen Physik besteht heute in dem Versuch, die verbleibenden Wechselwirkungen weiter zu vereinigen. In diesem Zusammenhang werden sogenannte supersymmetrische Modelle diskutiert. Die einfachste supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells ist das Minimal Supersymmetrische Standardmodell, welches eine ganze Reihe noch nicht beobachteter Elementarteilchen voraussagt.

Im Gegensatz dazu ist im Standardmodell nur ein Konstituent noch nicht entdeckt worden, das sogenannte Higgsboson. Es spielt eine zentrale Rolle bei der Erzeugung der Teilchenmassen in diesem Modell. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass die Existenz dieses Teilchens entscheidend ist, um in bestimmten Streuprozessen das fundamentale physikalische Prinzip der Unitarität der S-Matrix zu gewährleisten.

In dieser Arbeit soll dieses Thema genauer untersucht werden. In Kapitel 2 werden daher zunächst kurz die Grundlagen der Streutheorie, der relativistischen Quantenfeldtheorie und ihrer störungstheoretischen Auswertung behandelt. Dabei werden Unitaritätsschranken abgeleitet, d.h. Einschränkungen an physikalische Prozesse, die sich aus der Unitarität der S-Matrix ergeben. Außerdem wird ein sehr allgemeiner quantenfeldtheoretischer Ansatz zur Beschreibung der Eigenschaften und Wechselwirkungen von Elementarteilchen aufgestellt.

Im darauffolgenden Kapitel 3 wird dann gezeigt, dass die Unitaritätsschranken in Prozessen mit äußeren longitudinalen Vektorbosonen in niedrigster Ordnung Störungstheorie im Allgemeinen verletzt sind. Die Forderung, dass diese Verletzungen nicht auftreten, führt zu einer starken Einschränkung der möglichen Formen der Wechselwirkungen. Die genaue Form dieser Einschränkungen wird dann für die Prozesse, die in der Diskussion der Unitaritätsschranken auf Einschleifenniveau in Kapitel 6 benötigt werden, in diesem Kapitel abgeleitet. Die hierbei gewonnenen Ergebnisse wurden zum Teil meist ohne Rechnung bereits in der Literatur angegeben [2–5], zum Teil sind sie neu.

In Kapitel 4 und Kapitel 5 werden mit dem Standardmodell (SM) und dem Minimal Supersymmetrischen Standardmodell (MSSM) die beiden zur Zeit meistdiskutierten Modelle der Elementarteilchenphysik vorgestellt und es wird gezeigt, wie diese Modelle den in Kapitel 3 abgeleiteten Einschränkungen genügen.

In Kapitel 6 werden erstmalig die Unitaritätsschranken auf Einschleifenniveau untersucht. Bei der Berechnung von Einschleifenkorrekturen treten Divergenzen auf, deren Beseitigung die Einführung eines Regularisierungsschemas erfordert. Damit ein solches Schema physikalisch sinnvoll ist, muss es gewährleisten, dass keine Verletzung der Unitaritätsschranken auftritt. Um also beurteilen zu können, ob ein Regularisierungsschema physikalisch akzeptabel ist oder nicht, ist es daher unerlässlich die Mechanismen, die die Verletzung der Unitaritätsschranken verhindern, auch in höheren Ordnungen Störungstheorie zu verstehen. Dies ist besonders im MSSM von Interesse, da für dieses kein konsistentes Regularisierungsschema, das die Supersymmetrie erhält, bekannt ist.

In Kapitel 7 werden die Ergebnissen der analytischen Untersuchungen der vorangegangenen Kapitel numerisch überprüft. Dabei steht besonders die Rolle des Higgs-Bosons im Vordergrund. Dazu werden für drei Prozesse sowohl im SM, als auch im MSSM die Wirkungsquerschnitte mit und ohne Austausch des Higgsbosons berechnet. Im letzteren Fall tritt Unitaritätsverletzung auf und es wird untersucht, ob diese Tatsache einen merklichen numerischen Effekt in den Wirkungsquerschnitten verursacht.

Kapitel 2

Streutheorie

In diesem Kapitel werden kurz die für diese Arbeit benötigten Grundlagen aus der Streutheorie und der Quantenfeldtheorie zusammengestellt. Für eine ausführlichere Diskussion sei auf die Literatur verwiesen, z.B. [6–9].

2.1 Streuung, Wirkungsquerschnitt und S-Matrix

Die experimentelle Situation bei einem typischen Streuexperiment, wie es etwa an Teilchenbeschleunigern durchgeführt wird, ist wie folgt: Man präpariert einen definierten Anfangszustand aus räumlich voneinander getrennten, freien Teilchen. Diese Teilchen werden durch Kollision zur Wechselwirkung gebracht. Genügend lange nach der Kollision erhält man im Allgemeinen wiederum freie Teilchen, die dann in Detektoren nachgewiesen werden.

Eine wichtige Größe in diesem Zusammenhang ist der totale Wirkungsquerschnitt σ. Für eine Reaktion vom Typ Zustand a $\rightarrow$ Zustand b ist er durch das Verhältnis zwischen der Übergangsrate von a nach b zum Fluss der einfallenden Teilchen gegeben. Er hat also die Dimension einer Fläche. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ist definiert als Wirkungsquerschnitt pro Raumwinkel.

Eine Theorie, die eine Wechselwirkung beschreiben will, muss Vorhersagen über den Ausgang eines Streuexperiments machen, die dann mit dem Experiment verglichen werden können. So muss sie z.B. in der Lage sein den totalen Wirkungsquerschnitt einer Reaktion vorherzusagen. Dazu beschreibt man den Anfangszustand $|i_{\text{ein}} >$ als Zustandsvektor im Vektorraum der einlaufenden Zustände und den Endzustand $|f_{\text{aus}} >$ als Zustandsvektor im Raum der auslaufenden Zustände. Der S-Operator wird darüber definiert, dass er einen einlaufenden Zustand auf den entsprechenden auslaufenden Zustand abbildet. Die Übergangsamplitude ist gegeben durch das Skalarprodukt

$$S_{fi} \quad := \quad \langle f_{\text{aus}} | i_{\text{ein}} \rangle = \langle f_{\text{ein}} \, | S | \, i_{\text{ein}} \rangle. \tag{2.1}$$

Die Menge der S_{fi} bildet die sogenannte S-Matrix.

Läge keine Wechselwirkung vor, so wäre S die Einheitsmatrix. Daher zerlegt man die S-Matrix in einen trivialen Teil und in einen Teil, der für die Wechselwirkung verantwortlich ist

$$S \quad =: \quad \mathbf{1} + iT, \tag{2.2}$$

die sogenannte T-Matrix.

Da die Reaktion die Energie-Impulserhaltung gewährleisten soll, muss die T-Matrix proportional zu $\delta(k_i - k_f)$ sein, wobei $k_{i/f}$ den Gesamtviererimpuls des Systems im Anfangs- bzw. Endzustand darstellt. Daher definiert man das invariante Matrixelement M_{fi} durch

$$T_{fi} \quad =: \quad (2\pi)^4 \delta(k_i - k_f) M_{fi}. \tag{2.3}$$

Der Wirkungsquerschnitt berechnet sich nun zum Einen aus einem Flussfaktor, der die kinematischen Informationen der Reaktion enthält und zum Anderen aus der Übergangswahrscheinlichkeit, die durch das Betragsquadrat des invarianten Matrixelement gegeben ist und somit die Information über die Wechselwirkung enthält.

So ist z.B. der differentielle Wirkungsquerschnitt im Schwerpunktssystem für jeweils 2 Teilchen im Anfangszustand (mit Energien E_a und E_b sowie relativer Geschwindigkeit $|v_A - v_B|$) und im Endzustand (mit Dreierimpulsen $\mathbf{p_1}$ und $\mathbf{p_2}$) durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \quad = \quad \frac{|\mathbf{p_1}|}{2E_a 2E_b \, |v_A - v_B| \, (2\pi)^2 4\sqrt{s}} \, |M_{fi}|^2 \tag{2.4}$$

gegeben, wobei $\sqrt{s}$ die Energie im Schwerpunktssystem bezeichnet.

Im Hochenergielimes, in dem die Quadrate der Massen aller Teilchen klein gegen s sind (Grenzfall verschwindender Massen) vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \quad = \quad \frac{|M_{fi}|^2}{64\pi^2 s}. \tag{2.5}$$

2.2 Unitarität der S-Matrix

Da die S-Matrix zwei vollständige Sätze orthonormaler Vektoren miteinander verbindet, muss sie unitär sein, d.h. es muss gelten

$$S^\dagger S = \mathbf{1} = S S^\dagger. \tag{2.6}$$

Um diese Relation auszuwerten entwickelt man das invariante Matrixelement in Partialwellen. Im Falle der $2 \to 2$-Streuung für Teilchen mit beliebigem Spin lautet diese Entwicklung [10]:

$$\begin{aligned} M_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(E,\theta) &= \sum_J (2J+1) M^J_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(E) e^{i(\lambda-\mu)} d^J_{\mu\lambda}(\theta) \qquad (2.7) \\ \text{mit} \qquad \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \qquad & \text{und} \qquad \mu = \lambda_3 - \lambda_4 . \end{aligned}$$

Hierbei bezeichnen E die Gesamtenergie, θ den Streuwinkel, $\lambda_{1,2}$ die Helizitäten der Teilchen im Anfangszustand, $\lambda_{3,4}$ die Helizitäten der Teilchen im Endzustand und die $d^J_{\mu\lambda}(\theta)$ die Elemente der zu J gehörenden Darstellung der Drehgruppe.

In dieser Arbeit werden die Spezialfälle

$$\lambda = 0, \quad \mu = 0: \quad d^l_{00} = P_l(\cos\theta): \qquad \text{Legendrepolynome,} \qquad (2.8)$$

$$\lambda = 1, \quad \mu = 0: \quad d^l_{10} = -l(l+1)^{-\frac{1}{2}} \sin\theta \frac{dP_l(\cos\theta)}{d\cos\theta} \qquad (2.9)$$

benötigt.

Setzt man in die Bedingung (2.6) für die Unitarität der S-Matrix die Gleichungen (2.2) und (2.3) ein und entwickelt M nach Gleichung (2.7) in Partialwellen, so kann man über die Orthogonalitätsrelationen der $d^J_{\mu\lambda}(\theta)$ [10] ableiten, dass die einzelnen Partialwellenamplituden einer Beschränkung der Form

$$\left| M^J_{\lambda_3\lambda_4,\lambda_1\lambda_2}(E) \right| < \text{Konstante} \qquad \text{für} \quad E \to \infty \qquad (2.10)$$

unterliegen.

Eine ausführliche Diskussion von Unitaritätsschranken findet sich in [11].

2.3 Quantenfeldtheorie

Eine Klasse von Theorien zur Beschreibung der fundamentalen Wechselwirkungen der Materie, die die Prinzipien der speziellen Relativitätstheorie und der Quantenmechanik in sich vereinigt, sind die relativistischen Quantenfeldtheorien. In ihnen werden Teilchen als Anregungen von Quantenfeldern beschrieben. Die Eigenschaften und Wechselwirkungen der Teilchen lassen sich aus einer Lagrangedichte $\mathcal{L}$ ableiten, die von den Feldern und ihren ersten Ableitungen abhängt.

2.3.1 Berechnung der S-Matrix

Zur Berechnung von S-Matrixelementen benötigt man die Vakuumserwartungswerte von zeitgeordneten Produkten von Feldoperatoren, die sogenannten Greenschen Funktionen. Im Falle einer einzigen Sorte von Feldern ϕ sind sie als

$$G^{(n)}(x_1, ..., x_n) \quad = \quad \langle 0|T\phi(x_1)...\phi(x_n)|0\rangle \tag{2.11}$$

gegeben, wobei T der Zeitordnungsoperator ist.

Die Greenschen Funktionen können als Funktionalableitungen aus einem erzeugenden Funktional abgeleitet werden,

$$G^{(n)}(x_1, ..., x_n) \quad = \quad \left(\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x_1)}\right) ... \left(\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x_n)}\right) Z[J]|_{J=0} \ , \tag{2.12}$$

wobei das erzeugende Funktional $Z[J]$ durch

$$Z[J] \quad = \quad N \int \mathcal{D}\phi \, e^{iS[\phi]+i\int d^4x J(x)\phi(x)}. \tag{2.13}$$

gegeben ist. Die Größe J kann hierbei als äußere Quelle für das Feld ϕ aufgefasst werden, $N = 1/Z[0]$ ist eine Normierung und S die Wirkung

$$S \quad = \quad \int d^4x \mathcal{L}(\phi, \partial^\mu \phi). \tag{2.14}$$

Zur praktischen Berechnung von S-Matrixelementen im Rahmen der Störungstheorie wird $Z[J]$ in eine Störungsreihe entwickelt. Hierzu spaltet man $\mathcal{L}$ in einen freien Teil $\mathcal{L}_0$ und einen Wechselwirkungsanteil ("Störung") $\mathcal{L}_\mathcal{I}$ auf,

$$\mathcal{L} \quad = \quad \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_\mathcal{I}.$$

Damit kann man Z schreiben als

$$Z[J] \quad = \quad N \exp\left[i \int d^4x \, \mathcal{L}_\mathcal{I}\left(\frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta J(x)}\right)_{J=0}\right] Z_0[J], \tag{2.15}$$

wobei $Z_0[J]$ das erzeugende Funktional zu $\mathcal{L}_0$ bezeichnet.

Falls $\mathcal{L}_0$ eine quadratische Form ist, erhält man für Z_0 ein Gauß-Integral, das die Darstellung

$$Z_0[J] \quad = \quad \exp\left[\frac{1}{2}\int d^4x \, d^4y \, J(x)\Delta(x-y)J(y)\right] \tag{2.16}$$

besitzt, wobei $\Delta(x-y)$ der Propagator des Feldes ϕ ist.

Die Idee der Störungsreihenentwicklung besteht nun darin, die Exponentialfunktion in (2.15) in eine Potenzreihe zu entwickeln. Damit erhält man via (2.12) ebenfalls eine Reihenentwicklung für die Greenschen Funktionen. Die Bestimmung des erzeugenden Funktionals und damit auch der Greenschen Funktionen, reduziert sich also darauf, zahlreiche Ableitungen eines Gaußintegrals zu berechnen.

Wie man aus Gleichung (2.16) sehen kann, ergibt eine einzige Ableitung einen Term, der proportional zu J ist und deshalb bei $J = 0$ verschwindet. Nichtverschwindende Terme treten also nur auf, wenn die Ableitungen in Paaren auftreten. Jedes solches Paar ergibt einen Propagator $\Delta(x - y)$, wobei x und y die Koordinaten der beiden Quellen J in einem Paar sind.

Jeder Summand der Störungsreihe lässt sich als sogenannter Feynmangraph veranschaulichen. Hierzu wird jeder Propagator durch eine Linie und jedes Paar von Ableitungen durch einen Punkt (Vertex) dargestellt. Für einen echten Streuprozess tragen Diagramme, die in zwei oder mehr nichtverbundene Teildiagramme zerfallen, nicht zum S-Matrixelement bei.

Es bleibt nun noch die Frage zu klären, wie die erhaltene Störungsreihe zu ordnen ist. Dabei stellt sich heraus, dass man, wenn man den Faktor $\hbar$ explizit in der Exponentialfunktion $\exp(iS/\hbar)$ ausschreibt, eine Störungsreihe in Potenzen von $\hbar$, also in den Quantenkorrekturen erhält. Desweiteren findet man, dass die Diagramme, die zu einer bestimmten Potenz in $\hbar$ gehören, alle die gleiche Zahl von Schleifen besitzen, so dass die Störungsreihe diagrammatisch eine Entwicklung nach der Zahl der Schleifen darstellt. Die niedrigste Ordnung (keine Schleife) bezeichnet man als Born-Niveau oder Bornsche Näherung, die höheren Ordnungen als Ein-, Zwei-, Dreischleifen-Niveau,... .

Die S-Matrix erhält man nun direkt aus den Greenschen-Funktionen über das LSZ-Theorem [12]

$$S^{(n)}(x_1, ..., x_n) = \prod_{i=1}^{n} Z_{\phi_i}^{\frac{1}{2}} \phi(x_i)(-\partial_{x_i}^2 + m^2) G^{(n)}(x_1, .., x_n). \tag{2.17}$$

Der Klein-Gordon-Operator $(-\partial_{x_i}^2 + m^2)$ entfernt die äußeren Linien der Greenschen Funktionen und setzt die Impulse der Teilchen auf ihre Massenschale. Der Faktor $Z_\phi^{\frac{1}{2}}$ beschreibt die äußere Feldrenormierung.

In Feynmangraphen übersetzt bedeutet das, dass man die äußeren Propagatoren amputiert und durch die Wellenfunktionen der ein- und auslaufenden Teilchen ϕ ersetzt, also z.B. durch Spinoren für äußere Fermionen und Polarisationsvektoren für äußere Vektorteilchen.

2.3.2 Renormierbarkeit

In Diagrammen, die Schleifen enthalten, treten Impulsüberträge auf, die nicht durch die Energie-Impuls-Erhaltung festgelegt sind. Zur Bestimmung des Matrixelementes muss über alle Freiheitsgrade summiert, also auch über diese Impulse integriert werden.

Die auftretenden Integrale können divergent sein, die zu berechnenden physikalischen Observablen (wie z.B. Wirkungsquerschnitte) sind aber endlich. Es wird also eine Vorschrift benötigt, wie mit den auftretenden Divergenzen umgegangen werden muss. Dazu stellt man fest, dass die Parameter der Theorie in höheren Ordnungen nicht mehr mit den sogenannten "nackten" Parametern, die in der Lagrangedichte auftauchen, identisch sind. Vielmehr erhalten die physikalischen Parameter Schleifenkorrekturen, die im Allgemeinen divergent sind. Daher kann es möglich sein durch Redefinition der Parameter der Theorie auftretende Divergenzen in die endlichen physikalischen Parameter zu absorbieren. Um die Normalisierung der Teilchenzustände aufrechtzuerhalten, ist darüberhinaus eine Redefinition der Wellenfunktionen nötig. Diese Redefinition der Parameter und Felder nennt man Renormierung.

Falls es auf konsistente Weise möglich ist, sämtliche auftretenden Divergenzen durch Renormierung endlich vieler Parameter und Felder zu beseitigen, heißt die Theorie renormierbar, falls das nicht der Fall ist, heißt sie nicht-renormierbar. Um ein Kriterium für Renormierbarkeit zu erhalten definiert man den oberflächlichen Divergenzgrad D eines beliebigen Schleifendiagramms als die Zahl der Impulse im Zähler des Integranden abzüglich der Zahl der Impulse im Nenner plus einen Summanden 4 für jeden unabhängigen Viererimpuls über den integriert wird. D ist dann der Grad der Divergenz des Integrals in der Region des Integrationsbereichs, in der alle Impulse gegen unendlich gehen. Für $D > 0$ divergiert der Teil der Amplitude in dem alle Schleifenimpulse gegen unendlich gehen, wie

$$\int^{\infty} k^{D-1} dk,$$

also logarithmisch für $D = 0$, linear für $D = 1$, quadratisch für $D = 2$, usw. Für $D < 0$ ist das Integral in dieser Region des Integrationsbereichs dagegen konvergent. Desweiteren führt man zur Charakterisierung des Diagramms die folgenden Größen ein:

$$\begin{aligned}
I_f &:= \text{Zahl der inneren Linien vom Feldtyp } f, \\
E_f &:= \text{Zahl der äußeren Linien vom Feldtyp } f, \\
N_i &:= \text{Zahl der Vertizes vom Wechselwirkungstyp } i, \\
n_{if} &:= \text{Zahl der Felder vom Typ } f \text{ in der Wechselwirkung vom Typ } i, \\
d_i &:= \text{Zahl der Ableitungen, in einer Wechselwirkung auf Felder vom Typ } i \text{ wirken}, \\
D_f &:= \text{Massendimension des Feldes } f.
\end{aligned}$$

Da der Propagator des Feldes f die vierdimensionale Fouriertransformierte des Vakuumerwartungswertes eines zeitgeordneten Produktes zweier freier Felder ist, hat er die Massendimension $(2D_f - 4)$.

Einige kurze Überlegungen zeigen [6], dass D gegeben ist durch:

$$D = 4 - \sum_f E_f D_f - \sum_i N_i \Delta_i \tag{2.18}$$

mit

$$\Delta_i \equiv 4 - d_i - \sum_f n_{if} D_f. \tag{2.19}$$

Die Bedeutung von Δ_i ergibt sich aus der Betrachtung eines Wechselwirkungsterms, in dem n_{if} Feldern vom Typ f und d_i Ableitungen vorkommen. Man sieht, dass er Massendimension $d_i + \sum_f n_{if} D_f$ hat. Da die Wirkung dimensionslos ist, muss die Lagrangedichte um die Massendimension von -4 der Raum-Zeit-Integration auszugleichen, Massendimension $+4$ haben. Dass heißt, dass die Kopplungskonstante dieser Wechselwirkung die Massendimension $4 - d_i + \sum_f n_{if}(1 + s_f) = \Delta_i$ haben muss.

Aus Formel (2.18) sieht man nun, dass für den Fall, dass alle Wechselwirkungen eine Kopplungskonstante mit positiver Massendimension besitzen ($\Delta_i \geq 0$), die Relation

$$D \leq 4 - \sum_f E_f D_f \tag{2.20}$$

gilt. Die Theorie heißt dann Power-Counting-renormierbar. In diesem Fall kann D nur für eine begrenzte Zahl von äußeren Feldkonfigurationen einen Wert größer gleich Null annehmen. Es können also nur eine begrenzte Zahl von divergenten Diagrammen auftreten.

Tritt aber eine Wechselwirkung auf, die eine Kopplungskonstante mit negativer Massendimension besitzt, so sieht man aus Gleichung (2.18), dass man durch Hinzufügen von Vertizes von diesem Typ beliebig viele divergente Diagramme erzeugen kann. Die Theorie ist damit nicht-renormierbar.

Zusammenfassend stellt man also fest, dass eine Theorie nur dann renormierbar ist, wenn die Lagrangedichte keine Kopplungskonstanten negativer Massendimension aufweist. Dies ist jedoch nur eine notwendige, aber keine hinreichende Bedingung für Renormierbarkeit.

2.3.3 Formulierung einer Power-Counting-renormierbaren Lagrangedichte

Eine freie Lagrangedichte, die skalare Teilchen S (Spin 0), Fermionen ψ (Spin $\frac{1}{2}$), sowie Vektorbosonen V (Spin 1) enthält, ist von der allgemeinen Form

$$\mathcal{L}_0 = \partial^\mu S_i \partial_\mu S_i + M_{S_i}^2 S_i^2 + (\partial_\mu V_\nu^a)(\partial^\mu V^{a,\nu}) + M_{V_a}^2 V^{a,\mu} V_\mu^a + + \bar{\psi}^F (i\partial\!\!\!/ + M_{\psi_F})\psi^F. \tag{2.21}$$

Daraus kann man ablesen, dass die skalaren und die Vektorfelder Massendimension 1, die Fermionfelder jedoch Massendimension 3/2 besitzen.

Die Bedingung, dass die Kopplungskonstanten nur positive Massendimension besitzen dürfen, sowie dass die Lagrangedichte ein Lorentzskalar sein soll, schränkt die Zahl der möglichen Wechselwirkungen ein. Die allgemeinste Lagrangedichte, die die Wechselwirkung zwischen skalaren Teilchen, Fermionen sowie Vektorbosonen beschreibt und diese Bedingungen erfüllt, ist gegeben durch

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int} &= [A^{abc}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} + C^{V^aV^bV^c}g^{\mu\nu}g^{\rho\lambda}]\partial_\rho V^a_\mu V^b_\nu V^c_\lambda \\
&+ \left[B^{abcd}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho} + \frac{1}{8}C^{V^aV^bV^cV^d}g^{\mu\nu}g^{\rho\lambda}\right] V^a_\mu V^b_\nu V^c_\lambda V^\rho \\
&+ \frac{1}{2}C^{SV^aV^b}SV^{a,\mu}V^b_\mu + A^{V^aS_iS_j}V^a_\mu S_i\partial^\mu S_j \\
&+ \frac{1}{4}C^{V^aV^bS_iS_j}V^aV^bS_iS_j + \frac{1}{6}C^{S_iS_jS_k}S_iS_jS_k \\
&+ \frac{1}{24}C^{S_iS_jS_kS_l}S_iS_jS_kS_l + C_L^{V_a\bar{F}^iF^j}\bar{\psi}^i_L\gamma^\mu\psi^j_LV^a_\mu \\
&+ C_R^{V_a\bar{F}^iF^j}\bar{\psi}^i_R\gamma^\mu\psi^j_RV^a_\mu + C_R^{S_k\bar{F}^iF^j}\bar{\psi}^i_L\psi^j_RS_k + C_L^{S_k\bar{F}^iF^j}\bar{\psi}^i_R\psi^j_LS_k, \qquad (2.22)
\end{aligned}$$

wobei

$$\psi_{R/L} = \frac{1\pm\gamma_5}{2}\psi \qquad (2.23)$$

die rechts- bzw. linkshändigen Fermionen der Theorie beschreibt.

Die Koeffizienten können ohne Beschränkung der Allgemeinheit so gewählt werden, dass B_{abcd} völlig antisymmetrisch ist, dass $C^{S_iS_jS_kS_l}$ und $C^{S_iS_jS_k}$ völlig symmetrisch sind und dass die folgenden Symmetrierelationen erfüllt sind:

$$\begin{aligned}
A_{abc} &= -A_{acb}, & (2.24)\\
C^{V^aV^bV^cV^d} &= C^{V^bV^aV^cV^d} = C^{V^cV^dV^aV^b}, & (2.25)\\
C^{S_iV^aV^b} &= C^{S_iV^bV^a}, & (2.26)\\
C^{V^aV^bS_iS_j} &= C^{V^bV^aS_iS_j} = C^{V^aV^bS_jS_i}. & (2.27)
\end{aligned}$$

Desweiteren zeigt eine Rechnung, analog zu denen, die im nächsten Kapitel durchgeführt werden, dass die Unitarität auf Born-Niveau für jeden Prozess $V^aV^b \to V^cV^d$ nur dann gewährleistet ist, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind [2]:

$$\begin{aligned}
A_{abc} &= 0, & (2.28)\\
B_{abcd} &= 0, & (2.29)\\
\sum_{V_e}\left[C^{V_aV_bV_e}C^{V_cV_dV_e} - C^{V_aV_cV_e}C^{V_bV_dV_e} - C^{V_aV_dV_e}C^{V_cV_bV_e}\right] &= 0, & (2.30)\\
C^{V_aV_bV_cV_d} - \sum_{V_e}\left[C^{V_aV_cV_e}C^{V_bV_dV_e} + C^{V_aV_dV_e}C^{V_bV_cV_e}\right] &= 0 & (2.31)
\end{aligned}$$

und $C^{V_aV_bV_c}$ total antisymmetrisch ist.

Die Gleichung 2.30 ist die Jacobi-Identität und zeigt, dass die total antisymmetrischen VVV-Kopplungen die Strukturkonstanten einer Lie-Algebra bilden.

Die aus dieser Lagrangedichte unter Berücksichtigung der obigen Einschränkungen resultierenden Feynmanregeln finden sich in Anhang A.

Kapitel 3

Unitaritätsschranken auf Born-Niveau

In diesem Kapitel wird gezeigt, dass in einer allgemeinen Quantenfeldtheorie, wie sie durch die Lagrangedichte (2.22) gegeben ist, die Unitaritätsbedingung (2.10) in Prozessen mit äußeren longitudinalen Vektorbosonen im Allgemeinen verletzt ist. Es werden drei Prozesse untersucht, die bei der Diskussion der Unitaritätsschranken auf Einschleifen-Niveau in Kapitel 6 eine wichtige Rolle spielen. Es zeigt sich, dass nur bestimmte Theorien, zu denen die Eichtheorien gehören, ein "gutes" Hochenergieverhalten haben, d.h. die Bedingung (2.10) erfüllen (vergleiche auch [2–5]).

Im Folgenden bezeichnen F, V und S immer die Fermionen, Vektorteilchen und Skalare der Theorie, die entsprechenden Anti-Teilchen werden mit $\bar{F}$, $-V$ und $-S$ bezeichnet.

3.1 Der Prozess $F_i\bar{F}_j \to V^aV^b$

3.1.1 Konventionen

Im Folgenden wird der Prozess

$$\bar{F}_j(p_j) + F_i(p_i) \to V^a(k_a, \epsilon_a) + V^b(k_b, \epsilon_b) \tag{3.1}$$

betrachtet, wobei p_j, p_i, k_a und k_b die Impulse und ϵ_a und ϵ_b die Polarisationsvektoren der entsprechenden Teilchen bezeichnen.

Die Energie-Impulserhaltung lautet

$$p_j + p_i \quad = \quad k_a + k_b. \tag{3.2}$$

Die invariante Mandelstam-Variablen sind definiert als

$$\begin{aligned} s &= (p_j + p_i)^2 = (k_a + k_b)^2, && (3.3)\\ t &= (p_j - k_a)^2 = (p_i - k_b)^2, && (3.4)\\ u &= (p_j - k_b)^2 = (p_i - k_a)^2. && (3.5)\end{aligned}$$

Unter dem Hochenergielimes versteht man den Grenzfall

$$s, t, u \gg M_j^2, M_i^2, M_a^2, M_b^2,$$

wobei M_j, M_i, M_a und M_b die Masse von F_j, F_i, V_a und V_b bezeichnen.

Im Hochenergielimes gelten im Schwerpunktsystem die Relationen

$$\begin{aligned} p^\mu_{i,j} &\approx E(1, 0, 0, \pm 1), && (3.6)\\ k^\mu_{a,b} &\approx E(1, \pm\sin\theta, 0, \pm\cos\theta), && (3.7)\\ s + t + u &\approx 0, && (3.8)\end{aligned}$$

wobei E die Teilchenenergie im Schwerpunktssystem und θ den Streuwinkel zwischen $\bar{F}$ und V_a bezeichnet. Diese Relationen gelten sind nur bis auf Terme der Ordnung Masse eines Teilchens pro Schwerpunktsenergie.

Die Polarisationsvektoren der Vektorbosonen lauten:

$$\begin{aligned} \epsilon^\mu_a(k_a;\ \pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, \cos\theta, \mp i, -\sin\theta), && (3.9)\\ \epsilon^\mu_b(k_b;\ \pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -\cos\theta, \mp i, \sin\theta), && (3.10)\\ \epsilon^\mu_{a,b}(k_{a,b};\ 0) &= \frac{k^\mu_{a,b}}{M_{a,b}} + \mathcal{O}\left(\frac{M_{a,b}}{E}\right). && (3.11)\end{aligned}$$

Im Gegensatz zu den transversalen Polarisationsvektoren wachsen die longitudinalen Polarisationsvektoren also proportional zur Schwerpunktsenergie. Im Folgenden wird nur die Produktion longitudinaler Vektorbosonen betrachtet.

3.1.2 Diagramme und Amplituden

In niedrigster Ordnung Störungstheorie tragen die Diagramme aus Abbildung 3.1 zu den Streuamplituden bei. Mit den Feynmanregeln aus Anhang A kann man die Beiträge zur Amplitude dieser Diagramme berechnen. Die führenden beiden Ordnungen im Hochenergielimes dieser Beiträge finden sich in Anhang B.

In diesen Amplituden treten Terme der Form

$$\bar{v}_j \not{k}_a \frac{1 \pm \gamma_5}{2} u_i \qquad \text{oder} \qquad \bar{v}_j \frac{1 \pm \gamma_5}{2} u_i$$

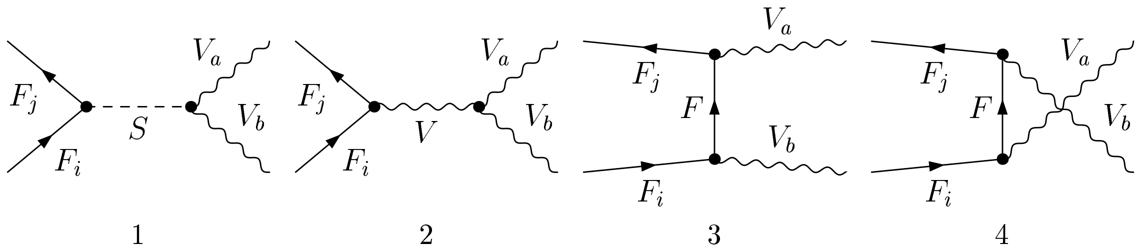


Abbildung 3.1: Borndiagramme zum Prozess $F_i\bar{F}_j \to V^a V^b$

auf. Das Hochenergieverhalten dieser beiden Terme ergibt sich aus

$$\left|\bar{v}_j \not{\epsilon}_a \frac{1 \pm \gamma_5}{2} u_i\right|^2 = \mathrm{Spur}\left(\not{p}_j \not{\epsilon}_a \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \not{p}_i \frac{1 \mp \gamma_5}{2} \not{\epsilon}_a\right) = 2E^4 \sin^2\theta, \tag{3.12}$$

$$\left|\bar{v}_j \frac{1 \pm \gamma_5}{2} u_i\right|^2 = \mathrm{Spur}\left(\not{p}_j \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \not{p}_i \frac{1 \mp \gamma_5}{2}\right) = 2E^2. \tag{3.13}$$

Außerdem sieht man aus der Winkelverteilung von (3.12) und (3.13) durch Vergleich mit (2.7), dass es sich bei dem ersten Term um eine reine p-Welle ($J = 1$) und im zweiten Fall um eine reine s-Welle ($J = 0$) handelt.

3.1.3 Unitaritätsrelationen

In allen vier Diagrammen aus Abbildung 3.1 treten also Terme auf, die im Hochenergielimes proportional zu $E = \sqrt{s}$ ansteigen, die letzten drei Diagramme enthalten sogar Terme, die mit $E^2 = s$ anwachsen.

Nach Gleichung (2.10) verletzen diese Terme bei genügend hohen Energien die Unitarität der S-Matrix, d.h. in Quantenfeldtheorien mit massiven Vektorbosonen ist die Unitarität der S-Matrix im Hochenergielimes im Allgemeinen nicht gewährleistet. Um die Unitarität der S-Matrix zu gewährleisten, müssen sich die kritischen Beiträge aus obigen Diagrammen zu Null addieren. Dies stellt eine starke Einschränkung an die Kopplungskonstanten der Theorie dar.

Die Vorfaktoren der Spinorketten $\bar{v}_j \not{\epsilon}_a (1 - \gamma_5)/2\, u_i$ bzw. $\bar{v}_j \not{\epsilon}_a (1 + \gamma_5)/2\, u_i$ ergeben nämlich genau dann Null, wenn:

$$\sum_F \left[C_{L/R}^{V_a \bar{F}_j F} C_{L/R}^{V_b \bar{F} F_i} - C_{L/R}^{V_b \bar{F}_j F} C_{L/R}^{V_a \bar{F} F_i}\right] = -\sum_V C^{V_a V_b V} C_{L/R}^{-V \bar{F}_j F_i}. \tag{3.14}$$

Die links- und rechtshändigen VFF-Kopplungen müssen also jeweils eine Lie-Algebra mit den VVV-Kopplungen als Strukturkonstanten bilden.

Damit sich die Terme, die mit $\sqrt{s}$ anwachsen, zu Null addieren, muss zum Einen die Bedingung

$$\begin{aligned}
0 \;=\; & -\sum_S \frac{1}{2} C_{L/R}^{-S\bar{F}_j F_i} C^{SV_a V_b} \\
& + \sum_V \left\{ \frac{1}{2} M_j \left(1 - \frac{M_b^2 - M_a^2}{2M_V^2}\right) C_{L,R}^{-V\bar{F}_j F_i} C^{V_a V_b V} \right. \\
& \left. -\frac{1}{2} M_i \left(1 - \frac{M_b^2 - M_a^2}{2M_V^2}\right) C_{R,L}^{-V\bar{F}_j F_i} C^{V_a V_b V} \right\} \\
& - M_j \sum_F C_{L,R}^{V_b \bar{F}_j F} C_{L,R}^{V_a \bar{F} F_i} - M_i \sum_F C_{R,L}^{V_a \bar{F}_j F} C_{R,L}^{V_b \bar{F} F_i} \\
& + \sum_{F: M_F = M_{i,j}} M_F \left(C_{R,L}^{V_a \bar{F}_j F} C_{L,R}^{V_b \bar{F} F_i} + C_{R,L}^{V_b \bar{F}_j F} C_{L,R}^{V_a \bar{F} F_i} \right)
\end{aligned} \tag{3.15}$$

erfüllt sein.

Insbesondere muss also die FFS-Kopplung für Skalare, die an die Vektorbosonen koppeln, proportional zur Fermionmasse sein oder die Beiträge dieser Skalare müssen sich gegenseitig zu Null addieren.

Weiterhin muss auch die Bedingung

$$0 \;=\; \sum_{F: M_F \neq M_{i,j}} M_F \left(C_{L,R}^{V_a \bar{F}_j F} C_{R,L}^{V_b \bar{F} F_i} + C_{L,R}^{V_b \bar{F}_j F} C_{R,L}^{V_a \bar{F} F_i} \right) \tag{3.16}$$

erfüllt sein.

Diese Bedingung ist insbesondere trivial erfüllt, falls die VFF-Kopplungen an Fermionen verschiedener Massen entweder rein links- oder rein rechtshändig sind.

3.2 Der Prozess $F_i \bar{F}_j \to V^a S_1$

Im Vergleich zum letzten Abschnitt tritt hier ein äußerer Skalar statt einem äußeren Vektorboson auf. Da dieser Skalar anstelle des energieabhängigen Polarisationsvektors der longitudinalen Vektorteilchen nur einen Faktor 1 beiträgt, ist das Hochenergieverhalten weniger kritisch als im letzten Fall. Dennoch treten in den Diagrammen aus Abbildung 3.2 Terme auf, die mit $\sqrt{s}$ anwachsen.

Die führende Ordnung im Hochenergielimes dieser Amplituden findet sich ebenfalls im Anhang B. Die Bezeichnungen sind analog zu denen im letzten Abschnitt.

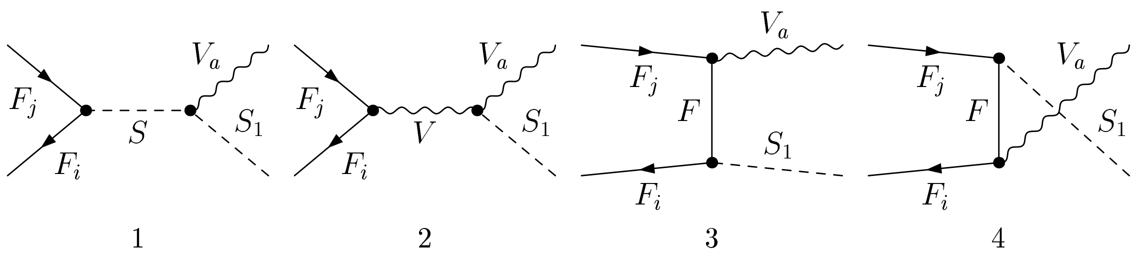


Abbildung 3.2: Borndiagramme zum Prozess $F_i\bar{F}_j \to V^aS_1$

Damit die Unitaritätsbedingung für diesen Prozess erfüllt ist, müssen die Bedingungen

$$\begin{aligned}\sum_S C^{V_aSS_1}C_{L,R}^{-S\bar{F}_jF_i} &= \sum_F (C_{L,R}^{S_1\bar{F}_jF}C_{L,R}^{V_a\bar{F}F_i} - C_{R,L}^{V_a\bar{F}_jF}C_{L,R}^{S_1\bar{F}F_i}) + \\ &+ \sum_V \left[\frac{m_i}{2M_V^2}C_{R,L}^{-V\bar{F}_jF_i} - \frac{m_j}{2M_V^2}C_{L,R}^{-V\bar{F}_jF_i}\right]C^{S_1VV_a} \qquad (3.17)\end{aligned}$$

erfüllt sein.

3.3 Der Prozess $S_1S_2 \to V^aV^b$

In diesem Prozess treten in den Diagrammen aus Abbildung 3.3 Terme auf, die im Hochenergielimes proportional zu s anwachsen.

Die entsprechenden Amplituden finden sich wieder in Anhang B. Damit sich die kritischen Terme gegenseitig zu Null addieren, muss unter anderem die Bedingung

$$\begin{aligned}\sum_V C^{-VS_1S_2}C^{V_aV_bV} &= \sum_S (C^{V_aS_1S}C^{V_bSS_2} - C^{V_bS_1S}C^{V_aSS_2}) + \\ &+ \sum_V (C^{S_1V_aV}C^{S_2VV_b} - C^{S_1V_bV}C^{S_2VV_a}) \qquad (3.18)\end{aligned}$$

erfüllt sein.

Die Beiträge aus den Diagrammen fünf und sechs aus Abbildung 3.3, die die letzte Zeile in Gleichung (3.18) bilden, resultieren dabei aus dem Anteil $(p_1+p_2)^\mu(p_1+p_2)^\nu/(sM_V^2)$ des Vektorpropagators in der unitären Eichung. In einer anderen R_ξ-Eichung (siehe Kapitel 4) ergeben diese Diagramme keinen Beitrag zur höchsten Ordnung in der Energie.

