Quanten-Effekte in der Higgs-Physik an hochenergetischen Elektron-Positron- und Hadron-Collidern

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN

von der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.–Phys. Oliver Brein
aus Grünstadt

Tag der mündlichen Prüfung:	26.4.2002
Referent:	Prof. Dr. W. Hollik
Korreferent:	Prof. Dr. T. Mannel

Danksagung

Ich danke meinem Doktorvater Professor Hollik für die großen Freiräume, die er mir in der Ausgestaltung meiner Arbeit gewährte, für seine stete Diskussionsbereitschaft und für die angenehme Atmosphäre, die er an seinem Institut zu schaffen versteht. Professor Mannel danke ich für die bereitwillige Übernahme des Korreferats. Beiden möchte ich auch für ihre terminliche Felxibilität in der hektischen Phase des Zusammenschreibens danken.

Ich danke Shinya Kanemura, Thomas Hahn und Christian Schappacher für die fruchtbare und angenehme Zusammenarbeit an gemeinsamen Projekten. Thomas und Christian gebührt besonderer Dank dafür, daß sie Berechnungen im Rahmen des MSSM mit FeynArts möglich gemacht haben. Ohne ihre Mühen, hätte die Anfertigung der vorliegenden Arbeit deutlich länger gedauert.

Georg Weiglein möchte ich besonders danken. Er hat sich auch nach seiner Karlsruher Zeit sehr nett um mich sowie auch um viele andere Doktoranden des ITP gekümmert und oft konkrete Projektvorschläge gemacht.

Großer Dank geht an Kai Diener für das Korrekturlesen der Arbeit, für spannende Diskussionen über Physik und für die vielen gemeinsamen Aktivitäten in denen es nicht um Physik ging.

Alessandro Vicini danke ich für viele interessante Diskussionen und für schöne, wenn auch viel zu seltene, gemeinsame Freizeitaktivitäten.

Ich möchte allen jetzigen und ehemaligen Mitgliedern des Instituts meinen besonderen Dank aussprechen für das angenehme Arbeitsklima und die vielen Aktivitäten innerhalb und außerhalb des Instituts, wozu wirklich jeder etwas beigetragen hat. Insbesondere möchte ich in diesem Zusammenhang meinen „Mitstreitern“ am ITP seit der Diplomzeit, Gerrit Jahn, Dominik Stöckinger und Wolfgang Walter für die nette Zeit, die wir hier hatten, danken. Wolfgang gebührt besonderer Dank für das angnehme Zusammenwohnen in den letzten beiden Jahren.

Ich möchte mich bei den Administratoren unseres Computernetzwerks, insbesondere Markus Frank, Thomas Hahn und Gerrit Jahn, für den reibungsfreien Betrieb bedanken.

Ich bedanke mich ganz herzlich bei meiner Freundin Monique Lembach, für die große Unterstützung, besonders in der Schlußphase, in der sie mir eine große Hilfe war.

Ebenso herzlich möchte ich mich bei meinen Eltern für ihr Vertrauen und ihre stete Unterstützung bedanken.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Unsere bisherige Kenntnis der Physik der Elementarteilchen und ihrer Wechselwirkungen ist bemerkenswert gut durch das Standardmodell der Teilchenphysik [1] beschrieben. Das Standardmodell ist eine relativistische Quantenfeldtheorie mit lokaler Eichinvarianz. Es beschreibt die derzeit als fundamental erachteten Materieteilchen, Leptonen und Quarks, und ihre Wechselwirkungen mit Ausnahme der Gravitation. Neben der starken Wechselwirkung, die für den Zusammenhalt der Quarks innerhalb des Protons verantwortlich ist, gibt es die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung. Die letzten beiden werden im Rahmen des Standardmodells zu zwei Aspekten einer vereinheitlichten Wechselwirkung, der elektroschwachen Wechselwirkung, vereinigt.

Viele Vorhersagen des Standardmodells für Teilchen-Reaktionen sind mit so hoher Präzision durch Experimente bestätigt worden, daß Quanten-Effekte durch virtuelle Teilchen in Zwischenzuständen der Reaktion meßbar wurden. Als eindrucksvolles Beispiel sei hier die indirekte Bestimmung der Masse des Top-Quarks vor seiner Entdeckung am Tevatron [2] angeführt. Ein globaler Fit der Standardmodell-Vorhersagen für Präzisionsobservablen und die Abhängigkeiten der Vorhersagen von der Top-Masse, erlaubten es, unter der Annahme der Gültigkeit des Standardmodells, einen wahrscheinlichsten Wert für die Top-Quark-Masse zu extrahieren, der bemerkenswert gut mit dem später gemessen Wert übereinstimmte. Ein weiterer Meilenstein ist die Messung des Wirkungsquerschnitts für die Paar-Erzeugung von geladenen elektroschwachen Eichbosonen (W^+W^-) am LEP-Experiment, welche die präzise Standardmodell-Vorhersage unter Einbeziehung von Strahlungskorrekturen eindrucksvoll bestätigt [3]. Damit ist auch die nicht-abelsche Struktur des elektroschwachen Sektors des Standardmodells eindrucksvoll demonstriert worden.

Andererseits hat der Bereich des Standardmodells, der für die Erzeugung der Massen aller Elementarteilchen verantwortlich ist, der sogenannte Higgs-Sektor, bisher noch zu keiner experimentellen Entdeckung geführt. Der Higgs-Sektor im Standardmodell besteht aus einem Dublett von skalaren Feldern, das an die elektroschwachen Eichfelder koppelt und im Grundzustand einen nicht-verschwindenden Erwartungswert besitzt. Damit bricht der Grundzustand spontan die elektroschwache Eichsymmetrie. Als Konsequenz davon, werden drei der Eichfelder massiv. Drei der vier reellen Komponentenfelder des

Higgs-Dubletts werden zu longitudinalen Freiheitsgraden der massiven Eichfelder und es verbleibt ein physikalisches skalares Teilchen, das Higgs-Boson. Das ist der sogenannte Higgs-Mechanismus [4]. Die spontane Symmetriebrechung ist die bisher einzige Möglichkeit, massive Eichbosonen im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie mit lokaler Eichsymmetrie konsistent zu beschreiben. Im Gegensatz dazu würde die Einführung von Massentermen für die Eichbosonen die Eichsymmetrie des Standardmodells explizit brechen. Das hätte zur Folge, daß die Renormierbarkeit der Theorie [5] und damit ihre Vorhersagekraft verloren ginge.

Es gibt bisher keinen experimentellen Nachweis der Existenz eines Higgs-Bosons. Dieser Teil des Standardmodells ist der unsicherste. In der Tat gibt es mannigfache Möglichkeiten, den Higgs-Sektor zu erweitern, z.B. durch Einführung weiterer Higgs-Multipletts. Diese Freiheit in der Formulierung des Higgs-Sektors der Theorie kann mangels direkter experimenteller Befunde nur indirekt eingeschränkt werden. Dazu dient die Messung von Observablen, deren Vorhersagen vom Higgs-Sektor und seinen Parametern signifikant beeinflußt sind. Jedes Modell mit erweitertem Higgs-Sektor muß natürlich bereits gemessene Werte von Observablen innerhalb der Fehlerschranken reproduzieren. Das erlaubt bestimmte Modelle auszuschließen, bzw. die auftretenden Parameter einzuschränken. Beispielsweise ist der gemessene Wert für den elektroschwachen ρ-Parameter sehr nahe bei eins, im Einklang mit der Erwartung im Standardmodell. Erweiterte Higgs-Sektoren, die nicht wenigstens in niedrigster Ordnung der Störungstheorie einen Wert nahe bei eins vorhersagen, sind somit äußerst unwahrscheinlich.

Eine gängige Erweiterung des Higgs-Sektors des Standardmodells ist ein Zwei-Higgs-Dublett-Modell (2HDM). Es ist die einfachste Erweiterung des Standardmodells, die sich nur auf den Higgs-Sektor auswirkt und auf Born-Niveau $\rho = 1$ liefert. Statt einem besitzt das 2HDM zwei Higgs-Dubletts. Von den acht reellen Freiheitsgraden des 2HDM-Higgs-Sektors verbleiben fünf physikalische Freiheitsgrade nach der spontanen Symmetriebrechung: drei elektrisch neutrale und zwei geladene Higgs-Bosonen.

Eine viel umfassendere Erweiterung des Standardmodells ist seine minimale supersymmetrische Erweiterung. Supersymmetrie ist eine Erweiterung der bekannten Raum-Zeit-Symmetrie um eine Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen. In der minimalen Version ordnet sie jedem Boson genau ein Fermion mit gleicher Masse und gleichen Wechselwirkungen zu und umgekehrt. Im minimal supersymmetrisch erweiterten Standardmodell (MSSM) wird jedem bekannten Materieteilchen ein Superpartner mit Spin 0 zugeordnet und jedem Eichboson ein Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner. Der Higgs-Sektor des MSSM ist ein spezielles Zwei-Higgs-Dublett-Modell dessen Parameter durch die Supersymmetrie stark eingeschränkt sind.

Die Beschreibung der Elementarteilchenphysik kann in ihrer heutigen Formulierung noch nicht perfekt sein. Ein Hinweis darauf ist zum Beispiel die bisher nicht erreichte Einbeziehung der vierten Grundkraft, der Gravitation, in eine konsistente Theorie. Betrachtet man aber das Standardmodell als effektive Theorie bei niedrigen Energien, die Teil einer umfassenderen Theorie ist, dann ergibt sich im Higgs-Sektor ein Problem: Quantenkorrekturen zur Higgs-Masse legen nahe, daß ihr natürlicher Wert bei der viel höheren Massenskala der umfaßenderen Theorie liegen sollte. Dies ist andererseits unverträglich mit dem Erfolg der störungstheoretischen Behandlung des Standardmodells, der eine Higgs-Masse unterhalb von einem TeV fordert, während typische Massen-Skalen einer umfassenderen Theorie z.B. die Skala der großen vereinheitlichten Theorien (10^{15} GeV) oder die Planck-Skala (10^{19} GeV) sein könnten. Technisch ergibt sich diese Unnatürlichkeit der Higgs-Masse im Standardmodell dadurch, daß Schleifenkorrekturen zur Higgs-Masse quadratische Divergenzen aufweisen.

In supersymmetrischen Theorien treten dagegen keine quadratischen Divergenzen in Schleifenkorrekturen auf. Diese Eigenschaft folgt in erster Linie aus der Tatsache, daß supersymmetrische Theorien immer die gleiche Anzahl von fermionischen und bosonischen Freiheitsgraden besitzen. Da experimentell aber bisher noch keine Superpartner zu Standardmodell-Teilchen gefunden wurden, muß in phänomenologisch verwendbaren Modellen die Supersymmetrie bei der elektroschwachen Skala gebrochen sein. Die Weghebung der quadratischen Divergenzen findet aber immer noch statt, solange der Brechungsmechanismus nur zur sogenannten Soft-Brechung führt. Im Rahmen einer umfassenderen supersymmetrischen Theorie, die das Standardmodell als effektive Theorie bei niedrigen Energien enthält, bedeutet die Weghebung quadratischer Divergenzen eine Stabilisierung der Higgs-Masse gegenüber Quantenkorrekturen durch das Spektrum der Freiheitsgrade bei der hohen Energie-Skala der umfassenden Theorie. Die Higgs-Masse kann also in natürlicher Weise klein sein gegenüber der Energie-Skala der umfassenden Theorie. Das ist eine der wesentlichen Motivationen zur Einführung supersymmetrischer Modelle.

Neue Collider-Experimente, wie der im Bau befindliche Large Hadron Collider (LHC) oder geplante zukünftige hochenergetische Elektron-Positron-Collider, werden die elektroschwache Energie-Skala überschreiten und in neue Energiebereiche vorstoßen, wo neue Phänomene erwartet werden, die nicht durch das Standardmodell beschrieben werden. Alles deutet darauf hin, daß die neuen Experimente Signale der elektroschwachen Symmetriebrechung und möglicherweise von Higgs-Teilchen liefern werden. Die Vorhersagen des Standardmodells und anderer aussichtsreicher Modelle für das Higgs-Spektrum und dominante Wirkungsquerschnitte zur Higgs-Erzeugung sollten genügend lange vor Inbetriebnahme des jeweiligen Experiments ausgearbeitet sein, um die Entwicklung verläßlicher Suchstrategien zu garantieren. Nach der Entdeckung eines oder mehrerer Higgs-Teilchen stellt sich die Frage, welche Theorie den in der Natur realisierten Higgs-Sektor richtig beschreibt. Dazu gilt es einerseits auszuloten, wie genau die Parameter des Higgs-Sektors vermessen werden können und andererseits inwieweit die Vorhersagen verschiedener Modelle unterscheidbar sind. Man erhofft sich von Messungen von Parametern des Higgs-Sektors Rückschlüsse auf das zugrundeliegende Modell.

Dafür ist es nützlich, Schleifen-induzierte Prozesse zu studieren, da sie natürlicherweise wesentlich mehr beeinflußt sind durch die virtuellen Teilchen in Schleifen-Amplituden. Insbesondere im MSSM (mit erhaltener R-Parität) enthalten Amplituden Schleifen-induzierter Prozesse oft gleichberechtigt virtuelle Standardmodell-Teilchen und ihre Superpartner. Teilchen-Reaktionen von Standardmodell-Teilchen, die eine nichtverschwindende Born-Amplitude besitzen, können dagegen erst auf dem Einschleifen-

Niveau Korrekturen durch virtuelle Superpartner erfahren. Das ist eine direkte Folge der R-Parität.

An hochenergetischen Hadron-Collidern spielen Schleifen-induzierte Higgs-Erzeugungsprozesse eine besondere Rolle, denn es gibt entsprechende Parton-Reaktionen, die besonders durch hohe Parton-Parton-Luminositäten beim Zusammenstoß der Hadronen begünstigt sind. Da die Verteilung der Gluonen im Proton bei kleinen Impuls-Anteilen x stark zunimmt, sind Gluon-Fusionsreaktionen mit kleinem x enorm wahrscheinlich. Wenn bestimmte Teilchen in Proton-Kollisionen via Gluon-Fusion erzeugt werden können, so ist der Kanal dann effektiv, wenn die Proton-Energie so hoch ist, daß bereits relativ weiche Gluon-Kollisionen (also solche mit recht geringen Impuls-Anteilen x) ausreichend Schwerpunktsenergie besitzen, um die Produktionsschwelle zu überschreiten. Am LHC ergeben sich für Gluon-Fusionsreaktionen mit Schwellenenergien von einigen hundert GeV hadronische Wirkungsquerschnitte, die den partonischen Wirkungsquerschnitt um einen Faktor 100 und mehr übertreffen können. Deshalb können an einem Beschleuniger wie dem LHC an sich unterdrückte Schleifen-induzierte Reaktionen mit bereits auf Born-Niveau ablaufenden konkurrieren, wenn es für erstere einen Gluon-Fusionskanal gibt, für letztere aber nicht. Das prominenteste Beispiel für den LHC ist die Erzeugung eines Standardmodell-Higgs-Teilchens durch Gluon-Fusion, die, obwohl erst auf dem Ein-Schleifen-Niveau möglich, im Rahmen des Standardmodells in weiten Bereichen der Higgs-Masse der dominante Higgs-Erzeugungsprozeß ist.

Ein Aspekt der vorliegenden Arbeit ist die Vorhersage des hadronischen Wirkungsquerschnitts für die Erzeugung eines neutralen MSSM-Higgs-Bosons h^0 in Verbindung mit einem harten Jet am LHC. Der Hauptbeitrag zum Wirkungsquerschnitt des Prozesses ist Schleifen-induziert und kommt vom Gluon-Fusions-Partonprozeß $gg \to h^0 g$. Studien für den analogen Standardmodell-Prozeß zeigen ein vielversprechendes Verhältnis von Signal zu Untergrund [49]. Damit stellt er eine Alternative zur wohlbekannten inklusiven Erzeugung einzelner Higgs-Teilchen [45] dar.

Ein anderer zentraler Aspekt der Arbeit ist das geladene Higgs-Boson. Die Entdeckung eines geladenen Higgs-Teilchens wäre ein untrügliches Zeichen eines erweiterten Higgs-Sektors. und möglicherweise ein Markstein auf dem Weg zum Nachweis eines supersymmetrischen Higgs-Sektors. Wir berechnen die Vorhersage des hadronischen Wirkungsquerschnitts für die assoziierte Erzeugung eines geladenen Higgs-Bosons $H^\pm$ und eines Eichbosons $W^\mp$ am LHC im Rahmen des MSSM und des 2HDM. In unserer Diskussion der Ergebnisse für diesen Schleifen-induzierten Prozeß haben wir vor allem die Modellabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts im Auge. Dabei interessieren uns im Rahmen des MSSM die maximal möglichen Effekte durch virtuelle Squarks, die im Einklang mit experimentellen und theoretischen Parameter-Einschränkungen sind. Für den Prozeß im Rahmen des 2HDM demonstrieren wir, daß gravierende Unterschiede im vorhergesagten Wirkungsquerschnitt im Vergleich zum MSSM möglich sind.

An einem Elektron-Positron-Collider ist der dominante Erzeugungsprozeß für geladene Higgs-Bosonen die Paar-Erzeugung, sofern die Schwerpunktsenergie zur Erzeugung von H^+H^--Paaren ausreicht. Wenn die Schwerpunktsenergie des Colliders nicht ausreicht, kann der Schleifen-induzierte Prozeß $e^+e^- \to W^\pm H^\mp$ zum dominanten Erzeugungsprozeß werden. Wir berechnen die Vorhersage des Wirkungsquerschnitts für diesen Prozeß im Rahmen des MSSM und 2HDM. Das Hauptaugenmerk in der Diskussion der Ergebnisse liegt hier auf den bisher unbekannten Beiträgen der Schleifen-Diagramme mit Superpartnern im MSSM im Vergleich zu einem 2HDM mit MSSM-Werten für die Massen und Kopplungen des Higgs-Sektors.

Die Arbeit ist in vier Hauptteile gegliedert. Nach der Einleitung folgt Teil I, der die Grundlagen der Arbeit (Higgs-Mechanismus, Supersymmetrie, MSSM und 2HDM) skizziert.

Teil II ist der erste Hauptteil der Arbeit und präsentiert die Berechnung hadronischer Wirkungsquerschnitte für zwei unterschiedliche Higgs-Erzeugungsprozesse. Der erste ist die assoziierte Erzeugung eines geladenen Higgs-Bosons $H^\pm$ und eines Eichbosons $W^\mp$. Dieser Prozeß wird im Rahmen des MSSM und 2HDM diskutiert. Der zweite Prozeß ist die Erzeugung eines neutralen Higgs-Bosons in Verbindung mit einem harten Jet. Die Diskussion dieses Prozesses wird im Rahmen des MSSM geführt und mit dem ebenfalls berechneten analogen Prozeß im Standardmodell verglichen.

Teil III ist der zweite Hauptteil der Arbeit. Er behandelt die assoziierte Erzeugung eines geladenen Higgs-Bosons $H^\pm$ und eines Eichbosons $W^\mp$ an einem Elektron-Positron-Collider im Rahmen des MSSM und 2HDM.

Nach der Zusammenfassung der Arbeit in Teil IV folgen die Anhänge in Teil V. Anhang A spezifiziert die in den Diskussionen der Ergebnisse verwendeten Parameter-Szenarios und die Einschränkungen an die Parameter, die berücksichtigt wurden. Anhang B faßt die Definitionen der skalaren und tensoriellen Schleifenintegrale zusammen, die größtenteils in Anhang C in den analytischen Formeln für die Amplitude des Prozesses $gg \to W^-H^+$ Verwendung finden. Anhang D faßt alle Kopplungen von Quarks und Squarks an Higgs-Teilchen und Eichbosonen im MSSM zusammen, die in der Diskussion und Erklärung der Squark-Schleifen-Effekte und in Anhang C benötigt werden. Anhang E stellt eine Liste aller verfügbaren Computer-Programme zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten zusammen, die mit dieser Arbeit oder parallel dazu entstanden sind.

Teil I

Grundlagen

Kapitel 2

Higgs-Mechanismus

Es ist ein nicht-triviales Problem, eine renormierbare Quantenfeldtheorie zu formulieren, die sowohl eichinvariante Wechselwirkungen besitzt, als auch massive Eichbosonen beschreibt. Die Eichsymmetrie verbietet nämlich explizite Massenterme für Eichbosonen, und führt man dennoch explizite Massenterme ein, so zerstört man die Renormierbarkeit der Theorie.

Der Higgs-Mechanismus [4] ist eine Lösung dieses Problems. Offenbar sind Massenterme für Eichbosonen nur durch irgend eine Art von Symmetriebrechung zu erreichen. Die Idee des Higgs-Mechanismus ist es, eine eichinvariante Theorie zu formulieren, deren Grundzustand nicht eichinvariant ist. Damit vermeidet man eine Brechung der Eichsymmetrie der Theorie an sich und bewahrt damit die Eigenschaft der Renormierbarkeit [5]. Um dies zu erreichen, benötigt man dynamische Freiheitsgrade der Theorie, deren Grundzustand nicht invariant unter allen Eichtransformationen sind.

Ein Multiplett von Feldern, das sich bezüglich einer nicht-trivialen Darstellung der Eichgruppe transformiert, koppelt notwendigerweise an die Eichbosonen. Hat ein solches Multiplett einen nicht-verschwindenden Vakuumerwartungswert im Grundzustand, dann ist die Eichsymmetrie im Grundzustand gebrochen, d.h. der Vakuumzustand ist nicht invariant unter allen Eichtransformationen. Die Forderung der relativistischen Invarianz der Theorie auch im Grundzustand erlaubt nur Vakuumerwartungswerte von skalaren Multipletts zur Brechung der Eichsymmetrie.

Bei einer Theorie mit einer globalen kontinuierlichen Symmetriegruppe führt nach dem Goldstone-Theorem [6] ein symmetriebrechender Grundzustand zu masselosen skalaren Freiheitsgraden (Nambu-Goldstone-Bosonen) für jeden Generator der Symmetriegruppe, der zu einer gebrochenen Symmetrie korrespondiert.

Im Fall eines symmetriebrechenden Grundzustandes in einer Theorie mit Eichsymmetrie, d.h. mit einer lokalen kontinuierlichen Symmetriegruppe, treten auch masselose skalare Freiheitsgrade für jeden Generator auf, der zu einer gebrochenen Symmetrie korrespondiert. Diese Freiheitsgrade treten aber nun in Wechselwirkung mit den entsprechenden masselosen Eichbosonen, und das Resultat dieser Mischung der Freiheitsgrade ist, daß die entsprechenden Eichbosonen massiv werden und keine masselosen Goldstone-Bosonen auftreten [4]. Dies ist der sogenannte Higgs-Mechanismus, die bisher einzige

Möglichkeit, massive Eichbosonen im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie mit lokaler Eichsymmetrie konsistent zu beschreiben.

Die symmetriebrechenden skalaren Freiheitsgrade müssen keine fundamentalen Felder sein, die elementaren Teilchen entsprechen. Der Higgs-Mechanismus funktioniert auch mit effektiven skalaren Freiheitsgraden, die zusammengesetzt sind aus fundamentaleren Feldern, die ihrerseits erst eine Interpretation als Elementarteilchen erfahren (z.B. Technicolor- und Top-Color-Modelle).

Higgs-Mechanismus im Standardmodell

Im Standardmodell ist der relevante Teil der Lagrangedichte für Wechselwirkungen mit dem Higgs-Boson:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} \,, \tag{2.1}$$

mit dem Higgs-Potential

$$V(\Phi, \Phi^\dagger) = V(\Phi^\dagger \Phi) = -\frac{m_H^2}{2} \Phi^\dagger \Phi + \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2 \,, \tag{2.2}$$

der Yukawa-Wechselwirkung des Higgs-Bosons $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ und der kovarianten Ableitung

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu + i \delta_{ij} \frac{g_Y}{2} Y_H B_\mu + i g_I \frac{\tau^k_{ij}}{2} W^k_\mu \,.$$

Dabei ist B_μ das Eichfeld der Hyperladungsgruppe $U(1)_Y$, g_Y die dazugehörige Kopplungskonstante und $Y_H (= 1)$ die Hyperladung des Higgs-Isodubletts. Die Größen $W^k_\mu (k = 1, 2, 3)$ bezeichnen die Eichfelder der schwachen Isospin-Gruppe $SU(2)_I$ mit den Generatoren $\frac{\tau^k}{2} \equiv I^k$ und der dazugehörigen Kopplungskonstanten g_I. Die $\tau^k (k = 1, 2, 3)$ bezeichnen die Pauli-Matrizen. Die volle Eichgruppe des Standardmodells ist $\mathrm{SU}(3)_C \times \mathrm{SU}(2)_I \times \mathrm{U}(1)_Y$. Für das Higgs-Dublett verschwindet aber die Dartstellung der $\mathrm{SU}(3)_C$-Generatoren, weil es farbneutral ist.

Das Minimum des Higgs-Potentials wird für alle Feldwerte Φ_0 angenommen, deren Betrag $|\Phi_0|$ die Bedingung

$$|\Phi_0| := \sqrt{\Phi_0^\dagger \Phi_0} = \frac{m_H}{\sqrt{\lambda}} \tag{2.3}$$

erfüllt. Dieser Wert entspricht dem Betrag des Vakuumerwartungswerts des Higgs-Feldes in niedrigster Ordnung $|\langle 0 | \Phi | 0 \rangle| = |\Phi_0|$. Die Parametrisierung des Higgs-Isospin-Dubletts,

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi_0(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ |\Phi_0| + \frac{1}{\sqrt{2}} (H(x) + i\chi(x)) \end{pmatrix} ,$$

trägt diesem Umstand Rechnung und führt als dynamische Freiheitsgrade die reellen Felder H, χ und das komplexe Feld ϕ^+ ein, welche die Feldvariationen um den Vakuumerwartungswert[1] beschreiben. Es zeigt sich, daß die Felder χ, ϕ^+ und $\phi^- = (\phi^+)^\dagger$ unphysikalisch sind, da sie Variationen des Higgs-Feldes unter Eichtransformationen entsprechen. Sie lassen sich durch eine geeignet gewählte Eichung völlig eliminieren (Unitäre Eichung).

In der Unitären Eichung beschreiben die verbleibenden Freiheitsgrade der Eich- und Higgsfelder drei massive Eichbosonen (Z, W^+, W^-), ein masseloses Eichboson (das Photon γ) und ein physikalisches Higgs-Teilchen (H) mit Masse $m_H = |\Phi_0|\sqrt{\lambda}$. Das Feld A_μ des masselosen Photons korrespondiert zu einer ungebrochenen Eichsymmetrie, deren Generator diejenige Linearkombination von Generatoren der Gruppe $\mathrm{SU}(2)_I \times \mathrm{U}(1)_Y$ ist, welche den gewählten Vakuumerwartungswert unverändert läßt. Der fragliche Generator ist eine Linearkombination aus Y_H und I^3. Entsprechend ist A_μ, eine Linearkombination aus B_μ und W_μ^3 und das Z-Bosonfeld Z_μ die verbleibende dazu orthogonale:

$$\begin{aligned} Z_\mu &= \cos\theta_w W_\mu^3 - \sin\theta_w B_\mu \ , \\ A_\mu &= \sin\theta_w W_\mu^3 + \cos\theta_w B_\mu \ , \end{aligned}$$

mit

$$\sin\theta_w = \frac{g_Y}{g}, \qquad \cos\theta_w = \frac{g_I}{g}, \qquad g = \sqrt{g_I^2 + g_Y^2} \ .$$

Mit der Interpretation des Feldes A_μ als Eichfeld der elektromagnetischen Wechselwirkung findet man, daß die zwei weiteren massiven Eichfelder W_μ^1 und W_μ^2 in der Kombination

$$\begin{aligned} W_\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) \ , \\ W_\mu^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \end{aligned}$$

massive Spin-1-Teilchen mit positiver bzw. negativer elektrischer Elementarladung beschreiben: W^+ und W^-. Die Massen der Eichbosonen sind proportional zum Vakuumerwartungswert des Higgs-Feldes:

$$\begin{aligned} M_Z^2 &= \frac{1}{2}(g_I^2 + g_Y^2)|\Phi_0|^2 \ , \\ M_W^2 &= \frac{1}{2} g_I^2 |\Phi_0|^2 \ . \end{aligned}$$

Die elektromagnetische Kopplung kann durch g_I und g_Y ausgedrückt werden:

$$e = \frac{g_I g_Y}{g_I^2 + g_Y^2} = g \sin\theta_w \cos\theta_w \ .$$

[1] Die spezifische Wahl des Vakuumerwartungswerts im entarteten Minimum spielt keine Rolle aufgrund der Eichinvarianz.

Die elektrische Ladung Q eines Teilchens im Standardmodell ist dann durch seine dritte Komponente des schwachen Isospins I^3 und seine Hyperladung Y gegeben:

$$Q = I^3 + \frac{Y}{2} \quad .$$

Massen der Fermionen

Die ursprünglich masselosen Leptonen und Quarks bekommen ihre Masse über die Yukawa-Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld, das einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert angenommen hat. Der für die Quarks relevante Teil der Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ ist:

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa,Quarks}} = -\lambda^u_{IJ}\bar{Q}_I\tilde{\Phi}u_{R,J} - {\lambda^u_{IJ}}^*\bar{u}_{R,J}\tilde{\Phi}^\dagger Q_I - \lambda^d_{IJ}\bar{Q}_I\Phi d_{R,J} - {\lambda^d_{IJ}}^*\bar{d}_{R,J}\Phi^\dagger Q_I \quad . \tag{2.4}$$

Dabei ist

$$\tilde{\Phi} := \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi_+^* \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

ein aus den Komponenten von Φ gebildetes Feld, das ebenfalls unter der fundamentalen Darstellung der $\mathrm{SU}(2)_I$ transformiert, aber mit entgegengesetzter Hyperladung. Die Matrizen von Yukawa-Kopplungskonstanten λ^u_{IJ} und λ^d_{IJ} parametrisieren die Massen der Quarks und alle Mischungseffekte im Quark-Sektor.

Kapitel 3

Supersymmetrie

3.1 Erweiterungen der Poincaré-Algebra

In den sechziger Jahren wurde versucht, Quantenfeldtheorien zu konstruieren, deren Symmetriegruppe nicht einfach ein direktes Produkt aus der Poincaré-Gruppe und einer inneren Symmetrie-Gruppe ist. Diese Modelle hätten eine nichttriviale Verknüpfung innerer Symmetrien mit Raum-Zeit-Symmetrien bedeutet. Das Theorem von Coleman und Mandula [9] hat diese anscheinend enorme Freiheit in der Wahl quantenfeldtheoretischer Modelle stark eingeschränkt. Coleman und Mandula konnten zeigen, daß bei natürlichen Forderungen an eine relativistisch invariante Quantenfeldtheorie die maximal mögliche Symmetriegruppe der S-Matrix lokal isomorph sein muß zum direkten Produkt aus der Poincaré-Gruppe und einer inneren Symmetriegruppe.

Das Coleman-Mandula-Theorem betrachtet nur solche Generatoren von Symmetrie-Transformationen, die *Kommutator*-Relationen untereinander erfüllen, also eine Lie-Algebra im eigentlichen Sinne bilden. Zunächst nicht durch das Coleman-Mandula-Theorem ausgeschlossen sind erweiterte algebraische Strukturen, die zusätzlich noch *Antikommutator*-Relationen enthalten, sogenannte graduierte Lie-Algebren. Die Basis einer graduierten Lie-Algebra kann in zwei Klassen zerfallend gewählt werden, die man, in Anlehnung an die Quantisierung von Feldern unterschiedlichen Spins, bosonische und fermionische Elemente nennt.

Schematisch sind die Kommutatorrelationen einer graduierten Lie-Algebra die folgenden:

$$[B, B'] = B'' \quad , \qquad [B, F] = F' \quad , \qquad \{F, F'\} = F'' \quad . \tag{3.1}$$

Dabei sind B, B', B'' bosonische und F, F', F'' fermionische Elemente der graduierten Lie-Algebra. In den Gleichungen (3.1) stehen links jeweils Basiselemente der graduierten Lie-Algebra und rechts jeweils eine Summe von Elementen gewichtet mit Strukturkonstanten. Diese Strukturkonstanten sind nicht beliebig, sondern unterliegen einschränkenden Bedingungen, die sich erstens aus den Symmetrieeigenschaften der Kommutatoren bzw. Antikommutatoren unter Vertauschung der Argumente ergeben und zweitens aus den graduierten Jacobi-Identitäten folgen. Diese haben die Form:

$$
\begin{aligned}
[[B,B'],B'']+[[B'',B],B']+[[B',B''],B]&=0\\
[[F,B],B']+[[B',F],B]+[[B,B'],F]&=0\\
[\{F,F'\},B]+\{[B,F],F'\}-\{[F',B],F\}&=0\\
[\{F,F'\},F'']+[\{F'',F\},F']+[\{F',F''\},F]&=0\quad .
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

Sie gelten für beliebige bosonische Elemente B, B', B'' und fermionische Elemente F, F', F'' der Algebra.

Will man nun auch mit einer graduierten Lie-Algebra eine Gruppe durch Exponenzieren der Elemente konstruieren, so ist eine formale Möglichkeit die Einführung von Grassmann-wertigen Gruppenparametern für die Multiplikation der fermionischen Elemente. Sind also ξ und η Grassmann-Parameter, d.h.

$$\xi\eta = -\eta\xi \quad , \qquad \xi^2 = 0 \quad , \qquad \eta^2 = 0 \quad , \tag{3.3}$$

dann gilt aufgrund der Antikommutatorrelation der Basiselemente F, F' (3.1):

$$[\xi F, \eta F'] = \xi\eta F'' \quad . \tag{3.4}$$

Wird demnach der Vektorraum der graduierten Lie-Algebra durch alle Zahlvielfachen der Basiselemente aufgespannt, unter Verwendung von c-Zahlen für bosonische und Grassmann-Zahlen für fermionische Elemente, dann erhält man formal nur Kommutatorrelationen zwischen den Elementen und die Multiplikation von Gruppenelementen läßt sich mit der Baker-Campbell-Haussdorff-Formel ausführen.

Aus graduierten Lie-Algebren konstruierte Symmetriegruppen können nun die Schlußfolgerungen des Coleman-Mandula-Theorems modifizieren. Allerdings ist die zusätzlich gewonnene Freiheit in der Konstruktion konsistenter Quantenfeldtheorien, mit nichttrivialen Kommutatorrelationen zwischen den Generatoren der Poincaré-Gruppe und den fermionischen Generatoren, bemerkenswert begrenzt. Haag, Lopuszański und Sohnius haben die Möglichkeiten untersucht [10] und basierend auf dem Coleman-Mandula-Theorem ein Theorem bewiesen mit folgender Aussage [11]:

> Von allen graduierten Lie-Algebren liefern nur die Supersymmetrie-Algebren (zusammen mit ihren Erweiterungen zur Einbeziehung zentraler Ladungen) Symmetrien der S-Matrix, die konsistent mit relativistischer Quantenfeldtheorie sind.

Die allgemeinste Supersymmetrie-Algebra hat die folgende Form:

$$
\begin{aligned}
[P_\mu, P_\nu] &= 0 \\
\left[P_\mu, Q^L_\alpha\right] &= \left[P_\mu, \bar{Q}_{\dot{\alpha}L}\right] = 0 \\
[P_\mu, B_l] &= \left[P_\mu, X^{LM}\right] = 0 \\
\left\{Q^L_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}M}\right\} &= 2\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}} P_\mu \delta^L_M \\
\left\{Q^L_\alpha, Q^M_\beta\right\} &= \varepsilon_{\alpha\beta} X^{LM} \\
\left\{\bar{Q}_{\dot{\alpha}L}, \bar{Q}_{\dot{\beta}M}\right\} &= \varepsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} X^\dagger_{LM} \\
\left[X^{LM}, \bar{Q}_{\dot{\alpha}K}\right] &= \left[X^{LM}, Q^K_\alpha\right] = 0 \\
\left[X^{LM}, X^{KN}\right] &= \left[X^{LM}, B_l\right] = 0 \\
[B_l, B_m] &= i c^k_{lm} B_k \\
\left[Q^L_\alpha, B_l\right] &= S_l{}^L{}_M Q^M_\alpha \\
\left[\bar{Q}_{\dot{\alpha}L}, B_l\right] &= -S^*_l{}_L{}^M \bar{Q}_{\dot{\alpha}M} \\
X^{LM} &= -X^{ML} = a^{l,LM} B_l \quad ,
\end{aligned}
\tag{3.5}
$$

mit P_μ dem 4-Impuls-Operator, $Q^L_\alpha (L = 1, \dots, N)$ den fermionischen Ladungsoperatoren mit Index α der $(\frac{1}{2}, 0)$-Darstellung der Lorentz-Gruppe, $\bar{Q}_{\dot{\alpha}L}$ dem hermitesch konjugierten Operator zu Q^L_α mit entsprechendem Index $\dot{\alpha}$ der $(0, \frac{1}{2})$-Darstellung der Lorentz-Gruppe. Die B_l sind die Elemente einer kompakten Lie-Algebra $\mathcal{A}$, welche sich aus einer direkten Summe aus einer halbeinfachen Algebra $\mathcal{A}_1$ und einer abelschen Algebra $\mathcal{A}_2$ zusammensetzt ($\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \oplus \mathcal{A}_2$). Die Operatoren X^{LM} bilden eine invariante abelsche Unteralgebra von $\mathcal{A}$, und weil $\mathcal{A}_1$ halbeinfach ist, liegen sie alle in $\mathcal{A}_2$. Die X^{LM} kommutieren mit allen Elementen der Algebra $\mathcal{A}$, d.h. sie sind Elemente des Zentrums von $\mathcal{A}$ und werden deshalb auch zentrale Ladungen genannt. Sie sind antisymmetrisch bezüglich Vertauschung ihrer Indizes im Raum der Generationen von fermionischen Ladungen. Deshalb gibt es zum Beispiel für $(N = 1)$-Supersymmetrie keine zentralen Ladungen. Die graduierten Jacobi-Identitäten (3.2) für die Supersymmetrie-Algebra ergeben für die Strukturkonstanten einige Einschränkungen. Erstens müssen die $S_l{}^L{}_M$ hermitesche Matrizen im Raum der fermionischen Ladungen sein, d.h.

$$
S_l{}^L{}_M = S^*_l{}_M{}^L \quad , \tag{3.6}
$$

zweitens bilden die $S_l{}^L{}_M$ eine Darstellung der Algebra $\mathcal{A}$ der inneren Symmetriegruppe:

$$
[(S_l), (S_k)] = i c_{lk}{}^m (S_m) \tag{3.7}
$$

und drittens ergibt sich eine Relation zwischen den Strukturkonstanten $S_l{}^L{}_M$, den dazu komplex konjugierten $S^*_l{}_L{}^M$ und den $a^{l,LM}$ wie folgt:

$$
S_l{}^L{}_M a^{k,MN} = a^{k,LM} (-S^*_l{}_M{}^N) \quad . \tag{3.8}
$$

Da auch die Matrizen$(-S_l^*)$ eine Darstellung von $\mathcal{A}$ bilden, fungieren die $a^{k,MN}$ als Verflechter zwischen den beiden Darstellungen. Diese Tatsache bestimmt auch die Wahl der Indexstruktur für (S_l) und $(-S_l^*)$. Ein Blick auf die Definition der zentralen Ladungen (3.5) zeigt, daß diese nur dann von Null verschieden sind, wenn die Algebra $\mathcal{A}$ solche Verflechter zuläßt.

Die Vermischung von Raum-Zeit-Symmetrien mit inneren Symmetrien, die man bei Einführung fermionischer Generatoren von Raum-Zeit-Symmetrien haben kann, ist im wesentlichen dadurch gegeben, daß die fermionischen Generatoren Q_α^L und $\bar{Q}_{\dot{\alpha}L}$ mit zueinander konjugierten Darstellungen der inneren Symmetriegruppe transformieren. Gibt es Verflechter zwischen den beiden Darstellungen, so sind zentrale Ladungen möglich. In einer supersymmetrischen Eichtheorie ist es also im allgemeinen nicht mehr möglich, Eichtransformationen und Supersymmetrie-Transformationen als unabhängige Operationen zu betrachten.

Die Symmetriegruppe der zu konstruierenden Quantenfeldtheorie soll natürlich auch die Lorentz-Transformationen (Boosts und Drehungen) enthalten. Deshalb muß man die Algebra aus (3.5) erweitern um die entsprechenden Kommutatorrelationen mit den Generatoren $M_{\mu\nu}$ der Lorentzgruppe. Erstens hat man die Relationen, welche die Lorentzsymmetrie-Generatoren unter sich erfüllen:

$$[M_{\mu\nu}, M_{\rho\lambda}] = i(g_{\nu\rho}M_{\mu\lambda} - g_{\nu\lambda}M_{\mu\rho} - g_{\mu\rho}M_{\nu\lambda} + g_{\mu\lambda}M_{\nu\rho}) \quad . \tag{3.9}$$

Zweitens kommen die Relationen der Translationen mit den Lorentz-Generatoren hinzu:

$$[P_\mu, M_{\nu\rho}] = i(g_{\mu\nu}P_\rho - g_{\mu\rho}P_\nu) \quad . \tag{3.10}$$

Und drittens ergeben sich noch die folgenden Relationen, welche die Transformationseigenschaften der fermionischen Ladungen unter Lorentz-Transformationen zum Ausdruck bringen:

$$\begin{aligned} \left[Q_\alpha^L, M_{\mu\nu}\right] &= \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_\alpha{}^\beta Q_\beta^L \\ \left[\bar{Q}_{\dot{\alpha}L}, M_{\mu\nu}\right] &= -\frac{1}{2}\bar{Q}_{\dot{\beta}L}(\bar{\sigma}_{\mu\nu})^{\dot{\beta}}{}_{\dot{\alpha}} \quad . \end{aligned} \tag{3.11}$$

Die allgemeinste Supersymmetrie-Algebra (3.5) in Verbindung mit den Vertauschungsrelationen, welche die Lorentzsymmetrie-Generatoren enthalten ((3.9),(3.10),(3.11)), liefert die allgemeinste Super-Poincaré-Algebra und durch Exponenzieren erhält man die Super-Poincaré-Gruppe als allgemeinste Symmetriegruppe der S-Matrix, die konsistent ist mit relativistischer Quantenfeldtheorie.

3.2 (N=1)-Supersymmetrie

Das Studium der irreduziblen Darstellungen der Super-Poincarégruppe auf dem Raum der Teilchenzustände zeigt, daß massive Teilchenmultipletts, deren Spin $s = \frac{1}{2}$ nicht überschreitet, nur für $(N = 1)$-Supersymmetrie möglich sind [17]. Aus diesem Grund sind supersymmetrische Theorien mit renormierbaren Kopplungen an massive Materie nur für

$N = 1$ möglich. Zur Konstruktion supersymmetrischer Erweiterungen des Standardmodells, von denen man Renormierbarkeit fordert, genügt also die Betrachtung der $(N = 1)$-Algebra. Aus diesem Grund und da es einige wesentliche Vereinfachungen im Vergleich zur allgmeinsten Supersymmetrie-Algebra gibt, wird die $(N = 1)$-Supersymmetrie-Algebra hier separat angegeben.

$$\begin{aligned}
[P_\mu, P_\nu] &= 0 \\
[P_\mu, Q_\alpha] &= \left[P_\mu, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\right] = 0 \\
\left\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\right\} &= 2\sigma^\mu_{\alpha\dot{\alpha}} P_\mu \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= 0 \\
\left\{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\right\} &= 0 \\
[B_l, B_m] &= i c^k_{lm} B_k \\
[Q_\alpha, B_l] &= S_l Q_\alpha \\
\left[\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, B_l\right] &= -S_l^* \bar{Q}_{\dot{\alpha}} \quad .
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Die letzten beiden Gleichungen drücken aus, daß sich die fermionischen Generatoren unter einer eindimensionalen Darstellung der inneren Symmetriegruppe transformieren können. Die Tatsache, daß die Darstellung eindimensional ist, bedeutet, daß sie notwendigerweise abelsch ist und damit nicht durch die Struktur der inneren Symmetriegruppe eingeschränkt ist. Das ist die sogenannte R-Symmetrie, die in engem Zusammenhang mit chiralen Phasentransformationen der Spinoren im Superfeld-Formalismus steht [12].

3.3 Superfelder

Als Gruppe der Supersymmetrie-Transformationen, bezeichnet man die Untermenge von Elementen der Super-Poincaré-Gruppe die durch die Menge der verallgemeinerten Translationen:

$$t(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{i\{x_\mu P^\mu + \theta^\alpha Q_\alpha + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{Q}^{\dot{\alpha}}\}} \tag{3.13}$$

mit beliebigen x^μ, θ^α und $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ gegeben ist. In Analogie zum Minkowski-Raum, den man als die Gesamtheit aller Translationsparameter x^μ der Poincaré-Gruppe definieren kann, definiert man hier den Superraum als die Menge aller verallgemeinerten Translationsparameter $z = (x^\mu, \theta^\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$. Entsprechend kann man Feldoperatoren definieren, die Superraum-Argumente haben, sogenannte Superfelder.

Der einfachste Fall eines Superfeldes ist das skalare Superfeld mit der Transformationseigenschaft

$$g\Phi(z)g^{-1} = \Phi(z') \quad . \tag{3.14}$$

Taylorentwicklung von $\Phi(z)$ liefert aufgrund der Grassmann-Wertigkeit der θ^α und $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$ ein Polynom in diesen Parametern mit Komponentenfeldern, die Funktionen von x^μ sind und deren Lorentz-Struktur sich aus der Anzahl der auftretenden Grassmann-Koordinaten θ^α und $\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}$ im jeweiligen Term der Entwicklung ergibt. Konkret kann man $\Phi(z)$ folgendermaßen ausdrücken [1]:

$$\begin{aligned} \Phi(z) = f(x) + \theta^\alpha \phi_\alpha(x) + \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}(x) + (\theta\theta)\, m(x) + (\bar{\theta}\bar{\theta})\, n(x) & \\ \theta^\alpha (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}} \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\, v_\mu(x) + (\theta\theta) \bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}(x) + (\bar{\theta}\bar{\theta}) \theta^\alpha \psi_\alpha + (\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\, d(x) \quad . & \end{aligned} \tag{3.15}$$

Auf dem Superraum kann man eine konkrete Darstellung der Superladungen Q_α und $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ als Differentialoperatoren gewinnen. Dazu genügt es, eine infinitesimale Supersymmetrie-Transformation z.B. des skalaren Superfeldes gemäß Gleichnug (3.14) zu betrachten, wobei man $\Phi(z')$ als Anwendung eines Differentialoperators auf $\Phi(z)$ ausdrückt. Für eine Supersymmetrie-Transformation mit infinitesimalen Parametern y^μ, ξ^α und $\bar{\xi}^{\dot{\alpha}}$ erhält man aus Gleichung (3.14):

$$\begin{aligned} e^{i(yP+\xi Q+\bar{\xi}\bar{Q})} \Phi(z) e^{-i(yP+\xi Q+\bar{\xi}\bar{Q})} &= \Phi(z') \\ &= e^{-i(y\hat{P}+\xi\hat{Q}+\bar{\xi}\hat{\bar{Q}})} \Phi(z) \quad , \end{aligned}$$

und somit

$$\Phi(z') = \left(\mathbf{1} - iy\hat{P} - i\xi\hat{Q} - i\bar{\xi}\hat{\bar{Q}}\right) \Phi(z) \quad .$$

Taylorentwicklung von $\Phi(z')$ um z nach den infinitesimalen Parametern und Vergleich mit der rechten Seite liefert dann die angestrebten Darstellungen $\hat{P}$, $\hat{Q}$ und $\hat{\bar{Q}}$:

$$\hat{P}_\mu = i\frac{\partial}{\partial x^\mu} \tag{3.16}$$

$$\hat{Q}_\alpha = i\frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - {}_\alpha(\sigma^\mu \bar{\theta}) \frac{\partial}{\partial x^\mu} \tag{3.17}$$

$$\hat{\bar{Q}}_{\dot{\alpha}} = -i\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + (\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad . \tag{3.18}$$

In Verbindung mit dieser Darstellung der Supersymmetrie-Algebra gibt es auch kovariante Ableitungen auf dem Superraum. Die Ableitung ∂_μ bezüglich der Koordinaten des Minkowski-Raumes ist eine davon, da sie mit allen Generatoren der Supersymmetrie-Algebra kommutiert. Es gibt aber auch noch fermionische kovariante Ableitungen. Diese antikommutieren insbesondere mit den fermionischen Generatoren $\hat{Q}$ und $\hat{\bar{Q}}$ und ergeben sich zu [16]:

$$D_\alpha = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - i\,{}_\alpha(\sigma^\mu \bar{\theta}) \frac{\partial}{\partial x^\mu} \tag{3.19}$$

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + i\,(\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad . \tag{3.20}$$

[1] Die verwendeten Konventionen sind die von Sohnius [16, 17].

Chirales Superfeld

Eine Anwendung der kovarianten Ableitungen ist es, supersymmetrische Einschränkungsgleichungen für allgemeine Superfelder aufzustellen. Der Nutzen liegt darin, daß man durch das Stellen kovarianter Bedingungen an ein uneingeschränktes Superfeld spezielle Superfelder definieren kann, die weiterhin einen Darstellungsraum der Algebra aufspannen, aber weniger Komponenten haben. Die Bestimmung irreduzibler Darstellungen der Supersymmetrie-Algebra läuft im Superfeldformalismus auf das Auffinden geeigneter kovarianter Einschränkungen hinaus. Ein Beispiel, das für den Aufbau des MSSM im nächsten Kapitel von Bedeutung ist, stellt das chirale Superfeld dar. Es ist definert durch die folgende kovariante Bedingung an das skalare Superfeld aus Gleichung (3.15):

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0 \quad . \tag{3.21}$$

Die allgemeine Lösung der Bedingung liefert das chirale Superfeld:

$$\begin{aligned}\Phi(x,\theta,\bar{\theta}) = A(x) - i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu A(x) - \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\Box A(x) \\ + \sqrt{2}\theta\psi(x) + \frac{i}{\sqrt{2}}(\theta\theta)(\partial_\mu\psi\sigma^\mu\bar{\theta}) \ + (\theta\theta)F(x) \quad .\end{aligned} \tag{3.22}$$

Dabei ist $A(x)$ ein komplexes Skalarfeld, $\psi(x)$ ein komplexer Weyl-Spinor und $F(x)$ ein komplexes Skalarfeld mit Massendimension zwei, das in konkreten supersymmetrischen Feldtheorien die Rolle eines Hilfsfeldes einnimmt und deshalb keine dynamischen Bewegungsgleichungen erfüllt. Das chirale Superfeld hat 4 fermionische und 4 bosonische Freiheitsgrade.

In analoger Weise kann man antichirale Superfelder definieren, welche die Einschränkungsgleichung

$$D_\alpha\Phi = 0 \tag{3.23}$$

erfüllen. Insbesondere ist ein komplex konjugiertes chirales Feld ein antichirales Feld. Die komplexe Konjugation der Gleichung (3.22) liefert also die allgmeine Lösung der Antichiralitätsbedingung:

$$\begin{aligned}\Phi^\dagger(x,\theta,\bar{\theta}) = A^*(x) + i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu A^*(x) - \frac{1}{4}(\theta\theta)(\bar{\theta}\bar{\theta})\Box A^*(x) \\ + \sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\psi}(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}(\bar{\theta}\bar{\theta})(\theta\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi}(x)) \ + (\bar{\theta}\bar{\theta})F^*(x) \quad .\end{aligned} \tag{3.24}$$

Eine wichtige Eigenschaft der chiralen Felder ist, daß ein Produkt aus mehreren chiralen Feldern auch chiral ist. Das folgt aus der Tatsache, daß die kovariante Ableitung ein Differentialoperator erster Ordnung ist und somit einer verallgemeinerten Leibniz-Regel genügt.

Vektorsuperfeld

Eine andere kovariante Bedingung an ein skalares Superfeld ist die Forderung, daß es reell sein soll, d.h. man fordert für $\Phi(z)$ aus Gleichung (3.15) die Gültigkeit der Beziehung:

$$\Phi^\dagger(z) = \Phi(z) \quad .$$

Das halbiert die Zahl der Freiheitsgrade gegenüber dem uneingeschränkten Superfeld. Zur Unterscheidung wird ein solches Superfeld mit dem Symbol $V(z)$ bezeichnet und Vektorsuperfeld genannt. Die Bezeichnung begründet sich aus dem Auftreten eines reellen Vektorfeldes unter den Komponentenfeldern aber vor allem aus der Verwendung dieses Superfeldes als verallgemeinertes Eichfeld bei der Konstruktion von supersymmetrischen Eichtheorien. Aus diesem Grund ist auch eine etwas andere Parametrisierung durch Komponentenfelder angebracht:

$$\begin{aligned} V(x,\theta,\bar\theta) = C(x) - i\theta\chi(x) + i\bar\theta\bar\chi(x) - \frac{i}{2}(\theta\theta)\big[M(x) - iN(x)\big] + \frac{i}{2}(\bar\theta\bar\theta)\big[M(x) + iN(x)\big] \\ - (\theta\sigma^\mu\bar\theta)v_\mu(x) - i(\theta\theta)\bar\theta_{\dot\alpha}\big[\bar\lambda^{\dot\alpha}(x) - \frac{i}{2}{}^{\dot\alpha}(\bar\sigma^\mu\partial_\mu\chi(x))\big] + i(\bar\theta\bar\theta)\theta^\alpha\big[\lambda_\alpha(x) - \frac{i}{2}{}_\alpha(\sigma^\mu\partial_\mu\bar\chi(x))\big] \\ - \frac{1}{2}(\theta\theta)(\bar\theta\bar\theta)\big[D(x) + \frac{1}{2}\Box C(x)\big] \quad . \end{aligned} \tag{3.25}$$

Dabei sind C, M, N und D reelle Skalarfelder, v_μ ein reelles Vektorfeld und χ,ψ zweikomponentige Weyl-Spinoren. Es ist bemerkenswert, daß man für das Vektorsuperfeld die supersymmetrische Verallgemeinerung einer Eichtransformation definieren kann. Die Transformation

$$V(z) \to V(z) + \Phi(z) + \Phi^\dagger(z) \quad , \tag{3.26}$$

mit einem chiralen Superfeld $\Phi(z)$ und dem dazu konjugierten antichiralen $\Phi^\dagger(z)$, führt insbesondere auf folgende Transformation der Vektorfeldkomponenten:

$$v_\mu(x) \to v_\mu(x) + \partial_\mu\big(-2\mathrm{Im}A(x)\big) \quad .$$

Es ist möglich durch Wahl von ReA, ψ und F die Felder C, M, N und χ zu eliminieren. Diese Wahl der Eichung des Vektorsuperfeldes wird Wess-Zumino-Eichung genannt. Die verbleibenden Freiheitsgrade sind: das Vektorfeld v_μ, ein Weyl-Spinor λ^α und ein skalares Hilfsfeld D mit Massendimension zwei. Da der Imaginärteil von $A(x)$ noch nicht festgelegt wurde, sind immer noch gewöhnliche Eichtransformationen möglich, wie sie bezüglich einer abelschen Eichgruppe auftreten. Die Felder λ und D sind gemäß der Definiton (3.26) eichinvariant. Das Vektorfeld in der Wess-Zumino-Eichung hat also die Form:

$$V(z)|_{WZ} = -(\theta\sigma^\mu\bar\theta)v_\mu(x) - i(\theta\theta)\bar\theta\bar\lambda(x) + i(\bar\theta\bar\theta)\theta\lambda(x) - \frac{1}{2}(\theta\theta)(\bar\theta\bar\theta)D(x) \quad . \tag{3.27}$$

Es ist eine nichttriviale Aufgabe zu zeigen, daß man mit Hilfe des Vektorsuperfeldes tatsächlich supersymmetrische Eichtheorien konstruieren kann und insbesondere, daß auch im nichtabelschen Fall die Wess-Zumino-Eichung gewählt werden kann. Diese Eichung ist wegen der Vereinfachungen, die sie mit sich bringt, von besonderer Bedeutung. Die wichtigste Eigenschaft für die Konstruktion renormierbarer Modelle ist dabei das Verschwinden aller Potenzen von V, die größer als zwei sind. Das folgt aus der Tatsache, daß V in Wess-Zumino-Eichung nur Komponentenfelder enthält, die mit mindestens zwei Grassmann-Parametern multipliziert sind. Für die Überschaubarkeit der phänomenlogischen Modellbildung ist es darüberhinaus sehr nützlich, daß das Vektorsuperfeld in der Wess-Zumino-Eichung im Wesentlichen nur physikalische Freiheitsgrade aufweist.

Damit sind nun alle Konstruktionselemente für die minimale supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells bereitgestellt.

Kapitel 4

Minimal supersymmetrisches Standardmodell

4.1 Probleme des Standardmodells

Trotz seiner vielen Erfolge ist das Standardmodell weit davon entfernt, eine perfekte Theorie zu sein, die keine Fragen offen läßt. Beispielsweise ist die historisch am längsten bekannte Wechselwirkung, die Gravitation, nicht einmal Gegenstand des Standardmodells. Weiterhin gibt es viele freie Parameter, wie zum Beispiel die Massen der elementaren Materieteilchen, die zunächst durch das Experiment festgelegt werden müssen, um dann für andere Größen Vorhersagen machen zu können. Insbesondere liefert die Theorie auch keine Information darüber, wieviele Generationen von Materieteilchen es gibt. Experimentell zeigt sich, daß es mindestens drei Generationen geben muß, die ein bisher völlig unverstandenes hierarchisches Massenspektrum aufweisen.

