Zwei–Schleifen–Rechnungen im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN

von der Fakultät für Physik der Universität (TH)

Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.–Phys. Sven Heinemeyer
aus Bremen

Tag der mündlichen Prüfung: *06.02.1998*
Referent: *Prof. Dr. W. Hollik*
Korreferent: *Prof. Dr. J. Kühn*

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden im Rahmen des Minimalen Supersymmetrischen Standardmodells 2–Schleifen–QCD–Korrekturen einerseits zu Präzisionsobservablen und andererseits zu den Massen der neutralen $\mathcal{CP}$–geraden Higgs–Bosonen berechnet. Diese Korrekturen können vom Betrag her einen beträchtlichen Teil der 1–Schleifen–Korrekturen ausmachen und tragen somit wesentlich zu genaueren theoretischen Vorhersagen des Modells bei.

Nach einer kurzen Einführung wird im ersten Kapitel das Minimale Supersymmetrische Standardmodell motiviert, sowie seine Eigenschaften und sein Teilcheninhalt vorgestellt. Das zweite Kapitel beschäftigt sich mit den Techniken, die zur Berechnung von 2–Schleifen–Selbstenergiediagrammen benötigt werden. Die Regularisierung der auftretenden UV–Divergenzen und die in dieser Arbeit verwendete Renormierung auf dem 1– und 2–Schleifen–Niveau werden im dritten Kapitel dargelegt. Unsere "Strategie" zur Berechnung von 2–Schleifen–Amplituden wird im vierten Kapitel erklärt.

Im fünften Kapitel werden die SUSY–QCD–Korrekturen zum ρ–Parameter berechnet. Hierzu tragen Selbstenergien mit verschwindendem äußeren Impuls bei. Die Beiträge zerfallen in diejenigen durch Gluon– und durch Gluino–Austausch. Für die ersteren, die ca. $10-15\%$ der 1–Schleifen–Korrekturen betragen, wird eine einfache Formel abgeleitet. Im Gegensatz zu vielen 2–Schleifen–Korrekturen im SM besitzen die Gluon–Austausch–Korrekturen das gleiche Vorzeichen wie die 1–Schleifen–Ergebnisse und verstärken die virtuellen Effekte der beitragenden Sfermionen. Das Gluino–Austausch–Ergebnis, das ebenfalls analytisch abgeleitet wurde, ist für eine vollständige Darstellung zu umfangreich. Es wird daher nur in Näherungen dargestellt. Das Ergebnis ist im allgemeinen kleiner als der Gluon–Beitrag und besitzt je nach Lage der Massen wechselndes Vorzeichen. Für kleine Gluino– und Squark–Massen können die gesamten 2–Schleifen–Korrekturen bis zu 35% des 1–Schleifen–Ergebnisses betragen.

Das sechste Kapitel enthält die Berechnung des Gluon–Austausch–Beitrages zur $W-Z$–Massenkorrelation (welche durch die Größe Δr parametrisiert wird), für welche ein relativ kompaktes Ergebnis abgeleitet wird. Für dieses Resultat war die Berechnung von 2–Schleifen–Selbstenergien mit nichtverschwindendem äußeren Impuls notwendig. Eine analytische Berechnung war dennoch möglich, da in allen Diagrammen ein masseloses Gluon auftritt. Die 2–Schleifen–Korrekturen betragen $10-15\%$ des 1–Schleifen–Ergebnisses. Dieses entspricht einem Verschiebung der Masse des W–Bosons von ca. $10-20$ MeV für den Fall leichter Squarks.

Das letzte Kapitel beschäftigt sich mit den $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Korrekturen zu den Massen der neutralen $\mathcal{CP}$–geraden Higgsbosonen. Die 2–Schleifen–Korrekturen verringern die theoretische Vorhersage für die Masse des leichtesten Higgs–Bosons m_h um bis zu $10-20$ GeV. Das Ergebnis läßt sich für den Spezialfall verschwindender Mischung im skalaren top–Sektor und für $\mu = 0$ GeV kompakt darstellen. Für große Teile des Parameterraumes stellt dies gleichzeitig eine Näherung dar, die das exakte Resultat bis auf 2% genau wieder gibt.