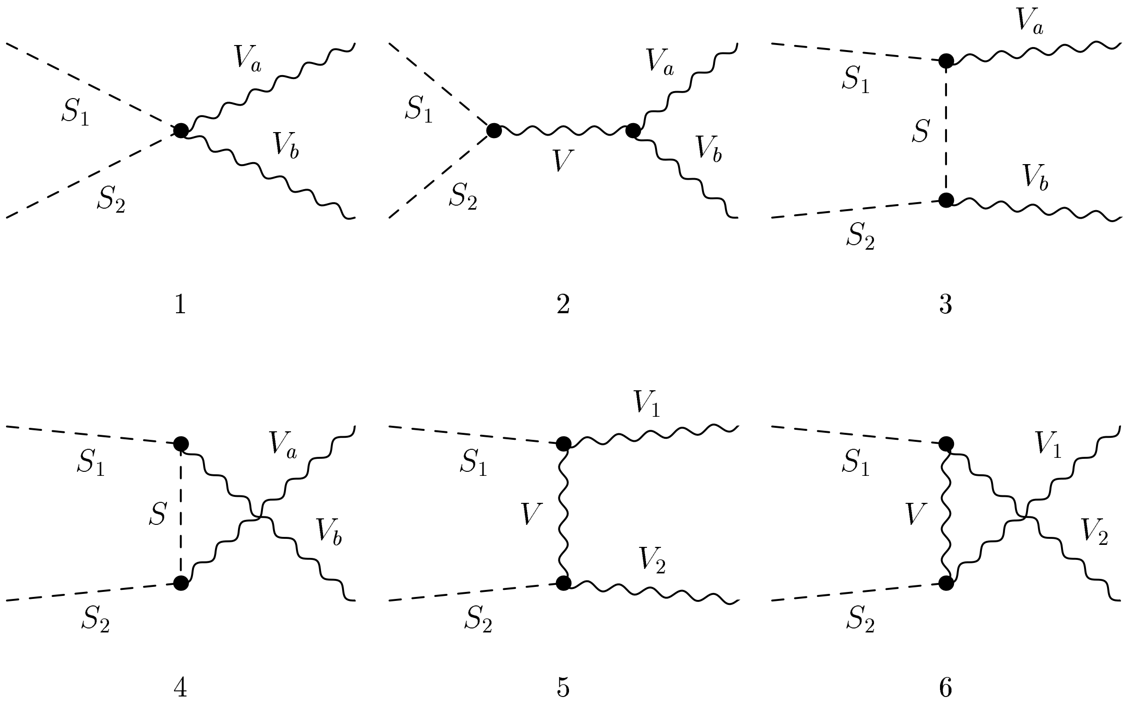


Abbildung 3.3: Borndiagramme zum Prozess $S_1 S_2 \to V^a V^b$

Kapitel 4

Das Standardmodell

Im letzten Kapitel wurde gezeigt, dass nur Quantenfeldtheorien, deren VFF-Kopplungen eine Lie-Algebra mit den VVV-Kopplungen als Strukturkonstanten bilden, ein gutes Hochenergieverhalten für Born-Amplituden besitzen. Zu diesen Theorien gehören die Eichtheorien. In den folgenden beiden Kapiteln werden zwei Theorien dieser Klasse vorgestellt, die zur Zeit eine wichtige Rolle in der Elementarteilchenphysik spielen: Das Standardmodell (SM) [13–16] und das Minimal Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) [17]. Desweiteren wird das sogenannte Äquivalenztheorem präsentiert, das in diesen Modellen ein gutes Hochenergieverhalten in allen Ordnungen Störungstheorie garantiert.

Das Standardmodell der Teilchenphysik beschreibt die elektroschwache und die starke Wechselwirkung im Rahmen einer $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$-Eichsymmetrie. Dabei vermittelt der $SU(3)$-Anteil die starke und der $SU(2) \times U(1)$-Anteil die elektroschwache Wechselwirkung. Es steht in Übereinstimmung mit sämtlichen bisher verfügbaren experimentellen Ergebnissen [1]. Es benötigt zusätzlich zu den bisher beobachteten Elementarteilchen nur ein weiteres Teilchen, das sogenannte Higgsboson.

Das Folgende beschränkt sich auf den elektroschwachen Sektor des SM. Es wird nachvollzogen, wie sich eine Lagrangedichte formulieren lässt, die invariant unter lokalen $SU(2) \times U(1)$-Transformationen ist. Eine solche Lagrangedichte erlaubt keine Massenterme für die Eichbosonen. Um massive Eichbosonen, wie die beobachteten W- und Z-Bosonen, beschreiben zu können, muss man den Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung einführen, der ein zusätzliches skalares Teilchen, das bereits erwähnte Higgsboson, voraussagt.

Die so konstruierte Lagrangedichte erfüllt per Konstruktion die Einschränkungen, die sich im letzten Kapitel aus der Unitarität der S-Matrix auf Born-Niveau ergaben.

4.1 Der Fermion- und der Eichbosonsektor

Die bisher beobachteten fermionischen Elementarteilchen lassen sich nach aufsteigender Masse in drei Familien ordnen. Jede Familie besteht aus einen Lepton, dem zugehörigen Neutrino, drei u-artigen und drei d-artigen Quarks. Die drei Quarks einer Sorte unterscheiden sich in ihrer Farbladung, die für die starke Wechselwirkung verantwortlich ist. Im Folgenden werden die Farbindizes der Quarks unterdrückt.

Die Konstruktion einer Lagrangedichte, die invariant unter einer Symmetriegruppe sein soll, erfordert, dass die auftretenden Felder in Darstellungen dieser Gruppe angeordnet werden.

Um der experimentell beobachteten Tatsache, dass die schwache Wechselwirkung paritätsverletzend ist, Rechnung zu tragen, muss man die Spinorfelder Ψ in eine linkshändige Komponente $\Psi_L = (1-\gamma_5)\Psi/2$ und in eine rechtshändige Komponente $\Psi_R = (1+\gamma_5)\Psi/2$ aufteilen.

Die linkshändigen Komponenten werden in $SU(2)$-Dubletts

$$L_i^L = \begin{pmatrix} \nu_i^L \\ l_i^L \end{pmatrix}, \qquad Q_i^L = \begin{pmatrix} u_i^L \\ d_i^L \end{pmatrix} \tag{4.1}$$

angeordnet. Der Familienindex i läuft von 1 bis 3.

Die rechtshändigen Komponenten werden in den $SU(2)$-Singletts l_i^R, u_i^R und d_i^R angeordnet. Dazu ist zu bemerken, dass das SM masselose, rein linkshändige Neutrinos enthält. Aus der Beobachtung von Neutrinooszillationen [18] weiß man jedoch, dass die Neutrinos eine, im Vergleich zu den anderen Elementarteilchen kleine, aber von Null verschiedenen Masse besitzen, was die Einführung rechtshändiger Neutrinos erfordert. Im Folgenden wird die ν-Masse jedoch vernachlässigt.

In der freien Fermionlagrangedichte

$$\mathcal{L}_0 = i\bar{\Psi}_L \partial\!\!\!/ \Psi_L + i\bar{\Psi}_R \partial\!\!\!/ \Psi_R + m(\bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L), \tag{4.2}$$

ist nur der kinetische Anteil invariant unter globalen $SU(2)$-Transformationen. Der Massenterm bricht aufgrund des unterschiedlichen Transformationsverhaltens von links- und rechtshändigen Komponenten die $SU(2)$-Symmetrie und kann daher in einer $SU(2)$- symmetrischen Lagrangedichte nicht auftreten.

Um den kinetischen Anteil der fermionischen Lagrangedichte auch invariant unter lokalen $SU(2) \times U(1)$-Transformationen zu machen, muss man die Ableitung durch die kovariante Ableitung ersetzen. Dazu müssen für die Gruppe $U(1)$ der schwachen Hyperladung ein Eichfeld (Vektorfeld) B_μ und für die Gruppe $SU(2)$ des schwachen Isospins drei Eichfelder W_μ^a eingeführt werden. Damit ergibt sich die kovariante Ableitung zu

$$D_\mu = \left(\partial_\mu - ig_2 I_W^a W_\mu^a + ig_1 \frac{Y_W}{2} B_\mu\right), \tag{4.3}$$

wobei g_1 und g_2 sind die zu $U(1)$ und $SU(2)$ gehörigen Kopplungskonstanten sind.

Die I_W^a sind die Generatoren der $SU(2)$. Da die linkshändigen Fermionen in SU(2)-Dubletts angeordnet sind, sind die entsprechenden Generatoren ebenfalls in dieser zweidimensionalen Darstellung als $I_W^a = \tau^a/2$ gegeben, wobei die τ^a die Paulimatrizen bezeichnen. Da die rechtshändigen Fermionen dagegen in der trivialen eindimensionalen Darstellung der $SU(2)$ angeordnet sind, hat man hier entsprechend $I_W^a = 0$.

Y_W ist der Generator der $U(1)$, die sogenannte schwache Hyperladung. Sie wird so festgelegt, dass der über die Gell-Mann-Nishijima Relation

$$Q_{\mathrm{em}} = I_W^3 + \frac{Y_W}{2} \tag{4.4}$$

definierte Generator für die elektrische Ladung Q_{em} die tatsächliche elektrische Ladung der Teilchen liefert.

Um aus den Eichbosonen dynamische Felder zu machen, muss für sie ein kinetischer Term zur Lagrangedichte zugefügt werden. Damit dieser eichinvariant bleibt, sind Massenterme für die Eichbosonen verboten. Für den Fermion- und den Eichbosonsektor erhält man also die Lagrangedichte

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{F,G} &= i\sum_i(\bar{L}_i^L \not{D} L_i^L + \bar{Q}_i^L \not{D} Q_i^L + \bar{l}_i^R \not{D} l_i^R + \bar{u}_i^R \not{D} u_i^R + \bar{d}_i^R \not{D} d_i^R) + \\ &\quad -\frac{1}{4}F_{1,\mu\nu}F_1^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{2,\mu\nu}^a F_2^{a,\mu\nu}. \end{aligned} \tag{4.5}$$

Dabei sind

$$F_{1,\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \tag{4.6}$$

$$F_{2,\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c \tag{4.7}$$

und ϵ^{abc} die total antisymmetischen Strukturkonstanten der $SU(2)$. Neben den kinetischen Termen enthält diese Lagrangedichte VFF-Kopplungen, sowie VVV- und $VVVV$-Kopplungen.

Explizite Massenterme für die Fermionen und die Vektorbosonen sind wie bereits erwähnt nicht mit den zugrundeliegenden Symmetrien der Lagrangedichte verträglich. Die Tatsache, dass neben dem masselosen Photon auch die massiven W- und Z-Bosonen beobachtet werden, erfordert eine Brechung der Symmetrie. Dies geschieht im SM über den sogenannten Higgs-Mechanismus [19] .

4.2 Der Higgs-Sektor

Um die Massen der Vektorbosonen und der Fermionen zu erzeugen, führt man im SM ein SU(2)-Dublett Φ aus 2 komplexen skalaren Feldern, das Higgsdublett, ein. Seine schwache

Hyperladung wählt man als $Y_\Phi = +1$. Damit erhält man nach (4.4) eine elektrisch neutrale und eine positiv geladenen Komponente

$$\Phi(x) \;=\; \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}. \tag{4.8}$$

Das Higgsdublett koppelt in eichinvarianter Weise an die Vektorbosonen. Als entscheidenden Schritt führt man ein Potential der Form

$$V(\phi) \;=\; \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 - \mu^2(\Phi^\dagger\Phi) \qquad \text{mit} \qquad \mu^2, \lambda > 0$$

und eine Yukawa-Wechselwirkung mit den Fermionen ein

$$\mathcal{L}_Y \;=\; \sum_{ij}\left(L_i^L G_{ij}^l l_j^R \Phi + Q_i^L G_{ij}^u u_j^R \Phi + Q_i^L G_{ij}^d d_j^R \Phi + \text{h.k.}\right). \tag{4.9}$$

Die G^f sind die Yukawa-Kopplungsmatrizen.

Insgesamt lautet die Lagrangedichte des Higgs-Sektors somit

$$\mathcal{L}_H \;=\; (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi) - \mathcal{L}_Y. \tag{4.10}$$

Die klassische Lagrangedichte des elektroschwachen Standardmodells

$$\mathcal{L}_K \;=\; \mathcal{L}_{F,G} + \mathcal{L}_H \tag{4.11}$$

ist nach Konstruktion invariant unter den infinitesimalen, lokalen Eichtransformationen

$$W_\mu^a \;\to\; W_\mu^a + \frac{1}{g_2}\partial_\mu\delta\theta^a + \epsilon^{abc}W_\mu^b\delta\theta^c, \tag{4.12}$$

$$B_\mu \;\to\; B_\mu + \frac{1}{g_1}\partial_\mu\delta\theta^Y, \tag{4.13}$$

$$\Phi \;\to\; \left[1 - i\frac{1}{2}\delta\theta^Y + i\frac{\tau^a}{2}\delta\theta^a\right]\Phi, \tag{4.14}$$

$$\Psi_i^L \;\to\; \left[1 - i\frac{Y_i^L}{2}\delta\theta^Y + i\frac{\tau^a}{2}\delta\theta^a\right]\Psi_i^L, \tag{4.15}$$

$$\Psi_i^{\sigma,R} \;\to\; \left[1 - i\frac{Y_{i,\sigma}^R}{2}\delta\theta^Y\right]\Psi_i^{\sigma,R}. \tag{4.16}$$

Die klassische Lagrangedichte hängt von den beiden Eichkopplungen g_1 und g_2 , den Yukawa-Kopplungen G_{ij}^f, sowie den Parametern μ^2 und Λ des skalaren Potentials ab.

4.3 Spontane Symmetriebrechung

Die Selbstwechselwirkung der skalaren Felder wurde so gewählt, dass der Grundzustand des Higgspotentials bei

$$|\langle\Phi\rangle|^2 = \frac{2\mu^2}{\lambda} \quad =: \quad \frac{v^2}{2} \neq 0 \tag{4.17}$$

liegt.

Aus diesem dreidimensionalen Unterraum wählt man einen Vektor Φ_0, der vom Operator der elektrischen Ladung annihiliert wird. Das legt Φ_0 bis auf eine Phase auf

$$\Phi_0 \quad := \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

fest.

Um Störungstheorie betreiben zu können, muss man die Lagrangedichte um diesen klassischen Grundzustand entwickeln. Dazu parametrisiert man das Higgsfeld durch

$$\Phi(x) \quad = \quad \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + \eta(x) + i\chi(x)\right) \end{pmatrix}, \qquad \phi^-(x) = [\phi^+(x)]^\dagger, \tag{4.19}$$

wobei $\eta(x)$, $\chi(x)$ und $\phi^\pm(x)$ verschwindende Vakuumserwartungswerte besitzen.

Setzt man diese Parametrisierung in die Lagrangedichte ein, so stellt man fest, dass durch den Vakuumserwartungswert des Higgsfeldes, über die Kopplungen des Higgsdubletts an die Vektoren bzw. Fermionen, Massenterme für letztere generiert werden. Um die physikalischen Felder und Parameter zu erhalten, muss man die entsprechenden Massenmatrizen diagonalisieren.

Im Eichbosonsektor konstruiert man dazu zunächst aus den W_μ^a mit $a = 1, 2, 3$ Eigenzustände des Ladungsoperators $W^\pm$, W^0:

$$W_\mu^\pm \quad = \quad \frac{1}{\sqrt{2}}[W_\mu^1 \mp iW_\mu^2], \tag{4.20}$$

$$W_\mu^0 \quad = \quad W_\mu^3. \tag{4.21}$$

Die beiden geladenen W-Bosonen $W^\pm$ ergeben Masseneigenzustände. Die Massenterme, die die beiden neutralen Eichbosonen B^0 und W^0 enthalten, müssen erst noch diagonalisiert werden. Man erhält die Masseneigenzustände A_μ und Z_μ durch die orthogonale Transformation

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} \quad = \quad \begin{pmatrix} c_W & -s_W \\ s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu^0 \\ W_\mu^0 \end{pmatrix} \tag{4.22}$$

mit

$$c_W := \cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} = \frac{M_W}{M_Z}, \tag{4.23}$$

$$s_W := \sin\theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}, \tag{4.24}$$

wobei θ_W als schwacher Mischungswinkel bezeichnet wird. Während die Eichbosonen $W_\mu^\pm$ und Z_μ massiv sind, bleibt das A_μ masselos und kann daher mit dem Photon identifiziert werden.

Massive Vektorbosonen haben drei physikalische Polarisationszustände, masselose Vektorbosonen nur zwei. Dies bedeutet, dass der Eichbosonsektor nach der Symmetriebrechung drei Freiheitsgrade mehr besitzt als vorher. Gleichzeitig stellt man aber fest, dass nach der Symmetriebrechung die Felder der sogenannten Goldstone-Bosonen $\phi^\pm$ und χ aus Gleichung (4.19) nicht mehr auftauchen, d.h. durch die spontane Symmetriebrechung sind drei Freiheitsgrade des Higgs-Sektors in die drei longitudinalen Freiheitsgrade der Vektorbosonen übergegangen. Die Goldstonebosonen beschreiben keine physikalischen Felder, sondern können vielmehr durch eine Eichtransformation beseitigt werden. Die Eichung, in der alle drei Goldstone-Felder verschwinden, heißt unitäre Eichung. Sie liegt nach der spontanen Symmetriebrechung vor. Der einzige verbleibende Freiheitsgrad des Higgs-Sektors beschreibt mit dem Feld $\eta(x)$ ein physikalisches, massives Skalarfeld. Das entsprechende Teilchen nennt man Higgsboson. Es ist als einziges Element des SM noch nicht entdeckt worden.

Im Fermionsektor erhält man durch Einsetzen der Parametrisierung(4.19) in den Yukawateil (4.9) der Higgs-Lagrangedichte Massenterme der Form

$$m_{ij}^F = \frac{1}{\sqrt{2}} G_{ij}^F v. \tag{4.25}$$

Die Massenterme sind also bis auf den Faktor $1/\sqrt{2}$ durch das Produkt aus Yukawa-Kopplung und Vakuumerwartungswert des Higgsfeldes gegeben. Die entsprechenden Massenmatrizen können durch biunitäre Transformationen diagonalisiert werden. Da das SM keine rechtshändigen Neutrinos enthält, existiert für sie kein eichinvarianter Yukawa-Term und die Neutrinos bleiben masselos. Dies erlaubt es, die leptonischen Masseneigenzustände gleich den Eigenzuständen der schwachen Wechselwirkung zu wählen. Im Quarksektor ist dies jedoch nicht möglich, so dass die Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung nichttriviale Linearkombinationen aus den entsprechenden Masseneigenzuständen sind. Die Mischungsmatrix heißt Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) [15]. Sie enthält eine Phase, die im SM die einzige Quelle für die experimentell beobachtete CP-Verletzung ist. Im Folgenden sind solche Effekten jedoch nicht von Bedeutung und die CKM-Matrix wird gleich der Einheitsmatrix gesetzt. Damit ist die Lagrangedichte insbesondere CP-invariant.

Die Kopplung des Higgsbosons an die Fermionen wird ebenfalls durch die Yukawakopplungen gegeben. Daher ist diese Kopplung proportional zur Fermionmasse.

$$C_{L/R}^{\eta\bar{F}F} = -\frac{m_F}{v}. \tag{4.26}$$

Diese Tatsache ermöglicht die Erfüllung der Unitaritätsbedingung (3.15).

Aus der Forderung, dass Photon-Fermionkopplungen gleich denen in der QED sind, erhält man die folgende Relationen zwischen der Elementarladung e und den Kopplungskonstanten g_1 bzw. g_2 aus (4.3)

$$e = g_2 s_W = g_1 c_W. \tag{4.27}$$

Da der schwache Mischungswinkel nach (4.23) als Verhältnis von Z- zu W-Masse gegeben ist, kann die klassische Lagrangedichte als Funktion der physikalischen Felder A_μ, Z_μ, $W_\mu^\pm$, η, l, ν, u und d, der Goldstonefelder $\phi^\pm$ und χ, sowie der physikalischen Parameter e, M_W, M_Z, M_H und m_F geschrieben werden.

4.4 Quantisierung

Die bisherigen Betrachtungen beschränkten sich auf die klassische Lagrangedichte des Standardmodells. Die Quantisierung dieser Lagrangedichte erfordert eine Methode zur Quantisierung von Eichtheorien. Eine solche Methode wird in diesem Abschnitt vorgestellt.

Gegeben sei das Pfadintegral

$$\int \mathcal{D}V^a \, e^{iS[V^a]}, \tag{4.28}$$

wobei V^a alle Eichfelder der Theorie bezeichnet. Da die Wirkung eichinvariant ist, ergibt der Integrand für äquivalente Felder, das heißt für Felder, die durch eine Eichtransformation auseinander hervorgehen, den selben Beitrag. Da es zu jedem Feld unendlich viele Felder gibt, die zu ihm äquivalent sind, ist das Pfadintegral proportional zu einer unendlichen Konstante.

Das ist an und für sich noch kein großes Problem, da diese unendliche Konstante immer durch eine geeignete Normierung absorbiert werden kann. Ein Problem tritt erst dann auf, wenn man (4.28) störungstheoretisch auswerten will, da aus der lokalen Eichsymmetrie folgt, dass der bilineare Anteil der masselosen Eichfeldwirkung Eigenwerte Null hat und deshalb nicht mehr invertiert werden kann. Man kann also keinen Propagator für das Eichfeld definieren.

Die Lösung dieses Problems besteht nun darin, dass man nur über die Äquivalenzklassen integriert, dass heißt nur über physikalisch verschiedene Felder. Die Wahl eines Feldes aus jeder Äquivalenzklasse nennt man Eichfixierung. Um eine Eichung zu fixieren, wählt man für jedes Eichfeld eine Eichbedingung der Form

$$F^a[V^a] \;=\; C^a(x). \tag{4.29}$$

Diese Eichfixierung kann nun nach einer Methode von Fadeev und Popov [20] in das Pfadintegral implementiert werden. Dabei wird die Lagrangedichte um einen Eichfixierungsanteil

$$\mathcal{L}_{\text{fix}} \;=\; -\frac{1}{2}F^a[V^a]^\dagger F^a[V^a] \tag{4.30}$$

und einen sogenannten Geistanteil

$$\mathcal{L}_{\text{Geist}} \;=\; \int d^4y\, \bar{u}^a(x)\frac{\partial F^a(x)}{\partial\theta^b(y)}u^b(y) \tag{4.31}$$

erweitert.

Der Geistanteil enthält neue Felder, die sogenannten Fadeev-Popov-Geister $\bar{u}_a$, u_b, die als skalare Teilchen mit Fermi-Statistik nicht das Spin-Statistik-Theoren erfüllen und in Feynmangraphen auch nicht als äußere Teilchen auftreten können. Pro Eichboson tritt ein Geist und ein Antigeist auf. Im Gegensatz zu physikalischen Größen ist die so konstruierte Lagrangedichte im Allgemeinen eichabhängig.

Nach der Eichfixierung ist die Lagrangedichte natürlich nicht mehr eichinvariant. Sie ist aber immer noch invariant unter den sogenannten BRS-Transformationen [21], die auch eine Transformation der Geistfelder beinhalten. Diese Symmetrie spielt eine entscheidende Rolle bei dem Beweis der Renormierbarkeit nichtabelscher Eichtheorien [22].

Im Standardmodell wählt man häufig eine Eichung aus der Klasse der sogenannten 't Hooft- oder R_ξ-Eichungen, die folgende Gestalt haben

$$F^\pm[W^\pm_\mu,\phi^\pm] \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_W}}\partial^\mu W^\pm_\mu \mp iM_W\sqrt{\xi_\phi}\phi^\pm, \tag{4.32}$$

$$F^Z[Z_\mu,\chi] \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_Z}}\partial^\mu Z_\mu - iM_Z\sqrt{\xi_\chi}\chi, \tag{4.33}$$

$$F^A[A_\mu] \;=\; \frac{1}{\sqrt{\xi_A}}\partial^\mu A_\mu. \tag{4.34}$$

Die Eichparameter ξ_ϕ und ξ_χ können so gewählt werden, dass die Mischungsterme zwischen Vektor- und Goldstone-Bosonen auf Born-Niveau verschwinden.

Die Bedingung (4.32), (4.33) und (4.34) führen nach Gleichung (4.31) zum Einen zu Kopplungen zwischen Geist, Anti-Geist und den Vektorbosonen und zum Anderen zu Kopplungen zwischen Geist, Anti-Geist und den skalaren Teilchen des Higgs-Sektors. Diese

Kopplungen können in die allgemeine Lagrangedichte (2.22) eingefügt werden, indem man diese durch Terme der Form

$$\mathcal{L}_{Geist} = C^{V^c\bar{G}^a G^b}\bar{u}^a V^c u^b + C^{S^c\bar{G}^a G^b}\bar{u}^a S^c u^b + h.k. \tag{4.35}$$

ergänzt.

Der Vektorbosonpropagator lautet in R_ξ-Eichung

$$\Gamma^{\mu\nu} = \frac{-ig^{\mu\nu}}{p^2 - M_V^2 + i\epsilon} + \frac{i(1-\xi_V)p^\mu p^\nu}{(p^2 - M^2 + i\epsilon)(p^2 - \xi_V M^2 + i\epsilon)}. \tag{4.36}$$

Die Spezialfälle, in denen alle ξ_V gleich 0, 1 oder ∞ sind bezeichnet man als Landau-Eichung, t'Hooft-Feynman-Eichung bzw. unitäre Eichung. Eine ausführliche Beschreibung der Quantisierung von Eichtheorien findet man in [23].

4.5 Symmetrierelationen und das Äquivalenztheorem

In diesem Kapitel werden die in den letzten beiden Kapitel abgeleiteten bzw. angegebenen Bedingungen untersucht, die gewährleisten, dass in den Prozessen $V^aV^b \to V^cV^d$, $\bar{F}_iF_j \to V^aV^b$, $\bar{F}_iF_j \to V^aS_1$ und $S_1S_2 \to V^aV^b$ die Unitaritätsschranken nicht verletzt sind. Es wird gezeigt, dass aus den Symmetrien des SM folgt, dass diese Bedingungen erfüllt sind.

Das Verschwinden der Terme führender Ordnung im Hochenergielimes der Prozesse $V^aV^b \to V^cV^d$, $\bar{F}_iF_j \to V^aV^b$ und $S_1S_2 \to V^aV^b$ erforderte, dass die FVV- und SVV-Kopplungen eine Liealgebra mit den VVV-Kopplungen als Strukturkonstanten bilden (siehe (2.31),(3.14) und (3.18)). Dabei ist zu beachten, dass sich der Term $\sum_V (C^{S_1V_aV}C^{S_2VV_b} - C^{S_1V_bV}C^{S_2VV_a})$ aus Gleichung (3.18) nur aus dem kritischen Hochenergieverhalten des Vektorbosonpropagators in der unitären Eichung ergibt und in einer anderen Eichung nicht auftritt. In der unitären Eichung ist er dennoch auch Null, da in ihr nur ein Skalar, das physikalische Higgsboson, vorhanden ist und somit $S_1 = S_2$ gelten muss.

Die obigen Forderungen sind im SM per Konstruktion erfüllt. Die VVV-, FFV- und SSV-Kopplungen resultieren aus der Ankopplung der Vektorfelder an die entsprechenden Teilchen mittels der kovarianten Ableitung. Daher sind diese Kopplungen aus dem Produkt der Kopplungskonstanten mit dem entsprechenden Generatoren der Lie-Gruppe gegeben. Damit erfüllen diese Kopplungen automatisch die entsprechende Lie-Algebra. Diese Bedingungen sind also allgemein in Eichtheorien und speziell im SM erfüllt.

Da auch die Vektor-Geist-Antigeist-Kopplungen aus (4.35) im SM über die kovariante Ableitung im kinetischen Term für die Geister zustande kommt, erfüllen diese die analoge Bedingung

$$\sum_G \left(C^{V^a\bar{G}_1G}C^{V^b\bar{G}G_2} - C^{V^b\bar{G}_1G}C^{V^a\bar{G}G_2}\right) = \sum_V C^{VV^bV^a}C^{V\bar{G}_1G_2}. \tag{4.37}$$

Eine genauere Analyse des Geistsektors (Kapitel 5.3. aus [7]) ergibt, dass die $V\bar{G}G$-Kopplungskonstanten das negative der VVV-Kopplungen ergeben, die man erhält, wenn man den Geist durch das dazugehörige Vektorboson und den Antigeist durch das entsprechende Antivektorboson ersetzt. Daraus ergibt sich die Relation:

$$\begin{aligned} C^{V_a\bar{G}_1G_2}C^{V_b\bar{G}_2G_3}C^{V_c\bar{G}_3G_1} &= -C^{V_a\bar{V}_1V_2}C^{V_b\bar{V}_2V_3}C^{V_c\bar{V}_3V_1} \\ &= C^{V_a\bar{V}_2V_1}C^{V_3V_b\bar{V}_2}C^{\bar{V}_3V_1V_c}, \end{aligned} \tag{4.38}$$

wobei die Antisymmetrie der VVV-Kopplungen ausgenutzt wurde. Die Bedingungen (4.37) und (4.38) werden im Kapitel 6 bei der Untersuchung der Unitaritätsschranke im Prozess $\bar{l}l \to W^+W^-$ benötigt werden.

Die $VVVV$- und $SSVV$-Kopplungen ergeben sich ebenfalls aus der Ankopplung über die kovarianten Ableitung. Dies garantiert, dass auch die entsprechenden Bedingungen, die diese Kopplungen enthalten, erfüllt sind.

Es bleibt noch zu zeigen, dass die Bedingungen (3.15) und (3.16), die gewährleisten, dass im Prozess $\bar{F}_iF_j \to V^aV^b$ auch die Terme verschwinden, die im Hochenergielimes proportional zu $\sqrt{s}$ wachsen, sowie die Bedingung (3.17) für den Prozess $\bar{F}_iF_j \to VS$, erfüllt sind.

Diese Bedingungen enthalten neben den durch die Eichstruktur festgelegten Kopplungen auch noch Kopplungen der skalaren Teilchen an die Fermionen. Im Standardmodell resultieren alle diese Kopplungen aus der spontanen Brechung der Eichsymmetrie. Diese ist auch für die Generierung der Eichbosonmassen und damit der für die Unitaritätsbedingungen kritischen longitudinalen Moden der Vektorbosonen verantwortlich. Von den ursprünglichen vier Freiheitsgraden des Higgs-Sektors bleibt nach der spontanen Symmetriebrechung nur noch der des physikalischen Higgsbosons über. Die anderen drei der Goldstone-Bosonen gehen in die longitudinalen Freiheitsgrade der nun massiven Vektorbosonen über.

Dieser qualitative Zusammenhang zwischen Goldstone-Bosonen und longitudinalen Vektorbosonen wird im sogenannten Äquivalenztheorem (siehe z.B. [24]) präzisiert, welches besagt, dass in spontan gebrochenen Eichtheorien im Hochenergielimes (d.h. bis auf Korrekturen der Ordnung M_W/E) die Amplitude für Absorption oder Emission eines longitudinalen Vektorbosons gleich der Amplitude für die Absorption oder Emission des entsprechenden Goldstonebosons ist. Der Beweis dieses Theorems beruht im Wesentlichen auf der lokalen Eichinvarianz [2, 25].

Im letzten Kapitel konnte man sehen, dass die Terme, die potentiell die Unitarität der S-Matrix verletzen können, daher kommen, dass die longitudinalen Polarisationsvektoren der Vektorbosonen mit der Energie anwachsen. Nach dem Äquivalenztheorem muss die Amplitude einer Reaktion mit äußeren Vektorbosonen jedoch gleich der Amplitude des Prozesses sein, in dem diese Vektorbosonen durch die skalaren Goldstonebosonen ersetzt werden. Äußere Skalare tragen aber nur einen Faktor Eins zur Streuamplitude bei. Dies bedeutet, dass in den Prozessen mit äußeren Skalaren anstelle der longitudinalen Vektorbosonen keine Diagramm auftreten, die die Unitaritätsschranke (2.10) überschreiten.

Also garantiert das Äquivalenztheorem, dass in spontan gebrochenen Eichtheorien keine Verletzung der Unitaritätsschranke (2.10) der S-Matrix auftritt. Insbesondere garantiert es also, dass in diesen Theorien (3.15), (3.16) und (3.17) erfüllt sind.

4.6 On-Shell-Renormierung

Wie bereits erwähnt wurde, treten bei der Berechnung von Schleifendiagrammen Divergenzen auf, die dadurch absorbiert werden können, dass die Parameter und die Felder der Theorie in jeder Ordnung der Störungstheorie neu definiert werden.

Einen Satz von Vorschriften für dieses Redefinition nennt man Renormierungsschema. Wie im vorletzten Abschnitt erläutert wurde, kann man die Parameter der Lagrangedichte des Standardmodells so wählen, dass sie auf Born-Niveau mit der Elementarladung e, den Vektorbosonmassen M_W und M_Z, der Higgsmasse M_H, sowie den Fermionmassen m_{f_i} übereinstimmen.

Auf Einschleifen-Niveau zerlegt man nun diese "nackten" Parameter der Lagrangedichte und die physikalischen Felder (im Folgenden durch einen Index 0 bezeichnet) in einen endlichen "renormierten" Anteil und in einen divergenten Anteil, die Renormierungskonstante.

Die Massen- und Kopplungsrenormierungen sind gegeben durch

$$\begin{aligned}
M_{W,0}^2 &= M_W^2 + \delta M_W^2, && (4.39)\\
M_{Z,0}^2 &= M_Z^2 + \delta M_Z^2, && (4.40)\\
M_{H,0}^2 &= M_H^2 + \delta M_H^2, && (4.41)\\
m_{f_i,0} &= m_{f_i} + \delta m_{f_i}, && (4.42)\\
e_0 &= (1 + \delta e)e. && (4.43)\\
& && (4.44)
\end{aligned}$$

und die Wellenfunktionsrenormierungen durch

$$\begin{pmatrix} Z_0 \\ A_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\delta Z_{ZZ} & \frac{1}{2}\delta Z_{ZA} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{AZ} & 1+\frac{1}{2}\delta Z_{AA} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix}, \tag{4.45}$$

$$W_0^{\pm} = \left(1+\frac{1}{2}\delta Z_{WW}\right) W^{\pm}, \tag{4.46}$$

$$H_0 = \left(1+\frac{1}{2}\delta Z_{H}\right) H, \tag{4.47}$$

$$f_{i,0}^{L} = \left(\delta_{ij}+\frac{1}{2}\delta Z_{ij}^{f,L}\right) f_j^{L}, \tag{4.48}$$

$$f_{i,0}^{R} = \left(\delta_{ij}+\frac{1}{2}\delta Z_{ij}^{f,R}\right) f_j^{R}. \tag{4.49}$$

Setzt man diese Zerlegung in die Lagrangedichte ein, so erhält man einen Anteil, der aus der ursprünglichen Lagrangedichte dadurch hervorgeht, dass die "nackten" Parameter durch die renormierten ersetzt werden und einen Anteil, der die (divergenten) Renormierungskonstanten enthält, den sogenannten Countertermanteil. Bei der Berechnung von Einschleifenamplituden berücksichtigt man im Sinne der Störungsentwicklung nur Countertermbeiträge, die in 1. Ordnung in den Renormierungskonstanten sind.

Die Feynmanregeln für den renormierten Teil sind die selben wie auf Born-Niveau. Die daraus resultierenden Divergenzen bei der Berechnung von Schleifendiagrammen werden aber gerade durch die Countertermbeiträge kompensiert.

Die Aufteilung der "nackten" Parameter in einen endlichen und einen unendlichen Anteil ist nicht eindeutig. Eine genaue Fixierung des Renormierungskonstanten legt ein Renormierungsschema fest. Im On-Shell-Renormierungsschema [26] werden die Renormierungskonstanten durch die folgenden Forderungen festgelegt.

- Die Pole der Propagatoren sind immer die Massen der entsprechenden Teilchen. Dies legt die Massenrenormierungskonstanten fest.
- Die Elektronladung soll die gleiche sein wie im Niederenergielimes der klassischen Elektrodynamik (Thomson-Limit). Das legt δe fest.
- Die Residuen der Propagatoren sollen Eins sein. Dadurch werden die Wellenfunktionsrenormierungen festgelegt.

Die Feynmanregeln und sämtliche Renormierungskonstanten für das SM finden sich z.B. in [27].

Kapitel 5

Das Minimal Supersymmetrische Standardmodell

5.1 Erweiterungen des Standardmodells

Trotz der hervorragenden Übereinstimmung zwischen den theoretischen Vorhersagen des Standardmodells mit den derzeitigen experimentellen Ergebnissen [28], wird es heute weithin nur noch als die Niederenergieapproximation einer bisher unbekannten, grundlegenderen Theorie angesehen.

Dafür gibt es mehrere Gründe. Zum Einen beschränkt sich das SM auf die Beschreibung der starken, der schwachen und der elektromagnetischen Wechselwirkung. Die vierte bekannte fundamentale Wechselwirkung in der Natur, die Gravitation, wird nicht berücksichtigt. Dies ist bei den Energieskalen, wie sie zur Zeit an den Teilchenbeschleunigern erreicht werden, gerechtfertigt, da hier die Gravitation im Vergleich zu den anderen Wechselwirkungen viel schwächer ist. Bei Energien nahe der Planck-Skala

$$M_{\text{Planck}} = \frac{1}{\sqrt{G_{\text{Newton}}}} \approx 10^{19} GeV$$

werden die Effekte der Gravitation aber wesentlich. Die Gravitation wird makroskopisch durch die Allgemeine Relativitätstheorie [29] beschrieben. Eine konsistente Quantentheorie der Gravitation ist aber zur Zeit nicht bekannt.

Analog zur Tatsache, dass es im Rahmen des elektroschwachen Sektors des SM gelungen ist, die elektromagnetische mit der schwachen Wechselwirkung zu vereinigen, erhofft man sich, dass es möglich ist, bei hohen Energien auch die elektromagnetische mit der starken Wechselwirkung zu vereinheitlichen und dann bei der Planck-Skala auch die Gravitation miteinzubeziehen.

Die Analyse von Renormierungsgruppengleichungen zeigt nun aber, dass im SM die Kopplungskonstanten der elektroschwachen und der starken Wechselwirkung nicht in einem Punkt zusammenlaufen [30], was aber eine notwendige Voraussetzung für eine Vereinheitlichung wäre. Einbettungen des SM in höhere Eichgruppen sagen außerdem eine zu niedrige Lebensdauer für das Proton voraus [30].

Desweiteren sieht man sich, wenn man den Standpunkt akzeptiert hat, dass das SM eine Niederenergieapproximation einer grundlegenderen Theorie darstellt, mit dem sogenannten Hierarchieproblem [31] konfrontiert. Dessen Kern besteht darin, dass die Higgsbosonmasse im SM quadratisch divergente Korrekturen bekommt. Diese lassen es unnatürlich erscheinen, dass die Higgsmasse und damit auch alle anderen Teilchenmassen bei der elektroschwachen Brechungsskala liegen und nicht sehr viel größer sind.

Ein Teil dieser Probleme wird im Rahmen supersymmetrischer Theorien gelöst. Diese postulieren zu jeden fermionischen/bosonischen Teilchen einen bosonischen/fermionischen Superpartner. Die quadratisch divergenten Beiträge zu den Higgsmassen der Superpartner kompensieren sich exakt, so das das Hierarchieproblem in solchen Theorien nicht auftritt.

Ein derartiges Modell ist das Minimal Supersymmetrische Standardmodell (MSSM), das in diesem Kapitel vorgestellt werden soll. Es hat im Vergleich zum SM auch den weiteren Vorteil, dass die Analyse seiner Renormierungsgruppengleichungen zeigt, dass die Kopplungskonstanten der elektroschwachen und der starken Wechselwirkung bei ungefähr 10^{16} GeV auf einen Punkt zusammenlaufen [32].

Im Gegensatz zum SM postuliert das MSSM eine ganze Reihe bisher unentdeckter Teilchen. Aufgrund einer Symmetrieeigenschaft des MSSM, der R-Parität, sollte das leichteste Superteilchen stabil sein und käme daher als Kandidat für die nicht-baryonische dunkle Materie in Frage [33].

Weiterhin bleibt zu erwähnen, dass die theoretischen Vorhersagen des MSSM ebenfalls im Einklang mit sämtlichen, bisher vorhandenen experimentellen Ergebnissen [28] stehen.

5.2 Supersymmetrie

Wie im letzten Abschnitt erwähnt stellt Supersymmetrie (SUSY) eine Symmetrie zwischen Bosonischen ($|B\rangle$) und Fermionischen ($|F\rangle$) Feldern dar. Zu diesem Zwecke werden antikommutierenden Operatoren Q und Q^+ eingeführt, die eine Umwandlung von bosonischen in fermionische Felder und umgekehrt bewirken, was man symbolisch folgendermaßen darstellen kann.

$$Q^{(+)}|B\rangle = |F\rangle, \qquad Q^{(+)}|F\rangle = |B\rangle \quad , \qquad \{Q, Q\} = 0 = \{Q^+, Q^+\} \tag{5.1}$$

Die zusammengehörigen fermionischen und bosonischen Partner bilden ein sogenanntes Supermultiplett. Für das MSSM sind zum Einen chirale Supermultipletts, die aus einem chiralen, zweikomponentigen Weyl-Fermion und seinem skalaren Superpartner bestehen, von Interesse und zum Anderen Eichmultipletts, die sich aus einem Spin-1-Boson und seinem fermionischen Superpartner zusammensetzen.

Für chirale Multipletts stellt die Forderung nach SUSY-Invarianz eine starke Einschränkung an die Form der Nicht-Eichkopplungen dar, die sich dann alle aus einem sogenannten Superpotential ableiten lassen. Letzteres kann als analytische Funktion von chiralen Superfeldern, die alle Felder eines zugehörigen Supermultipletts enthalten, geschrieben werden [34]. In einer renormierbaren, supersymmetrischen Eichtheorie sind damit alle Teilchenmassen und Kopplungen durch die Eichgruppe und das Superpotential festgelegt.