Der derzeit unsicherste Punkt des Standardmodells ist aber der Higgs-Sektor, dessen Existenz für die Konsistenz der Theorie als perturbative Quantenfeldtheorie unabdingbar ist. Kein Higgs-Teilchen wurde bisher experimentell entdeckt. Die minimale Formulierung dieses Higgs-Sektors sagt die Existenz eines elektrisch neutralen Teilchens ohne Spin voraus, aber nicht seine Masse. Darüberhinaus ist es weder theoretisch noch experimentell ausgeschlossen, daß dieser Higgs-Sektor mehr Freiheitsgrade und damit mehr Teilchen enthält. Eine erweiterte Formulierung des Standardmodells, wie zum Beispiel das Zwei-Higgs-Dublett-Modell, sagt fünf Spin-0-Teilchen, drei elektrisch neutrale und zwei geladene, voraus.

Der Higgs-Sektor des Standardmodells birgt ein als fundamental erachtetes Problem in sich: Er ist unnatürlich, d.h. die Masse des Higgs-Bosons ist ein unnatürlich kleiner Parameter der Theorie. Um diese Aussage zu konkretisieren muß zunächst definiert werden, was mit Natürlichkeit eines Parameters gemeint ist. Die Definition von 't Hooft [7] besagt:

> Ein kleiner Parameter einer Theorie ist nur dann natürlich, wenn die Theorie bei Verschwinden des Parameters eine zusätzliche Symmetrie gewinnt.

Daß die Higgs-Masse kein natürlicher Parameter sein kann, zeigt ein Blick auf das Higgs-Potential im Standardmodell (2.2). Setzt man m_H gleich Null, so gewinnt man keine zusätzliche Symmetrie, denn der Term $\sim (\Phi^\dagger\Phi)^2$ der Higgs-Selbstwechselwirkung hat die gleichen Symmetrien wie der Massenterm $\sim (\Phi^\dagger\Phi)$. Betrachtet man Einschleifen-Korrekturen zum Higgs-Propagator unter Verwendung einer cut-off-Skala Λ zur Regularisierung (z.B. in Pauli-Villars-Regularisierung), dann erhält man Korrekturen proportional zu Λ^2, also quadratisch divergente Korrekturen zum Quadrat der Higgs-Masse. Dies gilt auch dann, wenn der Wert der Higgs-Masse in niedrigster Ordnung auf Null gesetzt wird. Zur Renormierung der Divergenz für $\Lambda \to \infty$ auf Einschleifen-Niveau muß also unbedingt eine nackte Masse für das Higgs-Teilchen eingeführt werden.

Für das Standardmodell als renormierbare Theorie ist es kein Problem, daß die Higgs-Masse Korrekturen von der Größe des Cut-off-Parameters Λ erhält. Dies unterstreicht, daß die Higgs-Masse ein Parameter ist, der nicht durch die Theorie vorhergesagt werden kann und im Experiment bestimmt werden muß. Nun ist es aber so, daß man das Standardmodell als effektive Theorie bei niedrigen Energien einer übergeordneten Theorie betrachtet, die z.B. virtuelle Korrekturen durch neue Teilchen bei einer weit höheren Energieskala enthält. Möglichkeiten sind z.B. die Skala der großen vereinheitlichten Theorien (10^{15} GeV), bei der die Vereinheitlichung der elektroschwachen und starken Wechselwirkung geschehen soll, oder die Planck-Skala (10^{19} GeV), bei der die Quanteneffekte der Gravitation eine Rolle spielen. Faßt man Λ als eine dieser großen Skalen auf, d.h. betrachtet man Λ z.B. als die Masse eines neuen Teilchens der übergeordneten Theorie, dann führen die virtuellen Korrekturen dieses Teilchens dazu, daß die Masse des Higgs proportional zu Λ ist. Das Higgs sollte also eine Masse haben, die von der Größenordnung der Energieskala ist, bei der neue Physik jenseits des Standardmodells hinzukommt. Andererseits darf die Masse des Higgs einige TeV nicht überschreiten, weil sonst die Higgs-Selbstkopplungen sehr stark würden, was der erfolgreichen Behandlung des Standardmodells als schwach wechselwirkende Theorie widersprechen würde. Die Masse des Higgs ist also auf jeden Fall ein unnatürlich kleiner Parameter des Standardmodells, der große Korrekturen von schweren Teilchen jenseits des Standardmodells erhalten kann. Diese Tatsache nennt man das Natürlichkeits-Problem des Standardmodells. Ein sehr feines Einstellen des nackten Massenparameters des Higgs-Teilchens derart, daß er die große Korrektur nahezu völlig weghebt, würde natürlich dennoch eine kleine Higgs-Masse bewirken. Das wirft aber sofort die Frage auf, welcher Mechanismus eine solche nahezu völlige Weghebung bewirken sollte. Diese Variante des Natürlichkeits-Problems ist unter dem Namen fine-tuning-Problem bekannt.

Supersymmetrische Theorien liefern keine quadratisch divergenten Korrekturen zu den Massen elementarer skalarer Teilchen und können deshalb das Natürlichkeits-Problem lösen. In der Niederenergie-Theorie mit weich (soft) gebrochener Supersymmetrie wird dieses Problem aber nur dann gelöst, wenn die aufgrund der Supersymmetrie postulierten Superpartner etwa bei der gleichen Massenskala rangieren wie die Standardmodell-Teilchen. Die skalaren Teilchen erhalten nämlich Quantenkorrekturen zu ihren Massen, die proportional zu Massendifferenzen zwischen Standardmodell-Teilchen und Superpartnern sind. Eine zu große Massenaufspaltung würde ein neues

Natürlichkeits-Problem für die skalaren Teilchen und dabei insbesondere für das Higgs bedeuten.

4.2 Teilchen und Felder

Das minimal supersymmetrisch erweiterte Standardmodell (MSSM) ist eine supersymmetrische Quantenfeldtheorie mit lokaler Eichsymmetrie bezüglich der gleichen Eichgruppe $SU(3)_C \times SU(2)_I \times U(1)_Y$ wie das Standardmodell. Die Theorie heißt minimal supersymmetrisch erweitert, weil die Supersymmetrie-Transformationen, unter denen die Theorie invariant ist, nur durch eine Superladung erzeugt werden. Die zugrundeliegende Algebra der Raum-Zeit-Symmetrien der Theorie ist also die $(N = 1)$-Supersymmetrie aus Kapitel 3.2. Jedem Materiefeld des Standardmodells wird ein chirales (skalares) Superfeld und das dazu komplex konjugierte Superfeld zugeordnet (vgl. Kapitel 3.3). Die Fermion-Freiheitsgrade dieser Felder entsprechen den Freiheitsgraden der Quarks bzw. Leptonen des Standardmodells, während die Boson-Freiheitsgrade die sogenannten Superpartner zu den Standarmodell-Teilchen, die Squarks bzw. Sleptonen, beschreiben. Die Felder der Superpartner transformieren per Konstruktion in der gleichen Weise bezüglich der Eichgruppe wie die entsprechenden Standardmodell-Teilchen. Den Feldern der Eichbosonen im Standardmodell werden jeweils Vektorsuperfelder zugeordnet (vgl. Kapitel 3.3), deren weitere physikalische Freiheitsgrade jeweils einen Weyl-Spinor bilden. Dieser Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner des jeweiligen Eichbosons wird allgemein als Gaugino bezeichnet. Die Gauginos und Eichbosonen transformieren bezüglich der adjungierten Darstellung der zugehörigen Eichgruppe.

In Tabelle 4.1 sind die Bezeichnungen der Felder des MSSM in der Wechselwirkungsbasis angegeben. Die Materiefelder des Standardmodells werden durch zwei unabhängige Weyl-Spinoren repräsentiert, z.B. $u_{L,I}$ und $u^c_{L,I}$. Der Zusammenhang mit den Dirac-Spinoren des Standardmodells ist dann zum Beispiel:

$$\Psi_{u,I} = \begin{pmatrix} u_{L,I} \\ \overline{u^c_{L,I}} \end{pmatrix} \quad . \tag{4.1}$$

Dabei wird implizit davon ausgegangen, daß die chirale Darstellung der Dirac-Algebra verwendet wird, wie sie zum Beispiel in [17] zu finden ist.

Der supersymmetrische Higgs-Sektor ist nicht einfach die Erweiterung der skalaren Freiheitsgrade des Standardmodells zu chiralen Superfeldern. Es gibt vielmehr zwei Isodubletts von chiralen Superfeldern. Dies ist die minimale Möglichkeit, sowohl den Up- als auch den Down-Quarks und geladenen Leptonen durch Vakuumerwartungswerte der skalaren Komponenten der Higgs-Superfelder Masse zu geben. Die Begründung dafür wird in Kapitel 4.4 gegeben.

Felder				Gruppen-Darstellung		
	Superfeld	Bosonfeld	Fermionfeld	$SU(3)_C$	$SU(2)_I$	$U(1)_Y$
Materie-SF:						
Quarks	$\hat{Q}_I = \begin{pmatrix} \hat{u}_{L,I} \\ \hat{d}_{L,I} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tilde{u}_{L,I} \\ \tilde{d}_{L,I} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u_{L,I} \\ d_{L,I} \end{pmatrix}$	$\mathbf{3}$	$\mathbf{2}$	$\frac{1}{3}$
	$\hat{U}_{R,I}$	$\tilde{u}^*_{R,I}$	$u^c_{L,I}$	$\mathbf{3}^*$	$\mathbf{1}$	$-\frac{4}{3}$
	$\hat{D}_{R,I}$	$\tilde{d}^*_{R,I}$	$d^c_{L,I}$	$\mathbf{3}^*$	$\mathbf{1}$	$\frac{2}{3}$
Lepton	$\hat{L}_I = \begin{pmatrix} \hat{\nu}_{L,I} \\ \hat{e}_{L,I} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \tilde{\nu}_{L,I} \\ \tilde{e}_{L,I} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{L,I} \\ e_{L,I} \end{pmatrix}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	-1
	$\hat{R}_{R,I}$	$\tilde{e}^*_{R,I}$	$e^c_{L,I}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	2
Higgs-SF:	$\hat{H}_1 = \begin{pmatrix} \hat{H}_1^1 \\ \hat{H}_1^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \psi(H_1^1) \\ \psi(H_1^2) \end{pmatrix}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	-1
	$\hat{H}_2 = \begin{pmatrix} \hat{H}_2^1 \\ \hat{H}_2^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} H_2^1 \\ H_2^2 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \psi(H_2^1) \\ \psi(H_2^2) \end{pmatrix}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	1
Eichboson-SF:	$\hat{B}$	B	$\tilde{B}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	0
	$\hat{W}^k$ $(k = 1, 2, 3)$	W^k	$\tilde{W}^k$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{3}$(ad.)	0
	$\hat{G}^a$ $(a = 1, \dots, 8)$	G^a	$\tilde{G}^a$	$\mathbf{8}$(ad.)	$\mathbf{1}$	0
Eichkopplungen :				g_S	g_I	$g_Y/2$

Tabelle 4.1: Superfelder und physikalische Komponentenfelder des MSSM in der Wechselwirkungsbasis. Superfelder werden immer mit einem Dach über dem Namen des Multipletts gekennzeichnet, während die Felder der Superpartner zu den Materieteilchen und Eichbosonen eine Schlange über dem Namen erhalten. Die fermionischen Komponenten der Higgs-Superfelder werden mit dem Symbol ψ bezeichnet, das den Namen des Multipletts als Argument hat. Der Generationsindex I läuft von 1 bis 3. Bei den Eichfeldern bezeichnet k den Index der drei Generatoren $\tau^k/2$ der $SU(2)_I$ und a den Index der acht Generatoren $\lambda^a/2$ der $SU(3)_C$. Bei den nichtabelschen Gruppen bezeichnet die angegebene Zahl die Dimension der Darstellung, dabei bedeutet **1** jeweils die triviale Darstellung. Für die abelsche Gruppe $U(1)_Y$ ist jeweils die Darstellung des Hyperladungsoperators angegeben.

4.3 Lagrangedichte

Es soll hier kurz die allgemeine Form der Lagrangedichte einer supersymmetrischen Eichtheorie für eine (N=1)-Supersymmetrie vorgestellt werden, wie sie zum Beispiel in [11, 17] angegeben wird. Die verwendeten Konventionen sind die von Sohnius [17]. Der Fall des MSSM wird dann nur soweit ausgearbeitet, wie er für die vorliegende Arbeit benötigt wird.

Supersymmetrische Lagrangedichte

Die klassische Lagrangedichte einer nichtabelschen Eichtheorie mit minimaler Supersymmetrie kann in drei Klassen von Termen eingeteilt werden:

- Kinetische Terme der Eichbosonen und Gauginos inklusive aller Selbstwechselwirkungen[1]:

$$\mathcal{L}_{\text{eich}} = \frac{1}{16 g^2 \kappa} \, \text{Sp}\{ \hat{\mathcal{W}}^\alpha \hat{\mathcal{W}}_\alpha \} \Big|_{\theta\theta} + \text{h.k.} \quad . \tag{4.2}$$

  Dabei ist

$$\hat{\mathcal{W}}_\alpha = -\frac{1}{4} (\bar{D}\bar{D}) e^{2g\hat{V}} D_\alpha e^{-2g\hat{V}} \quad ,$$

  mit dem Lie-Algebra-wertigen Vektorsuperfeld

$$\hat{V}(z) = T^a \hat{V}^a(z) \quad ,$$

  den Generatoren der Eichgruppe T^a und den korrespondierenden Eichsuperfeldern $\hat{V}^a$. Die Kopplungskonstante ist mit g bezeichnet. D_α und $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ sind die kovarianten Ableitungen im Superraum, wie sie in Kapitel 3.3 angegeben wurden.

- Supersymmetrische minimale Kopplung des Eichsuperfeldes an die chiralen Materie- und Higgs-Superfelder:

$$\mathcal{L}_{\text{Materie,Higgs}} = \hat{\Phi}_i^\dagger e^{2g\hat{V}} \hat{\Phi}_i \Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \quad . \tag{4.3}$$

  Dabei bezeichnet $\hat{\Phi}_i$ ein chirales Superfeld, und der Index i steht für die verschiedenen chiralen Superfelder der Theorie, die unter verschiedenen Darstellungen der Eichgruppe transformieren können. $\hat{V}$ im Exponent ist also insofern symbolisch zu verstehen, als daß jeweils die zum Feld $\hat{\Phi}_i$ gehörige Darstellung der Generatoren der Eichgruppe zu verwenden ist.

- Supersymmetrische Potentialterme mit Produkten aus zwei oder drei chiralen Superfeldern (Superpotential):

$$\mathcal{L}_{\text{Superpot}} = \underbrace{m_{ij} \, \hat{\Phi}_i \hat{\Phi}_j \Big|_{\theta\theta} + g_{ijk} \, \hat{\Phi}_i \hat{\Phi}_j \hat{\Phi}_k \Big|_{\theta\theta}}_{=:W(\hat{\Phi}_i)} + \text{h.k.} \quad . \tag{4.4}$$

[1] Mit $\Phi\big|_{\theta\theta}$ ist die entsprechende $\theta\theta$-Komponente des vorangestellten Superfeldes Φ gemeint. Die Schreibweise $\text{Sp}\{\cdots\}$ bedeutet die Spur über die Erzeugenden der Eichgruppe. Dabei ist die Normierung wie folgt $\text{Sp}\{ T^a T^b \} = \kappa \delta_{ab}$.

Dabei sind m_{ij} und g_{ijk} Matrizen von Kopplungskonstanten. Die Kopplungen dürfen aber nur solche Superfeldkombinationen zulassen, die eichinvariant sind. Die Größe $W(\hat{\Phi}_i)$ wird Superpotential genannt.

Mit diesen Elementen kann man den supersymmetrischen Teil der Lagrangedichte des MSSM aufbauen. Dabei ist zu beachten, daß sich bei Gruppenprodukten für die Wechselwirkungsterme der Eichsuperfelder für jeden Gruppenfaktor ein additiver Term ergibt:

$$\mathcal{L}_{\text{eich}} = \frac{1}{4}\,\mathrm{Sp}\{\,\hat{\mathcal{W}}^{\alpha}_{(C)}\hat{\mathcal{W}}_{(C)\alpha}\,\}\Big|_{\theta\theta} + \frac{1}{4}\,\mathrm{Sp}\{\,\hat{\mathcal{W}}^{\alpha}_{(I)}\hat{\mathcal{W}}_{(I)\alpha}\,\}\Big|_{\theta\theta} + \frac{1}{4}\,\hat{\mathcal{W}}^{\alpha}_{(B)}\hat{\mathcal{W}}_{(B)\alpha}\Big|_{\theta\theta} + \text{h.k.} \quad .$$

Weiterhin geht der Exponent der minimalen Kopplung über in eine Summe:

$$\mathcal{L}_{\text{Materie,Higgs}} = \hat{\Phi}_i^{\dagger}\, e^{2g_S\hat{G} + 2g_I\hat{W} + g_Y\hat{B}}\, \hat{\Phi}_i\Big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \quad .$$

Der Index i läuft dabei über alle Materie- und Higgs-Superfelder. Die Lagrangedichte der supersymmetrischen Potentialterme ist im MSSM[2]:

$$\mathcal{L}_{\text{Superpot}} = \Big[-\mu\epsilon_{ij}\hat{H}_1^i\hat{H}_2^j + \epsilon_{ij}h_\tau\big(\hat{H}_1^i\hat{L}^j\hat{R}\big) + \epsilon_{ij}h_b\big(\hat{H}_1^i\hat{Q}^j\hat{D}\big) - \epsilon_{ij}h_t\big(\hat{H}_2^i\hat{Q}^j\hat{U}\big)\Big]\Big|_{\theta\theta} + \text{h.k.} \quad ,$$

mit

$$h_\tau = \frac{g_I m_\tau}{\sqrt{2}m_W\cos\beta} \qquad h_b = \frac{g_I m_b}{\sqrt{2}m_W\cos\beta} \qquad h_t = \frac{g_I m_t}{\sqrt{2}m_W\sin\beta} \quad . \tag{4.5}$$

Der hier auftretende Winkel β entstammt der Rotation der neutralen Higgs-Felder auf Masseneigenzustände und wird in Kapitel 4.4 definiert. Im allgemeinen Fall wären die Gößen h_τ, h_b und h_t Matrizen im Raum der Generationen, und man müßte die Superfelder der Quarks und Leptonen mit Generations-Indizes versehen.

Supersymmetrie-Brechungsterme

In einer Theorie mit globaler Supersymmetrie haben die Superpartner oder allgemeiner die Komponenten eines Supermultipletts alle die gleiche Masse. Das folgt aus der Konstruktion der Supermultipletts aus einem Start-Teilchenzustand durch mehrfache Anwendung der Superladungen Q_α bzw. $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}$ (vgl.[17]). Die Superladungen kommutieren aber mit dem Operator $P^2 \equiv M^2$, weil sie mit dem Energie-Impuls-Operator P_μ kommutieren (3.12). Das bedeutet, daß irreduzible Multipletts aus Teilchen gleicher Masse aufgebaut sind. Diese Folgerung würde auch für eine streng supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells gelten. Das ist aber experimentell völlig ausgeschlossen, was folgenden Schluß zuläßt:

> Wenn Supersymmetrie für das Teilchenspektrum bei der elektroschwachen Skala eine Rolle spielen soll, dann muß sie gebrochen sein.

[2] Die Definition des supersymmetrischen Massenparameters μ der Higgs-Superfelder ist in Übereinstimmung mit Haber [13] und besitzt ein relatives Vorzeichen zur Definition von Gunion et al [27]

Insbesondere ist Supersymmetrie vom physikalischen Standpunkt her nur dann akzeptabel, wenn ein Brechungs-Mechanismus gefunden werden kann. Supersymmetrische Modelle, die spontane Brechung einer globalen Supersymmetrie zeigen, wie z.B. durch den O'Raifeartaigh-Mechanismus oder den Fayet-Iliopoulos-Mechanismus, sind in der Regel phänomenologisch nicht akzeptabel [13]. Im MSSM führt man deshalb Terme ein, die die Supersymmetrie explizit brechen, um die Gleichheit der Massen der Standardmodell-Teilchen und ihrer Superpartner aufzuheben. Die wesentliche Motivation für Supersymmetrie bei der elektroschwachen Skala, die Lösung des Natürlichkeits-Problems durch die Weghebung der quadratischen Divergenzen, will man dabei natürlich nicht verlieren. Girardello und Grisaru [14] haben allgemein untersucht, welche supersymmetriebrechenden Terme man zur supersymmetrischen Lagrangedichte hinzuaddieren kann, ohne dabei die Weghebung der quadratischen Divergenzen zu gefährden. Für das MSSM bedeutet das die folgenden erlaubten Brechungsterme:

- Massenterme für alle skalaren Superpartner von Standardmodell-Fermionen und für die skalaren Higgs-Felder. Die dazu neu eingeführten freien Parameter sind: $M^2_{\widetilde{Q}}$, $M^2_{\widetilde{U}}$, $M^2_{\widetilde{D}}$ im Squark-Sektor, $M^2_{\widetilde{L}}$, $M^2_{\widetilde{E}}$ im Lepton-Sektor und m_1^2, m_2^2, m_{12}^2 im Higgs-Sektor.

- Majorana-Massenterme für alle Gauginos. Dazu werden die zusätzlichen Parameter M_1, M_2 und M_3 eingeführt.

- Trilineare Wechselwirkungsterme für die skalaren Teilchen. Die neu dazukommenden Parameter sind: A_e, A_u und A_d.

Die Lagrangedichte der sogenannten Soft-Brechung lautet für die dritte Generation mit den Konventionen von Haber [13]:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}} = & -m_1^2|H_1|^2 - m_2^2|H_2|^2 + m_{12}^2\left(\epsilon_{ij}H_1^i H_2^j + \text{h.k.}\right) \\
& - M^2_{\widetilde{Q}}\left[\widetilde{t}^*_L\widetilde{t}_L + \widetilde{b}^*_L\widetilde{b}_L\right] - M^2_{\widetilde{U}}\left[\widetilde{t}^*_R\widetilde{t}_R\right] - M^2_{\widetilde{D}}\left[\widetilde{b}^*_R\widetilde{b}_R\right] \\
& - M^2_{\widetilde{L}}\left[\widetilde{\nu}^*_L\widetilde{\nu}_L + \widetilde{\tau}^*_L\widetilde{\tau}_L\right] - M^2_{\widetilde{E}}\left[\widetilde{\tau}^*_R\widetilde{\tau}_R\right] \\
& - \frac{g_I}{\sqrt{2}m_W}\epsilon_{ij}\left[\frac{m_\tau A_\tau}{\cos\beta}H_1^i\widetilde{L}^j\tau^*_R + \frac{m_b A_b}{\cos\beta}H_1^i\widetilde{Q}^j\widetilde{b}^*_R - \frac{m_t A_t}{\sin\beta}H_2^i\widetilde{Q}^j t^*_R\right] + \text{h.k.} \\
& - \frac{1}{2}\left[M_3\overline{\widetilde{G}^a}\widetilde{G}^a + M_2\overline{\widetilde{W}^k}\widetilde{W}^k + M_1\overline{\widetilde{B}}\widetilde{B}\right] \quad .
\end{aligned}
\tag{4.6}
$$

Auch hier wurde wieder eine Beschränkung auf die dritte Generation vorgenommen. Im allgemeinen Fall sind die Soft-Parameter für Slepton- und Squark-Massen und die skalaren Dreipunkt-Wechselwirkungen Matrizen im Raum der Generationen.

Es hat sich gezeigt, daß insbesondere Supergravitationsmodelle, also Feldtheorien mit lokaler Supersymmetrie, Mechanismen der Supersymmetriebrechnung enthalten können. Konkret kann z.B. im Rahmen der sogenannten minimalen Supergravitation die Brechung der Supersymmetrie erklärt werden. Die auftretenden Brechungsterme sind dann alle vom Typ der Soft-Brechungsterme, wie sie durch Girardello und Grisaru klassifiziert wurden. Darüberhinaus wird in diesem theoretischen Rahmen auch die elektroschwache Symmetriebrechung durch Strahlungskorrekturen erklärt, wenn das Top-Quark eine Masse zwischen etwa 150 und 200 GeV besitzt [21]. Das ist konsistent mit der beobachteten Top-Masse von etwa 175 GeV [35].

4.4 Higgs-Sektor

Im MSSM benötigt man zwei chirale Superfelder, um sowohl den up- als auch den down-Quarks Masse zu geben. Damit diese tatsächlich Masse bekommen, muß in beiden Isodubletts die skalare Komponente einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert bekommen. Der Grund für die benötigten zwei chiralen Superfelder ist die Supersymmetrie, welche vorschreibt, daß das Superpotential eine analytische Funktion in den Superfeldern sein muß [15]. Das verbietet das gleichzeitige Auftreten von z.B. $\hat{H}_1$ und $\hat{H}_1^*$ im Superpotential. Um eichinvariante Super-Yukawa-Terme zu bekommen, muß man also ein zweites Higgs-Superfeld einführen. Die Konstruktion (2.5), die im Standardmodell funktionierte, um ein Isodublett mit entgegengestzter Hyperladung aus dem ursprünglichen Higgs-Isodublett zu erhalten, ist hier wegen Supersymmetrie nicht erlaubt. Es gibt einen weiteren Grund, warum eine supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells mit nur einem Higgs-Dublett nicht möglich ist. Die Einführung eines Isodubletts von chiralen Superfeldern beinhaltet die Einführung eines fermionischen Higgs-Superpartners (Higgsino) mit nicht-verschwindender Hyperladung. Damit liefert dieses einzelne Higgsino einen Beitrag zur chiralen Anomalie auf dem Niveau der Quantentheorie, der nicht von anderen Beiträgen kompensiert wird. Die quantisierte Version einer solchen Theorie wäre inkonsistent. Das MSSM besitzt zwei Higgsinos mit entgegengesetzter Hyperladung, so daß sich ihre Beiträge zur chiralen Anomalie exakt wegheben.

Der Higgs-Sektor des MSSM besteht also aus zwei skalaren Isodubletts

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^1 \\ H_1^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\chi_1) \\ \phi_1^- \end{pmatrix} , \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^1 \\ H_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_2 + i\chi_2) \end{pmatrix} \tag{4.7}$$

mit entgegengesetzter Hyperladung ($Y_{H_1} = -1$, $Y_{H_2} = 1$), was einem Zwei-Higgs-Dublett-Modell (2HDM) mit durch die Supersymmetrie eingeschränkten Kopplungen entspricht. Das Potential der Higgs-Felder erhält Beiträge aus D-Term-Lagrangedichte, Superpotential und Soft-Brechungs-Lagrangedichte. Es hat die folgende Form:

$$\begin{aligned} V_{\text{Higgs}} = (|\mu|^2 + m_1^2)|H_1|^2 + (|\mu|^2 + m_2^2)|H_2|^2 - m_{12}^2(\epsilon_{ij} H_1^i H_2^j + \text{h.k.}) \\ + \frac{1}{8}(g_I^2 + g_Y^2)(|H_1|^2 - |H_2|^2)^2 + \frac{1}{2} g_I^2 |H_1^* H_2|^2 \quad . \end{aligned} \tag{4.8}$$

Erst durch das Hinzuaddieren der Soft-Brechungsterme ist es möglich, daß das Minimum des Higgs-Potentials bei einem nichtverschwindenden Wert der Felder H_1 und H_2 liegen kann. Die Bedingungen dafür an die Parameter des Higgs-Sektors sind [13]:

$$\begin{aligned} m_1^2 + m_2^2 + 2|\mu|^2 &\geq 2|m_{12}|^2 \\ |m_{12}|^2 &> (|\mu|^2 + m_1^2)(|\mu|^2 + m_2^2) \quad . \end{aligned}$$

Unter der Voraussetzung, daß diese Bedingungen erfüllt sind, kann man zeigen, daß das Potential für die Feldwerte

$$\langle H_1 \rangle = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \qquad \langle H_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad , \tag{4.9}$$

mit dem freien Parameter $\tan\beta = v_2/v_1$, minimal ist. Somit entsprechen die rellen Felder ϕ_i, χ_i und die komplexen $\phi_i^\pm$ $(i = 1, 2)$, die in Gleichung (4.7) angegeben werden, bereits Feldvariationen um das Potentialminimum.

Der Higgs-Mechanismus läuft hier prinzipiell genauso ab wie im Fall des Standardmodells in Kapitel 2 geschildert. Ein Problem stellt die Aufspaltung der acht reellen Komponentenfelder der zwei Higgs-Dubletts in physikalische und unphysikalische Freiheitsgrade dar. Das allgemeine Verfahren zur Behandlung dieses Problems wird im Rahmen des allgemeinen 2HDM in Kapitel 5 erläutert. Allerdings verwenden wir dort, den üblichen Konventionen entsprechend [19, 15, 27] zwei Higgs-Dubletts mit Hyperladung +1. Um die dort hergeleiteten Formeln auf den MSSM-Higgs-Sektor anwenden zu können, bildet man aus H_1 das Higgs-Dublett $\tilde{H}_1$ mit entgegengesetzter Hyperladung, gemäß Gleichung (2.5). $\tilde{H}_1$ hat dann Hyperladung +1 und wird mit dem Higgs-Dublett Φ_1 in Gleichung (5.2) identifiziert.

Bei der Entmischung der physikalischen und unphysikalischen Freiheitsgrade werden die zwei CP-geraden elektrisch neutralen Freiheitsgrade (ϕ_1, ϕ_2) durch eine Rotation mit Winkel α auf Masseneigenzustände transformiert. Die Masseneigenzustände der vier elektrisch geladenen ($\phi_1^\pm$, $\phi_2^\pm$) und der zwei CP-ungeraden Freiheitsgrade (χ_1, χ_2) erhält man durch eine Rotation mit Winkel β.

Für das Teilchenspektrum des Higgs-Sektors ergeben sich drei unpysikalische Higgs-Teilchen ($G^\pm$,G^0), die aufgrund des Higgs-Mechanismus als longitudinale Freiheitsgrade der massiven Eichbosonen $W^\pm$ und Z fungieren. Weiterhin ergeben sich fünf physikalische Higgs-Bosonen: Zwei elektrisch neutrale CP-gerade Teilchen H_1^0 und H_2^0, ein CP-ungerades Teilchen H_3^0 und zwei geladene Higgs-Bosonen H^+ und H^-. Für die neutralen Higgs-Teilchen im MSSM sind häufig andere Bezeichnungen üblich:

$$H^0 = H_1^0 \,, \qquad h^0 = H_2^0 \,, \qquad A^0 = H_3^0 \,. \tag{4.10}$$

Die Massen dieser Teilchen sind:

$$m^2_{H_1^0, H_2^0} = \frac{1}{2}\left[m^2_{H_3^0} + m_Z^2 \pm \sqrt{(m^2_{H_3^0} + m_Z^2)^2 - 4 m_Z^2 m^2_{H_3^0} \cos^2 2\beta} \right] \quad , \tag{4.11}$$

$$m^2_{H^\pm} = m_W^2 + m^2_{H_3^0} \quad . \tag{4.12}$$

Dabei ist $m^2_{H^0_1} > m^2_{H^0_2}$. Der Mischungswinkel α hängt mit den freien Parametern $\tan\beta$ und $m_{H^0_3}$ durch folgende Relation zusammen:

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta\, \frac{m^2_{H^0_1} + m^2_{H^0_2}}{m^2_{H^0_3} - m^2_Z} \quad . \tag{4.13}$$

Mit der Konvention, daß α zwischen $-\pi/2$ und 0 liegt, ist α eindeutig festgelegt. Es gibt also zwei freie Parameter im Higgs-Sektor des MSSM, für die die Masse des CP-ungeraden Higgs-Teilchens $m_{H^0_3}$ und das Verhältnis der Vakuumerwartungswerte $\tan\beta = v_2/v_1$ gewählt werden können. Alternativ dazu kann man auch $m_{H^\pm}$ und $\tan\beta$ als freie Parameter wählen, wovon wir in der Diskussion der Erzeugungsprozesse für geladene Higgs-Teilchen Gebrauch machen wollen. Der Betrag des Vakuumerwartungswertes $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ ist über die Kenntnis der Masse der W- und Z-Bosonen und die Eichkopplungen festgelegt, für die im MSSM folgende Relationen gelten:

$$m_Z^2 = \frac{1}{2}(g_I^2 + g_Y^2)(v_1^2 + v_2^2) \tag{4.14}$$

$$m_W^2 = \frac{1}{2} g_I^2 (v_1^2 + v_2^2) \quad . \tag{4.15}$$

Die angegebenen Formeln (4.11) - (4.15) sind Relationen auf Born-Niveau. Die Effekte von Quantenkorrekturen ändern dieses einfache Bild. Die Formeln für die Massen der neutralen Higgs-Teilchen auf Zweischleifen-Niveau, welche auch in den numerischen Berechnungen verwendet wurden, sind in [53] zu finden und werden ihrer Länge wegen hier nicht wiedergegeben. Wir behalten die Born-Relation (4.12) zwischen $m_{H^\pm}$ und $m_{H^0_3}$ in unseren numerischen Rechnungen bei. Dies ist gerechtfertigt, da Quantenkorrekturen zu dieser Relation klein sind [18] und erhöht die Transparenz unserer numerischen Ergebnisse.

Die Kopplungskonstanten von MSSM-Higgs-Bosonen an Quarks und Squarks der dritten Generation, die in dieser Arbeit eine entscheidende Rolle spielen, sind in Anhang D zusammengefaßt.

4.5 Squark-Sektor

Die Squarks sind die Superpartner zu den Quarks. Die Anzahl der Freiheitsgrade der Squarkfelder entspricht der der Quarkfelder. Deshalb korrespondiert im MSSM zu jedem links- und rechtshändigen Quarkfeld (z.B. t_L,$\overline{t_L^c}$) jeweils ein komplexes Skalarfeld ($\tilde{t}_L$,$\tilde{t}_R$). Die Indizes L und R drücken im Fall der Squarks keine Chiralitätseigenschaft aus, sondern nur die Zugehörigkeit zum Quark der entsprechenden Chiralität innerhalb des jeweiligen Superfeldes.

Im folgenden soll das Zustandekommen der Massen und Wechselwirkungen der Squarks mit Higgs-Bosonen kurz diskutiert werden. Die dafür relevanten Teile der Lagrangedichte des MSSM sind: das Superpotential, die F- und die D-Term-Lagrangedichte und die Soft-Brechungs-Terme. Die F-Term-Lagrangedichte ist ein bilinearer Ausdruck in den Hilfsfeldern F_i der chiralen Superfelder der Theorie. Entsprechend gibt es für die Hilfsfelder der Eichsuperfelder zu jedem Gruppenfaktor einen bilinearen Term in den entprechenden D-Feldern ($D^a_{(C)}$,$D^k_{(I)}$,$D_{(Y)}$). Konkret ergibt sich im MSSM:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{Squark-Higgs}} &= \mathcal{L}_{\text{Superpot}} + \mathcal{L}_{\text{soft}} \\ &+ \frac{1}{2}D^a_{(C)}D^a_{(C)} + \frac{1}{2}D^k_{(I)}D^k_{(I)} + \frac{1}{2}D_{(Y)}D_{(Y)} \\ &+ g_S D^a_{(C)}(A_i^\dagger r_i(T^a)A_i) + g_I D^k_{(I)}(A_i^\dagger r_i(I^k)A_i) + \frac{g_Y}{2}D_{(Y)}(A_i^\dagger r_i(Y)A_i) \\ &+ F_i^\dagger F_i \quad .\end{aligned} \tag{4.16}$$

Dabei bedeutet $r_i(\cdots)$ jeweils die Darstellung der Generatoren der entsprechenden Eichgruppe bezüglich der das i-te chirale Superfeld des MSSM transformiert. Die Summe aller Terme in denen D-Terme auftreten bezeichnet man gewöhnlich als D-Term-Lagrangedichte $\mathcal{L}_D$.

Zur Bestimmung der Feynmanregeln müssen die Hilfsfelder in der Lagrangedichte eliminiert werden. Dies geschieht folgendermaßen: Zunächt bestimmt man die Euler-Lagrange-Gleichungen für die Hilfsfelder. Diese Gleichungen sind alle algebraisch, d.h. die Hilfsfelder haben keine Dynamik. Die Gleichungen lassen sich alle explizit nach den Hilfsfeldern auflösen und die Lösungen, welche Funktionen der skalaren Felder der Theorie sind, kann man in die Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{Squark-Higgs}}$ einsetzen. Das Ergebnis ist die sogenannte On-Shell-Lagrangedichte, in der nun alle Hilfsfelder eliminiert sind. Es bleibt zu erwähnen das in $\mathcal{L}_{\text{Squark-Higgs}}$ alle Terme des MSSM enthalten sind, die von Hilfsfeldern abhängen.

$\mathcal{L}_D$ läßt sich sehr einfach in On-Shell-Größen angeben:

$$\mathcal{L}_D = -\frac{1}{2}g_S^2\sum_a(A_i^\dagger r_i(T^a)A_i)^2 - \frac{1}{2}g_I^2\sum_k(A_i^\dagger r_i(I^k)A_i)^2 - \frac{1}{2}\frac{g_Y^2}{4}(A_i^\dagger r_i(Y)A_i)^2 \quad . \tag{4.17}$$

Die Feldgleichungen für die Felder F_i sind:

$$F_i = -\frac{\partial\mathcal{L}_{\text{Superpot}}}{\partial F_i^\dagger} \tag{4.18}$$

und entsprechend gelten die komplex konjugierten Gleichungen für die $F_i^\dagger$. Um die rechte Seite der Gleichung (4.18) zu bestimmen, ist im Superpotential die explizite Form der $\theta\theta$-Komponente eines Produktes aus zwei und drei chiralen Superfeldern einzusetzen [11]:

$$\hat\phi_1\hat\phi_2\Big|_{\theta\theta} = A_1F_2 + A_2F_1 - \psi_1\psi_2 \ , \tag{4.19}$$

$$\hat\phi_1\hat\phi_2\hat\phi_3\Big|_{\theta\theta} = A_1A_2F_3 - \psi_1\psi_2A_3 + A_2A_3F_1 - \psi_2\psi_3A_1 + A_3A_1F_2 - \psi_3\psi_1A_2 \quad . \tag{4.20}$$

Die entsprechenden komplex konjugierten Gleichungen gelten für die $\bar{\theta}\bar{\theta}$-Komponente eines Produktes aus zwei oder drei antichiralen Superfeldern $\hat{\Phi}_i^\dagger$. Man erkennt, daß $\mathcal{L}_{\text{Superpot}}$ linear in den F_i und $F_i^\dagger$ ist, daß die Ableitung nach einem der Hilfsfelder also unabhängig von allen Hilfsfeldern ist. Einsetzen der On-Shell-Werte für F_i und $F_i^\dagger$ liefert in Verbindung mit (4.17) dann $\mathcal{L}_{\text{Squark-Higgs}}$ komplett in physikalischen Feldern.

In der Praxis ist die Bestimmung der On-Shell-Lagrangedichte $\mathcal{L}_{\text{Squark-Higgs}}$ aufwendig, wegen der großen Anzahl von Termen die auftritt. Deshalb wurden die beschriebenen einfachen Schritte in einem algebraischen Computer-Programm implementiert. Die Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit Rosiek [26] und Gunion et al [27], soweit ein Vergleich durchgeführt wurde.

Für die dritte Generation erhält man unter Vernachlässigung von Mischungseffekten zwischen den Generationen folgende Massenterme für die Squarks:

$$\mathcal{L}_{\tilde{\mathrm{t}}\tilde{\mathrm{t}}} = -\left(\tilde{\mathrm{t}}_L^*, \tilde{\mathrm{t}}_R^*\right)\left(M_{\tilde{\mathrm{t}}}^2\right)\begin{pmatrix} \tilde{\mathrm{t}}_L \\ \tilde{\mathrm{t}}_R \end{pmatrix} \quad , \tag{4.21}$$

mit der Massenmatrix im Top-Squark-Sektor

$$M_{\tilde{\mathrm{t}}}^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + m_t^2 + m_Z^2(\frac{1}{2} - e_t s_w^2)\cos 2\beta & m_t(A_t - \mu\cot\beta) \\ m_t(A_t - \mu\cot\beta) & M_{\tilde{U}}^2 + m_t^2 + m_Z^2 e_t s_w^2 \cos 2\beta \end{pmatrix} \quad , \tag{4.22}$$

und

$$\mathcal{L}_{\tilde{\mathrm{b}}\tilde{\mathrm{b}}} = -\left(\tilde{\mathrm{b}}_L^*, \tilde{\mathrm{b}}_R^*\right)\left(M_{\tilde{\mathrm{b}}}^2\right)\begin{pmatrix} \tilde{\mathrm{b}}_L \\ \tilde{\mathrm{b}}_R \end{pmatrix} \quad , \tag{4.23}$$

mit der Massenmatrix im Bottom-Squark-Sektor

$$M_{\tilde{\mathrm{b}}}^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{Q}}^2 + m_b^2 - m_Z^2(\frac{1}{2} + e_b s_w^2)\cos 2\beta & m_b(A_b - \mu\tan\beta) \\ m_b(A_b - \mu\tan\beta) & M_{\tilde{D}}^2 + m_b^2 + m_Z^2 e_b s_w^2 \cos 2\beta \end{pmatrix} \quad . \tag{4.24}$$

Dabei ist $e_b = -\frac{1}{3}$ bzw. $e_t = \frac{2}{3}$ die elektrische Ladung des Bottom-Squarks bzw. Top-Squarks, m_t die Masse des Top-Quarks und m_b die Masse des Bottom-Quarks. Die auftretenden Soft-Brechungs-Parameter $M_{\tilde{Q}}$,$M_{\tilde{U}}$,$M_{\tilde{D}}$, A_t und A_b sind in Kapitel 4.3 definiert und ihre Werte sind hier reell gewählt. Das Resultat, daß die Einträge in den Nebendiagonalen der Squark-Massenmatrizen proportional zur jeweiligen Quark-Masse sind, ist ein Hinweis, daß die Mischung der Links- und Rechts-Squarkfelder für Quark-Massen, die klein gegenüber der Massenskala der Squarks M_{Squark} sind, vernachlässigbar sein sollte. Relevante Mischungseffekte in physikalischen Prozessen sollten also nur bei Top-Squarks und für große $\tan\beta$ auch bei Bottom-Squarks zu erwarten sein.

Masseneigenzustände $(\tilde{q}_I^1, \tilde{q}_I^2)$ der Squarks der I-ten Generation erhält man durch Diagonalisierung der Massenmatrizen (4.22), (4.24) mit einer unitären Transformation und analog für die anderen beiden Generationen. Für reelle MSSM-Parameter ergibt sich sogar eine Drehung für jedes Paar von Squark-Freiheitsgraden $(\tilde{q}_I^L, \tilde{q}_I^R)$, und insbesondere für die dritte Generation von Squarks:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathrm{t}}_1 \\ \tilde{\mathrm{t}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\tilde{t}} & -\sin\theta_{\tilde{t}} \\ \sin\theta_{\tilde{t}} & \cos\theta_{\tilde{t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathrm{t}}_L \\ \tilde{\mathrm{t}}_R \end{pmatrix} \quad . \tag{4.25}$$

und

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathrm{b}}_1 \\ \tilde{\mathrm{b}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\tilde{b}} & -\sin\theta_{\tilde{b}} \\ \sin\theta_{\tilde{b}} & \cos\theta_{\tilde{b}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathrm{b}}_L \\ \tilde{\mathrm{b}}_R \end{pmatrix} \quad . \tag{4.26}$$

Die in dieser Arbeit wichtigen Kopplungen von Squarks an MSSM-Higgs-Bosonen sind in Anhang D zusammengestellt.

Gaugino-Higgsino-Sektor

Die Superpartner der elektroschwachen Eichbosonen und der Higgs-Bosonen mischen zu zwei geladenen und vier neutralen Fermionen (Charginos und Neutralinos), während das Gluino, als Fermion mit den Farb-Quantenzahlen des Gluons, nicht mit anderen Freiheitsgraden des MSSM mischt.

Dieser Sektor des MSSM kommt zwar zum Teil in unseren Rechnungen vor, spielt aber in den diskutierten Szenarien eine untergeordnete Rolle. Die großen Effekte in den von uns berechneten Higgs-Boson-Erzeugungsprozessen kommen von Quarks und Squarks der dritten Generation. Deshalb sehen wir hier von einer expliziten Beschreibung dieses Sektors des MSSM ab und verweisen auf die von uns verwendete gut dokumentierte und getestete Implementierung der MSSM-Feynmanregeln und Massen-Relationen in den Computer-Programmen FeynArts und FormCalc [37].

Kapitel 5

Zwei-Higgs-Dublett-Modell

Die Freiheit in der Wahl des Higgs-Sektors des Standardmodells ist groß, da es bisher nicht gelungen ist Higgs-Teilchen nachzuweisen und da die Grundforderung, daß die Theorie drei massive Eichbosonen (Z, W^+, W^-) mit den gemessenen Massen enthalten soll, wenig restriktiv ist. Experimentelle Beobachtungen liefern allerdings weitere starke Einschränkungen an mögliche Modelle für den Higgs-Sektor.

Der elektroschwache ρ-Parameter ist mit großer Präzision gleich 1 [35]. Man erhält

$$\rho_{\mathrm{exp.}} = \frac{m_W^2}{m_Z^2(1 - \sin^2 \theta_l^{\mathrm{eff.}})} = 1.0012^{+0.0023}_{-0.0014} \,, \tag{5.1}$$

mit den gemessenen Werten für die Eichboson-Massen und dem Sinus des effektiven leptonischen Mischungswinkels $\sin \theta_l^{\mathrm{eff.}}$. Im Standardmodell mit minimalem Higgs-Sektor ist die Vorhersage für ρ auf Born-Niveau gleich 1, ohne daß irgendwelche Parameter des Models dafür eingestellt werden müssten, und Schleifenkorrekturen zu ρ sind klein, im Einklang mit der Beobachtung.

Daraus folgen Einschränkungen an erweiterte Modelle. Aussichtsreiche Erweiterungen des minimalen Higgs-Sektors sollten in natürlicher Weise $\rho_{\mathrm{Born}} = 1$ liefern, d.h. der Wert 1 sollte unabhängig von der Wahl der Parameter des erweiterten Modells sein. Modelle nämlich, die $\rho_{\mathrm{Born}} = 1$ nur für bestimmte Parameterwerte des Modells erfüllen, sind unnatürlich, denn es ist zu erwarten, daß Schleifenkorrekturen zu ρ im allgemeinen so groß sind, daß sie mit experimentellen Ergebnissen in Widerspruch geraten. Selbstverständlich unterliegen die Parameter der im obigen Sinne natürlichen Erweiterungen des Higgs-Sektors ebenfalls der Einschränkung, daß Schleifenkorrekturen zu ρ nicht mit experimentellen Ergebnissen in Widerspruch geraten dürfen. Die Einschränkungen, die sich hieraus für die Wahl der in dieser Arbeit diskutierten Szenarien im 2HDM ergeben werden in Anhang A.3 näher erläutert.

Eine weitere gravierende Einschränkung an erweiterte Higgs-Sektoren ergibt sich aus der beobachteten Kleinheit der Flavour-wechselnden neutralen Ströme [1]. Im Standardmodell mit minimalem Higgs-Sektor verschwinden Flavour-wechselnde neutrale Ströme

[1] Das manifestiert sich z.B. in der beobachteten Kleinheit der $K^0 - \bar{K}^0$-Mischung

gänzlich auf Born-Niveau. Das liegt daran, daß der Übergang zu Massen-Eigenzuständen der Fermionen gleichzeitig die Fermion-Higgs-Wechselwirkungen diagonalisiert. Eine Erweiterung des Higgs-Sektors, die in natürlicher Weise die Flavour-wechselnden neutralen Ströme unterdrückt, darf auf Born-Niveau keine solchen aufweisen. Dies ist eine recht starke Einschränkung an mögliche Modelle. Andererseits ist ein Modell, das Austausche neutraler Higgs-Teilchen mit Flavour-wechselnden Kopplungen zuläßt, auch in Einklang mit den experimentellen Fakten zu bringen, wenn man nur die betreffenden Higgs-Massen hoch genug wählt, damit die Flavour-wechselnden neutralen Ströme ausreichend unterdrückt sind.

Das Zwei-Higgs-Dulett-Modell (2HDM) ist eine gängige Erweiterung des Higgs-Sektors des Standardmodells. Es besitzt im Unterschied zum Standardmodell zwei Isospin-Dubletts von Higgs-Teilchen mit Hyperladung +1:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix} , \qquad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_5 + i\phi_6 \\ \phi_7 + i\phi_8 \end{pmatrix} . \tag{5.2}$$

Das 2HDM erfüllt die oben genannten Einschränkungen in natürlicher Weise, d.h. es liefert $\rho = 1$ und keine Flavour-wechselnde neutrale Ströme auf Born-Niveau. Letzteres ergibt sich durch die Konstruktion, daß Fermionen gleicher elektrischer Ladung nur an jeweils ein Higgs-Feld aus einem Isospin-Dublett koppeln [22] [2].

Es gibt im Quark-Sektor zwei Möglichkeiten diese Konstruktion zu realisieren. Entweder koppeln alle Quarks an das gleiche Higgs-Dublett,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa I}} = -\lambda^u_{IJ}\bar{Q}_I\tilde{\Phi}_1 u_{R,J} - \lambda^d_{IJ}\bar{Q}_I\Phi_1 d_{R,J} + \text{h.k.} \tag{5.3}$$

oder aber Up- und Down-artige Quarks koppeln an jeweils verschiedene Higgs-Dubletts

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa II}} = -\lambda^u_{IJ}\bar{Q}_I\tilde{\Phi}_2 u_{R,J} - \lambda^d_{IJ}\bar{Q}_I\Phi_1 d_{R,J} + \text{h.k.}\ . \tag{5.4}$$

Dabei hängt $\tilde{\Phi}_i$ gemäß Gleichung (2.5) mit Φ_i zusammen. Ein 2HDM mit $\mathcal{L}_{\text{Yukawa I}}$ bzw. $\mathcal{L}_{\text{Yukawa II}}$ in der Lagrangedichte nennt man 2HDM vom Typ I bzw. II. Das MSSM ohne Superpartner entspricht einem 2HDM vom Typ II.

Das eichinvariante Higgs-Potential des Modells ohne CP-verletzende Wechselwirkungen besitzt die Form [15]

$$\begin{aligned} V(\Phi_1, \Phi_2) = {} & \lambda_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1 - v_1^2)^2 + \lambda_2(\Phi_2^\dagger\Phi_2 - v_2^2)^2 \\ & + \lambda_3\big[(\Phi_1^\dagger\Phi_1 - v_1^2) + (\Phi_2^\dagger\Phi_2 - v_2^2))\big]^2 \\ & + \lambda_4\big[(\Phi_1^\dagger\Phi_1)(\Phi_2^\dagger\Phi_2) - (\Phi_1^\dagger\Phi_2)(\Phi_2^\dagger\Phi_1)\big] \\ & + \lambda_5\big[\mathrm{Re}(\Phi_1^\dagger\Phi_2) - v_1 v_2\big]^2 + \lambda_6\big[\mathrm{Im}(\Phi_1^\dagger\Phi_2)\big]^2 \end{aligned} \tag{5.5}$$

[2]Diese Konstruktion ist durch eine diskrete Symmetrie ($\Phi_1 \to -\Phi_1$) geschützt, die nur sanft (durch Terme der Massendimension 2 im Higgs-Potential) gebrochen ist.

mit reellen Parametern $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, v_1$ und v_2. Es ist minimal, wenn die Higgs-Dubletts die Vakuumerwartungswerte

$$\Phi_{0\,,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_i \end{pmatrix} \qquad\qquad i = 1,2$$

annehmen.

Der Higgs-Mechanismus läuft prinzipiell genauso ab wie im Fall des minimalen Higgs-Sektors. Es gibt im Raum der Higgsfelder drei unphysikalische Richtungen, die Eichtransformationen entsprechen. Die entsprechenden Feldkombinationen, treten in der Lagrangedichte nur mit kovarianten Viererableitungen versehen auf und können durch eine Redefinition entsprechender Eichfelder vollständig aus der Lagrangedichte eliminiert werden. Die so redefinierten Vektorfelder besitzen dann drei Polarisationszustände und sind massiv. Auf Born-Niveau gelten für die Massen der Eichbosonen die gleichen Relationen, (4.14) und (4.15), wie im MSSM. Damit ist der Betrag der Higgs-Feldstärke im Vakuum $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ auf 246 GeV festgelegt. Im Unterschied zum minimalen Higgs-Sektor gibt es hier fünf physikalische Freiheitsgrade und die Aufspaltung in physikalische und unphysikalische Freiheitsgrade ergibt sich nicht mehr automatisch. Das allgemeine Verfahren [19, 20] zur Behandlung dieses Problems und damit zusammenhängend die Bestimmung der Massen der physikalischen Higgs-Teilchen in Abhängigkeit von den Parametern des Higgs-Potentials soll im folgenden kurz skizziert werden.

Man betrachtet die reellen Komponenten aller Higgs-Felder ($\phi_1, \ldots, \phi_8$ aus Gl.(5.2)) als die Komponenten ϕ_i eines Vektors einer reellen acht-dimensionalen Darstellung der Eichgruppe. Das Minimum des Potentials liege bei einem nichtverschwindenden Feldwert. Wegen der Eichsymmetrie des Potentials haben alle Feldkonfigurationen, die durch Eichtransformationen aus einer fest gewählten Konfiguration hervorgehen, den gleichen Potentialwert. Wählt man nun eine Feldkonfiguration λ_{Vakuum} aus, bei der das Potential minimal ist, dann ist von Interesse, welche Feldvariationen um diese Stelle physikalischen und welche unphysikalischen Freiheitsgraden entsprechen. Die Richtungen im Feldraum, die zu unphysikalischen Freiheitsgraden korrespondieren, sind aber gerade die Richtungen der Feldvariationen $\delta\lambda_{\text{Vakuum}}$ um die sich λ_{Vakuum} bei infinitesimalen Eichtransformationen ändert. Der Raum der unphysikalischen Freiheitsgrade im Punkt λ_{Vakuum} wird also z.B. aufgespannt durch die Vektoren:

$$\delta^a \lambda_{\text{Vakuum}} := iT^a \lambda_{\text{Vakuum}} \quad ,$$

mit den Generatoren der Eichgruppe T^a. Der Raum der physikalischen Freiheitsgrade an der Stelle λ_{Vakuum} wird dann von solchen Vektoren im Feldraum aufgespannt, die orthogonal zu dem Raum der unphysikalischen Freiheitsgrade sind.

Für die Massen der durch die Higgs-Felder beschriebenen Teilchen ist der bilineare Term

$$\underbrace{\frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 V_{\text{Higgs}}(\lambda_{\text{Vakuum}})}{\partial\phi_i \partial\phi_j}}_{=:M_{ij}^2}(\phi_i - \lambda_{\text{Vakuum},i})(\phi_j - \lambda_{\text{Vakuum},j})$$

verantwortlich, der bei der Entwicklung des Higgs-Potentials um die Minimalstelle λ_{Vakuum} auftritt. Bei geigneter Normierung der reellen Komponenten ϕ_i sind die Eigenwerte der Matrix M_{ij}^2 die Massenquadrate der physikalischen und unphysikalischen Higgs-Teilchen. Für die unphysikalischen Higgs-Teilchen muß sich der Eigenwert Null ergeben, weil sie, wie oben geschildert, Feldrichtungen entsprechen, in denen sich das Potential nicht ändert. Wenn ein Higgs-Potential vorliegt, das keine flachen physikalischen Richtungen aufweist, wie es im allgemeinen für das Higgs-Potential des 2HDM der Fall ist, dann genügt zur Bestimmung der physikalischen und unphysikalischen Freiheitsgrade die Diagonalisierung der Massenmatrix M_{ij} inklusive der Bestimmung der zugehörigen Basis im Feldraum bezüglich der die Massenmatrix diagonal ist. Diese Basis wird im weiteren mit Massenbasis bezeichnet. Die Diagonalisierung der symmetrischen Matrix M_{ij}^2 genügt, weil die Massenbasis automatisch ein Orthogonalsystem bildet, d.h. alle Felder, die zum Eigenwert Null korrespondieren sind unphysikalische Felder und sind orthogonal zu den physikalischen Feldern.