Inhaltsverzeichnis

If the LHC (or another machine) does find SUSY ..., this would be one of the most profound achievements in the history of humankind.
JOHN SCHWARZ

Physiker besitzen einen genetischen Defekt, der ihnen übergroßen Optimismus verleiht.
LEON LEDERMAN

The future is not set. There is NO FATE, but what we make for ourselves.
KYLE REES, T2

Einführung

Das Ziel der Physik ist eine umfassende und vollständige Beschreibung der Natur. Hierbei nimmt die Elementarteilchenphysik einen grundlegende Stellung ein. Sie versucht, die kleinsten Bausteine der Materie sowie die zwischen ihnen herrschenden Wechselwirkungen zu beschreiben, auf die sich dann im Prinzip komplexere Eigenschaften dieser Welt zurückführen lassen. In diesem Sinne stellt die Elementarteilchenphysik das grundlegendste Teilgebiet der Physik dar.

Damit stellt sich die Frage, welche Theorie die Welt der Elementarteilchen korrekt beschreibt. Das Standardmodell (SM) der Elementarteilchenphysik beschreibt alle fundamentalen Bausteine der Materie, sowie drei der vier zwischen ihnen wirkenden Kräfte: die elektromagnetische, die schwache und die starke Wechselwirkung, wobei die beiden ersteren zur elektroschwachen Kraft zusammengefaßt werden konnten. Es ist aber klar, daß das SM nicht die letzte, d.h. grundlegende Beschreibung der Natur sein kann, da es einerseits einige theoretisch motivierte Fragestellungen nicht beantworten kann (vgl. Kapitel 1.1), sowie andererseits die Gravitation bisher nicht mit einbezogen werden konnte.

Auf dem Weg zur "Theory of Everything (TOE)" werden die Superstringtheorien (sowie in jüngster Zeit die sogenannte "M–Theorie", welche Superstringtheorien enthält) als die aussichtsreichsten Kandidaten angesehen. Bisher war es jedoch nicht möglich, diese Theorien eindeutig zu definieren; es gibt zu viele Möglichkeiten, sie zu realisieren. Für die Strategie, herauszufinden, welches wirklich die TOE ist, gibt es zwei Wege. Einerseits kann man versuchen, aus einzelnen Varianten der Stringtheorien Vorhersagen für die Niederenergiephysik abzuleiten, welche experimentell getestet werden können. Dieses hat sich jedoch bisher als extrem schwierig herausgestellt. Der zweite Weg besteht darin, sich (z.B. supersymmetrische) Erweiterungen des SMs "auszudenken", diese dann experimentell zu testen, um somit Anhaltspunkte für eine übergeordnete Theorie zu finden. Diese Arbeit soll einen kleinen Beitrag zu diesem zweiten Weg liefern.

Die einfachste supersymmetrische Erweiterung des SMs stellt das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) dar. Um herauszufinden, ob das MSSM die Phänomene (zumindest im Niederenergielimes) korrekt beschreibt, d.h. ob es sich dabei um die korrekte Erweiterung des SMs handelt, müssen aus ihm Vorhersagen abgeleitet werden, welche dann mit dem Experiment verglichen werden können. Stimmen diese Vorhersagen besser mit dem Experiment überein als die Vorhersagen des SMs, wäre dies ein starkes Indiz, daß das MSSM "korrekter" ist als das SM, daß also wahrscheinlich eine TOE tatsächlich supersymmetrisch ist.