Felder von Teilchensorten mit verschiedenem Spin liegen in unterschiedlichen Darstellungen der Poincaré-Gruppe. Da Supersymmetrie-Transformationen den Spin der Teilchen ändern, müssen sie mit den Raum-Zeit-Transformationen der Poincaré-Gruppe verbunden sein. Diese Verbindungen kommt in der Antikommutatorrelation zwischen den SUSY-Operatoren Q und Q^+ zum Ausdruck, die den Viererimpuls p^μ beinhaltet

$$\{Q, Q^+\} \quad = \quad 2\sigma_\mu P^\mu. \tag{5.2}$$

Nun besagt das Haag-Lopuszanksi-Sohnius-Theorem [35] in Erweiterung des Coleman-Mandula-Theorems [36], dass SUSY die einzige Möglichkeit ist, die Poincaré-Algebra um weitere Operatoren, die nicht alle mit den bisherigen Operatoren (anti)vertauschen, zu erweitern und immer noch eine physikalisch sinnvolle relativistische Feldtheorie in vier Raum-Zeit-Dimensionen zu erhalten. In einer supersymmetrischen Quantenfeldtheorie ist also gewissermaßen die größtmögliche Raum-Zeit-Symmetrie realisiert. Dies ist ein weiterer Grund, der supersymmetrische Theorien als lohnenswertes Untersuchungsobjekt erscheinen läßt.

Im MSSM ist die Supersymmetrie nur als globale Symmetrie implementiert. Die Forderung nach lokaler Invarianz unter SUSY-Transformationen kann aufgrund der Verknüpfung mit den Poincaré-Transformationen zu einer Theorie führen, die auch die Gravitation berücksichtigt, siehe z.B. [37].

5.3 Teilcheninhalt des MSSM

Der Fermion- und der Eichbosonsektor entsprechen dem des SM. Insbesondere ist nach der Quantisierung auch der Geistsektor der gleiche.

Die Superpartner der Fermionen sind skalare Teilchen, deren Name man aus dem des Fermions erhält, indem man ihm ein „s" voranstellt. Man spricht also von Sleptonen und Squarks. Dabei werden getrennt jedem linkshändigen Fermion ein Sfermion mit dem Index l und jedem rechtshändigen Fermion ein Sfermion mit dem Index r zugeordnet.

Die Superpartner der Eichbosonen sind Spin-1/2 Fermionen und heißen Gauginos. Ihren Namen erhält man, indem man an den Namen des Eichbosons die Endsilbe „-ino" anhängt (z.B.: Photon-Photino). Die Gauginos sind jedoch keine Masseneigenzustände sondern mischen mit den Higgsinos, wie weiter unten ausgeführt wird.

Die skalaren Higgsbosonen, die für die spontane Symmetriebrechung verantwortlich sind erhalten ebenfalls Spin-1/2 Fermionen als Superpartner, die bereits erwähnten Higgsinos. Damit das MSSM auch nach Einführung dieser Fermionen anomaliefrei bleibt, muss man zwei komplexe Higgsdubletts einführen [38]. Das eine Higgsdublett verleiht dann den d-artigen (d-Quarks und geladenen Leptonen) Fermionen die Massen, das andere den u-artigen (u-Quarks und Neutrinos).

Insgesamt hat man also im Higgs-Sektor acht Freiheitsgrade, von denen wiederum drei nach der Symmetriebrechung die longitudinalen Freiheitsgrade der Eichbosonen ergeben. Man erwartet also das Auftreten von fünf physikalischen Higgsbosonen.

5.3.1 Superpotential

Um im MSSM lepton- und baryonzahlverletzende Wechselwirkungen auszuschließen ordnet man jedem Teilchen eine neue Quantenzahl, die R-Parität

$$P_R = (-1)^{(3B-L)+2s} \tag{5.3}$$

zu und fordert, dass sie in allen Reaktionen erhalten bleibt. Hierbei ist B die Baryonzahl, L die Leptonzahl und s der Spin des Teilchens.

Für Teilchen des SM bzw. des erweiterten Higgs-Sektors ergibt sich eine R-Parität von $+1$ und für ihre Superpartner -1. Aus der Erhaltung der R-Parität folgt also, dass das leichteste SUSY-Teilchen stabil ist, da es nicht in leichtere Standardmodellteilchen zerfallen kann, ohne die R-Parität zu verletzen.

Das allgemeinste renormierbare Superpotential, dass die R-Parität erhält ist gegeben durch [39, 40]

$$W = \epsilon_{ij}[\lambda_u H_2^i Q^j U + \lambda_d H_1^i Q^j D + \lambda_e H_1^i L^j E - \mu H_1^i H_2^j]. \tag{5.4}$$

Hierbei bezeichnen H_1 und H_2 die beiden Higgsdubletts (siehe Abschnitt 5.3.3), Q und L bezeichnen die Superfelder, die aus linkshändigen Quarks und l-Squarks bzw. Leptonen und l-Sleptonen bestehen und U, D und E sind die Superfelder die aus den rechtshändigen u-Quarks, d-Quarks und Leptonen und den zugehörigen r-Sfermionen gehören. Weiterhin ist ϵ_{ij} total antisymmetrisch und $\epsilon_{12} = 1$. Die Massenmatrizen λ_u, λ_d und λ_e sind im allgemeinen komplexe 3×3-Matrizen. In Analogie zum SM nimmt man für sie jedoch Diagonalform an.

Die Eichinvarianz unter der zur schwachen Hyperladung gehörenden Symmetriegruppe U(1) verbietet einen Term der Form $H_1 Q U$, so dass ohne das zusätzliche Higgsdublett H_2 keine u-artige Massen erzeugt werden könnten.

5.3.2 Supersymmetriebrechung

Wäre SUSY in der Elementarteilchenphysik exakt realisiert, so müßten zwei Superpartner exakt die gleiche Masse haben. Da es zu den bisher beobachteten Teilchen keine Superpartner gleicher Masse gibt, kann SUSY nur in gebrochener Form realisiert sein.

Hierzu wird SUSY im MSSM durch die Einführung sogenannter Soft-Brechungsterme explizit gebrochen. Diese Terme sind durch die Forderung eingeschränkt, dass sie eichinvariant sein müssen, die R-Parität erhalten und keine quadratischen Divergenzen erzeugen sollen [41] .

Die Soft-Brechungsterme des MSSM enthalten Massenterme für die Sfermionen, Higgsbosonen und die Gauginos, sowie Higgs-Slepton-Slepton- und Higgs-Squark-Squark-Kopplungen. Die Terme, die Sfermionen und Squarks enthalten, werden durch die Forderung, dass experimentell ausgeschlossene leptonzahlverletzende Prozesse und flavorzahlverletzende neutrale Ströme nicht auftreten sollen, weiter eingeschränkt [42]. Desweiteren wird die Zahl der Gauginomassenterme durch Relationen aus vereinheitlichten Theorien reduziert [43].

5.3.3 Higgs-Sektor

Im Gegensatz zum SM enthält das MSSM, wie bereits mehrfach erwähnt, 2 komplexen Higgsdubletts, die mit H_1 und H_2 bezeichnet werden. Der klassische Grundzustand ist für die Feldkombination

$$\langle H_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \qquad \langle H_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \tag{5.5}$$

gegeben.

Das Verhältnis der beiden Vakuumserwartungswerte

$$\frac{v_2}{v_1} \;=: \; \tan\beta \tag{5.6}$$

definiert einen Winkel β.

Analog zum SM parametrisiert man H_1 und H_2 gemäß

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + \phi_1^0 - i\chi_1^0) \\ -\phi_1^- \end{pmatrix}, \tag{5.7}$$

$$H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 + \phi_2^0 + i\chi_2^0) \end{pmatrix}. \tag{5.8}$$

Um die Masseneigenzustände im Higgs-Sektor zu erhalten müssen die Massenmatrizen diagonalisiert werden, die in den Termen der Lagrangedichte auftreten, die bilinear in H_1 und H_2 sind. Dies erreicht man durch die orthogonalen Transformationen

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}, \tag{5.9}$$

$$\begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^0 \end{pmatrix}, \tag{5.10}$$

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix}. \tag{5.11}$$

$$\tag{5.12}$$

Die Größen auf der linken Seite der Gleichung bezeichnen die Masseneigenzustände, wobei G_0 und $G^\pm$ die Goldstonebosonen sind, während h^0, H^0, $H^\pm$ und A^0 die physikalischen Higgsbosonen bezeichnen. Dabei sind das h^0 und das H^0 CP-gerade, während das A^0 CP-ungerade ist.

Die Masse des A^0-Bosons kann als freier Parameter des MSSM gewählt werden. Der Mischungswinkel α ergibt sich zu:

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2}, \qquad -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0. \tag{5.13}$$

Die Massen der anderen Higgsbosonen lassen sich auf Born-Niveau aus der A^0-Masse und der W-Masse bzw. der Z-Masse berechnen.

5.3.4 Charginos und Neutralinos

Der Chargino-Sektor des MSSM wird aus den Superpartnern der geladenen Higgs-Bosonen $H^\pm$, den ebenfalls geladenen Higgsinos $\tilde{H}^\pm$ und den Superpartnern der W-Bosonen, den Winos $\tilde{W}^\pm$, gebildet. Die Diagonalisierung der zugehörigen Massenmatrix lässt sich mithilfe jeweils einer unitären 2×2-Matrix für die positiv bzw. negativ geladenen Superteilchen, bewerkstelligen.

Die so erhaltenen Masseneigenzustände sind Dirac-Spinoren und werden als Charginos $\chi_i^\pm$ bezeichnet ($i = 1, 2$).

Entsprechend lassen sich aus den Superpartnern der ungeladenen Higgs- und Eichbosonen, den neutralen Higgsinos H_1^0 und H_2^0, dem Photino $\tilde{\gamma}$ und dem Zino $\tilde{Z}$ mithilfe einer unitären 4×4-Matrix, die Masseneigenzustände $\tilde{\chi}_i^0$ ($i = 1, 2, 3, 4$) gewinnen. Diese sind Majorana-Fermionen und werden als Neutralinos bezeichnet.

5.4 Symmetrierelationen

Die Bedingungen (2.31), (3.14), (3.15), (3.16) und (3.18) sind analog zum SM erfüllt. Das die Bedingung (3.17) für den Prozess $\bar{F}_i F_j \to V^a S_1$ im Falle, dass S_1 ein Higgsboson ist erfüllt ist, folgt wieder aus der spontanen Symmetriebrechung via Äquivalenztheorem.

Für den Fall, dass S_1 ein Sfermion ist, garantiert die Supersymmetrie, dass die Bedingung (3.17) erfüllt ist. Aus der Erhaltung der R-Parität folgt, dass eines der Fermionen z.B. F_i im Anfangszustand ein SM-Teilchen ist, während es sich bei dem Anderen ($\tilde{F}_j$) um ein SUSY-Teilchen (Chargino oder Neutralino) handeln muss.

Die Fermion-Sfermion-Higgsino/Gaugino-Kopplungen sind aufgrund von SUSY gleich den entsprechenden Fermion-Fermion-Higgs/Eichboson-Kopplungen und die Sfermion-Sfermion-Eichboson-Kopplungen gleich den entsprechenden Fermion-Fermion-Eichboson- Kopplungen.

Ersetzt man nun in Bedingung (3.17) entsprechend die Kopplungen, die Superteilchen enthalten, durch die entsprechenden gleichen Kopplungen ohne Superteilchen, so erhält man im Falle, dass $\tilde{F}_j$ ein Gaugino ist, aus Gleichung (3.17) die Bedingung (3.14) für die Unitarität des Prozesses $F_i F_1 \to V^a V^j$, wobei F_1 und V^j die Superpartner von S_1 und $\tilde{F}_j$ sind. Analog erhält man im Falle, dass $\tilde{F}_j$ ein Higgsino ist, Bedingung (3.17) für den Prozess $F_i F_1 \to V^a S_j$, wobei S_j der Superpartner von $\tilde{F}_j$ und F_1 wiederum der Superpartner von S_1 ist.

Da die Unitaritätsbedingungen in den Prozessen mit den Superpartnern der Gauginos/Higgsinos nach obiger Ausführung erfüllt sind, ist dies also auch für den Prozess $\bar{F}_i F_j \to V^a S_1$ der Fall, in dem S_1 ein Sfermion und eines der äußeren Fermionen ein Gaugino oder ein Higgsino ist. Damit tritt auch in den entsprechenden Prozessen mit äußeren Charginos oder Neutralinos keine Verletzung der Unitaritätsbedingung auf, da letztere ja Mischungen aus Gauginos und Higgsinos sind. Somit sind auch im MSSM alle Unitaritätsbedingungen erfüllt.

5.5 On-Shell-Renormierung des Higgs-Sektors

Zur Berechnung des Prozesses $\bar{l}l \to W^+W^-$ auf Einschleifen-Niveau im nächstes Kapitel werden im MSSM außer den SM-Countertermen, noch die Counterterme des Higgsaustauschdiagramms, sowie die Counterterme für die Mischung der Skalare mit den Vektorteilchen benötigt. Aufgrund der CP-Invarianz koppeln nur die CP-geraden Higgsbosonen h^0 und H^0 an die W-Bosonen.

In dieser Arbeit wurde das Renormierungsschema

$$\begin{pmatrix} h_0^0 \\ H_0^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\delta Z_{h^0h^0} & \delta Z_{h^0H^0} \\ \delta Z_{H^0h^0} & 1+\frac{1}{2}\delta Z_{H^0H^0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h^0 \\ H^0 \end{pmatrix}, \tag{5.14}$$

$$\begin{pmatrix} G_0^0 \\ A_0^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\delta Z_{G^0G^0} & \delta Z_{G^0A^0} \\ \delta Z_{A^0G^0} & 1+\frac{1}{2}\delta Z_{A^0A^0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix}, \tag{5.15}$$

$$\tan\beta_0 = \tan\beta + \delta\tan\beta, \tag{5.16}$$

$$M^2_{A^0,0} = M^2_{A^0} + \delta M^2_{A^0}. \tag{5.17}$$

verwendet. Der Mischungswinkel α wird nicht renormiert. Die Renormierungskonstanten werden durch die folgenden Bedingungen festgelegt.

- $\delta\tan\beta$ wird dadurch festgelegt, dass die A^0-Z-Mischung bei der A^0-Masse verschwindet.
- Die Massen- und Wellenfunktionsrenormierungen werden aus der Forderung, dass die Residuen der Propagatoren Eins sein sollen und dass der Pol des A^0-Propagators die A^0-Masse ergeben soll, festgelegt.
- Die Massen der anderen Higgsbosonen werden nicht als freie Parameter des Modells betrachtet. Da sie die Polstelle des entsprechenden Propagators darstellen, ändern sich die Higgsmassen-Relationen auf Einschleifen-Niveau im Vergleich zu denen auf Born-Niveau.

Mit diesen Bedingungen erhält man die folgenden Ausdrücke für die Renormierungskonstanten des Higgs-Sektors als Funktion der unrenormierten Selbstenergien $\Gamma_{X\to X}$ bzw. Mischungen $\Gamma_{X\to Y}$ im Higgs-Sektor.

$$\delta M^2_{A_0} = \mathrm{Re}\,\Gamma_{A^0\to A^0}(M_{A^0}), \tag{5.18}$$

$$\delta Z_{h^0h^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{h^0\to h^0}(M^2_{h^0}), \tag{5.19}$$

$$\delta Z_{h^0H^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{h^0\to H^0}(M^2_{H^0}), \tag{5.20}$$

$$\delta Z_{H^0h^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{H^0\to h^0}(M^2_{h^0}), \tag{5.21}$$

$$\delta Z_{H^0H^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{H^0\to H^0}(M^2_{H^0}), \tag{5.22}$$

$$\delta Z_{G^0G^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{G^0\to G^0}(0), \tag{5.23}$$

$$\delta Z_{G^0A^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{G^0\to A^0}(M^2_{A^0}), \tag{5.24}$$

$$\delta Z_{A^0G^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{A^0\to G^0}(0), \tag{5.25}$$

$$\delta Z_{A^0A^0} = -\mathrm{Re}\,\Gamma'_{A^0\to A^0}(M^2_{A^0}), \tag{5.26}$$

$$\delta\tan\beta = -\mathrm{Im}\,\Gamma'_{A^0\to Z}(M^2_{A^0})\frac{1}{2\cos^2\beta M_Z}, \tag{5.27}$$

wobei Γ' die Ableitung der Selbstenergie nach ihrem Argument p^2 bezeichnet. Für eine ausführlichere Diskussion der Renormierung des MSSM-Higgs-Sektors sei auf [44] verwiesen.

Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte zum Prozess $\bar{l}l \to W^+W^-$ im MSSM (siehe Kapitel 7) mussten der $h^0W^+W^-$- und der $H^0W^+W^-$- Counterterm berechnet werden. In obigem Renormierungsschema lauten sie

$$
\begin{aligned}
C_{CT}^{h^0W^+W^-} &= \frac{ieM_W \sin(\beta-\alpha)}{s_W} \\
&\quad \left(\frac{\delta e}{e} + \frac{\delta M_W^2}{2M_W^2} + \frac{\delta s_W}{s_W} + \frac{\delta \tan\beta \cos^2\beta}{\tan(\beta-\alpha)} + \delta Z_W + \delta Z_{h^0h^0}\right) \\
&\quad + \frac{ieM_W \cos(\beta-\alpha)}{s_W}\delta Z_{H^0h^0}, \qquad (5.28) \\
C_{CT}^{H^0W^+W^-} &= \frac{ieM_W \cos(\beta-\alpha)}{s_W} \\
&\quad \left(\frac{\delta e}{e} + \frac{\delta M_W^2}{2M_W^2} + \frac{\delta s_W}{s_W} + \delta \tan\beta \cos^2\beta \tan(\beta-\alpha) + \delta Z_W + \delta Z_{H^0H^0}\right) \\
&\quad + \frac{ieM_W \sin(\beta-\alpha)}{s_W}\delta Z_{h^0H^0}. \qquad (5.29)
\end{aligned}
$$

Hierbei bezeichnen $C_{CT}^{h^0W^+W^-}$ bzw. $C_{CT}^{H^0W^+W^-}$ den Countertermanteil der $h^0W^+W^-$- bzw. $H^0W^+W^-$- Kopplung.

Kapitel 6

Der Prozess $\bar{F}F \to W^+W^-$ auf Einschleifen-Niveau

In diesem Kapitel wird die führende Ordnung im Hochenergielimes, also die Terme, die proportional zu s anwachsen, der Einschleifenbeiträge zum Prozess

$$\bar{F}F \to W^+W^- \tag{6.1}$$

im SM und im MSSM untersucht. Es stellt sich heraus, dass in diesem Prozess schon im SM eine ganze Reihe von Diagrammen auftreten, die solche Terme zur Übergangsamplitude beitragen. Im MSSM sind es aufgrund des komplizierteren Higgs-Sektors und der auftretenden Superteilchen sogar noch deutlich mehr Diagramme. Es zeigt sich aber, dass die Bedingungen (2.31), (3.14), (3.17) und (3.18), die für die Erfüllung der Unitarität der entsprechenden Prozesse auf Born-Niveau verantwortlich sind und die Bedingungen (4.37) und (4.38), die die Kopplungen der Geister beinhaltet, in beiden Modellen ausreichen, um das Verschwinden dieser Terme zu bewirken. Darüberhinaus treten in fast allen Diagrammen Terme auf, die im Hochenergielimes wie $\sqrt{s}$ anwachsen und deshalb ebenfalls unitaritätsverletzend sein können. Eine Untersuchung dieser Beiträge würde aber den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Auf Born-Niveau tragen für den Prozess (6.1) alle Diagramme aus Abschnitt 3.1. außer dem u-Kanal-Diagramm bei, das aufgrund der Ladungserhaltung verboten ist.

Im Folgenden wird in der t'Hooft-Feynman-Eichung gerechnet, die Vektorpropagatoren sind also durch

$$\Gamma_V^{\mu\nu} = -\frac{ig^{\mu\nu}}{k^2 - M_V^2} \tag{6.2}$$

gegeben.

6.1 Diagramme und Hochenergielimes

Sämtliche generischen Einschleifendiagramme im konkreten Fall, dass das Fermion in Prozess (6.1) ein Lepton l ist, finden sich im Anhang D. Die Feynman-Diagramme in dieser Arbeit wurden mit `FeynArts` [45] erstellt.

Wie in Kapitel 3 gezeigt wurde trägt eine Spinorkette $\bar{v}_+ u_-$, sowie jeder der longitudinalen Polarisationsvektoren einen Beitrag proportinal zur Energie zur Amplitude bei. In Einschleifenamplituden wird zusätzlich über den Schleifenviererimpuls integriert, was einen Beitrag proportional zu E^4 liefert. Eine weitere Potenz in der Energie trägt jeder Fermionpropagator, sowie jede Kopplung der Form VVV, SSV oder $\bar{G}GV$ bei. Die Kopplungen der Form FFV, FFS, SSS, SVV, $\bar{G}GS$, $VVVV$, $VVSS$ und $SSSS$ sind dagegen energieunabhängig. F,V,S und G bezeichnen hierbei generisch die Fermionen, Vektoren, Skalare und Geister der Theorie.

Demgegenüber trägt jeder Propagator eine Potenz von E^{-2} bei. Eine Inspektion aller Diagramme zeigt nun, dass die führende Ordnung in der Energie auf Einschleifen-Niveau wie schon auf Born-Niveau aus Termen besteht, die proportional zu $s = E^2$ anwachsen.

Eine genauere Analyse zeigt, dass auch Diagramme, die nach der obigen Methode grundsätzlich zur höchsten Ordnung im Hochenergielimes beitragen könnten, doch nicht zu dieser Ordnung beitragen. Gründe dafür sind zum Beispiel, dass vor oder nach der Tensorreduktion (siehe Anhang C) zwei gleiche Impulse kontrahiert werden und damit eine Masse zum Quadrat ergeben oder dass Terme der Form $\bar{v}_+ \not{p}_+$ oder $\not{p}_- u_-$ auftreten, die nach der Diracgleichung eine Elektronmasse erzeugen. Zu diesem letzten Fall sind auch die häufig auftretenden Terme der Form $\bar{v}_+[(1 \pm \gamma_5)/2](\not{k}_a + \not{k}_b)u_-$ zu zählen, die sich mithilfe der Impulserhaltung (3.2) auf die obige Form zurückführen lassen.

Alles in allem tragen nur die Diagramme, die in den Abbildungen (6.1), (6.2), (6.3) und (6.4) aufgelistet sind, Terme zum Hochenergielimes der Amplitude bei, die proportional zu s anwachsen. Der erste Buchstabe in der Bezeichnung der Diagramme gibt an, ob es sich um ein Countermdiagramm(C), Selbstenergiediagramm(S), Boxdiagramm(B) oder um eine Vertexkorrektur(V) handelt. Darüberhinaus werden die verschiedenen Topologien der Diagramme, d.h die verschiedenen Möglichkeiten, die äußeren durch innere Linien zu verbinden, und die verschiedenen generischen Diagramme innerhalb einer Topologie durchnummeriert. Das Diagramm $BT4G1$ ist also beispielsweise das erste generische Diagramm in der vierten Topologie der Boxdiagramme. Außerdem bezeichnet in den Diagrammen l die äußeren Leptonen, W die äußeren W-Bosonen, F, V, G und S innere Fermionen, Vektorbosonen, Geister und Skalare.

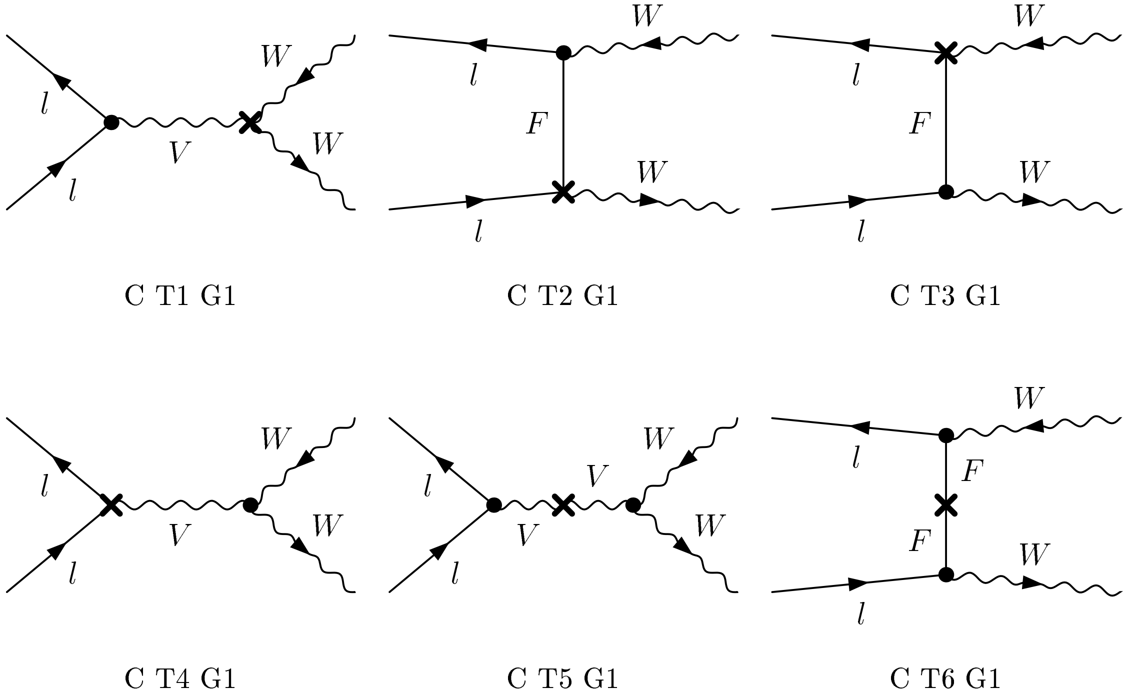


Abbildung 6.1: Countertermdiagramme

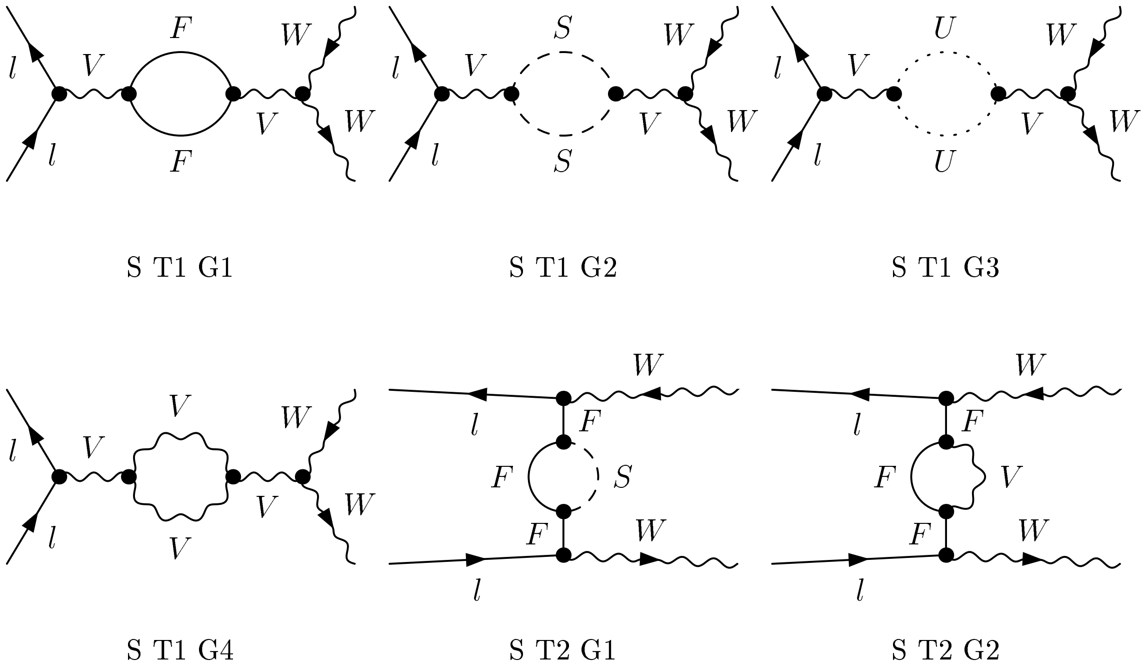


Abbildung 6.2: Selbstenergiediagramme

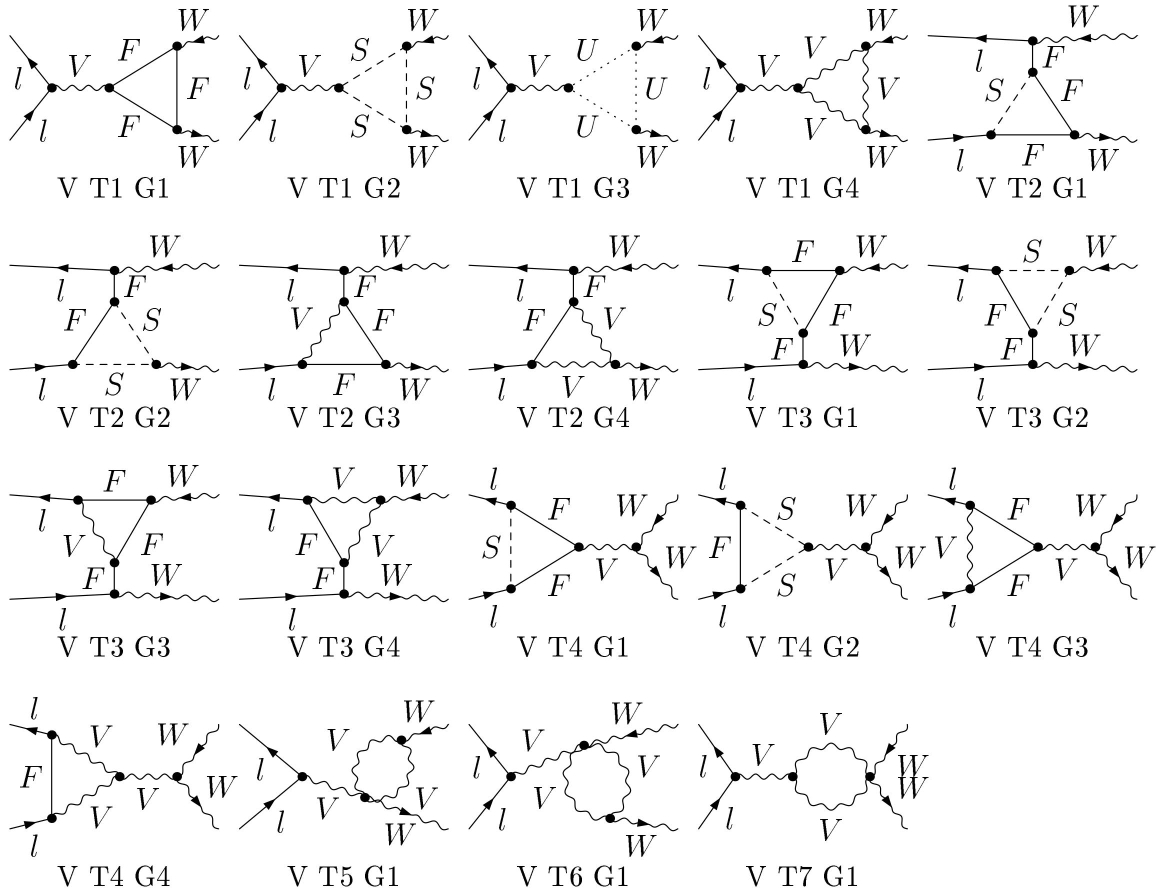


Abbildung 6.3: Vertexkorrekturen

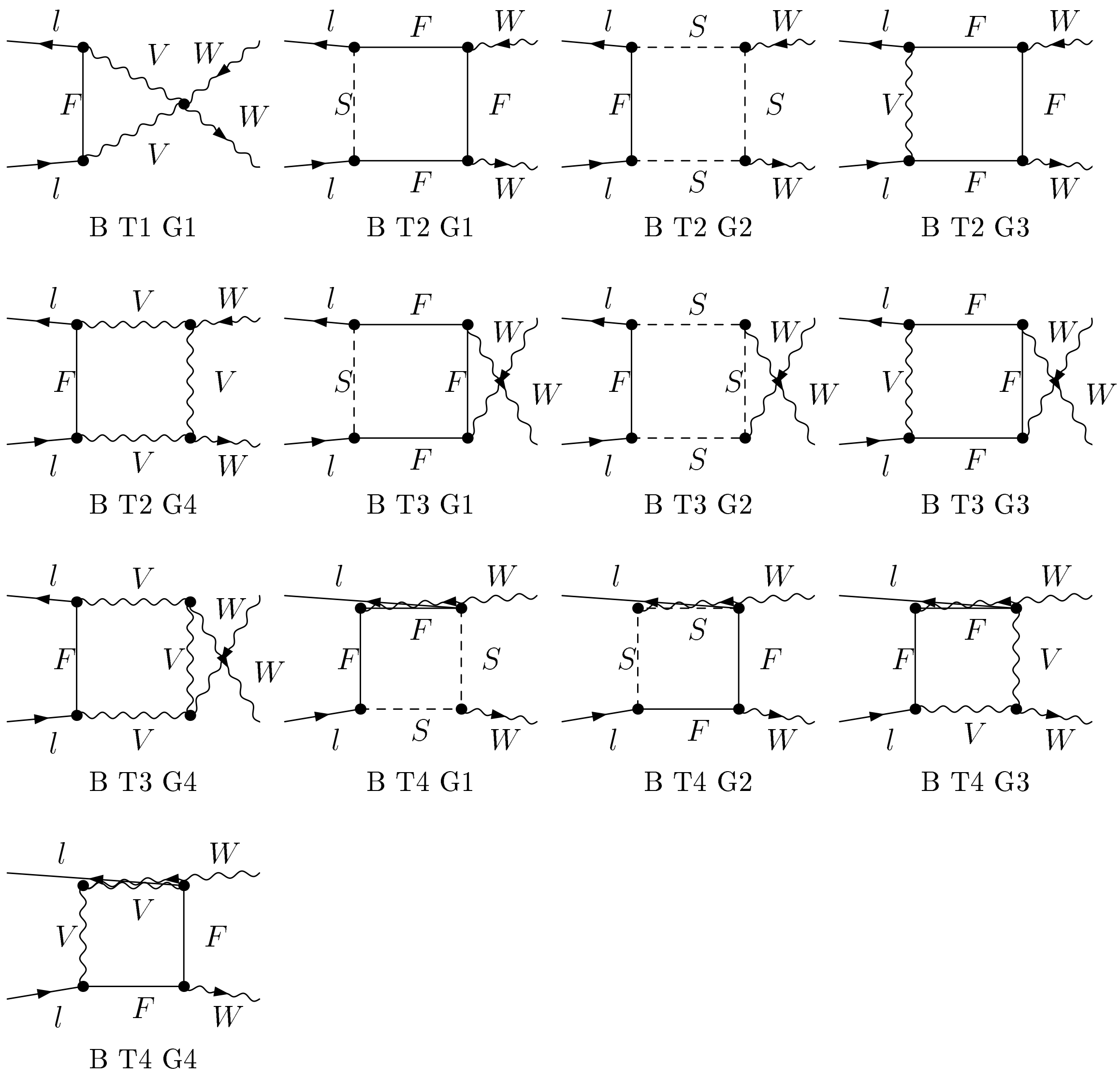


Abbildung 6.4: Boxdiagramme

6.2 Berechnung der Beiträge zum Hochenergielimes

Zur Berechnung der Beiträge der einzelnen Diagramme zur führenden Ordnung im Hochenergielimes wurde die Strategie verfolgt, dass die auftretenden Tensorintegrale durch Umformungen, die im Hochenergielimes gültig sind, auf einen Satz möglichst einfacher voneinander unabhängiger Integrale zurückgeführt wurden.

Zur Veranschaulichung betrachte man beispielsweise das Integral

$$I \;=\; \frac{\bar{v}_+ \not{q}(\not{p}_+ + \not{p}_- - 2\not{k}_a)\not{q} u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]}, \tag{6.3}$$

dass bei der Berechnung des Diagramms $VT4G1$ auftritt. Im Hochenergielimes kann man folgende Umformungen vornehmen:

$$\begin{aligned}
I \;&=\; \frac{\bar{v}_+ \not{q}(\not{p}_+ + \not{p}_- - 2\not{k}_a)\not{q} u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\overset{(1)}{=} \frac{\bar{v}_+[\not{q}(2qp_+ + 2qp_- - 2qk_a) + q^2(\not{k}_a - \not{p}_+ - \not{p}_+)u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\overset{(2)}{\approx} \frac{\bar{v}_+[\not{q}(2qp_+ + 2qp_- - 2qk_a) + q^2\not{k}_a]u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\overset{(3)}{\approx} \frac{\bar{v}_+[\not{q}((q+p_+)^2 - (q-p_-)^2 - 2qk_a) + q^2\not{k}_a]u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\overset{(4)}{\approx} \frac{\bar{v}_+[\not{q}((q+p_+)^2 - M_2^2 - (q-p_-)^2 - M_3^2 - 2qk_a) + (q^2 - M_1^2)\not{k}_a]u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\overset{(5)}{=} \frac{\bar{v}_+\not{q}u_-}{[q^2 - M_1^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} - \frac{\bar{v}_+\not{q}u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2]} \\
&\quad - \frac{\bar{v}_+ 2qk_a \not{q} u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\quad + \frac{\bar{v}_+\not{k}_a u_-}{[(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\overset{(6)}{\approx} - \frac{\bar{v}_+ 2qk_a \not{q} u_-}{[q^2 - M_1^2][(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]} \\
&\quad + \frac{\bar{v}_+\not{k}_a u_-}{[(q+p_+)^2 - M_2^2][(q-p_-)^2 - M_3^2]}
\end{aligned}$$

Die meisten dieser Umformungen gelten nur im Hochenergielimes und lassen sich folgendermaßen begründen:

1. Es wurden die Antikommutatorrelationen der Gammamatrizen verwendet. Dieser Schritt ist exakt.

2. Die Terme $\bar{v}_+ \not{p}_\pm u_-$ wurden vernachlässigt, da sie nach der Diracgleichung gleich $\pm M_F \bar{v}_+ u_-$ sind und somit nicht zur höchsten Ordnung im Hochenergielimes beitragen.

3. Die eingefügten Terme $p_\pm^2 = m_F^2$ tragen nicht zur höchsten Ordnung im Hochenergielimes bei.

4. Die eingefügten Massenterme M_1^2, M_2^2 und M_3^2 tragen nicht zur höchsten Ordnung im Hochenergielimes bei.

5. Hier wurden die skalaren Terme im Zähler gegen die entsprechenden Terme im Nenner gekürzt.

6. Die Terme
$$\frac{\bar{v}_+ \not{q} u_-}{[q^2 - M_x^2][(q + p_\pm)^2 - M_y^2]}$$
ergeben nach der Tensorreduktion Beiträge proportional zu $\bar{v}_+ \not{p}_\pm u_-$, die wie im 2. Schritt nicht zur höchsten Ordnung im Hochenergielimes beitragen.

Die Beiträge der einzelnen Diagramme zur führenden Ordnung im Hochenergielimes nach diesen Umformungen finden sich in Anhang E.

Eine ausführliche Diskussion des Hochenergieverhaltens von Einschleifenintegralen findet sich in [46].

6.3 Countertermdiagramme

Die Counterterm-Diagramme $CT1G1$, $CT2G1$, $CT3G1$, $CT4G1$, $CT5G1$ und $CT6G1$ aus Abbildung 6.1 enthalten als einzige Countertermdiagramme Terme, die im Hochenergielimes proportional zu s anwachsen. Diese Diagramme enthalten nur Standardmodell-Teilchen, weshalb sich ihre Beiträge im SM und im MSSM nicht unterscheiden.

Die Amplituden für die Diagramme mit Vertexcountertermen $CT1G1$, $CT2G1$, $CT3G1$ und $CT4G1$ erhält man aus der entsprechenden Bornamplitude, in dem man an der Stelle mit dem Kreuz statt der Bornkopplung die Counterterm-Kopplung einsetzt. Die Borndiagramme ergeben in der höchsten Ordnung der Energie nach Kapitel 3 einen Anteil, der proportional zu

$$\sum_F C_{L/R}^{V_a \bar{F}_j F} C_{L/R}^{V_b \bar{F} F_i} + \sum_V C^{V_a V_b V} C_{L/R}^{-V \bar{F}_j F_i} \tag{6.4}$$

ist und damit nach Bedingung (3.14) verschwindet. Damit erhält man für die Countertermdiagramme $CT1G1 - CT4G1$ einen Beitrag, der proportional zu

$$\sum_F \left[\delta C_{L/R}^{V_a\bar{F}_jF} C_{L/R}^{V_b\bar{F}F_i} + C_{L/R}^{V_a\bar{F}_jF} \delta C_{L/R}^{V_b\bar{F}F_i}\right] + \sum_V \left[\delta C^{V_aV_bV} C_{L/R}^{-V\bar{F}_jF_i} + C^{V_aV_bV} \delta C_{L/R}^{-V\bar{F}_jF_i}\right] \tag{6.5}$$

ist. δC bezeichnet dabei jeweils den Countertermanteil der entsprechenden Kopplung.

Jedes δC setzt sich aus einem Anteil der Renormierung der Kopplungskonstanten zusammen und einem Anteil, der die Wellenfunktionsrenormierungen enthält.

Summiert man über die Ausdrücke, die man erhält, indem man in Gleichung (6.4) jeweils einen Parameter durch die dazugehörige Renormierungskonstante ersetzt, erhält man gerade den Anteil der Kopplungskonstanten-Renormierungen in (6.5). Da Gleichung (6.4) nach Bedingung (3.14) verschwindet, verschwindet demnach auch der Beitrag der Kopplungskonstanten-Renormierungen zu Gleichung (6.5). Somit bleiben in den Diagrammen $CT1G1$ - $CT4G1$ nur die Anteile mit den Wellenfunktionsrenormierungen übrig. Der Anteil mit den Wellenfunktionsrenormierungen der äußeren Fermionen und W-Bosonen ist proportional zum Ausdruck in Gleichung (6.4) und verschwindet wiederum nach Bedingung (3.14). Von diesen vier Diagrammen bleibt also nur der Beitrag, der die Wellenfunktionsrenormierungen der inneren Vektorbosonen bzw. Fermionen enthält übrig. Im SM und somit auch im MSSM werden diese übrigen Terme aber gerade durch die Diagramme mit Selbstenergie-Countertermen $CT5G1$ und $CT6G1$ kompensiert. Bei den Countertermdiagrammen bleibt also kein Beitrag übrig, der im Hochenergielimes proportional zu s anwächst.