Die konkrete Rechnung zeigt, daß M_{ij}^2 in vier reelle symmetrische 2×2-Matrizen aufspaltet, von denen drei sogar die gleichen Einträge haben. Es genügen also zwei zweidimensionale Drehmatrizen, um aus den acht Feldern $(\phi_i - \lambda_{\text{Vakuum},i})$ die Massenbasis zu erhalten. Die explizite Form der Felder in der Massenbasis ist:

$$H^\pm = -\phi_1^\pm \sin\beta + \phi_2^\pm \cos\beta \,, \tag{5.6}$$
$$G^\pm = \phi_1^\pm \cos\beta + \phi_2^\pm \sin\beta \,, \tag{5.7}$$
$$H_1^0 = \sqrt{2}\big[(\mathrm{Re}\,\phi_1^0 - v_1)\cos\alpha + (\mathrm{Re}\,\phi_2^0 - v_2)\sin\alpha\big] \,, \tag{5.8}$$
$$H_2^0 = \sqrt{2}\big[-(\mathrm{Re}\,\phi_1^0 - v_1)\sin\alpha + (\mathrm{Re}\,\phi_2^0 - v_2)\cos\alpha\big] \,, \tag{5.9}$$
$$H_3^0 = \sqrt{2}\big[-\mathrm{Im}\,\phi_1^0 \sin\beta + \mathrm{Im}\,\phi_2^0 \cos\beta\big] \,, \tag{5.10}$$
$$G^0 = \sqrt{2}\big[\mathrm{Im}\,\phi_1^0 \cos\beta + \mathrm{Im}\,\phi_2^0 \sin\beta\big] \,. \tag{5.11}$$

Die Massen der physikalischen Higgs-Teilchen in Abhängigkeit von den Parametern des Higgs-Potentials ergeben sich zu

$$m_{H_1^0}^2 = \frac{1}{2}(a + b + \sqrt{(a-b)^2 + 4c^2}) \,, \tag{5.12}$$
$$m_{H_2^0}^2 = \frac{1}{2}(a + b - \sqrt{(a-b)^2 + 4c^2}) \,, \tag{5.13}$$
$$m_{H_3^0}^2 = \lambda_6(v_1^2 + v_2^2) \,, \tag{5.14}$$
$$m_{H^\pm}^2 = \lambda_4(v_1^2 + v_2^2) \tag{5.15}$$

und der Mischungswinkel α, der die Transformation der elektrisch neutralen Anteile $(\mathrm{Re}\,\phi_1^0 - v_1)$ und $(\mathrm{Re}\,\phi_2^0 - v_2)$ in den Higgs-Dubletts auf Massen-Eigenzustände H_1^0 und H_2^0 beschreibt, ergibt sich aus

$$\tan 2\alpha = \frac{2c}{a-b} \,. \tag{5.16}$$

Dabei ist

$$
\begin{aligned}
a &= 4v_1^2(\lambda_1+\lambda_3)+v_2^2\lambda_5 \ , \\
b &= 4v_2^2(\lambda_2+\lambda_3)+v_1^2\lambda_5 \ , \\
c &= v_1 v_2(4\lambda_3+\lambda_5) \ .
\end{aligned}
$$

Die freien Parameter des Higgs-Sektors sind nach der ursprünglichen Form des Higgs-potentials die $\lambda_i (i = 1, \ldots, 6)$ und $\tan\beta = v_2/v_1$. Mit Hilfe der Gleichungen (5.12) bis (5.16) kann man nun die Parameter λ_i größtenteils zugunsten der physikalischen Higgs-Massen eliminieren. Behält man λ_5 als freien Parameter, so lassen sich die anderen Kopplungskonstanten im Higgs-Potential wie folgt ausdrücken.

$$\lambda_1 = \frac{\Sigma}{8v^2\cos^2\beta} + \frac{\Delta}{8v^2}\Big[\frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\beta} - 2\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}\Big] + \frac{\lambda_5}{4}\big[1-\tan^2\beta\big] \ , \tag{5.17}$$

$$\lambda_2 = \frac{\Sigma}{8v^2\cos^2\beta} - \frac{\Delta}{8v^2}\Big[\frac{\cos 2\alpha}{\sin^2\beta} + 2\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta}\Big] + \frac{\lambda_5}{4}\big[1-\cot^2\beta\big] \ , \tag{5.18}$$

$$\lambda_3 = \frac{\Delta}{4v^2}\frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} - \frac{\lambda_5}{4} \ , \tag{5.19}$$

$$\lambda_4 = \frac{m^2_{H^\pm}}{v^2} \ , \tag{5.20}$$

$$\lambda_6 = \frac{m^2_{H^0_3}}{v^2} \ . \tag{5.21}$$

Dabei wurden die Abkürzungen $\Sigma = m^2_{H^0_1} + m^2_{H^0_2}$, $\Delta = m^2_{H^0_1} - m^2_{H^0_2}$ und $v^2 = v_1^2 + v_2^2$ verwendet. Damit sind die Eingabeparameter im Higgs-Sektor des 2HDM ausgedrückt durch die vier Massen der physikalischen Higgs-Teilchen $(m_{H^0_1}, m_{H^0_2}, m_{H^0_3}, m_{H^\pm})$, die beiden Mischungswinkel α, β, den Betrag der Higgs-Feldstärke im Vakuum v und die Kopplungskonstante λ_5, welche überdies den Term in der Lagrangedichte multipliziert, der die oben erwähnte diskrete Symmetrie des Higgs-Potentials bricht.

Die für die vorliegende Arbeit benötigten Feynman-Regeln des 2HDM wurde ein sogenanntes Model-File für das Computerprogramm FeynArts [37] geschrieben. Dazu wurde ein algebraisches Programm in FORM [25] geschrieben, daß die Lagrangedichte des 2HDM in Massen-Eigenzuständen aus seiner kompakten Formulierung in der manifest eichinvarianten Form berechnet. Insbesondere werden alle Feynman-Regeln der Higgs-Selbstwechselwirkungen im 2HDM für die Massen-Eigenzustände bestimmt und ein Fortran-Programm zu deren numerischen Berechnung erzeugt. Das Model-File benutzt übereinstimmende Teile der MSSM-Feynman-Regeln des schon existierenden MSSM-Model-Files [37]. Weiterhin wurde eine numerische Routine erstellt, die alle relevanten partiellen Zerfallsbreiten der neutralen Higgs-Teilchen (H^0_1, H^0_2 und H^0_3) in führender Ordnung berechnet.

Wir wollen die Feynman-Regeln des 2HDM, wegen ihres Umfangs, nicht in der vorliegenden Arbeit wiedergeben, sondern verweisen auf die erstellten Computer-Programme.

Teil II

Zur Higgs-Physik an Hadron-Beschleunigern

Kapitel 6

Assoziierte Erzeugung von $H^{\pm}$ und $W^{\mp}$

Die Entdeckung eines geladenen Higgs-Teilchens wäre ein untrügliches Zeichen eines erweiterten Higgs-Sektors. Die Suche nach einem geladenen Higgs am LHC ist keine leichte Aufgabe. Solange die Masse $m_{H^\pm}$ des geladenen Higgs die Top-Masse m_t nicht wesentlich übersteigt, gibt es ein klares leptonisches Signal, nämlich die Überproduktion von $\tau\nu_\tau$-Paaren in der $t\bar{t}$-Paar-Erzeugung. Diese Überproduktion kommt von den Zerfällen des $t \rightarrow H^+b$ und des $\bar{t} \rightarrow H^-\bar{b}$ und den daran anschließenden nahezu ausschließlichen Zerfällen der geladenen Higgs-Bosonen in $\tau\nu_\tau$. Beide Zerfälle sind durch große Yukawa-Kopplungen begünstigt. Für größere Higgs-Massen wird der Zerfall des $H^+(H^-)$ in $t\bar{b}(\bar{t}b)$ kinematisch möglich und wird aufgrund der stärkeren Yukawa-Kopplung der dominante Zerfallskanal für große $m_{H^\pm}$ mit mindestens 90% Verzweigungsverhältnis. Die Suche nach einem schweren geladenen Higgs gestaltet sich ungleich schwieriger, weil der vorherrschende Zerfall des Higgs-Bosons in Top-Bottom-Quark-Paare zu hadronischen Signaturen führt, denen natürlich am LHC eine sehr große Anzahl an QCD-Untergrund-Ereignissen gegenüber stehen. Die Idee, die $W^\pm H^\mp$-Produktion als Signalprozeß zu betrachten, mit der Möglichkeit das W-Boson zur Identifizierung des Prozesses heranzuziehen, wurde schon in [29] formuliert und Vorhersagen für den inklusiven hadronischen Wirkungsquerschnitt wurden im Rahmen des 2HDM mit MSSM-Kopplungen berechnet. Eine Studie der Durchführbarkeit dieser Idee am LHC erschien vor einiger Zeit [34], inspiriert durch eine Aktualisierung der Rechnung von [29] durch [30]. Die Schlußfolgerung in [34] war im Wesentlichen, daß der Prozeß im Rahmen des MSSM nicht zur Entdeckung des geladenen Higgs am LHC geeignet ist, weil der Signalprozeß nicht effektiv von den Untergrund-Prozessen (hauptsächlich $t\bar{t}$-Erzeugung) separiert werden kann. Die Autoren von [34] benutzten für ihre Simulation des Gluon-Fusionsprozesses allerdings nur die in [30] veröffentlichten Dreiecks-Schleifen-Diagramme mit der Begründung, daß dies eine Abschätzung des Signal-Wirkungsquerschnitts nach oben darstellt. Diese Behauptung stützt sich auf die bekannte Tatsache [29], daß die zum Prozeß $gg \rightarrow W^\pm H^\mp$ beitragenden Dreiecks- und Box-Amplituden mit virtuellen Quarks in den Schleifen stark destruktiv interferieren. Weiterhin wurde in [34] ohne Begründung für die damals unbekannten Schleifen-Beiträge mit virtuellen Squarks ebenso eine solche destruktive Interferenz angenommen und der Einfluß der Squark-Beiträge auf den Wirkungsquerschnitt auf höchstens 20 % Erhöhung nach oben abgeschätzt. Obwohl sich letztere Vermutung als im allgemeinen falsch herausgestellt hatte, wie in diesem Kapitel der vorliegenden Arbeit noch demonstriert werden soll, erscheint es nach den Resultaten in [34] eher unwahrscheinlich, daß die $W^\pm H^\mp$-Erzeugung eine entscheidende Rolle in der Entdeckung des geladenen Higgs-Bosons spielen kann. Neuere Studien [43, 58] zeigen zudem, daß die partonischen Prozesse $gb(g\bar{b}) \to H^- t(H^+\bar{t})$ wahrscheinlich gute Aussichten haben, die Entdeckung eines geladenen Higgs-Bosons mit einer Masse weit größer als der Top-Masse zuzulassen. Der Schlüssel dazu ist, daß der Prozeß am LHC einen weit größeren Wirkungsquerschnitt hat als z. B. die hier betrachtete $W^\pm H^\mp$-Erzeugung und es deshalb erlaubt, nur mit den unterdrückten leptonischen Zerfällen $H^-(H^+) \to \tau\bar{\nu}_\tau(\bar{\tau}\nu_\tau)$ allein schon ausreichend viele Signal-Ereignisse zu liefern.

Dennoch bleibt der Schleifen-induzierte Mechanismus $gg \to W^\pm H^\mp$ interessant, weil er wesentlich sensitiver auf das zugrundeliegende Modell ist. Eine experimentelle Untersuchung zum Nachweis der $W^\pm H^\mp$-Erzeugung am LHC erscheint angebracht, wenn das geladene Higgs breits in anderen Kanälen gefunden wurde und es darum geht, die weitergehende Frage nach dem zugrundeliegenden Modell zu erörtern. Dafür bieten Schleifen-induzierte Prozesse, wie z. B. der hier diskutierte, natürlicherweise die besten Voraussetzungen. Das vorliegende Kapitel hat vorwiegend diesen Aspekt im Blickfeld.

6.1 Partonische Prozesse

In Modellen mit zwei Higgs-Dubletts geschieht die gemeinsame Erzeugung von $H^\mp$ und $W^\pm$ an Proton- oder Proton-Antiproton-Beschleunigern im Wesentlichen durch zwei partonische Subprozesse: zum einen durch Vernichtung von Bottom- und Anti-Bottom-Quarks ($b\bar{b} \to W^\pm H^\mp$) und zum anderen durch Gluon-Fusion ($gg \to W^\pm H^\mp$). Der erste Prozeß besitzt einen nicht-verschwindenden Beitrag auf Born-Niveau (vgl. Fig. 6.2) während der zweite Schleifen-induziert ist (vgl. Fig. 6.1). Die vorliegende Arbeit befaßt sich vor allem mit dem zweiten Prozeß, weil zum Zeitpunkt des Beginns dieses Projektes in der Literatur noch keine vollständige Rechnung im Rahmen des MSSM dokumentiert war[1]. Die Berechnung der führenden Ordnung der Reaktion $b\bar{b} \to W^\pm H^\mp$ wurde jedoch auch durchgeführt um in der Diskussion der numerischen Ergebnisse Vergleiche ziehen zu können.

6.1.1 Der Prozeß $b\bar{b} \to W^- H^+$

Ein partonischer Prozeß, der zur $W^- H^+$-Erzeugung an Hadron-Beschleunigern beiträgt, ist:

$$b(k, i, \sigma_1) + \bar{b}(\bar{k}, j, \sigma_2) \to W^-(p, \lambda) + H^+(\overline{p}) .$$

[1] Zum Zeitpunkt der Fertigstellung des Projektes [38] wurde eine zweite vollständige Rechnung einer anderen Gruppe publiziert [30, 36]. Deren Ergebinsse sind mit den unsrigen in Übereinstimmung.

Dabei bezeichnet k, i und σ_1 den einlaufenden Impuls, den SU(3)-Farbindex und die Spin-Polarisation des Bottom-Quarks und $\bar{k}$, j und σ_2 die entsprechnden Größen für das Anti-Bottom-Quark im Anfangszustand.

Der Prozeß ist auf Born-Niveau durch virtuellen Austausch aller neutralen Higgs-Bosonen im s-Kanal und durch t-Kanal-Austausch eines Top-Quarks (Abb. 6.2) vermittelt. Die Formel für den Spin- und Farb-gemittelten differentiellen Wirkungsquerschnitt im Rahmen des MSSM bzw. Typ-II-2HDM auf Born-Niveau ist hinreichend bekannt [29, 30] und soll hier nicht wiederholt werden.

Eine Vorhersage des hadronischen Wirkungsquerschnitts für die $W^\pm H^\mp$-Erzeugung via $b\bar{b} \to W^- H^+$ am LHC in nächst-führender Ordnung in α_S wurde kürzlich veröffentlicht [33]. Dabei stellte sich heraus, daß es die Verwendung der laufenden $\overline{MS}$-Masse $m_b(\mu_R)$ im Born-Wirkungsquerschnitt eine Vorhersage liefert, die viel näher am Einschleifen-Ergebnis liegt, welches deutlich kleiner ausfällt, als der Born-Wirkungsquerschnitt bei Verwendung der Pol-Masse $m_{b,\mathrm{Pol}} = 4.7\,\mathrm{GeV}$. Wir wollen deshalb in unserer Diskussion der Ergebinsse den Wirkungsquerschnitt auf Born-Niveau mit der Einschleifen-Formel für die laufende Bottom-Masse [33],

$$m_b^2(\mu_R) = m_{b,\mathrm{Pol}}^2\big(1 - 2\frac{\alpha_S}{\pi}(\log\frac{\mu_R^2}{m_{b,\mathrm{Pol}}^2} + \frac{4}{3})\big) \ , \tag{6.1}$$

als Näherung an das exakte Einschleifen-Ergebnis verwenden. Zum Zweck des Vergleichs mit dem in führender Ordnung berechneten Gluon-Fusions-Beitrag zur hadronischen $W^\pm H^\mp$-Erzeugung erscheint uns das eine realistischere Näherung.

Wahrscheinlich ist aber auch diese Näherung eine Abschätzung des Wirkungsquerschnitts nach oben, denn die Born-Amplitude für $Q\bar{Q} \to W^- H^+$, mit schweren Quarks Q überschätzt möglicherweise den Wirkungsquerschnitt deutlich [29] [2]. Die Überschätzung rührt daher, daß die Verteilung schwerer Quarks im Proton im wesentlichen durch Gluon-Aufspaltung in $Q\bar{Q}$-Paare entsteht. Die Verteilung ist also im Vergleich zu den Verteilungen der leichten Quarks und des Gluons effektiv um einen Faktor α_S unterdrückt. Im Sinne einer konsistenten Anwendung der Störungstheorie muß man deshalb die weiteren Parton-Prozesse $gg \to Q\bar{Q}W^- H^+$ und $gQ(\bar{Q}) \to Q(\bar{Q})W^- H^+$, die in diesem Sinne von der gleichen Ordnung in α_S sind, bei der Berechnung des $W^- H^+$-Erzeugungsquerschnitts berücksichtigen. Allerdings müssen kollineare Konfigurationen an Vertizes der einlaufenden Teilchen, die einen Beitrag niedrigster Ordung zur Q- oder $\bar{Q}$-Verteilung darstellen, wieder abgezogen werden, weil diese bereits in der Faltung des Prozesses $Q\bar{Q} \to W^- H^+$ enthalten sind [31]. Es zeigt sich dabei typischerweise, daß der so brechnete "wahre Wirkungsquerschnitt" deutlich kleiner ist als der naiv berechnete [32]. Für den Prozeß $b\bar{b} \to W^- H^+$ wurden die dominanten Beiträge $(gb(\bar{b}) \to b(\bar{b})W^- H^+)$ in [33] berechnet.

[2]Aufgrund der damaligen Unkenntnis der Masse des Top-Quarks wurde in [29] das Top-Quark als das schwerste Quark mit einer nicht-verschwindenden Verteilung im Proton betrachtet und deshalb für dieses das Problem der Überschätzung des Wirkungsquerschnitts angeführt. Heute, da wir wissen, daß das Top-Quark bisher keine messbare Anzahldichte im Proton besitzt, überträgt sich die Argumentation auf das Bottom-Quark.

Eine Analyse des subdominanten Gluon-Fusions-Beitrags ($gg \to b\bar{b}W^-H^+$) steht noch aus.

6.1.2 Der Prozeß $gg \to W^-H^+$

Bezeichnen k und $\bar{k}$ die einlaufenden Impulse der Gluonen im Anfangs-Zustand und p und $\bar{p}$ die auslaufenden Impulse der Teilchen im Endzustand, so liest sich die betrachtete Reaktion wie folgt:

$$g(k,a,\sigma) + g(\overline{k},b,\overline{\sigma}) \to W^-(p,\lambda) + H^+(\overline{p})\,.$$

Neben ihren Impulsen sind die Gluonen im Anfangs-Zustand durch ihre Farb-Indizes a, b und ihre Helizitäten $\sigma, \bar{\sigma}$ ($= \pm 1$) charakterisiert und das W-Boson im Endzustand noch zusätzlich durch seine Spin-Polarisation λ ($= 0, \pm 1$). Die kinematischen Invarianten des partonischen Streuprozesses sind bei dieser Wahl der Impulse

$$\hat{s} = (k + \overline{k})^2\,, \quad \hat{t} = (k - p)^2\,, \quad \hat{u} = (k - \overline{p})^2$$

und erfüllen die Relation

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = m_{H^\pm}^2 + m_W^2 \quad .$$

Der Wirkungsquerschnitt, gemittelt über die Helizitäts- und Farb-Freiheitsgrade im Anfangs-Zustand und summiert über die Spin-Polarisationen des W-Bosons im Endzustand

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2} \sum_{\lambda=0,\pm} \frac{1}{4} \sum_{\sigma,\bar{\sigma}=\pm 1} \frac{(\mathrm{CF})}{64} \left|\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}\right|^2, \;\; \text{mit} \;\; (\mathrm{CF}) = \sum_{a,b=1}^{8} \left[\mathrm{Tr}\left\{\frac{\lambda^a}{2}\frac{\lambda^b}{2}\right\}\right]^2 = 2, \tag{6.2}$$

enthält die Helizitäts-Amplituden

$$\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda} = \varepsilon_\sigma^\mu(k)\varepsilon_{\bar{\sigma}}^\nu(\overline{k})\varepsilon_\lambda^{*\rho}(p)\,\widetilde{\mathcal{M}}_{\mu\nu\rho} \quad , \tag{6.3}$$

wobei $\varepsilon_\sigma^\mu(k)$, $\varepsilon_{\bar{\sigma}}^\nu(\overline{k})$ und $\varepsilon_\lambda^{*\rho}(p)$ die Polarisationsvektoren der einlaufenden Gluonen und des auslaufenden W-Bosons darstellen. Die SU(3)-Eichinvarianz des Wirkungsquerschnitts ergibt sich aus der Transversalität der Amplitude, ausgerückt durch die Identitäten

$$k^\mu \varepsilon_{\bar{\sigma}}^\nu(\overline{k})\varepsilon_\lambda^{*\rho}(p)\,\widetilde{\mathcal{M}}_{\mu\nu\rho} = \varepsilon_\sigma^\mu(k)\overline{k}^\nu \varepsilon_\lambda^{*\rho}(p)\,\widetilde{\mathcal{M}}_{\mu\nu\rho} = 0 \quad , \tag{6.4}$$

die wir zur Überprüfung unser Berechnung von $\widetilde{\mathcal{M}}_{\mu\nu\rho}$ auf Einschleifenniveau herangezogen haben. Die analytischen Ergebinsse für die Helizitäts-Amplituden $\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}$ sind in Anhang C aufgelistet.

Im Schwerpunktsystem der Partonen können die Impulse folgendermaßen gewählt werden:

$$k^\mu = \left(\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2}, 0, 0, \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \right), \tag{6.5}$$

$$\overline{k}^\mu = \left(\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2}, 0, 0, -\frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} \right), \tag{6.6}$$

$$p^\mu = (E_W, \vec{p}_W) = (E_W, |\vec{p}_W| \sin\Theta, 0, |\vec{p}_W| \cos\Theta) . \tag{6.7}$$

Damit sind die Polarisationsvektoren z.B. durch folgende Wahl gegeben:

$$\varepsilon^\mu_\sigma(k) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, i\sigma, 0) , \tag{6.8}$$

$$\varepsilon^\mu_{\overline{\sigma}}(\overline{k}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, 1, -i\overline{\sigma}, 0) , \tag{6.9}$$

und

$$\varepsilon^{*\mu}_{\lambda=0}(p) = \left(\frac{|\vec{p}_W|}{m_W}, \frac{E_W}{m_W} \sin\Theta, 0, \frac{E_W}{m_W} \cos\Theta \right), \tag{6.10}$$

$$\varepsilon^{*\mu}_{\lambda=\pm}(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} (0, i\lambda \cos\Theta, 1, -i\lambda \sin\Theta) . \tag{6.11}$$

Der integrierte Wirkungsquerschnitt bei einer bestimmten Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$,

$$\sigma_{gg\to W^- H^+}(\hat{s}, \alpha_S(\mu_R)) = \int_{\hat{t}_{\min}(\hat{s})}^{\hat{t}_{\max}(\hat{s})} d\hat{t}\, \frac{d\sigma}{d\hat{t}} , \tag{6.12}$$

wird durch numerische Integration von Gleichung 6.2 über das kinematisch erlaubte $\hat{t}$-Intervall bestimmt. Die Renormierungsskala μ_R in der Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung $\alpha_S(\mu_R)$ wird gleich $\sqrt{\hat{s}}$, also gleich der harten Energie-Skala des Prozesses, gewählt.

6.2 Berechnung der Amplituden

Im MSSM gibt es auf Born-Niveau keinen Beitrag zur partonischen Reaktion $gg \to W^- H^+$. Der Prozeß ist auf dem Einschleifen-Niveau durch Amplituden mit Quark-Schleifen (Abb. 6.1(a) und 6.1(b)) und mit Squark-Schleifen (Abb. 6.1(c) und 6.1(d)) induziert. Die Definition der auftretenden Kopplungen befinden sich in Anhang D.

Die Quark-Schleifendiagramme können weiter in Boxdiagramme (6.1(b)) und und Dreiecksdiagramme mit s-Kanal-Austausch eines neutralen Higgs-Bosons (6.1(a)) unterteilt werden. In jedem Boxdiagramm koppeln die virtuellen Quarks in der Schleife direkt

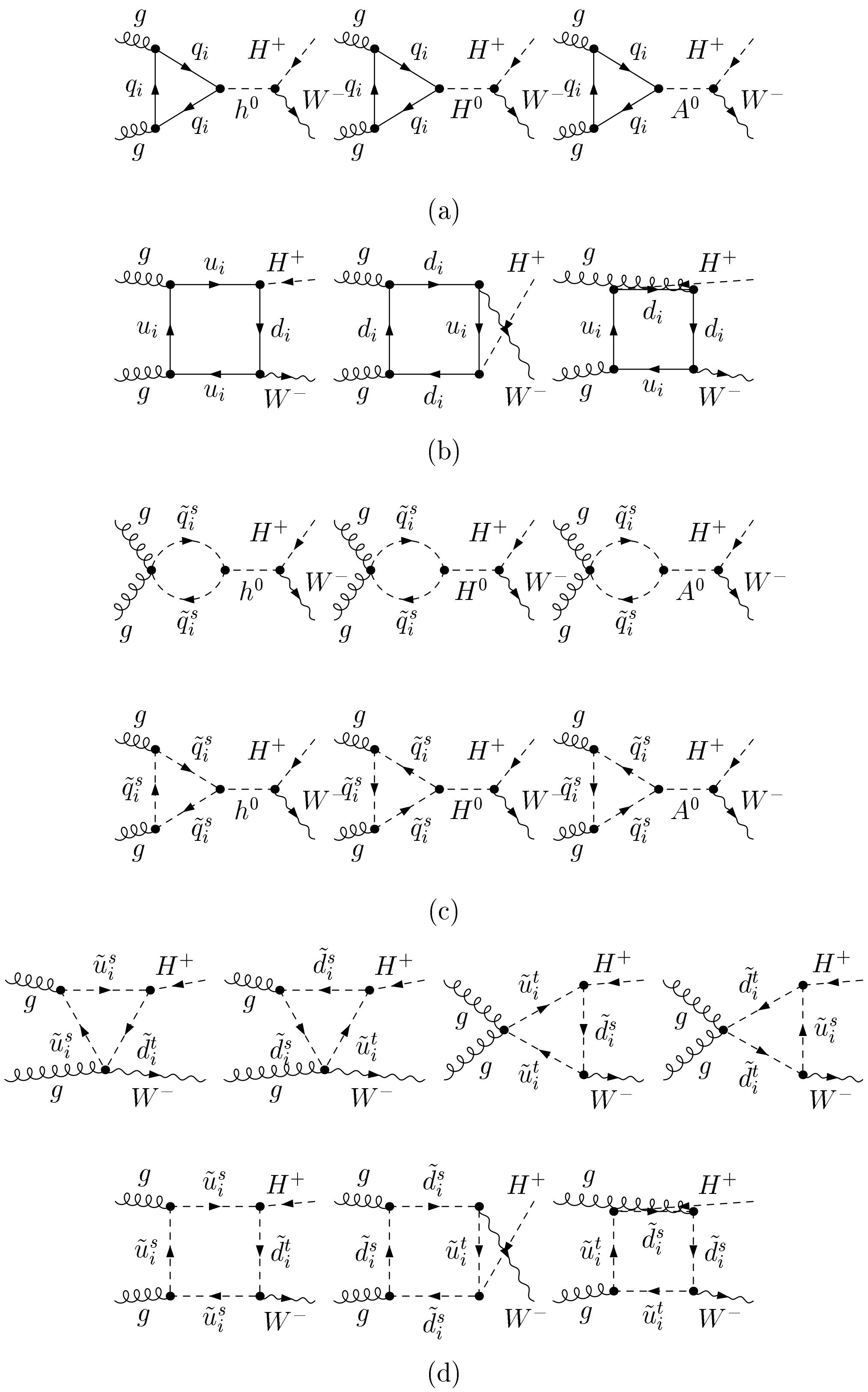


Abbildung 6.1: Feynman-Diagramme zum Prozeß $gg \to H^+W^-$ in führender Ordnung. Diagramme mit umgekehrtem Ladungsfluß sind nicht dargestellt.

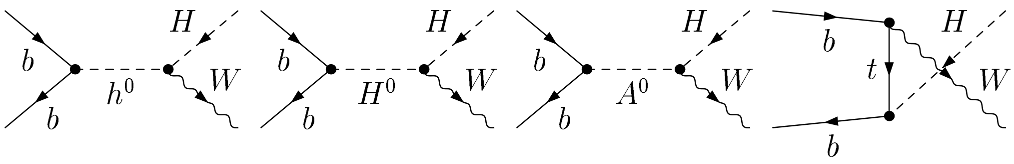


Abbildung 6.2: Feynman-Diagramme zum Prozeß $b\bar{b} \to H^+W^-$ in führender Ordnung.

an das auslaufende geladene Higgs-Boson H^+, während die Quarks in den Dreiecksdiagrammen an eines der neutralen Higgs-Bosonen h^0, H^0 und A^0 koppeln. Da diese Yukawa-Wechselwirkungen alle proportional zur Masse des wechselwirkenden Quarks sind, ergibt sich eine Dominanz der dritten Generation von Quarks (t, b).

Es ist bekannt, daß die Quark-Schleifenbeiträge zur Amplitude im Rahmen des MSSM eine bemerkenswerte Eigenschaft haben [29]: Durch die Forderung der Supersymmetrie bewirkte Massen-Relationen und Kopplungen der Higgs-Teilchen führen zu einer starken negativen Interferenz zwischen Box- und Dreiecksamplituden für beliebige Werte von $m_{H^\pm}$ und $\tan\beta$. Der Wirkungsquerschnitt ist deshalb um ein bis zwei Größenordnungen kleiner als ein hypothetischer Wirkungsquerschnitt, den man entweder ausschließlich aus Box- oder Dreiecksamplituden berechnet.

Durch die starke negative Interferenz in den Quark-Schleifenamplituden, die in den Squark-Schleifenamplituden keine Entsprechung hat, gewinnen letztere an Bedeutung und führen zu relativ großen Effekten. Die Squark-Schleifendiagramme lassen sich unterteilen in (1) Diagramme mit einer Zweipunktschleife und einem virtuellen, neutralen CP-geraden Higgs-Boson im s-Kanal, (2) Dreiecksdiagramme mit einem intermediären Higgs-Boson, (3) Dreiecksdiagramme ohne intermediäres Higgs-Boson und (4) Boxdiagramme (Abb. 6.1). Jede Gruppe für sich erfüllt bereits die Transversalitätsrelation (6.4), wovon wir uns durch explizite Rechnung überzeugt haben.

Der Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $gg \to W^-H^+$ wurde im Rahmen dieser Arbeit unter Zuhilfenahme von Computer-Algebra durch zwei völlig unabhängige algebraische Algorithmen (FDiag[3] und FeynArts/FormCalc [37]) mit unabhängig voneinander bestimmten Feynmanregeln berechnet und mit einer dritten unabhängigen Rechnung verglichen [38]. Alle drei Berechnungen stimmen überein.

Die Berechung des Wirkungsquerschnitts für den Prozeß $b\bar{b} \to W^-H^+$ wurde mit FeynArts/FormCalc durchgeführt.

[3]FDiag basiert auf FORM [25]. Es stellt eine einfache Sprache zur Eingabe von Feynman-Diagrammen zur Verfügung, führt diese auf Standard-Tensorintegrale zurück, reduziert diese wenn gewünscht auf skalare Einschleifenintegrale und erzeugt einen Fortran-Quellcode zur numerischen Berechnung der Amplitude. Die Arbeit an FDiag wurde in [28] begonnen und im Rahmen der vorliegenden Arbeit begrenzt fortgeführt.

6.3 Der hadronische Prozeß

Der inklusive hadronische Wirkungsquerschnitt für die W^-H^+-Erzeugung in Protonkollisionen bei einer Schwerpunktsenergie der Protonen von $\sqrt{S}$ kann als eine Faltung geschrieben werden [56]

$$\sigma(pp \to W^-H^+ + X) = \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^{1} d\tau \frac{d\mathcal{L}_{nm}^{pp}}{d\tau}\, \sigma_{nm\to W^-H^+}(\tau S, \alpha_S(\mu_R)) \tag{6.13}$$

mit der Partonluminosität

$$\frac{d\mathcal{L}_{nm}^{pp}}{d\tau} = \int_{\tau}^{1} \frac{dx}{x} \frac{1}{1+\delta_{nm}} \left[f_{n/p}(x,\mu_F) f_{m/p}(\frac{\tau}{x},\mu_F) + f_{m/p}(x,\mu_F) f_{n/p}(\frac{\tau}{x},\mu_F) \right], \tag{6.14}$$

wobei $f_{n/p}(x,\mu_F)$ die Anzahldichte der Partonen vom Typ n im Proton bei einer Energie-Skala μ_F bezeichnet, die einen Bruchteil x des Proton-Impulses tragen. Die Summation durchläuft alle ungeordneten Paarungen von Partonen $\{n,m\}$. Die τ-Integration läuft über den Bruchteil $\tau = \hat{s}/S$ des Quadrats der Schwerpunktsenergie der beitragenden Partonprozesse beginnend mit dem Wert $\tau_0 = (m_W + m_{H^\pm})^2/S$ an der Produktionsschwelle. Die numerische Berechnug wurde mit dem Partonverteilungssatz MRST [39] ausgeführt. Die Faktorisierungsskala μ_R und Renormierungsskala μ_F wurden gleich $\sqrt{\hat{s}}$ gewählt. Zur Berechnung der laufenden Kopplung $\alpha_S(\mu)$ wurde die im $\overline{\text{MS}}$-Schema bestimmte Zweischleifen-Formel benutzt, wie sie z. B. in [35] zu finden ist.

6.3.1 Ergebnisse im MSSM

Unser Hauptaugenmerk ist auf den Gluon-Fusionsprozeß gerichtet. Deshalb bezeichnen wir im Weiteren mit „dem hadronischen Wirkungsquerschnitt “ den Wirkungsquerschnitt den man durch Faltung des Gluon-Fusionsprozesses erhält. Im Zuge der Diskussion werden wir aber auch den Wirkungsquerschnitt der Gluon-Fusion mit dem der $b\bar{b}$-Vernichtung vergleichen. Wo dies der Fall ist, tragen wir Sorge, daß keine Verwechslungen mit dem Beitrag durch $b\bar{b}$-Vernichtung entsteht. Uns interessiert besonders die Frage welche Steigerung der Wirkungsquerschnitt durch virtuelle Squark-Effekte gegenüber dem Fall entkoppelnder Squarks erfahren kann. Der Entkopplungsfall für Squarks ist der Grenzfall unendlich schwerer Squark-Massen, in dem der Beitrag der Squark-Schleifen-Diagramme zur Amplitude verschwindet. Diesen erhält man im Wesentlichen dadurch, daß man in der Berechnung der Amplitude die Squark-Schleifen-Diagramme wegläßt. Dabei behalten wir in der von uns verwendeten Zwei-Schleifen-Formel für die Massen der neutralen Higgs-Teilchen [53] die endlichen Squark-Massen bei, da wir an dem Unterschied zwischen der Vorhersage des Wirkungsquerschnitts mit und ohne Squark-Beiträge interessiert sind.

Als Eingabeparameter im MSSM-Higgs-Sektor können $m_{H^\pm}$ und $\tan\beta$ gewählt werden. Aus diesem Grund studieren wir hier die Abhängigkeit des hadronischen Wirkungsquerschnitts für $W^\pm H^\mp$-Erzeugung [4] (durch Gluon-Fusion) von diesen beiden Parametern

[4] In der Diskussion der Ergebnisse addieren wir die Prozesse mit umgekehrten Ladungen, die in den betrachteten Modellen den gleichen Wirkungsquerschnitt haben.

für verschiedene Squark-Szenarien (siehe Anhang A).

Szenarien ohne Top-Squark-Mischung

Abbildung 6.3 zeigt die Variation des hadronischen Wirkungsquerschnitts mit $m_{H^\pm}$ für die Squark Szenarien ohne Mischung (Szenarien A, B und C, siehe Tabelle A.1 in Anhang A) und für drei Werte von $\tan\beta$ (3, 6 und 30)[5]. Zum Vergleich ist für jedes Szenario der Wirkungsquerschnitt des Entkopplungsfalls jeweils als durchgezogene Linie in Abbildung 6.3 eingezeichnet. Der Wirkungsquerschnitt fällt stark mit steigender Masse des geladenen Higgs, mit Ausnahme des Bereichs um $m_{H^\pm} = 210$ GeV, wo der Verlauf ein lokales Maximum mit einer beachtlichen Spitze hat. Der allgemeine Abfall des Wirkungsquerschnitts kommt von der Gluon-Luminosität, welche sinkt, weil die Schwellenenergie mit $m_{H^\pm}$ steigt. Die Überhöhung des Wirkungsquerschnitts im Bereich der Spitze ist auf die Top-Paarschwelle in den Quark-Boxdiagrammen zurückzuführen, welche eine scharfe Spitze im partonischen Wirkungsquerschnitt bei $\sqrt{\hat{s}} = 2m_t$ ergibt, wenn die $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle nahe bei $2m_t$ liegt. Für moderate $\tan\beta$-Werte (3 und 6 in Abb. 6.3) ist die Vorhersage für den Wirkungsquerschnitt deutlich größer als im Fall entkoppelnder Squarks. Außer im Bereich der Spitze, wo der Einfluß der Top-Paarschwelle alle anderen Beiträge dominiert, liegen die Korrekturen zum Entkopplungsfall durch Einbeziehung der Squark-Schleifen für alle drei Szenarien zwischen 20% und 40%. Für hohe Werte von $\tan\beta$ (30 in Abb. 6.3) dagegen, ist der Squark-Einfluß gering, von der Ordnung einiger Prozent. Nur im Bereich der $\tilde{\mathrm{b}}_2\tilde{\mathrm{b}}_2$- und $\tilde{\mathrm{t}}_i\tilde{\mathrm{t}}_i$-Schwelle ($m_{H^\pm} + m_W \approx 2m_{\tilde{\mathrm{b}}_2} \approx 2m_{\tilde{\mathrm{t}}_i}$) erhöht sich der Wirkungsquerschnitt um höchstens 10%. Das ist in Abbildung 6.3 am unteren Bildrand an den leichten Abweichungen vom Entkopplungsfall zu erkennen.

Die $\tan\beta$-Abhängigkeit des hadronischen Wirkungsquerschnitts ist in Abbildung 6.4 für die Szenarien ohne Top-Squark-Mischung (A, B und C, Tabelle A.1 in Anhang A) für drei Werte von $m_{H^\pm}$ (190, 350 und 450 GeV) [6] dargestellt. Der Fall entkoppelnder Squarks für die Szenarien ist jeweils durch eine durchgezogene Linie dargestellt. Es zeigt sich, daß die Squark-Schleifenbeiträge den hadronischen Wirkungsquerschnitt hauptsächlich für solche $\tan\beta$-Werte erhöhen, die unterhalb der Minimalstelle des Wirkungsquerschnitts liegen. Für $m_{H^\pm} = 350$ GeV und 450 GeV ist die relative Abweichung der Vorhersage in den drei Szenarien im Vergleich zum Entkopplungsfall am linken Rand der Abbildung 6.4 ($\tan\beta = 5$) am größten und liegt etwa zwischen 25% und 35%. Ein Sonderfall ergibt sich für $m_{H^\pm} = 190$ GeV wegen der Nähe der $W^\pm H^\mp$-Produktionsschwelle zur $t\bar{t}$-Schwelle in den Boxdiagrammen. Die Dominanz der Quark-Schleifenbeiträge manifestiert sich hier in nur etwa 8% bis 12% relativer Abweichung zum Entkopplungsfall bei $\tan\beta = 5$.

[5] Genaugenommen ist für die Szenarien ohne Top-Squark-Mischung der Wert $\tan\beta = 3$ schon experimentell ausgeschlossen, weil mit diesem Wert für $\tan\beta$ die Masse des leichten neutralen MSSM-Higgs m_{h^0} unterhalb der bei LEP ermittelten Ausschlussgrenze ($m_{h^0} > 91$ GeV) [35] liegt. Die zugehörigen Kurven sind nur zum Zwecke des Vergleichs mit den Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung eingezeichnet.

[6] Der niedrigste Wert für $m_{H^\pm}$, der hier betrachtet wird ist 190 GeV, damit ist $m_{h^0} \geq 93.7\,\mathrm{GeV}(95.4\,\mathrm{GeV}, 96.9\,\mathrm{GeV})$ für Szenario A (B, C) und $\tan\beta \geq 6$.

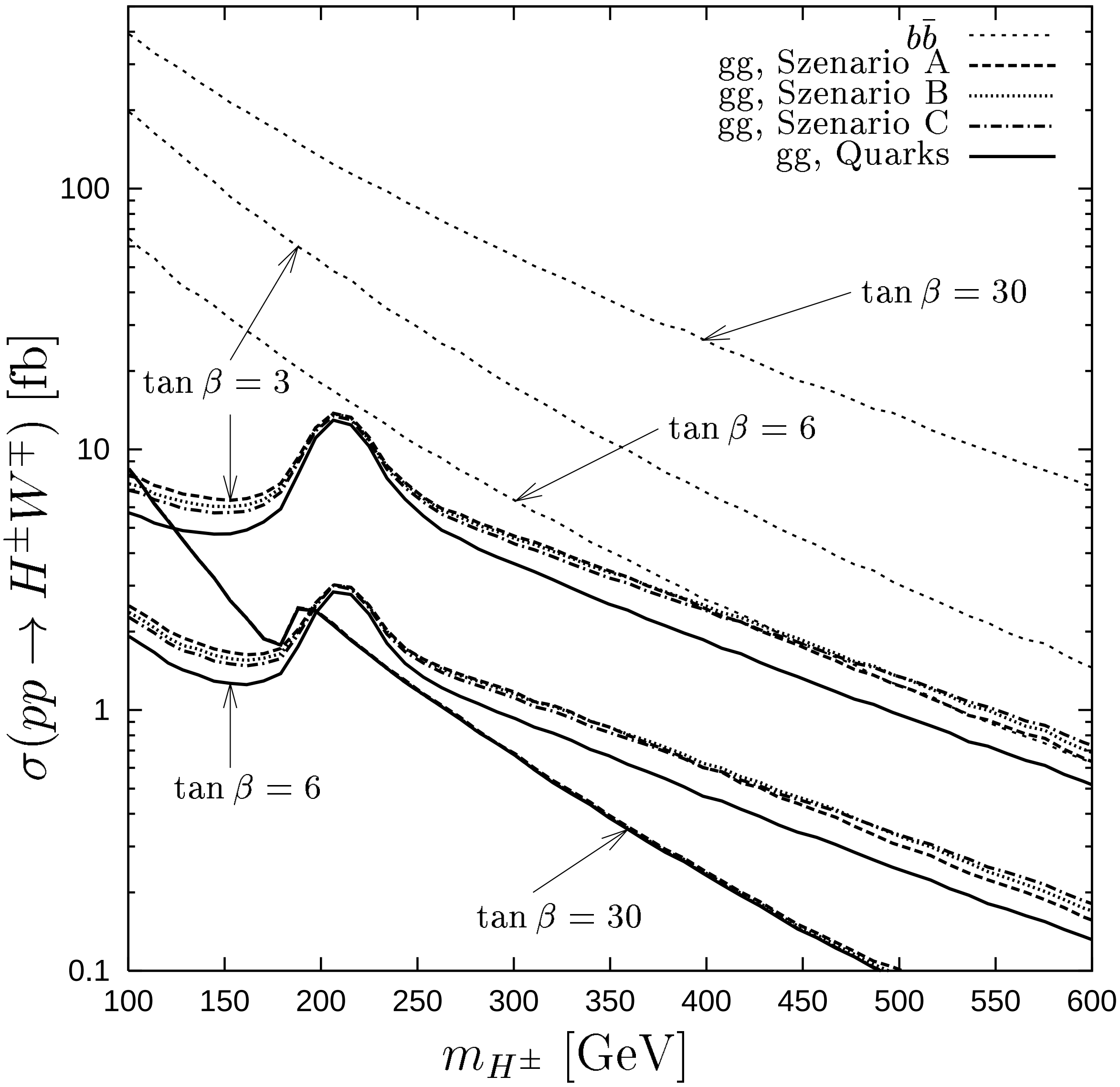


Abbildung 6.3: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für $H^\pm W^\mp$-Erzeugung durch Gluon-Fusion in Abhängigkeit von $m_{H^\pm}$ für $\tan\beta = 3$, 6 und 30. Die drei MSSM-Szenarien ohne Mischung im Top-Squark-Sektor (A, B und C in Tabelle A.1 in Anhang A) werden mit dem Fall entkoppelnder Squarks (durchgezogene Linien) verglichen. Zusätzlich ist jeweils der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtung zur $H^\pm W^\mp$-Erzeugung (kurz gestrichelte Linien) dargestellt.

Szenarien mit maximaler $\tilde{t}_L$-$\tilde{t}_R$-Mischung

Die Abbildungen 6.5 und 6.6 zeigen die Abhängigkeit des hadronischen Wirkungsquerschnitts von $m_{H^\pm}$ für die Szenarien 1, 2 und 3 mit maximaler $\tilde{\mathrm{t}}$-Mischung (siehe Anhang A,

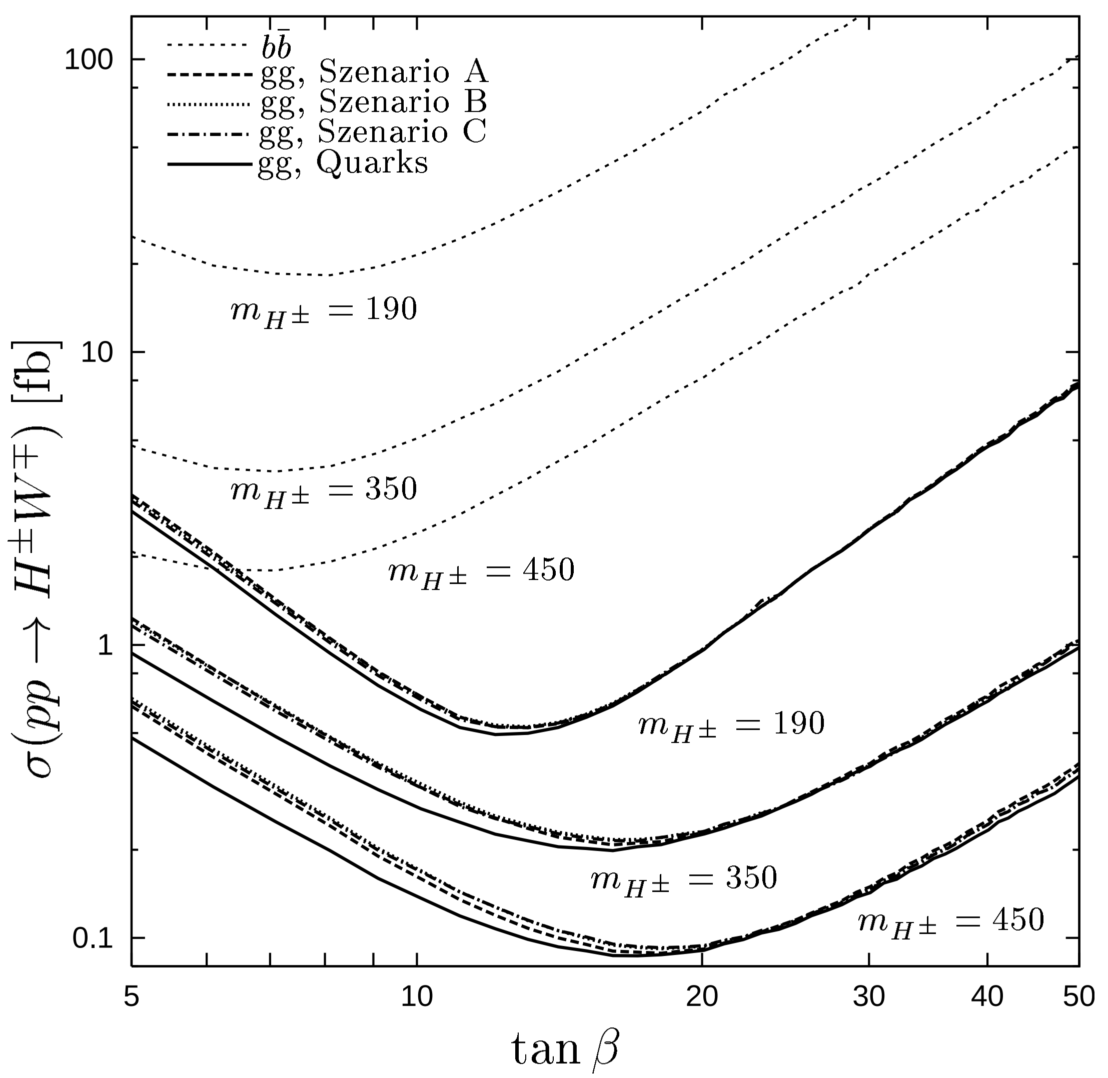


Abbildung 6.4: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für $H^\pm W^\mp$-Erzeugung durch Gluon-Fusion aufgetragen über $\tan\beta$ für drei Werte von $m_{H^\pm}$ (190, 350 und 450 GeV). Die drei MSSM-Szenarien ohne Mischung im Top-Squark-Sektor (A, B und C in Tabelle A.1 in Anhang A) werden mit dem Fall entkoppelnder Squarks (durchgezogene Linien) verglichen. Zusätzlich ist für jeden Wert von $m_{H^\pm}$ der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtung zur $H^\pm W^\mp$-Erzeugung (kurz gestrichelte Linien) dargestellt.

Tabelle A.2) für drei Werte von $\tan\beta$ (3, 6 und 30) im Vergleich zum Entkopplungsfall und zum Wirkungsquerschnitt für $b\bar{b}$-Vernichtung. Maximale $\tilde{\mathrm{t}}$-Mischung bedeutet, daß alle Einträge der Rotationsmatrix, die auf die Massen-Eigenzustände der Top-Squarks führt, in guter Näherung den gleichen Betrag haben. Eine allgemeine Eigenschaft aller drei Szenarien ist die Präsenz eines zweiten lokalen Maximums in der $m_{H^\pm}$-Abhängigkeit neben dem durch die Quark-Boxdiagramme hervorgerufenen. Es bildet sich umso mehr für höhere Werte von $\tan\beta$ aus, wie ein Vergleich der Abbildungen 6.5 (a) und (b) und 6.6 zeigt. Der Ursprung dieser zweiten Spitze im Wirkungsquerschnitt liegt in Schwelleneffekten in den Squark-Boxdiagrammen. Wenn die $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle nahe aber unterhalb $2m_{\tilde{b}_{1(2)}}$ liegt, dann ergibt die Bottom-Squark-Schwelle in den Squark-Boxamplituden eine ausgeprägte Spitze im partonischen Wirkungsquerschnitt bei $\sqrt{\hat{s}} = 2m_{\tilde{b}_{1(2)}}$, in der Höhe vergleichbar mit dem schon angesprochenen Schwelleneffekt durch die Quark-Boxamplituden. Die Größe der Spitze kann auf die erhöhten Kopplungen des geladenen Higgs an $\tilde{t}_1\tilde{b}_i$ und $\tilde{t}_2\tilde{b}_i$ zurückgeführt werden, was insbesondere durch Terme in den Kopplungen proportional zu $(\mu + A_t\cot\beta) = \mu(1+\cot^2\beta) + X_t$ und deren Gewichtung im Fall maximaler Top-Squark-Mischung ($\sin\theta_{\tilde{t}} \approx \cos\theta_{\tilde{t}} \approx 1/\sqrt{2}$) (vgl. Anhang D) bewirkt ist. Es stellt sich heraus, daß für die Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung und $\tan\beta = 6$ und 30 der Wirkungsquerschnitt zum Teil erheblich vom Fall entkoppelnder Squarks abweicht. Für $m_{H^\pm}$ in weiten Bereichen des zweiten lokalen Maximums des Wirkungsquerschnitts geht für diese Fälle sogar die Dominanz der Quark-Schleifenbeiträge zugunsten einer Dominanz der Squark-Schleifenbeiträge verloren. Insbesondere für Szenario 3 mit $\tan\beta = 30$ ist der Wirkungsquerschnitt für $m_{H^\pm} \geq 300\,\text{GeV}$ bis weit über den in Abbildung 6.6 dargestellten $m_{H^\pm}$-Bereich hinaus mehr als doppelt so groß als im Entkopplungsfall mit einem Unterschied von mehr als einer Größenordnung im Maximum.

Die Größe der Squark-Schleifeneffekte, demonstriert durch die hier diskutierten Szenarien, zeigt deutlich, daß von einer generellen Dominanz des $b\bar{b}$-Vernichtungsprozesses für die $W^\pm H^\mp$-Erzeugung, wie es im Fall entkoppelnder Squarks der Fall zu sein scheint, nicht ausgegangen werden kann. Es gibt durchaus erlaubte Konstellationen im MSSM-Parameter-Raum, wie z.B. Szenario 3 für $\tan\beta = 6$ (siehe Abbildung 6.5), für die der Gluon-Fusions-Beitrag von der gleichen Größe ist wie der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtung.

Die $\tan\beta$-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für die Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung werden in Abbildung 6.7 (a) bis (d) für vier Werte von $m_{H^\pm}$ (190, 350, 400 und 450 GeV) dargestellt. Die hier betrachteten Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung sind alle recht ähnlich in ihrem Verhalten. Deshalb konzentrieren wir uns in der eingehenderen Diskussion auf Szenario 3, als dem interessantesten Beispiel (strichpunktierte Linien in Abb. 6.7).

Am auffälligsten sind die Spitzen in der $\tan\beta$-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für $m_{H^\pm} = 350\,\text{GeV}$ (Abb. 6.7 (b)) und $m_{H^\pm} = 400\,\text{GeV}$ (Abb. 6.7 (c)). Der Grund für diese Spitzen ist der gleiche Schwelleneffekt in den Squark-Boxdiagrammen, wie er schon in der Diskussion der $m_{H^\pm}$-Abhängigkeit weiter oben erwähnt wurde. Dort liegen bei festem Wert für $\tan\beta$ im jeweiligen Szenario auch alle Squark-Massen fest. Die Spitze im hadronischen Wirkungsquerschnitt tritt dann auf, wenn die $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle nahe aber unterhalb der durch den Schwelleneffekt hervorgerufenen Spitze im partonischen Wirkungsquerschnitt liegt, d.h. in der Umgebung eines bestimmten Wertes für $m_{H^\pm}$. Nur in dieser Situation bewirkt der erhöhte partonische Wirkungsquerschnitt aufgrund der Faltung mit der Gluon-Gluon-Luminosität auch eine Erhöhung des hadronischen Wirkungsquerschnitts. Dies ist immer dann der Fall, wenn die Bedingung

$$m_{H^\pm} + m_W \lessapprox 2m_{\tilde{b}_1} \tag{6.15}$$

erfüllt ist. In den Diagrammen zur $\tan\beta$-Abhängigkeit (Abb. 6.7) ist zwar jeweils $m_{H^\pm}$ festgehalten, aber die Bottom-Quark-Massen $m_{\tilde{b}_i}$ variieren aufgrund des $\tan\beta$-abhängigen Mischungs-Parameters $X_b = m_b\mu\tan\beta$ ($A_b = 0$) in den Bottom-Quark-Massenmatrizen (vgl. Gl. (4.24)). Somit erfüllt die Masse des leichteren Bottom-Quarks für bestimmte Werte von $\tan\beta$ die Bedingung (6.15) und es ergibt sich eine Spitze im hadronischen Wirkungsquerschnitt. Bemerkenswert ist, daß in Szenario 3 das Minimum des Wirkungsquerschnitts in allen dargestellten Fällen bei deutlich höheren Werten liegt als es im Fall entkoppelnder Squarks der Fall ist (durchgezogene Linien in Abb. 6.7). Insbesondere für $m_{H^\pm} = 450\,\text{GeV}$ ist der Wirkungsquerschnitt im gesamten dargestellten $\tan\beta$-Intervall größer als 0.5 fb und ist im günstigsten Fall etwa einen Faktor 15 größer als im Entkopplungsfall.

Vergleicht man den hadronischen Wirkungsquerschnitt für die $W^\pm H^\mp$-Erzeugung durch Gluon-Fusion mit dem durch $b\bar{b}$-Vernichtung (kurz gestrichelte Linien in Abb. 6.7), so sieht man erneut, daß es durchaus Konstellationen im MSSM-Parameter-Raum geben kann, für die die beiden Subprozesse vergleichbare Wirkungsquerschnitte haben können.

Eine Bemerkung zur Bedeutung der auftretenden Spitzen in der $m_{H^\pm}$-Abhängigkeit des hadronischen Wirkungsquerschnitt erscheint an dieser Stelle angebracht. Die hier variierten Parameter, $m_{H^\pm}$, $\tan\beta$ und die Supersymmetrie-Brechungs-Parameter sind Eingabeparameter des MSSM. Also zeigen die dargestellten Kurven Variationen des Wirkungsquerschnitts mit den Modell-Parametern und sind daher nicht "experimentell abfahrbar". Die Spitzen im Wirkungsquerschnitt repräsentieren gewisse mögliche Parameter-Konstellationen des MSSM, für die der Gluon-Fusions-Beitrag zur $W^\pm H^\mp$-Erzeugung besonders verstärkt ist. Es liegt nicht in der Absicht dieser Arbeit, diesen Konstellationen an sich besondere Bedeutung zuzuschreiben. Allein Bedeutung hat die Demonstration, welche Verstärkung des Wirkungsquerschnitts im Einklang mit bekannten Einschränkungen der MSSM-Parameter (siehe Anhang A) möglich ist. Die betrachteten Szenarien implizieren ein Superpartner-Spektrum, daß nicht weit über der elektroschwachen Skala liegt. Deshalb ist zu beachten, daß eine realistische Detektor-Simulation von Signal- und Untergrund-Ereignissen für diese Szenarien im allgemeinen die Einbeziehung von Superpartnern in Erzeugungs- und Zerfalls-Prozessen benötigt.

Die Berechnungen in diesem Kapitel basieren auf der Annahme, daß die virtuellen Teilchen stabil sind, d. h. die an sich nicht-verschwindenden Zerfallsbreiten der Quarks und Squarks wurden vernachlässigt. Dieses Vorgehen stellt eine vernünftige Näherung dar, da die Zerfallsbreiten der dominant beitragenden schweren Quarks und der Squarks sehr klein im Vergleich zu ihren Massen sind. Die Zerfallsbreiten der Squarks hängen entscheidend vom Massen-Spektrum der Gauginos ab, das festlegt welche Squark-Zerfallskanäle kinematisch erlaubt sind, aber ansonsten nicht in unserer Rechnung auftritt. Beispielsweise hat das leichte Bottom-Quark, welches die entscheidende Rolle in den oben genannten Schwelleneffekten spielt, nur eine Zerfallsbreite von der Größenordnung 1 GeV, oder sogar erheblich weniger, wenn der Zerfallkanal $\tilde{b}_1 \to t\chi^-$ kinematisch nicht erlaubt ist (siehe z.B. [41]). Zur Untermauerung unseres Vorgehens haben wir den Einfluß nichtverschwindender Zerfallsbreiten der virtuellen Teilchen auf unsere Vorhersage abgeschätzt [7]. Die Einführung einer Zerfallsbreite von 0.1 GeV bzw. 1 GeV für Squarks ergibt eine leichte Verringerung der Spitzen in den Abbildungen 6.5 bzw. 6.6 um etwa $1-3\%$ bzw. 10% und keine merkliche Veränderung der Vorhersage fern dieser Spitzen. Die Einbeziehung der Zerfallsbreite des Top-Quarks resultiert in einer Verringerung der Spitze im Wirkungsquerschnitt bei $m_{H^\pm} = 210\,\mathrm{GeV}$ (Abb. 6.5) um circa $10-20\%$.