Um die Vorhersagen einer Theorie für die untersuchten Observablen so aussagekräftig wie möglich zu machen, muß die theoretische Unsicherheit möglichst unter die experimentelle Unsicherheit gedrückt werden. Da die Vorhersagen im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie, wie das SM und das MSSM, in den meisten Fällen mit Hilfe der Störungstheorie gewonnen werden, muß man, um seine theoretische Genauigkeit zu erhöhen, höhere Glieder der Störungsreihe berechnen. Bisher existierten im Rahmen des MSSMs nur Ergebnisse, die die erste Ordnung in der Störungstheorie berücksichtigten. Angesichts der experimentellen Genauigkeit, mit der Präzisionsobservablen in den heutigen Beschleunigern gemessen werden, ist dies jedoch nicht ausreichend. Deshalb wurde in dieser Arbeit ein erster Schritt in Richtung zweiter Ordnung der Störungstheorie beschritten, die sogenannte 2–Schleifen–Rechnung.

Um das MSSM zu testen gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten: Einerseits kann man nach den von ihm vorhergesagten neuen Teilchen suchen. Hierzu muß man in den Beschleunigern eine entsprechend hohe Energie zur Verfügung haben. Andererseits kann man nach Quanteneffekten dieser zusätzlichen Teilchen zu suchen. Dabei müssen dann Präzisionsobservablen, welche auch bei niedrigen Energien gemessen werden können, hinreichend genau bestimmt werden. In dieser Arbeit wurden Rechnungen zu beiden Möglichkeiten durchgeführt. Es wurden die QCD–Korrekturen auf dem 2–Schleifen–Niveau zum ρ–Parameter (welche die relative Stärke der Wechselwirkungen des neutralen und des geladenen Stromes parametrisiert und als führender Term in andere Präzisionsobservablen eingeht) und zur Größe Δr (welche eine Vorhersage der Masse des W–Bosons ermöglicht) berechnet. Dabei zeigt sich, daß die 2–Schleifen–Korrekturen für den größten Teil des Parameterraumes das gleiche Vorzeichen wie die 1–Schleifen–Korrekturen besitzten, sie also verstärken. Dieses steht im Gegensatz zum SM, in dem die 2–Schleifen–QCD–Beiträge die 1–Schleifen–Effekte im allgemeinen verringern. Die 2–Schleifen–Korrekturen im MSSM betragen bis zu 35% der 1–Schleifen–Beiträge. Bisher ist die experimentelle Bestimmung dieser Größen aber noch derart, daß die Daten sowohl vom SM als auch vom MSSM annähernd gleich gut beschrieben werden, so daß sich daraus noch keine Schlußfolgerung bzgl. der Präferenz eines der Modelle ableiten lassen. Bisher war es damit nur möglich, Limits an die Parameter der Modelle zu stellen.

Eine weitere wichtige Testmöglichkeit des MSSMs stellt der Higgs–Sektor dar. Das MSSM macht nur zu einem Teilchen eine definitive Aussage: Das leichteste neutrale Higgs–Boson muß "relativ" leicht sein. Auf Tree–Level existiert die Schranke $m_h < M_Z \approx 91$ GeV. Dieser Massenbereich ist auch am Beschleuniger LEP2 in den nächsten Jahren zugänglich. Die Oberschranke wird jedoch durch 1–Schleifen–Korrekturen erheblich modifiziert. Sie setzen eine neue obere Schranke von ca. 150 GeV. Eine Rechnung in einem vereinfachten Modell sowie Renormierungsgruppenanalysen haben gezeigt, daß auf dem 2–Schleifen–Niveau die Vorhersage für die Masse wieder kleiner als auf dem 1–Schleifen–Niveau ausfällt. In dieser Arbeit werden die führenden 2–Schleifen–QCD–Korrekturen zu den Massen der neutralen, $\mathcal{CP}$–geraden Higgsbosonen des MSSMs berechnet und analysiert. Es ergibt sich, daß die 2–Schleifen–Beiträge das 1–Schleifen–Ergebnis deutlich verringern. Betrachtet man die beiden von vereinheitlichten Theorien ($SU(5)$ und $SO(10)$) bevorzugten Parameterbereiche [1], so zeigt sich, daß fast der gesamte $SU(5)$–Parameterbereich von LEP2 abgedeckt werden kann. Für die $SO(10)$ bleibt ein relativ großer Teil des Parameterraumes außerhalb der experimentellen Reichweite. Bisher konnte LEP2 jedoch nur eine untere Schranke an die Masse des leichtesten Higgs–Bosons von ca. 64 GeV setzen [2].