6.4 Einschleifen-Diagramme

Man kann die Diagramme in den Abbildungen 6.2, 6.3 und 6.4 in zwei Sektoren einteilen, nämlich zum Einen in Diagramme, in denen SFF-Kopplungen auftreten und zum Anderen in solche, in denen dies nicht der Fall ist. Im ersten Fall ist die Amplituden proportional zur Leptonmasse, im zweiten Fall nicht. Da die Leptonmasse als freier Parameter der Theorie gewählt wurde, müssen die Unitaritätsbedingungen also in den beiden Sektoren getrennt voneinander erfüllt sein.

Die Einschleifenamplituden sind Linearkombinationen von unabhängigen Tensorintegralen (siehe Anhang C). Damit die Unitaritätsschranke nicht verletzt wird, muss die höchste Ordnung in der Energie im Hochenergielimes wieder Null ergeben. Dies bedeutet, das die Vorfaktoren dieser Tensorintegrale Null sein müssen. Auf diese Weise erhält man wieder Einschränkungen an die Kopplungskonstanten, die in den einzelnen Einschleifen-Diagrammen auftreten.

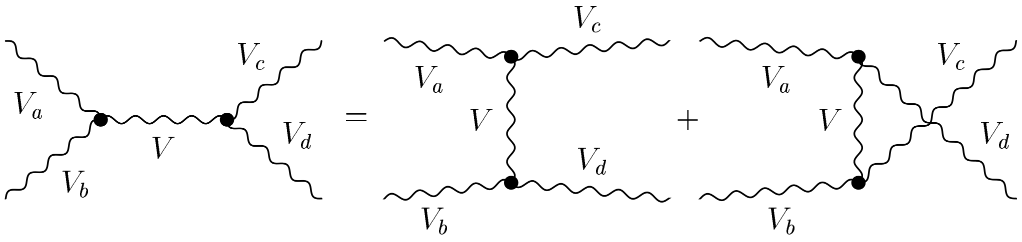


Abbildung 6.5: $\sum_{V_e} C^{V_a V_b V_e} C^{V_c V_d V_e} = \sum_{V_e} [C^{V_a V_c V_e} C^{V_b V_d V_e} + C^{V_a V_d V_e} C^{V_c V_b V_e}]$

In Anhang F sind für die beiden obigen Sektoren getrennt voneinander zum Einen die auftretenden Tensorintegrale aufgelistet und zum Anderen die Bedingungen, die das Verschwinden dieser Terme an die Kopplungskonstanten stellt. Außerdem werden die in den Diagrammen auftretenden Kombinationen von Kopplungskonstanten nochmals zusammengestellt.

In den folgenden beiden Abschnitten 6.4.1 und 6.4.2 sind dann die Bedingungen aufgeführt, die notwendig und hinreichend dafür sind, dass sämtliche Terme, die proportional zu s anwachsen, verschwinden. $C(X)$ bezeichnet dabei das Produkt an Kopplungskonstanten, das in Diagramm X auftritt, für das Diagramm $BT4G1$ also beispielsweise $C(BT4G1)$.

Anschließend wird gezeigt, wie diese Bedingungen erfüllt sind. Wie sich herausstellt, benötigt man hierfür nur die Bedingungen (2.31), (3.14), (3.17) und (3.18), die die Unitarität auf Born-Niveau für die Prozesse $V^a V^b \to V^c V^d$, $\bar{F}_i F_j \to V^a V^b$ und $S_1 S_2 \to V^a V^b$ garantieren, sowie die Bedingungen (4.37) und (4.38), die einen Zusammenhang zwischen den $V\bar{G}G$ und den VVV-Kopplungen darstellen.

Wie in den Abbildungen 6.5 bis 6.11 gezeigt, lassen sich diese Bedingungen graphisch darstellen, wenn man das Produkt der Kopplungskonstanten, die in einem einzelnen Diagramm auftreten, durch das dazugehörige Diagramm repräsentiert.

Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Diagramme hier nicht die Amplituden, sondern lediglich die Kopplungskonstanten, die darin auftreten repräsentieren. Dies wird besonders bei den Bedingungen mit den Geisterkopplungen deutlich, da es keine Prozesse mit äußeren Geistern gibt. Desweiteren ist auf die Vorzeichenkonvention bei den Kopplungen zu achten, die ungerade unter Vertauschung zweier Teilchen sind (VVV-, SVV- und GVV-Kopplungen).

In den nächsten beiden Abschnitten werden nun zunächst die Bedingungen, die für dass Verschwinden sämtlicher Terme, die mit s anwachsen, erfüllt sein müssen, zusam-

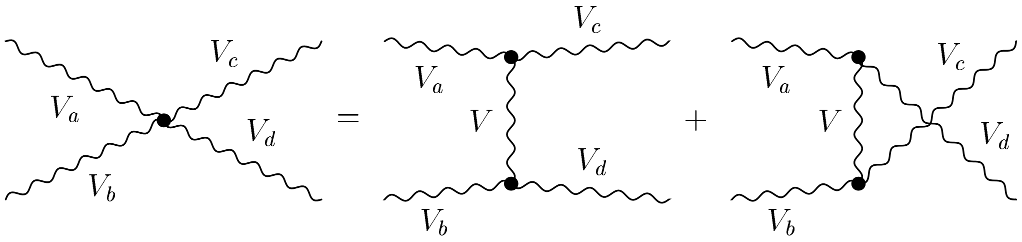


Abbildung 6.6: $C^{V_aV_bV_cV_d} = \sum_{V_e}\left[C^{V_aV_cV_e}C^{V_bV_dV_e} + C^{V_aV_dV_e}C^{V_bV_cV_e}\right]$

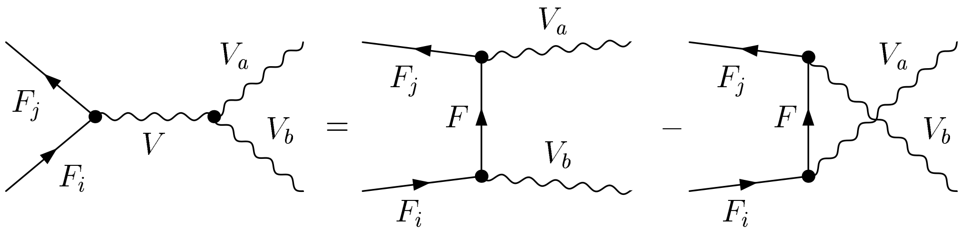


Abbildung 6.7: $\sum_V C^{VV_bV_a} C^{-V\bar{F}_jF_i}_{L/R} = \sum_F \left[C^{V_a\bar{F}_jF}_{L/R} C^{V_b\bar{F}F_i}_{L/R} - C^{V_b\bar{F}_jF}_{L/R} C^{V_a\bar{F}F_i}_{L/R}\right]$

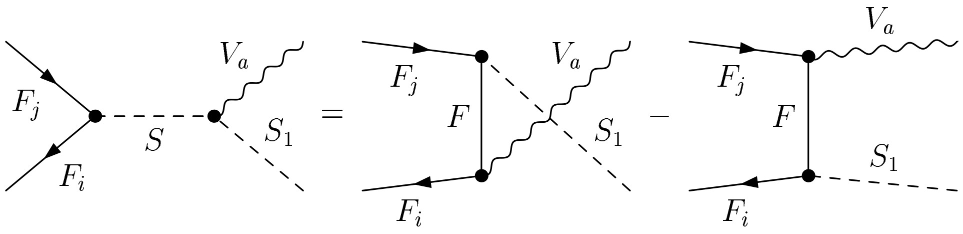


Abbildung 6.8: $\sum_S C^{V_aSS_1} C^{-S\bar{F}_jF_i}_{L,R} = \sum_F \left[C^{S_1F_jF}_{L,R} C^{V_a\bar{F}F_i}_{L,R} - C^{V_a\bar{F}_jF}_{R,L} C^{S_1\bar{F}F_i}_{L,R}\right]$

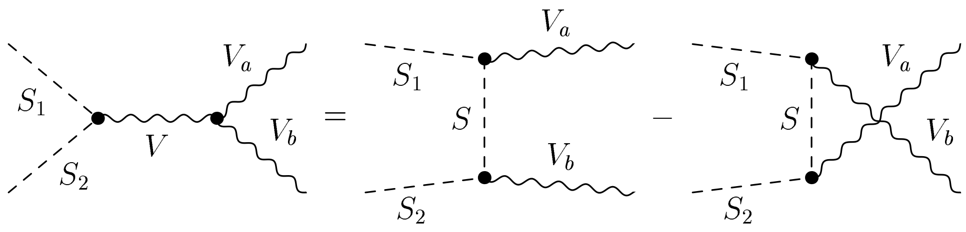


Abbildung 6.9: $\sum_V C^{-VS_1S_2} C^{V_aV_bV} = \sum_S (C^{V_aS_1S} C^{V_bSS_2} - C^{V_bS_1S} C^{V_aSS_2})$

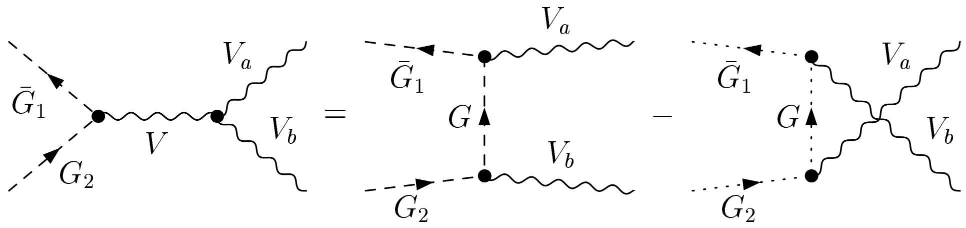


Abbildung 6.10: $\sum_V C^{VV^bV^a} C^{V\bar{G}_1G_2} = \sum_G \left[C^{V^a\bar{G}_1G} C^{V^b\bar{G}G_2} - C^{V^b\bar{G}_1G} C^{V^a\bar{G}G_2}\right]$

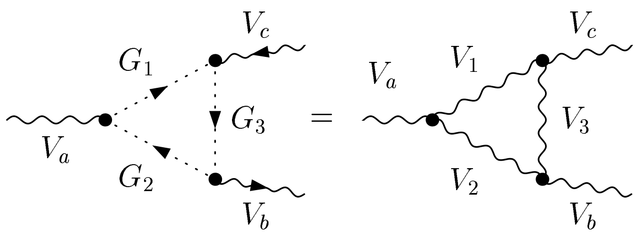


Abbildung 6.11: $C^{V_a\bar{G}_1G_2} C^{V_b\bar{G}_2G_3} C^{V_c\bar{G}_3G_1} = C^{V_a\bar{V}_2V_1} C^{V_3V_b\bar{V}_2} C^{\bar{V}_3V_1V_c}$

mengestellt. Dann wird gezeigt, wie sich diese Bedingungen aus den Bedingungen (2.31), (3.14), (3.17), (3.18), (4.37) und (4.38) ergeben. Dazu werden die auftretenden Einschleifendiagramme in zwei Borndiagramme unterteilt. Aus den Symmetrierelationen für die Kombinationen von Kopplungskonstanten in den Borndiagrammen resultieren dann Relationen zwischen den Kombinationen der Kopplungskonstanten der Einschleifendiagramme. Diese Relationen können nach dem selben Prinzip wie oben graphisch dargestellt werden. Zunächst wird daher immer eine oder zwei der Relationen (2.31), (3.14), (3.17), (3.18), (4.37) und (4.38) angegeben, und dann zu Relationen zwischen den Kopplungen der Einschleifendiagrammen kombiniert.

6.4.1 Beiträge mit SFF-Kopplungen

Die Bedingungen aus Anhang F, die das Verschwinden aller Terme, die im Hochenergielimes proportional zu s anwachsen, garantieren, lassen sich im Sektor mit SFF-Kopplungen auf

$$\begin{aligned}
C(VT4G1) &= C(BT2G1) - C(BT3G1), &(6.6)\\
C(VT4G2) &= C(BT3G2) - C(BT2G2), &(6.7)\\
C(BT3G1) + C(BT3G2) &= C(BT4G1) + C(BT4G2), &(6.8)\\
C(ST2G1) &= C(VT2G1) - C(VT2G2) + C(VT3G1) + \\
&\quad -C(VT3G2) - C(BT2G1) - C(BT2G2) \\
&\quad +C(BT4G1) + C(BT4G2) &(6.9)
\end{aligned}$$

reduzieren.

Die Diagramme $VT4G1$, $BT2G1$ und $BT3G1$ aus Bedingung (6.6) können jeweils in ein Borndiagramm für den Prozess $\bar{l}l \to F_1F_2$ und ein Borndiagramm für den Prozess $F_1F_2 \to W^+W^-$ unterteilt werden. In letzterem Prozess gilt nun die Bedingung (3.14) aus der dann direkt die Bedingung (6.6) folgt. Wie in Abbildung 6.12 dargestellt, kann (6.6) also auf die Bedingung (3.14) zurückgeführt werden.

Entsprechend kann Bedingung (6.7) auf Bedingung (3.18) zurückgeführt werden. Dazu zerlegt man die auftretenden Diagramme in ein Borndiagramm für den Prozess $\bar{l}l \to S_1S_2$ und ein Borndiagramm für den Prozess $S_1S_2 \to W^+W^-$. Auf den zweiten Prozess kann dann Bedingung (3.18) angewendet werden, woraus man Bedingung (6.7) erhält, vergleiche auch Abbildung 6.13.

Die Diagramme in Bedingung (6.8) kann man, wie in Abbildung 6.14 gezeigt, in 2 Unterprozesse der Form $FF \to VS$ aufteilen. Durch Anwenden der Relation (3.17) auf beide Unterprozesse kann die Gleichungskette

$$C(BT3G1) = C(BT3G2) \;=\; C(BT4G1) = C(BT4G2)$$

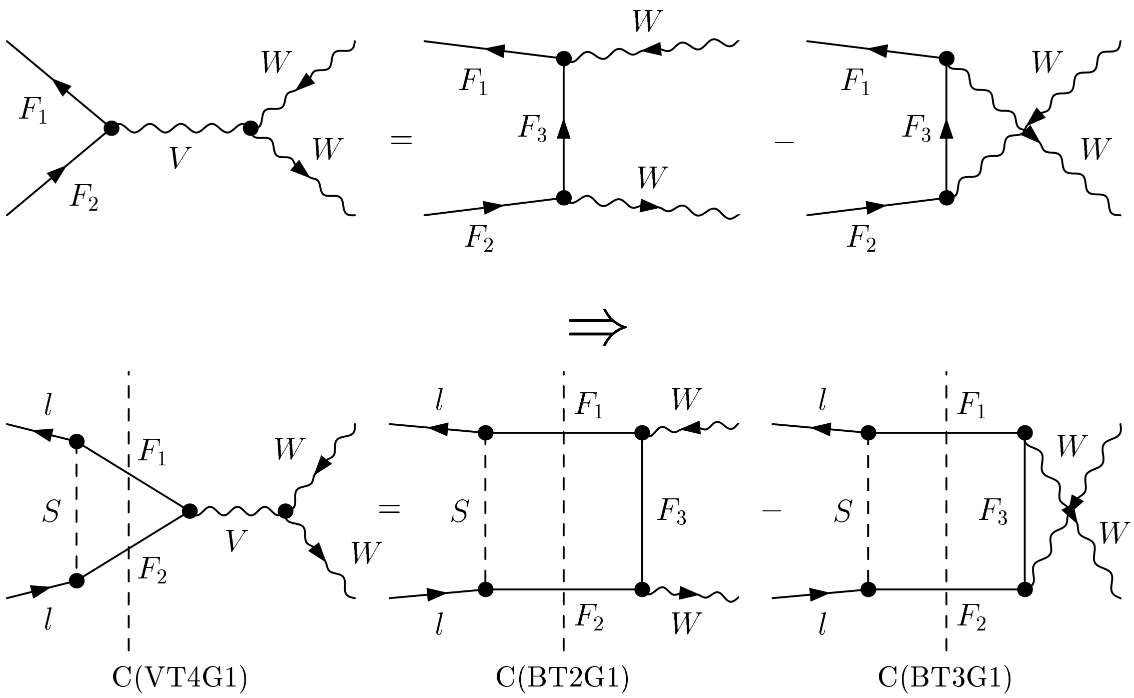


Abbildung 6.12: Veranschaulichung der Bedingung (6.6)

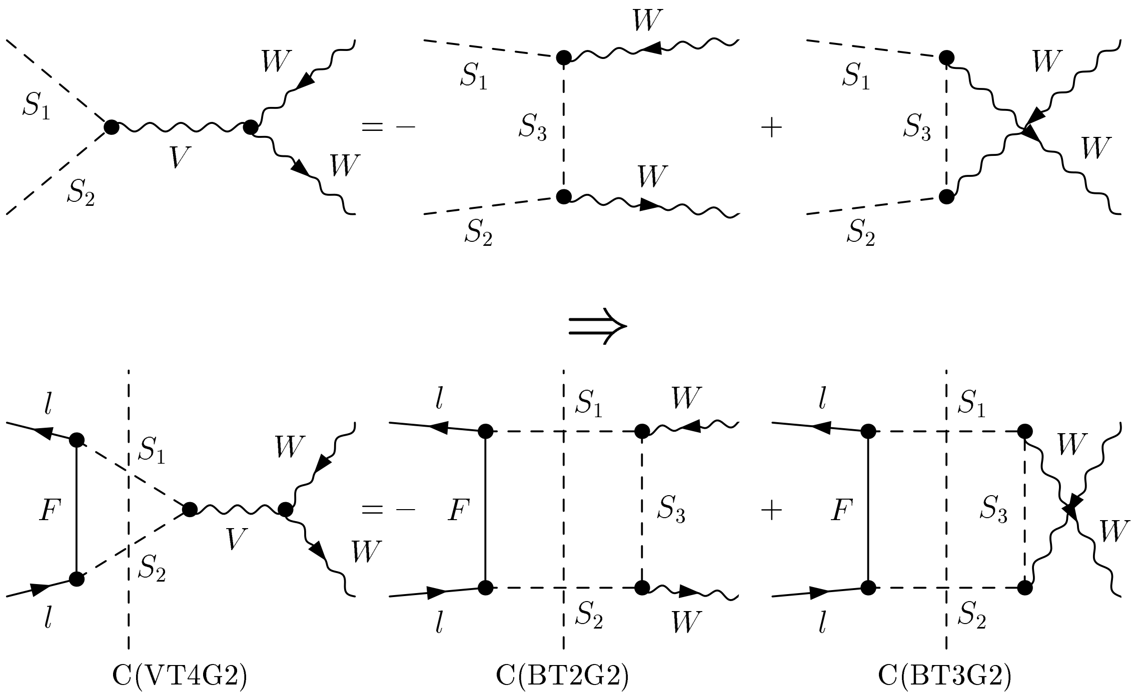


Abbildung 6.13: Veranschaulichung der Bedingung (6.7)

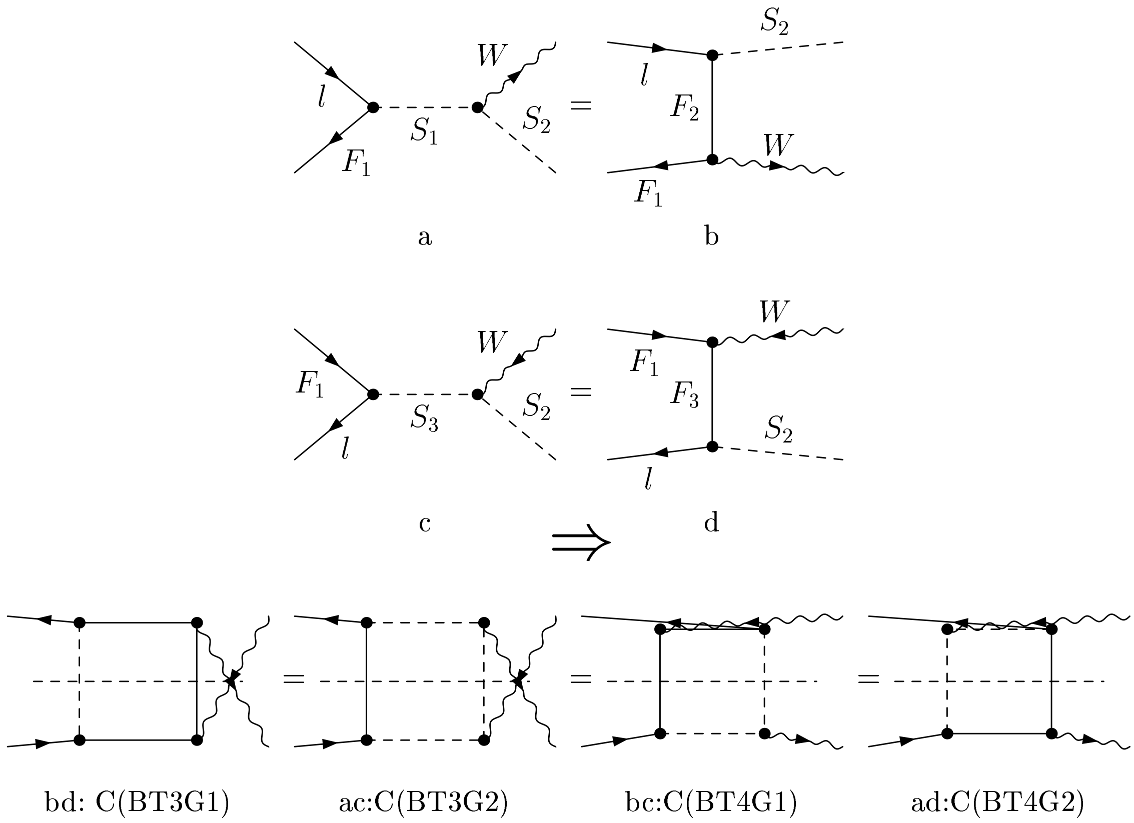


Abbildung 6.14: Veranschaulichung der Bedingung (6.8)

abgeleitet werden, aus der Bedingung (6.8) folgt. Hierbei ist zu beachten, dass in den beiden Borngraphen der u-Kanal jeweils wegen der Ladungserhaltung verboten ist. Desweiteren sind die Vorzeichen der SSV-Kopplungen dadurch festgelegt, dass sie mit denen der resultierenden Boxdiagramme (siehe Anhang F) übereinstimmen müssen.

Die Diagramme, deren Kopplungen in (6.9) auftauchen, können ebenfalls in 2 Unterprozesse der Form $FF \to VS$ aufgeteilt werden, woraus sich mit Bedingung (3.17) die Relation

$$\begin{aligned} C(BT2G2) &= C(BT4G2 - C(VT3G2) = C(BT4G1) - C(VT2G2) \\ &= C(BT2G1) - C(VT3G1) - C(VT2G1) + C(ST2G1) \end{aligned} \tag{6.10}$$

ergibt, was in Abbildung 6.15 dargestellt ist. Aus dieser Relation folgt Bedingung (6.9).

6.4.2 Beiträge ohne SFF-Kopplungen

Damit sich im Sektor ohne SFF-Kopplung alle Beiträge, die im Hochenergielimes wie s anwachsen zu Null addieren, müssen die folgenden Bedingungen erfüllt sein (vergleiche

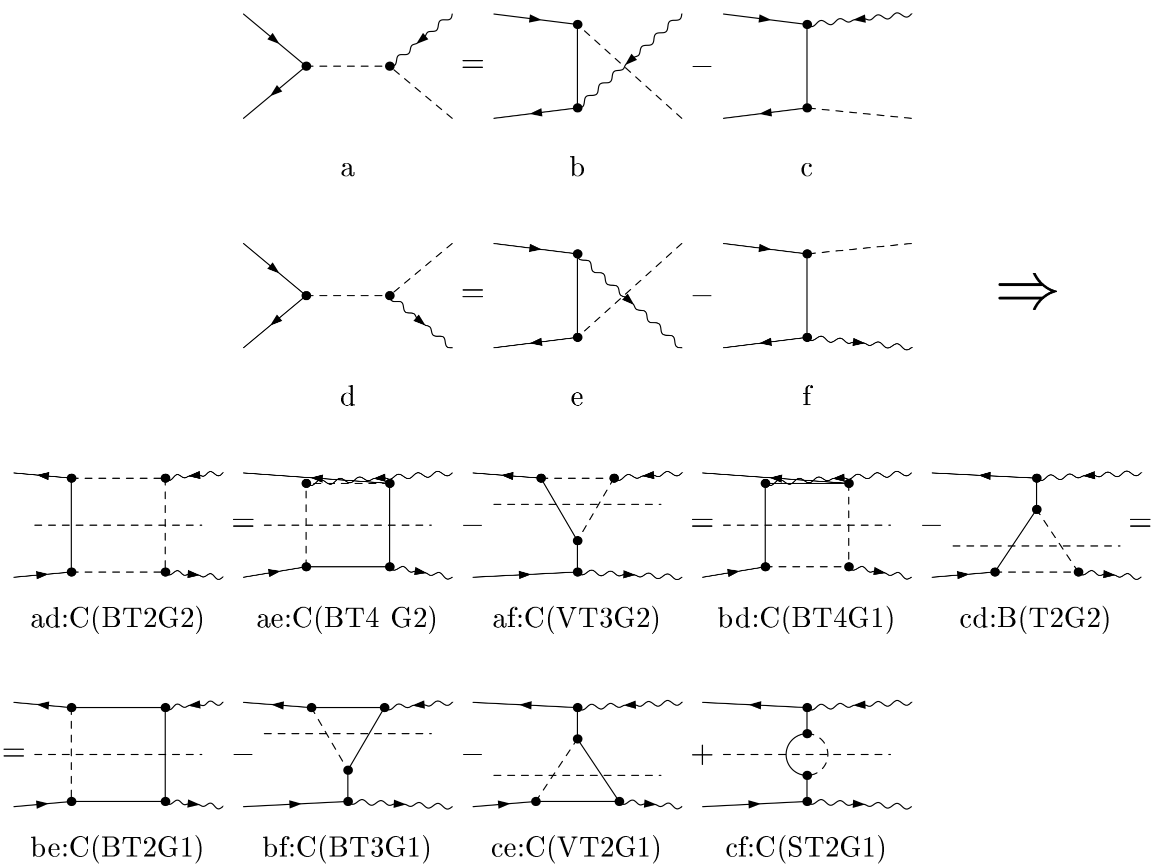


Abbildung 6.15: Veranschaulichung der Bedingung (6.9)

Anhang F):

$$
\begin{aligned}
0 &= C(VT1G1) - C(ST1G1), && (6.11)\\
0 &= C(VT4G3) - C(BT2G3) + C(BT3G3), && (6.12)\\
0 &= -8C(ST1G2) + 2C(ST1G3) + 8C(VT1G2) \\
&\quad + 8C(VT1G2) + -C(VT1G3) - 2C(VT1G4), && (6.13)\\
0 &= C(ST2G2) - C(VT2G3) \\
&\quad - C(VT3G3) + C(BT2G3) - C(BT2G4), && (6.14)\\
C(BT3G4) &= -C(BT4G4) = -C(BT4G3) = C(BT3G3), && (6.15)\\
C(VT1G4) &= C(ST1G4) = C(VT4G4) \\
&= C(BT2G4) - C(BT3G4) = C(VT2G4) = C(VT3G4) \\
&= -C(VT5G1) = -C(VT6G1) = \frac{1}{3}C(VT7G1), && (6.16)\\
0 &= -Y \times C(BT1G1) + C(VT4G4) + C(BT2G4), && (6.17)\\
0 &= -X \times C(BT1G1) - C(VT4G4) + C(BT3G4), && (6.18)
\end{aligned}
$$

wobei $X = V^{V_1 W^+ V_2 W^-}$ und $Y = V^{V_1 W^- V_2 W^+}$ ist.

Dass diese Bedingungen erfüllt sind, kann analog zum letzten Abschnitt gezeigt werden. So kann man wie in Abbildung 6.16 gezeigt, die Diagramme, deren Kopplungen in Bedingung (6.11) und (6.12) auftreten, jeweils in einen Prozess der Form $FF \to FF$ und einen Prozess der Form $FF \to VV$ unterteilen. Die Anwendung der Relation (3.14) auf letzteren Prozess liefert dann diese beiden Bedingungen.

In Bedingung (6.13) kommen die Diagramme $ST1G3$ und $VT1G3$ vor, die Geister enthalten. Durch Anwendung der Gleichungen (4.37) und (4.38) leitet man die folgenden Beziehungen her:

$$
\begin{aligned}
C(ST1G3) &= C(VT1G3), && (6.19)\\
C(VT1G3) &= 2 \times C(VT1G4). && (6.20)
\end{aligned}
$$

Der Faktor 2 in Gleichung (6.20) trägt der Tatsache Rechnung, dass jedem Vektorboson ein Geist und ein Antigeist zugeordnet werden, und es daher zu jeder Kombination an VVV-Kopplungen zwei entsprechende $V\bar{G}G$-Kopplungen gibt.

Die Diagramme $ST1G2$ und $VT1G2$ können in Unterprozesse der Art $FF \to SS$ und $SS \to WW$ zerlegt werden. Im zweiten dieser Prozesse gilt dann Gleichung (3.18). Daraus folgt die Gleichung

$$
C(ST1G2) = C(VT1G2). \qquad (6.21)
$$

Die obigen 3 Gleichungen (6.19),(6.20) und (6.21), die in Abbildung 6.17 dargestellt sind, führen zu Bedingung (6.13).

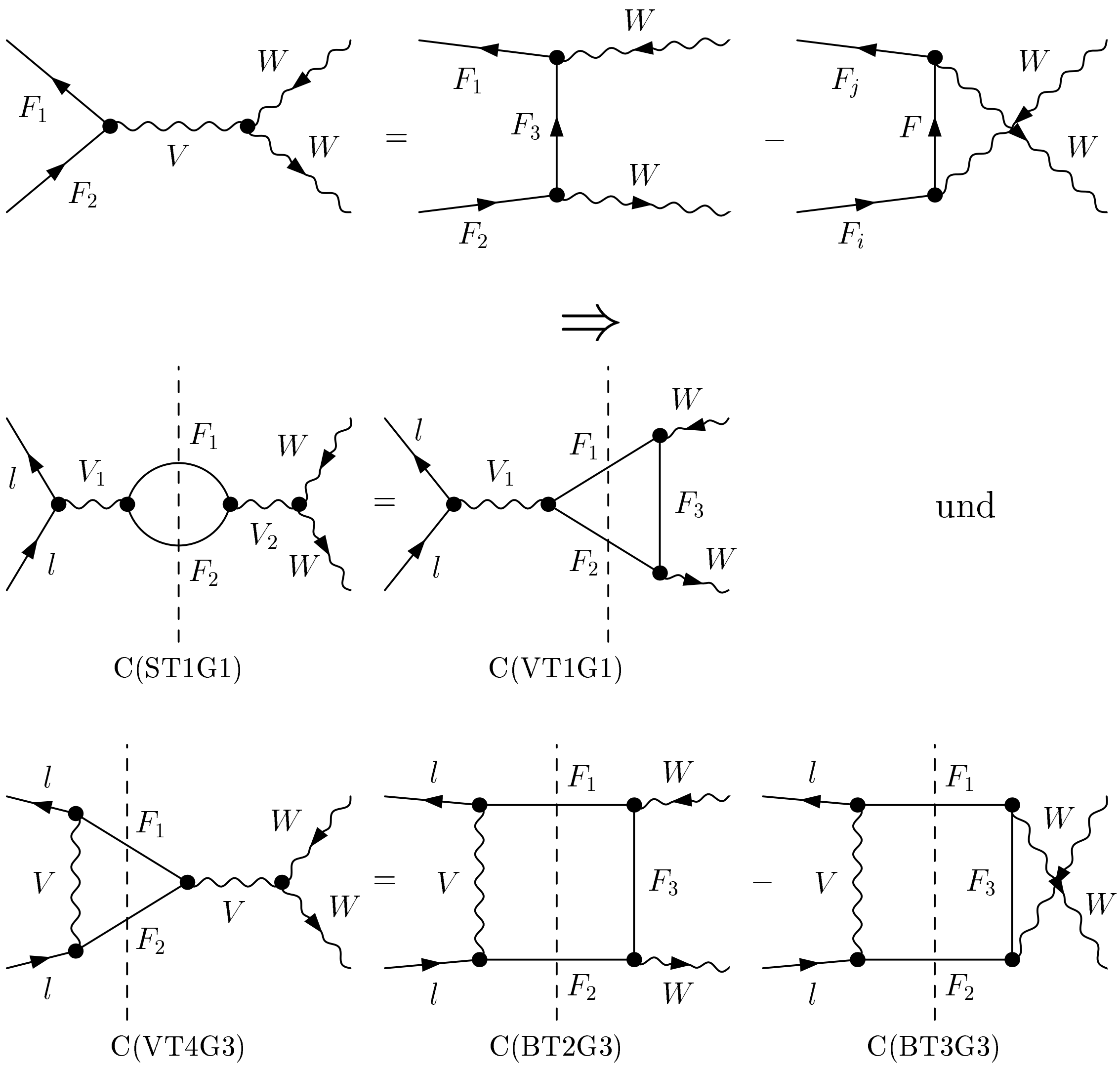


Abbildung 6.16: Veranschaulichung der Bedingungen (6.11) und (6.12)

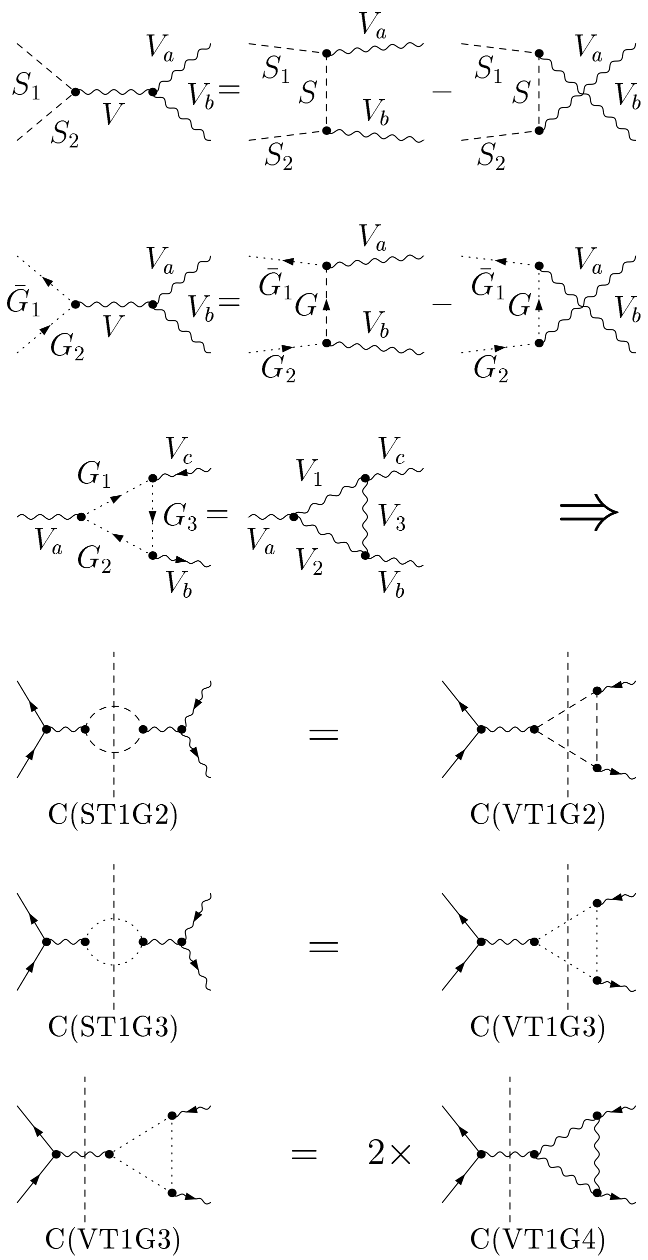


Abbildung 6.17: Veranschaulichung der Bedingung (6.13)

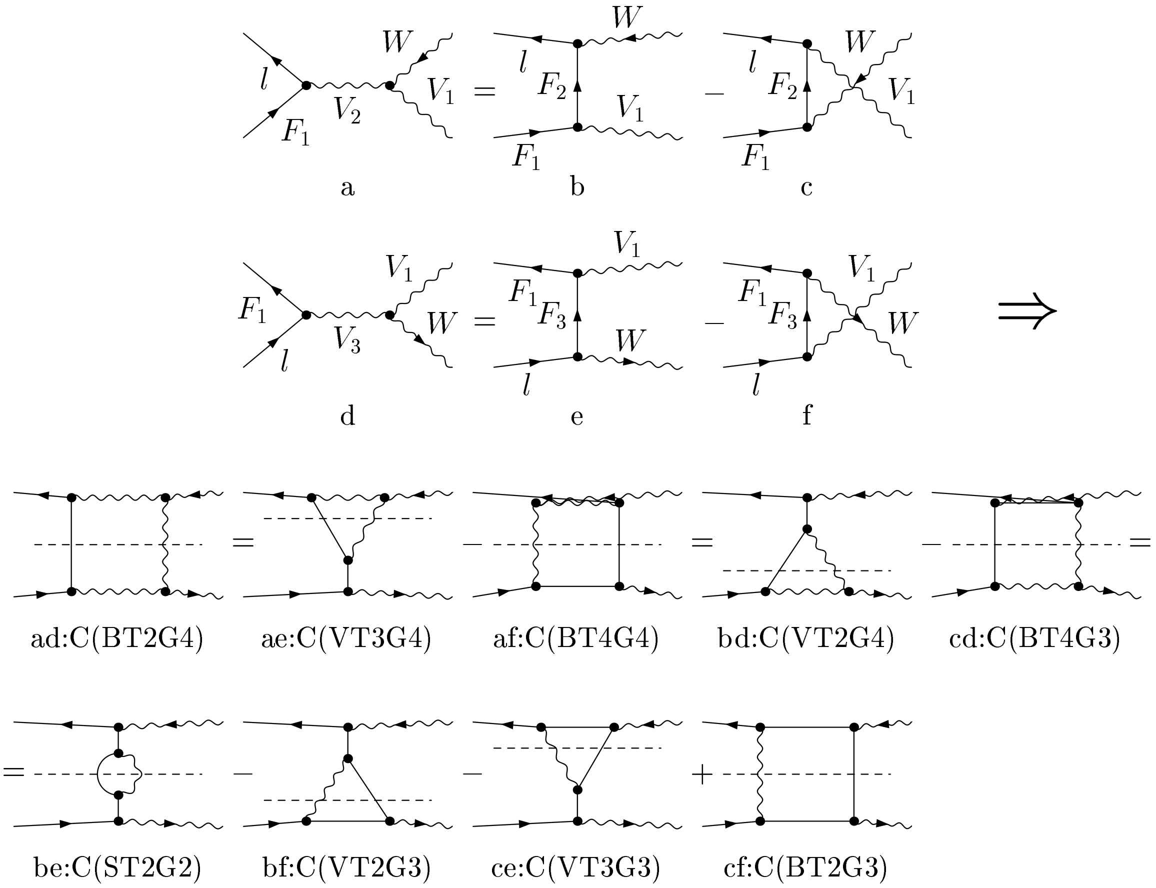


Abbildung 6.18: Veranschaulichung der Bedingung (6.14)

Die Diagramme, die in Bedingung (6.14) auftreten, lassen sich in 2 Unterprozesse der Form $FF \to VV$ unterteilen, für die jeweils die Gleichung (3.14) gilt. Wie in Abbildung 6.18 gezeigt, erhält man somit die folgenden Gleichungen

$$\begin{aligned} C(BT2G4) &= C(ST2G2) - C(VT2G3) - C(VT3G3) \\ &\quad + C(BT2G3), \qquad (6.22) \\ C(BT2G4) &= C(VT3G4) - C(BT4G4), \qquad (6.23) \\ C(BT2G4) &= C(VT2G4) - C(BT4G3). \qquad (6.24) \end{aligned}$$

Die erste dieser Gleichungen ist gerade Bedingung (6.14).

Auf dieselbe Art und Weise erhält man die Bedingung (6.15), siehe auch Abbildung 6.19. Auch hier lassen sich die auftretenden Diagramme in zwei Unterprozesse $FF \to VV$ aufspalten. Bei der Anwendung der Relation (3.14) ist dabei auf die Ladungserhaltung zu achten.