6.3.2 Ergebnisse im 2HDM

In Kapitel 6.2 wurde eine bemerkenswerte Eigenschaft der Quark-Schleifenbeiträge im MSSM zur $W^\pm H^\mp$-Produktion durch Gluon-Fusion beschrieben. Die Beiträge der Dreiecks- und Box-Amplituden zeigen starke negative Interferenz, d. h. nimmt man die Betrags-Quadrate der Amplituden-Beiträge einzeln, so ergibt sich ein bis zu zwei Größenordnungen größerer Wert als für die gesamte Quark-Schleifenamplitude. Auf der Suche nach maximaler Verstärkung des Wirkungsquerschnitts drängt sich unmittelbar die Frage auf, ob es Parameter-Konstellationen im MSSM gibt, die zu einer Aufhebung dieser negativen Interferenz führen können. Eine einfache Möglichkeit wäre das Entkoppeln einiger der Higgs-Austausch-Diagramme (Abb. 6.1 (b)) aufgrund hoher Higgs-Massen, die weit über der $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle liegen. Dann könnte die Box-Amplitude dominieren und der Wirkungsquerschnitt sollte bei gleichem $m_{H^\pm}$ deutlich größer sein. Das ist aber im MSSM nicht möglich. Betrachtet man nämlich die auftretenden Feynman-Diagramme (Abb. 6.1 (a) und (b)), so erkennt man, daß durch Wahl von $m_{H^\pm}$ und $\tan\beta$ bereits alle Quark-Schleifenamplituden eindeutig festliegen (bei Vorgabe der Standardmodell-Größen). Insbesondere liegen alle neutralen Higgs-Massen, m_{h^0}, m_{H^0} und m_{A^0}, immer unterhalb der $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle und zumindest m_{H^0} und m_{A^0} streben mit wachsendem $m_{H^\pm}$ gegen $m_{H^\pm}$. Somit ist also eine Entkopplung der Dreiecksamplituden bei festgehaltenem $m_{H^\pm}$ im MSSM unmöglich.

Im Rahmen des Zwei-Higgs-Dublett-Modells (2HDM) sind dagegen alle Higgs-Massen freie Parameter der Theorie und eine Entkopplung einiger Amplituden mit neutralem Higgs-Austausch ist durchaus denkbar. Eine enorme Verstärkung des Wirkungsquerschnitts gibt es selbstverständlich immer dann, wenn man die Massen der neutralen

[7]Diese Einbeziehung erforderte einigen technischen Aufwand, weil numerische Routinen für Einschleifen-Vierpunkt-Integrale mit komplexwertigen Massen nicht bekannt sind. Dazu wurde das Programmpaket AAFF [23] und die numerische Routine von Denner [73] zur Berechung der skalaren Vierpunkt-Funktion geeignet modifiziert. Um die Änderungen an diesen Programmen möglichst überschaubar zu halten, wurde die Amplitude mit Hilfe unseres Programms FDiag algebraisch auf skalare Einschleifen-Integrale zurückgeführt, die in AAFF implementierten Routinen für die A_0-, B_0- und C_0-Funktion mit komplexwertigen Massen verwendet und die Routine von Denner für die Verwendung komplexwertiger Massen-Argumente umgeschrieben. Es ist zu erwarten, daß die Formel aus [73], obwohl für reelle Massen hergeleitet, bei der Einführung von kleinen Zerfallsbreiten ($m^2 \to m^2 - im\Gamma$) ihre Gültigkeit behält, da der zusätzliche Imaginärteil von Propagatornennern das gleiche Vorzeichen aufweist, wie der $i\epsilon$-Term zur korrekten Behandlung des Pols des Propagators.

Higgs-Bosonen so arrangiert, daß es mindestens einen resonanten Higgs-Austausch im s-Kanal gibt, der nahe der $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle liegt. Dieser Fall der Verstärkung ist aber weniger interessant, weil der betrachtete Prozeß dann im wesentlichen die resonante Erzeugung eines einzelnen neutralen Higgs-Teilchens mit dem speziellen Zerfall in $W^\pm H^\mp$ ist.

In Anbetracht der unüberschaubaren Menge an Parameter-Konstellationen im 2HDM wollen wir hier exemplarisch nur ein Beispiel für die möglichen Werte für den hadronischen Wirkungsquerschnitt im Typ-II-2HDM bringen. Abbildung 6.8 zeigt eine Höhenlinien-Darstellung des Wirkungsquerschnitts im 2HDM in Abhängigkeit von den Massen $m_{H_1^0}$ und $m_{H_3^0}$. Um einen Bezug zur Diskussion im Rahmen des MSSM herzustellen, wurde $m_{H^\pm} = 400\,\text{GeV}$ und $\tan\beta = 6$ gewählt und die weiteren Parameter auf die entsprechenden MSSM-Werte des dort diskutierten Szenarios 3 gesetzt ($m_{H_2^0} = m_h^0$, $\alpha = \alpha_{\text{MSSM}}$). Damit entspricht der mit "MSSM" markierte Punkt in Abbildung 6.8 genau der Vorhersage des MSSM unter Vernachlässigung der Squark-Schleifenbeiträge, $\sigma_{\text{MSSM}} = 0.48\,\text{fb}$. Die fett eingezeichneten Linien in Abbildung 6.8 zeigen zur Orientierung Konstellationen von $m_{H_1^0}$ und $m_{H_3^0}$, für die der zusätzliche Beitrag im 2HDM-Higgs-Sektor zum elektroschwachen ρ-Parameter, $\Delta\rho_{\text{2HDM}}$, entweder am unteren oder am oberen Rand des Ein-Sigma-Vertrauensintervalls des gemessenen Parameters $\rho_{\text{exp.}}$ (siehe Gl. 5.1 bzw. Anhang A.3) liegt.

Der Wirkungsquerschnitt in Abbildung 6.8 steigt steil an, wenn eine der Higgs-Massen $m_{H_1^0}$ oder $m_{H_3^0}$ größer wird als die $W^\pm H^\mp$-Produktionsschwelle von etwa 480 GeV. Unterschiede im Anstieg zwischen der $m_{H_1^0}$- und $m_{H_3^0}$-Richtung in der Abbildung sind im wesentlichen auf zwei Dinge zurückzuführen. Erstens ist die Zerfallsbreite des neutralen CP-geraden Higgs-Bosons H_1^0 im Bereich $m_{H_1^0} > 480\,\text{GeV}$ deutlich größer als die des CP-ungeraden Higgs-Bosons H_3^0, was die Resonanzspitze aufgrund der rellen s-Kanal-Erzeugung des H_1^0 in der $\sqrt{\hat{s}}$-Abhängigkeit des partonischen Wirkungsquerschnitts breiter macht als für die relle s-Kanal-Erzeugung des H_3^0. Zweitens sind für die Parameter-Werte $\tan\beta = 6 (\Rightarrow \beta = 80.53°)$ und $\alpha = -11.02°$ die Eichkopplungen von H_1^0 an $H^\pm W^\mp$ wegen der Proportionalität zu $\cos(\beta - \alpha) \approx -0.027$ stark unterdrückt (siehe Gln. (D.28) und (D.29) in Anhang D). Deutlich zu erkennen ist, daß der Wirkungsquerschnitt für große Higgs-Massen $m_{H_1^0}$ und $m_{H_3^0}$, wie erwartet, stark zunimmt. Wobei sich allerdings zeigt, daß die Erhöhung des Wirkungsquerschnitts nahe der $W^\pm H^\mp$-Produktionsschwelle nicht nur auf die schon vermutete Aufhebung der starken negativen Interferenz zurückzuführen ist, sondern auch durch die Ausläufer der weit entfernten Resonanzspitzen bewirkt ist.

Die Frage drängt sich auf, wie sich der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtungsreaktion zum hadronischen Wirkungsquerschnitt im gleichen Parameterbereich verhält. Abbildung 6.9 zeigt die relative Differenz zwischen den beiden Parton-Beiträgen zum hadronischen Wirkungsquerschnitt. Es ist deutlich zu erkennen, daß die relative Differenz rapide sinkt, wenn die Massen $m_{H_1^0}$ und $m_{H_3^0}$ größer als die $W^\pm H^\mp$-Schwellenenergie werden. Im 2HDM mit weit schwereren H_2^0 und H_3^0 als im MSSM, wird also der Anteil der Gluon-Fusion an der hadronischen $W^\pm H^\mp$-Erzeugung größer. Im Bereich $m_{H_3^0} > 550\,\text{GeV}$ beträgt der $b\bar{b}$-Beitrag nur noch etwa das doppelte des gg-Beitrags, während zum Beispiel für den Punkt, an dem

$m_{H_1^0}$ und $m_{H_3^0}$ MSSM-Werte annehmen, der $b\bar{b}$-Beitrag etwa das 5.7-fache des gg-Beitrags ausmacht.

Ein Zahlenbeispiel für die mögliche Verstärkung des Wirkungsquerschnitts im Typ-II-2HDM erscheint angebracht. Für $m_{H_3^0} = 800\,\text{GeV}$ und $m_{H_1^0} = 400\,\text{GeV}$ erhalten wir 470 fb für den Gluon-Fusions-Beitrag und 860 fb für den $b\bar{b}$-Vernichtungs-Beitrag, während es für unseren MSSM-Referenz-Punkt 0.48 fb und 2.74 fb sind. Im Einklang mit den Einschränkungen an $\Delta\rho_{\text{2HDM}}$ und den Unitaritätsschranken an die Higgs-Selbstkopplungen (siehe im Anhang Kapitel A.3) kann der Wirkungsquerschnitt für die hadronische $W^{\pm}H^{\mp}$-Produktion in unserem Beispiel-Szenario um mehr als einen Faktor 400 größer sein als im MSSM. Überdies liegt in unserem Zahlenbeispiel die Masse des H_1^0 unterhalb und jene des H_3^0 deutlich oberhalb der $W^{\pm}H^{\mp}$-Schwelle. Damit gibt es in diesem Fall keinen resonanten Higgs-Propagator nahe der $W^{\pm}H^{\mp}$-Schwelle, d. h. unser Beispiel ist nach obigen Ausführungen durchaus ein "interessantes".

6.4 Zusammenfassung

Wir haben die gemeinsame Produktion geladener Higgs-Teilchen $H^{\pm}$ in Verbindung mit einem elektroschwachen Eichboson $W^{\mp}$ im Rahmen des MSSM und 2HDM untersucht. Dazu wurden die beitragenden partonischen Prozesse, Gluon-Fusion und $b\bar{b}$-Vernichtung in jeweils führender Ordnung berechnet und numerisch mit den entsprechenden Partonverteilungsfunktionen gefaltet. Für die Schleifen-induzierten Prozesse $gg \to W^{\pm}H^{\mp}$ bedeutete das eine vollständige Einschleifen-Rechnung, während für die Prozesse $b\bar{b} \to W^{\pm}H^{\mp}$ die Born-Amplitude genügte. Aufgrund der Kenntnis der QCD-Korrekturen zu letzterem Prozeß [33] wurde in den numerischen Berechnungen eine verbesserte Born-Amplitude mit einer laufenden $\overline{\text{MS}}$-Masse für das Bottom-Quark verwendet.

Im MSSM untersuchten wir Parameter-Szenarien, die im Einklang stehen mit allen bisher negativ verlaufenen Suchen nach Higgs-Teilchen und Superpartnern der Standardmodell-Teilchen und mit theoretischen Schranken, die sich aus der Forderung an das skalare Potential des MSSM, daß es keine Vakuumerwartungswerte mit nicht-trivialen Farb- oder Ladungs-Quantenzahlen hervorbringt, ergeben. Darüberhinaus führen die Szenarien zu Beiträgen zum elektroschwachen ρ-Parameter, die den experimentellen Mittelwert $\rho_{\text{exp.}} = 1.0012^{+0.0023}_{-0.0014}$ [35] nicht aus dem Ein-Sigma-Vertrauensintervall herausführen (siehe Anhang A.2).

Die Effekte durch virtuelle Squarks im Gluon-Fusions-Prozeß können recht groß sein. In den untersuchten Szenarien ohne Mischung im Top-Squark-Sektor können sie den hadronischen Wirkungsquerschnitt durch Gluon-Fusion bis zu etwa 40% erhöhen. Die untersuchten Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung dagegen, können sogar eine Dominanz der Squark-Amplituden bewirken und zu einer Erhöhung des Gluon-Fusions-Beitrags zum hadronischen Wirkungsquerschnitt um mehr als eine Größenordnung in weiten Bereichen von $\tan\beta$ führen.

Obwohl die $b\bar{b}$-Vernichtung tyischerweise den führenden Beitrag zur hadronischen

$W^\pm H^\mp$-Erzeugung liefert, kann von einer generellen Dominanz nicht gesprochen werden. In spezifischen Fällen erreicht der Beitrag der Gluon-Fusion die gleiche Größe wie die $b\bar{b}$-Vernichtung.

Im 2HDM vom Typ II untersuchten wir exemplarisch ein Szenario mit zwei variablen Higgs-Massen ($m_{H_1^0}$ und $m_{H_2^0}$), dessen Higgs-Sektor an einem Referenz-Punkt mit dem des MSSM zusammenfällt. Dabei wurden Schranken an zusätzliche Beiträge zum ρ-Parameter und Unitaritätsschranken an die Higgs-Selbstkopplungen berücksichtigt (siehe Anhang A.3). Um die Berechung des Wirkungsquerschnitts in den Higgs-Massen-Bereich $m_{H_1^0} > m_W + m_{H^\pm}$ oder $m_{H_3^0} > m_W + m_{H^\pm}$ auszudehnen, wo resonante Propagatoren der im s-Kanal ausgetauschten virtuellen neutralen Higgs-Teilchen auftreten, wurden die Zerfallsbreiten der neutralen Higgs-Teilchen im Rahmen des 2HDM auf Born-Niveau berücksichtigt. Es ergibt sich eine viel größere Bandbreite an möglichen Werten für den Wirkungsquerschnitt im 2HDM. Selbst in Fällen, die keinen resonanten neutralen Higgs-Austausch nahe der $W^\pm H^\mp$-Erzeugungsschwelle haben, kann der hadronische Wirkungsquerschnitt um einen Faktor 400 größer sein als im MSSM-Referenz-Fall. Solche Erhöhungen sind zum Teil auf die Aufhebung der im MSSM beobachteten starken destruktiven Interferenz von Quark-Box- und -Dreiecks-Amplituden zurückzuführen.

Das Verhältnis der Gluon-Fusions- und $b\bar{b}$-Vernichtungs-Beiträge zur hadronischen $W^\pm H^\mp$-Erzeugung verschiebt sich im untersuchten Szenario für höhere Higgs-Massen $m_{H_1^0}$ und $m_{H_3^0}$ als im MSSM zugunsten der Gluon-Fusion. Dennoch bleibt der $b\bar{b}$-Vernichtungs-Beitrag im untersuchten Bereich mindestens um einen Faktor 1.6 größer (Abbildung 6.9).

Der Prozeß $gg \to W^\pm H^\mp$ ist beeinflußt von virtuellen Farb-geladenen Teilchen, die stark an Higgs-Teilchen koppeln (Quarks im 2HDM, Quarks und Squarks im MSSM) und ist stark abhängig vom Higgs-Massenspektrum des zugrundeliegenden Modells. Damit ergeben sich Möglichkeiten das MSSM vom 2HDM zu unterscheiden. Auch das MSSM bietet weit mehr Spielraum in der Vorhersage als in [34] vermutet. Von experimenteller Seite scheint die $W^\pm H^\mp$-Erzeugung mit hadronischem Wirkungsquerschnitt ab etwa 400 fb gute Aussichten auf eine Entdeckung am LHC zu haben [42]. Das ist insbesondere im Rahmen des 2HDM interessant, wo solche Wirkungsquerschnitte auch in Bereichen auftreten, wo zwei neutrale Higgs-Massen nahezu gleich sind. Solche Bereiche lassen sich schwer durch experimentelle Verbesserung der Schranken an $\Delta\rho$ ausschließen. Nichtbeobachtung eines Signals in diesem Bereich könnte dazu einen Beitrag leisten, vorausgesetzt die Beobachtbarkeit wird in Detektor-Simulationen etabliert.

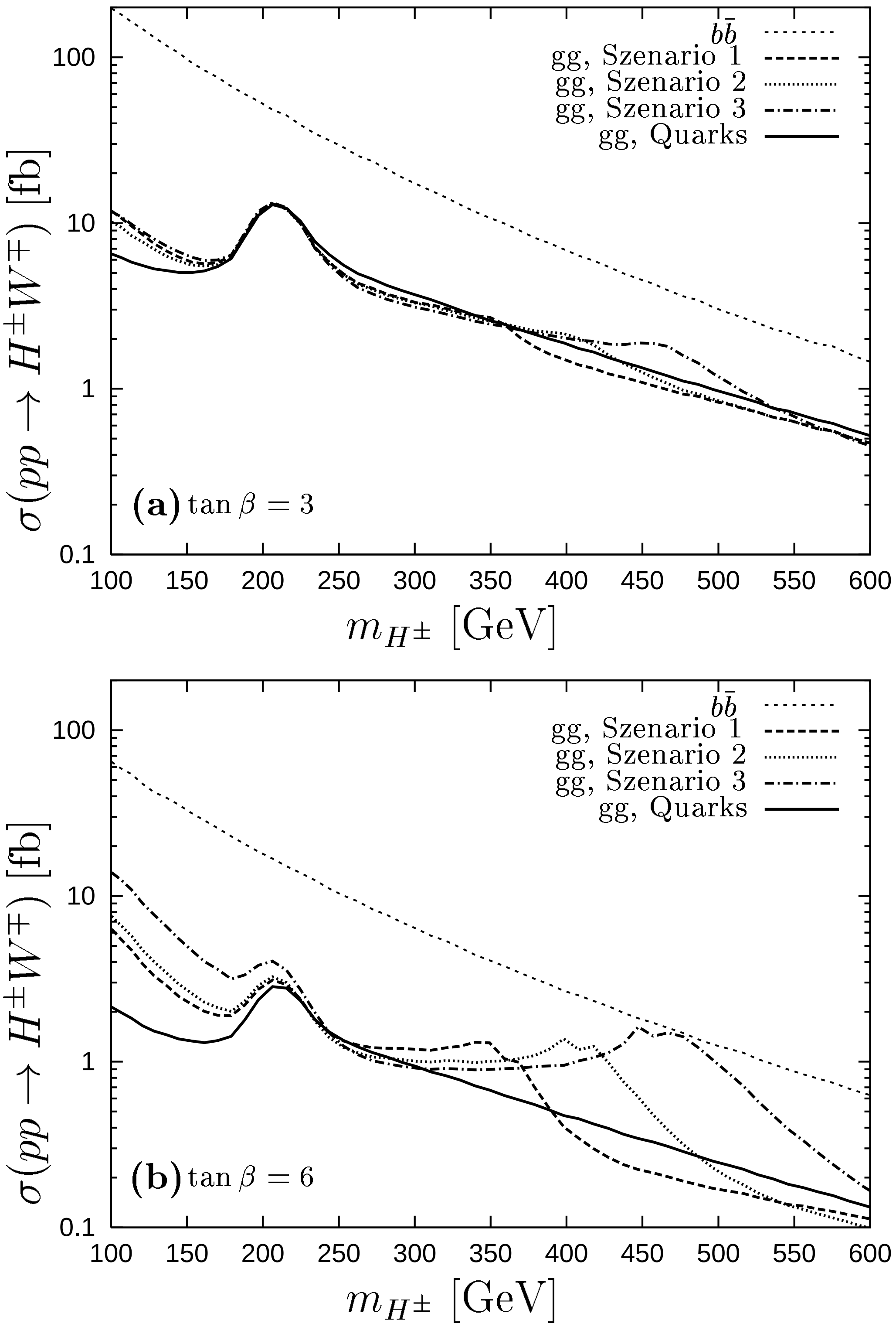


Abbildung 6.5: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für $H^{\pm}W^{\mp}$-Erzeugung durch Gluon-Fusion in Abhängigkeit von $m_{H^{\pm}}$ für $\tan\beta = 3$ (a) und 6 (b). Die drei MSSM-Szenarien mit maximaler Mischung im Top-Squark-Sektor (1, 2 und 3 in Tabelle A.2 in Anhang A)) werden mit dem Fall entkoppelnder Squarks (durchgezogene Linien) verglichen. Zusätzlich ist jeweils der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtung zur $H^{\pm}W^{\mp}$-Erzeugung (kurz gestrichelte Linien) dargestellt.

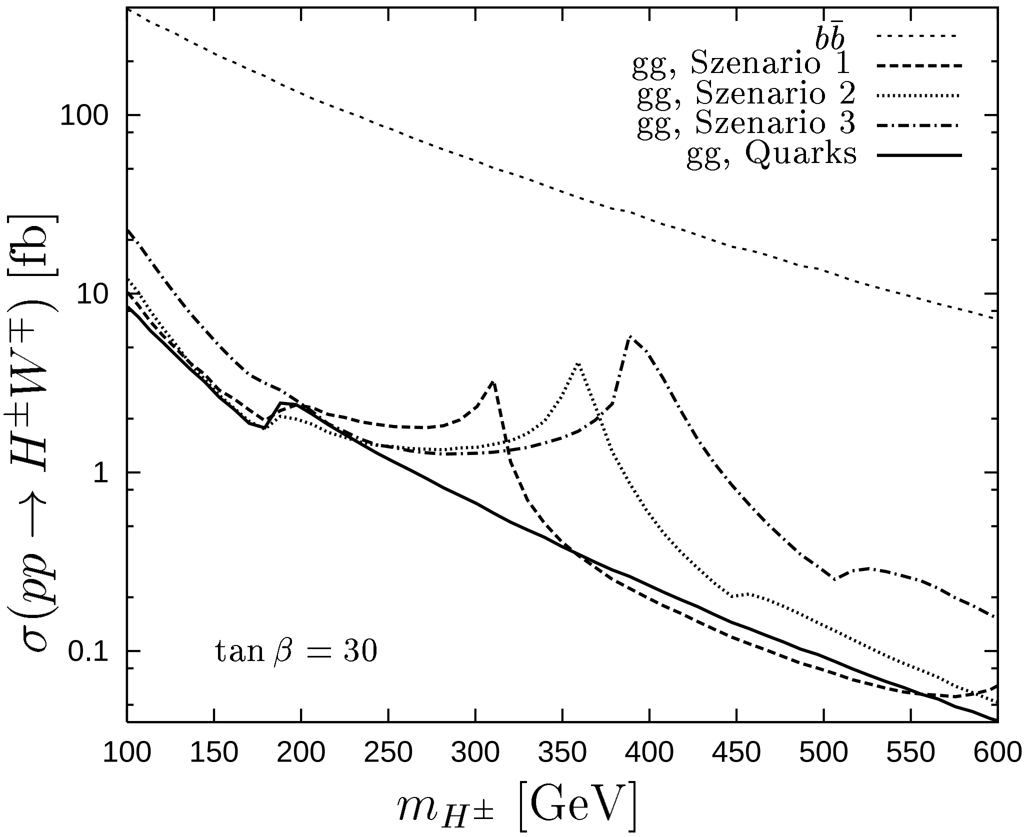


Abbildung 6.6: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für $H^{\pm}W^{\mp}$-Erzeugung durch Gluon-Fusion in Abhängigkeit von $m_{H^{\pm}}$ für $\tan\beta = 30$ Die drei MSSM-Szenarien mit maximaler Mischung im Top-Squark-Sektor (1, 2 und 3 in Tabelle A.2 in Anhang A)) werden mit dem Fall entkoppelnder Squarks (durchgezogene Linie) verglichen. Zusätzlich ist jeweils der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtung zur $H^{\pm}W^{\mp}$-Erzeugung (kurz gestrichelte Linie) dargestellt.

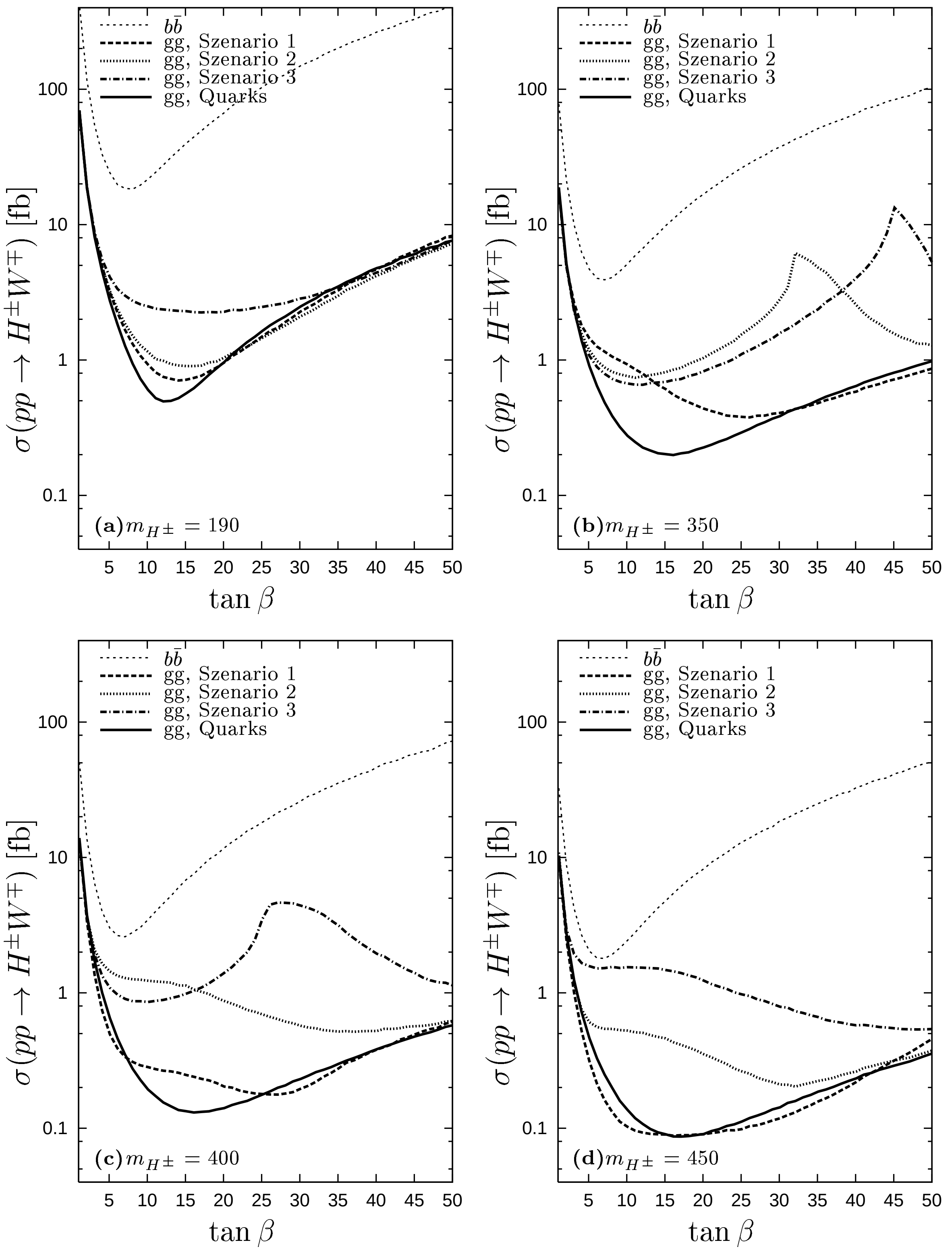


Abbildung 6.7: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für $H^{\pm}W^{\mp}$-Erzeugung durch Gluon-Fusion aufgetragen über $\tan\beta$ für vier Werte von $m_{H^{\pm}}$ (190 (a), 350 (b), 400 (c) und 450 GeV (d)). Die drei MSSM-Szenarien mit maximaler Mischung im Top-Squark-Sektor (1, 2 und 3 in Tabelle A.1 in Anhang A) werden mit dem Fall entkoppelnder Squarks (durchgezogene Linien) verglichen. Zusätzlich ist jeweils der Beitrag der $b\bar{b}$-Vernichtung zur $H^{\pm}W^{\mp}$-Erzeugung (kurz gestrichelte Linien) dargestellt.

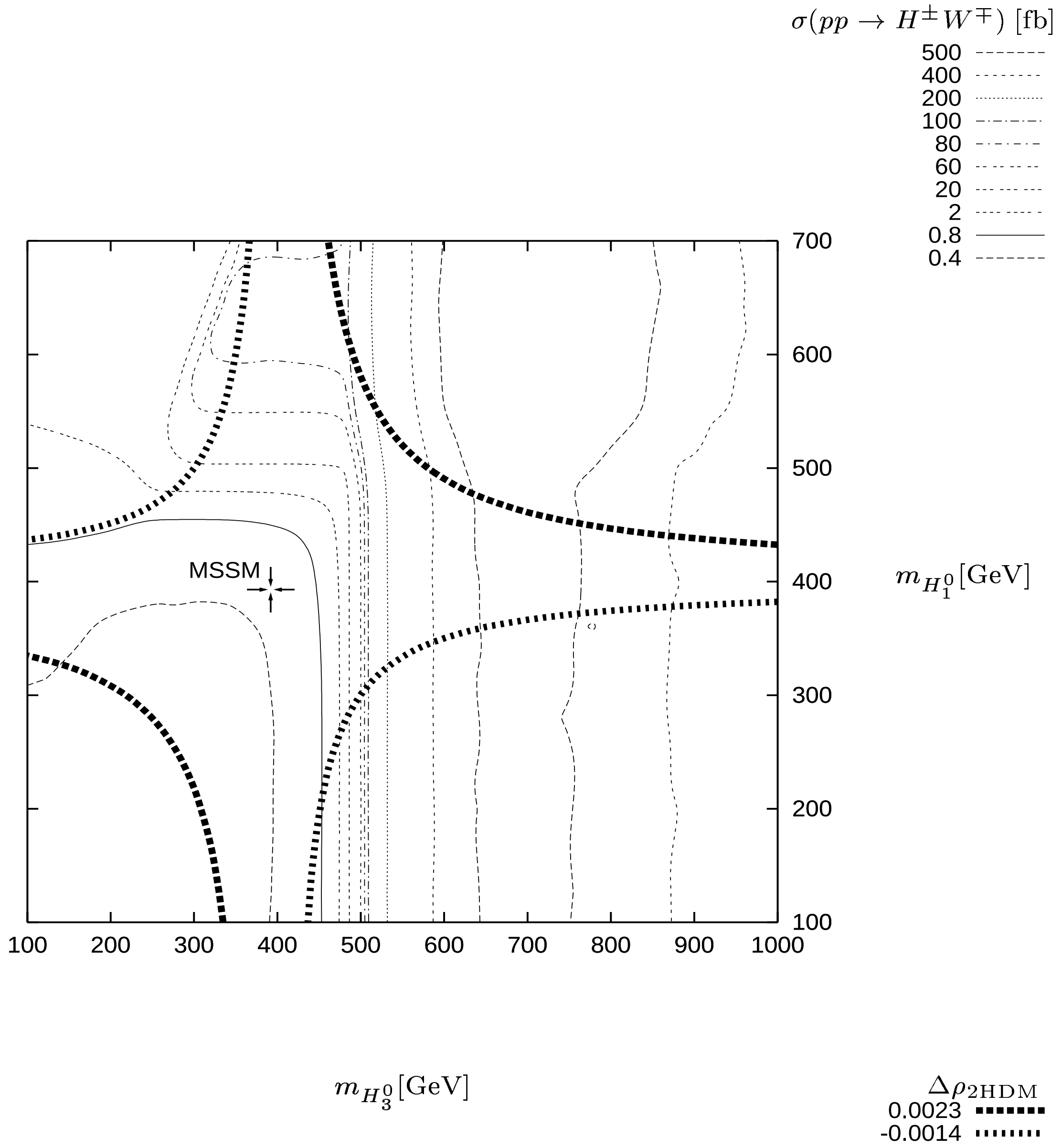


Abbildung 6.8: Höhenlinien-Darstellung des hadronischen Wirkungsquerschnitts für $H^\pm W^\mp$-Erzeugung durch Gluon-Fusion im Rahmen des Typ-II-2HDM in Abhängigkeit von $m_{H_3^0}$ und $m_{H_1^0}$ für $m_{H^\pm} = 400\,\mathrm{GeV}$, $\tan\beta = 6$, $\alpha = -11.02°$ und $m_{H_2^0} = 120.9\,\mathrm{GeV}$. Das Kreuz in der Darstellung markiert den Punkt an dem das Parameter-Szenario genau mit dem Szenario 3 im MSSM zusammenfällt. Die dünnen Linien kennzeichnen Stellen gleichen Wirkungsquerschnitts. Der Parameter-Bereich von den Ecken der Abbildung bis zu den dicken Linien ist bereits durch die experimentellen Schranken an $\Delta\rho$ ausgeschlossen Für $m_{H_1^0} > 700\,\mathrm{GeV}$ und $m_{H_3^0} > 1000\,\mathrm{GeV}$ ist die Unitarität auf Born-Niveau verletzt.

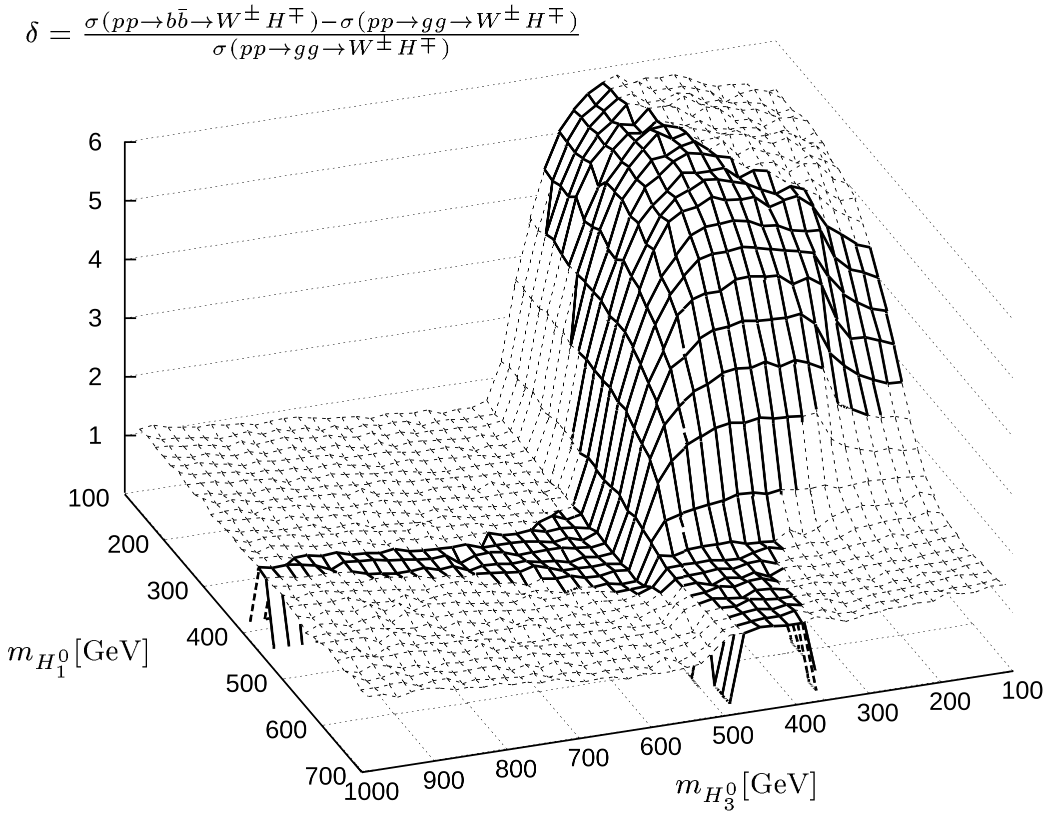


Abbildung 6.9: Zweidimensionale Darstellung der relativen Differenz δ der Parton-Beiträge zum hadronischen Wirkungsquerschnitt im Rahmen des Typ-II-2HDM in Abhängigkeit von $m_{H_3^0}$ und $m_{H_1^0}$ für $m_{H^\pm} = 400\,\text{GeV}$, $\tan\beta = 6$, $\alpha = -11.02°$ und $m_{H_2^0} = 120.9\,\text{GeV}$. In Bereichen, die bereits durch die experimentellen Schranken an $\Delta\rho$ ausgeschlossen sind, ist die resultierende Oberfäche nur gestrichelt.

Kapitel 7

Higgs-Boson-Erzeugung in Verbindung mit einem harten Jet

Die Suche an Hadron-Beschleunigern wie dem LHC nach dem leichtesten neutralen Higgs-Teilchen ist eine schwierige Aufgabe wegen des immensen QCD-Untergrunds für die relevanten Entdeckungsprozesse. Die aussichtsreichsten Higgs-Boson-Erzeugungsprozesse sind solche, die eine ausreichend hohe Rate aufweisen und dabei ein sauberes Signal liefern, das effizient vom Untergrund getrennt werden kann. Beispielsweise wird die Erzeugung eines einzelnen Higgs-Teilchens durch Gluon-Fusion, die in einem weiten Higgs-Massenbereich die höchste Rate hat, nur in Verbindung mit dem eher unwahrscheinlichen Zerfall des Higgs-Bosons in zwei Photonen als der beste Kanal zur Higgs-Suche am LHC im Massenbereich unterhalb $2m_Z$ angesehen. Eine andere Strategie, die Möglichkeiten zur Higgs-Suche am LHC auszuloten, ist die Untersuchung exklusiverer Erzeugungskanäle als die oben erwähnte inklusive Produktion eines einzelnen Higgs-Bosons, z. B. die neutrale Higgs-Boson-Erzeugung in Verbindung mit einem hadronischen Jet mit hohem Transversalimpuls p_T (harter Jet). Neben dem offensichtlichen Nachteil der reduzierten Ereignissrate im Vergleich zur inklusiven Higgs-Boson-Erzeugung, hat dieser Kanal den Vorteil, daß man zusätzliche Information über den Transversalimpuls des Higgs-Teilchens und seine Zerfallsprodukte gewinnt. Diese zusätzlichen Informationen erlauben es, verfeinerte kinematische Schnitte anzubringen und damit das Verhältnis von Signal zu Untergrund zu erhöhen. Die inklusive Einzel-Higgs-Boson-Erzeugung wurde im Rahmen des Standardmodells im Detail unter Einbeziehung von QCD-Korrekturen höherer Ordnung untersucht [45]. Der Prozesss $pp \to H + \text{Jet} + X$ im Standardmodell wurde schon vor mehr als zehn Jahren von mehreren Autoren untersucht [46, 47, 48], wobei unterschiedliche Zerfallskanäle des Higgs-Bosons im Vordergrund standen: $\tau^+\tau^-$ in [46], W^+W^- and ZZ in [47] und $b\bar{b}$ in [48]. Kürzlich erschien eine detaillierte Analyse von Signal und Untergrund zu diesem Higgs-Boson-Erzeugungsprozess in Verbindung mit dem Zerfall des Higgs-Teilchens in zwei Photonen [49, 43], mit vielversprechendem Signal-Untergrund-Verhältnis. Aber im Rahmen des MSSM ist die theoretische Vorhersage für $pp \to H + \text{Jet} + X$ unvollständig. Die virtuellen Schleifenbeiträge der Superpartner der Quarks zur Amplitude des partonischen Prozesses sind bisher nicht bekannt [57].

Im vorliegenden Kaptiel dieser Arbeit soll ein komplettes Einschleifen-Resultat für die Erzeugung eines neutralen Higgs-Teilchens h^0 in Verbindung mit einem harten Jet in Proton-Kollisionen im Rahmen des uneingeschränkten MSSM vorgestellt werden. Dabei werden die dominanten partonischen Prozesse Gluon-Higgs-Boson-Erzeugung durch Gluon-Fusion ($gg \to gh^0$) und Quark-Higgs-Boson-Erzeugung durch Quark-Gluon-Streuung ($qg \to qh^0$) berücksichtigt, welche zusammen genommen mehr als 99% der Higgs-plus-Jet-Rate am LHC im Rahmen des Standardmodells ausmachen [49]. Der verbleibende Rest der Rate kommt von Quark-Anti-Quark-Vernichtung ($q\bar{q} \to gh^0$) und wird hier nicht behandelt. Wir diskutieren insbesondere die bisher nicht bekannten Beiträge durch virtuelle Superpartner in den Schleifen-Diagrammen. Dafür legen wir unserer numerischen Diskussion des hadronischen Wirkungsquerschnitts die drei Benchmark-Szenarien für die Higgs-Suche bei LEP [51] unter Einhaltung experimenteller Einschränkungen an die Parameter zugrunde. Das Szenario mit großem Wert für μ (Szenario „großes-μ"), der supersymmetrischen Kopplung der Higgs-Superfelder (vgl. Kapitel 4.3), wird geeignet modifiziert, um Werte für die Higgs-Masse zu ermöglichen, die nicht bereits durch die negativen Resulate der Higgs-Suche bei LEP ausgeschlossen werden. Wir vergleichen das volle Resultat in führender Ordnung im MSSM mit dem Resultat im Standardmodell zur gleichen Ordnung.

7.1 Partonische Prozesse

Es gibt drei partonische Prozesse, die zum hadronischen Signalprozeß, Higgs plus Jet, beitragen: die Erzeugung eines Higgs-Teilchens und eines Gluons durch Gluon-Fusion oder Quark-Antiquark-Vernichtung ($gg, q\bar{q} \to gh^0$) und eines Higgs-Teilchens in Verbindung mit einem Quark durch Quark-Gluon-Streuung ($gq \to qh^0$). Der Beitrag der Quark-Antiquark-Vernichtung zum hadronischen Wirkungsquerschnitt ist im Rahmen des Standardmodells im Vergleich zu denen der anderen partonischen Prozesse vernachlässigbar [49] und wird deshalb auch hier nicht diskutiert.

7.1.1 Gluon-Fusion, $gg \to gh^0$

Mit den einlaufend gewählten Impulsen k_1 und k_2 der beiden Gluonen im Anfangszustand und den auslaufend gewählten Impulsen k_3 und p des Gluons und Higgs-Bosons im Endzustand betrachten wir folgenden Prozeß:

$$g(k_1, a, \sigma_1) + g(k_2, b, \sigma_2) \to g(k_3, c, \sigma_3) + h^0(p)\,.$$

Zusätzlich bezeichnen a, b und c die Farbindizes und $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ($= \pm 1$) die Helizitätszustände der Gluonen. Die kinematischen Invarianten des partonischen Prozesses sind bei dieser Wahl der Impulse gegeben durch

$$\hat{s} = (k_1 + k_2)^2\,, \quad \hat{t} = (k_1 - k_3)^2\,, \quad \hat{u} = (k_1 - p)^2 \tag{7.1}$$

und erfüllen

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = m_{h^0}^2 \ . \tag{7.2}$$

Der Wirkungsquerschnitt, gemittelt über die Helizitäts- und Farbfreiheitsgrade im Anfangszustand und summiert über die Helizitäts- und Farbfreiheitsgrade des Gluons im Endzustand,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi\hat{s}^2}\,\frac{1}{4}\sum_{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3=\pm1}\frac{1}{64}\sum_{a,b,c=1}^{8}\left|\mathcal{M}^{abc}_{\sigma_1\sigma_2\sigma_3}\right|^2 , \tag{7.3}$$

enthält die Helizitätsamplituden

$$\mathcal{M}^{abc}_{\sigma_1\sigma_2\sigma_3} = \varepsilon^{\mu}_{\sigma_1}(k_1)\varepsilon^{\nu}_{\sigma_2}(k_2)\varepsilon^{*\rho}_{\sigma_3}(k_3)\,\widetilde{\mathcal{M}}^{abc}_{\mu\nu\rho} \ , \tag{7.4}$$

wobei $\varepsilon^{\mu}_{\sigma_1}(k_1)$, $\varepsilon^{\nu}_{\sigma_2}(k_2)$ und $\varepsilon^{*\rho}_{\sigma_3}(k_3)$ die Polarisationsvektoren der Gluonen bezeichnen. In Analogie zu Kapitel 6.1.2 haben wir auch hier die Transversalität der Amplitude, ausgedrückt durch die Identitäten

$$k_1^{\mu}\varepsilon^{\nu}_{\sigma_2}(k_2)\varepsilon^{*\rho}_{\sigma_3}(k_3)\,\widetilde{\mathcal{M}}^{abc}_{\mu\nu\rho} = \varepsilon^{\mu}_{\sigma_1}(k_1)k_2^{\nu}\varepsilon^{*\rho}_{\sigma_3}(k_3)\,\widetilde{\mathcal{M}}^{abc}_{\mu\nu\rho} = \varepsilon^{\mu}_{\sigma_1}(k_1)\varepsilon^{\nu}_{\sigma_2}(k_2)k_3^{\rho}\,\widetilde{\mathcal{M}}^{abc}_{\mu\nu\rho} = 0 \ , \tag{7.5}$$

zur Überprüfung unserer Berechnung der Tensoramplituden $\widetilde{\mathcal{M}}^{abc}_{\mu\nu\rho}$ herangezogen.

Der Prozeß $gg \to gh^0$ ist auf dem Einschleifen-Niveau induziert. Die Einschleifen-Amplituden des Prozesses lassen sich unterteilen in solche, die eine geschlossene Quark-Schleife (Abb. 7.1) und solche, die eine geschlossene Squark-Schleife (Abb. 7.2) enthalten. Die Quark-Schleifen-Amplituden enthalten entweder die Schleifen-induzierte Higgs-Gluon-Gluon-Kopplung mit dem Austausch eines virtuellen Gluons im s- oder t-Kanal oder eine Quark-Vierpunktschleife. Für die Squark-Schleifen-Amplituden gilt die gleiche Unterteilung, wenn man berücksichtigt, daß aufgrund der skalaren Natur der Squarks gewisse $(n-1)$-Punkt-Schleifen-Diagramme zu den n-Punkt-Schleifen-Diagrammen gezählt werden sollten. Namentlich sind es solche $(n-1)$-Punkt-Schleifen-Diagramme, die aus n-Punkt-Schleifen-Diagrammen entstehen, durch das Zusammenziehen eines Squark-Propagators, der an zwei Gluonen endet, auf einen Punkt. Wir sehen davon ab, die recht umfangreichen Formeln für die Amplituden explizit anzugeben und verweisen auf die entwickelten Fortran-Programme, welche Bestandteil der vorliegenden Arbeit sind [1].

Die Winkelabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnitts im Schwerpunktsystem, die im vorliegenden Fall durch

$$\frac{d\sigma}{d\hat{\theta}} = \left(\hat{s} - m_h^2\right)\frac{\sin\hat{\theta}}{2}\,\frac{d\sigma}{d\hat{t}}(\hat{s},\hat{t}(\hat{\theta})) \tag{7.6}$$

gegeben ist, divergiert im kollinearen Limes [2], d. h. für Streuwinkel $\hat{\theta} = 0°$ und $180°$. Allerdings kommt dieser Bereich des Phasenraums in unserer Studie nicht vor, weil wir

[1] Die analytische Rechnung wurde mit Hilfe der Computer-Programme FeynArts und FormCalc [37] durchgeführt.

[2] Verantwortlich dafür sind die Diagramme mit Gluon-Austausch im t-Kanal.

vom auslaufenden Gluon fordern, daß es einen hohen Transversalimpuls p_T besitzt. Damit sind automatisch Schnitte im Streuwinkel und der invarianten Masse $\sqrt{\hat{s}}$ des Parton-Systems verknüpft. Wenn wir fordern, daß der Transversalimpuls $k_{3,T}$ des auslaufenden Gluons die Bedingung $k_{3,T} > p_{T,\min}$ erfüllt, so erhalten wir

$$\sqrt{\hat{s}} > p_{T,\min} + \sqrt{m_h^2 + p_{T,\min}^2} \equiv \sqrt{\tau_0 S} \tag{7.7}$$

und

$$|\cos\hat{\theta}\,| < \sqrt{1 - \frac{4\,\hat{s}\,p_{T,\min}^2}{(\hat{s}-m_h^2)^2}}\;. \tag{7.8}$$

Diese Schranke an den Streuwinkel allein gibt einen recht unphysikalischen Abschneideparameter, denn sie läßt bei entsprechend hochenergetischen Hadronstößen immer noch die Streuung von Gluonen mit sehr kleinen Winkeln zur Strahlachse im Laborsystem zu. Solche Gluonen würden der Registrierung im Detektor entkommen. Um zu berücksichtigen, daß Teilchen mit zu kleinen Winkeln zur Strahlachse des Detektors nicht gemessen werden können, fordern wir zusätzlich, daß der Betrag der Pseudorapidität $\eta_{3,\mathrm{lab}}$ $(\equiv -\ln\tan(\hat{\theta}_{\mathrm{lab}}/2))$ des auslaufenden Gluons im Laborsystem kleiner sei als eine vorgegebene obere Schranke, $|\eta_{3,\mathrm{lab}}| < \eta_{\max}$. Damit schränken wir den Streuwinkel im Laborsystem wie folgt ein:

$$2\;\arctan e^{-\eta_{\max}} < \theta_{\mathrm{lab}} < 2\;\arctan e^{\eta_{\max}}\;. \tag{7.9}$$

Diese Bedingung führt im Schwerpunktsystem der Partonen zu Schranken an den Streuwinkel $\hat{\theta}$, die von der Relativgeschwindigkeit zwischen Labor- und Schwerpunktsystem abhängen.

Der integrierte partonische Wirkungsquerschnitt bei einer vorgegebenen Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}}$,

$$\sigma_{gg\to gh^0}(\hat{s},\alpha_S(\mu_R)) = \int_{\hat{t}_{\min}}^{\hat{t}_{\max}} d\hat{t}\,\frac{d\sigma}{d\hat{t}}\;, \tag{7.10}$$

wird durch numerische Integration über $\hat{t}$ im kinematisch erlaubten Bereich unter Berücksichtigung der Bedingungen $k_{3,T} > p_{T,\min}$ und $|\eta_{3,\mathrm{lab}}| < \eta_{\max}$ bestimmt. Die Renormierungskala μ_R der im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema bestimmten starken Kopplungskonstanten $\alpha_S(\mu_R)$ wird gleich $\sqrt{\hat{s}}$, als harter Skala des partonischen Prozesses, gewählt.

7.1.2 Quark-Gluon-Streuung, $qg \to qh^0$

Mit den einlaufend gewählten Impulsen k_1 für das Gluon und k_2 für das Quark bzw. Antiquark im Anfangszustand und den auslaufend gewählten Impulsen k_3 für das Quark

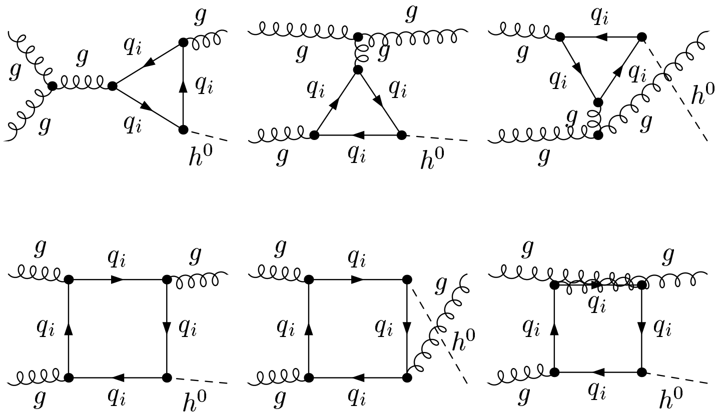


Abbildung 7.1: Quark-Schleifen-Diagramme zum Prozeß $gg \to h^0 g$ in führender Ordnung. Diagramme mit umgekehrtem Ladungsfluß sind nicht dargestellt.

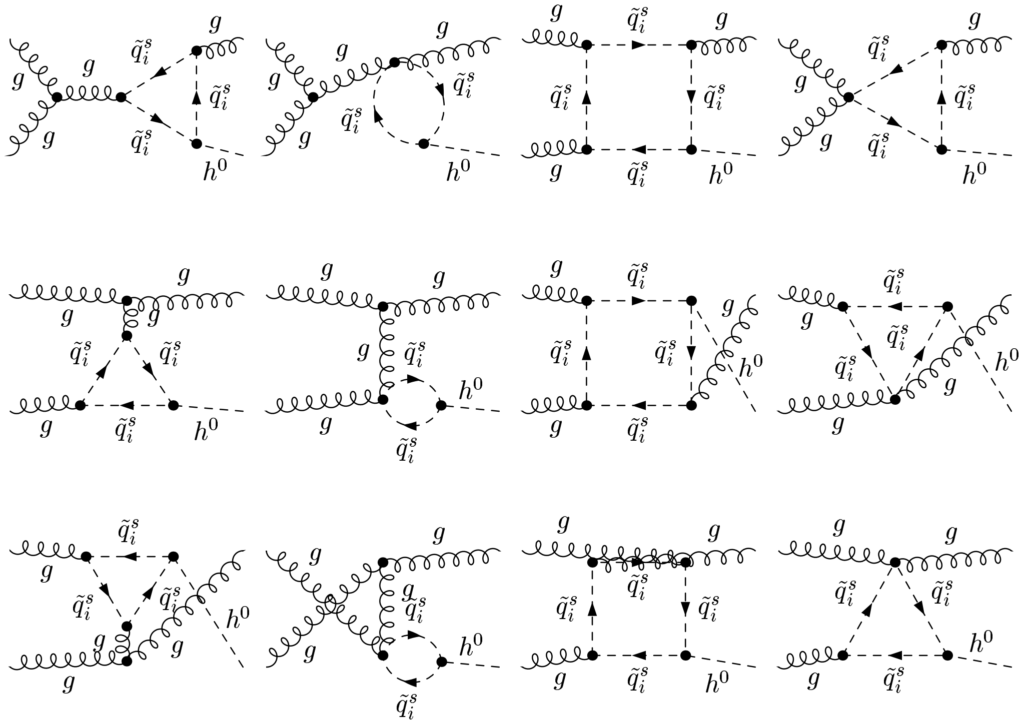


Abbildung 7.2: Squark-Schleifen-Diagramme zum Prozeß $gg \to h^0 g$ in führender Ordnung. Diagramme mit umgekehrtem Ladungsfluß sind nicht dargestellt.

bzw. Antiquark und p für das Higgs-Bosons im Endzustand betrachten wir folgende Prozesse:

$$g(k_1, a, \sigma_1) + q(k_2, i, \sigma_2) \to q(k_3, j, \sigma_3) + h^0(p) \ ,$$
$$g(k_1, a, \sigma_1) + \bar{q}(k_2, i, \sigma_2) \to \bar{q}(k_3, j, \sigma_3) + h^0(p) \ .$$

Zusätzlich bezeichnen a und i, j die SU(3)-Indizes des Gluons und und der Quarks, $\sigma_1 (= \pm 1)$ die Helizitätszustände des Gluons und σ_2, σ_3 $(= \pm 1/2)$ die Helizitätszustände der Quarks bzw. Antiquarks. Die kinematischen Invarianten des partonischen Prozesses sind bei dieser Wahl der Impulse gemäß Gleichung (7.1) gegeben und bei Vernachlässigung der Quark-Massen erfüllen sie ebenso die Relation (7.2). Im weiteren unterdrücken wir die Unterscheidung zwischen Quarks und Antiquarks in der Notation und sprechen nur von Quarks.

Der Wirkungsquerschnitt, gemittelt über die Helizitäts- und Farbfreiheitsgrade im Anfangszustand und summiert über die Helizitäts- und Farbfreiheitsgrade des Gluons im Endzustand,

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi \hat{s}^2} \, \frac{1}{2} \sum_{\sigma_1 = \pm 1} \frac{1}{2} \sum_{\sigma_2, \sigma_3 = \pm \frac{1}{2}} \frac{1}{8} \sum_{a=1}^{8} \frac{1}{3} \sum_{i,j=1}^{3} \left| \mathcal{M}^{aij}_{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \right|^2 , \tag{7.11}$$

enthält die Helizitätsamplituden

$$\mathcal{M}^{aij}_{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} = \varepsilon^{\mu}_{\sigma_1}(k_1) \, \widetilde{\mathcal{M}}^{aij}_{\mu \, \sigma_2 \sigma_3} \ , \tag{7.12}$$

wobei $\varepsilon^{\mu}_{\sigma_1}(k_1)$ den Polarisationsvektor des einlaufenden Gluons bezeichnet. Die Transversalität der Amplitude (vgl. Kapitel 6.1.2) ist ausgedrückt durch die Identität

$$k_1^{\mu} \, \widetilde{\mathcal{M}}^{aij}_{\mu \, \sigma_2 \sigma_3} = 0 \ , \tag{7.13}$$

deren Gültigkeit zur Überprüfung unserer Berechnung der Tensoramplituden $\widetilde{\mathcal{M}}^{aij}_{\mu \, \sigma_2 \sigma_3}$ numerisch mit hoher Präzision nachgewiesen wurde.

Vernachlässigt man die Yukawa-Kopplung des Higgs-Bosons h^0 an die leichten Quarks (u, d, c, s), was aufgrund der Kleinheit ihrer Massen gerechtfertigt ist, dann ist der Prozeß $qg \to qh^0$ effektiv auf Einschleifen-Niveau induziert. Die Amplituden in führender Ordnung in den Kopplungskonstanten sind supersymmetrische QCD-Beiträge proportional zu $g_S^3 g_I$. Die Amplituden lassen sich aufteilen in Diagramme mit geschlossenen Quark-Schleifen, wovon nur Dreieck-Schleifen vorkommen (Abb. 7.3), und in Diagramme mit Superpartnern, wobei außer geschlossenen Squark-Schleifen auch Schleifen mit virtuellen Squarks und Gluinos vorkommen (Abb. 7.4).