Kapitel 1

Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell

1.1 Motivation

Das Standardmodell (SM) der Elementarteilchenphysik [3] beschreibt alle Meßdaten mit sehr hoher Genauigkeit [4]. Dennoch gibt es einige grundlegende Fragen, die das SM nicht beantworten kann. Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM), die einfachste Erweiterung des SMs, das der Supersymmetrie (SUSY) gehorcht, beschreibt ebenfalls alle Meßdaten mit sehr hoher Genauigkeit, sagt jedoch eine Vielzahl neuer Teilchen vorher, die bisher noch nicht nachgewiesen werden konnten. Andererseits besitzt es einige theoretisch ansprechenden Eigenschaften und beantwortet einige der im SM offenen Fragen:

1. **Stabilität der Higgsmasse gegen Strahlungskorrekturen** [5, 6]**:** Im Zusammenhang mit einer großen vereinheitlichten Theorie (Grand Unified Theory, GUT) stehen zwei Energieskalen: Bei $M_W \simeq 10^2$ GeV wird die Symmetrie der Eichgruppe des SMs $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ gebrochen; bei einer Energie von $M_G \simeq 10^{16}$ GeV sind alle Wechselwirkungen bis auf die Gravitation zu einer Wechselwirkung vereinigt. Das skalare Potential des Higgsdubletts im SM lautet

   $$V(\Phi) = \mu^2|\Phi|^2 + \lambda|\Phi|^4; \quad \langle\Phi\rangle = \langle 0|\Phi|0\rangle = \frac{v}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}. \tag{1.1}$$

   Man erwartet deshalb, daß die Masse $|\mu|$ des Higgsbosons in der Größenordnung des Vakuumerwartungswertes $v \simeq 246$ GeV bzw. von $M_W = \frac{g}{2}v$ liegt. Die Strahlungskorrekturen zur Higgsmasse werden hingegen von M_G bestimmt:

   $$\delta m_\Phi^2 = M_W \left(\mathcal{O}\left(\frac{M_G^2}{M_W^2}\right)\right). \tag{1.2}$$

   Damit die Masse des Higgsbosons in dem Bereich $\mathcal{O}(M_W)$ bleibt, ist ein "fine tuning" der Ordnung 10^{26} notwendig, was sehr unnatürlich erscheint. Dieses ist das sogenannte "Hierarchieproblem".

   In den einfachsten SUSY-Modellen (N=1) besitzt jeder Skalar einen fermionischen Partner. Dieser liefert (in einer ungebrochenen SUSY-Theorie) einen Beitrag zu δm_Φ^2 von genau gleicher Größe wie (1.2) (die SUSY sichert die Gleichheit der entsprechenden Kopplungen), jedoch mit anderem Vorzeichen, so daß obiger Beitrag genau kompensiert wird und das Hierarchieproblem damit gelöst wird.

2. **Haag-Łopuszánski-Sohnius-Theorem:** Es wurde gezeigt, daß die größte Symmetrie, die eine nichttriviale Quantenfeldtheorie (QFT) besitzen kann, eine

$$\text{innere Eichsymmetrie} \otimes \text{(lokale) SUSY} \tag{1.3}$$

ist [7]. Die innere Eichsymmetrie ist im SM durch die $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ bereits realisiert. Eine Realisierung der restlichen Symmetrie erscheint natürlich.

3. **Verbindung zur Allgemeinen Relativitätstheorie:** Die Algebra der allgemeinen Relativitätstheorie, die Lorentz-Algebra, ist ein Teil der lokalen SUSY-Algebra [8]. Damit erhält man eine natürliche Verbindung von der Supersymmetrie zur Gravitation. Fast alle heutigen Ansätze, die Gravitation zu quantisieren, basieren auf Superstringtheorien. Diese enthalten eine N=1 SUSY als Niederenergielimes.