Aus Gleichung (6.15) und den beiden Gleichungen (6.23) und (6.24), folgt bereits ein

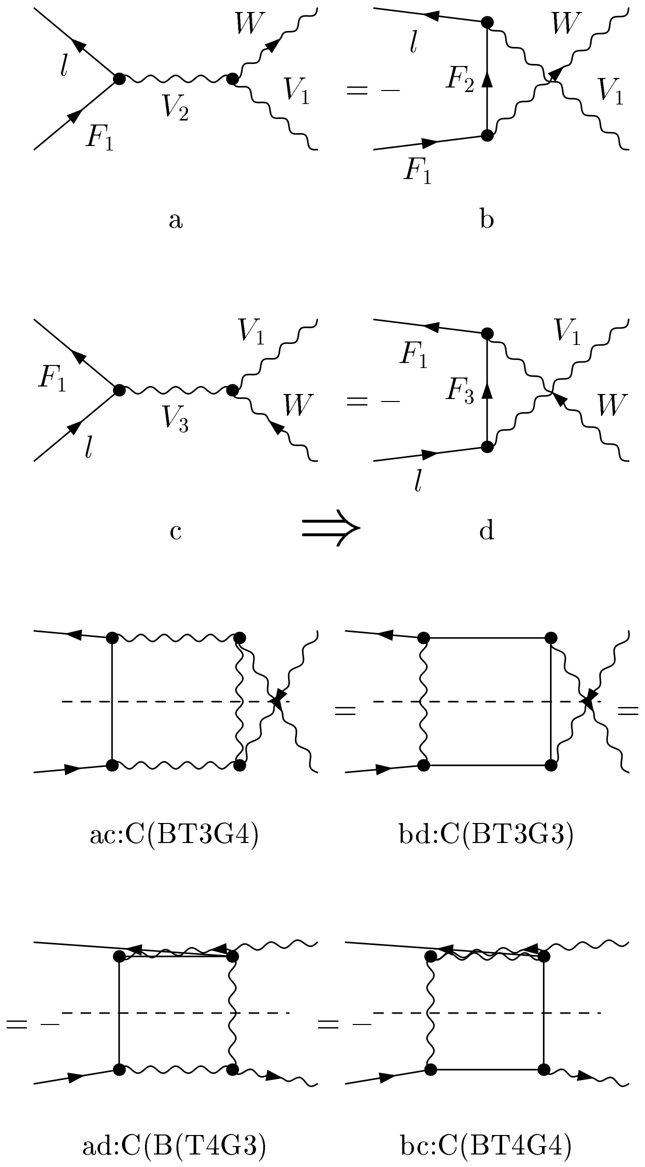


Abbildung 6.19: Veranschaulichung der Bedingung (6.15)

Teil der Gleichungskette (6.16)

$$C(BT2G4) - C(BT3G4) \;=\; C(VT2G4) = C(VT3G4). \qquad (6.25)$$

Wie in Abbildung 6.20 gezeigt wird, erhält man durch Kombination von jeweils einem Born-Niveaudiagramm vom Typ $FF \to VV$ und $VV \to VV$ über (3.14) und (2.30) darüberhinaus die Relationen

$$\begin{aligned} C(BT2G4) - C(BT3G4) &= C(VT1G4) = C(ST1G4) \\ &= C(VT4G4). \end{aligned} \qquad (6.26)$$

Den restlichen Teil der Bedingung erhält man, wenn man die $VVVV$-Kopplung in den Diagrammen $VT5G1$, $VT6G1$ und $VT7G1$ mittels Gleichung (2.31) durch VVV-Kopplungen ersetzt, was in Abbildung 6.21 dargestellt ist.

Wie in Abbildung 6.22 gezeigt, erhält man die Gleichungen (6.17) und (6.18), indem man in Diagramm $BT1G1$ die $VVVV$-Kopplungen ebenfalls durch die entsprechenden VVV-Kopplungen ersetzt.

In den Tensorintegralen aus Anhang F wurden Spinorketten der Form

$$\gamma^\alpha \not{a} \not{b} \not{c} \ldots \gamma_\alpha,$$

die als einzige zu einem Unterschied zwischen Dimensionaler Reduktion und Dimensionaler Regularisierung (siehe Anhang C) führen könnten, nicht weiter vereinfacht. Die Bedingungen, die sich aus der Unitarität der S-Matrix ergaben, sind also unabhängig von der konkreten Auswertung dieser Terme in Dimensionaler Reduktion oder Dimensionaler Regularisierung erfüllt. Das bedeutet, dass weder in Dimensionaler Regularisierung noch in Dimensionaler Reduktion trotz der Tatsache, dass ersteres Schema SUSY bricht und letzteres Schema inkonsistent ist, Terme auftreten, die im Hochenergielimes proportional zu s anwachsen und damit die Unitaritätsschranken verletzen. In den Termen niedrigerer Ordnung in der Energie und damit insbesondere in den Termen, die im Hochenergielimes wie $\sqrt{s}$ anwachsen, kann es aber durchaus Unterschiede zwischen den beiden Schemata geben.

Abschließend sei nochmal darauf hingewiesen, dass sich die Kompensationen zwischen den einzelnen Einschleifendiagrammen aus den entsprechenden Bedingungen für die Borndiagramme ergaben. Umgekehrt würde sich also in einer Theorie, in der die Hochenergieschranke (2.10) auf Born-Niveau verletzt ist, diese Verletzung auf Einschleifen-Niveau eher noch verstärken.

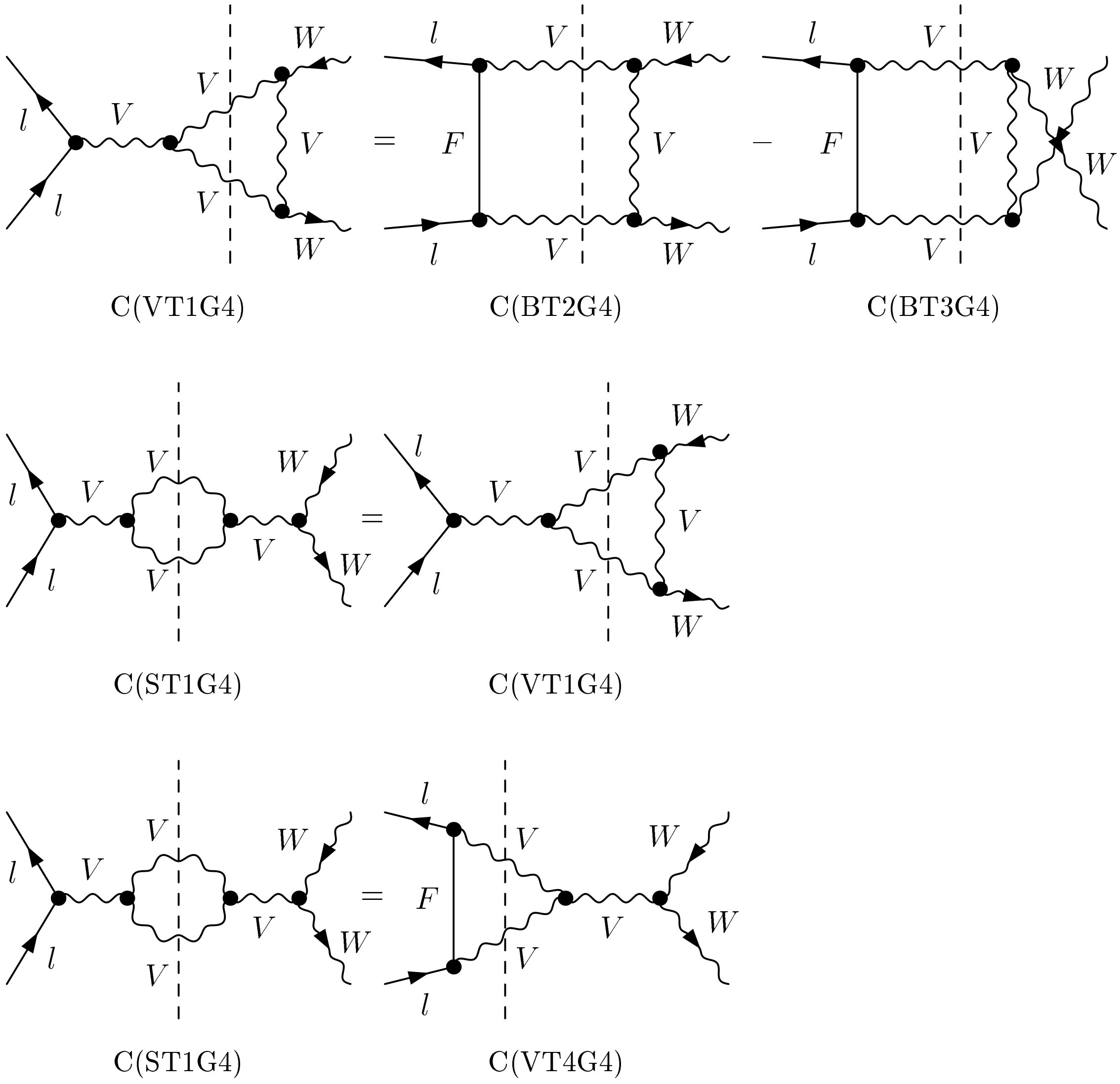
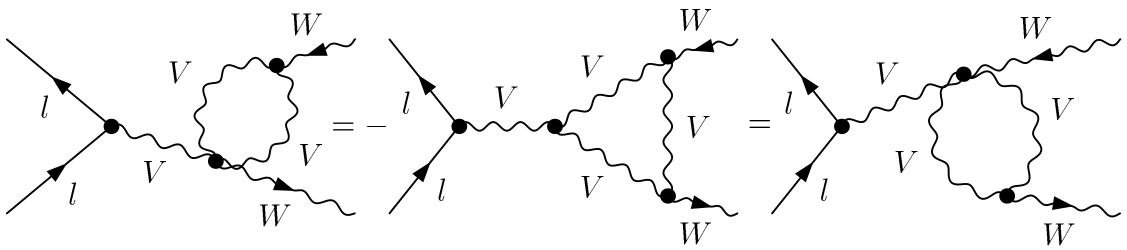
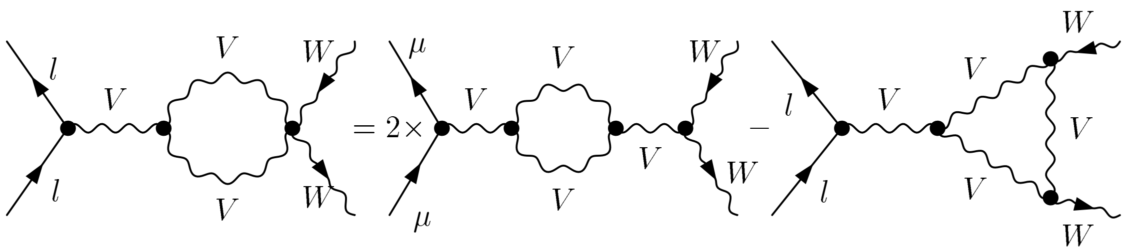


Abbildung 6.20: Veranschaulichung der Bedingung (6.16)

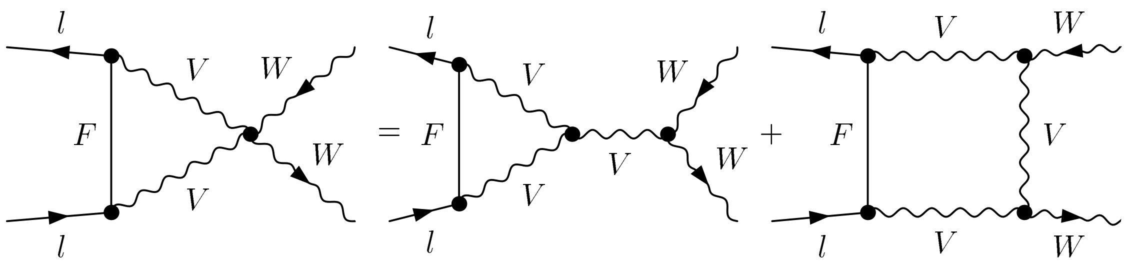


C(VT5G1) C(VT1G4) C(VT6G1)

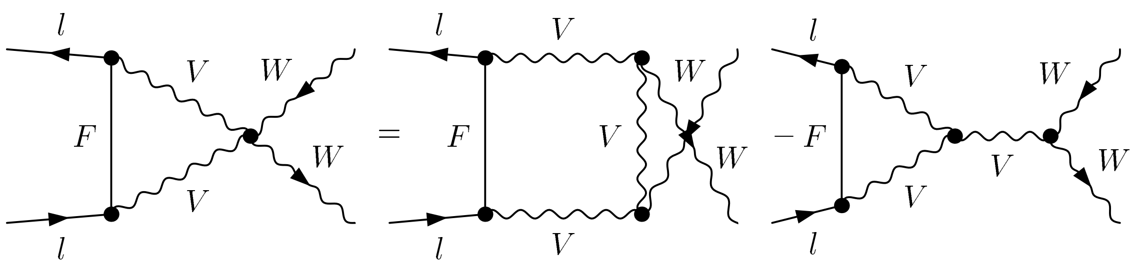


C(VT7G1) C(ST1G4) C(VT1G4)

Abbildung 6.21: Veranschaulichung der Bedingung (6.16)



Y*C(BT1G1) C(VT4G4) C(BT2G4)



X*C(BT1G1) C(BT3G4) C(VT4G4)

Abbildung 6.22: Veranschaulichung der Bedingungen (6.17) und (6.18)

Kapitel 7

Numerische Auswertung

In diesem Kapitel soll der numerische Einfluss des Higgsaustauschs auf den Wirkungsquerschnitt im Prozess $\bar{F}F \to W^+W^-$ untersucht werden. In Kapitel 3 wurde gezeigt, dass ohne das Higgsaustauschdiagramm die Unitaritätsschranke in diesem Prozess verletzt ist. Berücksichtigt man dieses Diagramm bei der Berechnung des Born-Wirkungsquerschnitts nicht, so sollte sich dieser im Hochenergielimes an eine Konstante, die nicht gleich Null ist, annähern, während er bei Berücksichtigung dieses Diagrammes wie $1/s$ gegen Null streben sollte. Natürlich würde dann auch der einschleifenkorrigierte Wirkungsquerschnitt dieses Verhalten aufweisen. Auch Terme aus den Einschleifenkorrekturen, die im Hochenergielimes proportional zu s anwachsen, also die Bedingungen aus Kapitel 6 nicht erfüllen, führen zu einem einschleifenkorrigierten Wirkungsquerschnitt, der sich im Hochenergielimes einer Konstante ungleich Null annähert.

Trotz dieses grundsätzlichen Unterschieds ist aber noch nichts über den tatsächlichen numerischen Einfluss des Higgsaustausch-Diagramms gesagt. So ist es durchaus möglich, dass die oben erwähnte Konstante zu klein ist, um einen merklichen Effekt zu erzielen. Da die FF-Higgskopplung proportional zum Quotienten aus Fermion- und W-Masse ist, lassen sich nur für schwerere Fermionen größere Effekte erwarten.

Da die Elektronmasse klein gegen die W-Masse ist, $m_e/M_W \sim O(10^{-5})$, wurde der Higgsaustausch in den Berechnungen zum Prozess $e^+e^- \to W^+W^-$ immer vernachlässigt. Eine Zusammenfassung der theoretischen Vorhersagen für diesen Prozess im Standardmodell findet sich in [47], die vollständigen Einschleifenkorrekturen zu diesem Prozess im MSSM in [48].

In den folgenden Abschnitten soll nun untersucht werden, ob der Higgsaustausch in Prozessen mit Fermionen, die schwerer sind als das Elektron, zu einem merklichen Effekt führt.

Als Erstes wird in Abschnitt 7.1 der Prozess $\mu^+\mu^- \to W^+W^-$ untersucht. Die Masse des Myons ist ungefähr zweihundertmal größer als die des Elektrons. Prinzipiell ist es möglich

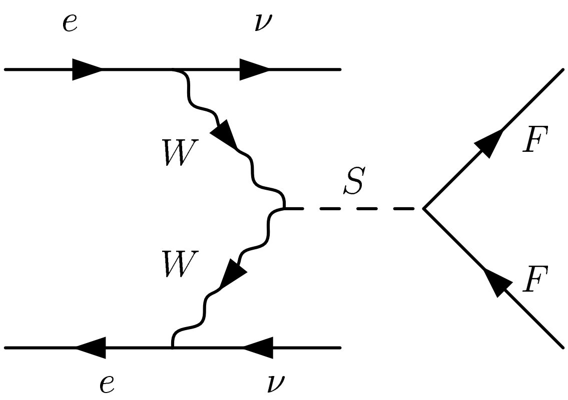


Abbildung 7.1: Ein Diagramm zur WW-Streuung an e^+e^--Beschleunigern

einen Myon-Beschleuniger zu bauen [49] und dieser würde auch interessante Möglichkeiten für die Physik bieten [50].

Obwohl das Myon bereits deutlich schwerer als das Elektron ist, ist seine Masse noch wesentlich kleiner als die des W-Bosons. Andererseits gibt es mit dem bottom- und dem top-Quark 2 Fermionen, deren Masse mit 5 bzw. 170 GeV im Bereich der W-Masse (80 GeV) liegen.

Nach dem CPT-Theorem (siehe z.B. [6]) ist die Amplitude für den Prozess $\bar{F}F \to W^+W^-$ unter Vernachlässigung CP-verletzender Effekte gleich der Amplitude für den umgekehrten Prozess $W^+W^- \to \bar{F}F$. Nun hat man in e^+e^-- oder Proton-(Anti)Proton-Beschleunigern in Unterprozessen direkten Zugriff auf die WW-Streuung (siehe Diagramm 7.1). In den letzten beiden Abschnitten dieses Kapitels werden daher die Prozesse $W^+W^- \to b\bar{b}$ und $W^+W^- \to t\bar{t}$ untersucht. Diese Prozesse spielen eine wichtige Rolle bei der Suche nach dem Higgsboson [51].

Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte wurden die Programmpakete `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools` [48, 52] verwendet. Dabei wurde die folgende Wahl für die Parameter des SM und des MSSM getroffen, sofern sie nicht durch experimentelle Daten festgelegt sind.

- Feinstrukturkonstante

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = 1/137.03599976(50), \tag{7.1}$$

- Massen der Leptonen

$$\begin{aligned} m_e &= 0.510998902(21)\ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_\mu &= 105.658357(5)\ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_\tau &= 1777.03(30)\ \mathrm{MeV}/c^2, \end{aligned} \tag{7.2}$$

- Masse des Z-Bosons

$$M_Z = 91.1882(22)\ \mathrm{GeV}/c^2, \tag{7.3}$$

- Fermikonstante

$$G_\mu = 1.16639(1) \times 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2}. \tag{7.4}$$

- Masse des W-Bosons

$$M_W = 80.419\ \mathrm{GeV}/c^2 \tag{7.5}$$

Diese Parameter wurden [53] entnommen.

Die Massenparameter der Up- und Down-Quarks sind fiktive Parameter, die keine Bedeutung als physikalische Massen haben. Sie werden im Allgemeinen durch Anpassung der hadronischen Vakuumpolarisation an die entsprechenden experimentellen Werte ermittelt. Die von `FeynArts` verwendeten Werte

$$\begin{array}{lll} m_u = 53.8\ \mathrm{MeV}/c^2, & m_d = 53.8\ \mathrm{MeV}/c^2, & m_s = 150\ \mathrm{MeV}/c^2, \\ m_c = 1.5\ \mathrm{GeV}/c^2, & m_b = 4.7\ \mathrm{GeV}/c^2, & m_t = 174.3\ \mathrm{GeV}/c^2 \end{array} \tag{7.6}$$

für die Massenparameter der Quarks sind [54] entnommen.

Im SM ist der einzige experimentell nicht festgelegte Parameter die Higgsmasse M_H. Sie wird im Folgenden auf

$$M_H = 100\,\mathrm{GeV} \tag{7.7}$$

gesetzt, so dass sie unterhalb der WW-Produktionschwelle von ungefähr 160 GeV liegt. Damit werden numerische Probleme vermieden, die sich aus der Behandlung der Higgsresonanz ergeben, also aus der Tatsache, dass der Higgspropagator eine Polstelle bei

$$q^2 = M_H^2 \tag{7.8}$$

hat.

Im MSSM gibt es sehr viel mehr freie Parameter. Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte in den nächsten Abschnitten erfordert eine Wahl der Brechungsparameter aus den Soft-Brechungstermen sowie der freien Parameter des Higgs-Sektors $\tan\beta$ und M_{A_0} (siehe Kapitel 5). In dieser Arbeit wurden folgende Werte für die Brechungsparameter verwendet:

- Alle Sfermionmassen werden auf 400 GeV gesetzt ,
- Weiterhin werden 2 Gauginomassenparameter M_1 und M_2 benötigt, wobei M_2 als 1000 GeV gewählt wird und M_1 aus der GUT-Relation

  $$M_1 = \frac{5s_W^2}{3c_W^2} M_2 \tag{7.9}$$

  gewonnen wird [43].
- Die Sfermion-Sfermion-Higgskopplungen sind durch die beiden Parameter A_u und A_d gegeben, die beide als 800 GeV angenommen werden.
- Im Higgs-Sektor wurde

  $$\tan\beta = 4 \tag{7.10}$$

  und

  $$M_{A_0} = 1000\,\mathrm{GeV} \tag{7.11}$$

  gewählt. Damit ergeben sich die Born-Massen der neutralen CP-geraden Higgsbosonen aus den Relationen

  $$M^2_{H^0,h^0} = \frac{1}{2}\left[M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2+M_Z^2)^2 - 4M_Z^2 M_A^2 \cos^2 2\beta}\right] \tag{7.12}$$

  zu

  $$M_{h_0} = 80.4\ \mathrm{GeV}, \tag{7.13}$$
  $$M_{H_0} = 1000.9\ \mathrm{GeV}, \tag{7.14}$$

  so dass M_{h_0} unter der WW-Schwelle und M_{H_0} deutlich darüber liegt und sich somit auch hier keine Probleme mit den Higgsresonanzen ergeben.

Neben den bereits erwähnten UV-Divergenzen treten bei Schleifenintegralen mit inneren Photonlinien auch noch Infrarotdivergenzen auf. Diese können durch die Einführung einer infinitesimalen Photonmasse λ regularisiert werden. Dabei muss der experimentellen Tatsache Rechnung getragen werden, dass Photonen erst überhalb einer gewissen Energie detektiert werden können. Deswegen müssen neben den Strahlungskorrekturen noch Bremsstrahlungseffekte in der soft-Photon-Näherung in die Berechnung des Übergangsmatrixelements miteinbezogen werden. Anschließend wird der Grenzwert $\lambda \to 0$ gebildet, wodurch nach dem Bloch-Nordsieck-Theorem [55] die Infrarotdivergenzen verschwinden.

Zur konkreten Berechnung von Wirkungsquerschnitten muss also ein Abschneideparameter eingeführt werden. Nur Bremsstrahlungseffekte von Photonen, deren Energie kleiner sind als dieser Parameter werden berücksichtigt. Ohne eine experimentell begründete Wahl für diesen Parameter, wie z.B. einer Detektorauflösung, bleibt er beliebig. In dieser Arbeit wurde er wie in [47] und [48] als

$$0.05 \times \sqrt{s}$$

gewählt ($\sqrt{s}$ bezeichnet wieder die Schwerpunktsenergie).

Soweit nicht anders erwähnt, wurden die Einschleifenkorrekturen in den nächsten Abschnitten im SM in Dimensionaler Regularisierung berechnet, im MSSM dagegen in Dimensionaler Reduktion, in der SUSY erhalten ist.

7.1 $\mu^+\mu^- \to W^+W^-$

In den Abbildungen 7.2 und 7.3 sind die totalen Wirkungsquerschnitte auf Born- und Einschleifen-Niveau für den Prozess $\mu^+\mu^- \to W^+W^-$ im SM bzw. MSSM als Funktion der Schwerpunktsenergie aufgetragen. Auf der linken Seite finden sich jeweils die Ergebnisse unter Berücksichtigung des Higgsaustauschdiagramms bzw. der Higgsaustauschdiagramme auf Born-Niveau und der entsprechenden Korrekturen auf Einschleifen-Niveau. Auf der rechten Seite finden sich die entsprechenden Ergebnisse ohne dieses Diagramm bzw. dieser Diagramme. Die oberen Diagramme umfassen einen Energiebereich von der WW-Produktionsschwelle bei ungefähr 160 GeV bis zu einer Energie von 900 GeV. Die unteren Diagramme sollen das Verhalten der Wirkungsquerschnitte im Hochenergielimes verdeutlichen, die Energieskala reicht hier von 5 bis 10 TeV.

Da die Myonmasse wie bereits erwähnt zwar ungefähr zweihundertmal größer als die Elektronmasse, aber immer noch klein im Vergleich zur W-Masse ist, erwartet man keinen allzugroßen numerischen Effekt des Higgsaustauschs. In der Tat erkennt man im MSSM mit bloßem Auge keinen Unterschied zwischen den Kurven mit und ohne Berücksichtigung dieser Diagramme und zwar sowohl auf Born-Niveau, als auch auf Einschleifen-Niveau. Tatsächlich unterscheiden sich die Werte im Hochenergielimes nur in der vierten (Born-Niveau) bzw. dritten (Einschleifen-Niveau) signifikanten Kommastelle.

Auch im Standardmodell unterscheiden sich die Werte im Hochenergielimes auf Born-Niveau nur in der vierten signifikanten Kommastelle. Allerdings erkennt man schon mit bloßem Auge, dass auf Einschleifen-Niveau die Kurven ohne Higgsaustausch, sowohl bei der Produktionsschwelle, als auch im Hochenergielimes, über der entsprechenden Kurve mit Higgsaustausch liegt. Tatsächlich unterscheiden sich die Werte im Hochenergielimes in beiden Fällen um relative zehn bis dreißig Prozent.

Die Tatsache, dass die Wirkungsquerschnitte ohne Higgsaustausch größer als die mit Higgsaustausch sind, steht im Einklang mit der Erwartung, dass sich im ersten Fall der Wirkungsquerschnitt an eine von Null verschiedene Konstante, im zweiten Fall jedoch an Null annähern sollte. Allerdings ist der Effekt in diesem Prozess zu klein, um diese Unterschiede im Hochenergieverhalten direkt beobachten zu können.

Vergleicht man die Kurven für das SM mit den entsprechenden Kurven für das MSSM, so findet man für den gewählten Parametersatz eine Übereinstimmung bis zur siebten signifikanten Nachkommastelle für die Ergebnisse auf Born-Niveau, während sich die Ergebnisse aus Einschleifen-Niveau bereits in der zweiten (mit Higgsaustausch) bzw. teilweise sogar ersten (ohne Higgsaustausch) signifikanten Stelle unterscheiden.

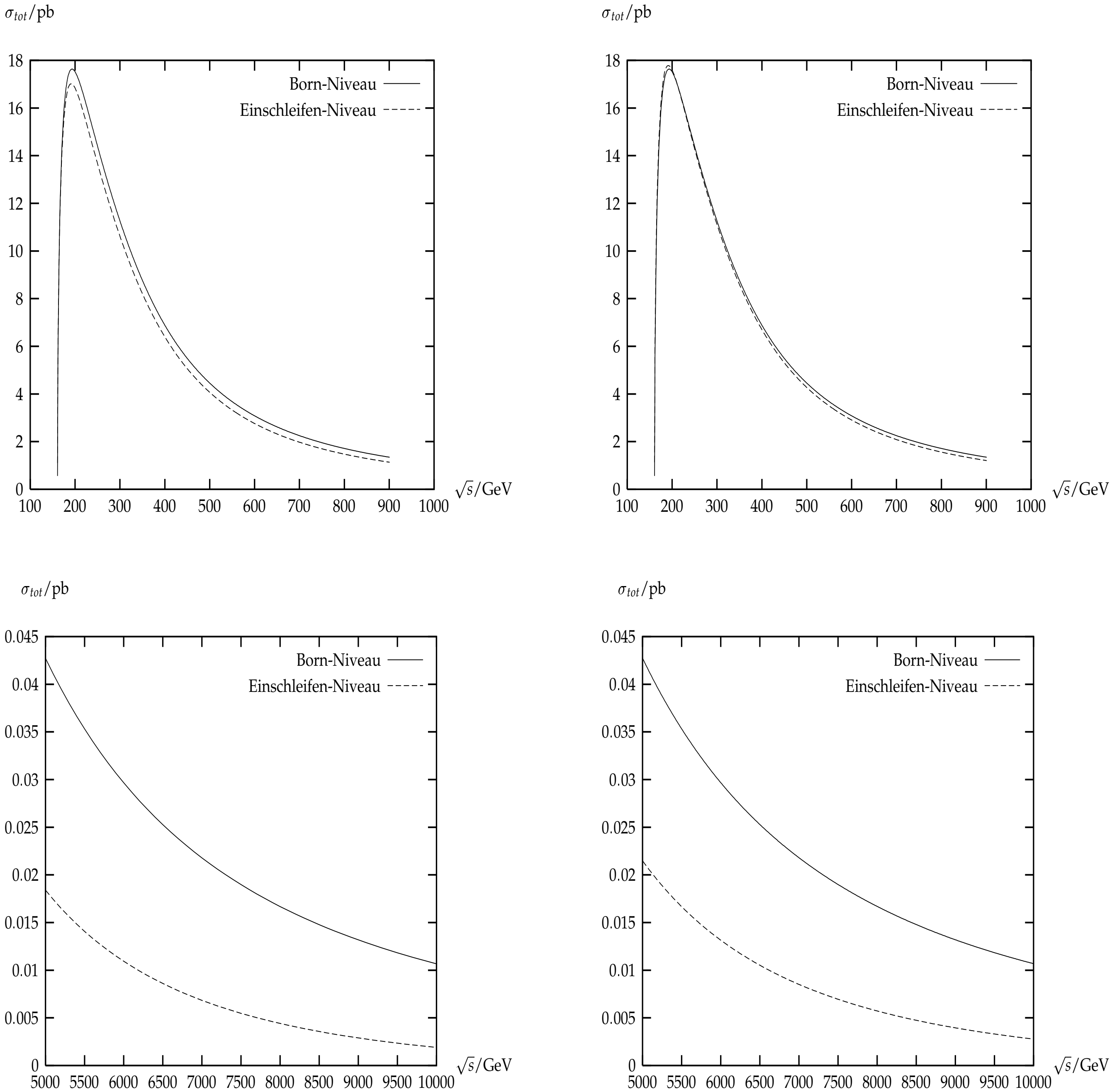


Abbildung 7.2: Totale Wirkungsquerschnitte für $\mu^+\mu^- \to W^+W^-$ im SM mit (linke Seite) und ohne (rechte Seite) Higgsaustausch.

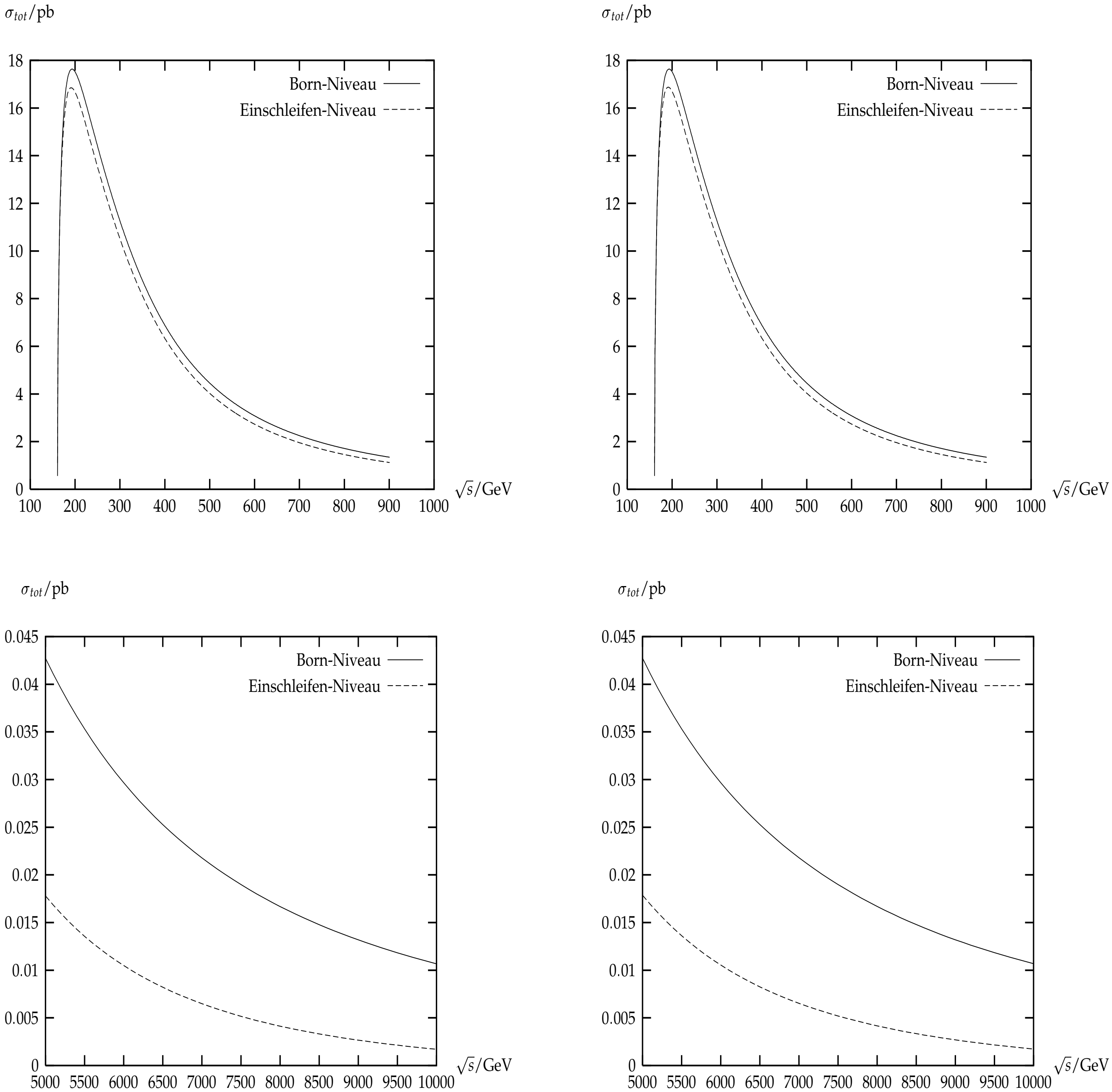


Abbildung 7.3: Totale Wirkungsquerschnitte für $\mu^+\mu^- \rightarrow W^+W^-$ im MSSM mit (linke Seite) und ohne (rechte Seite) Higgsaustausch.

7.2 $W^+W^- \to b\bar{b}$

In den Berechnungen, die für die Ergebnisse in diesem und im nächsten Abschnitt 7.3 durchgeführt wurden, wurden CP-verletzende Effekte vernachlässigt und die CKM-Matrix auf Eins gesetzt. Es wurden nur Quarks mit einer bestimmten Farbe berücksichtig, die sich für die betrachteten elektroschwachen Prozesse damit nur durch die unterschiedlichen Massen und Ladungen von den Leptonen unterscheiden .

Die Masse des bottom-Quarks beträgt mit 5 GeV zwischen sechs und sieben Prozent der W-Masse. Man erwartet hier daher größere Effekte als bei den Ergebnissen im letzten Kapitel.

Tatsächlich erkennt man sowohl im SM (Abbildung 7.4) als auch im MSSM (Abbildung 7.5), zumindest bei den Ergebnissen auf Einschleifen-Niveau, dass sich die Wirkungsquerschnitte mit (linke Seite der Abbildungen) und ohne (rechte Seite der Abbildungen) Higgsaustausch unterscheiden. Alle Kurven ohne Higgsaustausch weisen höhere Wirkungsquerschnitte auf, als die entsprechenden Kurven mit Higgsaustausch. Dies deckt sich im Hochenergielimes wiederum mit den Erwartungen.

Weiterhin ist auffällig, dass die Unterschiede zwischen den Diagrammen mit und ohne Higgsaustausch auf Einschleifen-Niveau merklich größer ausfallen als auf Born-Niveau. Diese Tatsache deckt sich mit der am Ende des letzten Kapitels diskutierten Erwartung, dass die Unitaritätsverletzungen auf Einschleifen-Niveau noch deutlicher ausfallen sollten als auf Born-Niveau.

Außerdem sieht man für den gewählten Parametersatz bei den Ergebnissen mit Higgsaustausch sowohl auf Born- als auch auf Einschleifen-Niveau eine gute Übereinstimmung zwischen SM und MSSM. Von den Kurven ohne Higgsaustausch stimmen dagegen nur die auf Born-Niveau sehr gut überein. Auf Einschleifen-Niveau stellt man fest, dass der oben erwähnte Unterschied zu den Ergebnissen mit Higgsaustausch im SM stärker ausgeprägt ist als im MSSM. Dies steht in Übereinstimmung mit der entsprechenden Diskussion zum Prozess $\mu^+\mu^- \to W^+W^-$ aus dem letzten Abschnitt.

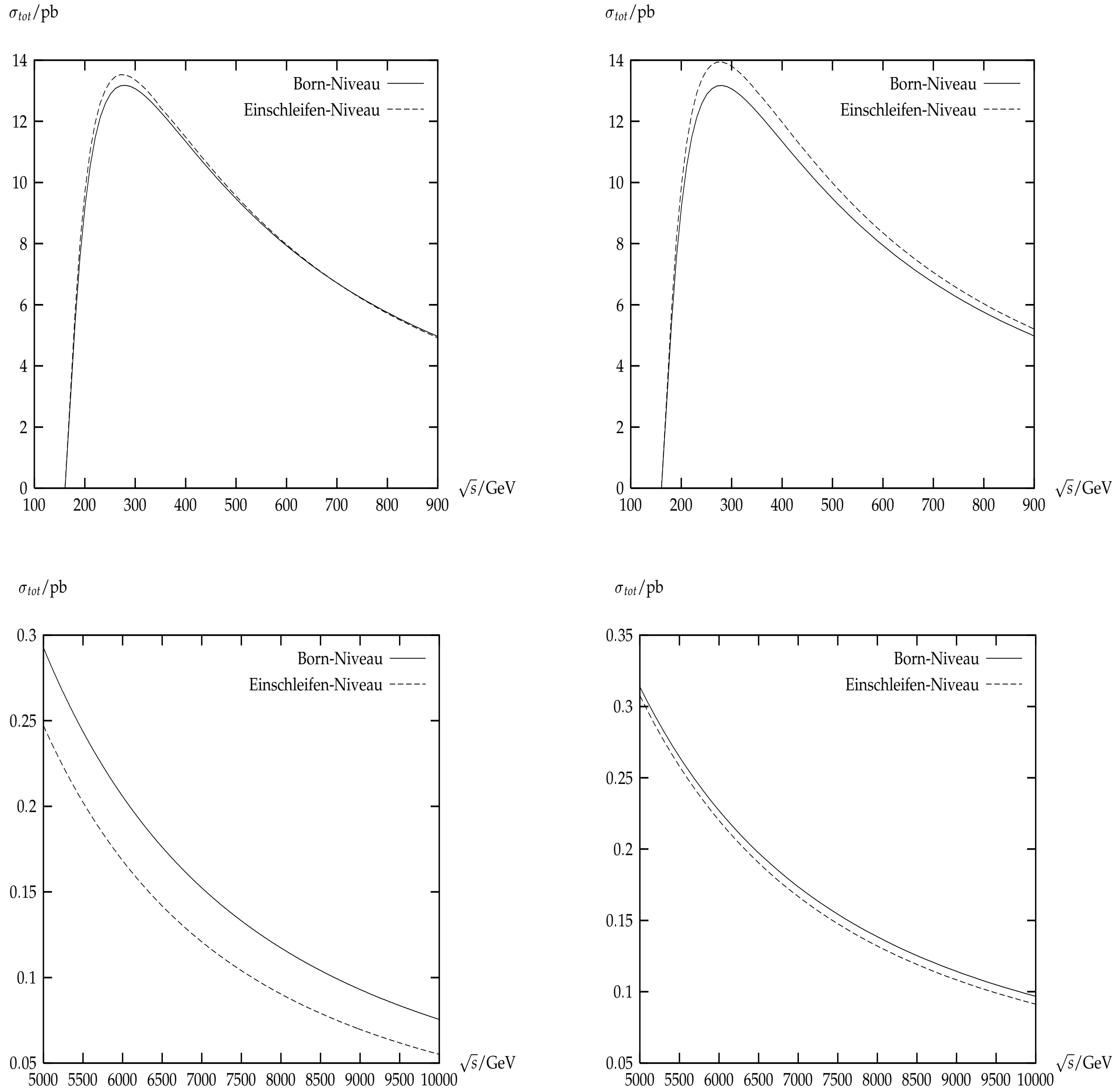


Abbildung 7.4: Totale Wirkungsquerschnitte für $W^+W^- \to b\bar{b}$ im SM mit (linke Seite) und ohne (rechte Seite) Higgsaustausch).