Auf Einschleifen-Niveau gibt es auch elektroschwache Beiträge proportional zu $g_S g_I^3$. Diese wurden zunächst auch berechnet und ihr Einfluss auf die numerischen Resultate studiert. Der Einfluß auf den partonischen Wirkungsquerschnitt beschränkte sich in unserer Studie auf höchstens 2-3% des QCD-Beitrags, was bei einer Rechnung in führender

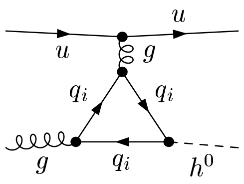


Abbildung 7.3: Quark-Schleifen-Diagramme zum Prozeß $ug \to uh^0$ in führender Ordnung. Diagramme mit umgekehrtem Ladungsfluß sind nicht dargestellt. Feynman-Diagramme für die Streuung anderer Quarks (d, c, s) sind analog.

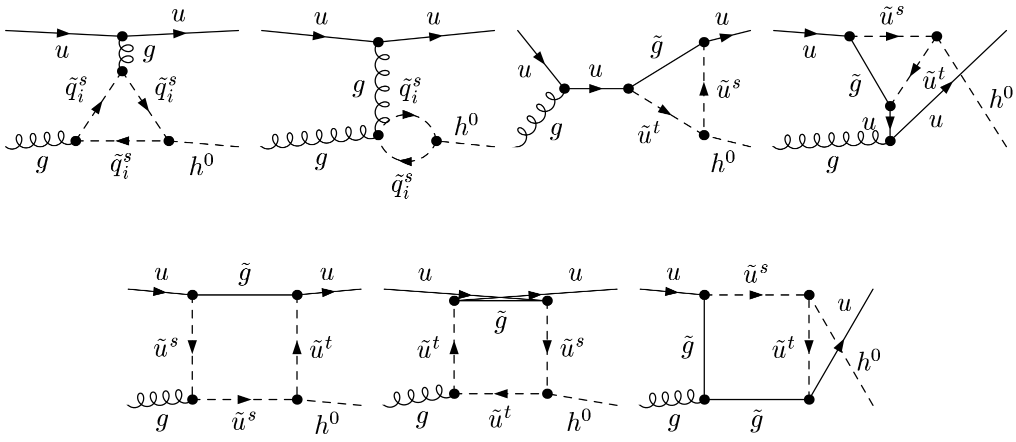


Abbildung 7.4: Schleifen-Diagramme mit virtuellen Superpartnern zum Prozeß $ug \to uh^0$ in führender Ordnung. Diagramme mit umgekehrtem Ladungsfluß sind nicht dargestellt. Feynman-Diagramme für die Streuung anderer Quarks (d, c, s) sind analog.

Ordnung, aufgrund der ohnehin viel höheren Unsicherheiten im QCD-Beitrag, nicht relevant ist. Deshalb brauchen die elektroschwachen Einschleifen-Beiträge in der weiteren Diskussion nicht berücksichtigt zu werden.

Im Grenzfall eines masselosen Quarks besitzt der Wirkungsquerschnitt eine kollineare Divergenz, in gleicher Weise wie der Gluon-Fusionsprozeß. Die im vorangegangenen Kapitel diskutierten kinematischen Schnitte, die einen Gluon-Jet im Detektor mit Transversalimpuls größer als $p_{T,\min}$ und Pseudorapidität kleiner als $\eta_{\max}$ garantieren, lassen sich ebenso auf ein masseloses Quark anwenden. Der integrierte partonische Wirkungsquerschnitt ,

$$\sigma_{qg\to qh^0}(\hat{s}, \alpha_S(\mu_R)) = \int_{\hat{t}_{\min}}^{\hat{t}_{\max}} d\hat{t}\, \frac{d\sigma}{d\hat{t}} \,, \tag{7.14}$$

wird durch numerische Integration über $\hat{t}$ im kinematisch erlaubten Bereich unter Berücksichtigung der gleichen Bedingungen wie für den Gluon-Fusionsprozess (Gln.(7.7) bis (7.9)), $k_{3,T} > p_{T,\min}$ und $|\eta_{3,\mathrm{lab}}| < \eta_{\max}$, bestimmt. Die Wahl der Renormierungskala $\mu_R = \sqrt{\hat{s}}$ ist auch analog.

7.2 Der hadronische Prozeß

Der inklusive hadronische Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung des Higgs-Teilchens h^0 in Verbindung mit einem harten Jet durch Proton-Kollisionen mit einer Schwerpunktsenergie $\sqrt{S}$ ergibt sich durch Faltung der partonischen Prozesse [56] $gg \to gh^0$ und $q(\bar{q})\, g \to q(\bar{q})\, h^0$ mit den zugehörigen Partonverteilungen:

$$\sigma(pp \to h^0 + \mathrm{Jet} + X) = \int_{\tau_0}^{1} d\tau \left[\frac{d\mathcal{L}_{gg}^{pp}}{d\tau}\, \sigma_{gg\to gh^0}(\tau S, \alpha_S(\mu_R)) + \sum_{q=u,\bar{u},\ldots,s,\bar{s}} \frac{d\mathcal{L}_{qg}^{pp}}{d\tau}\, \sigma_{qg\to qh^0}(\tau S, \alpha_S(\mu_R)) \right] . \tag{7.15}$$

Dabei ist die Parton-Luminosität gemäß Gleichung (6.14) definiert. Die Untergrenze der τ-Integration (τ_0) legt die minimale invariante Masse $\hat{s} = \tau_0 S$ des kollidierenden Partonsytems fest, welche noch zum hadronischen Wirkungsquerschnitt beiträgt. Im vorliegenden Fall hängt τ_0 von den kinematischen Schnitten ab, die wir den Partonprozessen auferlegen, um einen hadronischen Jet mit hohem Transversalimpuls zu garantieren (Gl. (7.7)). Konkret haben wir die Schnitte so gewählt, wie sie in der vielversprechenden Signal- zu Untergrund-Analyse der entsprechenden Reaktion im Rahmen des Standardmodells [49] verwendet wurden:

$$p_{T,\min} = 30\,\mathrm{GeV}\,, \qquad\qquad \eta_{\max} = 4.5\,.$$

Die numerische Berechnug wurde mit dem Partonverteilungssatz MRST [39] ausgeführt. Die Faktorisierungsskala μ_R und Renormierungsskala μ_F wurden gleich $\sqrt{\hat{s}}$ gewählt. Zur Berechnung der laufenden Kopplung $\alpha_S(\mu_R)$ wurde die im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema bestimmte Zweischleifen-Formel benutzt, wie sie z. B. in [35] zu finden ist.

7.3 Numerische Ergebnisse

Die hier folgende Vorstellung der numerischen Ergebnisse für den hadronischen Kollisionsprozeß $pp \to h^0 + \mathrm{jet} + X$ versucht nicht den MSSM-Parameterraum erschöpfend abzutasten. Sie beabsichtigt einen Eindruck zu vermitteln, welchen Einfluß die bisher unbekannten Schleifenbeiträge mit virtuellen Superpartnern auf den Wirkungsquerschnitt in Standard-Parameterszenarien haben können. Weiterhin wird ein Vergleich mit dem Wirkungsquerschnitt für den korrespondierenden Standardmodell-Prozeß angestellt.

Von der großen Menge möglicher Parameterszenarien im MSSM wollen wir hier die drei Benchmark-Szenarien für die MSSM-Higgs-Suche bei LEP, die ursprünglich in [51] vorgeschlagen und dann in [52] leicht abgewandelt wurden, auswählen und unseren numerischen Rechungen zugrunde legen. Eins der Szenarien, das Szenario „großes μ“, mußte modifiziert werden um noch mit den neuesten LEP-Daten [55] in Einklang zu sein. Das ursprüngliche Szenario „großes μ“ist bereits durch die neuesten LEP-Daten ausgeschlossen. Eine eingehendere Beschreibung der benutzten Parameterszenarien befindet sich in Anhang A.2.2.

Die Kopplungen des neutralen Higgs-Teilchen h^0 an Quarks und Squarks bestehen gänzlich aus Termen die entweder mit $\sin\alpha$ oder $\cos\alpha$ gewichtet sind (siehe Anhang D), wobei α den Mischungswinkel zwischen den neutralen CP-geraden Higgs-Feldern bezeichnet (vgl. Kapitel 4.4). Aus diesem Grund kann die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von den Parametern des Higgs-Sektors (m_A und $\tan\beta$) leicht aus der Abhängigkeit des Mischungswinkels von diesen Parametern und der einfachen $\tan\beta$-Abhängigkeit der Higgs-Kopplungen abgeleitet werden (siehe Gln. D.2 und D.8 bis D.11). Zur Berechung der Higgs-Masse m_h und des Mischungswinkels α benutzen wir die Ergebnisse einer Zweischleifen-Rechnung [53], die den effektiven Mischungswinkel α wie folgt angibt:

$$\tan\alpha = \frac{-(m_A^2 + m_Z^2)\sin\beta\cos\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}}{m_Z^2\cos^2\beta + m_A^2\sin^2\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1} - m_h^2}\,, \tag{7.16}$$

Dabei ist $\hat{\Sigma}_{\phi_1}$ die renormierte Selbstenergie des neutralen CP-geraden Freiheitsgrades ϕ_1 des MSSM-Higgs-Dubletts H_1 und $\hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}$ die renormierte Mischungsselbstenergie zwischen den beiden neutralen CP-geraden Freiheitsgraden ϕ_1 und ϕ_2 der Dubletts H_1 und H_2 (siehe Gl. (4.7) und für Details [53]). Eine wichtige Konsequenz von (7.16) ist das Verhalten von α: für größere Werte von $\tan\beta$ (etwa ≥ 10) erhält man immer $\alpha \approx -\pi/2$ (d. h. $\sin\alpha \approx -1$ und $\cos\alpha \approx 0$), wenn m_A deutlich unterhalb m_h liegt und $\alpha \approx 0$ (d. h. $\sin\alpha \approx 0$ and $\cos\alpha \approx 1$) für m_A deutlich größer als m_h. So kommt es, daß Terme in den Higgs-Kopplungen proportional zu $\sin\alpha$ für kleine Werte von m_A stark bevorzugt sind und solche proportional zu $\cos\alpha$ für große Werte von m_A. Für kleine Werte von $\tan\beta$ ist das Verhalten der Kopplungen ähnlich, aber weniger ausgeprägt.

Szenario „ohne Mischung“ (no mixing scenario)

Für kleine $\tan\beta$ (=6) hängt der hadronische Wirkungsquerschnitt nur schwach von m_A ab (siehe Abb. 7.5 (a)), während es für große $\tan\beta$ (= 30) eine starke Erhöhung des Wirkungsquerschnitts bei kleinen Werten von m_A gibt (siehe Abb. 7.5 (b)). Der Beitrag der Squark-Schleifen-Diagramme [3] zum Wirkungsquerschnit läßt sich durch Vergleich der

[3]Wir bezeichnen hier und im Folgenden mit Squark-Schleifen-Diagrammen alle Feynman-Diagramme in den Abbildungen 7.2 und 7.4, auch wenn in den Diagrammen in Abb. 7.4 zum Teil zusätzlich Gluinos

entsprechenden dicken und dünnen Linien in Abb. 7.5(a) und 7.5(b) ermitteln. Für große Werte von m_A (= 400 GeV) wird das Quark-Schleifen-Ergebnis durch die Einbeziehung der Squark-Schleifen-Amplituden nahezu unabhängig von $\tan\beta$ um etwa 15% erhöht (siehe Tabelle 7.1), wohingegegen die Squark-Schleifen für kleine Werte von m_A signifikant nur bei kleinem $\tan\beta$ beitragen.

Abbildung 7.6(a) zeigt das starke Anwachsen des hadronischen Wirkungsquerschnitts mit $\tan\beta$ für $m_A = 100\,\text{GeV}$ und demonstriert gleichzeitig die relative Abnahme des Squark-Schleifen-Beitrags, visualisiert durch die Annäherung der dicken und dünnen Linien in der Abbildung. Verantwortlich für das starke Anwachsen des Wirkungsquerschnitts sind die Bottom-Schleifen-Amplituden, welche proportional zu $1/\cos\beta \approx \tan\beta$ sind, während die Top-Schleifen-Amplituden keine Verstärkung mit steigendem $\tan\beta$ erfahren, da sie proportional zu $1/\sin\beta$ ($\rightarrow 1$, für große $\tan\beta$) sind. Für $m_A = 400\,\text{GeV}$ (Abb. 7.6(b)) sind die Terme in den Higgs-Kopplungen der Quarks und Squarks proportional $\cos\alpha$ gegenüber den $\sin\alpha$-Termen verstärkt aufgrund des Verhaltens des Mischungswinkels α gemäß (7.16). Aus diesem Grund dominieren in dieser Parameter-Konstellation die Top-Quark- und Top-Squark-Schleifen-Amplituden, was durch den Verlauf der dünn und dick gezeichneten Kurven in Abbildung 7.6(b) demonstriert wird. Alle Kurven streben mit steigendem $\tan\beta$ jeweils einem stationären Wert zu, wie erwartet, wenn die Terme proportional zu $1/\sin\beta$ in den Higgs-Kopplungen die Oberhand haben.

In Tabelle 7.1 sind einige Werte für die relative Differenz zwischen dem vollständigen MSSM-Resultat und dem Ergebnis unter ausschließlicher Berücksichtigung der Quark-Schleifen-Amplituden allein zusammengestellt. Für eine moderate Sfermion-Massenskala von $M_{\text{SUSY}} = 400\,\text{GeV}$ ist das vollständige Resultat um etwa 15% größer als im Entkopplungsfall. Um eine verläßliche Vorhersage des Wirkungsquerschnitts für diesen Higgs-Boson-Erzeugungsprozeß im Rahmen des MSSM machen zu können, ist somit die Einbeziehung der Squark-Schleifen-Amplituden in diesem Fall unabdingbar. Der Fall $M_{\text{SUSY}} = 1\,\text{TeV}$ dagegen zeigt nur etwa +2% Korrektur durch Squark-Schleifen. Der Wirkungsquerschnitt ist hier ausreichend gut durch die Quark-Schleifen-Amplitude allein beschrieben.

Szenario „maximales m_h“ (m_h^{max} scenario)

Dieses Szenario besitzt einige Gemeinsamkeiten mit dem Szenario ohne Top-Squark-Mischung, was die Abhängigkeit von m_A und $\tan\beta$ angeht, aber es gibt einen entscheidenden Unterschied: das Vorzeichen der führenden Squark-Schleifen-Amplitude ist entgegengesetzt zum Szenario ohne Top-Squark-Mischung. Als Folge davon ist das volle Resultat für den Wirkungsquerschnitt deutlich kleiner als im Entkopplungsfall. Per Definition weist das Szenario „maximales m_h“ auch maximale Mischung im Top-Squark-Sektor auf (siehe Anhang A.2.2), d. h. der Mischungswinkel im Top-Squark-Sektor ist in guter Näherung 45° und gibt somit allen Einträgen in der Rotationsmatrix der Top-Squark-Felder den gleichen Betrag von etwa $1/\sqrt{2}$. Damit erhalten Terme proportional zu $\sin 2\theta_{\tilde{t}}$ in

vorkommen.

	M_{SUSY}[GeV]	$\tan\beta$ 6	30
ohne Mischung	400	+16%	+15%
($m_A = 400\,\mathrm{GeV}$)	1000	+2%	+2%
maximales m_h	400	−27%	−27%
($m_A = 200\,\mathrm{GeV}$)	1000	−3%	−3%
großes μ	400	−68%	−71%
($m_A = 200\,\mathrm{GeV}$)	1000	$\approx 0\%$	$\approx 0\%$

Tabelle 7.1: Relativer Beitrag der Squark-Schleifen-Diagramme zum hadronischen Wirkungsquerschnitt normiert auf den hadronischen Wirkungsquerschnitt unter alleiniger Berücksichtigung der Quark-Schleifen-Diagramme.

den Top-Squark-Higgs-Kopplungen das gleiche Gewicht wie Terme die unabhängig von $\theta_{\tilde{t}}$ sind. Das Verhalten der Squark-Schleifen-Amplituden ist demnach bestimmt durch die Terme proportional zu $m_t A_t \cos\alpha/\sin\beta$ und $m_t\mu\sin\alpha/\sin\beta$ in der Kopplung des leichten Top-Squarks an das Higgs-Boson (siehe Gl. D.8 in Anhang D), welche das umgekehrte Vorzeichen haben als die m_t^2-Terme in beiden $\tilde{t}_i\tilde{t}_i h^0$-Kopplungen, die wiederum verantwortlich sind für den führenden Beitrag zur Squark-Schleifen-Amplitude im Szenario ohne Top-Squark-Mischung.

Abbildung 7.5(c) bzw. 7.5(d) zeigt die Vorhersage für den hadronischen Wirkungsquerschnitt und seine Beiträge als Funktion von m_A für $\tan\beta = 6$ bzw. 30. Bei großen Werten von m_A ($= 400\,\mathrm{GeV}$) ist der Beitrag der Top-Quark-Schleifen dominant, gefolgt vom Beitrag der Top-Squark-Schleifen, welcher sogar größer ist als der Beitrag der Bottom-Schleifen. Das kommt daher, daß die Terme proportional zu $\cos\alpha$ in den Higgs-Kopplungen an Quarks und Squarks begünstigt sind gegenüber den $\sin\alpha$-Termen, und das umso mehr je größer $\tan\beta$ ist.

Für kleine Werte von m_A ($= 100\,\mathrm{GeV}$) gewinnen die Bottom-Schleifen an Gewicht und nehmen stark mit steigendem $\tan\beta$ zu, wie man Abbildung 7.6(c) entnehmen kann. Die Übereinstimmung der dicken und dünnen Linien für hohe $\tan\beta$ in dieser Abbildung machen zudem deutlich, daß in diesem Bereich die Quark-Schleifen-Beiträge völlig dominieren. Es ist sogar so, daß in diesem Bereich die Bottom-Schleifen bei weitem den größten Beitrag zum Wirkungsquerschnitt liefern, was sich aus der Struktur der Kopplungen ergibt, wie schon für das Szenario ohne Mischung genauer dargelegt wurde.

Die Squark-Beiträge im Szenario „maximales m_h“sind deutlich größer als im Fall ohne Top-Squark-Mischung. Für $m_A = 200\,\mathrm{GeV}$ und $M_{\mathrm{SUSY}} = 400\,\mathrm{GeV}$ korrigiert das vollständige Resultat den Fall entkoppelnder Squarks um etwa −27% (siehe Tabelle 7.1), nahezu unabhängig von $\tan\beta$, während sich für $M_{\mathrm{SUSY}} = 1000\,\mathrm{GeV}$ immerhin noch −3% Korrektur ergeben.

Exemplarisch wollen wir für das Szenario „maximales m_h“ auch die Abhängigkeit des hadronischen Wirkungsquerschnitts von der Sfermion-Massenskala M_{SUSY} studieren, um eine Vorstellung davon zu bekommen, bei welcher Energie-Skala etwa die Squark-

Schleifen-Beiträge entkoppeln. Die Abbildungen 7.7(a) und (b) zeigen den Wirkungsquerschnitt für die Parton-Beiträge einzeln und in der Summe (dicke Linien) und dazu korrespondierend die jeweiligen Beiträge brechnet ohne die Superpartner-Amplituden (dünne Linien) für $\tan\beta = 2$ und $\tan\beta = 30$. Die Entkopplung der Squark-Schleifen-Amplituden ist an der Annäherung des vollständigen Resultats an das ohne Squark-Schleifen-Amplituden berechnete zu erkennen. Die leichte Abhängigkeit des Quark-Schleifen-Resultats von M_{SUSY} ist hervorgerufen durch die Abhängigkeit, die in der Higgs-Massen-Vorhersage auf dem Zweischleifen-Niveau [53] steckt. Deshalb ist die beste Näherung an den Grenzfall entkoppelnder Squarks am jeweils rechten Rand der Abbildungen 7.7(a) und (b) zu finden. Der Beitrag der Squark-Schleifen-Amplituden zum Wirkungsquerschnitt ist in einem großen M_{SUSY}-Bereich durchaus bedeutsam. Die relative Korrektur des Quark-Schleifen-Resultats durch Einschluß der Squark-Schleifen-Amplituden beträgt -65% für $M_{\text{SUSY}} = 300\,\text{GeV}$ und bleibt dem Betrag nach größer als 10% für M_{SUSY}-Werte unterhalb 600 GeV.

Szenario „großes μ“ (large μ scenario)

Von den drei Szenarien, die wir diskutieren, zeigt das Szenario „großes μ“ die ausgeprägtesten Effekte durch virtuelle Superpartner in den Schleifen-Amplituden, wie man in Abbildung 7.5(e) und (f) durch Vergleich des vollständigen Resultats (dicke Linien) mit dem Quark-Schleifen-Resultat (dünne Linien) erkennen kann. Die Berücksichtigung des Squark-Schleifen-Beitrags erniedrigt im allgemeinen den hadronischen Wirkungsquerschnitt, außer im Fall, daß $\tan\beta$ groß und gleichzeitig m_A klein ist, wo das Umgekehrte zutrifft. Die allgmeine Erniedrigung des Wirkungsquerschnitts bei großen Werten von m_A erfolgt wie im davor diskutierten Szenario durch destruktive Interferenz zwischen den Quark- und den Squark-Schleifen-Amplituden. Relativ hervorgehoben sind aus dem gleichen Grund wie oben Terme in den Squark-Higgs-Kopplungen, die mit $\cos\alpha$ gehen. Im Unterschied zum „maximales m_h“-Szenario sind es hier vor allem Terme in den Bottom-Squark-Higgs-Kopplungen proportional zu $m_b\mu\sin 2\theta_{\tilde{b}}/\cos\beta$, die das Verhalten des Squark-Schleifen-Beitrags bestimmen.

Dieses Verhalten ist in Abbildung 7.6(f) dokumentiert, wo zu erkennen ist, daß das vollständige MSSM-Resultat (dicke Linien) mit steigendem $\tan\beta$ fällt, während das Quark-Schleifen-Resultat einem Grenzwert zustrebt. In der Tat bewirkt der Term proportional zu $1/\cos\beta$ in den Bottom-Squark-Higgs-Kopplungen, der sich asymptotisch wie $\tan\beta$ verhält, ein stetes Zunehmen des Beitrags der Bottom-Squark-Schleifen zur Amplitude. Die destruktive Interferenz mit den, vom Betrag her größeren, Quark-Schleifen-Amplituden bewirkt ein Absinken des Wirkungsquerschnitts. Für noch höhere Werte von $\tan\beta$ als in Abbildung 7.6(f) dargestellt (bei etwa 50) allerdings, beginnt die Bottom-Squark-Schleifen alle anderen Beiträge zur Amplitude zu dominieren, und der Wirkungsquerschnitt steigt nach Durchgang eines Minimums sehr stark an. In dieser Region sinkt die Masse des leichteren Bottom-Squarks unter die experimentelle Ausschluß-Schranke von etwa 90 GeV, und das Szenario verliert seine phänomenologische Relevanz.

Für die Referenzpunkte $M_{\text{SUSY}} = 400\,\text{GeV}$ und $1000\,\text{GeV}$ ist die relative Differenz zwischen vollständigem und Quark-Schleifen-Resultat etwa -70% und ungefähr 0% (siehe Tabelle 7.1).

Vergleich mit dem Standardmodell

Um die Vorhersagen des MSSM und des Standardmodells für die Erzeugung eines Higgs-Teilchens in Verbindung mit einem harten Jet vergleichen zu können, legen wir die Higgs-Masse des Standardmodells immer auf den Wert fest, den das betrachtete MSSM-Parameter-Szenario liefert. Auf diese Weise sind wir in der Lage, den Unterschied der beiden Vorhersagen in Abhängigkeit der MSSM-Parameter zu diskutieren. In diesem Sinne sind auch die strichpunktierten dünnen Linien in den Abbildungen 7.5 und 7.6 zu verstehen. Sie zeigen den gesamten hadronischen Wirkungsquerschnitt im Rahmen des Standardmodells mit $m_H^{\rm SM} = m_h^{\rm MSSM}(m_A, \tan\beta, \dots)$.

In den Abbildungen 7.5(a)–(f) kann man die Entkopplung der schwereren MSSM-Higgs-Teilchen mit steigendem Wert für m_A erkennen. Die Vorhersage des MSSM mit entkoppelnden Superpartnern (jeweils dünne durchgezogene Linien) und die Standardmodell-Vorhersage (jeweils dünn gestrichelt) nähern sich immer mehr an und sind ab etwa $m_A = 200\,\text{GeV}$ kaum noch voneinander zu unterscheiden.

Exemplarisch wollen wir für das Szenario „maximales m_h“ einen Überblick über die auftretenden Unterschiede der beiden Modelle im interessierenden Bereich der m_A-$\tan\beta$-Ebene geben. In Abbildung 7.8 ist die relative Differenz zwischen der MSSM- und Standardmodell-Vorhersage für den hadronischen Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines Higgs-Bosons in Verbindung mit einem harten Jet in Abhängigkeit von m_A und $\tan\beta$ dargestellt. Dabei wurde die Sfermion-Massenskala auf moderate $M_{\rm SUSY} = 400\,\text{GeV}$ gesetzt. Man erkennt, daß nahezu im gesamten dargestellten Bereich ($200\,\text{GeV} \le m_A \le 1000\,\text{GeV}$ und $1 \le \tan\beta \le 50$) die Vorhersage des MSSM um mindestens 25% bis zu 40% kleiner ausfällt als im Standardmodell mit der entprechenden Higgs-Masse.

Im Szenario „ohne Mischung“ liegt die Vorhersage des MSSM für $M_{\rm SUSY} = 400\,\text{GeV}$ im gleichen Bereich der m_A-$\tan\beta$-Ebene zwischen 12-20% über der des Standardmodells, wobei die Differenz zu großen Werten von $\tan\beta$ hin leicht abfällt und nahezu unabhängig von m_A ist. Die Differenz im Szenario „großes μ“ variiert für $\tan\beta < 40$ ähnlich mit m_A und $\tan\beta$ wie das in Abbildung 7.8 dargestellte Szenario „maximales m_h“. Allerdings ist der Betrag der Differnz überall mehr als doppelt so groß wie in der Abbildung.

7.4 Zusammenfassung

Die Erzeugung eines neutralen Higgs-Teilchens in Verbindung mit einem harten Jet wird als ein experimentell vorteilhafter Kanal zur Higgs-Boson-Suche angesehen [43, 49]. Obwohl der Wirkungsquerschnitt für den Prozeß geringer ausfällt als für die inklusive Erzeugung einzelner Higgs-Teilchen gilt er als Alternative mit möglicherweise geringerem Untergrund. Wir haben die bisher unbekannte Vorhersage des MSSM für diesen Higgs-Boson-Erzeugungsprozeß berechnet. Dazu haben wir für die effektiv Schleifen-induzierten partonischen Prozesse Gluon-Fusion ($gg \to gh^0$) und Quark-Gluon-Streuung ($q(\bar{q}) \to q(\bar{q})h^0$) die supersymmetrischen QCD-Beiträge auf Einschleifen-Niveau berechnet. Der hadronische Wirkungsquerschnitt wurde durch numerische Faltung der Parton-Prozesse mit den entsprechenden Verteilungsfunktionen ermittelt, unter Berücksichtigung der kinematischen Schnitte, die ein Quark oder Gluon mit beobachtbarem hohem Transversalimpuls im Endzustand garantieren ($p_{T,\min} = 30\,\mathrm{GeV}, \eta_{\max} = 4.5$).

Der Wirkungsquerschnitt liegt nur etwa eine Größenordnung unter dem der inklusiven Einzel-Higgs-Boson-Erzeugung durch Gluon-Fusion [45] und rangiert, abhängig vom Parameter-Szenario, etwa zwischen 0.2 pb und 50 pb. Die Beobachtbarkeit des Prozesses am LHC in Verbindung mit exklusiven Zerfällen des Higgs-Bosons ist damit im Bereich des Möglichen (siehe z. B. [43, 49]).

Die Vorhersagen des MSSM haben wir für die drei gängigen Benchmark-Szenarien für die Higgs-Suche bei LEP[51] mit leichten Abwandlungen (siehe Anhang A.2.2) diskutiert. Für eine Sfermion-Massenskala M_{SUSY} von 400 GeV ergeben sich große Einflüsse der Superpartner-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt. Der Wirkungsquerschnitt, berechnet ohne die Superpartner-Beiträge, wird vom vollständigen Resultat in allen drei Szenarien deutlich modifiziert. Typische Werte für $m_A > 200\,\mathrm{GeV}$ sind 15% Erhöhung für das Szenario „ohne Mischung“, 27% Reduktion für das Szenario „maximales m_h“ und 70% Reduktion für das Szenario „großes μ“ (vgl. Tabelle 7.1). In diesem Bereich von m_A ist dies auch die relative Abweichung von der Vorhersage des Standardmodells, weil die Quark-Schleifen-Beiträge im MSSM dort recht gut die Standardmodell-Vorhersage reproduzieren.

Die vorliegende Rechnung demonstriert, daß für die Higgs-Suche im Rahmen des MSSM der Beitrag der Superpartner zum Wirkungsquerschnitt durchaus relevant ist, insbesondere, wenn man versucht den Parameterbereich des MSSM experimentell einzuschränken.

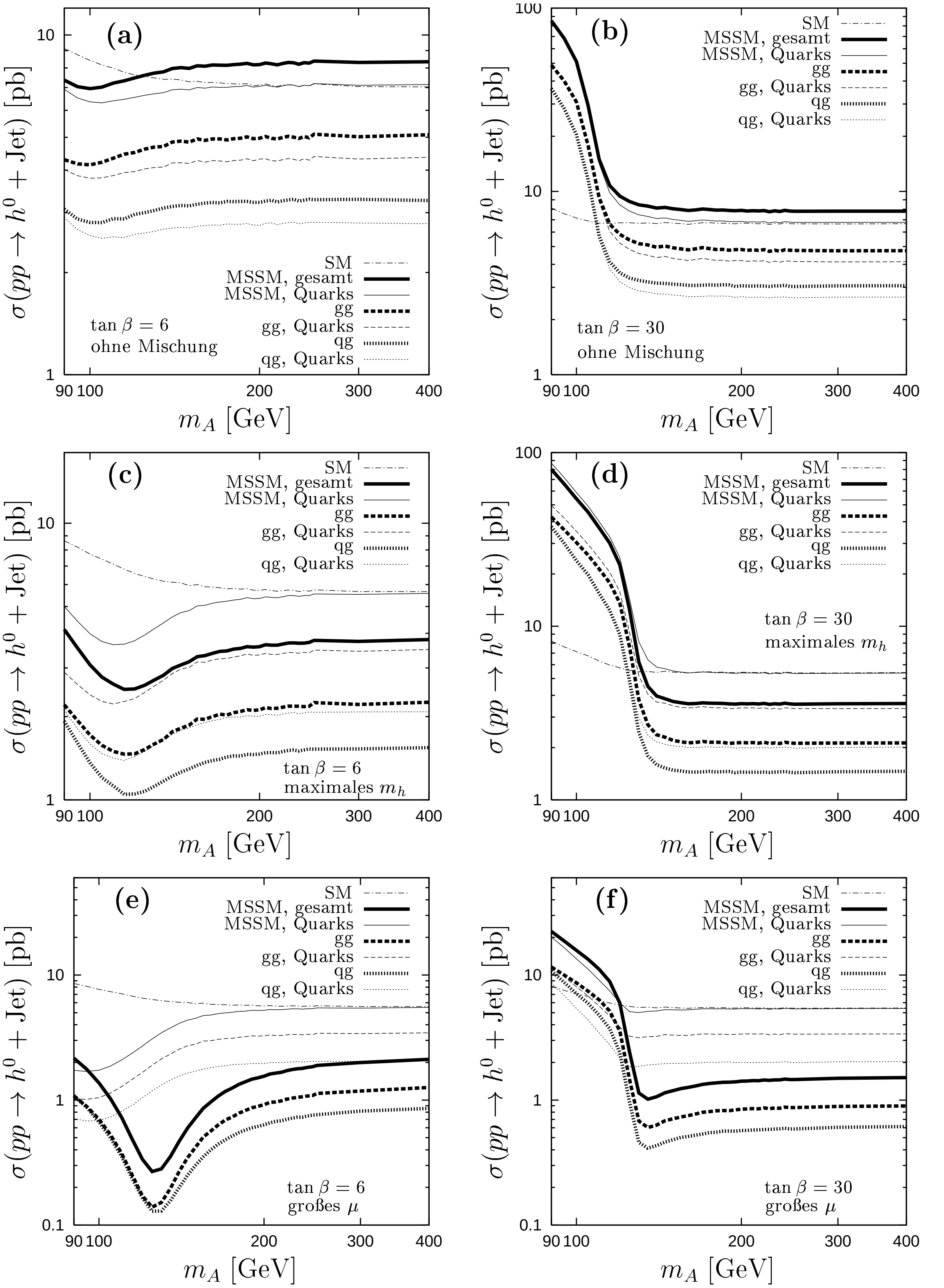


Abbildung 7.5: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung von Higgs-Teilchen + Jet in Abhängigkeit von m_A. Aufgetragen sind die Vorhersagen der drei Benchmark-Szenarien für $\tan\beta = 6$ und 30 im Vergleich zur korrespondierenden Standardmodell-Vorhersage. Zusätzlich sind die Beiträge der partonischen Subprozesse im MSSM einzeln, mit und ohne Superpartnerbeiträge dargestellt.

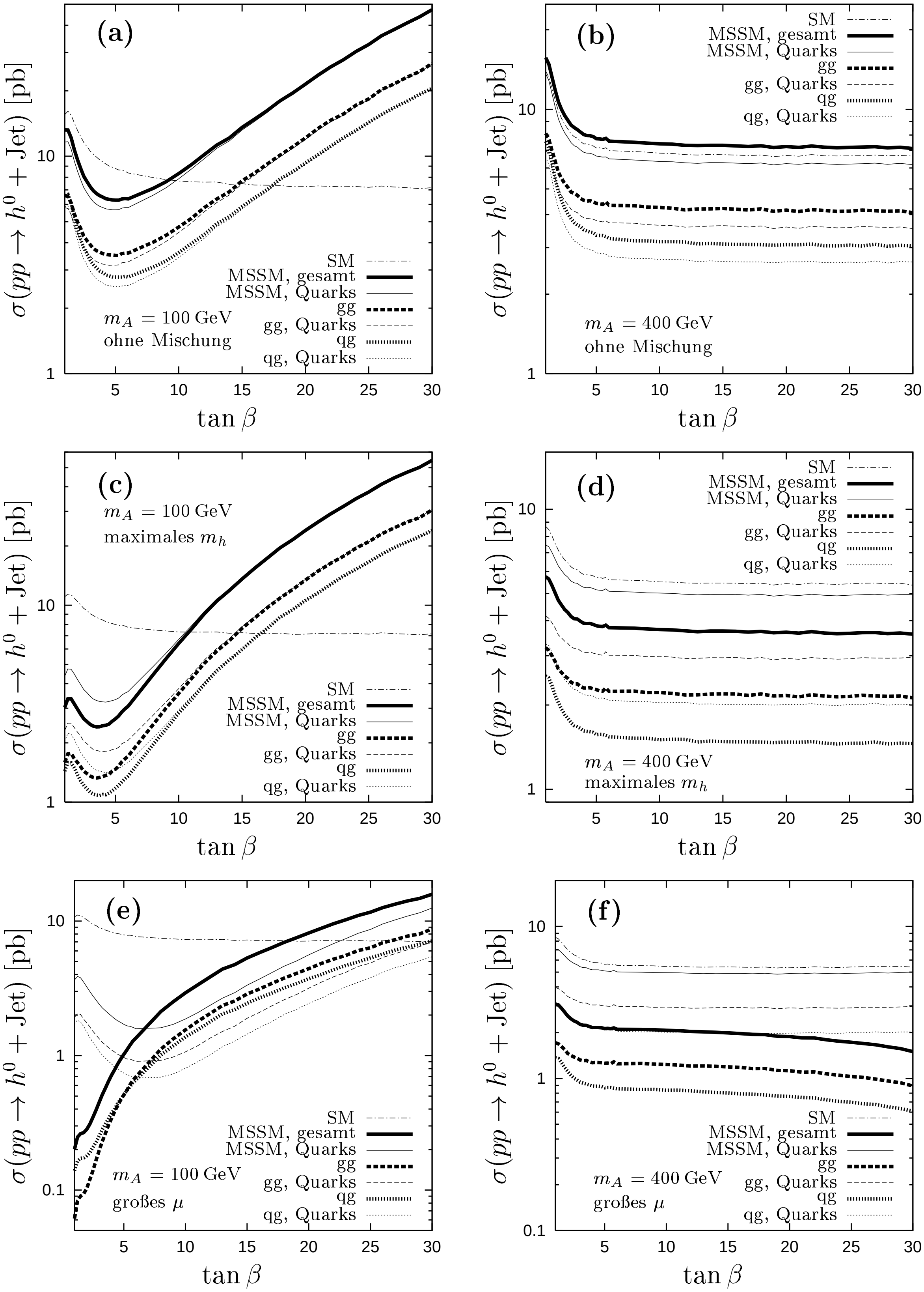


Abbildung 7.6: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung von Higgs-Teilchen + Jet in Abhängigkeit von $\tan\beta$. Aufgetragen sind die Vorhersagen der drei Benchmark-Szenarien für $\tan\beta = 6$ und 30 im Vergleich zur korrespondierenden Standardmodell-Vorhersage. Zusätzlich sind die Beiträge der partonischen Subprozesse im MSSM einzeln, mit und ohne Superpartnerbeiträge dargestellt.

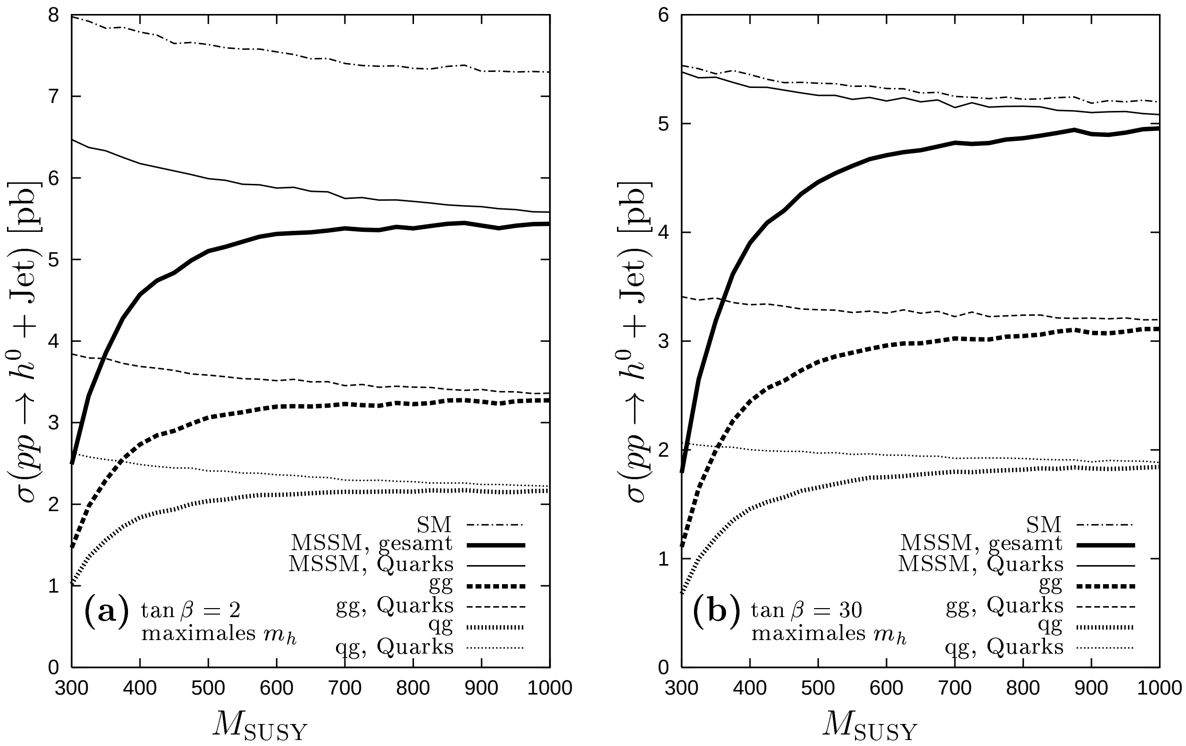


Abbildung 7.7: Hadronischer Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung von Higgs-Teilchen + Jet in Abhängigkeit von M_{SUSY} für $m_{H^\pm} = 200\,\text{GeV}$. Aufgetragen ist die Vorhersage des „maximales m_h"-Szenarios für $\tan\beta = 6$ und 30 im Vergleich zur korrespondierenden Standardmodell-Vorhersage. Zusätzlich sind die Beiträge der partonischen Subprozesse im MSSM einzeln, mit und ohne Superpartnerbeiträge dargestellt.

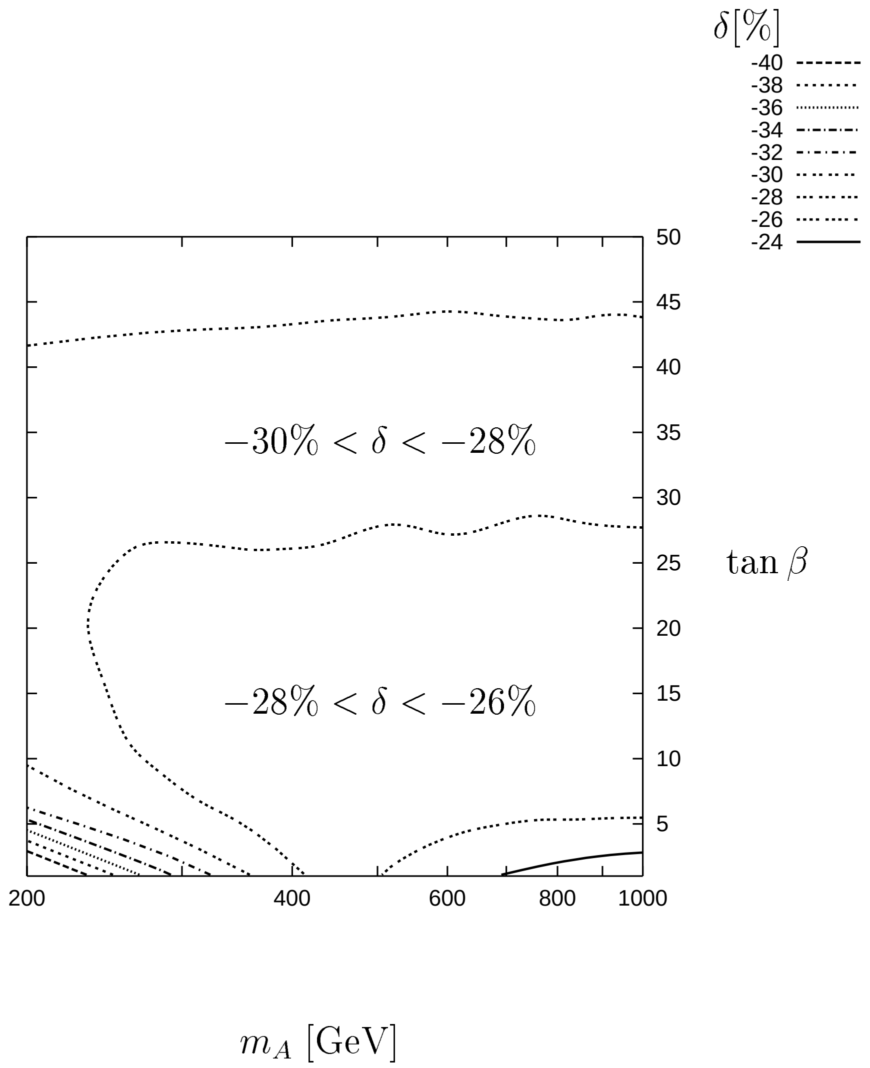


Abbildung 7.8: Relative Differenz ($\delta = (\sigma^{\mathrm{MSSM}} - \sigma^{\mathrm{SM}})/\sigma^{\mathrm{SM}}$) zwischen dem hadronischen Wirkungsquerschnitt im Szenario „großes μ" des MSSM und der Standardmodell-Vorhersage zum jeweils gleichen Wert der Higgs-Masse. Die Abbildung zeigt eine Höhenlinien-Darstellung der Differenz in Abhängigkeit von m_A und $\tan\beta$. Die Sfermion-Massenskala ist $M_{\mathrm{SUSY}} = 400\,\mathrm{GeV}$.

Teil III

Zur Higgs-Physik an Elektron-Positron-Beschleunigern

Kapitel 8

Assoziierte Erzeugung von $H^{\pm}$ und $W^{\mp}$

Ein zukünftiger Elektron-Positron-Collider hoher Energie wird aller Wahrscheinlichkeit nach nicht zur Entdeckung des neutralen Higgs-Bosons benötigt werden, da das Entdeckungspotential des LHC ausreichen sollte, um die Frage nach dessen Existenz zu klären [58]. Vielmehr wird er dazu dienen, die Eigenschaften von Higgs-Teilchen genau zu vermessen [59]. Die Entdeckung eines geladenen Higgs-Bosons $H^{\pm}$ am LHC, das deutlich schwerer ist als das Top-Quark, ist dagegen nicht so sicher [27]. Der Grund ist der dominante Zerfall der $H^{\pm}$ in schwere Quarks ($t\bar{b}$ bzw. $\bar{t}b$), der zu hadronischen Signaturen führt, denen am LHC eine sehr große Anzahl von Untergrund-Ereignissen entgegensteht. An e^+e^-–Collidern können geladene Higgs-Teilchen in Paaren durch die Annihilation $e^+e^- \to H^+H^-$ erzeugt werden. Bei hohem $m_{H^{\pm}}$ ($> m_W$) könnten die effektiv Schleifen-induzierten Prozesse $e^+e^- \to H^{\mp}W^{\pm}$ aufgrund der viel geringeren Schwellenenergie wichtig für die Suche nach geladenen Higgs-Teilchen werden.

In diesem Kapitel soll eine Berechnung der MSSM-Vorhersage für den Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$ vorgestellt werden. Eine Vorhersage im Rahmen des MSSM existiert für diesen Prozeß derzeit noch nicht. Lediglich Berechnungen des Wirkungsquerschnitts im Rahmen des Typ-II-2HDM mit allgemeinen bzw. MSSM-Parameter-Werten wurden bisher durchgeführt [60, 61, 62].

8.1 Der Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$

Wir untersuchen die Reaktion

$$e^+(\bar{k}, \bar{\sigma}) + e^-(k, \sigma) \to W^+(p, \lambda) + H^-(\bar{p}) \ ,$$

wobei k und $\bar{k}$ die einlaufenden Impulse von Elektron und Positron im Anfangszustand, p und $\bar{p}$ die auslaufenden Impulse des Eichbosons W^+ und des Higgs-Bosons H^- im Endzustand bezeichnen. Zusätzlich sind Elektron, Positron und W-Boson durch ihre Spin-Polarisation $\sigma, \bar{\sigma}(= \pm\frac{1}{2})$ und $\lambda(= 0, \pm 1)$ charakterisiert. Die kinematischen Invarianten des Prozesses $\hat{s} = (k+\bar{k})^2$, $\hat{t} = (k-p)^2$ und $\hat{u} = (k-\bar{p})^2$ erfüllen bei Vernachlässigung der Elektron-Masse die Relation:

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = m_W^2 + m_{H^\pm}^2 \; .$$

Ausgehend von unpolarisierten Elektron- und Positron-Strahlen, berechnen wir den differentiellen Wirkungsquerschnitt gemittelt über die möglichen Spin-Polarisationen der Fermionen im Anfangszustand und summiert über die Spin-Polarisationen des W-Bosons im Endzustand:

$$\frac{d\sigma}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi \hat{s}^2} \sum_{\lambda=0,\pm1} \frac{1}{4} \sum_{\sigma,\bar{\sigma}=\pm\frac{1}{2}} \left|\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}\right|^2 . \tag{8.1}$$

Dabei bezeichnen $\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}$ die Helizitätsamplituden des Prozesses [1]. Den totalen Wirkungsquerschnitt bestimmen wir durch numerische Integration über das kinematisch erlaubte t-Intervall analog zu Gleichung (6.12).

Im MSSM und 2HDM koppeln Leptonen eichinvariant an eines der Higgs-Dubletts. Damit ergibt sich zwangsläufig auch eine Kopplung an das physikalische geladene Higgs-Teilchen. Demzufolge gibt es an sich eine nicht-verschwindende Born-Amplitude für den hier untersuchten Prozeß. Die Feynman-Diagramme auf Born-Niveau bestehen aus Diagrammen mit s-Kanal-Austausch der neutralen Higgs-Teilchen (h^0, H^0, A^0) und einem Diagramm mit t-Kanal-Austausch eines Neutrinos [2]. Allein die Kleinheit der Elektron-Masse (m_e) gegenüber der elektroschwachen Energie-Skala $(\propto m_W)$ hat, aufgrund der Proportionalität der auftretenden Yukawa-Kopplung zu $m_e/m_W (\approx 6 \cdot 10^{-6})$, zur Folge, daß die Born-Amplitude für den Prozeß vernachlässigbar klein ist [3].

Wir berücksichtigen in unserer Rechnung alle Einschleifen-Beiträge zur Amplitude, die im Grenzfall $m_e = 0$ nicht verschwinden. Damit fallen Diagramme mit der Einsetzung einer Z–A–Mischungs-Selbstenergie im s-Kanal, oder einer Neutrino-Selbstenergie im t-Kanal, oder von Strahlungs-Korrekturen zu $e^+e^-\{h^0, H^0, A^0\}$-Yukawa-Kopplungen oder zur $e^\pm \nu_e H^\mp$-Yukawa-Kopplung weg. Es verbleiben Diagramme mit Einsetzungen von W^-–H^-– und G^-–H^-–Mischungs-Selbstenergien an der auslaufenden Linie des geladenen Higgs-Bosons (siehe Abb. 8.1), solche Diagramme mit Schleifen-induzierten $\gamma W^+ H^-$-Kopplungen und ZW^+H^--Kopplungen und Box-Diagramme (siehe Abbn. 8.2 und 8.3). Die Amplitude läßt sich eindeutig aufspalten in Beiträge, die nur 2HDM-Teilchen in den Schleifen enthalten (Abb. 8.1(b), (c) obere Zeilen und Abb. 8.2) und Beiträge, die ausschließlich Superpartner in den Schleifen enthalten (Abb. 8.1(b), (c) untere Zeilen und Abb. 8.3).

[1] Wir sehen davon ab die sehr umfangreichen Formeln für den Wirkungsquerschnitt hier wiederzugeben und verweisen auf die erstellten Computer-Programme.

[2] Die zur Born-Amplitude korrespondierenden Feynman-Diagramme entsprechen dem ersten und dritten Diagramm in Abbildung 8.1(a), wenn man die Mischungs-Selbstenergie durch ein auslaufendes geladenes Higgs-Teilchen ersetzt und den Photon-Propagator durch eines der neutralen Higgs-Teilchen.

[3] Wir gehen hier der Einfachheit halber davon aus, daß die Masse des Neutrinos verschwindet. Für eine nicht-verschwindende Neutrino-Masse, wie sie durch neuere Neutrino-Nachweis-Experimente (z.B. [63]) nahegelegt wird, trifft unser Argument aufgrund deren Kleinheit ebenso zu.

An dieser Stelle wollen wir darauf hinweisen, daß bei Vernachlässigung aller Beiträge zur Amplitude, die für $m_e = 0$ verschwinden, die verbleibenden Beiträge keine QED-Korrekturen enthalten. Somit tritt in der betrachteten Amplitude keine Infrarot-Divergenz auf. Neben der Abwesenheit der Elektron-Higgs-Yukawa-Kopplung für $m_e = 0$, ist die Abwesenheit der $\gamma W^+ H^-$-Kopplungen und ZW^+H^--Kopplungen im MSSM auf Born-Niveau aus Symmetriegründen, für diese Eigenschaft der Amplitude verantwortlich.

8.2 Renormierung und Berechnung der Amplitude

Obwohl die Amplitude für den Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$ im Grenzfall verschwindender Elektron-Masse keinen Beitrag auf Born-Niveau besitzt, also Schleifen-induziert ist, bedarf sie auf Einschleifen-Niveau der Renormierung. Es treten divergente Vektor-Skalar und Skalar-Skalar-Mischungs-Propagatoren (Abb. 8.1) und Vertex-Diagramme (Abb. 8.2 und 8.3) auf [4]. Zur Renormierung benutzen wir das On-Shell-Renormierungsschema von [64, 65], dessen Anwendung auf die $W^\pm$–$H^\mp$–Mischungs-Selbstenergien ausführlich in [66] besprochen wird und das auf den hier diskutierten Prozeß im Rahmen des 2HDM schon in [62] angewandt wurde. Im MSSM treten auf Einschleifen-Niveau keine neuen Typen von divergenten Vertexfunktionen auf, es kommen lediglich zusätzliche Schleifenbeiträge mit virtuellen Superpartnern dazu (siehe Abb. 8.1 und 8.3). Darüberhinaus treten Diagramme mit weiteren Typen von endlichen Vertexfunktionen auf. Diese enthalten endliche Schleifenbeiträge zur Elektron-Neutrino-Higgs-Kopplung, die numerisch relevant sind, weil sie für $m_e = 0$ nicht verschwinden. Die Divergenz-Struktur der Amplitude bleibt davon aber unberührt. Deshalb können die in [62] formulierten Renormierungsbedingungen direkt übernommen werden. Wir wollen diese hier nocheinmal kurz zusammenfassen.

Zur Erzeugung der Counter-Terme, die zur Renormierung der Amplitude erforderlich sind, genügt es, die Feldrenormierung für die beiden Higgs-Dubletts im MSSM (H_1, H_2) und Renormierungs-Konstanten für die beiden Vakuumerwartungswerte (v_1, v_2) einzuführen:

$$H_i \to \sqrt{Z_{H_i}} H_i \,, \qquad v_i \to \sqrt{Z_{H_i}}(v_i - \delta v_i) \,, \qquad i = 1, 2 \,. \tag{8.2}$$

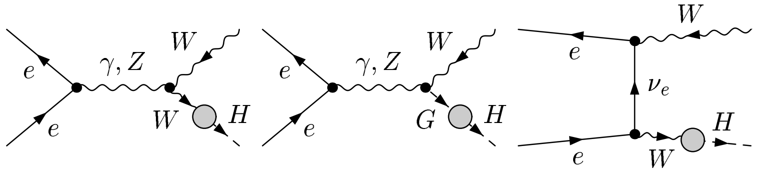
Entwickelt man die Renormierungskonstanten in der Lagrangedichte des MSSM dann bis zur Einschleifen-Ordnung, $Z_{H_i} = 1 + \delta Z_{H_i}^{(1)}$ und $\delta v_i = \delta v_i^{(1)}$, dann ergeben sich die benötigten Counter-Terme und die Feynman-Regeln für die zugehörigen Vertices:

$$\Gamma_{\mathrm{CT}}[H^\mp W^\pm(k^\mu)] = i \frac{k^\mu}{m_W} m_W^2 \, \delta Z_{HW} \,, \tag{8.3}$$

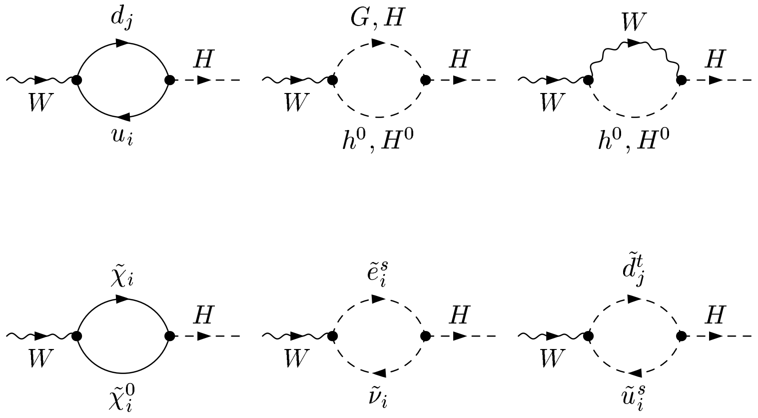
$$\Gamma_{\mathrm{CT}}[\gamma_\mu W_\nu^\pm H^\mp] = -iem_W g_{\mu\nu} \, \delta Z_{HW} \,, \tag{8.4}$$

$$\Gamma_{\mathrm{CT}}[Z_\mu W_\nu^\pm H^\mp] = iem_W \frac{s_w}{c_w} g_{\mu\nu} \, \delta Z_{HW} \tag{8.5}$$

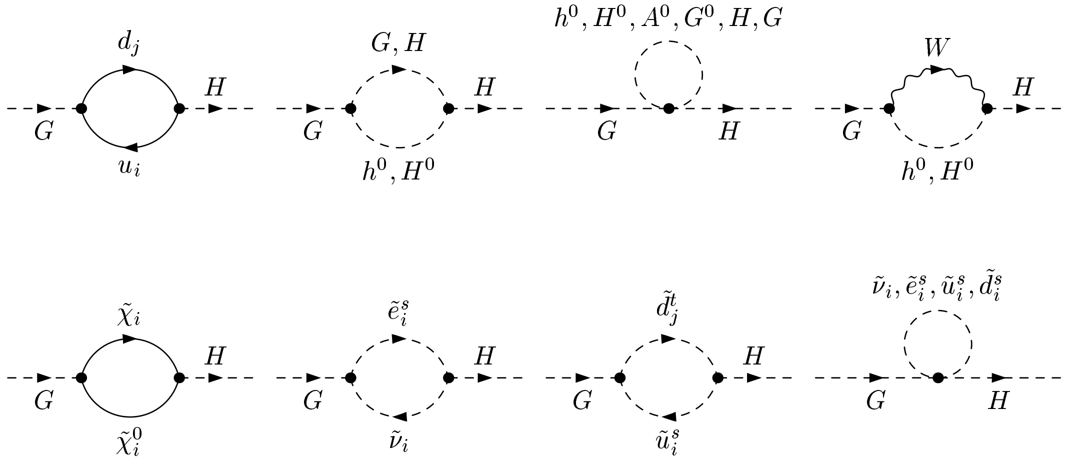
[4]Grundsätzlich treten auch Diagramme mit Tadpole-Einsetzungen auf, die jedoch durch geeignete Counter-Terme zu Null renormiert werden (siehe Gln. (8.7) und (8.8)) und daher hier keine Rolle spielen.



(a) Graphen mit Selbstenergie-Einsetzungen



(b) W^+–H^-–Selbstenergie



(c) G^+–H^-–Selbstenergie

Abbildung 8.1: Feynman-Diagramme zum Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$ mit Selbstenergie-Einsetzungen. Sind an Propagatoren mehrere Teilchenbezeichner angebracht, so gibt es zu jeder Kombination ein Diagramm. Die obere bzw. untere Zeile in Teilbild (b) und (c) enthält die 2HDM- bzw. Superpartner-Beiträge zur jeweiligen Mischungs-Selbstenergie.

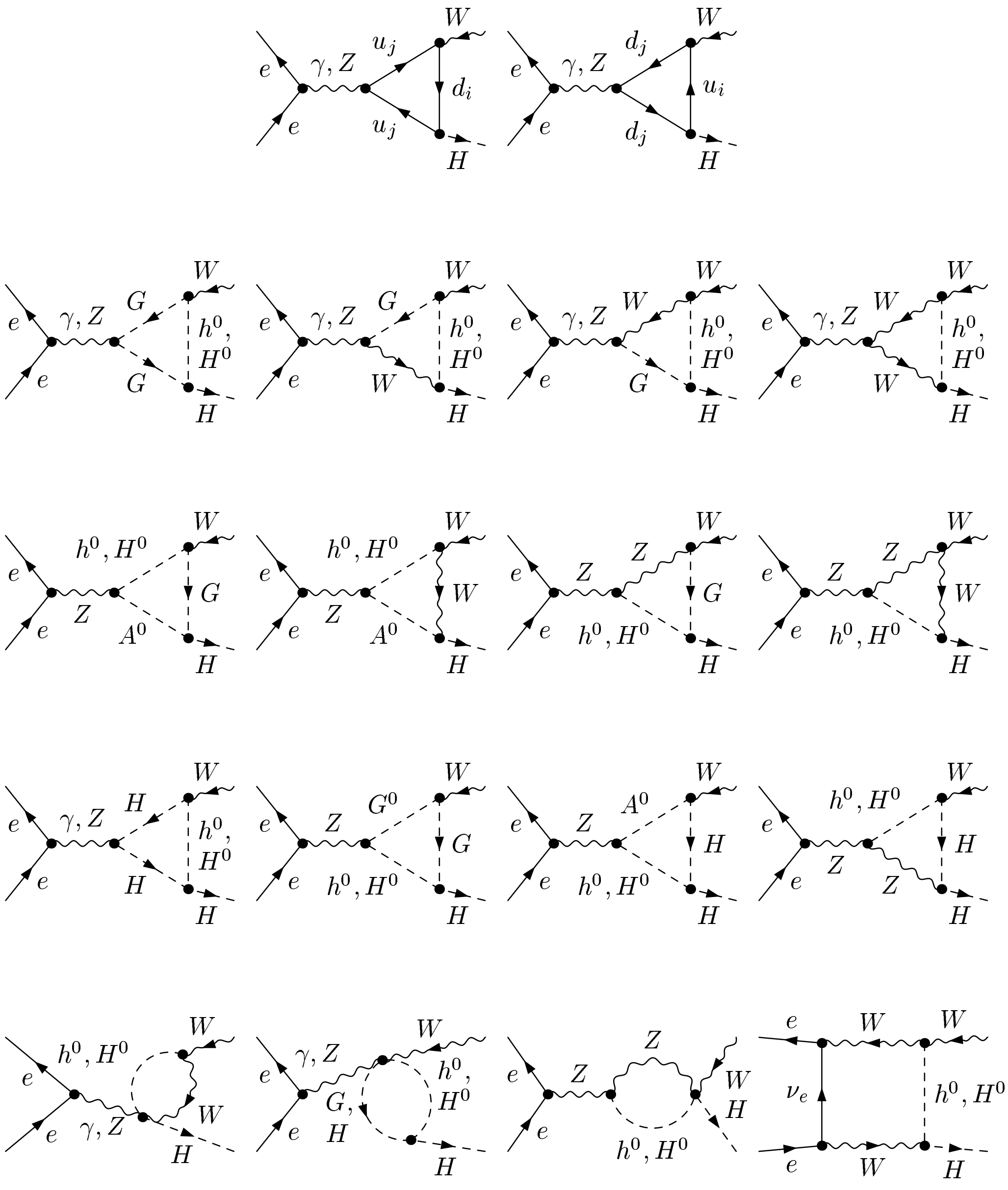


Abbildung 8.2: Vertex-Korrekturen und Box-Diagramme zum Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$. Dargestellt ist die 2HDM-Untermenge der Feynman-Diagramme. Sind an Propagatoren mehrere Teilchenbezeichner angebracht, so gibt es zu jeder Kombination ein Diagramm.

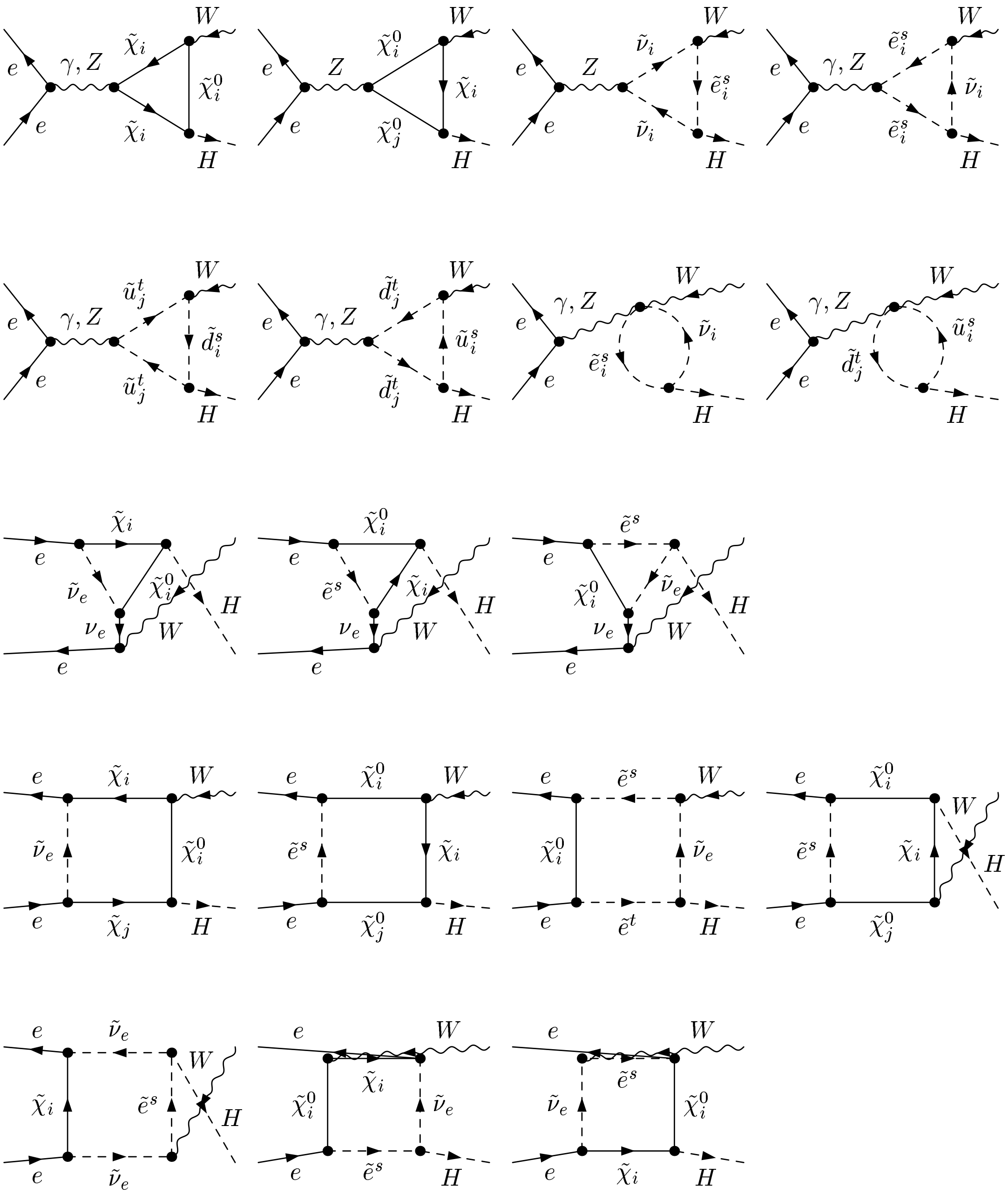


Abbildung 8.3: Vertex- und Box-Korrekturen zum Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$. Dargestellt sind nur Feynman-Diagramme, die Superpartner enthalten. Sind an Propagatoren mehrere Teilchenbezeichner angebracht, so gibt es zu jeder Kombination ein Diagramm.

mit

$$\delta Z_{HW} = \sin\beta\cos\beta\left(\frac{\delta v_1}{v_1} - \frac{\delta v_2}{v_2} + \frac{1}{2}(\delta Z_{H_2} - \delta Z_{H_1})\right) . \tag{8.6}$$

Dabei bezeichnen $Z, W^\pm$ und γ die elektroschwachen Eichbosonen und das Photon, und k^μ ist der einlaufende Impuls des $W^\pm$-Bosons. Im On-Shell-Schema stellt man nun folgende Renormierungsbedingungen:

- Die renormierten Tadpole-Diagramme verschwinden:

$$\hat{t}_{h^0} = t_{h^0} + \delta t_{h^0} = 0 \ , \tag{8.7}$$
$$\hat{t}_{H^0} = t_{H^0} + \delta t_{H^0} = 0 \ . \tag{8.8}$$

  Damit ist garantiert, daß die Parameter v_1, v_2 in der renormierten Langrangedichte das Minimum des Higgs-Potentials auf Einschleifen-Niveau beschreiben.

- Reelle geladene Higgs-Bosonen $H^\pm$ mischen nicht mit longitudinal polarisierten $W^\pm$-Bosonen, d. h. der Realteil der renormierten $H^\pm$–$W^\mp$–Mischungs-Selbstenergie [5],

$$\hat{\Sigma}_{HW}(k^2) = \Sigma_{HW}(k^2) - m_W^2 \delta Z_{HW} \ , \tag{8.9}$$

  verschwindet, wenn der Impuls k des $H^\pm$ auf dessen Massenschale liegt:

$$\mathrm{Re}\hat{\Sigma}_{HW}(k^2)\big|_{k^2=m_{H^\pm}^2} = 0 \ . \tag{8.10}$$

Die Bedingung (8.10) legt die Renormierungskonstante δZ_{HW} fest:

$$\delta Z_{HW} = \frac{1}{m_W^2}\mathrm{Re}\Sigma_{HW}(m_{H^\pm}^2) \ . \tag{8.11}$$

Die Renormierung der ebenfalls divergenten $H^\pm$–$G^\mp$–Mischungs-Selbstenergie ist wegen der BRS-Symmetrie der renormierten Lagrangedichte durch eine Slavnov-Taylor-Identität [66] mit der Renormierung der $H^\pm$–$W^\mp$–Mischungs-Selbstenergie verknüpft:

$$k^2\hat{\Sigma}_{HW}(k^2) - m_W^2\hat{\Sigma}_{HG}(k^2) = 0 \ . \tag{8.12}$$

Eine direkte Folge davon ist, daß der Realteil der renormierten $H^\pm$–$G^\mp$–Mischungs-Selbstenergie,

$$\hat{\Sigma}_{HG}(k^2) = \Sigma_{HG}(k^2) - k^2\delta Z_{HG} \ , \tag{8.13}$$

[5]Die renormierte $H^\pm$–$W^\mp$–Mischungs-Selbstenergie ist definiert als der Koeffizient von $-i\frac{k^\mu}{m_W}$ des amputierten $H^\pm$–$W^\mp$–Propagators.

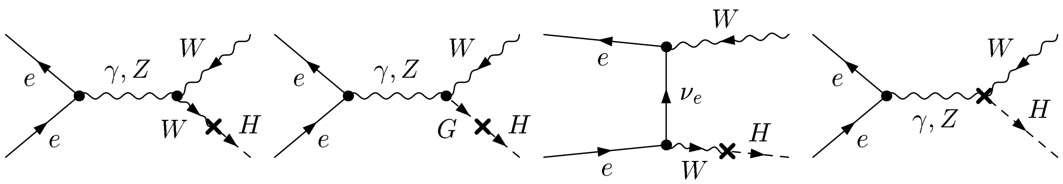


Abbildung 8.4: Counter-Term-Diagramme zur Renormierung der Amplitude des Prozesses $e^+e^- \to W^+H^-$.

auch bei $k^2 = m^2_{H^\pm}$ verschwindet:

$$\mathrm{Re}\hat{\Sigma}_{HG}(k^2)\big|_{k^2=m^2_{H^\pm}} = 0\,. \tag{8.14}$$

Die Feynman-Regel der entsprechenden Counter-Term-Wechselwirkung ist dann

$$\Gamma_{\mathrm{CT}}[H^{\mp}G^{\pm}(k)] = ik^2\delta Z_{HG} \tag{8.15}$$

mit $\delta Z_{HG} = -\mathrm{Re}\Sigma_{HG}(m^2_{H^\pm})/m^2_{H^\pm}$.

Die Berechnung der Amplitude wurde in der 't Hooft-Feynman-Eichung mit Hilfe der Programme FeynArts und FormCalc [37] ausgeführt. Dazu wurden die benötigten Counter-Term-Definitionen und die entsprechenden Feynmanregeln in die Modell-Datei von FeynArts für das MSSM implementiert.

8.3 Numerische Ergebnisse

Vorhersagen für den Wirkungsquerschnitt des Prozesses $e^+e^- \to W^{\pm}H^{\mp}$ im Rahmen des allgemeinen 2HDM sowie im 2HDM mit MSSM-Einschränkungen an die Parameter sind in der Literatur bekannt [62, 61, 60]. Wir wollen uns in der Diskussion unserer Ergebnisse auf einen Vergleich mit dem 2HDM mit MSSM-Parameter-Werten beschränken, da dies dem MSSM mit entkoppelnden Superpartnern enspricht. Der Vergleich mit unserer vollständigen Einschleifen-Rechnung im Rahmen des MSSM gibt Aufschluß über die zusätzlichen Superpartner-Beiträge.

Unser Hauptanliegen hier ist ein exemplarischer Vergleich der vollständigen MSSM-Vorhersage mit den schon bekannten 2HDM-Beiträgen zum Prozeß. Für die Diskussion der numerischen Ergebnisse benutzen wir für die MSSM-Parameter die Szenarien C und 3 (siehe Anhang A.2), die wir auch in der Diskussion der hadronischen $W^{\pm}H^{\mp}$-Erzeugung in Kapitel 6 verwendet haben. Szenario 3 weist maximale Mischung im Top-Squark-Sektor auf, während die Massen aller schwach mischenden Sfermionen einheitlich bei etwa 350 GeV liegen. Das Szenario C ist das korrespondierende Szenario ohne Top-Squark-Mischung.

Es zeigt sich, daß die Squark-Vertex-Diagramme der dritten Generation den dominanten Beitrag der Superpartner-Diagramme zum Wirkungsquerschnitt ausmachen. Deshalb ist es sinnvoll die Ergebnisse hauptsächlich anhand von Szenarien zu diskutieren, die sich vor allem im Squark-Sektor unterscheiden.

Maximale Top-Squark-Mischung

Szenario 3 weist maximale Mischung im Top-Squark-Sektor auf. Das bedeutet, daß alle Einträge der Rotationsmatrix, welche die Top-Squarks auf Masseneigenzustände transformiert, dem Betrag nach etwa gleich groß sind. Damit sind alle potentiell großen Kopplungen der dritten Generation von Squarks an die geladenen Higgs-Teilchen, insbesondere der Term proportional zu $m_t\mu$, mit einem Faktor von der Größenordnung 1 gewichtet (siehe Gln. (D.16) bis (D.19)).

In Abbildung 8.5(a) ist die Abhängigkeit von $m_{H^\pm}$ für eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\text{GeV}$ für drei Werte von $\tan\beta$ aufgetragen. Alle drei Kurven weisen eine deutliche Spitze bei etwa $m_{H^\pm} = 180\,\text{GeV}$ auf. Diese beruht auf einem Schwellen-Effekt in den Schleifen-Diagrammen mit virtuellen Top- und Bottom-Quarks (siehe Abb. 8.2). Die Spitze tritt auf, wenn der Viererimpuls $\bar{p}$ des auslaufenden H^- gerade zur rellen Erzeugung der in der Schleife an das H^- koppelnden Teilchen ausreichen würde, d.h. wenn $\sqrt{\bar{p}^2} \equiv m_{H^\pm} = m_t + m_b \approx 180\,\text{GeV}$ gilt. Die relative Differenz zwischen der MSSM-Vorhersage und dem 2HDM-Resultat ist schon für kleine Werte von $\tan\beta$ bedeutsam, etwa -8% für $\tan\beta = 3$ und -28% für $\tan\beta = 6$, nahezu unabhänig von $m_{H^\pm}$. Für große Werte von $\tan\beta$ wird der Wirkungsquerschnitt sogar dominiert von den Superpartner-Diagrammen. Für $m_{H^\pm} = 100\,\text{GeV}$ ist der Wirkungsquerschnitt im Rahmen des MSSM einen Faktor 15 größer als der im Rahmen des 2HDM berechnete, und dieser Faktor steigt sogar noch mit wachsendem $m_{H^\pm}$. Deutlich zu sehen ist eine Kante in der MSSM-Vorhersage bei $m_{H^\pm} = 389\,\text{GeV}$. Diese wird durch einen Schwellen-Effekt in den Top- und Bottom-Squark-Diagrammen hervorgerufen, bei dem

$$\sqrt{\bar{p}^2} \equiv m_{H^\pm} = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{b}_1} \tag{8.16}$$

gilt (siehe auch Tabelle A.2). Aufgrund des eingeschränkten Phasenraumes nahe der kinematischen Grenze für die $W^\pm H^\mp$-Erzeugung bildet sich keine Spitze mehr aus.

Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von $\tan\beta$ für $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\text{GeV}$ ist in Abbildung 8.6(a) dargestellt. Bei kleinen Werten von $\tan\beta$ ist der 2HDM-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt dominant, während mit steigendem $\tan\beta$ die Superpartner-Beiträge, vor allem die Squark-Vertex-Diagramme, immer mehr dominieren. Im Ergebnis liegt die MSSM-Vorhersage des Szenarios 3 mit maximaler Mischung ab etwa $\tan\beta = 35$ um fast zwei Größenordnugen über der 2HDM-Vorhersage. Die Kurve der MSSM-Vorhersage für $m_{H^\pm} = 350\,\text{GeV}$ hat eine ausgeprägte Spitze bei $\tan\beta \approx 46$. Hier manifestiert sich der schon erwähnte Schwelleneffekt erneut. Aufgrund nicht-verschwindender Mischung im Bottom-Squark-Sektor sinkt die Masse $m_{\tilde{b}_1}$ des leichten Bottom-Squarks mit steigendem $\tan\beta$ (siehe Tabelle A.2). Bei $\tan\beta \approx 46$ ist dann gerade die Bedingung (8.16) für den Schwelleneffekt erfüllt.

Im Fall der höheren Schwerpunktsenergie $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\mathrm{GeV}$ sind die Strukturen in der $m_{H^\pm}$-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts (Abb. 8.5(b)) weit komplexer als bei $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$. Interessanterweise entsprechen alle Spitzen, bzw. Kanten in den Kurven der MSSM-Vorhersagen Schwelleneffekten an den Stellen $m_{H^\pm} = m_{\tilde{t}_1} + m_{\tilde{b}_i} (i = 1, 2)$ und $m_{H^\pm} = m_t + m_b$, wie ein Vergleich mit Tabelle A.2 ergibt. Der Wirkungsquerschnitt bei $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\mathrm{GeV}$ als Funktion von $\tan\beta$ (Abb. 8.6(b)) ist qualitativ zu dem bei $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$ ähnlich. Ab etwa $\tan\beta = 25$ und größer dominiert der Superpartner-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt völlig. Die Erklärung für die hier auftretende Spitze für die MSSM-Vorhersage bei $m_{H^\pm} = 350\,\mathrm{GeV}$ ist die gleiche wie bei $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$.

Keine Top-Squark-Mischung

Im Rahmen von Szenario C liegt keine Mischung im Top-Squark-Sektor vor (siehe Tabelle A.1). Damit verschwinden Terme in den $\tilde{t}_1 \tilde{b}_i H^\pm$-Kopplungen, die proportional zu $m_t \mu$ sind, exakt. Zusätzlich liegen im Szenario C alle Squark-Massen deutlich über 300 GeV. Somit kann kein Squark-Schleifen-Diagramm eine Verstärkung durch einen Schwellen-Effekt aufweisen, wie es im Fall der maximalen Top-Squark-Mischung (Szenario 3) der Fall war. Im Vergleich zum Szenario 3 ergeben sich hier sehr viel kleinere Effekte durch die Superpartner-Beiträge zur Amplitude.

Betrachtet man die Abhängigkeit von $m_{H^\pm}$ für $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$ (Abb. 8.5 (c)), so ist deutlich zu sehen, daß die 2HDM-Beiträge völlig dominant sind. Die Abweichungen zwischen den Vorhersagen des MSSM und des 2HDM sind in der Abbildung nahezu nicht mehr aufgelöst. Die Dominanz der 2HDM-Beiträge gilt für den ganzen untersuchten $\tan\beta$-Bereich, wie man Abbildung 8.6 (c) entnehmen kann. Im Bereich des Minimums der 2HDM-Vorhersage ist der relative Einfluß des Superpartner-Beitrags am größten. Dennoch beträgt er auch dort nur wenige Prozent.

Für $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\mathrm{GeV}$ ändert sich die Situation. Die Schwerpunktsenergie liegt nun höher als alle Schwellen ($m_{\tilde{t}_i} + m_{\tilde{b}_j} \approx 730 \ldots 760\,\mathrm{GeV}$) in Squark-Vertex-Diagrammen. Abbildung 8.5 (d) zeigt nun einen deutlich höheren Beitrag der Superpartner als bei geringerer Schwerpunktsenergie. In der weiteren Umgebung des $\tan\beta$-Minimums des 2HDM-Resultats kann es zu Erhöhungen des MSSM-Resultats um etwa einen Faktor drei im Vergleich zur 2HDM-Vorhersage kommen (siehe Abb. 8.6 (d)). Die Unterschiede zwischen MSSM- und 2HDM-Vorhersage sind allerdings im Vergleich zum Szenario 3 deutlich geringer.

Entkopplung der Superpartner

Der sehr große Unterschied zwischen der Vorhersage des Wirkungsquerschnitts im hier betrachteten MSSM-Szenario mit maximaler Top-Squark-Mischung (Szenario 3) und der Vorhersage im 2HDM für große $\tan\beta$, legt es nahe, ausgehend von diesem Szenario die Entkopplung der Superpartner mit steigender Massenskala zu untersuchen. Unser Ausgangspunkt ist die Sfermion-Massenskala $M_{\mathrm{SUSY}} = M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}} = 350\,\mathrm{GeV}$ und der Gaugino-Massenparameter $M_2 = 1000\,\mathrm{GeV}$ im Szenario 3, die im Folgenden variiert werden sollen. Wir wählen $\tan\beta = 30$ und belassen alle anderen Parameter bei den Werten wie in Anhang A.2 spezifiziert.

Zunächst wollen wir das Verhalten des Wirkungsquerschnitts mit steigender Sfermion-Massenskala studieren. Abbildung 8.7 zeigt für drei Werte von $m_{H^\pm}$ die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von M_{SUSY} im MSSM und im 2HDM bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$. Dabei entspricht der linke Rand der Darstellung der Parameter-Konstellation des Szenarios 3. Die leichte M_{SUSY}-Abhängigkeit der 2HDM-Vorhersage ist zurückzuführen auf die teilweise Verwendung von MSSM-Higgs-Massen-Relationen höherer Ordnung zur Festlegung der Massen des korrespondierenden 2HDM-Szenarios. Deutlich zu sehen ist, daß die MSSM-Vorhersage mit wachsender Sfermion-Skala in guter Näherung gegen das 2HDM-Ergebnis strebt. Bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$ sind im betrachteten Szenario Beiträge virtueller Gauginos hinreichend entkoppelt. Schaut man sich das Spektrum der Superpartner für $\tan\beta = 30$ im Szenario 3 an, so erkennt man, daß von den beitragenden virtuellen Superpartnern nur das leichte Top-Squark, $\tilde{\mathrm{t}}_1$, eine Masse kleiner $250\,\mathrm{GeV} = \sqrt{\hat{s}}/2$ besitzt. Für alle anderen virtuellen Superpartner in den Schleifen-Diagrammen gibt es bei dieser Schwerpunktsenergie keine Verstärkung der Amplitude durch Schwellen-Effekte. Daß bei den Vertex-Diagrammen mit den Teilchen $(\tilde{\mathrm{t}}_1, \tilde{\mathrm{t}}_1, \tilde{\mathrm{b}}_i)$ in der Schleife (siehe Abb. 8.3) eine Verstärkung durch einen Schwellen-Effekt vorliegt, kann man am Verlauf der Kurven in Abbildung 8.7 erkennen. Der rapide Abfall des Wirkungsquerschnitts endet etwa bei $M_{\mathrm{SUSY}} = 410\,\mathrm{GeV}$ und geht in einen nahezu stationären Verlauf für größere Werte von M_{SUSY} über. Betrachtet man die M_{SUSY}-Abhängigkeit von $m_{\tilde{\mathrm{t}}_1}$, so stellt sich heraus, daß für $M_{\mathrm{SUSY}} \gtrsim 410\,\mathrm{GeV}$ gilt: $m_{\tilde{\mathrm{t}}_1} \gtrsim \sqrt{\hat{s}}/2 = 250\,\mathrm{GeV}$. Für $M_{\mathrm{SUSY}} \gtrsim 410\,\mathrm{GeV}$ verschwindet also der Schwellen-Effekt in den $\tilde{\mathrm{t}}$–$\tilde{\mathrm{b}}$-Schleifen-Beiträgen zur Amplitude. Damit wird dieser, wie sich zeigt, dominante Superpartner-Beitrag vernachlässigbar gegenüber den 2HDM-Beiträgen.

Betrachtet man die Prozesse $e^+e^- \to W^\pm H^\mp$ bei der höheren Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\mathrm{GeV}$, dann gibt es weitere Superpartner-Amplituden, die relevant zum Wirkungsquerschnitt beitragen. In Abbildung 8.8(a) beobachten wir wieder einen rapiden Abfall des Wirkungsquerschnitts mit steigendem M_{SUSY}, der in diesem Fall etwa bei $M_{\mathrm{SUSY}} = 600\,\mathrm{GeV}$ endet. Wie sich herausstellt, ist für diesen Wert von M_{SUSY} die Masse des $\tilde{\mathrm{t}}_1$ wieder gleich der halben Schwerpunktsenergie. Für $M_{\mathrm{SUSY}} > 600\,\mathrm{GeV}$ entkoppeln also die $\tilde{\mathrm{t}}$–$\tilde{\mathrm{b}}$-Schleifen-Beiträge zur Amplitude nahezu. Die Kurven der MSSM-Vorhersagen in Abbildung 8.8(a) sind allerdings noch relativ weit von denen der 2HDM-Vorhersagen entfernt. Abbildung 8.8(b) zeigt nun die Variation des Szenarios am rechten Rand der Abbildung 8.8(a) mit dem Gaugino-Massenparameter M_2. Die weitere Annäherung der MSSM- und 2HDM-Vorhersagen macht deutlich, das bei $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\mathrm{GeV}$ im Szenario 3 auch Schleifen-Diagramme mit Neutralinos oder Charginos relevant zum Wirkungsquerschnitt beitragen.

8.4 Zusammenfassung

Die assoziierte Erzeugung von geladenen Higgs-Bosonen $H^{\pm}$ und Eichbosonen $W^{\pm}$ an Elektron-Positron-Collidern [6] ist ein effektiv Schleifen-induzierter Prozeß, der eine Alternative zur Paarerzeugung, $e^+e^- \to H^+H^-$, darstellt, wenn diese kinematisch verboten ist. Wir haben den Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $e^+e^- \to W^+H^-$ im Rahmen des MSSM und 2HDM auf dem Einschleifen-Niveau berechnet. Dabei haben wir Beiträge zur Amplitude, die für $m_e = 0$ verschwinden, vernachlässigt. Obwohl Schleifen-induziert, treten in der Amplitude UV-Divergenzen in $G^{\pm}$–$H^{\pm}$– und $W^{\pm}$–$H^{\mp}$–Mischungs-Selbstenergien sowie in $\gamma W^{\pm}H^{\mp}$– und $ZW^{\pm}H^{\mp}$–Vertex-Diagrammen auf. Für diese haben wir die Counter-Terme bestimmt und die Amplitude im On-Shell-Schema renormiert.

Da, wie sich zeigte, die Squark-Schleifen-Beiträge dominant zur Amplitude beitragen können, haben wir zwei MSSM-Szenarien für unsere Diskussion ausgewählt: eins mit maximaler (Szenario 3, siehe Tabelle A.2), das andere ohne Top-Squark-Mischung (Szenario C, siehe Tabelle A.1).

Im Szenario 3 können sehr große Beiträge zur Amplitude durch Squark-Schleifen-Diagramme auftreten. Die MSSM-Vohersage für den Wirkungsquerschnitt fällt für $\tan\beta \geq 20$ ein bis zwei Größenordnungen größer aus als die 2HDM-Vorhersage. Das liegt zum einen an einer Verstärkung durch Schwellen-Effekte, die aufgrund der recht niedrigen Masse des leichten Top-Squarks schon bei $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\text{GeV}$ möglich ist, zum anderen an verstärkten Kopplungen bei maximaler Top-Squark-Mischung.

Im Szenario C, ohne Mischung im Top-Squark-Sektor, fallen die Unterschiede zwischen der MSSM- und 2HDM-Vorhersage deutlich geringer aus, als im Szenario 3, mit maximaler Top-Squark-Mischung. Dennoch ist im Bereich des Minimums der 2HDM-Vorhersage bezüglich $\tan\beta$, der Wirkungsquerschnitt im MSSM bis zu einem Faktor drei größer.

Für das Szenario 3, welches die großen Abweichungen zum 2HDM liefert, wurde das Entkopplungsverhalten untersucht und demonstriert, daß bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\text{GeV}$ die Squark-Schleifendiagramme den Superpartner-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt dominieren. Für $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\text{GeV}$ demonstriert das Verhalten des Wirkungsquerschnitts bei Entkopplung der Sfermionen, daß bei dieser Schwerpunktsenergie auch die Neutralino- und Chargino-Schleifen-Diagramme nicht vernachlässigbar zum Wirkungsquerschnitt beitragen.

Der Wirkungsquerschnitt für die Prozesse $e^+e^- \to W^{\pm}H^{\mp}$ im MSSM für $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\text{GeV}$ liegt etwa im Bereich 0.0001–0.1fb und ist damit mindestens zwei bis drei Größenordnungen kleiner als für den Prozess $e^+e^- \to H^+H^-$, für Higgs-Massen für die dieser Prozess kinematisch möglich ist. Typische Design-Luminositäten für den geplanten Bechleuniger TESLA [59], liegen höchstens bei 100fb^{-1} pro Jahr. Damit hätte man mit etwa 10 Ereignissen pro Jahr zu rechnen. Deshalb ist die assoziierte Erzeugung von $H^{\pm}$ und $W^{\mp}$ zum Nachweis des geladenen Higgs-Bosons an einem hochenergetischen e^+e^--

[6] In der Diskussion der Ergebnisse addieren wir die Wirkungsquerschnitte der Prozesse mit umgekehrten Ladungen. Diese sind in den betrachteten Modellen gleich groß.

Collider nur sehr bedingt tauglich. Andererseits machen die starken Abhängigkeiten von den MSSM-Parametern diesen Schleifen-induzierten Prozeß bedonders interessant, weil er prinzipiell sehr gut geignet ist um Modell-Parameter des MSSM zu messen oder einzuschränken.

Es bleibt zu erwähnen, daß günstig polarisierte Elektron- und Positron-Strahlen, den Wirkungsquerschnitt nahezu vervierfachen können.

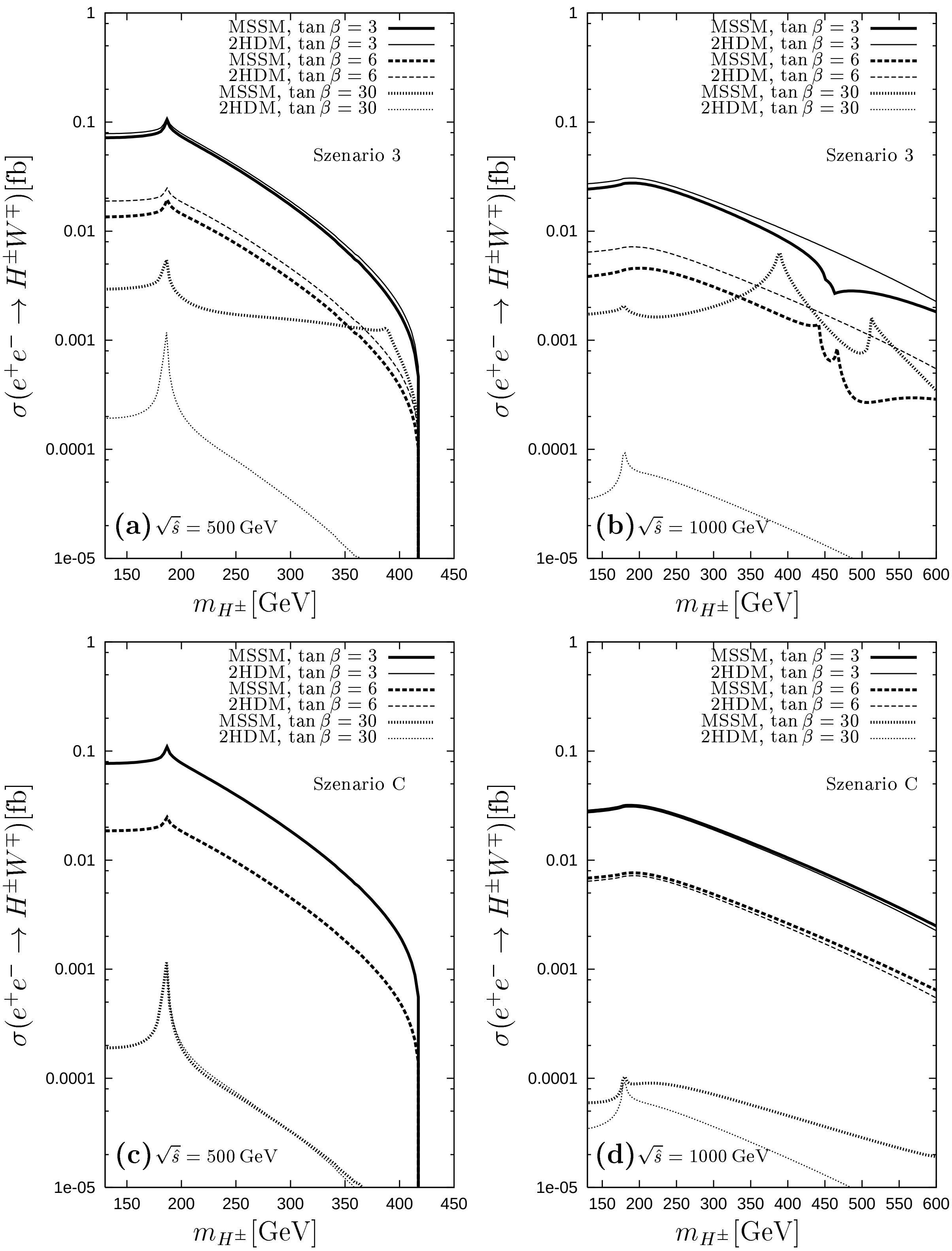


Abbildung 8.5: Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von $m_{H^{\pm}}$ für die Prozesse $e^+e^- \to H^{\pm}W^{\mp}$ im Rahmen des MSSM für das Szenario 3 (maximale Top-Squark-Mischung) und C (keine Top-Squark-Mischung) (Anhang A.2) im Vergleich zur Vorhersage des Typ-II-2HDM mit MSSM-Parameter-Werten. Die Teilbilder (a) und (c) zeigen Vorhersagen für $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\text{GeV}$, (b) und (d) für $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\text{GeV}$.

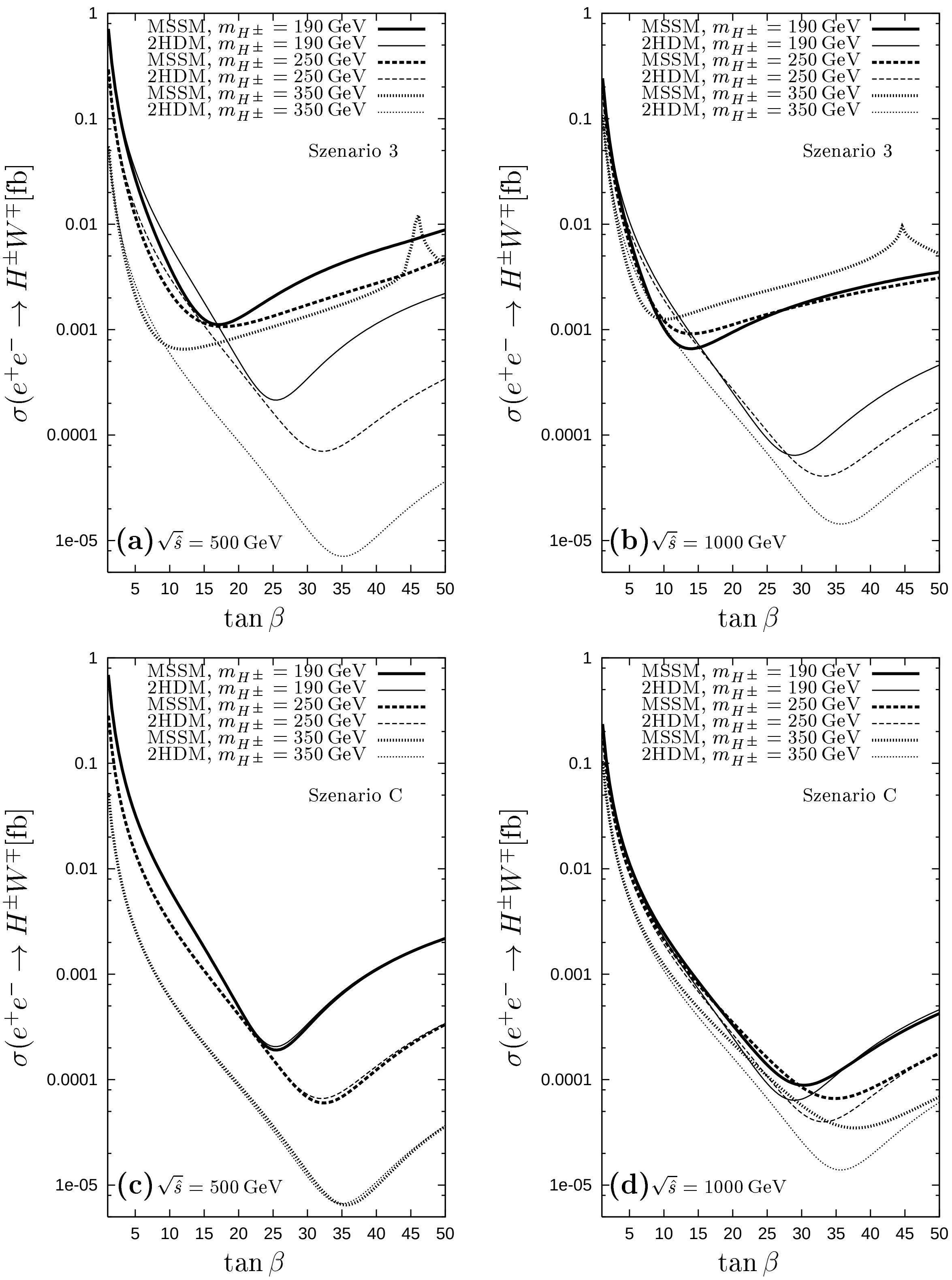


Abbildung 8.6: Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von $\tan\beta$ für die Prozesse $e^+e^- \to H^\pm W^\mp$ im Rahmen des MSSM für das Szenario 3 (maximale Top-Squark-Mischung) und C (keine Top-Squark-Mischung) (siehe Anhang A.2) im Vergleich zur Vorhersage des Typ-II-2HDM mit MSSM-Parameter-Werten. Die Teilbilder (a) und (c) zeigen Vorhersagen für $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$, (b) und (d) für $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,\mathrm{GeV}$.

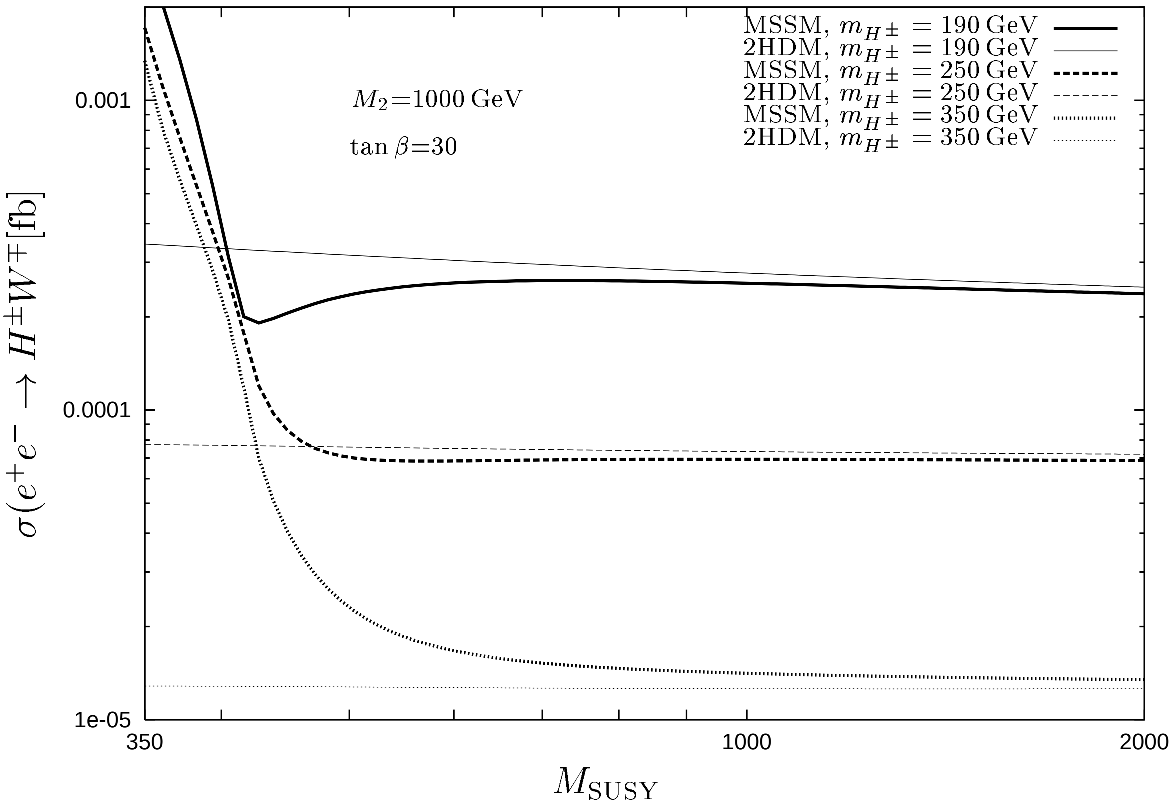


Abbildung 8.7: Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von M_{SUSY} für die Prozesse $e^+e^- \to H^{\pm}W^{\mp}$ im Rahmen des MSSM ausgehend von Szenario 3 (siehe Anhang A) am linken Rand der Abbildung für $\sqrt{\hat{s}} = 500\,\mathrm{GeV}$.

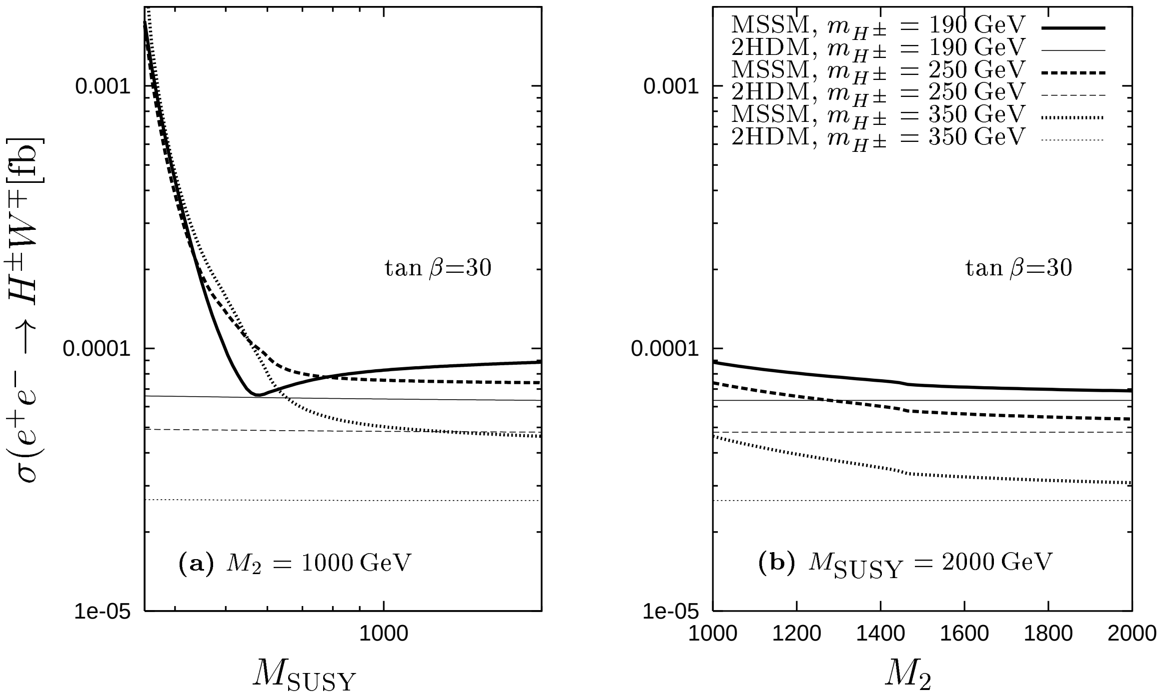


Abbildung 8.8: Wirkungsquerschnitt für die Prozesse $e^+e^- \to H^\pm W^\mp$ im Rahmen des MSSM ausgehend von Szenario 3 (siehe Anhang A) am linken Rand von Teilbild (a) für $\sqrt{\hat{s}} = 1000\,$GeV. Teilbild (a) zeigt die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von der Sfermion-Massenskala $M_{\rm SUSY}$ für $M_2 = 1000\,$GeV und Teilbild (b) die Abhängigkeit vom Gaugino-Massenparameter M_2 für $M_{\rm SUSY} = 2000\,$GeV.

Teil IV

Zusammenfassung

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Vorhersagen der Wirkungsquerschnitte mehrerer Higgs-Erzeugungsprozesse berechnet und diskutiert, deren Amplituden (zum Teil effektiv) auf dem Einschleifen-Niveau induziert sind. Die Berechnung und Diskussion wird für alle Prozesse im Rahmen des minimal supersymmetrischen Standardmodells (MSSM) durchgeführt und zusätzlich entweder im Rahmen des allgemeinen Zwei-Higgs-Dublett-Modells (2HDM) oder auch des Standardmodells. Die Arbeit besteht aus zwei Hauptteilen. Der erste Teil beschäftigt sich mit zwei Higgs-Boson-Erzeugungsprozessen an Hadron-Collidern und stellt numerische Ergebnisse für den LHC vor. Der zweite Teil behandelt einen Higgs-Boson-Erzeugungsprozeß an einem hochenergetischen Elektron-Positron-Collider.

Ein Beitrag zur Erzeugung eines geladenen Higgs-Bosons ist die assoziierte Produktion geladener Higgs-Teilchen $H^\pm$ in Verbindung mit einem elektroschwachen Eichboson $W^\mp$. Wir untersuchen diesen Prozeß im Rahmen des MSSM und 2HDM. Dazu werden die beitragenden partonischen Prozesse, Gluon-Fusion ($gg \to W^\pm H^\mp$) und $b\bar{b}$-Vernichtung ($b\bar{b} \to W^\pm H^\mp$) in jeweils führender Ordnung berechnet und numerisch mit den entsprechenden Partonverteilungsfunktionen gefaltet.

Im MSSM untersuchen wir Parameter-Szenarien, die mit allen bisher negativ verlaufenen Suchen nach Higgs-Teilchen und Superpartnern der Standardmodell-Teilchen und weiteren theoretischen Stabilitätsschranken im Einklang stehen. Die Effekte durch virtuelle Squarks im Gluon-Fusions-Prozeß können sehr groß sein. In den untersuchten Szenarien ohne Mischung im Top-Squark-Sektor können sie den hadronischen Wirkungsquerschnitt durch Gluon-Fusion bis zu etwa 40% erhöhen. Die untersuchten Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung dagegen, können sogar zur völligen Dominanz der Squark-Amplituden führen und zu einer Erhöhung des Gluon-Fusions-Beitrags zum hadronischen Wirkungsquerschnitt um mehr als eine Größenordnung in weiten Bereichen von $\tan\beta$ führen.

Im 2HDM ergibt sich eine noch größere Bandbreite an möglichen Werten für den Wirkungsquerschnitt. Er kann im betrachteten Szenario bis zu einem Faktor 400 größer sein als der MSSM-Referenz-Fall.

Der Prozeß $gg \to W^\pm H^\mp$ ist beeinflußt von virtuellen Farb-geladenen Teilchen, die stark an Higgs-Teilchen koppeln (Quarks im 2HDM, Quarks und Squarks im MSSM) und ist stark abhängig vom Higgs-Massenspektrum des zugrundeliegenden Modells. Damit ergeben sich Möglichkeiten, das MSSM vom 2HDM zu unterscheiden.

Ein weiterer Prozeß an Hadron-Collidern, den wir in dieser Arbeit untersuchen, ist die Erzeugung eines neutralen Higgs-Teilchens h^0 in Verbindung mit einem harten Jet. Dieser exklusive Prozeß wird als eine Alternative bzw. Ergänzung zur Higgs-Boson-Suche mit dem Prozeß der inklusiven Einzel-Higgsboson-Erzeugung angesehen [43, 49]. Wir berechnen die bisher unbekannte Vorhersage des MSSM für diesen Higgs-Boson-Erzeugungsprozeß. Dazu werden für die effektiv Schleifen-induzierten partonischen Prozesse Gluon-Fusion ($gg \to gh^0$) und Quark-Gluon-Streuung ($gq(\bar{q}) \to q(\bar{q})h^0$) die supersymmetrischen QCD-Beiträge auf Einschleifen-Niveau berechnet. Der hadronische Wirkungsquerschnitt wird unter Berücksichtigung der kinematischen Schnitte, die ein Quark oder Gluon mit beobachtbarem und hohem Transversalimpuls im Endzustand garantieren, ermittelt.

Die Vorhersagen des MSSM diskutieren wir für die drei gängigen Benchmark-Szenarien für die Higgs-Suche bei LEP[51] mit leichten Abwandlungen (siehe Anhang A.2.2). Für eine Sfermion-Massenskala $M_{\rm SUSY}$ von 400 GeV ergeben sich große Einflüsse der Superpartner-Beiträge zum Wirkungsquerschnitt, die typischerweise von 15% Erhöhung für das Szenario „ohne Mischung“ über 27% Reduktion für das Szenario „maximales m_h“ bis 70% Reduktion für das Szenario „großes μ“ rangieren. Wenn das h^0 Standardmodell-ähnlich ist, sind die Abweichungen der MSSM-Vorhersage des jeweiligen Szenarios von der des Standardmodells in etwa von der gleichen Größe. Ansonsten können sogar Abweichungen von mehr als einer Größenordnung auftreten. Das Ergebnis demonstriert, daß für die Higgs-Suche im Rahmen des MSSM der Beitrag der Superpartner zum Wirkungsquerschnitt durchaus relevant ist, insbesondere, wenn man versucht, den Parameterbereich des MSSM experimentell einzuschränken.

Als Erzeugungsprozess des geladenen Higgs-Bosons an einem Elektron-Positron-Collider untersuchen wir die effektiv Schleifen-induzierte assoziierte Erzeugung von geladenen Higgs-Bosonen $H^\pm$ und Eichbosonen $W^\pm$. Dieser Prozeß ist der relevante Erzeugungsprozess, wenn die Schwerpunktsenergie des Colliders nicht für die Paar-Erzeugung geladener Higgs-Teilchen ausreicht. Wir berechnen den Wirkungsquerschnitt für den Prozeß im Rahmen des MSSM und 2HDM auf dem Einschleifen-Niveau. Dabei vernachlässigen wir Beiträge zur Amplitude, die für $m_e = 0$ verschwinden, gerechtfertigt durch die Kleinheit der Elektron-Masse ($m_e \ll m_W$). Obwohl Schleifen-induziert, treten in der Amplitude UV-Divergenzen in $G^\pm$–$H^\pm$– und $W^\pm$–$H^\mp$–Mischungs-Selbstenergien, $\gamma W^\pm H^\mp$– und $ZW^\pm H^\mp$–Vertex-Diagrammen auf. Für diese bestimmen wir die Counter-Terme und renormieren die Amplitude im On-Shell-Schema.

Unsere numerischen Ergebnisse für den Wirkungsquerschnitt sind für MSSM-Szenarien mit maximaler und ohne Top-Squark-Mischung berechnet und werden mit den Vorhersagen eines 2HDM mit MSSM-Werten für die Massen und Kopplungen des Higgs-Sektors verglichen. Für das Szenario mit maximaler Top-Squark-Mischung fällt die MSSM-Vohersage für den Wirkungsquerschnitt für $\tan\beta \geq 20$ ein bis zwei Größenordnungen größer aus als die 2HDM-Vorhersage. Für das Szenario ohne Top-Squark-Mischung sind die Unterschiede zwischen der MSSM- und 2HDM-Vorhersage deutlich geringer als im Szenario mit maximaler Top-Squark-Mischung. Dennoch ist in einem weiteren Bereich von $\tan\beta$ der Wirkungsquerschnitt im MSSM bis zu einem Faktor 3 größer als im 2HDM. Für eine e^+e^--Schwerpunktsenergie von 1000 GeV demonstriert das Verhalten des Wirkungsquerschnitts bei Entkopplung der Sfermionen, daß bei dieser Schwerpunktsenergie auch die Neutralino- und Chargino-Schleifen-Diagramme relevant zum Wirkungsquerschnitt beitragen.

Prinzipiell ist der untersuchte Prozeß sehr gut geeignet, um Modell-Parameter des MSSM zu messen oder einzuschränken, weil er sehr stark von ihnen abhängt.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit und darüberhinaus entstandenen Computer-Programme stehen für weitere Studien zur Verfügung.

Teil V

Anhang

Anhang A

Parameter

A.1 Standardmodell-Parameter

Die numerischen Ergebnisse in dieser Arbeit wurden mit folgenden Werten der Eingabeparameter des Standardmodells erzielt. Mit den Werten für die elektromagnetische Feinstrukturkonstante α_{em}, die Fermi-Konstante G_F und die Massen der massiven Eichbosonen m_W und m_Z aus [35],

$$\begin{aligned} \alpha_{\mathrm{em}} &= 1/137.0359895 \,, & G_F &= 1.16639 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2} \,, \\ m_Z &= 91.1882\,\mathrm{GeV} \,, & m_W &= 80.419\,\mathrm{GeV} \,, \end{aligned}$$

werden der elektroschwache Mischunswinkel θ_w und die Kopplungskonstanten e und g_I wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned} s_w^2 \equiv \sin^2\theta_w &= \frac{m_Z^2 - m_W^2}{m_Z^2} \,, & c_w^2 &= 1 - s_w^2 \,, \\ e &= \sqrt{4\pi\alpha_{\mathrm{em}}} \,, & g_I &= \frac{e}{s_w} \,. \end{aligned}$$

Für die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung $\alpha_S(m_Z)$ wurde folgender Zahlenwert verwendet:

$$\alpha_S(m_Z) = 0.11625356 \,.$$

Für die Massen der Leptonen und schweren Quarks wurden folgende Werte verwendet:

$$\begin{aligned} m_e &= 0.51099907 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{GeV} \,, & m_\mu &= 105.658389 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{GeV} \,, & m_\tau &= 1777 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{GeV} \,, \\ m_t &= 174.3\,\mathrm{GeV} & m_b &= 4.7\,\mathrm{GeV} \end{aligned}$$

Die CKM-Matrix wurde überall als Einheitsmatrix genähert.