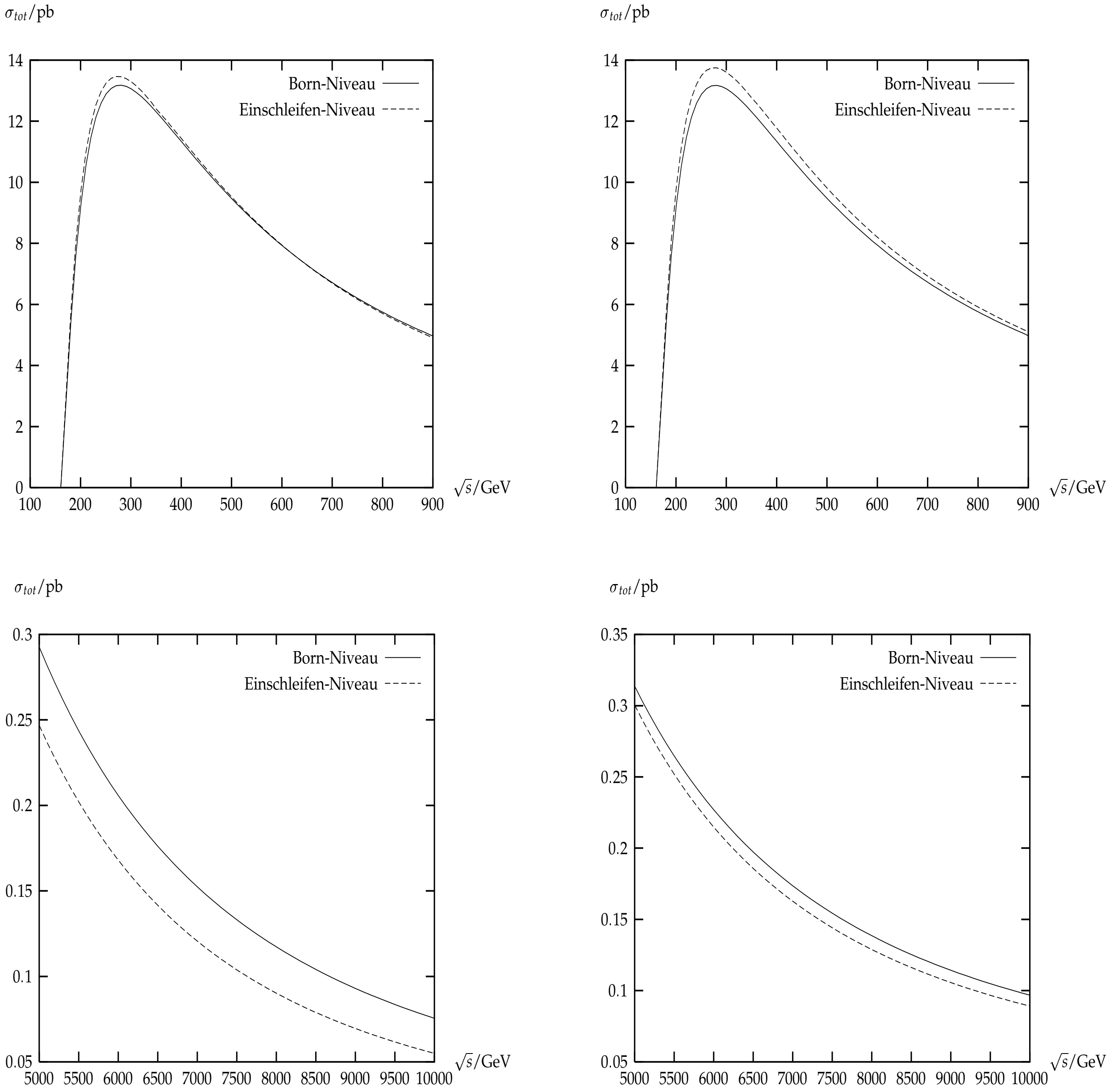


Abbildung 7.5: Totale Wirkungsquerschnitte für $W^+W^- \to b\bar{b}$ im MSSM mit (linke Seite) und ohne (rechte Seite) Higgsaustausch.

7.3 $W^+W^- \to t\bar{t}$

Das top-Quark hat eine Masse, die mit 174 GeV mehr als doppelt so groß ist wie die W-Masse. Man erwartet hier also große numerische Effekte des Higgsaustauschs auf den Wirkungsquerschnitt. Daher soll die Aussage vom Ende des letzten Kapitels, dass im MSSM die Unitaritätsschranken in höchster Ordnung in der Energie sowohl in Dimensionaler Reduktion als auch in Dimensionaler Regularisierung respektiert werden, anhand dieses Prozesses numerisch überprüft werden.

Die Schaubilder mit den Wirkungsquerschnitten im SM (Abbildung 7.6) sind wieder so wie in den letzten beiden Abschnitten angeordnet, während im MSSM (Abbildung 7.7) die beiden zusätzlichen Schaubilder in der letzten Zeile den Hochenergielimes des Wirkungsquerschnitts in Dimensionaler Regularisierung angeben. Es sei nochmal darauf hingewiesen, dass dieses Schema die Supersymmetrie bricht.

Sowohl im SM als auch im MSSM lassen sich tatsächlich bereits in der Nähe der tt-Produktionsschwelle deutliche Unterschiede zwischen dem Verlauf der Wirkungsquerschnitte in den Fällen mit und ohne Higgsaustausch erkennen. Dieser Unterschied wird noch deutlicher, wenn man sich den Hochenergieverlauf ansieht. Dort stellt man einen Unterschied von zwei Größenordnungen in den Wirkungsquerschnitten fest. Man kann gut erkennen, dass sich die Wirkungsquerschnitte ohne Higgsaustausch im SM mit wachsender Energie an Konstanten von etwa 13 pb (Born-Niveau) bzw. 14 pb (Einschleifen-Niveau) annähern. Auch hier zeigt sich auf Einschleifen-Niveau eine deutlichere Unitaritätsverletzung als auf Born-Niveau. Im Gegensatz dazu streben alle Wirkungsquerschnitte mit Higgsaustausch gegen Null. Der grundsätzliche Unterschied, dass der Wirkungsquerschnitt unter Berücksichtigung des Higgsaustausch gegen Null geht, ohne Berücksichtigung des Higgsaustauschs aber gegen eine von Null verschiedenen Konstante, lässt sich hier also tatsächlich beobachten.

Auch bei diesem Prozess ist der augenfälligste Unterschied zwischen dem SM und dem MSSM die Diskrepanz der Kurven ohne Higgsaustausch auf Einschleifen-Niveau. Wiederum ist die Unitaritätsverletzung im SM stärker ausgeprägt als im MSSM. Dieser Unterschied scheint aber nicht an Unterschieden zwischen Dimensionaler Regularisierung und Dimensionaler Reduktion zu liegen, da er noch ausgeprägter wird, wenn man im MSSM Dimensionale Regularisierung anstelle der Dimensionalen Reduktion verwendet.

Abschließend kann man also vermerken, dass die numerischen Effekte, die aus der Unitaritätsverletzung resultieren, wie erwartet mit der Fermionmasse ansteigen. Darüberhinaus werden diese Effekte auf Einschleifen-Niveau im Vergleich zum Born-Niveau eher größer. Ausserdem scheinen sie im SM stärker ausgeprägt zu sein als im MSSM, wobei dieser Unterschied wohl nicht von den unterschiedlichen Regularisierungsmethoden der Dimensionalen Regularisierung bzw. Dimensionalen Reduktion herrührt.

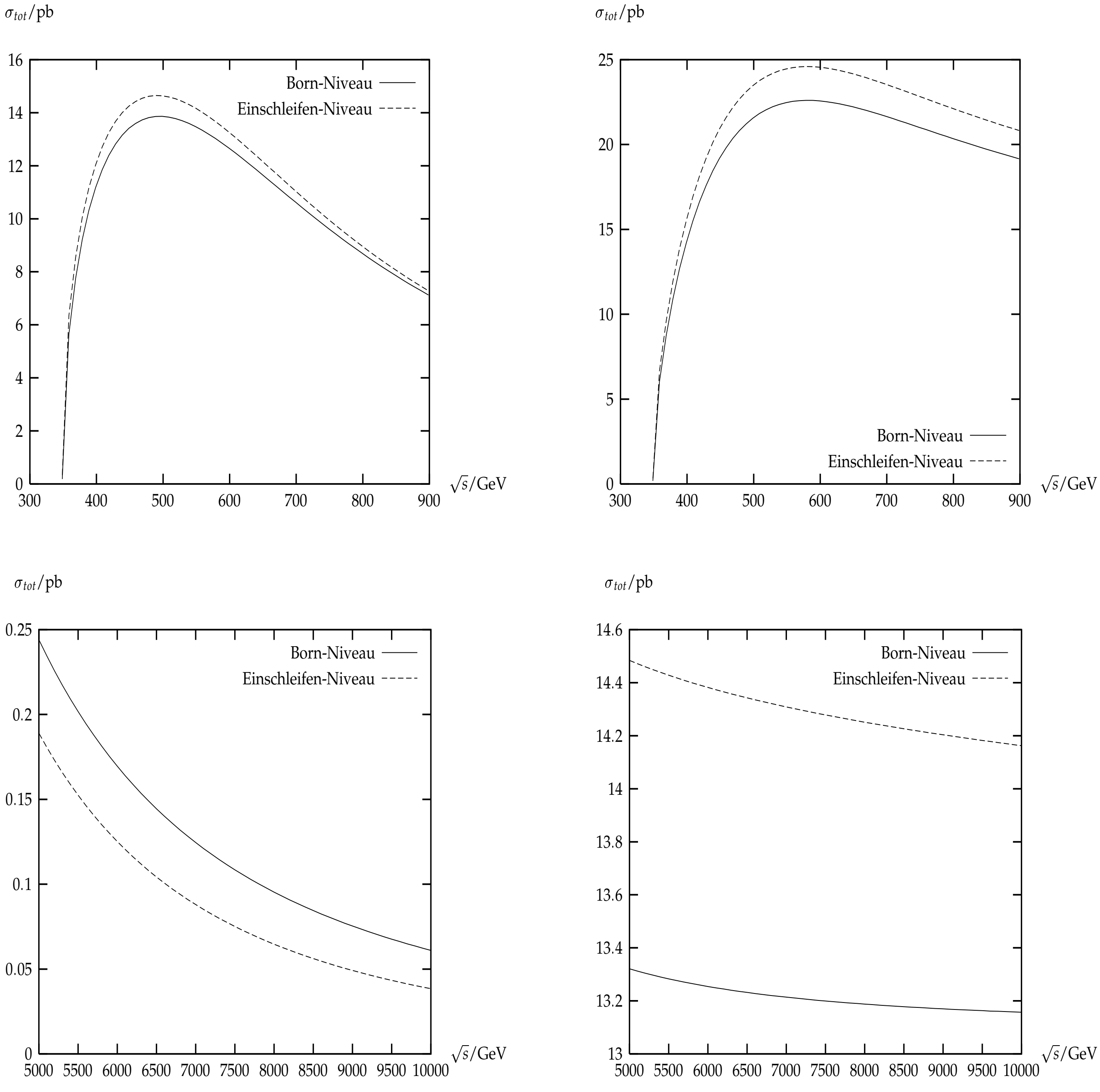


Abbildung 7.6: Totale Wirkungsquerschnitte für $W^+W^- \to t\bar{t}$ im SM mit (linke Seite) und ohne (rechte Seite) Higgsaustausch.

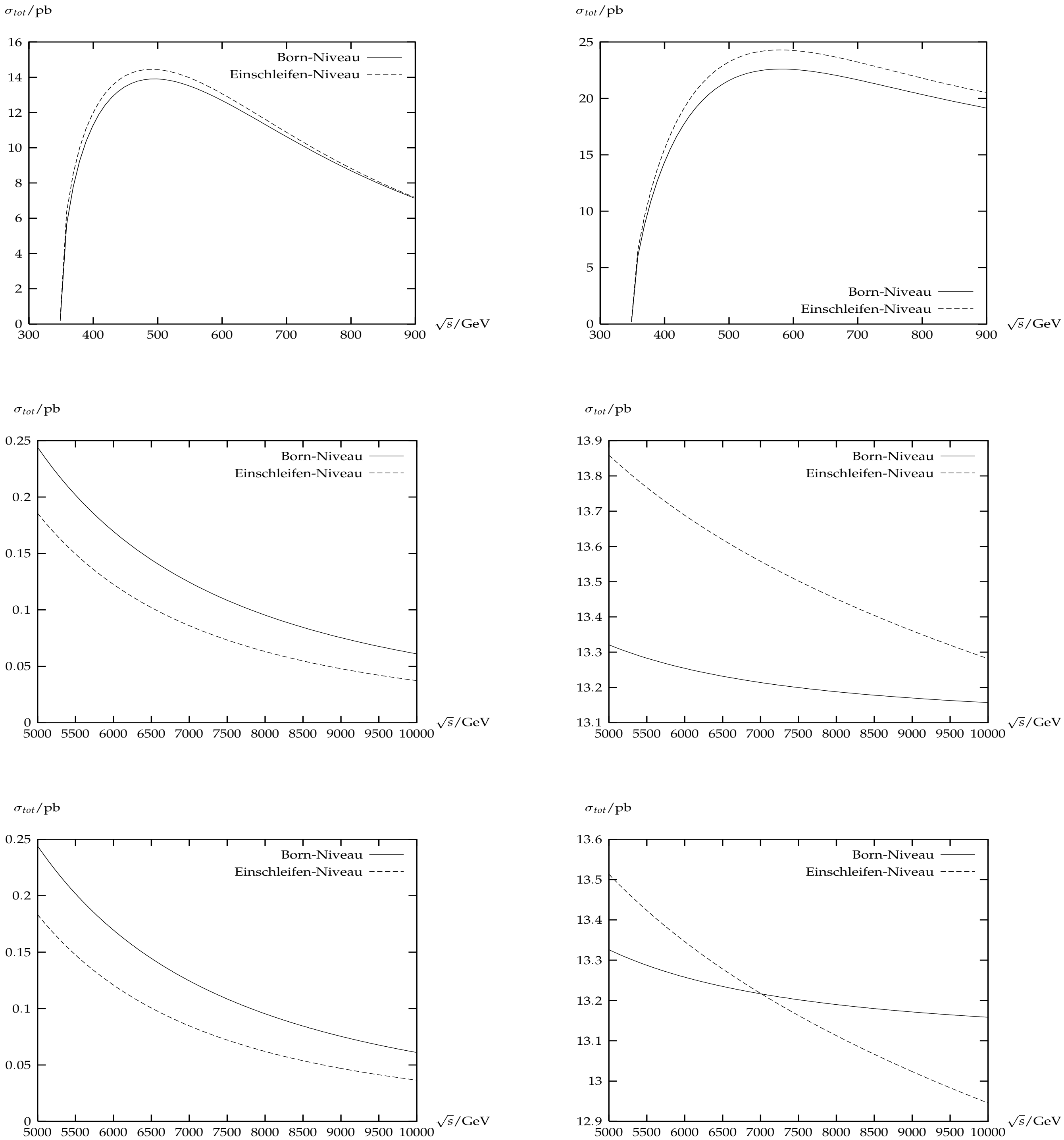


Abbildung 7.7: Totale Wirkungsquerschnitte für $W^+W^- \to t\bar{t}$ im MSSM mit (linke Seite) und ohne (rechte Seite) Higgsaustausch. Die beiden Diagramme in der untersten Zeile wurden in Dimensionaler Regularisierung, alle anderen in Dimensionaler Reduktion berechnet.

Kapitel 8

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden Unitaritätsschranken in Prozessen mit äußeren longitudinalen Vektorbosonen untersucht. Diese Untersuchung beschränkte sich erstmalig nicht auf die niedrigste Ordnung Störungstheorie, sondern wurde auf die Einschleifenordnung ausgedehnt.

In Kapitel 3 wurde gezeigt, dass in allgemeinen quantenfeldtheoretischen Modellen die Unitaritätsschranken in Prozessen mit äußeren longitudinalen Vektorbosonen im Allgemeinen verletzt sind, außer in solchen Modellen, deren Kopplungskonstanten gewisse Relationen erfüllen. Diese Relationen wurden in niedrigster Ordnung in Kapitel 3 abgeleitet. Sie waren teilweise schon aus der dort angegebenen Literatur bekannt (Gleichungen (2.30), (2.31), (3.14), (3.18)) teilweise wurden sie erstmals aufgestellt (Gleichungen (3.15), (3.16), (3.17)).

In den Kapiteln 4 und 5 wurde gezeigt, dass in zwei der zur Zeit aktuellen Modellen der Elementarteilchenphysik, dem Standardmodell (SM) und dem Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell (MSSM), die zur Klasse der spontan gebrochenen Eichsymmetrien gehören, die eben erwähnten Bedingungen erfüllt sind. Dabei wurde hervorgehoben, dass die Higgs-Sektoren der beiden Modelle dabei eine wichtige Rolle spielen.

In Kapitel 6 wurde für den speziellen Prozess der W-Paarerzeugung durch Vernichtung massiver Fermionen das Hochenergieverhalten auf Einschleifen-Niveau untersucht. In diesem Kapitel wurden wiederum Bedingungen abgeleitet, die gewährleisten, dass Unitaritätsverletzung in höchster Ordnung in der Energie nicht auftritt, es also keine Beiträge zur Einschleifen-Amplitude gibt, die im Hochenergielimes proportional zum Quadrat der Schwerpunktsenergie anwachsen. Es stellte sich heraus, dass sich diese Bedingungen auf die Bedingungen aus Kapitel 3 zurückführen lassen. Nach der Diskussion aus den Kapiteln 4 und 5 ergab sich somit, dass im SM und im MSSM auch auf Einschleifen-Niveau keine Unitaritätsverletzung auftritt. Darüberhinaus wurde gezeigt, dass die Bedingungen unabhängig davon sind, ob man die Regularisierungsmethode der Dimensionalen Regularisierung oder die der Dimensionalen Reduktion wählt. Beide Regularisierungsschemata geben für den hier betrachteten Prozess also zumindest in höchster Ordnung ein akzeptables Hochenergieverhalten.

Im abschließenden Kapitel 7 wurde anhand der drei Prozesse $\mu^+\mu^- \rightarrow W^+W^-$, $W^+W^- \rightarrow b\bar{b}$ und $W^+W^- \rightarrow t\bar{t}$ die Rolle des Higgs-Sektors bei der Erfüllung der oben genannten Bedingungen quantitativ beleuchtet, indem für diese Prozesse totale Wirkungsquerschnitte einmal mit und einmal ohne Higgsaustausch berechnet wurden. Dabei zeigte es sich, dass die Effekte wie erwartet mit der Fermionmasse ansteigen und dass ohne Higgsaustausch die Unitaritätsverletzungen auf Einschleifen-Niveau im Vergleich zum Born-Niveau numerisch stärker ausgeprägt sind. Darüberhinaus ließ sich erkennen, dass diese Effekte im SM eine größere Auswirkung haben als im MSSM.

Anhang A

Feynmanregeln

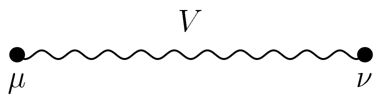
Aus der Lagrangedichte (2.22) aus Kapitel 2 können die folgenden Feynmanregeln abgeleitet werden (alle Impulse werden als einlaufend betrachtet). Dabei bezeichnen

- F die Fermionen,
- V die Vektorteilchen und
- S die skalaren Teilchen
  der Theorie.

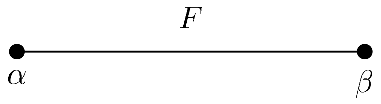
Im SM bzw. MSSM können dabei die folgenden Teilchen auftreten.

- Fermionen
  SM: Leptonen und Quarks.
  MSSM: Leptonen,Quarks, Charginos und Neutralinos.
- Vektorteilchen und Geister
  SM: Photon, W-Bosonen und Z-Boson.
  MSSM: Photon, W-Bosonen und Z-Boson.
- Skalare
  SM: Die Teilchen des Higgsdubletts.
  MSSM :Die Teilchen der beiden Higgsdubletts und die Sfermionen.

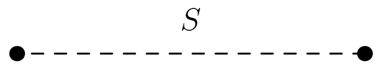
A.1 Propagatoren



$$= \frac{-i\left(g^{\mu\nu}-\frac{p^{\mu}p^{\nu}}{M_V^2}\right)}{p^2-M_V^2+i\epsilon}$$

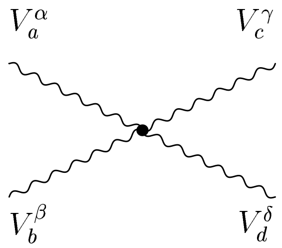


$$= \left(\frac{i(\not{p}+M)}{p^2-M^2+i\epsilon}\right)_{\alpha\beta}$$

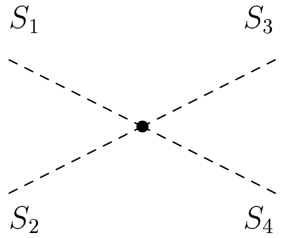


$$= \frac{i}{p^2-M^2+i\epsilon}$$

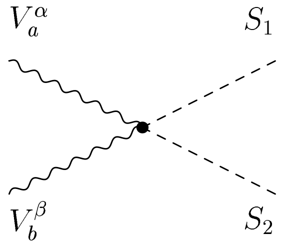
A.2 Vertizes



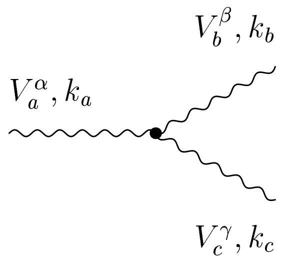
$$
\begin{aligned}
&= iC^{V_a V_b V_c V_d} g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} \\
&\quad + iC^{V_a V_c V_b V_d} g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} \\
&\quad + iC^{V_a V_d V_c V_b} g^{\alpha\delta} g^{\gamma\beta}
\end{aligned}
$$



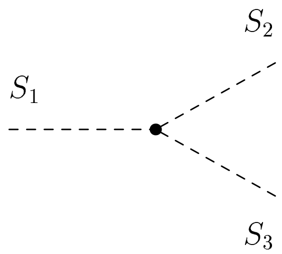
$$= iC^{S_1 S_2 S_3 S_4}$$



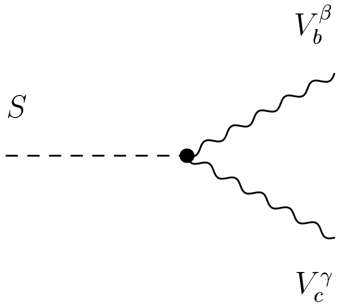
$$= iC^{V_a V_b S_1 S_2} g^{\alpha\beta}$$



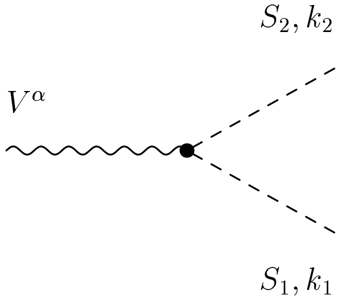
$$
\begin{aligned}
&= iC^{V_a V_b V_c} \{ g^{\alpha\beta} (k_a - k_b)^\gamma + \\
&\quad + g^{\beta\gamma} (k_b - k_c)^\alpha + g^{\gamma\alpha} (k_c - k_a)^\beta \}
\end{aligned}
$$



$$= iC^{S_1 S_2 S_3}$$



$$= iC^{SV_aV_b} g^{\alpha\beta}$$

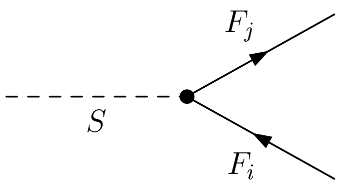


$$= i(C^{V_aS_1S_2}(k_1 - k_2)^\alpha +$$

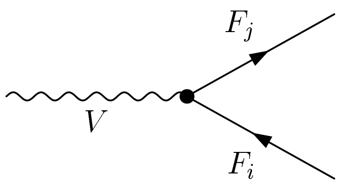
$$+iD^{V_aS_1S_2}(k_1 + k_2)^\alpha$$

$$C^{V_aS_1S_2} = \frac{A^{V_aS_1S_2} - A^{V_aS_2S_1}}{2}$$

$$D^{V_aS_1S_2} = \frac{A^{V_aS_1S_2} + A^{V_aS_2S_1}}{2}$$



$$= i(C_L^{S\bar{F}_jF_i} \tfrac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{S\bar{F}_jF_i} \tfrac{1+\gamma_5}{2})$$



$$= i\gamma^\mu(C_L^{V\bar{F}_jF_i} \tfrac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{V\bar{F}_jF_i} \tfrac{1+\gamma_5}{2})$$

Anhang B

Explizite Ergebnisse der Bornamplituden

In diesem Anhang werden die führenden Ordnungen im Hochenergielimes der Amplituden für die Bornapproximation der Prozesse aus Kapitel 3 angegeben. Die Nummerierung der einzelnen Diagramme entspricht der Nummerierung in den Abbildungen 3.1, 3.2 und 3.3.

B.1 $F_i\bar{F}_j \to V^a V^b$

Diagramm 1:

$$M_1 = -\frac{1}{2M_aM_b}\sum_S \bar{v}_j \left(C_L^{-S\bar{F}_jF_i}\frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{-S\bar{F}_jF_i}\frac{1+\gamma_5}{2}\right) C^{SV_aV_b} u_i.$$

Diagramm 2:

$$\begin{aligned} M_2 = \; & \frac{1}{M_aM_b}\sum_V \left[\bar{v}_j \not{k}_a \left(C_L^{-V\bar{F}_jF_i}\frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{-V\bar{F}_jF_i}\frac{1+\gamma_5}{2}\right) C^{V_aV_bV} u_i \right.\\ & + \frac{1}{2}M_j\left(1-\frac{M_b^2-M_a^2}{2M_V^2}\right)\bar{v}_j\left(C_L^{-V\bar{F}_jF_i}\frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{-V\bar{F}_jF_i}\frac{1+\gamma_5}{2}\right) C^{V_aV_bV} u_i + \\ & \left. -\frac{1}{2}M_i\left(1-\frac{M_b^2-M_a^2}{2M_V^2}\right)\bar{v}_j\left(C_R^{-V\bar{F}_jF_i}\frac{1-\gamma_5}{2} + C_L^{-V\bar{F}_jF_i}\frac{1+\gamma_5}{2}\right) C^{V_aV_bV} u_i\right]. \end{aligned}$$

Diagramm 3:

$$\begin{aligned} M_3 &= \frac{1}{M_a M_b} \sum_F \Bigg[\bar{v}_j \not{k}_a \left(C_L^{V_a \bar{F}_j F} C_L^{V_b \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{V_a \bar{F}_j F} C_R^{V_b \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) u_i \\ &\quad - M_i \bar{v}_j \left(C_L^{V_a \bar{F}_j F} C_L^{V_b \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} + C_R^{V_a \bar{F}_j F} C_R^{V_b \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} \right) u_i \\ &\quad + M_F \bar{v}_j \left(C_L^{V_a \bar{F}_j F} C_R^{V_b \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} + C_R^{V_a \bar{F}_j F} C_L^{V_b \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} \right) u_i \Bigg]. \end{aligned}$$

Diagramm 4:

$$\begin{aligned} M_4 &= \frac{1}{M_a M_b} \sum_F \Bigg[-\bar{v}_j \not{k}_a \left(C_L^{V_b \bar{F}_j F} C_L^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{V_b \bar{F}_j F} C_R^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) u_i \\ &\quad - M_j \bar{v}_j \left(C_L^{V_b \bar{F}_j F} C_L^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{V_b \bar{F}_j F} C_R^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) u_i \\ &\quad + M_F \bar{v}_j \left(C_L^{V_b \bar{F}_j F} C_R^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} + C_R^{V_b \bar{F}_j F} C_L^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} \right) u_i \Bigg]. \end{aligned}$$

B.2 $F_i \bar{F}_j \to V^a S_1$

Diagramm 1:

$$M_1 = -\frac{1}{M_a} \sum_S \bar{v}_j \left(C_L^{-S \bar{F}_j F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{-S \bar{F}_j F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) C^{V_a S S_1} u_i.$$

Diagramm 2:

$$\begin{aligned} M_2 &= -\frac{1}{2 M_a M_V^2} \sum_S \Bigg[m_j \bar{v}_j \left(C_L^{-V \bar{F}_j F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{-V \bar{F}_j F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) C^{S_1 V V_a} u_i + \\ &\quad - m_i \bar{v}_j \left(C_R^{-V \bar{F}_j F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_L^{-V \bar{F}_j F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) C^{S_1 V V_a} u_i \Bigg]. \end{aligned}$$

Diagramm 3:

$$M_3 = -\frac{1}{M_a} \sum_F \bar{v}_j \left(C_R^{V_a \bar{F}_j F} C_L^{S_1 \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_L^{V_a \bar{F}_j F} C_R^{S_1 \bar{F} F_i} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) u_i.$$

Diagramm 4:

$$M_4 = \frac{1}{M_a} \sum_F \bar{v}_j \left(C_L^{S_1 \bar{F}_j F} C_L^{V_a \bar{F} F_i} \frac{1-\gamma_5}{2} + C_R^{S_1 \bar{F}_i F} C_R^{V_a \bar{F} F_j} \frac{1+\gamma_5}{2} \right) u_i.$$

B.3 $S_1S_2 \to V^aV^b$

Diagramm 1:

$$M = -\frac{u+t}{2M_aM_b}C^{S_1S_2V_aV_b}.$$

Diagramm 2:

$$M = \frac{u-t}{2M_aM_b}\sum_V C^{-VS_1S_2}C^{V_aV_bV} + s\frac{M_a^2-M_b^2}{2M_V^2M_aM_b}\sum_V D^{-VS_1S_2}C^{V_aV_bV}.$$

Diagramm 3:

$$M = \frac{t}{M_aM_b}\sum_S C^{V_aS_1S}C^{V_bSS_2}.$$

Diagramm 4:

$$M = \frac{u}{M_aM_b}\sum_S C^{V_bS_1S}C^{V_aSS_2}.$$

Diagramm 5:

$$M = \frac{t}{M_aM_b}\sum_V \frac{1}{M_V^2}C^{S_1V_aV}C^{S_2VV_b}.$$

Diagramm 6:

$$M = \frac{u}{M_aM_b}\sum_V \frac{1}{M_V^2}C^{S_1V_bV}C^{S_2VV_a}.$$

Anhang C

Einschleifenintegrale

C.1 Dimensionale Regularisierung und Dimensionale Reduktion

Bei der Berechnung von Schleifenintegralen muss über die Schleifenimpulse integriert werden. Dabei können divergente Integrale auftreten, was die Einführung einer Regularisierungsmethode erfordert.

Im SM wählt man hierzu die Methode der Dimensionalen Regularisierung (DimReg) [56]. Sie besteht darin, dass man die Dimension der auftretenden Felder und Impulse zu beliebigen komplexen Werten fortsetzt und die auftretenden Integrale nicht in 4, sondern in $4-\epsilon$ Dimensionen berechnet und anschließend ϵ gegen 0 gehen lässt. Genauer ersetzt man das Integrationsmaß durch

$$\int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \to \mu^{4-D} \int \frac{d^Dq}{(2\pi)^D},$$

wobei μ eine beliebige Referenzmasse ist, die dafür sorgt, dass die Massendimension des Integrals erhalten bleibt.

Im MSSM steht man vor dem Problem, dass Dimensionale Regularisierung die Supersymmetrie bricht. Dies lässt sich damit begründen, dass eine Abänderung der Raum-Zeit-Dimension auch eine Abänderung der D Komponenten eines Vektorfeldes bewirkt, während es im Fermionsektor zu keiner entsprechenden Änderung kommt. Daher müsste man in jeder Ordnung Störungstheorie SUSY durch die Einführung von nicht-invarianten Countertermen restaurieren [57].

Alternativ dazu verwendet man auf Einschleifen-Niveau die Methode der Dimensionalen Reduktion(DimRed) [58]. In ihr werden nur die Impulse und Ortsableitungen in

Ausdruck	**DimReg**	**DimRed**
$\gamma^\mu\gamma_\mu$	D	4
$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu$	$-(D-2)\gamma^\nu$	$-2\gamma^\nu$
$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma_\mu$	$4g^\nu\rho-(4-D)\gamma^\nu\gamma^\rho$	$4g^\nu\rho$
$\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma_\mu$	$-2\gamma^\sigma\gamma^\rho\gamma^\nu+(4-D)\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma$	$-2\gamma^\sigma\gamma^\rho\gamma^\nu$

Tabelle C.1: Unterschiede zwischen DimReg und DimRed

D Dimension behandelt, während metrischer Tensor, Gamma-Matrizen, Vektorfelder und ϵ-Tensoren vierdimensional belassen werden.

In diesem Verfahren wurden mathematische Inkonsistenzen in höheren Ordnungen entdeckt [59,60], auf Einschleifen-Niveau jedoch nicht, so dass es in praktischen Berechnungen von Einschleifenkorrekturen Anwendung findet.

Die Unterschiede in den Methoden führen zu unterschiedlichen Ergebnissen für Terme der Form

$$\gamma^\alpha \not{a}\not{b}\not{c}\ldots\gamma_\alpha.$$

wie in Tabelle C.1 gezeigt.

C.2 Definition und Kovariantenzerlegung

In den Einschleifenamplituden treten in den obigen Regularisierungsschemata N-Punkt-Tensorintegrale auf. Das allgemeine N-Punkt-Tensorintegral ist definiert als

$$\begin{aligned} & T^N_{\mu_1\cdots\mu_M}(p_1,\cdots,p_{N-1},m_0,\cdots,m_{N-1}) \\ &= \frac{(2\pi)^{4-D}}{i\pi^2}\int d^Dq \frac{q_{\mu_1}\cdots q_{\mu_m}}{D_0\,D_1\cdots D_{N-1}} \end{aligned} \tag{C.1}$$

mit

$$\begin{aligned} D_0 &= q^2-m_0^2+i\epsilon \\ D_1 &= (q+p_1)^2-m_1^2+i\epsilon \\ &\cdots \\ D_{N-1} &= (q+p_{N-1})^2-m_{N-1}^2+i\epsilon \end{aligned}$$

Im Falle von $N=1,2,3,4,\ldots$ bezeichnet man die entsprechenden Integrale mit $T^N = A,B,C,D,\ldots$.

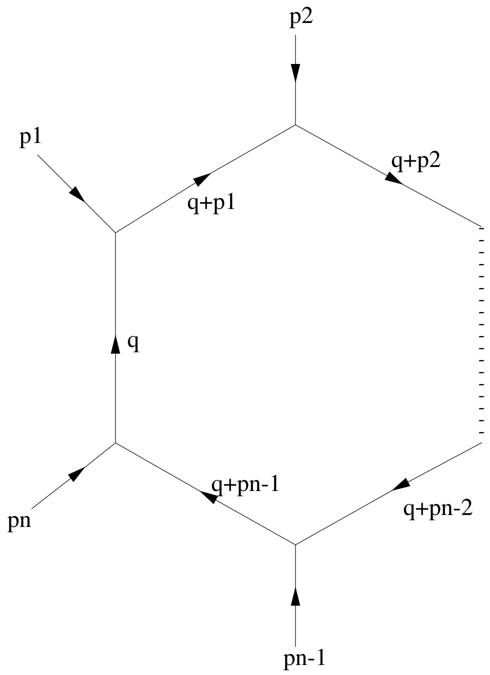


Abbildung C.1: Graphische Interpretation des allgemeine N-Punkt-Tensorintegrals

Im Falle $M = 0$ spricht man von skalaren Integralen A_0, B_0, C_0, $D_0, \ldots$ andernfalls entsprechend von Tensorintegralen.

Tensorintegrale kann man entsprechend ihrer Lorentzstruktur in die relativistischen Invarianten p_i^μ und $g_{\mu\nu}$ zerlegen:

$$B_\mu =: B_1 p_{1\mu}, \tag{C.2}$$

$$B_{\mu\nu} =: B_{00} g_{\mu\nu} + B_{11} p_{\mu,1} p_{1\nu}, \tag{C.3}$$

$$C_\mu =: \sum_{i=1}^{2} C_i p_{i\mu}, \tag{C.4}$$

$$C_{\mu\nu} =: \sum_{i,j=1}^{2} C_{ij} p_{i\mu} p_{j\nu} + C_{00} g_{\mu\nu}, \tag{C.5}$$

$$C_{\mu\nu\rho} =: \sum_{i,j,k=1}^{2} C_{ijk} p_{i\mu} p_{j\nu} p_{k\rho} + \sum_{i=1}^{2} C_{00i} [g_{\mu\nu} p_i \rho + g_{\nu\rho} p_{i\mu} + g_{\mu\rho} p_{i\nu}], \tag{C.6}$$

$$D_\mu =: \sum_{i=1}^{3} D_i p_{i\mu}, \tag{C.7}$$

$$D_{\mu\nu} =: \sum_{i,j=1}^{3} D_{ij} p_{i\mu} p_{j\nu} + D_{00} g_{\mu\nu}, \tag{C.8}$$

$$D_{\mu\nu\rho} \quad =: \quad \sum_{i,j,k=1}^{3} D_{ijk} p_{i\mu} p_{j\nu} p_{k,\rho} + \sum_{i=1}^{3} D_{00i} [g_{\mu\nu} p_i \rho + g_{\nu\rho} p_{i\mu} + g_{\mu\rho} p_{i\nu}], \tag{C.9}$$

etc.

Anhang D

Diagramme für $\bar{l}l \to W^+W^-$

In diesem Kapitel werden sämtliche generischen Einschleifen- und Countertermdiagramme für den Prozess $\bar{l}l \to W^+W^-$ angegeben. Dabei bezeichnen

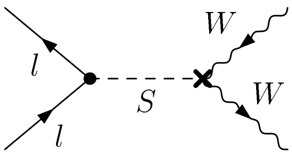
- l die äußeren Leptonen,
- W die äußeren W-Bosonen,
- F die Fermionen,
  sowie
- V die Vektorteilchen,
- G die Fadeev-Popov-Geister,
  und
- S die skalaren Teilchen
  der Theorie.

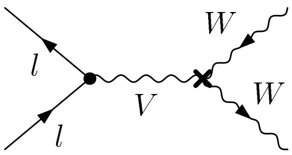
Aus diesen generischen Diagrammen erhält man die Diagramme im SM und MSSM, indem man für F,V,G und S die Fermionen, Vektorteilchen, Geister und Skalare des jeweiligen Modells einsetzt. Dies sind

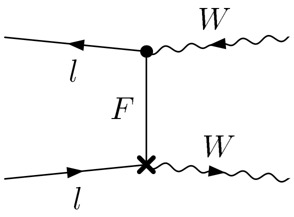
- Fermionen
  SM: Leptonen und Quarks.
  MSSM: Leptonen,Quarks, Charginos und Neutralinos.
- Vektorteilchen und Geister
  SM: Photon, W-Bosonen und Z-Boson und die dazugehörigen Geister.
  MSSM: Photon, W-Bosonen und Z-Boson und die dazugehörigen Geister.

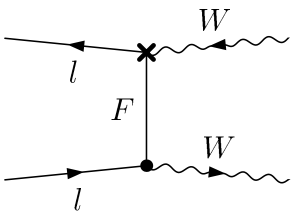
- Skalare
  SM: Die Teilchen des Higgsdubletts.
  MSSM :Die Teilchen der beiden Higgsdubletts und die Sfermionen.