A.2 Parameterszenarien im MSSM

A.2.1 Szenarien für $H^{\pm}$-Erzeugung

Die gewählten Parameterszenarien im MSSM finden sich in Tabelle A.1 bezeichnet mit A,B und C und in Tabelle A.2, bezeichnet mit 1,2 und 3. Sie erfüllen alle Schranken an direkte Suchen nach Higgs-Teilchen und Superpartnern, d.h. die Massen für Higgs-Teilchen (h^0, A^0), Sleptonen ($\tilde{l}$), Squarks der ersten beiden Generationen ($\tilde{\mathrm{q}}$), Squarks der dritten Generation (Top-Squarks ($\tilde{\mathrm{t}}$) und Bottom-Squarks ($\tilde{\mathrm{b}}$)), Charginos ($\chi^{\pm}$) und Neutralinos (χ^0) in unseren Szenarien liegen zum Teil deutlich über der jeweiligen experimentellen Unterschranke [35]:

$$
\begin{aligned}
m_{h^0} &> 91\,\mathrm{GeV}\,, & m_{A^0} &> 91\,\mathrm{GeV}\,,\\
m_{\tilde{\mathrm{t}}} &> 90\,\mathrm{GeV}\,, & m_{\tilde{\mathrm{b}}} &> 90\,\mathrm{GeV}\,,\\
m_{\tilde{\mathrm{q}}} &> 200\,\mathrm{GeV}\,, & m_{\tilde{l}} &> 70\,\mathrm{GeV}\,,\\
m_{\chi^{\pm}} &> 90\,\mathrm{GeV}\,, & m_{\chi^0} &> 30\,\mathrm{GeV}\,,\\
m_{\tilde{g}} &> 175\,\mathrm{GeV}\,. & &
\end{aligned}
$$

Darüberhinaus bleiben die Beiträge zum elektroschwachen ρ-Parameter [54] deutlich innerhalb der Schranken an Nicht-Standardmodell-Beiträge, für die wir das experimentelle Ein-Sigma-Vertrauensintervall für $\Delta\rho$ ($^{+0.0023}_{-0.0014}$, [35]) benutzen. Weiterhin wurde überprüft, daß alle betrachteten Szenarien nicht auf ein Minimum des skalaren Potentials des MSSM mit nicht-trivialen Ladungs- oder Farb-Quantenzahlen führen [68]. Konkret wurde nachgewiesen, daß die Szenarien im betrachteten $\tan\beta$-Bereich ($3 \leq \tan\beta \leq 50$ für Szenario 1,2,3 und $6 \leq \tan\beta \leq 50$ für Szenario A,B,C) die Ungleichungen

$$|A_t|^2 \leq 3(M_{\tilde{Q}}^2 + m_t^2 + \mu^2) \tag{A.1}$$

$$|A_b|^2 \leq 3(M_{\tilde{Q}}^2 + \mu^2) \tag{A.2}$$

erfüllen. Der Einfachheit halber wurde $A_b = 0$ gewählt, womit die Ungleichung (A.2) keine Einschränkung an die anderen Parameter darstellt. Ungleichung (A.1) ist aber eine echte Einschränkung und überdies in unseren Szenarien $\tan\beta$-abhängig, weil wir das Nebendiagonalelement in der Top-Squark-Massenmatrix ($X_t = A_t - \mu\cot\beta$) festhalten.

Betrachtet man die Szenarien 1 bis 3 und A bis C mit variablem μ und betrachtet die Abhängigkeit der Superpartnermassen von μ und $\tan\beta$, so zeigt sich, daß sowohl mit steigendem μ als auch mit steigendem $\tan\beta$ die Masse des leichteren Bottom-Squarks $m_{\tilde{\mathrm{b}}_1}$ abnimmt. Andererseits nimmt die Masse des leichteren Charginos $m_{\chi_1^{\pm}}$ mit fallendem μ ab und ist praktisch unabhängig von $\tan\beta$. Der Wert von μ wurde nun so gewählt, daß einerseits $m_{\chi_1^{\pm}}$ mindestens 50 GeV über der experimentellen Unterschranke von etwa 100 GeV liegt und andererseits $m_{\tilde{\mathrm{b}}_1}$ auf dem gesamten untersuchten $\tan\beta$-Bereich von 1 bis 50 mehr als 80 GeV oberhalb der experimentellen Unterschranke von etwa 90 GeV bleibt.

In allen Szenarien ist der Supersymmetrie-brechende Massenparameter für die Gauginos der Isospin-Eichgruppe $M_2 = 1000\,\mathrm{GeV}$. Die Massenparameter der Gauginos der

	Szenario A			**Szenario B**			**Szenario C**		
M_{SUSY} [GeV]	250			300			350		
X_t [GeV]	0			0			0		
μ [GeV]	150			200			300		
$\tan\beta$	3	6	30	3	6	30	3	6	30
$m_{\tilde{t}_1}$ [GeV]	301	300	300	344	343	343	388	387	387
$m_{\tilde{t}_2}$ [GeV]	303	303	303	346	345	345	390	390	389
$m_{\tilde{b}_1}$ [GeV]	249	245	208	298	294	253	350	348	332
$m_{\tilde{b}_2}$ [GeV]	258	262	293	308	313	347	355	357	373
$m_{h^0}^{\max}$ [GeV]	93.7			101.7			103.2		

Tabelle A.1: Wahl des Sfermion-Massenparameters $M_{\text{SUSY}} = M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}}$, des Mischungsparameters im Top-Squark-Sektor X_t und des supersymmetrischen Higgs-Massenparameters μ für die Szenarien ohne Top-Squark-Mischung und das resultierende Spektrum der dritten Generation von Squarks für $\tan\beta = 3, 6$ und 30. Zusätzlich ist jeweils der Maximalwert für die Masse des leichten CP-geraden Higgs $m_{h^0}^{\max}$ angegeben. Für alle Szenarien gilt: $A_q = 0$ $(q = u, d, c, s, b)$, und $M_2 = 1000\,\text{GeV}$. M_1 und M_3 sind über die GUT-Relationen (A.3) festgelegt.

	Szenario 1			**Szenario 2**			**Szenario 3**		
M_{SUSY} [GeV]	250			300			350		
X_t [GeV]	-464			-620			-806		
μ [GeV]	150			200			300		
$\tan\beta$	3	6	30	3	6	30	3	6	30
$m_{\tilde{t}_1}$ [GeV]	102	100	100	103	102	101	104	102	102
$m_{\tilde{t}_2}$ [GeV]	415	415	414	476	476	476	540	540	540
$m_{\tilde{b}_1}$ [GeV]	249	245	208	298	294	253	346	340	287
$m_{\tilde{b}_2}$ [GeV]	258	263	293	308	313	347	359	365	409
$m_{h^0}^{\max}$ [GeV]	117			122			125		

Tabelle A.2: Wahl des Sfermion-Massenparameters $M_{\text{SUSY}} = M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}}$, des Mischungsparameters im Top-Squark-Sektor X_t und des supersymmetrischen Higgs-Massenparameters μ für die Szenarien mit maximaler Top-Squark-Mischung und das resultierende Spektrum der dritten Generation von Squarks für $\tan\beta = 3, 6$ und 30. Zusätzlich ist jeweils der Maximalwert für die Masse des leichten CP-geraden Higgs $m_{h^0}^{\max}$ angegeben. Für alle Szenarien gilt: $A_q = 0$ $(q = u, d, c, s, b)$, und $M_2 = 1000\,\text{GeV}$. M_1 und M_3 sind über die GUT-Relationen (A.3) festgelegt.

Hyperladungs-Gruppe, M_1, und der SU(3), M_3, werden der Einfachheit halber nicht als freie Parameter betrachtet sondern über GUT-Relationen mit M_2 in Beziehung gesetzt:

$$M_1 = \frac{5}{3}\frac{s_w^2}{c_w^2} M_2 \,, \qquad\qquad M_3 = \frac{\alpha_S^{\overline{\mathrm{MS}}}(\mu_R)}{\alpha_{\mathrm{em}}^{\overline{\mathrm{MS}}}(\mu_R)} s_w^2 M_2 \,. \tag{A.3}$$

Dabei wählen wir die Renormierungs-Skala μ_R in Berechnungen von Wirkungsquerschnitten immer als die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ des betrachteten Prozesses.

Es sollte nicht unerwähnt bleiben, daß in den gewählten Szenarien (1,2,3,A,B und C) der Zerfall $\tilde{\mathrm{b}}_1 \to t\chi^-$ kinematisch nicht erlaubt ist. Damit liegt die Zerfallsbreite des leichteren Bottom-Squarks ($\tilde{\mathrm{b}}_1$) in der Gößenordnung 0.01 GeV und ist damit sehr klein gegenüber seiner Masse [41].

A.2.2 Standardszenarien für h^0-Erzeugung

In unserer Diskussion der Erzeugung des leichtesten neutralen Higgs-Bosons h^0 in Verbindung mit einem harten Jet im Rahmen des MSSM (Kapitel 7) bietet es sich an, die für die MSSM-Higgs-Suche am LEP-Beschleuniger häufig benutzten drei Benchmark-Szenarien [51] zu verwenden. Da wir das Szenario mit großem Wert für μ abwandeln und die Skala der Squark-Massen M_{SUSY} variabel halten, wollen wir die drei Szenarien, wie wir sie hier verwenden, kurz zusammenfassen.

Szenario „ohne Mischung“ (no mixing scenario): vgl. Gl. (4.22)), Der Term X_t in den Nebendiagonalen der Top-Squark-Mischungsmatrix ist Null ($X_t = A_t - \mu\tan\beta \equiv 0$), was zu einem lokalen Minimum der Higgs-Masse m_h als Funktion von X_t korrespondiert [53]. Der supersymmetrische Higgs-Massenparameter μ wird auf -200 GeV gesetzt, der Gaugino-Massenparameter zu $M_2 = 200$ GeV und der Gluino-Massenparameter zu $M_{\tilde{g}} = 800$ GeV gewählt. Die angenommenen Werte der anderen Soft-Brechungs-Parameter sind: $A_b = A_t$, und $A_q = 0$ für die ersten beiden Generationen von Squarks.

Szenario „maximales m_h“ (m_h^{max} scenario): X_t wird auf $2M_{\mathrm{SUSY}}$ gesetzt, wobei $M_{\mathrm{SUSY}} = M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}}$ die einheitlich gewählte Sfermion-Masenskala ist. Diese Wahl von X_t garantiert in der Zwei-Schleifen-Berechnug von m_h [53], die wir in unseren numerischen Berechnungen verwenden, daß das leichte Higgs-Teilchen ein Maximum bezüglich X_t annimmt. Gleichzeitig bewirkt die hier getroffene Wahl von X_t, daß es im Top-Squark-Sektor zu maximaler Mischung kommt, d.h. die Einträge der Drehmatrix, welche die Top-Squark-Massenmatrix diagonalisiert, sind alle vom gleichen Betrag.

Szenario „großes μ“ (large μ scenario) : Die Schlüssel-Eigenschaft dieses Szenarios ist der relativ große Wert von μ (= 1000 GeV), der zu starken Strahlungskorrekturen zur Yukawa-Kopplung des Bottom-Quarks an das Higgs führt. Abhängig vom Vorzeichen von μ ist Verstärkung ($\mu < 0$) oder Abschwächung ($\mu > 0$) dieser Kopplung möglich, was z. B. zu einer Verstärkung oder Abschwächung des Verzweigungsverhältnisses für den Zerfall des Higgs-Bosons in $b\bar{b}$-Paare führt. In Abänderung des ursprünglichen Szenarios [51] setzen wir $X_t = -900$, was eine höhere maximale Higgs-Masse von etwa 124 GeV ergibt. Die maximale Higgs-Masse des ursprünglichen Szenerios war 107 GeV. Wir wählen für die Masse des Bottom-Quarks die laufende Masse an der Skala der Top-Masse ($m_b = m_b(m_t) = 3\,\mathrm{GeV}$) um führende QCD-Korrekturen höherer Ordnung in der Higgs-Massen-Berechnung zu absorbieren [51]. Die anderen Parameter wählen wir wie folgt: $A_q = 0$ ($q = u, d, s, c, b$), $M_2 = 200\,\mathrm{GeV}$ und $M_{\tilde{g}} = 400\,\mathrm{GeV}$.

In allen Szenarien wird $M_{\mathrm{SUSY}} = M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}}$ als variabler Parameter betrachtet.

A.3 Parameterszenarien im 2HDM

Wir berücksichtigen bei unser Wahl der Szenarien im Zwei-Higgs-Dublett-Modell im wesentlichen zwei Einschränkungen. Erstens akzeptieren wir nur Szenarien, deren zusätzlicher Beitrag $\Delta\rho_{\mathrm{2HDM}}$ zum elektroschwachen ρ-Parameter innerhalb einer Standardabweichung kompatibel ist mit dem Ergebnis $\rho_{\mathrm{Fit}} = 1.0012^{+0.0023}_{-0.0014}$ eines globalen Fits (Erler und Langacker in [35]) an die elektroschwachen Observablen des Standardmodells:

$$-0.0014 \leq \Delta\rho_{\mathrm{2HDM}} \leq +0.0023\,. \tag{A.4}$$

Dabei verwenden wir für die zusätzlichen Einschleifenkorrekturen zu $\Delta\rho$ des 2HDM-Higgs-Sektors, wie sie z.B. in [27, 69] angegeben werden:

$$\begin{aligned}\Delta\rho_{\mathrm{2HDM}} = \frac{\alpha_{\mathrm{em}}}{16\pi \sin^2\theta_W m_W^2} \Bigg[&\cos^2(\beta-\alpha)\Big(f(m_{H_3^0}, m_{H^\pm}) + f(m_{H^\pm}, m_{H_2^0}) - f(m_{H_3^0}, m_{H_2^0})\Big) \\ &+ \sin^2(\beta-\alpha)\Big(f(m_{H_3^0}, m_{H^\pm}) + f(m_{H^\pm}, m_{H_1^0}) - f(m_{H_3^0}, m_{H_1^0})\Big)\Bigg] \\ &+ \cos^2(\beta-\alpha)\Delta\rho_{\mathrm{SM}}(m_{H_1^0}) + \sin^2(\beta-\alpha)\Delta\rho_{\mathrm{SM}}(m_{H_2^0}) - \Delta\rho_{\mathrm{SM}}(m_H^{\mathrm{SM}})\end{aligned} \tag{A.5}$$

mit

$$f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{2} - \frac{x^2y^2}{x^2-y^2}\log\frac{x^2}{y^2} \tag{A.6}$$

und

$$\Delta\rho_{\mathrm{SM}}(m) = \frac{3\alpha_{\mathrm{em}}}{16\pi\sin^2\theta_W m_W^2}\Big[f(m, m_Z) - f(m, m_W)\Big] - \frac{\alpha_{\mathrm{em}}}{8\pi\cos^2\theta_W}\,. \tag{A.7}$$

Für den Wert der Standardmodell-Higgs-Masse m_H^{SM} setzen wir die aktuelle Ausschlußchranke von etwa 114 GeV [35] ein.

Als zweite Einschränkung berücksichtigen wir, daß die gewählten 2HDM-Parameter keine Verletzung der Unitarität auf Born-Niveau hervorrufen. Solche Einschränkungen bekommt man z.B., wenn man das Hochenergieverhalten der Streuquerschnitte longitudinal polarisierter massiver Vektorbosonen und Higgs-Bosonen betrachtet und fordert, daß die S-Wellen-Streuquerschnitte auf Born-Niveau nicht das von der Unitarität vorgegebene Maximum überschreiten [70, 71]. Wir verwenden hier eine vereinfachte Bedingung [62] an die trilinearen Higgs-Kopplungen $g[HH'H'']$:

$$g[HH'H''] < \frac{3g_I}{2m_W}(1\,\mathrm{TeV})^2\ . \tag{A.8}$$

Dabei stehen H, H' und H'' für irgendwelche Higgs- bzw. Goldstone-Bosonen des 2HDM ($H_1^0, H_2^0, H_3^0, H^\pm, G^0, G^\pm$).

Anhang B

Einschleifen-Integrale

B.1 Skalare Einschleifen-Integrale

Im folgenden sind alle skalaren n-Punkt-Funktionen zusammengestellt, die in Rechnungen für Prozesse mit vier äußeren ein- oder auslaufenden Teilchen auf Einschleifen-Niveau auftreten können. Die Polstruktur betreffend wird implizit vorausgesetzt, daß die Propagatornenner im Integranden immer einen kleinen positiven Imaginärteil ϵ haben, der erst nach Ausführung der Integration Null gesetzt wird. Will man diese Imaginärteile explizit anschreiben, so genügt es in den folgenden Formeln überall die Massen m_k^2 durch $m_k^2 - i\epsilon$ zu ersetzen.

Skalare 1-Punkt-Funktion

Definition

$$A_0(m) = \frac{16\pi^2}{i} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int d^D k \, \frac{1}{[k^2 - m^2]} \quad . \tag{B.1}$$

Pol-Entwicklung

Die Entwicklung des dimensional regularisierten Integralausdrucks für $A_0(m)$ mit der verallgemeinerten Raumdimension $D = 4 - \varepsilon$ um $\varepsilon = 0$ ergibt:

$$A_0(m) = m^2 \Big(\Delta + \ln \frac{\mu^2}{m^2} + 1 \Big) \; + \mathcal{O}(\varepsilon) \quad , \tag{B.2}$$

mit

$$\Delta = \frac{2}{\varepsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi \quad . \tag{B.3}$$

Dabei ist γ_E die als Euler-Konstante bekannte Zahl, die der Ableitung der Gammafunktion $\Gamma(x)$ im Punkt $x = 1$ bis auf das Vorzeichen entspricht:

$$\gamma_E = -\Gamma'(1) = 0.577\ldots \quad . \tag{B.4}$$

Skalare 2-Punkt-Funktion

Definition

$$B_0(p^2, m_1, m_2) = \frac{16\pi^2}{i} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int d^D k \; \frac{1}{[k^2 - m_1^2]\,[(k+p)^2 - m_2^2]} \quad . \tag{B.5}$$

Pol-Entwicklung

Die Entwicklung des dimensional regularisierten Integralausdrucks für $B_0(p^2, m_1, m_2)$ mit der verallgemeinerten Raumdimension $D = 4 - \varepsilon$ um $\varepsilon = 0$ ergibt:

$$B_0(p^2, m_1, m_2) = \Delta - \int_0^1 dx \;\ln \frac{p^2 x^2 - x(p^2 + m_1^2 - m_2^2) + m_1^2}{\mu^2} + \mathcal{O}(\varepsilon) \quad . \tag{B.6}$$

Dabei ist Δ wie in Gleichung (B.3) definiert.

Skalare 3-Punkt-Funktion

Definition

$$\begin{aligned} &C_0(p_1^2, p_2^2, (p_1+p_2)^2, m_1, m_2, m_3) = \\ &\qquad \frac{16\pi^2}{i} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int d^D k \; \frac{1}{[k^2 - m_1^2]\,[(k+p_1)^2 - m_2^2]\,[(k+p_1+p_2)^2 - m_3^2]} \quad . \end{aligned} \tag{B.7}$$

Die C_0-Funktion ist UV-endlich.

Skalare 4-Punkt-Funktion

Definition

$$\begin{aligned} &D_0(p_1^2, p_2^2, p_3^2, (p_1+p_2)^2, (p_1+p_3)^2, (p_2+p_3)^2, m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{16\pi^2}{i} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \int d^D k \;\cdot \\ &\quad \cdot \frac{1}{[k^2 - m_1^2]\,[(k+p_1)^2 - m_2^2]\,[(k+p_1+p_2)^2 - m_3^2]\,[(k+p_1+p_2+p_3)^2 - m_4^2]} \quad . \end{aligned} \tag{B.8}$$

Die D_0-Funktion ist UV-endlich.

Analytische Ausdrücke für die skalaren 1-,2-,3- und 4-Punkt-Funktionen im allgemeinen Fall wurden erstmals von 't Hooft und Veltman [72] angegeben. Ein kompakterer Ausdruck für die skalare 4-Punkt-Funktion wurde von Denner et al. [73] abgeleitet.

B.2 Tensorintegrale

Definition

Die hier verwendete Definition des N-Punkt Tensorintegrals p-ter Stufe ist analog zu Passarino und Veltman [40], allerdings wird hier die Minkowski-Metrik $g^{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$ verwendet. Damit ist die Tensorzerlegung identisch mit der von Aeppli [74] und der Implementierung im FORTRAN-Programm AAFF, die eine Erweiterung der Progammbibliothek FF von van Oldenborgh darstellt [23].

$$X^N_{\mu_1,\dots,\mu_p} = \frac{16\pi^2}{i}\frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D}\int d^Dq \frac{q_{\mu_1}\cdots q_{\mu_p}}{Q_1\cdots Q_N} \quad , \tag{B.9}$$

mit

$$\begin{aligned} Q_1 &= q^2 - m_1^2 + i\varepsilon \\ Q_i &= (q+p_1+\cdots+p_{i-1})^2 - m_i^2 + i\varepsilon \qquad i=2,\dots,N \\ &. \end{aligned}$$

Tensorkoeffizienten

Die oben definierten Tensorintegrale sind total symmetrisch unter Vertauschungen ihrer Lorentz-Indizes. Aus diesem Grund sind sie als Linearkombinationen symmetrischer Lorentz-Tensoren darstellbar. Als solche kommen nur Kombinationen aus den auftretenden äußeren Vierervektoren und der Metrik $g^{\mu\nu}$, die total symmetrisch in den Lorentz-Indizes sind, in Frage. Die folgenden Zerlegungen sind als Definition der skalaren Tensorkoeffizineten zu verstehen.

$$\begin{aligned}
X^2_\mu &= B_\mu &&= p_{1\mu}B_{11} \quad . \\
X^2_{\mu\nu} &= B_{\mu\nu} &&= p_{1\mu}p_{1\nu}B_{21} + g_{\mu\nu}B_{22} \quad . \\
X^3_\mu &= C_\mu &&= p_{1\mu}C_{11} + p_{2\mu}C_{12} \quad . \\
X^3_{\mu\nu} &= C_{\mu\nu} &&= p_{1\mu}p_{1\nu}C_{21} + p_{2\mu}p_{2\nu}C_{22} + \{p_1p_2\}_{\mu\nu}C_{23} + g_{\mu\nu}C_{24} \quad . \\
X^3_{\mu\nu\rho} &= C_{\mu\nu\rho} &&= p_{1\mu}p_{1\nu}p_{1\rho}C_{31} + p_{2\mu}p_{2\nu}p_{2\rho}C_{32} \\
& && \quad +\{p_1p_1p_2\}_{\mu\nu\rho}C_{33} + \{p_1p_2p_2\}_{\mu\nu\rho}C_{34} \\
& && \quad +\{p_1g\}_{\mu\nu\rho}C_{35} + \{p_2g\}_{\mu\nu\rho}C_{36} \quad .
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
X^4_\mu &= D_\mu &&= p_{1\mu}D_{11} + p_{2\mu}D_{12} + p_{3\mu}D_{13} \quad . \\
X^4_{\mu\nu} &= D_{\mu\nu} &&= p_{1\mu}p_{1\nu}D_{21} + p_{2\mu}p_{2\nu}D_{22} + p_{3\mu}p_{3\nu}D_{23} \\
&&& +\{p_1p_2\}_{\mu\nu}D_{24} + \{p_1p_3\}_{\mu\nu}D_{25} + \{p_2p_3\}_{\mu\nu}D_{26} \\
&&& +g_{\mu\nu}D_{27} \\
X^4_{\mu\nu\rho} &= D_{\mu\nu\rho} &&= p_{1\mu}p_{1\nu}p_{1\rho}D_{31} + p_{2\mu}p_{2\nu}p_{2\rho}D_{32} + p_{3\mu}p_{3\nu}p_{3\rho}D_{33} \\
&&& +\{p_1p_1p_2\}_{\mu\nu\rho}D_{34} + \{p_1p_1p_3\}_{\mu\nu\rho}D_{35} + \{p_1p_2p_2\}_{\mu\nu\rho}D_{36} \\
&&& +\{p_1p_3p_3\}_{\mu\nu\rho}D_{37} + \{p_2p_2p_3\}_{\mu\nu\rho}D_{38} + \{p_2p_3p_3\}_{\mu\nu\rho}D_{39} \\
&&& +\{p_1p_2p_3\}_{\mu\nu\rho}D_{310} \\
&&& +\{p_1g\}_{\mu\nu\rho}D_{311} + \{p_2g\}_{\mu\nu\rho}D_{312} + \{p_3g\}_{\mu\nu\rho}D_{313} \quad .
\end{aligned}
$$

Dabei ist

$$
\begin{aligned}
\{pk\}_{\mu\nu} &= p_\mu k_\nu + p_\nu k_\mu \quad , \\
\{ppk\}_{\mu\nu\rho} &= p_\mu p_\nu k_\rho + p_\nu p_\rho k_\mu + p_\rho p_\mu k_\nu \quad , \\
\{pg\}_{\mu\nu\rho} &= p_\mu g_{\nu\rho} + p_\nu g_{\rho\mu} + p_\rho g_{\mu\nu} \quad , \\
\{pkl\}_{\mu\nu\rho} &= p_\mu k_\nu l_\rho + p_\nu k_\rho l_\mu + p_\rho k_\mu l_\nu + p_\nu k_\mu l_\rho + p_\mu k_\rho l_\nu + p_\rho k_\nu l_\mu \quad .
\end{aligned}
$$

Rückführung der Tensorkoeffizienten auf skalare Integrale

B-Funktionen

Tensor 1. Stufe (B_μ) :

Falls $p_1^2 \neq 0$:

$$p_1^\mu B_\mu(p_1, m_1, m_2) = p_1^2 B_{11}(p_1, m_1, m_2) \quad .$$

Also erhält man:

$$B_{11}(p_1, m_1, m_2) = \frac{1}{2p_1^2}[A(m_1) - A(m_2) + f_1 B_0(p_1, m_1, m_2)] \quad , \tag{B.10}$$

mit

$$f_1 = -p_1^2 + m_2^2 - m_1^2 \quad .$$

Tensor 2. Stufe ($B_{\mu\nu}$) :

$$
\begin{aligned}
B_{21} &= \frac{1}{(D-1)p_1^4}(-p_1^2 B^\mu_\mu + D B_{\mu\nu} p_1^\mu p_1^\nu) \quad . \\
B_{22} &= \frac{1}{(D-1)p_1^4}(p_1^4 B^\mu_\mu - p_1^2 B_{\mu\nu} p_1^\mu p_1^\nu) \quad .
\end{aligned}
$$

Für $D = 4 - \varepsilon$ und bei Vernachlässigung aller Terme $\sim \varepsilon$ oder von höherer Potenz in ε erhält man [1]

$$B_{21} = \frac{1}{3p_1^2}[A(m_2) - m_1^2 B_0 + 2f_1 B_{11} - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{p_1^2}{6}] \ , \tag{B.11}$$

$$B_{22} = \frac{1}{6}[A(m_2) + 2m_1^2 B_0 - f_1 B_{11} + m_1^2 + m_2^2 - \frac{p_1^2}{3}] \ . \tag{B.12}$$

C-Funktionen

Tensor 1. Stufe (C_μ) :

Mit der kinematischen Matrix

$$S_3 = \begin{pmatrix} p_1^2 & p_1p_2 \\ p_1p_2 & p_2^2 \end{pmatrix}$$

und der Voraussetzung $\det S_3 \neq 0$ hat man

$$S_3^{-1} = \frac{1}{\det S_3} \begin{pmatrix} p_2^2 & -p_1p_2 \\ -p_1p_2 & p_1^2 \end{pmatrix} \ ,$$

und damit gilt:

$$\begin{pmatrix} C_{11} \\ C_{12} \end{pmatrix} = S_3^{-1} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} \ , \tag{B.13}$$

mit

$$R_1 = \frac{1}{2}[B_0(2) - B_0(1) + f_1 C_0] \ , \qquad R_2 = \frac{1}{2}[B_0(3) - B_0(2) + f_2 C_0] \ .$$

Dabei ist

$$B_0(n) = V \int d^Dq \frac{Q_n}{Q_1Q_2Q_3} \ , \quad n \in \{1,2,3\} \quad \text{mit} \quad V = \frac{16\pi^2}{i} \frac{\mu^{4-D}}{(2\pi)^D} \ .$$

Tensor 2. Stufe:

Falls $\det S_3 \neq 0$, gilt:

$$C_{24} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}[f_1 C_{11} + f_2 C_{12} - B_0(1)] + \frac{1}{2} m_1^2 C_0 \ , \tag{B.14}$$

$$\begin{pmatrix} C_{21} \\ C_{23} \end{pmatrix} = S_3^{-1} \begin{pmatrix} R_3 - C_{24} \\ R_4 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} C_{23} \\ C_{22} \end{pmatrix} = S_3^{-1} \begin{pmatrix} R_5 \\ R_6 - C_{24} \end{pmatrix} \ , \tag{B.15}$$

[1] Die Impuls- und Massenargumente der Tensorkoeffizienten und skalaren Funktionen sind die kanonischen (siehe Definition in Anhang B.1) und werden deshalb nicht ausgeschrieben.

mit

$$R_3 = \frac{1}{2}[B_{11}(2) + B_0(1) + f_1 C_{11}] \ , \qquad R_4 = \frac{1}{2}[B_{11}(3) - B_{11}(2) + f_2 C_{11}] \ ,$$
$$R_5 = \frac{1}{2}[B_{11}(2) - B_{11}(1) + f_1 C_{12}] \ , \qquad R_6 = \frac{1}{2}[-B_{11}(2) + f_2 C_{12}]$$

und

$$f_1 = -p_1^2 + m_2^2 - m_1^2 \ , \qquad f_2 = -2p_1p_2 - p_2^2 + m_3^2 - m_2^2 \ .$$

Die Zahl n im Argument einiger B-Funktionen gibt die Entstehungsweise durch Kürzen des entsprechenden Nenners Q_n an. Insbesondere ist:

$$B_\mu(n) = V \int d^D q \frac{q_\mu Q_n}{Q_1 Q_2 Q_3} = \begin{cases} \overset{q\to q-p_1}{=} & p_{2\mu} B_{11}(1) - p_{1\mu} B_0(1) & , n=1 \\ = & (p_1+p_2)_\mu B_{11}(2) & , n=2 \\ = & p_{1\mu} B_{11}(3) & , n=3 \end{cases} .$$

<u>Tensor 3. Stufe ($C_{\mu\nu\rho}$) :</u>

Falls $\det S_3 \neq 0$, gilt:

$$\begin{pmatrix} C_{35} \\ C_{36} \end{pmatrix} = S_3^{-1} \begin{pmatrix} R_{13} \\ R_{14} \end{pmatrix} \ , \tag{B.16}$$

$$\begin{pmatrix} C_{31} \\ C_{33} \end{pmatrix} = S_3^{-1} \begin{pmatrix} R_7 - 2C_{35} \\ R_8 \end{pmatrix} \ , \ \begin{pmatrix} C_{34} \\ C_{32} \end{pmatrix} = S_3^{-1} \begin{pmatrix} R_9 \\ R_{10} - 2C_{36} \end{pmatrix} \tag{B.17}$$

mit

$$R_7 = \frac{1}{2}[f_1 C_{21} + B_{21}(2) - B_0(1)] \ , \qquad R_8 = \frac{1}{2}[f_2 C_{21} + B_{21}(3) - B_{21}(2)] \ ,$$
$$R_9 = \frac{1}{2}[f_1 C_{22} + B_{21}(2) - B_{21}(1)] \ , \qquad R_{10} = \frac{1}{2}[f_2 C_{22} - B_{21}(2)] \ ,$$
$$R_{13} = \frac{1}{2}[f_1 C_{24} + B_{22}(2) - B_{22}(1)] \ , \qquad R_{14} = \frac{1}{2}[f_2 C_{24} + B_{22}(3) - B_{22}(2)] \ .$$

D-Funktionen

<u>Tensor 1. Stufe (D_μ) :</u>

Mit der kinematischen Matrix

$$S_4 = \begin{pmatrix} p_1^2 & p_1p_2 & p_1p_3 \\ p_1p_2 & p_2^2 & p_2p_3 \\ p_1p_3 & p_2p_3 & p_3^2 \end{pmatrix}$$

und der Voraussetzung $\det S_4 \neq 0$ hat man

$$S_4^{-1} =$$
$$\frac{1}{\det S_4}\begin{pmatrix} p_2^2p_3^2-(p_2p_3)^2 & -(p_1p_2)p_3^2+(p_2p_3)(p_1p_3) & (p_1p_2)(p_2p_3)-p_2^2(p_1p_3) \\ -(p_1p_2)p_3^2+(p_2p_3)(p_1p_3) & p_1^2p_3^2-(p_1p_3)^2 & -(p_2p_3)p_1^2+(p_1p_2)(p_1p_3) \\ (p_1p_2)(p_2p_3)-p_2^2(p_1p_3) & -(p_2p_3)p_1^2+(p_1p_2)(p_1p_3) & p_1^2p_2^2-(p_1p_2)^2 \end{pmatrix},$$

und damit gilt:

$$\begin{pmatrix} D_{11} \\ D_{12} \\ D_{13} \end{pmatrix} = S_4^{-1}\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} \quad , \tag{B.18}$$

mit

$$R_1 = \frac{1}{2}[f_1D_0 + C_0(2) - C_0(1)] \quad , \qquad R_2 = \frac{1}{2}[f_2D_0 + C_0(3) - C_0(2)] \quad ,$$
$$R_3 = \frac{1}{2}[f_3D_0 + C_0(4) - C_0(3)] \quad .$$

Tensor 2. Stufe ($D_{\mu\nu}$) :

Falls $\det S_4 \neq 0$, gilt:

$$D_{27} = -\frac{1}{2}[f_1D_{11} + f_2D_{12} + f_3D_{13}] + m_1^2D_0 + \frac{1}{2}C_0(1) \quad , \tag{B.19}$$

$$\begin{pmatrix} D_{21} \\ D_{24} \\ D_{25} \end{pmatrix} = S_4^{-1}\begin{pmatrix} R_0 - D_{27} \\ R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} D_{24} \\ D_{22} \\ D_{26} \end{pmatrix} = S_4^{-1}\begin{pmatrix} R_3 \\ R_4 - D_{27} \\ R_5 \end{pmatrix} \quad , \tag{B.20}$$

$$\begin{pmatrix} D_{25} \\ D_{26} \\ D_{23} \end{pmatrix} = S_4^{-1}\begin{pmatrix} R_6 \\ R_7 \\ R_8 - D_{27} \end{pmatrix} \quad , \tag{B.21}$$

mit

$$R_0 = \frac{1}{2}[f_1D_{11} + C_{11}(2) + C_0(1)] \quad , \qquad R_1 = \frac{1}{2}[f_2D_{11} + C_{11}(3) - C_{11}(2)] \quad ,$$
$$R_2 = \frac{1}{2}[f_3D_{11} + C_{11}(4) - C_{11}(3)] \quad , \qquad R_3 = \frac{1}{2}[f_1D_{12} + C_{11}(2) - C_{11}(1)] \quad ,$$
$$R_4 = \frac{1}{2}[f_2D_{12} + C_{12}(3) - C_{11}(2)] \quad , \qquad R_5 = \frac{1}{2}[f_3D_{12} + C_{12}(4) - C_{12}(3)] \quad ,$$
$$R_6 = \frac{1}{2}[f_1D_{13} + C_{12}(2) - C_{12}(1)] \quad , \qquad R_7 = \frac{1}{2}[f_2D_{13} + C_{12}(3) - C_{12}(2)] \quad ,$$
$$R_8 = \frac{1}{2}[f_3D_{13} - C_{12}(3)]$$

und

$$f_3 = -2p_1p_3 - 2p_2p_3 - p_3^2 + m_4^2 - m_3^2 \quad . \tag{B.22}$$

Die Zahl n im Argument einiger C-Funktionen gibt die Entstehungsweise durch Kürzen des entsprechenden Nenners Q_n an. Insbesondere ist:

$$C_\mu(n) = V \int d^Dq \frac{q_\mu Q_n}{Q_1Q_2Q_3Q_4} = \begin{cases} \overset{q\to q-p_1}{=} & p_{2\mu}C_{11}(1) + p_{3\mu}C_{12}(1) - p_{1\mu}C_0(1) \quad , n=1 \\ = & (p_1+p_2)_\mu C_{11}(2) + p_{3\mu}C_{12}(2) \quad , n=2 \\ = & p_{1\mu}C_{11}(3) + (p_2+p_3)_\mu C_{12}(3) \quad , n=3 \\ = & p_{1\mu}C_{11}(4) + p_{12}C_{12}(4) \quad , n=4 \end{cases} .$$

<u>Tensor 3. Stufe ($D_{\mu\nu\rho}$) :</u>

Falls det $S_4 \neq 0$, gilt:

$$\begin{pmatrix} D_{311} \\ D_{312} \\ D_{313} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix} \quad , \tag{B.23}$$

$$\begin{pmatrix} D_{31} \\ D_{34} \\ D_{35} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_4 - 2D_{311} \\ R_5 \\ R_6 \end{pmatrix} \;,\; \begin{pmatrix} D_{36} \\ D_{32} \\ D_{38} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_7 \\ R_8 - 2D_{312} \\ R_9 \end{pmatrix} \quad , \tag{B.24}$$

$$\begin{pmatrix} D_{37} \\ D_{39} \\ D_{33} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_{10} \\ R_{11} \\ R_{12} - 2D_{313} \end{pmatrix} \;,\; \begin{pmatrix} D_{34} \\ D_{36} \\ D_{310} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_{13} - D_{312} \\ R_{14} - D_{311} \\ R_{15} \end{pmatrix} \quad , \tag{B.25}$$

$$\begin{pmatrix} D_{35} \\ D_{310} \\ D_{37} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_{16} - D_{313} \\ R_{17} \\ R_{18} - D_{311} \end{pmatrix} \;,\; \begin{pmatrix} D_{310} \\ D_{38} \\ D_{39} \end{pmatrix} = S_4^{-1} \begin{pmatrix} R_{19} \\ R_{20} - D_{313} \\ R_{21} - D_{312} \end{pmatrix} \quad , \tag{B.26}$$

mit

$$
\begin{aligned}
R_1 &= \frac{1}{2}[f_1 D_{27} + C_{24}(2) - C_{24}(1)] \ , & R_2 &= \frac{1}{2}[f_2 D_{27} + C_{24}(3) - C_{24}(2)] \ , \\
R_3 &= \frac{1}{2}[f_3 D_{27} + C_{24}(4) - C_{24}(3)] \ , & R_4 &= \frac{1}{2}[f_1 D_{21} + C_{21}(2) - C_0(1)] \ , \\
R_5 &= \frac{1}{2}[f_2 D_{21} + C_{21}(3) - C_{21}(2)] \ , & R_6 &= \frac{1}{2}[f_3 D_{21} + C_{21}(4) - C_{21}(3)] \ , \\
R_7 &= \frac{1}{2}[f_1 D_{22} + C_{21}(2) - C_{21}(1)] \ , & R_8 &= \frac{1}{2}[f_2 D_{22} + C_{21}(3) - C_{21}(2)] \ , \\
R_9 &= \frac{1}{2}[f_3 D_{22} + C_{21}(4) - C_{21}(3)] \ , & R_{10} &= \frac{1}{2}[f_1 D_{23} + C_{22}(2) - C_{22}(1)] \ , \\
R_{11} &= \frac{1}{2}[f_2 D_{23} + C_{22}(3) - C_{22}(2)] \ , & R_{12} &= \frac{1}{2}[f_3 D_{23} - C_{22}(3)] \ , \\
R_{13} &= \frac{1}{2}[f_1 D_{24} + C_{21}(2) - C_{11}(1)] \ , & R_{14} &= \frac{1}{2}[f_2 D_{24} + C_{23}(3) - C_{21}(2)] \ , \\
R_{15} &= \frac{1}{2}[f_3 D_{24} + C_{23}(4) - C_{23}(3)] \ , & R_{16} &= \frac{1}{2}[f_1 D_{25} + C_{23}(2) - C_{12}(1)] \ , \\
R_{17} &= \frac{1}{2}[f_2 D_{25} + C_{23}(3) - C_{23}(2)] \ , & R_{18} &= \frac{1}{2}[f_3 D_{25} - C_{23}(3)] \ , \\
R_{19} &= \frac{1}{2}[f_1 D_{26} + C_{23}(2) - C_{23}(1)] \ , & R_{20} &= \frac{1}{2}[f_2 D_{26} + C_{22}(3) - C_{23}(2)] \ , \\
R_{21} &= \frac{1}{2}[f_3 D_{26} - C_{22}(3)] \ .
\end{aligned}
$$

Zusätzlich zur Definition der $C_\mu(n)$, die schon oben erwähnt wurde, gilt :

$$
C_{\mu\nu}(n) = V \int d^D q \frac{q_\mu q_\nu Q_n}{Q_1 Q_2 Q_3 Q_4} = \begin{cases} \stackrel{q \to q - p_1}{=} & C_{\mu\nu}(p_2, p_3, m_1, m_2, m_3) \quad , n = 1 \\ = & C_{\mu\nu}(p_1 + p_2, p_3, m_1, m_2, m_3) \quad , n = 2 \\ = & C_{\mu\nu}(p_1, p_2 + p_3, m_1, m_2, m_3) \quad , n = 3 \\ = & C_{\mu\nu}(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3) \quad , n = 4 \end{cases} ,
$$

beziehungsweise:

$$
\begin{aligned}
C_{\mu\nu}(1) &= p_{2\mu} p_{2\nu} C_{21}(1) + p_{3\mu} p_{3\nu} C_{22}(1) + \{p_2 p_3\}_{\mu\nu} C_{23}(1) + g_{\mu\nu} C_{24}(1) \ , \\
C_{\mu\nu}(2) &= (p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu C_{21}(2) + p_{3\mu} p_{3\nu} C_{22}(2) \\
&\quad + \{(p_1 + p_2) p_3\}_{\mu\nu} C_{23}(2) + g_{\mu\nu} C_{24}(2) \ , \\
C_{\mu\nu}(3) &= p_{1\mu} p_{1\nu} C_{22}(3) + (p_2 + p_3)_\mu (p_2 + p_3)_\nu C_{21}(3) \\
&\quad + \{p_1 (p_2 + p_3)\}_{\mu\nu} C_{23}(3) + g_{\mu\nu} C_{24}(3) \ , \\
C_{\mu\nu}(4) &= p_{1\mu} p_{1\nu} C_{21}(4) + p_{2\mu} p_{2\nu} C_{22}(4) + \{p_1 p_2\}_{\mu\nu} C_{23}(4) + g_{\mu\nu} C_{24}(4) \ .
\end{aligned}
$$

Anhang C

Helizitätsamplituden für $gg \to W^- H^+$

In den analytischen Ausdrücken für die Helizitätsamplituden kommen skalare und tensorielle Dreipunkt- und Vierpunkt-Funktionen vor, wie sie im vorangegangenen Anhang B definiert wurden. Dafür führen wir folgende Abkürzungen ein:

$$\begin{aligned} C_X^{lm,ABC} &= C_X(p_l^2, p_m^2, (p_l+p_m)^2, m_A, m_B, m_C) \ , \\ D_X^{klm,ABCD} &= D_X(p_k^2, p_l^2, p_m^2, (p_k+p_l)^2, (p_k+p_m)^2, (p_l+p_m)^2, m_A, m_B, m_C, m_D) \ . \end{aligned}$$

Dabei steht das Symbol X für den entsprechenden Tensorindex gemäß den Definitionen des vorangegangenen Anhangs B ($X = 0$ bezeichnet skalare Integrale). Um der Definition der Schleifenintegrale in Anhang B gerecht zu werden, führen wir die einlaufenden Impulse p_1, p_2, p_3 und p_4 ein, die mit den in Kapitel 6.1.2 eingeführten $k, \bar{k}, p$ und $\bar{p}$ in folgender Weise in Beziehung stehen:

$$p_1 = k \qquad p_2 = \bar{k} \qquad p_3 = -p \qquad p_4 = -\bar{p} \ .$$

Die Summe zweier Impulse, $p_l + p_k$, die in einigen C-Funktionen als eines der Impulsargumente vorkommt, bezeichnen wir in unserer Kurzschreibweise mit (lk).

Die zur Amplitude für den Prozeß $gg \to W^- H^+$ beitragenden Feynman-Diagramme lassen sich in Beiträge von Quark- und Squark-Schleifen-Diagrammen (q,q̃) unterteilen und weiter jeweils in Dreiecks- und Box-Diagramme (△,□):

$$\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda} = \mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}^{q,\triangle} + \mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}^{q,\square} + \mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}^{\tilde{\mathrm{q}},\triangle} + \mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}^{\tilde{\mathrm{q}},\square} \ . \qquad \text{(C.1)}$$

Im Folgenden sind die analytischen Ausdrücke für die hier spezifizierten Beiträge zur Amplitude aufgeführt. Die auftretenden Kopplungskonstanten sind in Anhang D definiert.

C.1 Quark-Schleifen-Beiträge

Dreiecks-Diagramme

$$\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}^{q,\triangle} = (K_{1\,\sigma\bar{\sigma}\lambda} + K_{2\,\sigma\bar{\sigma}\lambda}) T_1^{q,\triangle} + (K_{10\,\sigma\bar{\sigma}\lambda} + K_{11\,\sigma\bar{\sigma}\lambda}) T_2^{q,\triangle} \qquad \text{(C.2)}$$

$$T_1^{q,\triangle} = \frac{i\, g_S^2}{\pi^2} \Big[g[H^0 H^\pm W^\mp] \times$$
$$\times \left(\frac{m_t\, g_s[H^0 tt]}{\hat{s} - m_H{}^2} \Big((\frac{\hat{s}}{2} - 2\, m_t{}^2) C_0^{12,ttt} - 1 \Big) + \frac{m_b\, g_s[H^0 bb]}{\hat{s} - m_H{}^2} \Big((\frac{\hat{s}}{2} - 2\, m_b{}^2) C_0^{12,bbb} - 1 \Big) \right)$$
$$+ g[h^0 H^\pm W^\mp] \left(\frac{m_t\, g_s[h^0 tt]}{\hat{s} - m_h{}^2} \Big((\frac{\hat{s}}{2} - 2\, m_t{}^2) C_0^{12,ttt} - 1 \Big) + \frac{m_b\, g_s[h^0 bb]}{\hat{s} - m_h{}^2} \Big((\frac{\hat{s}}{2} - 2\, m_b{}^2) C_0^{12,bbb} - 1 \Big) \right) \Big]$$

$$T_2^{q,\triangle} = \frac{g_S^2\, g[A^0 H^\pm W^\mp]}{\pi^2\, (\hat{s} - m_A{}^2)} \left(m_t\, g_p[A^0\, tt]\, C_0^{12,ttt} + m_b\, g_p[A^0\, bb]\, C_0^{12,bbb} \right)$$

Die universellen Helizitäts-Faktoren $K_{i\,\sigma\bar{\sigma}\lambda}$ werden in Anhang C.3 definiert.

Box-Diagramme

$$\mathcal{M}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda}^{q,\Box} = \sum_{i=1}^{24} K_{i\,\sigma\bar{\sigma}\lambda} T_i^{q,\Box} \tag{C.3}$$

$$T_1^{q,\Box} = \frac{i\, g_S^2\, g_I}{4\sqrt{2}\pi^2} \Big[m_t\, g_+ \Big(R_1 + D_{12}^{132,bbtt} + D_{22}^{132,bbtt} - D_{22}^{231,bbtt} - D_{13}^{124,tttb} - D_{13}^{214,tttb} + D_{23}^{123,bbbt}$$
$$- D_{23}^{124,tttb} + D_{23}^{213,bbbt} - D_{23}^{214,tttb} \Big) + m_b\, g_- \Big(R_1 + D_0^{132,bbtt} + 4\, D_{12}^{132,bbtt} + D_{12}^{231,bbtt}$$
$$+ D_{22}^{231,bbtt} + 3\, D_{22}^{132,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{213,bbbt} + 3\, D_{23}^{123,bbbt} + D_{23}^{124,tttb} + 3\, D_{23}^{213,bbbt}$$
$$+ D_{23}^{214,tttb} \Big) \Big]$$
$$T_2^{q,\Box} = T_1^{q,\Box}(p_1 \leftrightarrow p_2)$$
$$R_1 = 2\, (D_{24}^{132,bbtt} + D_{26}^{231,bbtt} - D_{33}^{124,tttb} - D_{33}^{214,tttb} + D_{36}^{132,bbtt} + D_{37}^{123,bbbt} + D_{37}^{124,tttb}$$
$$+ D_{38}^{231,bbtt} + D_{39}^{213,bbbt} + D_{39}^{214,tttb})$$
$$T_3^{q,\Box} = \frac{i\, g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{8} \Big[m_t\, g_+ \Big((-\hat{u} + m_W^2) D_0^{214,tttb} - D_0^{123,bbbt}\, \hat{s} + (\, \hat{t} - m_{H\pm}^2\,)\, (D_0^{132,bbtt} - D_0^{124,tttb})$$
$$+ 4 (D_{27}^{132,bbtt} + D_{27}^{213,bbbt} - D_{27}^{214,tttb} - D_{27}^{231,bbtt} + D_{27}^{123,bbbt} - D_{27}^{124,tttb})$$
$$+ 2\, (C_0^{34,tbt} - C_0^{34,btb}) + R_2 \Big) + m_b\, g_- \Big((m_{H\pm}^2 - 2\, \hat{s} - \hat{t}\,)\, D_0^{123,bbbt} - D_0^{132,bbtt}\, \hat{s}$$
$$- (\, -\hat{t} + \hat{s} + m_{H\pm}^2\,)\, D_0^{213,bbbt} - D_0^{124,tttb}\, \hat{s} - (\, -\hat{u} + m_W^2\,)\, D_0^{231,bbtt}$$
$$+ 4 (3 D_{27}^{132,bbtt} + 3 D_{27}^{213,bbbt} + D_{27}^{214,tttb} + D_{27}^{231,bbtt} + 3 D_{27}^{123,bbbt} + D_{27}^{124,tttb})$$
$$- 2\, (C_0^{34,tbt} + 3\, C_0^{34,btb}) + R_2 \Big) \Big]$$

$$
\begin{aligned}
T_4^{q,\Box} &= T_3^{q,\Box}(p_1 \leftrightarrow p_2)\\
R_2 &= \hat{s}(-D_{11}^{124,tttb} - D_{11}^{123,bbbt} - D_{11}^{132,bbtt} - D_{12}^{213,bbbt} - D_{12}^{214,tttb} + D_{13}^{214,tttb} + D_{13}^{124,tttb}\\
&\quad - D_{13}^{231,bbtt}) + 8(D_{311}^{123,bbbt} + D_{311}^{132,bbtt} + D_{311}^{124,tttb} + D_{312}^{214,tttb} + D_{312}^{213,bbbt} + D_{313}^{231,bbtt}\\
&\quad - D_{313}^{214,tttb} - D_{313}^{124,tttb}) - 4(\,C_{11}^{(12)3,bbt} + \,C_{11}^{(12)4,ttb} - \,C_{12}^{(12)4,ttb})\\
T_5^{q,\Box} &= \frac{i\,g_S^2\,g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{8}\Big[m_t\,g_+\Big(\hat{s}\,(-\,D_0^{214,tttb} + D_0^{124,tttb} + D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{213,bbbt})\\
&\quad - (\,2\,m_W^2 - \hat{s} - 2\,\hat{t}\,)\,(D_{13}^{124,tttb} + D_{13}^{214,tttb} - D_{12}^{231,bbtt}) + R_3^+\Big)\\
&\quad + m_b\,g_-\Big(\hat{s}\,(D_0^{123,bbbt} - D_0^{213,bbbt} + D_0^{231,bbtt} - D_{13}^{124,tttb} - D_{13}^{214,tttb} + D_{12}^{231,bbtt})\\
&\quad + (\,2\,m_W^2 - \hat{s} - 2\,\hat{t}\,)\,(D_0^{132,bbtt} + D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{213,bbbt}) + R_3^-)\Big)\Big]\\
T_6^{q,\Box} &= T_5^{q,\Box}(p_1 \leftrightarrow p_2)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R_3^{\pm} &= 8\,(D_{312}^{132,bbtt} + D_{312}^{231,bbtt} + D_{313}^{123,bbbt} + D_{313}^{213,bbbt} - D_{313}^{214,tttb} - D_{313}^{124,tttb} + D_{27}^{132,bbtt})\\
&\quad - 2\,(2\,C_{12}^{2(13),bbt} - C_{12}^{24,ttb} + C_0^{24,ttb} + C_{11}^{(13)2,btt}) \mp 2\,(C_0^{23,ttb} + C_{12}^{2(14),ttb} + C_{11}^{32,btt})\\
T_7^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\,g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[m_t\,g_+\Big(R_4 + D_{13}^{132,bbtt}\Big)\\
&\quad + m_b\,g_-\Big(R_5 - D_0^{123,bbbt} + D_0^{213,bbbt} - D_{11}^{123,bbbt} + D_{11}^{132,bbtt} + D_{11}^{213,bbbt}\Big)\Big]\\
T_8^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\,g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[m_t\,g_+\Big(-R_4(p_1 \leftrightarrow p_2) - D_{13}^{132,bbtt}\Big) + m_b\,g_-\Big(-R_5(p_1 \leftrightarrow p_2) - D_{11}^{231,bbtt}\Big)\Big]\\
R_4 &= -D_0^{214,tttb} - D_{11}^{214,tttb} - D_{12}^{124,tttb} - D_{12}^{231,bbtt} - D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{124,tttb}\\
R_5 &= D_0^{132,bbtt} + D_{11}^{231,bbtt} - D_{12}^{231,bbtt} + D_{13}^{124,tttb}\\
T_9^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\,g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[m_t\,g_+\Big(-\;D_{11}^{124,tttb} +\;D_{11}^{214,tttb} +\;D_{12}^{124,tttb} -\;D_{12}^{214,tttb}\Big)\\
&\quad + m_b\,g_-\Big(\;D_{11}^{123,bbbt} -\;D_{11}^{213,bbbt} -\;D_{13}^{123,bbbt} +\;D_{13}^{213,bbbt}\Big)\Big]\\
T_{10}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\,g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[m_t\,g_+\Big(R_6 + D_{12}^{124,tttb} - D_{12}^{214,tttb} + D_{13}^{214,tttb} + D_{23}^{124,tttb} + D_{24}^{124,tttb} - D_{25}^{124,tttb}\\
&\quad - D_{26}^{124,tttb}\Big) + m_b\,g_-\Big(R_7 + R_8\Big)\Big]\\
T_{11}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\,g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[m_t\,g_+\Big(R_6(p_1 \leftrightarrow p_2) + D_{13}^{214,tttb} + D_{22}^{124,tttb} + D_{23}^{124,tttb} - 2\,D_{26}^{124,tttb}\Big)\\
&\quad + m_b\,g_-\Big(R_7(p_1 \leftrightarrow p_2) + R_8\Big)\Big]\\
R_6 &= -D_{11}^{124,tttb} + D_{11}^{132,bbtt} + D_{12}^{123,bbbt} + D_{12}^{213,bbbt} + D_{21}^{132,bbtt} + D_{22}^{213,bbbt} + D_{24}^{123,bbbt}\\
&\quad + D_{25}^{231,bbtt}\\
R_7 &= D_0^{123,bbbt} + D_0^{132,bbtt} + D_0^{213,bbbt} + 2\,D_{11}^{123,bbbt} + D_{11}^{132,bbtt} + D_{12}^{124,tttb} + 2\,D_{12}^{213,bbbt}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ D_{12}^{214,tttb} + D_{21}^{123,bbbt} + D_{22}^{214,tttb} + D_{23}^{124,tttb} + D_{23}^{214,tttb} + D_{23}^{231,bbtt} + D_{24}^{124,tttb} \\
&+ D_{24}^{213,bbbt} - D_{25}^{124,tttb} + D_{25}^{132,bbtt} - D_{26}^{124,tttb} - 2\, D_{26}^{214,tttb} \\
R_8 &= -D_{13}^{124,tttb} + D_{13}^{132,bbtt} - D_{13}^{214,tttb} + D_{13}^{231,bbtt} \\
T_{12}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{4} \Big[m_t\, g_+ \Big(R_9 + R_{10} + D_0^{124,tttb} - D_0^{214,tttb} + D_{11}^{124,tttb} - D_{11}^{214,tttb} \Big) \\
&+ m_b\, g_- \Big(R_{11} \Big) \Big] \\
T_{13}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{4} \Big[m_t\, g_+ \Big(- R_9(p_1 \leftrightarrow p_2) + R_{10} - D_{23}^{124,tttb} - 2\, D_{23}^{214,tttb} + 2\, D_{26}^{214,tttb} \Big) \\
&+ m_b\, g_- \Big(- R_{11}(p_1 \leftrightarrow p_2) \Big) \Big] \\
R_9 &= -D_{12}^{124,tttb} - D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{124,tttb} + 2D_{13}^{132,bbtt} + D_{13}^{213,bbbt} + 2D_{25}^{213,bbbt} - 2D_{25}^{214,tttb} \\
&+ 2D_{26}^{132,bbtt} \\
R_{10} &= D_{23}^{124,tttb} + 2D_{23}^{214,tttb} - D_{24}^{132,bbtt} + D_{24}^{231,bbtt} + D_{26}^{123,bbbt} - D_{26}^{124,tttb} - D_{26}^{213,bbbt} \\
R_{11} &= D_0^{132,bbtt} + D_0^{213,bbbt} + D_{11}^{132,bbtt} + D_{11}^{213,bbbt} + D_{11}^{231,bbtt} + D_{12}^{231,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} \\
&+ D_{13}^{132,bbtt} + D_{13}^{213,bbbt} - D_{13}^{214,tttb} - D_{13}^{231,bbtt} + D_{23}^{124,tttb} + D_{23}^{214,tttb} + 2D_{24}^{231,bbtt} - D_{25}^{123,bbbt} \\
&+ D_{25}^{213,bbbt} - 2D_{25}^{214,tttb} + 2D_{26}^{123,bbbt} - D_{26}^{124,tttb} + D_{26}^{132,bbtt} + D_{26}^{214,tttb} - D_{26}^{231,bbtt}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{14}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{4} \Big[m_t\, g_+ \Big(- D_0^{124,tttb} - D_{11}^{124,tttb} + D_{11}^{132,bbtt} - D_{12}^{214,tttb} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{214,tttb} \\
&+ D_{21}^{132,bbtt} - D_{22}^{214,tttb} + D_{23}^{124,tttb} - D_{23}^{214,tttb} + D_{25}^{123,bbbt} - D_{25}^{124,tttb} + 2\, D_{26}^{214,tttb} + D_{26}^{231,bbtt} \Big) \\
&+ m_b\, g_- \Big(D_0^{123,bbbt} + D_0^{132,bbtt} + 2\, D_{11}^{123,bbbt} + D_{11}^{132,bbtt} + D_{12}^{132,bbtt} + D_{12}^{213,bbbt} - D_{13}^{124,tttb} \\
&+ D_{21}^{123,bbbt} + D_{23}^{124,tttb} + D_{24}^{132,bbtt} - D_{25}^{124,tttb} + D_{26}^{213,bbbt} \Big) \Big] \\
T_{15}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{4} \Big[m_t\, g_+ \Big(D_{11}^{124,tttb} - D_{12}^{124,tttb} - D_{12}^{214,tttb} + D_{12}^{231,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{214,tttb} \\
&+ D_{23}^{124,tttb} - D_{23}^{214,tttb} - D_{24}^{214,tttb} + D_{24}^{231,bbtt} + D_{25}^{132,bbtt} + D_{25}^{214,tttb} + D_{26}^{123,bbbt} \\
&- D_{26}^{124,tttb} + D_{26}^{214,tttb} \Big) + m_b\, g_- \Big(D_0^{123,bbbt} + D_{11}^{123,bbbt} + D_{11}^{213,bbbt} + D_{12}^{123,bbbt} - D_{13}^{124,tttb} \\
&+ D_{13}^{132,bbtt} + D_{23}^{124,tttb} + D_{24}^{123,bbbt} + D_{25}^{213,bbbt} - D_{26}^{124,tttb} + D_{26}^{132,bbtt} \Big) \Big] \\
T_{16}^{q,\Box} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{4} \Big[m_t\, g_+ \Big(D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{124,tttb} + 2\, D_{13}^{214,tttb} + 2\, D_{22}^{132,bbtt} + D_{22}^{231,bbtt} + D_{23}^{123,bbbt} \\
&+ D_{23}^{124,tttb} + 2\, D_{23}^{213,bbbt} + 3\, D_{23}^{214,tttb} - D_{24}^{132,bbtt} - D_{26}^{214,tttb} \Big) \\
&+ m_b\, g_- \Big(D_0^{132,bbtt} + 2\, D_{12}^{132,bbtt} + 2\, D_{12}^{231,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{213,bbbt} + D_{22}^{132,bbtt} + 2\, D_{22}^{231,bbtt} \\
&+ 2\, D_{23}^{123,bbbt} + D_{23}^{124,tttb} + D_{23}^{213,bbbt} + 2\, D_{23}^{214,tttb} - D_{25}^{123,bbbt} \Big) \Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{17}^{q,\Box} = \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[& m_t\, g_+ \Big(D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{124,tttb} + D_{22}^{231,bbtt} + D_{23}^{123,bbbt} + D_{23}^{124,tttb} - D_{23}^{214,tttb} \\
& + D_{24}^{132,bbtt} + D_{26}^{214,tttb} \Big) + m_b\, g_- \Big(D_0^{132,bbtt} + 2\, D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{123,bbbt} + D_{13}^{213,bbbt} + D_{22}^{132,bbtt} \\
& + D_{23}^{124,tttb} + D_{23}^{213,bbbt} + D_{25}^{123,bbbt} \Big) \Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{18}^{q,\Box} = \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{8}\Big[& m_t\, g_+ \Big(-\; m_b\, m_t\, (D_0^{123,bbbt} + D_0^{213,bbbt} + 2\, D_0^{132,bbtt} + 2\, D_0^{124,tttb} + D_{11}^{123,bbbt}) \\
& + (\, {m_b}^2 - {m_t}^2 + m_{H\pm}^2 \,)\, (D_0^{132,bbtt} + D_{11}^{132,bbtt} - D_{12}^{214,tttb} + D_{13}^{214,tttb}) \\
& + (\, \hat{u} - m_{H\pm}^2 \,)\, D_{13}^{231,bbtt} + {m_b}^2\, (2\, D_0^{123,bbbt} - 2\, D_0^{231,bbtt} + D_0^{124,tttb}) \\
& - ({m_t}^2 - m_{H\pm}^2) D_0^{124,tttb} + (C_{11}^{(12)4,ttb} - C_{12}^{(12)4,ttb} - C_0^{13,ttb} + 2\, C_0^{24,ttb} - C_0^{12,ttt} - C_{12}^{21,ttt} \\
& - 4\, D_{27}^{132,bbtt} - 4\, D_{27}^{213,bbbt} + 2\, D_{27}^{123,bbbt} + 2\, D_{27}^{231,bbtt} + R_{12}) + 2 m_{H\pm}^2 (D_{12}^{214,tttb} - D_{13}^{214,tttb}) \Big) \\
& + m_b\, g_- \Big((\, \hat{u} + {m_b}^2 \,)\, (D_0^{123,bbbt} + D_{11}^{123,bbbt}) - (\, \hat{u} - m_{H\pm}^2 \,)\, (D_0^{132,bbtt} + D_{11}^{132,bbtt}) \\
& - (\, {m_b}^2 - m_{H\pm}^2 \,)\, D_0^{213,bbbt} + (\, \hat{t} - m_{H\pm}^2 \,)\, D_{13}^{231,bbtt} + (C_0^{14,ttb} + C_0^{24,ttb} - C_{11}^{12,bbb} \\
& - C_{12}^{(23)1,btt} - 2\, C_0^{12,bbb} + C_{12}^{31,btt} + C_0^{24,bbt} - C_0^{13,bbt} + 2\, D_{27}^{132,bbtt} + 2\, D_{27}^{213,bbbt} - 4\, D_{27}^{231,bbtt} \\
& - 4\, D_{27}^{123,bbbt} + R_{12}) \Big) + 2\, {m_t}^2\, m_b\, g_p [H^+ \,\mathrm{aus}, t\,\mathrm{ein}, b\,\mathrm{aus}] \Big(D_0^{123,bbbt} + 2\, D_0^{124,tttb} \\
& + 2\, D_0^{132,bbtt} + D_0^{213,bbbt} + D_{11}^{123,bbbt} \Big) \Big]
\end{aligned}
$$

$$
R_{12} = -C_{12}^{14,ttb} + C_{12}^{24,ttb} + C_{11}^{(13)2,btt} - C_{12}^{2(13),bbt} + C_{11}^{14,ttb} - 4\, D_{27}^{214,tttb} + 2\, D_{27}^{124,tttb}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{19}^{q,\Box} = \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[& m_t\, g_+ \Big(-\; D_0^{124,tttb} - D_{11}^{124,tttb} - D_{11}^{214,tttb} - D_{12}^{132,bbtt} + D_{13}^{132,bbtt} - D_{13}^{213,bbbt} \\
& + D_{13}^{214,tttb} - D_{23}^{214,tttb} - D_{24}^{132,bbtt} - D_{24}^{214,tttb} + D_{25}^{132,bbtt} + D_{25}^{214,tttb} - D_{26}^{213,bbbt} + D_{26}^{214,tttb} \Big) \\
& + m_b\, g_- \Big(-\; D_{11}^{123,bbbt} + D_{12}^{123,bbbt} + D_{13}^{214,tttb} - D_{13}^{231,bbtt} \\
& - D_{23}^{214,tttb} + D_{24}^{123,bbbt} - D_{25}^{123,bbbt} + D_{26}^{214,tttb} - D_{26}^{231,bbtt} \Big) \Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{20}^{q,\Box} = \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[& m_t\, g_+ \Big(-\; D_{11}^{214,tttb} - D_{13}^{213,bbbt} + D_{13}^{214,tttb} - D_{21}^{214,tttb} + D_{23}^{132,bbtt} - D_{23}^{214,tttb} \\
& - D_{25}^{213,bbbt} + 2\, D_{25}^{214,tttb} - D_{26}^{132,bbtt} \Big) + m_b\, g_- \Big(-\; D_0^{231,bbtt} - D_{11}^{231,bbtt} - D_{12}^{231,bbtt} \\
& + D_{13}^{214,tttb} + D_{22}^{123,bbbt} - D_{23}^{214,tttb} - D_{24}^{231,bbtt} + D_{25}^{214,tttb} - D_{26}^{123,bbbt} \Big) \Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{21}^{q,\Box} = \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[& m_t\, g_+ \Big(D_{22}^{132,bbtt} + D_{23}^{213,bbbt} + D_{23}^{214,tttb} - D_{25}^{214,tttb} - D_{26}^{132,bbtt} \Big) \\
& + m_b\, g_- \Big(D_0^{231,bbtt} + 2\, D_{12}^{231,bbtt} + D_{22}^{231,bbtt} + D_{23}^{123,bbbt} + D_{23}^{214,tttb} - D_{26}^{123,bbbt} \Big) \Big]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{22}^{q,\square} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{4}\Big[m_t\, g_+\Big(2\, D_{12}^{231,bbtt} + 2\, D_{13}^{124,tttb} + 2\, D_{13}^{214,tttb} + D_{22}^{132,bbtt} + 2\, D_{22}^{231,bbtt} \\
&\quad + 2\, D_{23}^{123,bbbt} + 2\, D_{23}^{124,tttb} + D_{23}^{213,bbbt} + D_{23}^{214,tttb} + D_{25}^{214,tttb} + D_{26}^{132,bbtt}\Big) \\
&\quad + m_b\, g_-\Big(D_0^{231,bbtt} + 2\, D_{12}^{132,bbtt} + 2\, D_{12}^{231,bbtt} + 2\, D_{13}^{123,bbbt} + 2\, D_{13}^{213,bbbt} + 2\, D_{22}^{132,bbtt} \\
&\quad + D_{22}^{231,bbtt} + D_{23}^{123,bbbt} + 2\, D_{23}^{124,tttb} + 2\, D_{23}^{213,bbbt} + D_{23}^{214,tttb} + D_{26}^{123,bbbt}\Big)\Big] \\
T_{23}^{q,\square} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{8}\Big[m_t\, g_+\Big(2\, {m_b}^2\,(D_0^{132,bbtt} + D_0^{213,bbbt}) + m_b\, m_t\,(2\, D_0^{231,bbtt} + 2\, D_0^{214,tttb} \\
&\quad - D_{12}^{123,bbbt}) + (\hat{u} - m_{H\pm}^2)\,(D_0^{231,bbtt} + D_{11}^{231,bbtt}) + (\,{m_b}^2 - {m_t}^2 + m_{H\pm}^2)\,(D_{13}^{132,bbtt} \\
&\quad + D_{13}^{214,tttb} - D_{11}^{214,tttb}) + (4\, D_{27}^{123,bbbt} - 2\, D_{27}^{213,bbbt} + 4\, D_{27}^{214,tttb} + 4\, D_{27}^{231,bbtt} - 2\, D_{27}^{132,bbtt} \\
&\quad + C_{11}^{(12)4,ttb} - C_{12}^{(12)4,ttb} - C_{11}^{21,ttt} - C_0^{24,bbt} - C_{11}^{2(13),bbt} + R_{13}) + 2m_{H\pm}^2(D_{11}^{214,tttb} \\
&\quad - D_{13}^{214,tttb})\Big) + m_b\, g_-\Big(2\, {m_b}^2\, D_0^{123,bbbt} + (\hat{u} - m_{H\pm}^2)\,(D_0^{123,bbbt} - D_{13}^{132,bbtt}) \\
&\quad + (\,\hat{t} - m_{H\pm}^2)\,(D_0^{231,bbtt} + D_{11}^{231,bbtt}) + (\,\hat{u} + {m_b}^2)\, D_{12}^{123,bbbt} \\
&\quad + (4\, D_{27}^{132,bbtt} - 2\, D_{27}^{214,tttb} - 2\, D_{27}^{231,bbtt} - 2\, D_{27}^{123,bbbt} + 4\, D_{27}^{213,bbbt} \\
&\quad - C_{11}^{(23)1,btt} - C_0^{24,ttb} + C_0^{24,bbt} - C_{12}^{32,btt} + C_0^{23,bbt} - C_{12}^{12,bbb} + C_{11}^{2(13),bbt} + R_{13})\Big) \\
&\quad + 2{m_t}^2\, m_b\, g_p[H^+\,\text{aus}, t\,\text{ein}, b\,\text{aus}]\,\Big(D_{12}^{123,bbbt} - 2\, D_0^{231,bbtt} - 2\, D_0^{214,tttb}\Big)\Big] \\
R_{13} &= 4\, D_{27}^{124,tttb} - C_0^{14,ttb} - C_{12}^{14,ttb} + C_{12}^{24,ttb} - C_{11}^{24,ttb} + C_{12}^{(13)2,btt}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{24}^{q,\square} &= \frac{g_S^2\, g_I}{2\sqrt{2}\pi^2}\frac{1}{8}\Big[m_t\, g_+\Big(2\, {m_b}^2\, D_0^{132,bbtt} - 2\, {m_t}^2\, D_0^{214,tttb} + (\,{m_b}^2 - {m_t}^2 + m_{H\pm}^2)\, D_{12}^{132,bbtt} \\
&\quad + (\,\hat{u} - m_{H\pm}^2)\, D_{12}^{231,bbtt} + (\,{m_b}^2 - {m_t}^2 - m_{H\pm}^2)\, D_{13}^{214,tttb} - m_t\, m_b\, D_{13}^{123,bbbt} \\
&\quad - (C_0^{34,tbt} - 2\, C_0^{24,ttb} + C_{12}^{(12)4,ttb} + C_{12}^{2(13),bbt} - 6\, D_{27}^{214,tttb} + 6\, D_{27}^{132,bbtt} + R_{14})\Big) \\
&\quad + m_b\, g_-\Big(2\, {m_b}^2\, D_0^{123,bbbt} - (\,\hat{u} - m_{H\pm}^2)\,(D_0^{132,bbtt} + D_{12}^{132,bbtt}) \\
&\quad + (\,\hat{t} - m_{H\pm}^2)\,(D_0^{231,bbtt} + D_{12}^{231,bbtt}) + (\,\hat{u} + {m_b}^2)\, D_{13}^{123,bbbt} - (C_{11}^{(23)1,btt} - C_0^{34,btb} \\
&\quad - C_0^{13,ttb} - C_{11}^{31,btt} + C_0^{23,ttb} - C_0^{24,ttb} + C_{11}^{32,btt} - C_{12}^{2(13),bbt} - C_0^{24,bbt} + 6\, D_{27}^{123,bbbt} + R_{14})\Big) \\
&\quad + 2\, {m_t}^2\, m_b\, g_p[H^+\,\text{aus}, t\,\text{ein}, b\,\text{aus}]\, D_{13}^{123,bbbt}\Big] \\
R_{14} &= C_0^{14,ttb} - C_{11}^{(13)2,btt} + C_{12}^{14,ttb} - C_{12}^{24,ttb}
\end{aligned}
$$

Hierbei wurde die Abkürzung

$$
g_\pm = g_s[H^+\,\text{aus}, t\,\text{ein}, b\,\text{aus}] \pm g_p[H^+\,\text{aus}, t\,\text{ein}, b\,\text{aus}]
$$

verwendet.

C.2 Squark-Schleifen-Beiträge

Dreiecks-Diagramme

$$\mathcal{M}^{\tilde{q},\triangle}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda} = (K_{1\,\sigma\bar{\sigma}\lambda} + K_{2\,\sigma\bar{\sigma}\lambda})T^{\tilde{q},\triangle}_1 \tag{C.4}$$

$$\begin{aligned}
T^{\tilde{q},\triangle}_1 = \sum_{i=1}^{2} \frac{i\,g_S^2}{4\,\pi^2} \Bigg[\frac{g[H^0 H^\pm W^\mp]}{\hat{s} - {m_H}^2} \times \\
\times \bigg(g[H^0 \tilde{t}_i \tilde{t}_i] \Big(1 + 2\, m^2_{\tilde{t}_i}\, C_0^{12,\tilde{t}_i\tilde{t}_i\tilde{t}_i} \Big) + g[H^0 \tilde{b}_i \tilde{b}_i] \Big(1 + 2\, m^2_{\tilde{b}_i}\, C_0^{12,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i} \Big) \\
+ \frac{g[h^0 H^\pm W^\mp]}{\hat{s} - {m_h}^2} \bigg(g[h^0 \tilde{t}_i \tilde{t}_i] \Big(1 + 2\, m^2_{\tilde{t}_i}\, C_0^{12,\tilde{t}_i\tilde{t}_i\tilde{t}_i} \Big) + g[h^0 \tilde{b}_i \tilde{b}_i] \Big(1 + 2\, m^2_{\tilde{b}_i}\, C_0^{12,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i} \Big) \bigg) \Bigg]
\end{aligned}$$

Box-Diagramme

$$\mathcal{M}^{\tilde{q},\square}_{\sigma\bar{\sigma}\lambda} = \sum_{i=1}^{6} K_{i\,\sigma\bar{\sigma}\lambda} T^{\tilde{q},\square}_i \tag{C.5}$$

$$\begin{aligned}
T^{\tilde{q},\square}_1 = \sum_{i,j=1}^{2} \frac{i\,g_S^2}{2\,\pi^2} (& D_{12}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} - D_{12}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} + D_{22}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} - D_{22}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} + D_{24}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} \\
& - D_{24}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} + D_{36}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} - D_{36}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} + D_{23}^{123,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} - D_{23}^{123,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} + D_{33}^{124,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} \\
& - D_{33}^{124,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} + D_{37}^{123,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} - D_{37}^{123,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} - D_{37}^{124,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} + D_{37}^{124,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i}) \\
& g[\tilde{t}_j \tilde{b}_i W^\pm]\, g[H^\pm \tilde{t}_j \tilde{b}_i] \\
T^{\tilde{q},\square}_2 = \sum_{i,j=1}^{2} \frac{i\,g_S^2}{2\,\pi^2} (& D_{26}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} - D_{26}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} + D_{38}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} - D_{38}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} + D_{23}^{123,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} \\
& - D_{23}^{123,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} + D_{33}^{124,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} - D_{33}^{124,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} + D_{39}^{123,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} - D_{39}^{123,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} \\
& - D_{39}^{124,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} + D_{39}^{124,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i})\, g[\tilde{t}_j \tilde{b}_i W^\pm]\, g[H^\pm \tilde{t}_j \tilde{b}_i] \\
T^{\tilde{q},\square}_3 = \sum_{i,j=1}^{2} -\frac{i\,g_S^2}{4\,\pi^2} (& -2\, D_{27}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} + 2\, D_{27}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} - 2\, D_{311}^{132,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{t}_j} + 2\, D_{311}^{132,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{b}_i} \\
& + C_0^{34,\tilde{b}_i\tilde{t}_j\tilde{b}_i} - C_0^{34,\tilde{t}_j\tilde{b}_i\tilde{t}_j} + C_{11}^{(12)3,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} - C_{11}^{(12)3,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} - 2\, D_{27}^{123,\tilde{b}_i\tilde{b}_i d_j\tilde{t}_j} + 2\, D_{27}^{123,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} \\
& - 2\, D_{311}^{123,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} + 2\, D_{311}^{123,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} + 2\, D_{311}^{124,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} - 2\, D_{311}^{124,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i} - 2\, D_{313}^{124,\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{b}_i\tilde{t}_j} \\
& + 2\, D_{313}^{124,\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{t}_j\tilde{b}_i})\, g[\tilde{t}_j \tilde{b}_i W^\pm]\, g[H^\pm \tilde{t}_j \tilde{b}_i]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
T_4^{\tilde{\mathrm{q}},\Box} = \sum_{i,j=1}^{2} -\frac{i\, g_S^2}{4\,\pi^2}\big(&-2\, D_{313}^{132,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j} + 2\, D_{313}^{132,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i} + C_0^{34,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} - C_0^{34,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} + C_{11}^{(12)3,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} \\
&- C_{11}^{(12)3,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} - 2\, D_{27}^{123,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} + 2\, D_{27}^{123,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} - 2\, D_{312}^{123,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} + 2\, D_{312}^{123,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} \\
&+ 2\, D_{312}^{124,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{312}^{124,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} - 2\, D_{313}^{124,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} + 2\, D_{313}^{124,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i}\big)\, g[\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i W^\pm]\, g[H^\pm\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i] \\
T_5^{\tilde{\mathrm{q}},\Box} = \sum_{i,j=1}^{2} \frac{i\, g_S^2}{4\,\pi^2}\big(&C_0^{24,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} - C_0^{24,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} - C_{11}^{(13)2,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j} + C_{11}^{(13)2,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i} + 2\, D_{27}^{132,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j} \\
&- 2\, D_{27}^{132,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i} + 2\, D_{312}^{132,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{312}^{132,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i} + 2\, D_{313}^{123,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{313}^{123,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} \\
&+ 2\, D_{313}^{124,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{313}^{124,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i}\big)\, g[\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i W^\pm]\, g[H^\pm\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i] \\
T_6^{\tilde{\mathrm{q}},\Box} = \sum_{i,j=1}^{2} \frac{i\, g_S^2}{4\,\pi^2}\big(&2\, D_{312}^{132,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{312}^{132,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i} - C_{12}^{1(23),\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} + C_{12}^{1(23),\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} \\
&+ 2\, D_{313}^{123,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{313}^{123,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i} + 2\, D_{313}^{124,\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{b}}_i\tilde{\mathrm{t}}_j} - 2\, D_{313}^{124,\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i}\big)\, g[\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i W^\pm]\, g[H^\pm\tilde{\mathrm{t}}_j\tilde{\mathrm{b}}_i]
\end{aligned}
$$

C.3 Helizitätsfaktoren

Die Faktoren $K_{i\,,\sigma\bar{\sigma}\lambda}$ enthalten die gesamte Helizitäts-Information der Amplitude. Man erhält sie durch Kontraktion der kinematischen Tensoren mit den in Kapitel 6.1.2 spezifizierten Helizitäts-Vierervektoren. In diesem Kapitel führen wir die Definitionen aller Helizitätsfaktoren in Abhängigkeit von den kinematischen Größen der am Prozeß $gg \to W^- H^+$ beteiligten Teilchen auf. Das Symbol λ_T bezeichnet die transversale Polarisation des W-Bosons ($\lambda_T = \pm 1$).

$$
\begin{aligned}
K_{1,\sigma\bar{\sigma}0} = K_{2,\sigma\bar{\sigma}0} &= \frac{\left(4\,\hat{s}\,|\vec{p}_W|^2 - (\,\hat{t} - \hat{u}\,)^2\right)\left(2\,|\vec{p}_W|^2\sqrt{\hat{s}} + E_W\,(\hat{u} - \hat{t})\right)}{32\,(\,\hat{s}\,|\vec{p}_W|\,m_W\,)}\,, \\
K_{3,\sigma\bar{\sigma}0} &= \frac{1}{8\,m_W}\left(-2\,|\vec{p}_W|\sqrt{\hat{s}} + \frac{E_W\,(\,\hat{t} - \hat{u}\,)}{|\vec{p}_W|}\right)(\sigma\,\bar{\sigma} + 1)\,, \\
K_{4,\sigma\bar{\sigma}0} &= K_{3,\sigma\bar{\sigma}0}(\hat{t} \leftrightarrow \hat{u})\,, \\
K_{5,\sigma\bar{\sigma}0} = K_{6,\sigma\bar{\sigma}0} &= \frac{E_W}{m_W}\left(\frac{1}{8}\,\frac{(\,\hat{t} - \hat{u}\,)^2}{\hat{s}\,|\vec{p}_W|} - \frac{1}{2}\,|\vec{p}_W|\right)\,, \\
K_{7,\sigma\bar{\sigma}0} &= -i\,(\hat{s}/2)\,\sigma\,K_{5,\sigma\bar{\sigma}0}\,, \\
K_{8,\sigma\bar{\sigma}0} &= i\,(\hat{s}/2)\,\bar{\sigma}\,K_{5,\sigma\bar{\sigma}0}\,, \\
K_{9,\sigma\bar{\sigma}0} &= 0\,, \\
K_{10,\sigma\bar{\sigma}0} &= \frac{i}{16\,m_W}\left(\frac{E_W\,(\,\hat{t} - \hat{u}\,)}{|\vec{p}_W|} - 2\sqrt{\hat{s}}\,|\vec{p}_W|\right)\hat{s}\,(\sigma + \bar{\sigma})\,, \\
K_{11,\sigma\bar{\sigma}0} &= K_{10,\sigma\bar{\sigma}0}(\hat{t} \leftrightarrow \hat{u})\,,
\end{aligned}
$$

$$K_{12,\sigma\bar\sigma 0} = K_{13,\sigma\bar\sigma 0} = -K_{8,\sigma\bar\sigma 0}\ ,$$

$$K_{14,\sigma\bar\sigma 0} = \frac{i\,\Big(2\,|\vec p_W|^2\,\sqrt{\hat s} - E_W(\hat t-\hat u)\Big)\Big(2\,\sqrt{\hat s}\,E_W - \hat t + \hat u\Big)}{32\,|\vec p_W|\,m_W}\,(\sigma+\bar\sigma)\ ,$$

$$K_{15,\sigma\bar\sigma 0} = \frac{i\,\Big(2\,|\vec p_W|^2\,\sqrt{\hat s} + E_W(\hat t-\hat u)\Big)\Big(2\,\sqrt{\hat s}\,E_W - \hat t + \hat u\Big)}{32\,|\vec p_W|\,m_W}\,(\sigma+\bar\sigma)\ ,$$

$$K_{16,\sigma\bar\sigma 0} = K_{7,\sigma\bar\sigma 0}\,m_W^2/(E_W\sqrt{\hat s})\ , \qquad K_{17,\sigma\bar\sigma 0} = K_{8,\sigma\bar\sigma 0}\,m_W^2/(E_W\sqrt{\hat s})\ ,$$

$$K_{18,\sigma\bar\sigma 0} = (2/\hat s)\,K_{10,\sigma\bar\sigma 0}\ , \qquad K_{19,\sigma\bar\sigma 0} = -K_{15,\sigma\bar\sigma 0}(\hat t\leftrightarrow\hat u)\ ,$$

$$K_{20,\sigma\bar\sigma 0} = -K_{14,\sigma\bar\sigma 0}(\hat t\leftrightarrow\hat u)\ , \qquad K_{21,\sigma\bar\sigma 0} = -K_{16,\sigma\bar\sigma 0}\ ,$$

$$K_{22,\sigma\bar\sigma 0} = -K_{17,\sigma\bar\sigma 0}\ , \qquad K_{23,\sigma\bar\sigma 0} = -K_{18,\sigma\bar\sigma 0}(\hat t\leftrightarrow\hat u)\ ,$$

$$K_{24,\sigma\bar\sigma 0} = -\frac{i\,m_W\,(\,\hat t-\hat u\,)}{4\,|\vec p_W|\,\sqrt{\hat s}}\,(\sigma+\bar\sigma)\ .$$

$$K_{1,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -K_{2,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = \frac{i}{32}\left(4\,\sqrt{\hat s}\,|\vec p_W| - \frac{(\,\hat t-\hat u\,)^2}{|\vec p_W|\,\sqrt{\hat s}}\right)\,p_t\,\sqrt{2}\,\lambda_T\ ,$$

$$K_{3,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -K_{4,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -\,\frac{i}{8}\,\frac{\sqrt{2}\,p_t\,\sqrt{\hat s}\,(\,\sigma\,\bar\sigma+1\,)\,\lambda_T}{|\vec p_W|}\ ,$$

$$K_{5,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -\frac{i}{8}\,\left(\frac{(\,\hat t-\hat u\,)\,\lambda_T}{\sqrt{\hat s}\,|\vec p_W|} + 2\,\sigma\right)\,p_t\,\sqrt{2}\ ,$$

$$K_{6,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = K_{5,\sigma\bar\sigma\lambda_T}(\sigma\to-\bar\sigma)\ ,$$

$$K_{7,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = \frac{1}{2}\,\left(\frac{1}{4}\,\hat s\,\sigma\,\bar\sigma - \frac{1}{8}\,\frac{\sqrt{\hat s}\,(\,\hat t-\hat u\,)\,\sigma\,\lambda_T}{|\vec p_W|}\right)\,p_t\,\sqrt{2}\ ,$$

$$K_{8,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = K_{7,\sigma\bar\sigma\lambda_T}(\sigma\to-\bar\sigma,\ \bar\sigma\to-\sigma)\ ,$$

$$K_{9,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = \frac{1}{8}\,\sqrt{2}\,\hat s\,p_t\,(\,\sigma\,\bar\sigma+1\,)\ ,$$

$$K_{10,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -K_{11,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = i\,(\hat s/2)\,K_{3,\sigma\bar\sigma\lambda_T}\ ,$$

$$K_{12,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = i\,(\hat s/2)\,\sigma\,K_{5,\sigma\bar\sigma\lambda_T}\ ,$$

$$K_{13,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = K_{12,\sigma\bar\sigma\lambda_T}(\sigma\to-\bar\sigma)\ ,$$

$$K_{14,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -K_{15,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = -\,\frac{1}{32}\,\frac{\Big(2\,\sqrt{\hat s}\,E_W - \hat t + \hat u\Big)\,\sqrt{\hat s}\,p_t\,\sqrt{2}\,(\sigma+\bar\sigma)\,\lambda_T}{|\vec p_W|}\ ,$$

$$K_{16,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = \frac{1}{16}\,\left(\left(-\frac{E_W\,(\,\hat t-\hat u\,)}{|\vec p_W|} + 2\,|\vec p_W|\,\sqrt{\hat s}\right)\,\sigma\,\lambda_T + (\hat t-\hat u) - 2\,\sqrt{\hat s}\,E_W\right)\,p_t\,\sqrt{2}\ ,$$

$$K_{17,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = K_{16,\sigma\bar\sigma\lambda_T}(\sigma\to-\bar\sigma)\ ,$$

$$K_{18,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = K_{23,\sigma\bar\sigma\lambda_T} = \frac{1}{8}\,\frac{p_t\,\sqrt{\hat s}\,\sqrt{2}\,(\sigma+\bar\sigma)\,\lambda_T}{|\vec p_W|}\ ,$$

$$
\begin{aligned}
K_{19,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T} &= -K_{20,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T} = K_{15,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T}(\hat{t} \leftrightarrow \hat{u}) \ , \\
K_{21,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T} &= \frac{1}{16}\left(\left(\frac{E_W\,(\hat{t}-\hat{u})}{|\vec{p}_W|} + 2\,|\vec{p}_W|\,\sqrt{\hat{s}}\right)\sigma\,\lambda_T + (\hat{t}-\hat{u}) + 2\,\sqrt{\hat{s}}\,E_W\right) p_t\,\sqrt{2} \ , \\
K_{22,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T} &= K_{21,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T}(\sigma \to -\bar{\sigma}) \ , \\
K_{24,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T} &= -\sqrt{2}\,(E_W/\sqrt{\hat{s}})\,K_{18,\sigma\bar{\sigma}\lambda_T} \ .
\end{aligned}
$$

Dabei haben wir die Abkürzung

$$
p_t^2 = \frac{\hat{t}\hat{u} - m_W^2 m_{H^\pm}^2}{\hat{s}}
$$

benutzt.

Anhang D

Kopplungen im MSSM

Im Folgenden sind alle Dreipunkt-Kopplungen von Quarks und Squarks an die Higgs-Bosonen des MSSM zusammengestellt. Konkret sind die Formeln für die dritte Generation aufgeschrieben. Die entsprechenden Formeln für die anderen beiden Generationen erhält man durch Substitution der Top- und Bottom-spezifischen Bezeichnungen durch die entsprechenden Up- und Down-Quark-spezifischen Bezeichnungen der anderen Generationen. Der Faktor $g_I = e/s_w$ bezeichnet die Kopplungskonstante der schwachen Isospingruppe $SU(2)$, $s_w = \sin\theta_w$, $c_w = \cos\theta_w$ und $t_w = \tan\theta_w$ mit dem schwachen Mischungswinkel θ_w. Die skalaren und pseudoskalaren Kopplungen in den Higgs-Fermion-Wechselwirkungen werden durch hinzufügen eines Index 's' und 'p' gekennzeichnet. Analog kenzeichnen die Indizes 'v' und 'a' die Vektor- und Axialvektorkopplung von Quarks an Eichbosonen.

Quark-Kopplungen an Higgs-Bosonen

Mit der generischen Feynman-Regel für ein skalares Teilchen S_a und Fermionen F_b und F_c,

$$\Gamma(S_a, F_b, F_c) = i\left(g_s[S_a, F_b, F_c] + g_p[S_a, F_b, F_c]\,\gamma_5\right)\,,$$

hat man im MSSM die folgenden Kopplungen.

Neutrale Higgs-Bosonen

$$g_s[H^0tt] = -g_I\,\frac{m_t}{2m_W}\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\,, \qquad g_s[H^0bb] = -g_I\,\frac{m_b}{2m_W}\,\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\,, \tag{D.1}$$

$$g_s[h^0tt] = -g_I\,\frac{m_t}{2m_W}\,\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}\,, \qquad g_s[h^0bb] = +g_I\,\frac{m_b}{2m_W}\,\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}\,, \tag{D.2}$$

$$g_p[H^0tt] = g_p[h^0tt] = 0\,, \qquad g_p[H^0bb] = g_p[h^0bb] = 0\,, \tag{D.3}$$

$$g_p[A^0tt] = ig_I\,\frac{m_t}{2m_W}\cot\beta\,, \qquad g_p[A^0bb] = ig_I\,\frac{m_b}{2m_W}\tan\beta\,, \tag{D.4}$$

$$g_s[A^0tt] = g_s[A^0bb] = 0\,. \tag{D.5}$$

Geladene Higgs-Bosonen

$$g_s[H^+\,\text{aus}, t\,\text{ein}, b\,\text{aus}] = g_I\,\frac{m_b \tan\beta + m_t \cot\beta}{2\sqrt{2}m_W} = g_s[H^-\,\text{aus}, b\,\text{ein}, t\,\text{aus}]\;, \tag{D.6}$$

$$g_p[H^+\,\text{aus}, t\,\text{ein}, b\,\text{aus}] = -g_I\,\frac{m_b \tan\beta - m_t \cot\beta}{2\sqrt{2}m_W} = -g_p[H^-\,\text{aus}, b\,\text{ein}, t\,\text{aus}]\;. \tag{D.7}$$

Squark-Kopplungen an Higgs-Bosonen

Mit der generischen Feynman-Regel für drei skalare Teilchen S_a, S_b und S_c,

$$\Gamma(S_a, S_b, S_c) = i\,g[S_a, S_b, S_c]\;,$$

hat man im MSSM die folgenden Kopplungen.

Neutrale Higgs-Bosonen

$$g[h^0\tilde{\mathrm{t}}_1\tilde{\mathrm{t}}_1] = g_I\,\Big[\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}\Big(\frac{m_t A_t}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - \frac{m_t^2}{m_W}\Big) + \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\Big(\frac{m_t\mu}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}\Big) - \sin(\alpha+\beta)\Big(\frac{m_Z(5-8c_w^2)}{6c_w}\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - \frac{2m_Z s_w^2}{3c_w}\Big)\Big]\;, \tag{D.8}$$

$$g[h^0\tilde{\mathrm{t}}_2\tilde{\mathrm{t}}_2] = g_I\,\Big[\frac{\cos\alpha}{\sin\beta}\Big(-\frac{m_t A_t}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - \frac{m_t^2}{m_W}\Big) + \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\Big(-\frac{m_t\mu}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}\Big) - \sin(\alpha+\beta)\Big(-\frac{m_Z(5-8c_w^2)}{6c_w}\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} + \frac{m_Z(1-4s_w^2)}{6c_w}\Big)\Big]\;, \tag{D.9}$$

$$g[h^0\tilde{\mathrm{b}}_1\tilde{\mathrm{b}}_1] = g_I\,\Big[\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}\Big(-\frac{m_b A_b}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} + \frac{m_b^2}{m_W}\Big) + \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\Big(-\frac{m_b\mu}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\Big) - \sin(\alpha+\beta)\Big(\frac{m_Z(4c_w^2-1)}{6c_w}\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} + \frac{m_Z s_w^2}{3c_w}\Big)\Big]\;, \tag{D.10}$$

$$g[h^0\tilde{\mathrm{b}}_2\tilde{\mathrm{b}}_2] = g_I\,\Big[\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}\Big(\frac{m_b A_b}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} + \frac{m_b^2}{m_W}\Big) + \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\Big(\frac{m_b\mu}{2m_W}\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\Big) - \sin(\alpha+\beta)\Big(-\frac{m_Z(4c_w^2-1)}{6c_w}\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} + \frac{m_Z(1+2c_w^2)}{6c_w}\Big)\Big]\;, \tag{D.11}$$

$$g[H^0\tilde{\mathrm{t}}_1\tilde{\mathrm{t}}_1] = g_I \Big[\frac{m_t}{2m_W \sin\beta}\Big((A_t \sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - 2m_t \sin\alpha\Big) + \frac{m_Z \cos(\alpha+\beta)}{6c_w}\Big((5-8c_w^2)\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - 4s_w^2\Big)\Big] , \quad \text{(D.12)}$$

$$g[H^0\tilde{\mathrm{t}}_2\tilde{\mathrm{t}}_2] = g_I \Big[\frac{m_t}{2m_W \sin\beta}\Big(-(A_t \sin\alpha - \mu\cos\alpha)\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - 2m_t \sin\alpha\Big) + \frac{m_Z \cos(\alpha+\beta)}{6c_w}\Big(-(5-8c_w^2)\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} + (1-4s_w^2)\Big)\Big] , \quad \text{(D.13)}$$

$$g[H^0\tilde{\mathrm{b}}_1\tilde{\mathrm{b}}_1] = g_I \Big[\frac{m_b}{2m_W \cos\beta}\Big((A_b \cos\alpha - \mu\sin\alpha)\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} - 2m_b \cos\alpha\Big) + \frac{m_Z \cos(\alpha+\beta)}{6c_w}\Big((4c_w^2-1)\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} + 2s_w^2\Big)\Big] , \quad \text{(D.14)}$$

$$g[H^0\tilde{\mathrm{b}}_2\tilde{\mathrm{b}}_2] = g_I \Big[\frac{m_b}{2m_W \cos\beta}\Big(-(A_b \cos\alpha - \mu\sin\alpha)\sin 2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} - 2m_b \cos\alpha\Big) + \frac{m_Z \cos(\alpha+\beta)}{6c_w}\Big(-(4c_w^2-1)\cos^2\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} + (1+2c_w^2)\Big)\Big] , \quad \text{(D.15)}$$

Geladene Higgs-Bosonen

$$\begin{aligned} g[H^\pm\tilde{\mathrm{t}}_1\tilde{\mathrm{b}}_1] = \frac{g_I}{2\sqrt{2}m_W}\Big[&+ 2m_t m_b(\tan\beta + \cot\beta)\ \sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\ &\sin 2\beta\Big(m_b^2(1+\tan^2\beta) + m_t^2(1+\cot^2\beta) - 2m_W^2\Big)\ \cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\ &- 2m_b(\mu + A_b\tan\beta)\ \sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - 2m_t(\mu + A_t\cot\beta)\ \cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}\Big] , \quad \text{(D.16)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g[H^\pm\tilde{\mathrm{t}}_1\tilde{\mathrm{b}}_2] = \frac{g_I}{2\sqrt{2}m_W}\Big[&- 2m_t m_b(\tan\beta + \cot\beta)\ \cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\ &+ \sin 2\beta\Big(m_b^2(1+\tan^2\beta) + m_t^2(1+\cot^2\beta) - 2m_W^2\Big)\ \sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\ &+ 2m_b(\mu + A_b\tan\beta)\ \cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} - 2m_t(\mu + A_t\cot\beta)\ \sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}\Big] , \quad \text{(D.17)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g[H^{\pm}\tilde{\mathrm{t}}_2\tilde{\mathrm{b}}_1] = \frac{g_I}{2\sqrt{2}m_W}\Big[&-2m_t m_b(\tan\beta+\cot\beta)\,\sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\
&+\sin 2\beta\Big(m_b^2(1+\tan^2\beta)+m_t^2(1+\cot^2\beta)-2m_W^2\Big)\,\cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\
&-2m_b(\mu+A_b\tan\beta)\,\sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}+2m_t(\mu+A_t\cot\beta)\,\cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}\Big]\,, \qquad (D.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g[H^{\pm}\tilde{\mathrm{t}}_2\tilde{\mathrm{b}}_2] = \frac{g_I}{2\sqrt{2}m_W}\Big[&2m_t m_b(\tan\beta+\cot\beta)\,\cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\
&+\sin 2\beta\Big(m_b^2(1+\tan^2\beta)+m_t^2(1+\cot^2\beta)-2m_W^2\Big)\,\sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \\
&+2m_b(\mu+A_b\tan\beta)\,\cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}+2m_t(\mu+A_t\cot\beta)\,\sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}}\cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}}\Big]\,. \qquad (D.19)
\end{aligned}$$

Kopplungen an Eichbosonen

Mit den generischen Feynman-Regel für die Wechselwirkungen skalarer Teilchen S, Fermionen F und Vektorbosonen V,

$$\begin{aligned}
\Gamma(S_a(p),S_b(k),V_c^\mu) &= i\,g[S_a,S_b,V_c](p^\mu+k^\mu)\,, \\
\Gamma(F_a,F_b,V_c^\mu) &= -i\left(g_V[F_a,F_b,V_c]\,\gamma^\mu+g_A[F_a,F_b,V_c]\,\gamma_5\gamma^\mu\right)\,, \\
\Gamma(S_a,S_b,V_c^\mu,V_d^\nu) &= i\,g[S_a,S_b,V_c,V_d]\,g^{\mu\nu}\,,
\end{aligned}$$

wobei der Impuls p einlaufend und der Impuls k auslaufend gewählt ist, hat man im MSSM die folgenden Kopplungen.

Quarks und Squarks

Die Indizes α,β,a,b sind Farbindizes; i und j bezeichnen Squark-Masseneigenzustände.

$$g_V[q^\alpha q^\beta g^a] = g_S\frac{\lambda^a_{\alpha\beta}}{2} \qquad g_A[qqg]=0\,, \qquad (D.20)$$

$$g[\tilde{\mathrm{q}}^\alpha\tilde{\mathrm{q}}^\beta g^a] = -g_S\frac{\lambda^a_{\alpha\beta}}{2}\,, \qquad (D.21)$$

$$g[\tilde{\mathrm{q}}^\alpha\tilde{\mathrm{q}}^\beta g^a g^b] = g_S^2\Big\{\frac{\lambda^a}{2},\frac{\lambda^b}{2}\Big\}_{\alpha\beta}\,, \qquad (D.22)$$

$$g_V[t^\beta b^\alpha W^{\pm}] = \frac{g_I}{2\sqrt{2}}\delta_{\alpha\beta} \qquad g_A[t^\beta b^\alpha W^{\pm}] = \frac{g_I}{2\sqrt{2}}\delta_{\alpha\beta}\,, \qquad (D.23)$$

$$g[\tilde{\mathrm{t}}_i\tilde{\mathrm{b}}_j W^{\pm}] = -\frac{g_I}{\sqrt{2}}R_{ij}\,, \qquad (D.24)$$

$$g[\tilde{\mathrm{t}}_i^\beta\tilde{\mathrm{b}}_j^\alpha g^a W^{\pm}] = \sqrt{2}g_I g_S R_{ij}\frac{\lambda^a_{\alpha\beta}}{2}\,. \qquad (D.25)$$

Die R_{ij} sind die folgenden Funktionen der Squark-Mischungswinkel:

$$\left(\begin{array}{cc} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{cc} \cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} & \sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \cos\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} \\ \cos\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} & \sin\theta_{\tilde{\mathrm{t}}} \sin\theta_{\tilde{\mathrm{b}}} \end{array} \right) . \tag{D.26}$$

Higgs-Bosonen

$$g[h^0 H^\pm W^\mp] = \frac{g_I}{2} \sin(\beta - \alpha) \; , \tag{D.27}$$

$$g[H^0 H^\pm W^\mp] = -\frac{g_I}{2} \cos(\beta - \alpha) \; , \tag{D.28}$$

$$g[A^0 H^\pm W^\mp] = -i\frac{g_I}{2} \; . \tag{D.29}$$

Anhang E

Programme

Im Folgenden soll eine Übersicht über die verfügbaren Fortran-Programme zur Berechnung von physikalischen Prozessen gegeben werden, die im Rahmen dieser Arbeit und darüberhinaus, zum Teil in Zusammenarbeit mit anderen, entstanden sind. Die Bedienung der Programme ist weitestgehend standardisiert und nahezu alle Programme erlauben es den differentiellen und den integrierten Wirkungsquerschnitt zu berechnen. Ist in der Spalte „Faltung " ein Kreuz eingetragen, so erlauben es die Programme für solche Prozesse die numerische Faltung des partonischen Wirkungsquerschnitts mit den entsprechenden Parton-Verteilungen zur Berechnung des hadronischen Wirkungsquerschnitts an Proton-Proton oder Proton-Anti-Proton-Collidern zu berechnen. Zur Berechnung der Parton-Verteilungen wird die Programmbibliothek PDFLIB [24] herangezogen. Der Eintrag in „Ordnung " bezeichnet die Schleifen-Ordnung bis zu der die Berechnung durchgeführt ist (0: Born-Niveau, 1: Einschleifen-Niveau).

	Ordnung	Modelle	Faltung	Bemerkungen
Prozesse an Hadron-Collidern				
$gg \to HH$	1	SM	x	
$gg \to gH$	1	SM	x	
$gg \to qH$	1	SM	x	
$q\bar{q} \to e^+e^-$	1	SM	x	Parton-Prozeß von C. Schappacher[75]
$q\bar{q} \to H^+H^-$	0	MSSM	x	mit $m_b^{\overline{MS}}(\mu)$
$gg \to H^+H^-$	1	MSSM, 2HDM	x	2HDM: mit Breiten für H_i^0
$bg \to H^-t$	0	MSSM	x	
$b\bar{b} \to W^\pm H^\mp$	0	MSSM, 2HDM	x	mit $m_b^{\overline{MS}}(\mu)$, 2HDM: mit Breiten für H_i^0
$gg \to W^\pm H^\mp$	1	MSSM, 2HDM	x	
$gg \to gH_2^0$	1	MSSM, 2HDM	x	
$gg \to qH_2^0$	1	MSSM, 2HDM	x	
$q\bar{q} \to H_i^0 H_j^0 (i,j=1,2,3)$	0	MSSM		mit Breiten f. H_i^0
$gg \to H_i^0 H_j^0 (i,j=1,2,3)$	1	MSSM		von HDECAY[76]
Prozesse an e^+e^--Collidern				
$e^+e^- \to W^\pm H^\mp$	1	MSSM, 2HDM	–	

Literaturverzeichnis

[1] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 19; A. Salam, in: *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, Editor N. Svartholm, Stockholm, 1968. S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D **2** (1970) 1285; N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531; M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.

[2] F. Abe, et al. (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2626; S. Abachi, et al. (D∅ Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.

[3] ALEPH Collaboration, DELPHI Collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration, LEP Electroweak Working Group und SLD Heavy Flavor und Electroweak Groups, hep-ex/0112021.

[4] P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 508, *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156; R. Brout, F. Englert, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321; T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* **155** (1967) 1554.

[5] G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **33** (1971) 173; G. 't Hooft, Nucl. Phys. B **35** (1971) 167.

[6] J. Goldstone, Nuovo Cim. **19** (1961) 154; Y. Nambu, Phys. Rev. Lett. **4** (1960) 380; J. Goldstone, A. Salam and S. Weinberg, Phys. Rev. **127** (1962) 965.

[7] G. 't Hooft, in *Recent Developments in Gauge Theories*, G. 't Hooft (ed.), Plenum Press, 1980.

[8] E. Witten, *Nucl. Phys.* **B188** (1981) 513.

[9] S. Coleman, J. Mandula, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251.

[10] R. Haag, J.T. Łopuszański, M. Sohnius, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 257.

[11] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*, Princeton University Press, 1992, 2nd Edition.

[12] P.P. Srivastava, *Supersymmetry, Superfields and Supergravity: An Introduction*, IOP Publishing Ltd, 1986.

[13] H.E. Haber, hep-ph/9306207.

[14] L. Girardello, M.T. Grisaru, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[15] J.F. Gunion, H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 1.

[16] M.F. Sohnius in: *Proceedings of the Trieste Spring School*, Trieste 1984, B. de Wit, P. Fayet, P. van Nieuwenhuizen (eds.), World Scientific, 1984.

[17] M.F. Sohnius, *Phys. Rep.* **128** (1985) 39.

[18] M.A. Diaz, H.E. Haber, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 4246

[19] H.E. Haber, G.L. Kane, T. Sterling, *Nucl. Phys.* **B161** (1979) 493.

[20] S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D7** (1973) 1068.

[21] J. Amundson et al, hep-ph/9609374.

[22] S. L. Glashow und S. Weinberg, Phys. Rev. D **15** (1977) 1958.

[23] G.J. van Oldenborgh und J.A.M. Vermaseren, *Comput. Phys. Commun.* **66** (1991) 1, Z. Phys. **C46** 425 (1990).

[24] H. Plothow-Besch, *Int. Jour. Mod. Phys.* **A10** (1995) 2901.

[25] J.A.M. Vermaseren, *Symbolic Manipulation with FORM*, Computer Algebra Nederland (CAN), 1991.

[26] J. Rosiek, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 3464 [Erratum: hep-ph/9511250].

[27] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide* , Addison-Wesley Publishing Company, 1990.

[28] O. Brein, *Diplomarbeit*, Universität Karlsruhe, 1998.

[29] D. A. Dicus, J. L. Hewett, C. Kao und T. G. Rizzo, Phys. Rev. **D40** (1989) 787.

[30] A. A. Barrientos Bendezu und B. A. Kniehl, Phys. Rev. **D59** (1999) 015009, *ibid* **D61** 097701 (2000).

[31] F. I. Olness und W. Tung, Nucl. Phys. **B308** (1988) 813.

[32] D. A. Dicus and C. Kao, Phys. Rev. D **41** (1990) 832.

[33] W. Hollik and S. h. Zhu, hep-ph/0109103.

[34] S. Moretti und K. Odagiri, Phys. Rev. **D59** (1999) 055008 [hep-ph/9809244].

[35] D. E. Groom et al. [Particle Data Group], Eur. Phys. J. **C15** (2000) 1.

[36] A. A. Barrientos Bendezu und B. A. Kniehl, hep-ph/0007336.

[37] J. Küblbeck, M. Böhm und A. Denner, Comput. Phys. Commun. **60** (1990) 165; T. Hahn, hep-ph/9905354, T. Hahn und C. Schappacher, hep-ph/0105349.

[38] O. Brein, W. Hollik und S. Kanemura, Phys. Rev. D **63** (2001) 095001.

[39] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling und R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **4** (1998) 463.

[40] G. Passarino und M. Veltman, Nucl. Phys. **B160** (1979) 151.

[41] A. Bartl, W. Majerotto, B. Mosslacher und N. Oshimo, Z. Phys. **C52** (1991) 477; A. Bartl, W. Majerotto und W. Porod, Z. Phys. **C64** (1994) 499; A. Djouadi, W. Hollik und C. Jünger, Phys. Rev. D **55** (1997) 6975.

[42] R. Kinnunen, *private Mitteilung.*

[43] A. Djouadi et al., hep-ph/0002258.

[44] M. Carena et al., hep-ph/0010338.

[45] H. M. Georgi, S. L. Glashow, M. E. Machacek und D. V. Nanopoulos, Phys. Rev. Lett. **40** (1978) 692; D. Graudenz, M. Spira und P. M. Zerwas, Phys. Rev. Lett. **70** (1993) 1372; R. V. Harlander und W. B. Kilgore, Phys. Rev. D **64** (2001) 013015; S. Catani, D. de Florian und M. Grazzini, JHEP **0105** (2001) 025.

[46] R. K. Ellis, I. Hinchliffe, M. Soldate und J. J. van der Bij, Nucl. Phys. B **297** (1988) 221.

[47] U. Baur und E. W. Glover, Nucl. Phys. B **339** (1990) 38.

[48] M. Chaichian, I. Liede, J. Lindfors und D. P. Roy, Phys. Lett. B **198** (1987) 416 [Erratum-ibid. B **205** (1987) 595].

[49] S. Abdullin, M. Dubinin, V. Ilyin, D. Kovalenko, V. Savrin und N. Stepanov, Phys. Lett. B **431** (1998) 410.

[50] C. Kao, Phys. Lett. B **328** (1994) 420.

[51] M. Carena, S. Heinemeyer, C. E. Wagner und G. Weiglein, hep-ph/9912223.

[52] M. Carena, H. E. Haber, H. E. Logan und S. Mrenna, hep-ph/0106116.

[53] S. Heinemeyer, W. Hollik und G. Weiglein, Eur. Phys. J. C **9** (1999) 343 und Eur. Phys. J. C **16** (2000) 139.

[54] A. Djouadi, P. Gambino, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. Jünger und G. Weiglein, Phys. Rev. D **57** (1998) 4179.

[55] [LEP Higgs Working Group Collaboration], hep-ex/0107030.

[56] R. Brock et al. [CTEQ Collaboration], *Handbook of perturbative QCD: Version 1.0*, Rev. Mod. Phys. **67** (1995) 157.

[57] See summary talk of the Les Houches 2001 Higgs working group by M. Spira: http://wwwlapp.in2p3.fr/conferences/LesHouches/Houches2001/wg.html#Higgs .

[58] Die ATLAS und CMS Kollaborationen, J. G. Branson, D. Denegri, I. Hinchliffe, F. Gianotti, F. E. Paige und P. Sphicas (Hrsg.), hep-ph/0110021.

[59] J. A. Aguilar-Saavedra et al. [ECFA/DESY LC Physics Working Group Collaboration], hep-ph/0106315.

[60] S. H. Zhu, hep-ph/9901221.

[61] S. Kanemura, Eur. Phys. J. C **17** (2000) 473, hep-ph/9911541.

[62] A. Arhrib, M. Capdequi Peyranere, W. Hollik und G. Moultaka, Nucl. Phys. B **581** (2000) 34.

[63] The Super-Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda et al. , Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1562.

[64] A. Dabelstein, Z. Phys. C **67** (1995) 495.

[65] M. Böhm, W. Hollik und H. Spiesberger, Fortsch. Phys. **34** (1986) 687.

[66] J. A. Coarasa, D. Garcia, J. Guasch, R. A. Jimenez und J. Sola, Eur. Phys. J. C **2** (1998) 373.

[67] C. Bollini, J. Giambiagi, *Nuovo Cim.* **12B** (1972) 20; J. Ashmore, *Nuovo Cim. Lett.* **4** (1972) 289; G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189.

[68] J. A. Casas, A. Lleyda und C. Munoz, Nucl. Phys. B **471** (1996) 3.

[69] A. Denner, R. J. Guth, W. Hollik and J. H. Kühn, Z. Phys. C **51** (1991) 695; D. Choudhury, T. M. Tait und C. E. Wagner, hep-ph/0202162.

[70] B. W. Lee, C. Quigg und H. B. Thacker, Phys. Rev. D **16** (1977) 1519.

[71] R. Casalbuoni, D. Dominici, F. Feruglio und R. Gatto, Nucl. Phys. B **299** (1988) 117.

[72] G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B153** (1979) 365.

[73] A. Denner, U. Nierste, R. Scharf, *Nucl. Phys.* **B367** (1991) 637.

[74] A. Aeppli, Inaugural-Dissertation, Universität Zürich, Zürich 1992.

[75] U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher and D. Wackeroth, Phys. Rev. D **65** (2002) 033007.

[76] A. Djouadi, J. Kalinowski and M. Spira, Comput. Phys. Commun. **108** (1998) 56.

Lebenslauf

Oliver Brein

Persönliche Daten

Vorname	Oliver
Familienname	Brein
Geburtsdatum	24. Juli 1971
Geburtsort	Grünstadt (Pfalz)
Staatsangehörigkeit	deutsch
Familienstand	ledig
Adresse	Im Sporgarten 6 67246 Dirmstein

Schulausbildung

Sept. 1978 – Juli 1982	Grundschule Dirmstein
Sept. 1982 – Juni 1991	Albert-Einstein-Gymnasium, Frankenthal Abitur im Juni 1991

Zivildienst

Okt. 1991 – Okt. 1992	bei der Johanniter Unfallhilfe in Bobenheim-Roxheim

Universitätsausbildung

Okt. 1992 – Okt. 1998	Studium der Physik an der Universität Karlsruhe (TH) Abschluß der Diplomvorprüfung in Physik am 11. Oktober 1994 Abschluß der Diplomprüfung in Physik am 22. Oktober 1998 Titel der Diplomarbeit : *Higgs-Paarproduktion durch Gluon-Fusion in Hadron-Kollisionen* Betreuer: Prof. Dr. W. Hollik
Nov. 1998 – April 2002	Promotion an der Fakultät für Physik der Universität Karlsruhe (TH) am Institut für Theoretische Physik Abschluß der Doktorprüfung am 26. April 2002 Titel der Doktorarbeit: *Quanten-Effekte in der Higgs-Physik an hochenergetischen Elektron-Positron- und Hadron-Collidern* Betreuer: Prof. Dr. W. Hollik