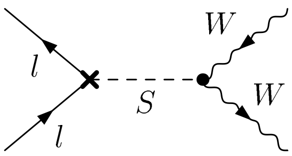
D.1 Countertermdiagramme

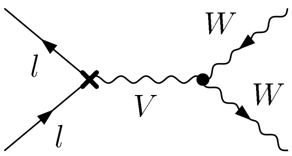




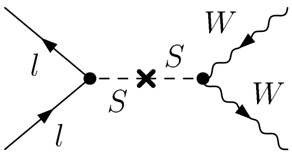


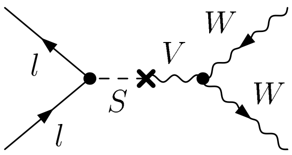


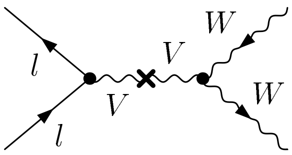


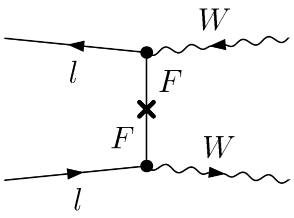


T3 G1 N4

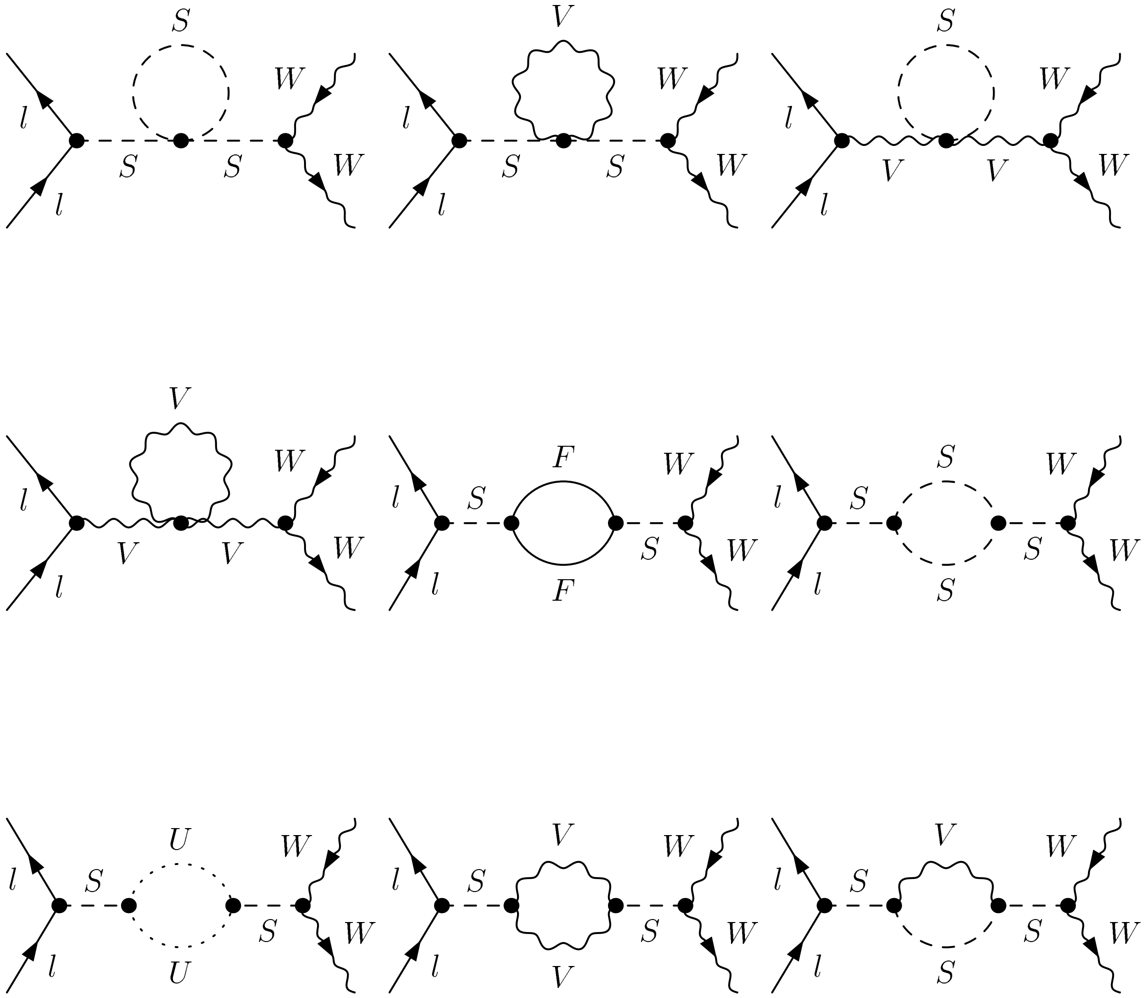


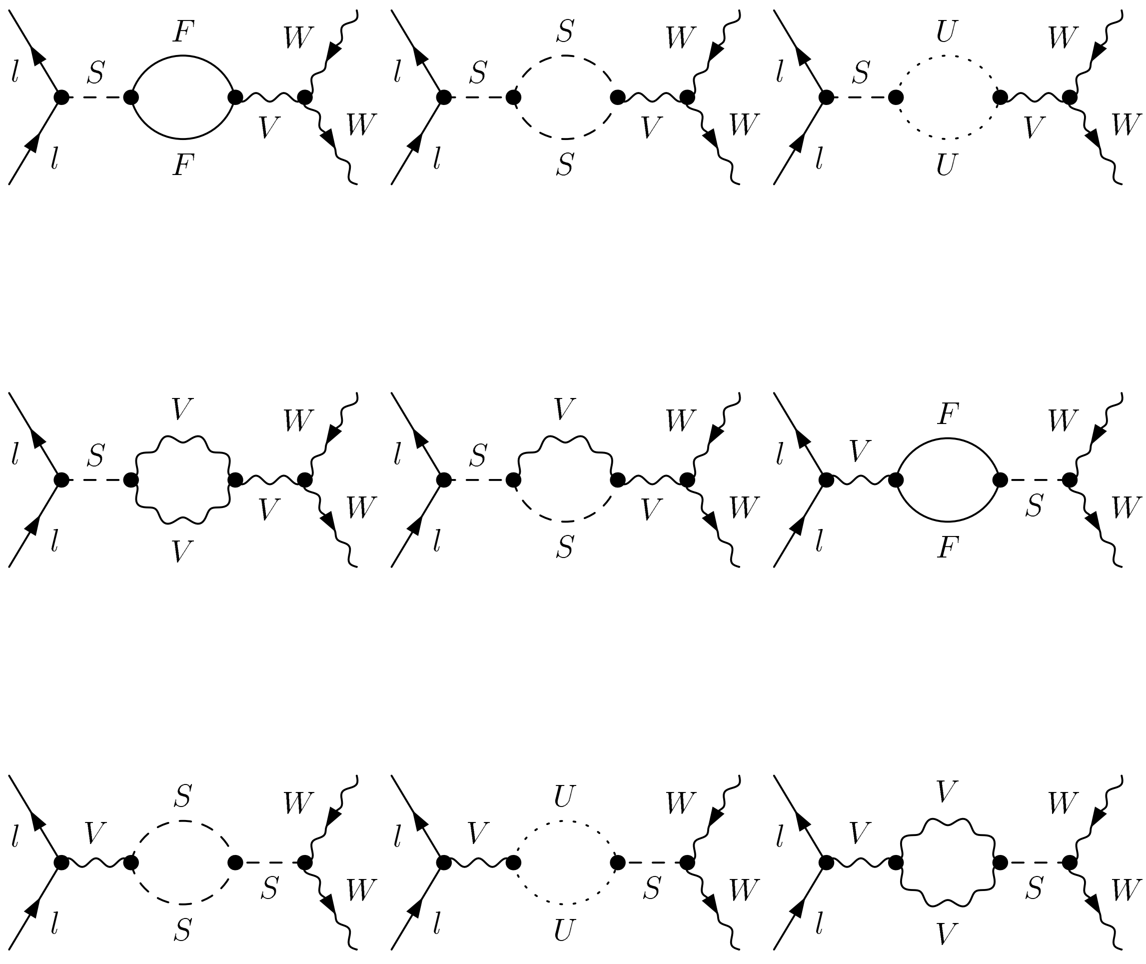


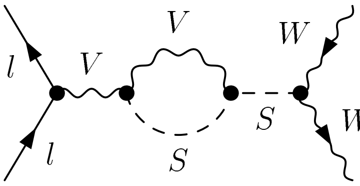


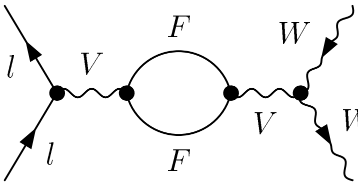


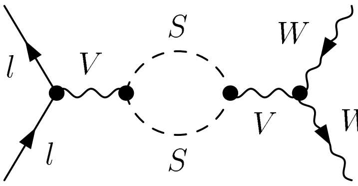
D.2 Selbstenergiediagramme

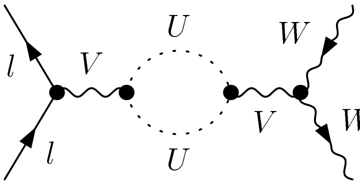


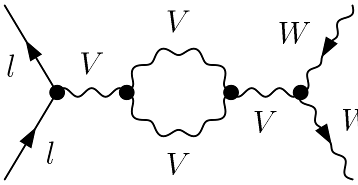

l l S F F V W W
l l S S S V W W
l l S U U V W W
l l S V V V W W
l l S V S V W W
l l V F F S W W
l l V S S S W W
l l V U U S W W
l l V V V S W W

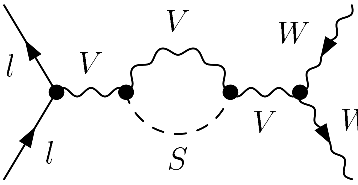

V
W
l
V
S
W
l
S

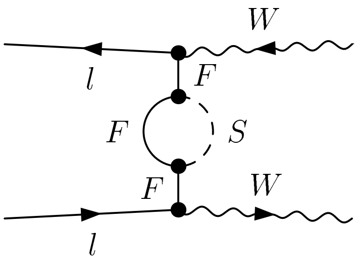

F
W
l
V
V
W
l
F

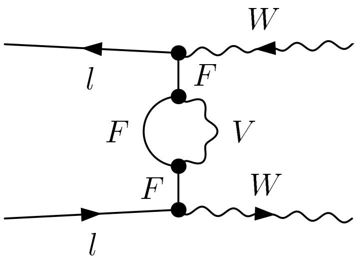

S
W
l
V
V
W
l
S


U
W
l
V
V
W
l
U

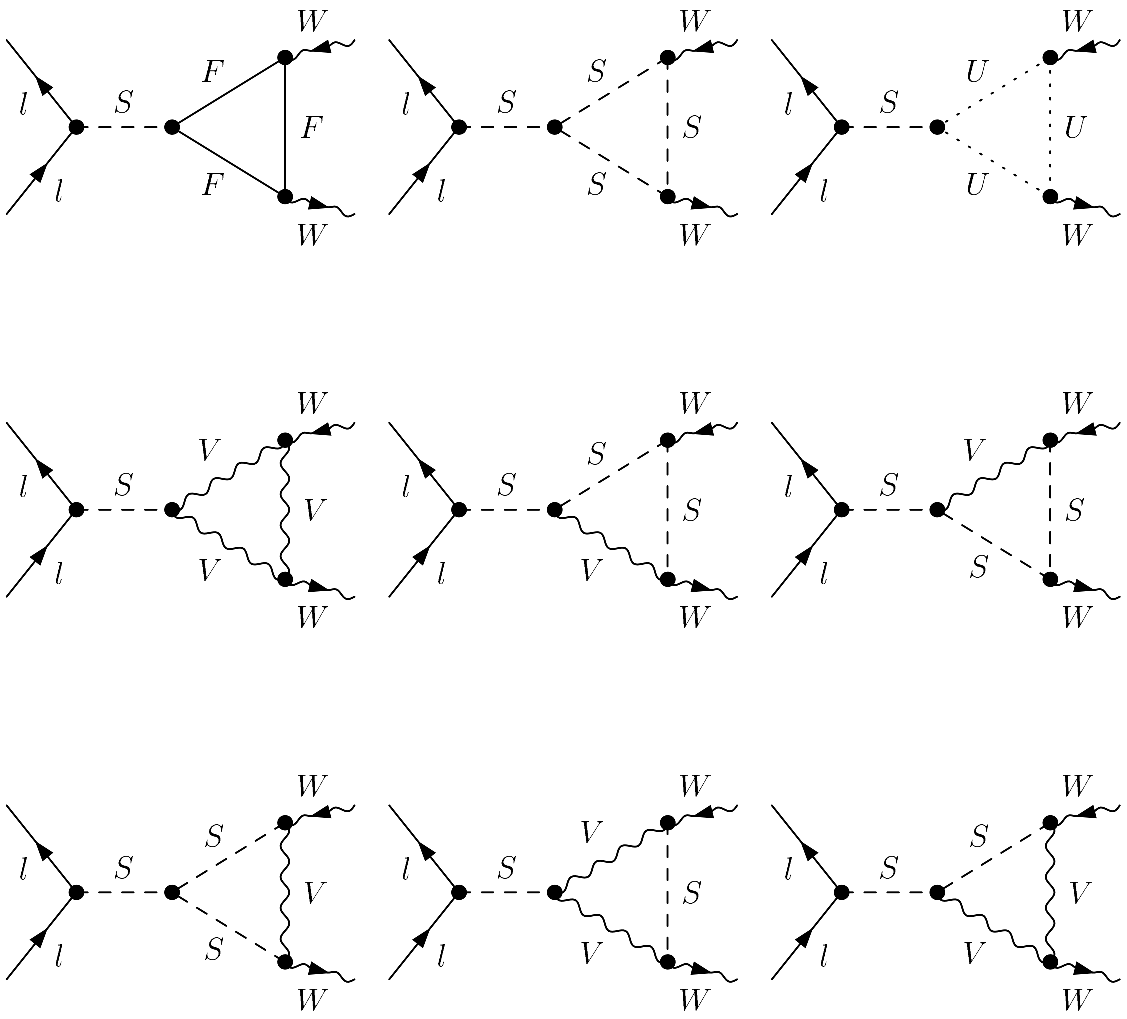

V
W
l
V
V
W
l
V

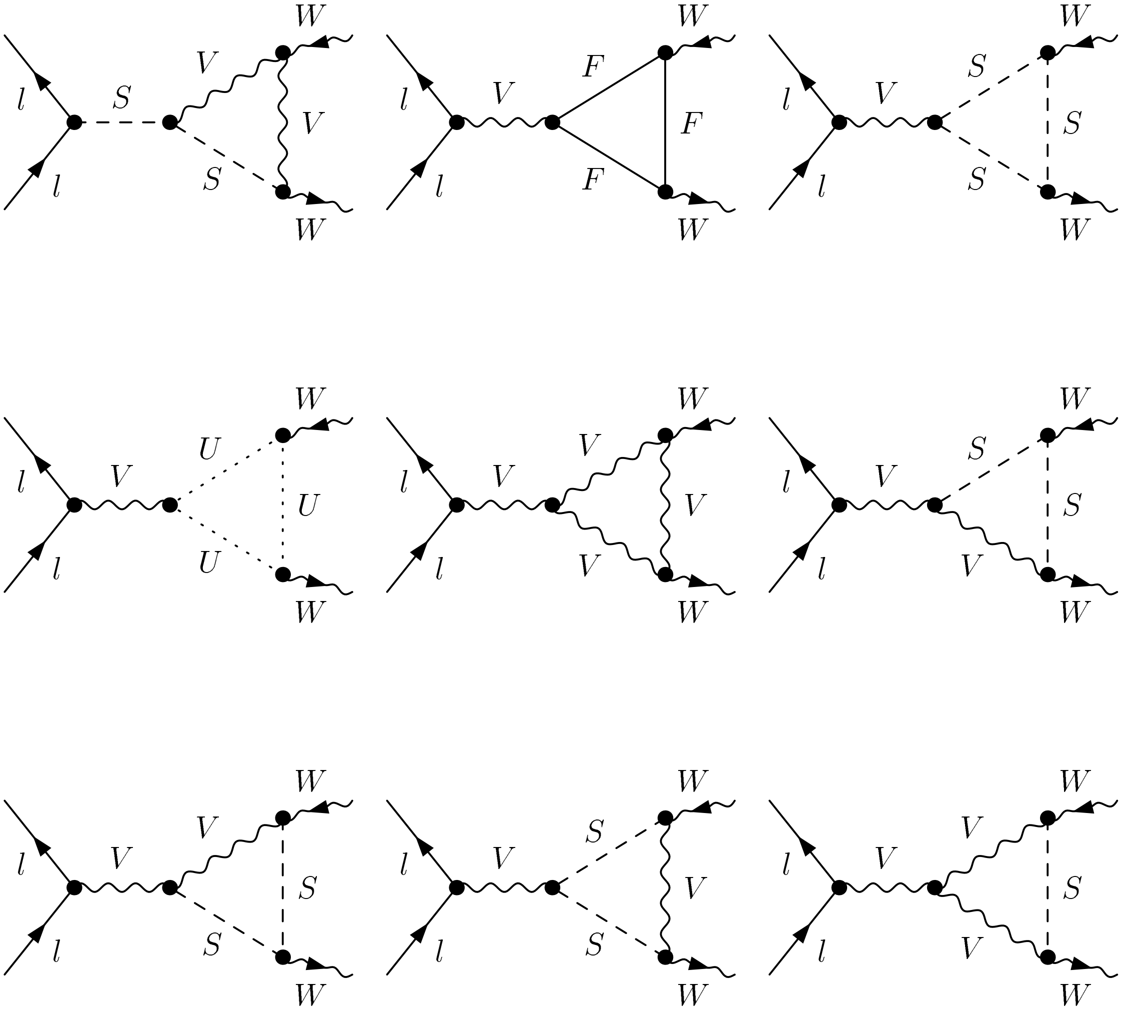

V
W
l
V
V
W
l
S


W
l
F
F
S
F
W
l

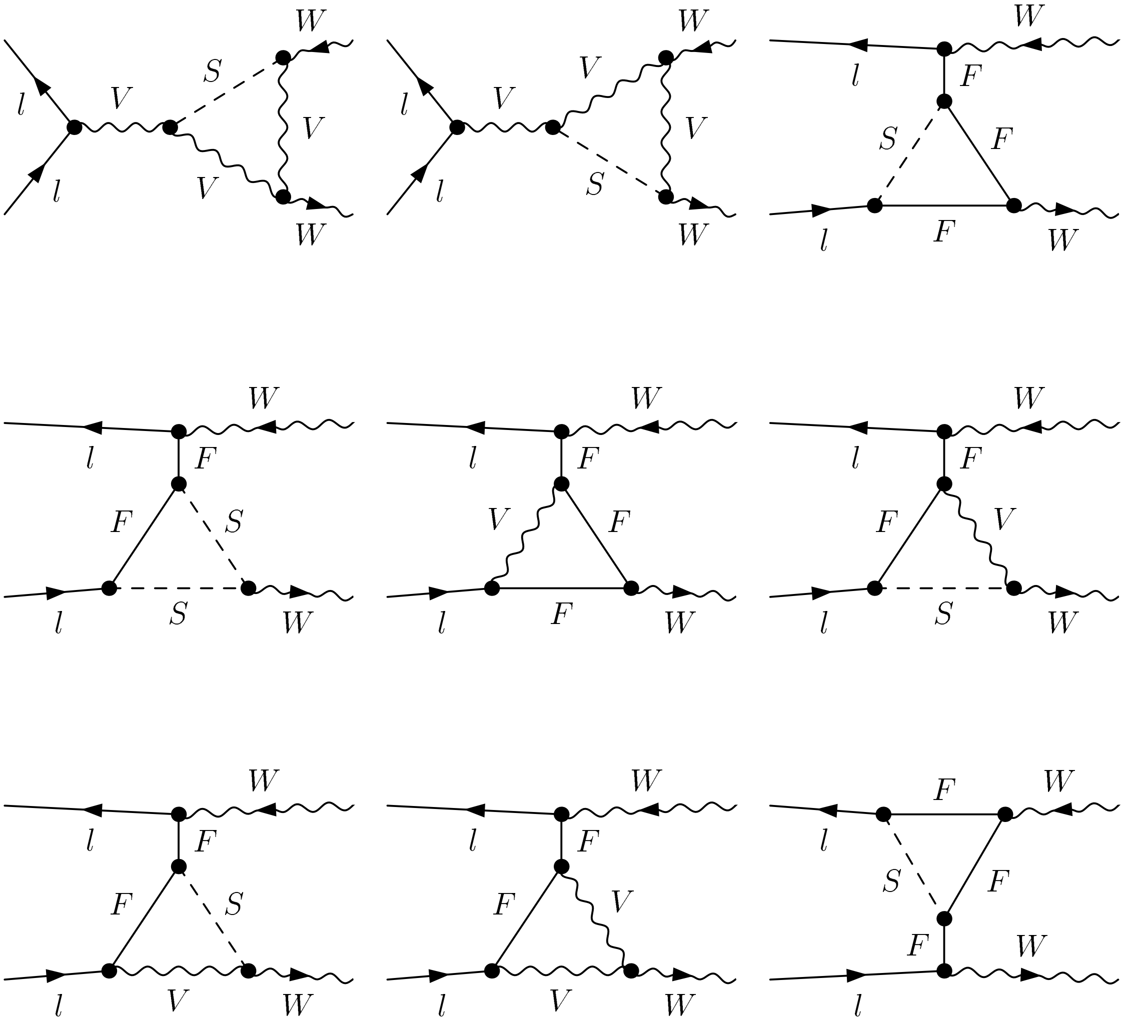

W
l
F
F
V
F
W
l

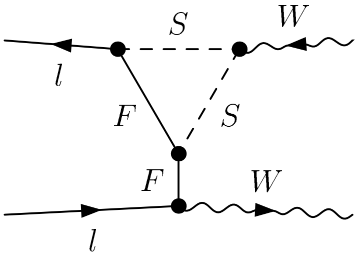
D.3 Vertexkorrekturen

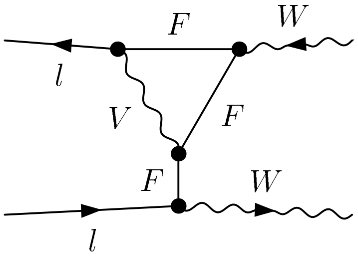


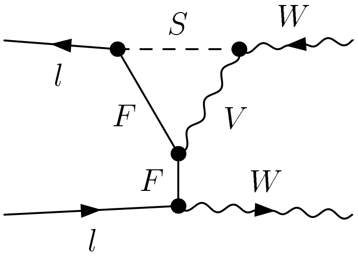


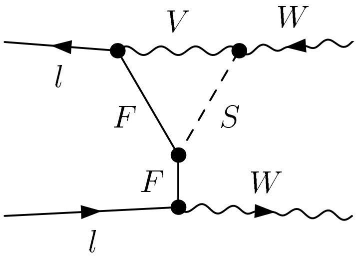
l l S V S V W W
l l V F F F W W
l l V S S S W W
l l V U U U W W
l l V V V V W W
l l V S V S W W
l l V V S S W W
l l V S S V W W
l l V V V S W W

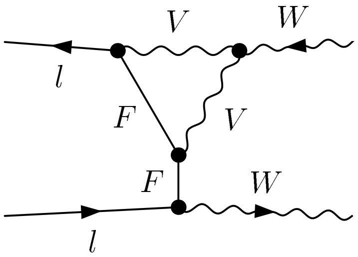

W
S
l
V
V
l
V
W
W
V
l
V
V
l
S
W
W
l
F
S
F
l
F
W
W
l
F
F
S
l
S
W
W
l
F
V
F
l
F
W
W
l
F
F
V
l
S
W
W
l
F
F
S
l
V
W
W
l
F
F
V
l
V
W
F
W
l
S
F
F
W
l

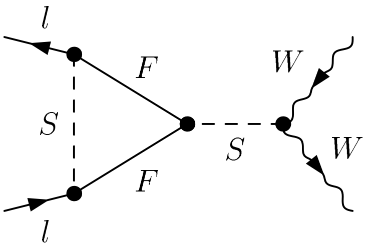

S
W
l
F
S
F
W
l

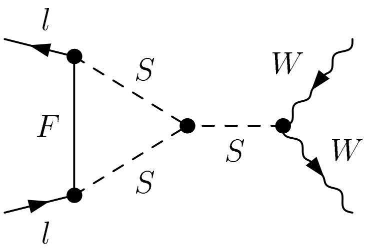

F
W
l
V
F
F
W
l

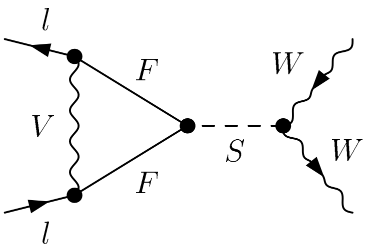

S
W
l
F
V
F
W
l

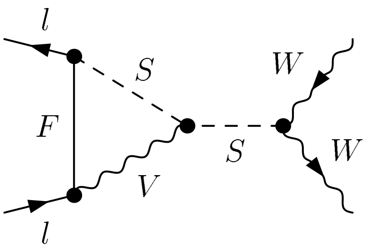

V
W
l
F
S
F
W
l

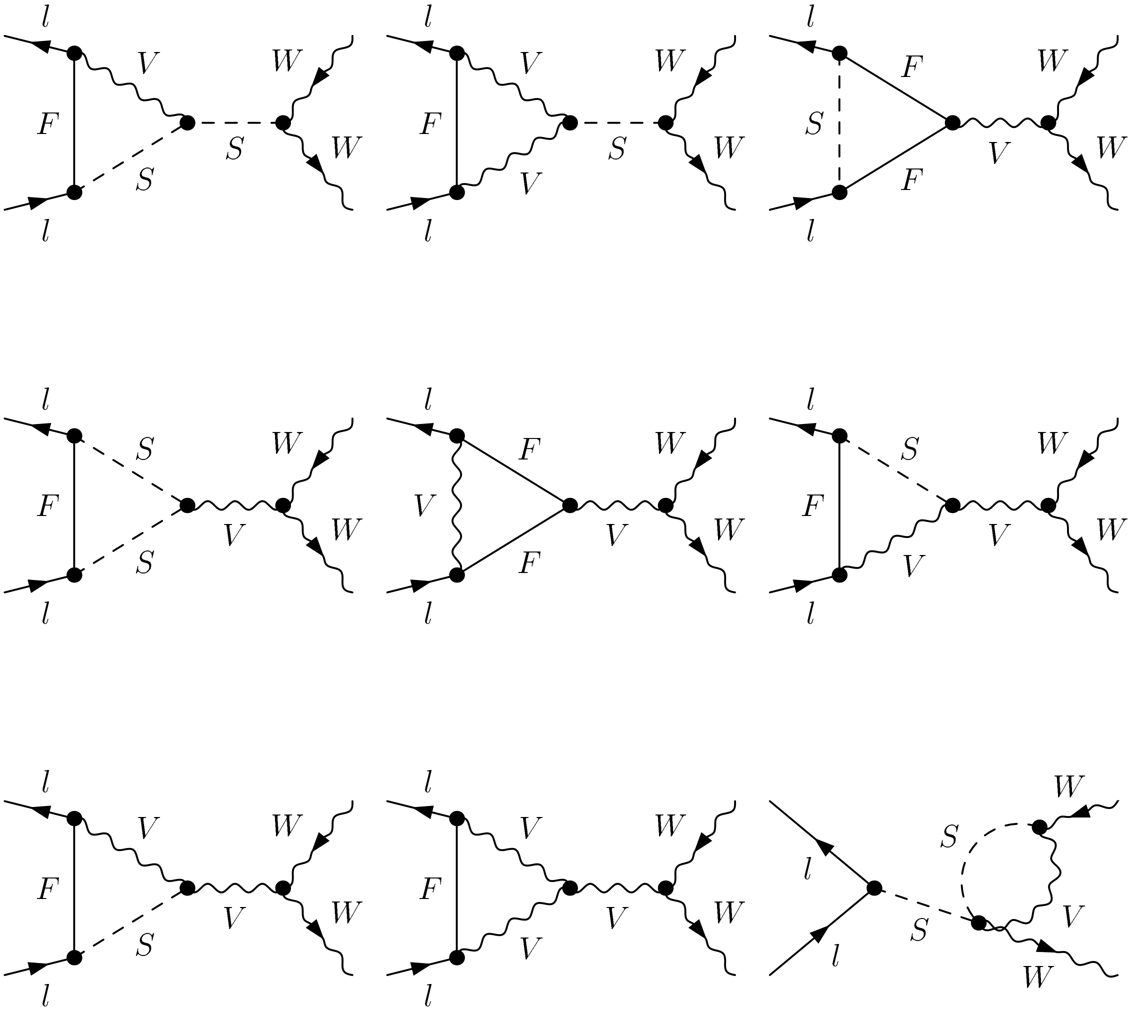

V
W
l
F
V
F
W
l

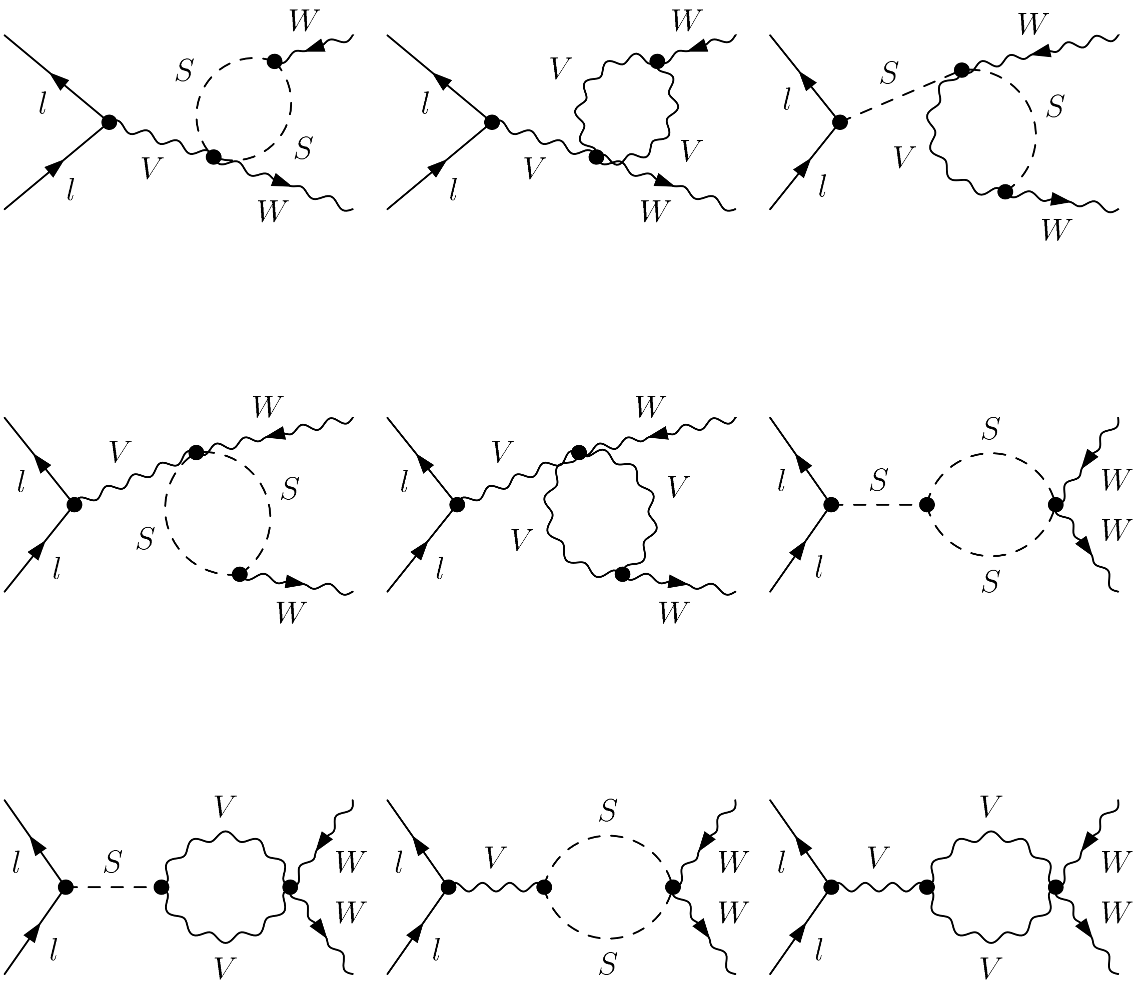

l
F
W
S
S
W
F
l


l
S
W
F
S
W
S
l

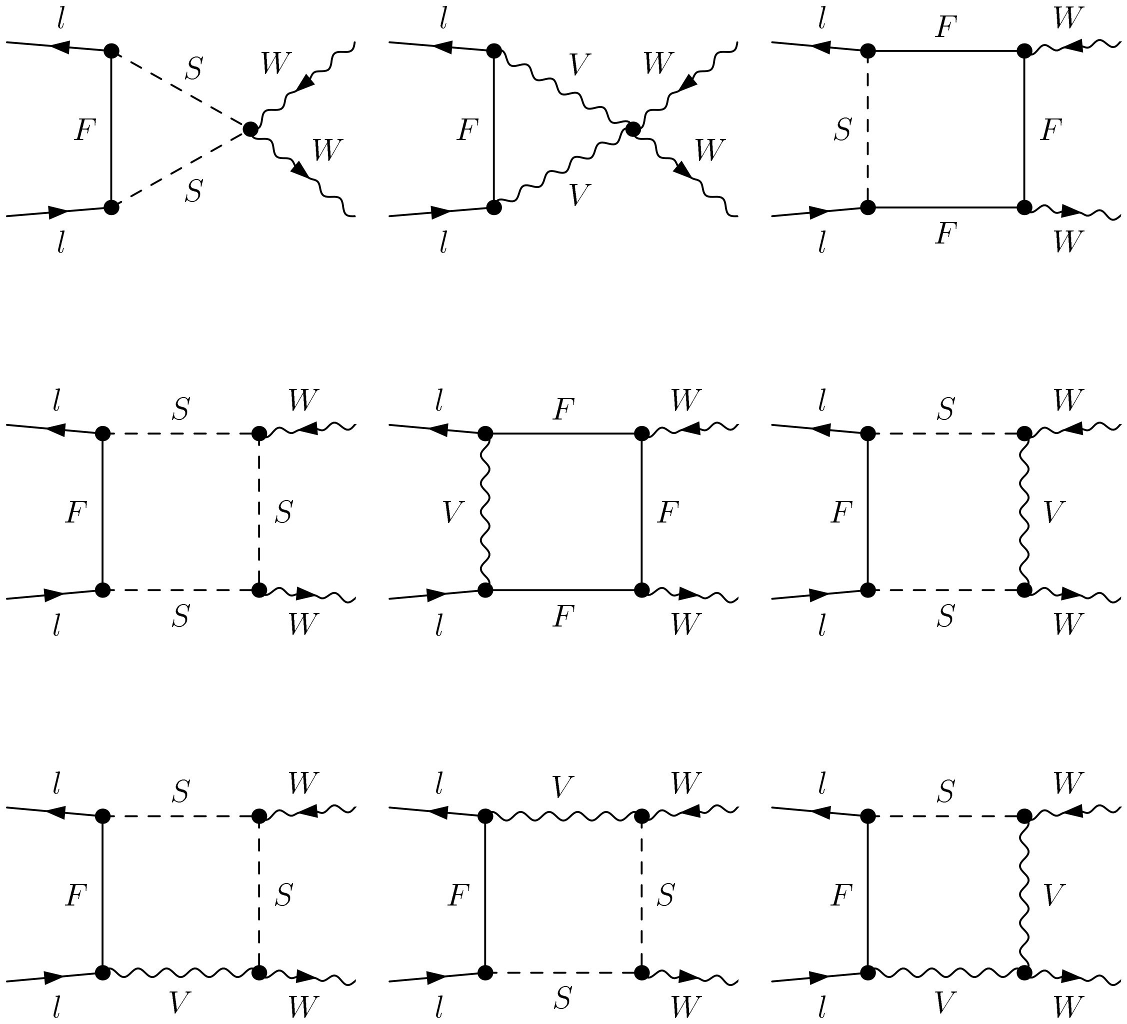

l
F
W
V
S
W
F
l

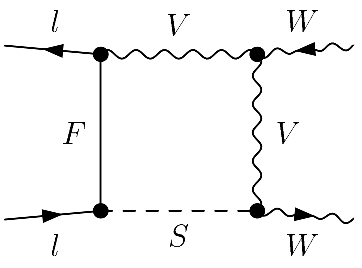

l
S
W
F
S
W
V
l

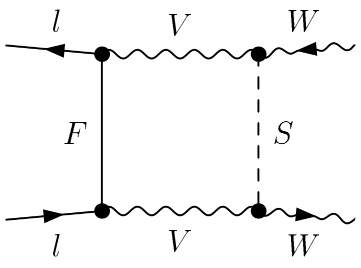

l V W F S S W l
l V W F S W V l
l F W S V W F l
l S W F V W S l
l F W V V W F l
l S W F V W V l
l V W F V W S l
l V W F V W V l
W S l V S l W

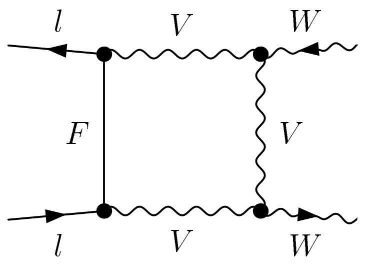

l l V S S W W
l l V V V W W
l l S V S W W
l l V S S W W
l l V V V W W
l l S S S W W
l l S V V W W
l l V S S W W
l l V V V W W

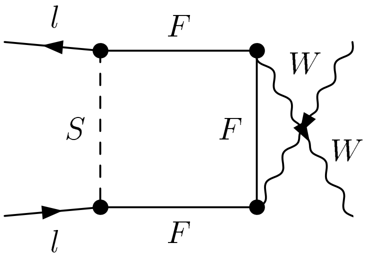
D.4 Boxdiagramme

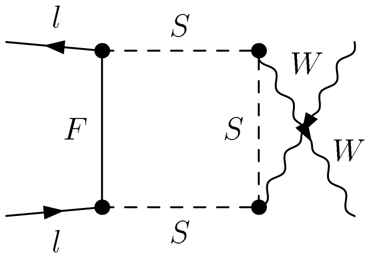


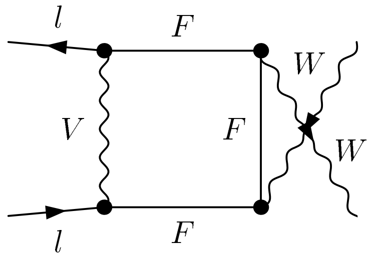

l
V
W
F
V
l
S
W

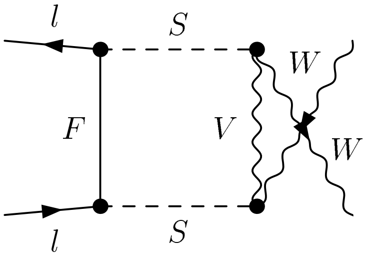

l
V
W
F
S
l
V
W

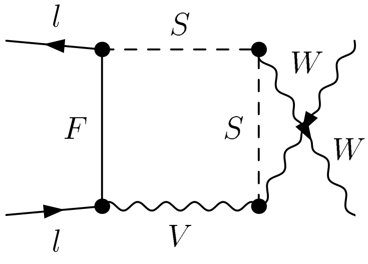

l
V
W
F
V
l
V
W

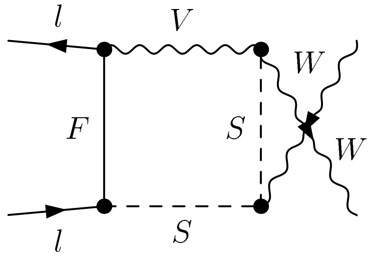

l
F
W
S
F
W
l
F

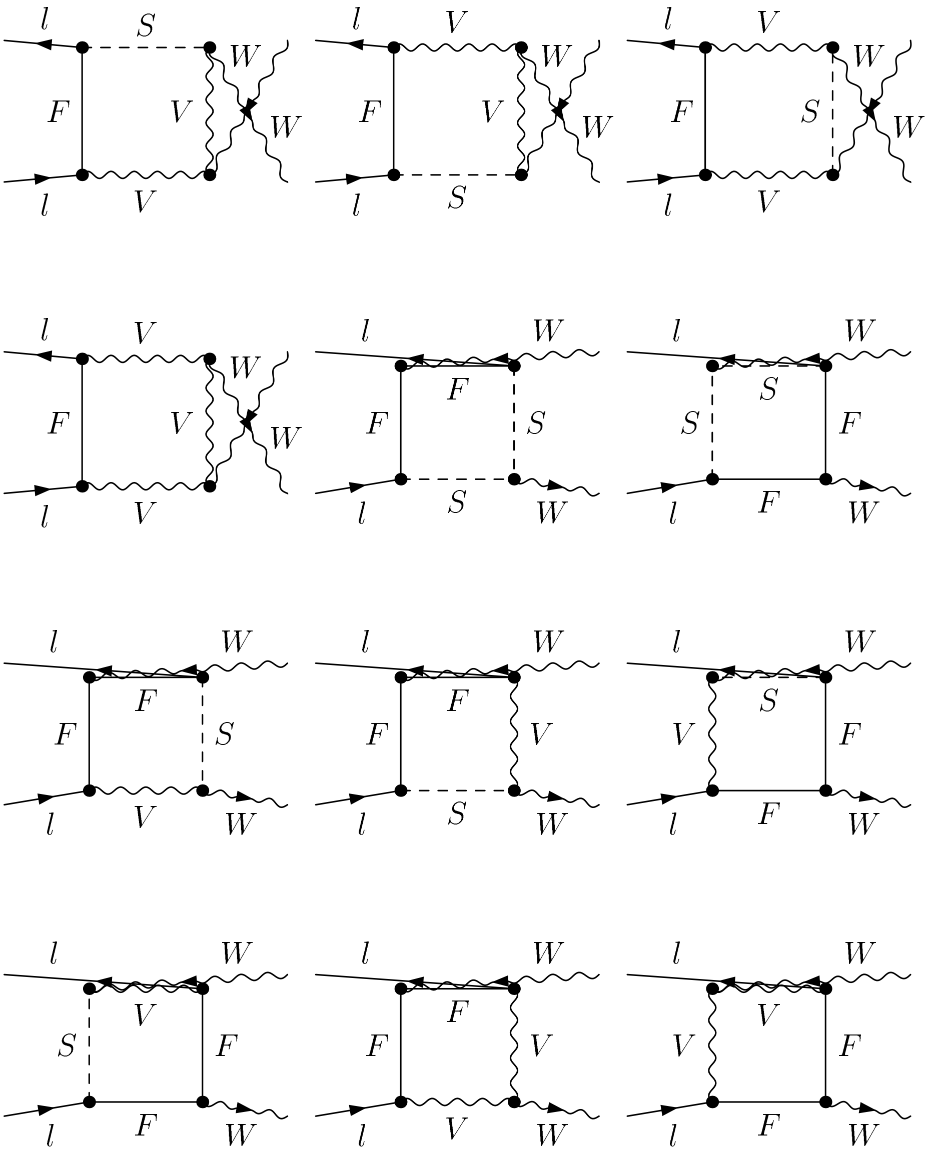

l
S
W
F
S
W
l
S


l
F
W
V
F
W
l
F


l
S
W
F
V
W
l
S


l
S
W
F
S
W
l
V


l
V
W
F
S
W
l
S


l S W F V W l V
l V W F V W l S
l V W F S W l V
l V W F V W l V
l W F F S l S W
l W S S F l F W
l W F F S l V W
l W F F V l S W
l W S V F l F W
l W V S F l F W
l W F F V l V W
l W V V F l F W

Anhang E

Einschleifen-Amplituden für $\bar{l}l \to W^+W^-$

In diesem Anhang wird die führende Ordnung im Hochenergielimes der Amplituden der Einschleifen-Diagrammen aus Kapitel 6 gegeben.

Das Integralzeichen steht im Folgenden immer kurz für $\frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2}\int d^Dq$.

E.1 Diagramme mit SFF-Kopplungen

$ST2G1$

$$M = -\int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{L/R}^{W^-\bar{l}F_1} C_{L/R}^{S\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{-S\bar{F}_2F_3} C_{L/R}^{W^+\bar{F}_3l}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{\not{q}}{[q^2 - m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2 - M_S^2]} u_-$$

$VT2G1$

$$M = \int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{L/R}^{W^-\bar{l}F_1} C_{R/L}^{S\bar{F}_1F_2} C^{W^+\bar{F}_2F_3} C_{L/R}^{-S\bar{F}_3l}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{\not{q}}{[(q+p_+-k_a)^2 - M_S^2][q^2 - m_{F_2}^2]} u_-$$

$VT3G1$

$$M = -\int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{L/R}^{W^-\bar{l}F_1} C_{L/R}^{S_1\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{-S_2\bar{F}_2l} C^{W^+S_1-S_2}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{\not{q}}{[q^2 - m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2 - M_{S_1}^2]} u_-$$

$VT3G1$

$$M = \int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{S\bar{l}F_1} C^{W^-\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{-S\bar{F}_2F_3} C_{L/R}^{W^+\bar{F}_3l} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_S^2]} u_-$$

$VT3G2$

$$M = \int -\frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{-S_1\bar{l}_1F_1} C_{L/R}^{S_2\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{W^+\bar{F}_3l} C^{W^+S_1-S_2} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_1}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_{S_2}^2]} u_-$$

$VT4G1$

$$M = \int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{S\bar{l}F_1} C_{R/L}^{-V\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{-S\bar{F}_2l} C^{VW^+W^-} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(\frac{2qk_a\not{q}}{[q^2-M_S^2][(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][(q-p_-)^2-m_{F_2}^2]} + - \frac{\not{k}_a}{[(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][(q-p_-)^2-m_{F_2}^2]} \Big) u_-$$

$VT4G2$

$$M = \int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{-S_3\bar{l}F} C_{R/L}^{-V\bar{S}_3S_1} C_{L/R}^{-S_1\bar{F}l} C^{VW^+W^-} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{2qk_a\not{q}}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{S_1}^2][(q-p_-)^2-M_{S_2}^2]} u_-$$

$BT2G1$

$$M = \int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{S\bar{l}F_1} C_{R/L}^{W^-\bar{F}_1F_3} C_{R/L}^{W^+\bar{F}_3F_2} C_{L/R}^{-S\bar{F}_2l} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(-\frac{2qk_a\not{q}}{[q^2-M_S^2][(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][(q-p_-)^2-m_{F_3}^2]} + + \frac{\not{k}_a}{[(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][(q-p_-)^2-m_{F_3}^2]} - \frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_S^2]} \Big) u_-$$

$BT2G2$

$$M = \int \frac{1}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{-S_1\bar{l}F} C_{R/L}^{S_3\bar{F}l} C^{W^-S_1-S_2} C^{W^+S_2-S_3} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(\frac{2qk_a\not{q}}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{S_1}^2][(q-p_-)^2-M_{S_3}^2]} + - \frac{\not{q}}{[q^2-m_F^2][(q+p_+-k_a)^2-M_{S_2}^2]} \Big) u_-$$

$BT3G1$

$$
\begin{aligned}
M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} & C_{R/L}^{S\bar{l}F_1} C_{R/L}^{W^-\bar{F}_1F_3} C_{R/L}^{W^+\bar{F}_3F_2} C_{L/R}^{-S\bar{F}_2l} \\
& \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(\frac{2qk_a \not{q}}{[q^2-M_S^2][(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][(q-p_-)^2-m_{F_3}^2]} + \\
& - \frac{\not{k}_a}{[(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][(q-p_-)^2-m_{F_3}^2]} - \frac{\not{q}}{[q^2-M_S^2][(q+p_+-k_b)^2-m_{F_2}^2]} \Big) u_-
\end{aligned}
$$

$BT3G2$

$$
\begin{aligned}
M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} & C_{R/L}^{-S_1\bar{l}F} C_{R/L}^{S_3\bar{F}l} C^{W^-S_1-S_2} C^{W^+S_2-S_3} \\
& \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(- \frac{2qk_a \not{q}}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{S_1}^2][(q-p_-)^2-M_{S_3}^2]} + \\
& - \frac{\not{q}}{[(q+p_+-k_b)^2-m_F^2][q^2-M_{S_2}^2]} \Big) u_-
\end{aligned}
$$

$BT4G1$

$$
\begin{aligned}
M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} & C_{R/L}^{-S_1\bar{l}F_1} C_{R/L}^{W^-\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{S_2\bar{F}_2l} C^{W^+S_1-S_2} \\
& \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(\frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_1}^2][(q+p_+-k_b)^2-M_{S_2}^2]} + \\
& \frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_{S_1}^2]} \Big) u_-
\end{aligned}
$$

$BT4G2$

$$
\begin{aligned}
M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} & C_{R/L}^{-S_1\bar{l}F_1} C_{R/L}^{W^-\bar{F}_1F_2} C_{L/R}^{S_2\bar{F}_2l} C^{W^+S_1-S_2} \\
& \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \Big(\frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_2}^2][(q+p_+-k_b)^2-M_{S_1}^2]} + \\
& \frac{\not{q}}{[q^2-m_{F_1}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_{S_2}^2]} \Big) u_-
\end{aligned}
$$

E.2 Diagramme ohne SFF-Kopplungen

$ST1G1$

$$
\begin{aligned}
M = -\int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} & C_{L/R}^{-V_1\bar{l}l} \bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \gamma^\mu C^{V_2W^+W^-} u_- \\
& \frac{Spur[\gamma_\mu (C_L^{V_1\bar{F}F} C_L^{-V_2\bar{F}F} \frac{1+\gamma_5}{2} + C_R^{V_1\bar{F}F} C_R^{-V_2\bar{F}F} \frac{1-\gamma_5}{2})(\not{q}\not{k}_b\not{q} - \not{q}\not{k}_a\not{q} + \not{q}\not{k}_b\not{k}_a - \not{q}\not{k}_a\not{k}_b)}{2[q^2-m_{F_1}^2][(q+k_a+k_b)^2-m_{F_2}^2]}
\end{aligned}
$$

$ST1G2$

$$M = \int -\frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_{L/R}^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1S_1-S_2} C^{-V_2S_2-S_1} C^{V_2W^+W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \frac{4qk_a\not{q}}{[q^2 - M_{S_1}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{S_2}^2]} u_-$$

$ST1G3$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_L^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1G_1-G_2} C^{-V_2G_2-G_1} C^{V_2W^+W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1 + \gamma_5}{2} \frac{qk_a\not{q}}{[q^2 - M_{G_1}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{G_2}^2]} u_-$$

$ST1G4$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_L^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1V_2-V_3} C^{-V_4V_3-V_2} C^{V_4W^+W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1 + \gamma_5}{2} \left(\frac{(2g_\alpha^\alpha - 3)(qk_b - qk_a)\not{q} - 4s\not{k}_a}{[q^2 - M_{V_2}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{V_3}^2]} \right) u_-$$

$ST2G2$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{W^-\bar{l}F_1} C_L^{-V\bar{F}_1F_2} C_L^{V\bar{F}_2F_3} C_L^{W^+\bar{F}_3l}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1 + \gamma_5}{2} \frac{\gamma^\alpha\not{q}\gamma_\alpha}{[q^2 - m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2 - M_V^2]} u_-$$

$VT1G1$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_{L/R}^{-V_1\bar{l}l} \bar{v}_+ \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \gamma^\mu u_-$$
$$\frac{1}{[q^2 - m_{F_1}^2[(q+k_a+k_b)^2 - m_{F_3}^2]}$$
$$Spur[\gamma_\mu (C_L^{V_1\bar{F}_3F_1} C_L^{W^-\bar{F}_1F_2} C_L^{W^+\bar{F}_2F_3} \frac{1+\gamma_5}{2} + C_R^{V_1\bar{F}_3F_1} C_R^{W^-\bar{F}_1F_2} C_R^{W^+\bar{F}_2F_3} \frac{1-\gamma_5}{2})$$
$$(\not{q}\not{k}_b\not{q} - \not{q}\not{k}_a\not{q} + \not{q}\not{k}_b\not{k}_a - \not{q}\not{k}_a\not{k}_b)]$$

$VT1G2$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_R^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1S_1-S_2} C^{W^-S_2-S_3} C^{W^+S_3-S_1}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1 - \gamma_5}{2} \frac{4qk_a\not{q}}{[q^2 - M_{S_1}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{S_2}^2]} u_-$$

$VT1G3$

$$M = -\int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_L^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1 G_1 - G_2} C^{W^- G_2 - G_3} C^{W^+ G_3 - G_1}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \frac{\not{q} q k_a}{2s[(q+k_b+k_a)^2 - M_{G_2}^2][q^2 - M_{G_1}^2]} u_-$$

$VT1G4$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1 - V_2 V_3} C^{-V_4 W^+ V_2} C^{V_4 - V_3 W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \Big(\frac{(2g_\alpha^\alpha - 3) 2 q k_a \not{q}}{s[q^2 - M_{V_3}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$+ \frac{s(\not{k}_a - \not{q})}{2[q^2 - M_{V_4}^2][(q-k_a)^2 - M_{V_3}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$- \frac{\not{q}}{2[q^2 - M_{V_4}^2][(q-k_a)^2 - M_{V_3}^2]} - \frac{\not{q}}{2[q^2 - M_{V_4}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$- \frac{q k_a \not{q}}{s[q^2 - M_{V_3}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} - \frac{3\not{k}_a}{2[q^2 - M_{V_3}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$\frac{q k_a \not{k}_a}{s[q^2 - M_{V_4}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} - \frac{q k_b \not{k}_a}{s[q^2 - M_{V_4}^2][(q-k_a)^2 - M_{V_2}^2]} \Big) u_-$$

$VT2G3$

$$M = -\int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{W^- \bar{l} F_1} C_L^{-V \bar{F}_1 F_2} C_L^{W^+ \bar{F}_2 F_3} C_L^{V \bar{F}_3 l}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \frac{\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2 - M_V^2]} u_-$$

$VT3G3$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V \bar{l} F_1} C_L^{W^- \bar{F}_1 F_2} C_L^{V \bar{F}_2 F_3} C_L^{W^+ \bar{F}_3 l}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \frac{-\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2 - M_V^2]} u_-$$

$VT2G4$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{W^- \bar{l} F_1} C_L^{-V_1 \bar{F}_1 F_2} C_L^{V_2 \bar{F}_2 l} C^{-V_2 W^+ V_1}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \Big(\frac{t(\not{q} + \not{k}_b)}{[q^2 - M_{V_2}^2][(q+p_-)^2 - m_{F_2}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_1}^2]} +$$

$$- \frac{\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[(q+p_-)^2 - m_{F_2}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_1}^2]}$$
$$+ \frac{\not{k}_a}{[q^2 - M_{V_2}^2][(q+p_-)^2 - m_{F_2}^2]} + \frac{\not{k}_a}{[q^2 - M_{V_2}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_1}^2]})u_-$$

$VT3G4$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V_1 \bar{l} F_1} C_L^{V_2 \bar{F}_1 F_2} C_L^{W^+ \bar{F}_2 l} C^{V_1 - V_2 W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} (\frac{-t(\not{q} + \not{k}_a)}{[q^2 - M_{V_1}^2][(q+p_+)^2 - m_{F_1}^2][(q+k_a)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$+ \frac{\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[(q+p_+)^2 - m_{F_1}^2][(q+k_a)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$+ \frac{\not{k}_a}{[q^2 - M_{V_1}^2][(q+p_+)^2 - m_{F_1}^2]} + \frac{\not{k}_a}{[q^2 - M_{V_1}^2][(q+k_a)^2 - M_{V_2}^2]})u_-$$

$VT4G3$

$$M = \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V_1 \bar{l} F_1} C_L^{-V_2 \bar{F}_1 F_2} C_L^{V_1 \bar{F}_2 l} C_L^{V_2 W^+ W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \frac{\gamma^\alpha (\not{q} - \not{p}_+)(\not{k}_b - \not{k}_a)(\not{q} + \not{p}_-)\gamma_\alpha}{2[q^2 - M_{V_1}^2][(q-p_+)^2 - m_{F_1}^2][(q+p_-)^2 - m_{F_2}^2]} u_-$$

$VT4G4$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V_1 \bar{l} F} C_L^{V_2 \bar{F} l} C^{-V_3 V_1 - V_2} C^{V_3 W^+ W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} (\frac{2 q k_a \gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+)^2 - M_{V_1}^2][(q-p_-)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$- \frac{2\not{k}_a}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+)^2 - M_{V_1}^2]} - \frac{2\not{k}_a}{[q^2 - m_F^2][(q-p_-)^2 - M_{V_2}^2]} +$$
$$+ \frac{2\not{k}_a}{[q^2 - M_{V_1}^2][(q+k_a+k_b)^2 - M_{V_2}^2]})u_- =$$

$VT5G1$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_{L/R}^{-V_1 \bar{l} l} C^{V_2 - V_3 W^-} C^{V_1 - V_2 V_3 W^+}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \frac{s(\not{k}_a - \not{q}) - 2 q k_b \not{k}_a}{2[q^2 - M_{V_2}^2][(q-k_a)^2 - M_{V_3}^2]} u_-$$

$VT6G1$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2 s} C_{L/R}^{-V_1\bar{l}l} C^{V_2W^+-V_3} C^{V_1-V_2V_3W^+}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{s(\not{k}_a - \not{q}) + 2qk_a\not{k}_a}{2[q^2-M_{V_2}^2][(q+k_b)^2-M_{V_3}^2]} u_-$$

$VT7G1$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_{L/R}^{-V_1\bar{l}l} C^{V_1V_2V_3} C^{-V_2-V_3W^+W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} \frac{3\not{k}_a}{2[q^2-M_{V_2}^2][(q+k_a+k_b)^2-M_{V_3}^2]} u_-$$

$BT1G1$

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_{R/L}^{-V_1\bar{l}F} C_{R/L}^{V_2\bar{F}l} C^{V_1V_2W^+W^-}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1\pm\gamma_5}{2} ((B+C)\frac{-2qk_b\not{k}_a}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{V_1}^2][(q-p_-)^2-M_{V_2}^2]} +$$
$$(B-C)\frac{\not{k}_a}{[q^2-M_{V_1}^2][(q+k_a+k_b)^2-M_{V_2}^2]}$$
$$- B\frac{\not{k}_a}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{V_1}^2]} + C\frac{\not{k}_a}{[q^2-m_F^2][(q-p_-)^2-M_{V_2}^2]}) u_-$$
$$B = C^{V_1V_2V_e} C^{W^+W^--V_e} + C^{V_1W^-V_e} C^{W^+V_2-V_e}$$
$$C = C^{V_1V_2V_e} C^{W^-W^+-V_e} + C^{V_1W^+V_e} C^{W^-V_2-V_e}$$

$BT2G3$

$$M \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V\bar{l}F_1} C_L^{W^-\bar{F}_1F_2} C_L^{W^+\bar{F}_2F_3} C_L^{V\bar{F}_3l}$$
$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} (-\frac{\gamma^\alpha(\not{q}-\not{p}_+)(\not{k}_b-\not{k}_a)(\not{q}+\not{p}_-)\gamma_\alpha}{2[q^2-M_{V_1}^2][(q-p_+)^2-m_{F_1}^2][(q+p_-)^2-m_{F_2}^2]}$$
$$+ \frac{\gamma^\alpha\not{q}\gamma_\alpha}{[q^2-m_{F_2}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_V^2]} -) u_-$$

BT3G3

$$M = \int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V\bar{l}F_1} C_L^{W^+\bar{F}_1F_2} C_L^{W^-\bar{F}_2F_3} C_L^{V\bar{F}_3l}$$

$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \Big(\frac{\gamma^\alpha(\not{q} - \not{p}_+)(\not{k}_b - \not{k}_a)(\not{q} + \not{p}_-)\gamma_\alpha}{2[q^2 - M_{V_1}^2][(q-p_+)^2 - m_{F_1}^2][(q+p_-)^2 - m_{F_2}^2]}$$

$$+ \frac{\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_{F_2}^2][(q+p_+-k_b)^2 - M_V^2]} + \Big) u_-$$

BT2G4

$$M = -\int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V_1\bar{l}F} C_L^{V_2\bar{F}l} C^{-V_2W^+V_3} C^{V_1-V_3W^-}$$

$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \Big[\frac{s(\not{q} + \not{k}_a)}{2[(q+k_a)^2 - M_{V_1}^2][q^2 - M_{V_2}^2][(q-k_b)^2 - M_{V_3}^2]} +$$

$$+ \frac{2qk_a\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+)^2 - M_{V_1}^2][(q-p_-)^2 - M_{V_3}^2]} - \frac{\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+-k_a)^2 - M_{V_2}^2]} +$$

$$+ \frac{t(\not{q} - \not{k}_a)}{[(q+p_-)^2 - m_F^2][(q+k_b)^2 - M_{V_2}^2][q^2 - M_{V_3}^2]} +$$

$$- \frac{t(\not{q} + \not{k}_a)}{[(q+p_+)^2 - m_F^2][q^2 - M_{V_1}^2][(q+k_a)^2 - M_{V_2}^2]} +$$

$$- \frac{2qk_b\not{k}_a}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+)^2 - M_{V_1}^2][(q-p_-)^2 - M_{V_3}^2]} + \frac{\not{k}_a}{2[q^2 - M_{V_2}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_3}^2]}$$

$$+ \frac{\not{k}_a}{2[(q+k_a)^2 - M_{V_1}^2][q^2 - M_{V_2}^2]} + \frac{\not{k}_a}{[q^2 - m_F^2][(q-p_-)^2 - M_{V_3}^2]} +$$

$$- \frac{2\not{k}_a}{[(q+k_a+k_b)^2 - M_{V_1}^2][q^2 - M_{V_3}^2]} \Big] u_-$$

BT3G4

$$M = -\int \frac{g^4}{16\pi^2 M_W^2} C_L^{-V_1\bar{l}F} C_L^{V_2\bar{F}l} C^{-V_2V_3W^-} C^{V_1W^+-V_3}$$

$$\bar{v}_+ \frac{1+\gamma_5}{2} \Big[- \frac{2qk_a\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+)^2 - M_{V_1}^2][(q-p_-)^2 - M_{V_3}^2]} +$$

$$- \frac{\gamma^\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{[q^2 - m_F^2][(q+p_+-k_b)^2 - M_{V_2}^2]} +$$

$$+ \frac{s(\not{q} - \not{k}_a)}{2[(q+k_b)^2 - M_{V_1}^2][q^2 - M_{V_2}^2][(q-k_a)^2 - M_{V_3}^2]} +$$

$$- \frac{u(\not{q} - \not{k}_a)}{[(q+p_+)^2 - m_F^2][q^2 - M_{V_1}^2][(q+k_b)^2 - M_{V_2}^2]} +$$

$$+\frac{u(\not{q}+\not{k}_a)}{[(q+p_-)^2-m_F^2][(q+k_a)^2-M_{V_2}^2][q^2-M_{V_3}^2]}+$$
$$+\frac{2\not{k}_a}{[(q+k_a+k_b)^2-M_{V_1}^2][q^2-M_{V_3}^2]}-\frac{\not{k}_a}{2[q^2-M_{V_1}^2][(q+k_b)^2-M_{V_2}^2]}+$$
$$-\frac{\not{k}_a}{2[(q+k_a)^2-M_{V_2}^2][q^2-M_{V_3}^2]}-\frac{\not{k}_a}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{V_1}^2]}+$$
$$-\frac{2qk_b\not{k}_a}{[q^2-m_F^2][(q+p_+)^2-M_{V_1}^2][(q-p_-)^2-M_{V_3}^2]}]u_-$$

$BT4G3$

$$M=-\int\frac{g^4}{16\pi^2M_W^2}C_L^{-V_1\bar{l}F_1}C_L^{W^-\bar{F}_1F_2}C_L^{V_2\bar{F}_2l}C^{-V_2W^+V_1}$$
$$\bar{v}_+\frac{1+\gamma_5}{2}[-\frac{\gamma^\alpha\not{q}\gamma_\alpha}{[q^2-M_{V_1}^2][(q+p_+-k_b)^2-m_{F_2}^2]}-\frac{\gamma^\alpha\not{q}\gamma_\alpha}{[q^2-m_{F_1}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_{V_2}^2]}+$$
$$-\frac{u(\not{q}-\not{k}_a)}{[(q+p_+)^2-M_{V_1}^2][q^2-M_{V_2}^2][(q+k_b)^2-m_{F_2}^2]}+$$
$$+\frac{t(\not{q}-\not{k}_a)}{[(q+p_-)^2-m_{F_1}^2][(q+k_b)^2-M_{V_2}^2][q^2-m_{F_2}^2]}]u_-$$

$BT4G4$

$$M=-\int\frac{g^4}{16\pi^2M_W^2}C_L^{-V_1\bar{l}F_1}C_L^{W^+\bar{F}_1F_2}C_L^{V_2\bar{F}_2l}C^{-V_2V_1W^-}$$
$$\bar{v}_+\frac{1+\gamma_5}{2}[-\frac{\gamma^\alpha\not{q}\gamma_\alpha}{[q^2-m_{F_2}^2][(q+p_+-k_b)^2-M_{V_1}^2]}-\frac{\gamma^\alpha\not{q}\gamma_\alpha}{[q^2-m_{F_1}^2][(q+p_+-k_a)^2-M_{V_2}^2]}+$$
$$+\frac{u(\not{q}+\not{k}_a)}{[(q+p_-)^2-m_{F_2}^2][(q+k_a)^2-M_{V_1}^2][q^2-M_{V_2}^2]}+$$
$$-\frac{t(\not{q}+\not{k}_a)}{[(q+p_+)^2-m_{F_1}^2][q^2-M_{V_1}^2][(q+k_a)^2-M_{V_2}^2]}]u_-$$

Anhang F

Tensorintegrale und Kopplungen

In diesem Anhang werden alle in Anhang E auftretenden unabhängigen Tensorintegrale aufgeführt. Damit die Unitaritätsschranke für den betrachteten Prozess nicht verletzt wird, müssen die Vorfaktoren vor diesen Integralen verschwinden. Das führt zu Einschränkungen an die Kombinationen von Kopplungen, die in den Diagrammen auftauchen. Diese Bedingungen werden jeweils neben dem entsprechenden Integral angegeben. Außerdem werden die Produkte aus Kopplungskonstanten für jedes Diagramm noch einmal aufgelistet.

F.1 Diagramme mit SFF-Kopplungen

Tensorintegral	**Bedingung**
$\int \frac{\not{q}}{q^2(q+p_+-k_a)^2}$	$-C(ST2G1)+C(VT2G1)-VT2G2)$ $+C(VT3G1)-C(VT3G2)-C(BT2G1)$ $-C(BT2G2)+C(BT4G1)+C(BT4G2)=0$
$\int \frac{2qk_a\not{q}}{q^2(q+p_+)^2(q-p_-)^2}$	$C(VT4G1)+C(VT4G2)-C(BT2G1)$ $+C(BT2G2)+C(BT3G1)-C(BT3G2)=0$
$\int \frac{\not{k}_a}{q^2(q+k_a+k_b)^2}$	$-C(VT4G1)+C(BT2G1)-C(BT3G1)=0$
$\int \frac{\not{q}}{q^2(q+p_+-k_b)^2}$	$-C(BT3G1)-C(BT3G2)+C(BT4G1)$ $+C(BT4G2)=0$

Diagramm	**Kopplungskonstantenkombination**
$ST2G1$	$C^{W^-\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{S\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{-S\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$VT2G1$	$C^{W^-\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{S\bar{F}_1F_2}_{R/L}C^{W^+\bar{F}_2F_3}C^{-S\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$VT2G2$	$C^{W^-\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{S_1\bar{F}_1F_2}_{R/L}C^{-S_2\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{W^+S_1-S_2}$
$VT3G1$	$C^{S\bar{\mu}F_1}_{R/L}C^{W^-\bar{F}_1F_2}C^{-S\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$VT3G2$	$C^{-S_1\bar{\mu}_1F_1}_{R/L}C^{S_2\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_3\mu}_{L/R}C^{W^+S_1-S_2}$
$VT4G1$	$C^{S\bar{\mu}F_1}_{R/L}C^{-V\bar{F}_1F_2}_{R/L}C^{-S\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{VW^+W^-}$
$VT4G2$	$C^{-S_3\bar{\mu}F}_{R/L}C^{-V\bar{S}_3S_1}C^{-S_1\bar{F}\mu}_{L/R}C^{VW^+W^-}$
$BT2G1$	$C^{S\bar{\mu}F_1}_{R/L}C^{W^-\bar{F}_1F_3}_{R/L}C^{W^+\bar{F}_3F_2}_{R/L}C^{-S\bar{F}_2\mu}_{L/R}$
$BT2G2$	$C^{-S_1\bar{\mu}F}_{R/L}C^{S_3\bar{F}\mu}_{R/L}C^{W^-S_1-S_2}C^{W^+S_2-S_3}$
$BT3G1$	$C^{S\bar{\mu}F_1}_{R/L}C^{W^+\bar{F}_1F_3}_{R/L}C^{W^-\bar{F}_3F_2}_{R/L}C^{-S\bar{F}_2\mu}_{L/R}$
$BT3G2$	$C^{-S_1\bar{\mu}F}_{R/L}C^{S_3\bar{F}\mu}_{R/L}C^{W^+S_1-S_2}C^{W^-S_2-S_3}$
$BT4G1$	$C^{-S_1\bar{\mu}F_1}_{R/L}C^{W^-\bar{F}_1F_2}_{R/L}C^{S_2\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{W^+S_1-S_2}$
$BT4G2$	$C^{-S_1\bar{\mu}F_1}_{R/L}C^{W^+\bar{F}_1F_2}_{R/L}C^{S_2\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{W^-S_1-S_2}$

Dabei wird über alle inneren Teilchen summiert

F.2 Diagramme ohne SFF-Kopplungen

Tensorintegral	**Bedingung**
$\int \frac{2qk_a \not{q}}{sq^2(q+k_a+k_b)^2}$	$(2g^\alpha_\alpha - 3)(C(VT1G4) - C(ST1G4))$ $-2C(ST1G2) + \frac{1}{2}C(ST1G3) + 2C(VT1G2)$ $-\frac{1}{4}C(VT1G3) - \frac{1}{2}C(VT1G4) = 0$
$\int \frac{\not{k}_a}{q^2(q+k_a+k_b)^2}$	$2[C(BT2G4) - C(BT3G4)] + 2C(VT4G4)$ $+\frac{3}{2}C(VT7G1) - 4C(ST1G4)$ $-\frac{3}{2}C(VT1G4) + (X-Y)C(BT1G1) = 0$
$\int \frac{\gamma_\alpha \not{q} \gamma_\alpha}{q^2(q+p_+-k_a)^2}$	$C(ST2G2) - C(VT2G3) - C(VT3G3)$ $-C(VT2G4) - C(VT3G4) + C(BT2G3)$ $+C(BT2G4) + C(BT4G3) + C(BT4G4) = 0$
$\int \frac{s(\not{q} - \not{k}_a)}{2q^2(q-k_a)^2(q+k_b)^2}$	$-C(VT1G4) + [C(BT2G4) - C(BT3G4)] = 0$
$\int \frac{\not{q}}{2q^2(q-k_a)^2}$	$-C(VT1G4) - C(VT5G1) = 0$
$\int \frac{\not{q}}{2q^2(q+k_b)^2}$	$-C(VT1G4) - C(VT6G1) = 0$
$\int \frac{qk_a \not{k}_a}{(q+k_b)^2}$	$C(VT1G4) + C(VT6G1) = 0$
$\int \frac{qk_b \not{k}_a}{sq^2(q+k_b)^2}$	$-C(VT1G4) - C(VT5G1) = 0$
$\int \frac{t(\not{q} + \not{k}_b)}{q^2(q+p_-)^2(q+k_b)^2}$	$C(VT2G4) - C(BT2G4) + C(BT4G3) = 0$
$\int \frac{\not{k}_a}{q^2(q-p_-)^2}$	$C(VT2G4) + Y * C(BT1G1)$ $-C(BT2G4) - 2C(VT4G4) = 0$
$\int \frac{\not{k}_a}{2q^2(q+k_b)^2}$	$2C(VT2G4) + C(VT6G1)$ $-[C(BT2G4) - C(BT3G4)] = 0$
$\int \frac{t(\not{q} + \not{k}_a)}{q^2(q+p_+)^2(q+k_a)^2}$	$C(BT2G4) + C(BT4G4) - C(VT3G4) = 0$
$\int \frac{\not{k}_a}{q^2(q+p_+)^2}$	$C(VT3G4) - Y * C(BT1G1)$ $+C(BT3G4) - 2C(VT4G4) = 0$

Tensorintegral	**Bedingung**
$\int \frac{\not{k}_a}{2q^2(q+k_a)^2}$	$2C(VT3G4)+C(VT5G1)$ $+C(BT2G4)+C(BT3G4)=0$
$\int \frac{2qk_a\gamma^\alpha \not{q}\gamma_\alpha}{q^2(q+p_+)^2(q-p_-)^2}$	$-C(VT4G3)+C(VT4G4)$ $+C(BT2G3)-C(BT3G3)$ $-C(BT2G4)+C(BT3G4)=0$
$\int \frac{\gamma^\alpha(\not{q}-\not{p}_+)(\not{k}_b-\not{k}_a)(\not{q}+\not{p}_-)\gamma_\alpha}{2[q^2-M_{V_1}^2][(q-p_+)^2-m_{F_1}^2][(q+p_-)^2-m_{F_2}^2]}$	$C(VT4G3)-C(BT2G3)$ $+C(BT3G3)=0$
$\int \frac{2qk_b\not{k}_a}{q^2(q+p_+)^2(q-p_-)^2}$	$-(X+Y)C(BT1G1)$ $+C(BT2G4)+C(BT3G4)=0$
$\int \frac{\gamma^\alpha \not{q}\gamma_\alpha}{q^2(q+p_+-k_b)^2}$	$C(BT3G3)+C(BT3G4)$ $+C(BT4G3)+C(BT4G4)=0$
$\int \frac{u(\not{q}-\not{k}_a)}{q^2(q+p_+)^2(q+k_b)^2}$	$C(BT3G4)+C(BT4G3)=0$
$\int \frac{u(\not{q}+\not{k}_a)}{q^2(q+p_-)^2(q+k_a)^2}$	$C(BT3G4)+C(BT4G4)=0$
$\int \frac{Spur[\gamma_\mu \frac{1\pm\gamma_5}{2}](\not{q}\not{k}_b\not{q}-\not{q}\not{k}_a\not{q}+\not{q}\not{k}_b\not{k}_a-\not{q}\not{k}_a\not{k}_b)}{[q^2-m_{F_1}^2][(q+k_a+k_b)^2-m_{F_2}^2]}$	$C(VT1G1)-C(ST1G1)=0,$

wobei $\quad X = V^{V_1W^+V_2W^-}$ und $Y = V^{V_1W^-V_2W^+}$ ist.

Diagramm	**Kopplungskonstantenkombination**
$ST1G1$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L,R}(C^{V_1\bar{F}F}_{L/R}C^{-V_2\bar{F}F}_{L/R}+C^{V_1\bar{F}F}_{R/L}C^{-V_2\bar{F}F}_{R/L})C^{V_2W^+W^-}$
$ST1G2$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}C^{V_1S_1-S_2}C^{-V_2S_2-S_1}C^{V_2W^+W^-}$
$ST1G3$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}C^{V_1G_1-G_2}C^{-V_2G_2-G_1}C^{V_2W^+W^-}$
$ST1G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}C^{V_1V_2-V_3}C^{-V_4V_3-V_2}C^{V_4W^+W^-}$
$ST2G2$	$C^{W^-\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{-V\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{V\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$VT1G1$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}(C^{V_1\bar{F}_3F_1}_{L}C^{W^-\bar{F}_1F_2}_{L}C^{W^+\bar{F}_2F_3}_{L}+C^{V_1\bar{F}_3F_1}_{R}C^{W^-\bar{F}_1F_2}_{R}C^{W^+\bar{F}_2F_3}_{R})$
$VT1G2$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}C^{V_1S_1-S_2}C^{W^-S_2-S_3}C^{W^+S_3-S_1}$
$VT1G3$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}C^{V_1G_1-G_2}C^{W^-G_2-G_3}C^{W^+G_3-G_1}$
$VT1G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}\mu}_{L/R}C^{V_1-V_2V_3}C^{-V_4W^+V_2}C^{V_4-V_3W^-}$
$VT2G3$	$C^{W^-\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{-V\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{V\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$VT2G4$	$C^{W^-\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{-V_1\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{V_2\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{-V_2W^+V_1}$
$VT3G3$	$C^{-V\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{W^-\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{V\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$VT3G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{V_2\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{V_1-V_2W^-}$
$VT4G3$	$C^{-V_1\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{-V_2\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{V_1\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{V_2W^+W^-}$
$VT4G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}F}_{L/R}C^{V_2\bar{F}\mu}_{L/R}C^{-V_3V_1-V_2}C^{V_3W^+W^-}$
$VT5G1$	$C^{-V_1\bar{l}l}_{L/R}C^{V_2-V_3W^-}C^{V_1-V_2V_3W^+}$
$VT6G1$	$C^{-V_1\bar{l}l}_{L/R}C^{V_2W^+-V_3}C^{V_1-V_2V_3W^+}$
$VT7G1$	$C^{-V_1\bar{l}l}_{L/R}C^{V_1V_2V_3}C^{-V_2-V_3W^+W^-}$
$BT1G1$	$C^{-V_1\bar{\mu}F}_{R/L}C^{V_2\bar{F}\mu}_{R/L}C^{V_1V_2W^+W^-}$
$BT2G3$	$C^{-V\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{W^-\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{V\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$BT2G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}F}_{L/R}C^{V_2\bar{F}\mu}_{L/R}C^{-V_2W^+V_3}C^{V_1-V_3W^-}$
$BT3G3$	$C^{-V\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{W^-\bar{F}_2F_3}_{L/R}C^{V\bar{F}_3\mu}_{L/R}$
$BT3G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}F}_{L/R}C^{V_2\bar{F}\mu}_{L/R}C^{-V_2V_3W^-}C^{V_1W^+-V_3}$
$BT4G3$	$-C^{-V_1\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{W^-\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{-V_2\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{V_2W^+V_1}$
$BT4G4$	$C^{-V_1\bar{\mu}F_1}_{L/R}C^{W^+\bar{F}_1F_2}_{L/R}C^{-V_2\bar{F}_2\mu}_{L/R}C^{V_2V_1W^-}$

Auch hier wird über alle inneren Teilchen summiert.

Literaturverzeichnis

[1] M. W. Grunewald, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **117** (2003) 280 [arXiv:hep-ex/0210003].

[2] J. M. Cornwall, D. N. Levin and G. Tiktopoulos, Phys. Rev. D **10** (1974) 1145 [Erratum-ibid. D **11** (1975) 972].

[3] J. M. Cornwall, D. N. Levin and G. Tiktopoulos, Phys. Rev. Lett. **30** (1973) 1268 [Erratum-ibid. **31** (1973) 572].

[4] P. Becher, M. Bohm and H. Joos, "Eichtheorien der starken und elektroschwachen Wechselwirkung," Teubner Studienbücher.

[5] C. H. Llewellyn Smith, Phys. Lett. B **46** (1973) 233.

[6] S. Weinberg, "The Quantum Theory Of Fields. Vol. 1: Foundations,"
"The Quantum Theory Of Fields. Vol. 2: Modern Applications,"
Cambridge University Press.

[7] T. Kugo, "Eichtheorie," Springer, 1997.

[8] M. Peskin, D. Schroeder, "An Introduction To Quantum Field Theory," Perseus Books, 1995.

[9] M. Böhm, A. Denner, H. Joos, "Gauge Theories of the Strong and Electroweak Interaction," B.G.Teubner, 2001.

[10] M. Jacob and G. C. Wick, Annals Phys. **7** (1959) 404 [Annals Phys. **281** (2000) 774].

[11] A. Martin, F. Cheung, "Analyticity Properties And Bounds Of The Scattering Amplitude," Gordon and Breach, 1970.

[12] H. Lehmann, K. Symanzik and W. Zimmermann, Nuovo Cim. **1** (1955) 205.

[13] S. L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579;
S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264;
A. Salam, in "Svartholm: Elementary Particle Theory", Stockholm 1968, 367-377.

[14] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D **2** (1970) 1285.

[15] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531;
M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.

[16] O. W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 598;
M. Y. Han and Y. Nambu, Phys. Rev. **139** (1965) B1006;
W.A. Bardeen, H. Fritzsch, M. Gell-Mann "Scale and Conformal Invariance in Hadron Physics", ed. R. Gatto (Wiley, New York, 1973).

[17] H. E. Haber and G. L. Kane, Phys. Rept. **117** (1985) 75;
H. P. Nilles, Phys. Rept. **110** (1984) 1.

[18] T. Kajita [Super-Kamiokande Collaboration], Nucl. Phys. Proc. Suppl. **77** (1999) 123 [arXiv:hep-ex/9810001].

[19] P. W. Higgs, Phys. Lett. **12** (1964) 132;
P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 508;
P. W. Higgs, Phys. Rev. **145** (1966) 1156;
F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 321;
T. W. Kibble, Phys. Rev. **155** (1967) 1554.

[20] L. D. Faddeev and V. N. Popov, Phys. Lett. B **25** (1967) 29.

[21] C. Becchi, A. Rouet and R. Stora, Phys. Lett. B **52** (1974) 344.

[22] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **33** (1971) 173;
G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **35** (1971) 167.

[23] S. Pokorski, "Gauge Field Theories", Cambridge University Press, 1987

[24] B. W. Lee, C. Quigg and H. B. Thacker, Phys. Rev. D **16** (1977) 1519.

[25] C. E. Vayonakis, Lett. Nuovo Cim. **17** (1976) 383.

[26] D. A. Ross and J. C. Taylor, Nucl. Phys. B **51** (1973) 125 [Erratum-ibid. B **58** (1973) 643];
A. Sirlin, Phys. Rev. D **22** (1980) 971.

[27] A. Denner, *Fortsch. Phys.* **41** (1993), 307.

[28] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, the LEP Elektroweak Working Group and the SLD Heavy Flavor and Elektroweak Working Groups, *A Combination of Preliminary Elektroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, CERN-EP/2001-021.

[29] A. Einstein, Annalen Phys. **49** (1916) 769.

[30] H. Georgi and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 438.

[31] S. Weinberg, Phys. Rev. D **13** (1976) 974;
S. Weinberg, Phys. Rev. D **19** (1979) 1277;
L. Susskind, Phys. Rev. D **20** (1979) 2619.

[32] U. Amaldi, W. de Boer and H. Furstenau, Phys. Lett. B **260** (1991) 447.

[33] H. Goldberg, Phys. Rev. Lett. **50** (1983) 1419.

[34] A. Salam and J. Strathdee, Nucl. Phys. B **76** (1974) 477.

[35] R. Haag, J. T. Lopuszanski and M. Sohnius, Nucl. Phys. B **88** (1975) 257.

[36] S. R. Coleman and J. Mandula, Phys. Rev. **159** (1967) 1251.

[37] H. P. Nilles, Phys. Rept. **110** (1984) 1;
M. F. Sohnius, Phys. Rept. **128** (1985) 39;
J. Wess and J. Bagger, "Supersymmetry And Supergravity," Princeton Series in Physics.

[38] S. L. Glashow and S. Weinberg, Phys. Rev. D **15** (1977) 1958.

[39] P. Fayet, Nucl. Phys. B **90** (1975) 104.

[40] A. Salam and J. Strathdee, Nucl. Phys. B **90** (1975) 203.

[41] L. Girardello and M. T. Grisaru, Nucl. Phys. B **194** (1982) 65.

[42] L. J. Hall, V. A. Kostelecky and S. Raby, Nucl. Phys. B **267** (1986) 415.

[43] S. P. Martin, "A supersymmetry primer," hep-ph/9709356.

[44] M. Frank, Doktorarbeit, Universität Karlsruhe (2002)

[45] T. Hahn, Comput. Phys. Commun. **140** (2001) 418.

[46] M. Roth and A. Denner, Nucl. Phys. B **479** (1996) 495.

[47] W. Beenakker and A. Denner, Int. J. Mod. Phys. A **9** (1994) 4837.

[48] T. Hahn, Nucl. Phys. B **609** (2001) 344.

[49] C. M. Ankenbrandt *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams **2** (1999) 081001

[50] V. D. Barger, M. S. Berger, J. F. Gunion and T. Han [Muon Quartet Collaboration], In "Santa Barbara 1996, Future high energy colliders 219-233".

[51] J. A. Aguilar-Saavedra *et al.* [ECFA/DESY LC Physics Working Group Collaboration], arXiv:hep-ph/0106315.

[52] T. Hahn, "FeynArts User's Guide, FormCalc User's Guide" und "LoopTools User's Guide", erhältlich unter `www.feynarts.de`.

[53] D. E. Groom *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Eur. Phys. J. C **15** (2000) 1.

[54] F. Jegerlehner, arXiv:hep-ph/9901386.

[55] F. Bloch and A. Nordsieck, Phys. Rev. **52** (1937) 54.

[56] G. 't Hooft and M. J. Veltman, Nucl. Phys. B **44** (1972) 189.

[57] D. Stöckinger, "Methoden zur Renormierung supersymmetrischer Eichtheorien in der Wess-Zumino-Eichung und deren Anwendung", Shaker Verlag, Aachen 2001.

[58] W. Siegel, Phys. Lett. B **84** (1979) 193.

[59] W. Siegel, Phys. Lett. B **94** (1980) 37.

[60] L. V. Avdeev and A. A. Vladimirov, Nucl. Phys. B **219** (1983) 262.

Danksagung

Zuerst möchte ich mich bei Herrn W. Hollik für die interessante Themenstellung und die hilfreichen Diskussionen bedanken.

Bei Herrn Prof. F.Klinkhamer bedanke ich mich für seine Bereitschaft, das Korreferat zu übernehmen.

Mein besonderer Dank gilt Markus Roth, der sich immer für meine Fragen Zeit genommen hat und dessen zahlreiche Ratschläge und Anregungen sehr zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Außerdem gebührt ihm, sowie meinem Bruder Christoph der Dank für das Korrekturlesen dieser Arbeit.

Inga Fischer, Christian Schappacher, Heidi Rzehak und Thomas Fritsche danke ich für die Hilfe im Umgang mit Mathematica und `FeynArts`. Die letzten Beiden waren dabei nicht einmal in München vor meinen Fragen sicher.

Von den Systemadministratoren, ohne deren Arbeit die Durchführung diese Arbeit undenkbar gewesen wäre, möchte ich besonders Michael Faisst für seine stets schnelle Hilfe bei technischen Problemen hervorheben.

Weiterhin möchte ich allen Mitgliedern des Instituts für Theoretische Physik und besonders meinem Zimmerkollegen Ronny Richter für die angenehme Arbeitsatmosphäre danken, die sehr wesentlich für das Gelingen dieser Arbeit war.

Schließlich bedanke ich mich bei meinen Eltern, deren vielfältige Unterstützung mir das Studium erst möglich gemacht hat.

Ich versichere, die Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Ulrich Meier
Karlsruhe, 25. April 2003