4. **Vereinigung der Kopplungskonstanten:** Bestimmt man die effektiven Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, der schwachen und der starken Kraft bei niedrigen Energien ($\mathcal{O}(100$ GeV$)$) und skaliert diese mit Hilfe von Renormierungsgruppengleichungen zu höheren Energien, so stellt man fest, daß sich die drei Kopplungen nicht, wie man es von einer GUT erwartet, in einem Punkt treffen. Das MSSM sagt neue Teilchen mit Massen $M = \mathcal{O}(1000$ GeV$)$ voraus. Der Einfluß dieser zusätzlichen Teilchen modifiziert das Laufen der drei Kopplungskonstanten, so daß sie sich bei $M_G \simeq 10^{16}$ GeV treffen [9]. Besonders bemerkenswert ist, daß das MSSM diese Eigenschaft besitzt, ohne speziell dafür konstruiert worden zu sein.

5. **Lebenszeit des Protons:** In GUTs ist das Proton nicht länger stabil, es kann über neue Eichbosonen (Leptoquarks) in Leptonen zerfallen. Die einfachste SM-GUT besitzt die $SU(5)$ als Eichgruppe. In dieser Theorie wird eine Lebensdauer des Protons von $\tau_{p,SU(5)-SM} \simeq 10^{30}$ Jahren vorhergesagt. Dies widerspricht dem experimentellen Ergebnis $\tau_{p,Exp} > 10^{32}$ Jahren, damit ist diese Theorie experimentell ausgeschlossen. Im $SU(5)$-MSSM hingegen gilt gegemwärtig $\tau_{p,Exp} < \tau_{p,SU(5)-MSSM}$, somit steht dieses Modell nicht im Widerspruch zum Experiment.

6. **Vorhersage von $\sin\vartheta_W$ aus vereinheitlichten Theorien:** In GUTs kann der Wert des elektroschwachen Mischungswinkels $\sin\vartheta_W$ bei der Vereinigungsskala vorhergesagt werden [10]:

$$\sin^2\vartheta_W\Big|_{M_G} = \frac{3}{8} \tag{1.4}$$

Diese Vorhersage kann mit Hilfe von Renormierungsgruppengleichungen zu niedrigen Energien, bei denen $\sin\vartheta_W$ gemessen werden kann, herunterskaliert werden. Die Messungen zeigen, daß der Wert, der von der SM-GUT geliefert wird, um mehrere Standardabweichungen neben dem experimentellen Wert liegt. Die MSSM-GUT hingegen sagt einen Wert voraus, der mit dem Experiment gut übereinstimmt.

7. **Spontane Symmetriebrechung mit Hilfe des Higgsmechanismus:** Die Brechung der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Symmetrie mit Hilfe des Higgsmechanismus erfordert, daß ein Massenparameter im Higgspotential (μ^2 in (1.1)) negativ ist. Dieses muß im SM explizit gefordert werden. Im MSSM hingegen kann man eine Entartung der Massenparameter bei M_G annehmen, wobei bei dieser Energie alle Massenquadrate positiv sind. Die Renormierungsgruppengleichungen geben wieder das Verhalten für niedrige Energien an. Hierbei wird (durch seine starke Kopplung an das top-Quark) genau der Parameter μ^2 negativ [11]. Die spontane Symmetriebrechung liefert das Modell damit “automatisch”.

8. **Dunkle Materie:** Kosmologische Messungen fordern, daß der größte Anteil der im Universum vorhandenen Materie aus sogenannter "dunkler Materie" besteht. Das SM bietet keinen Kandidaten für diese Materie an. Im MSSM hingegen ist das leichteste SUSY-Teilchen (lightest SUSY particle, LSP) stabil und bildet somit einen geeigneten Kandidaten für die dunkle Materie.

Diese acht Punkte machen deutlich, warum das MSSM als vielversprechender Kandidat einer SM–Erweiterung angesehen wird, obwohl es bisher keinerlei direkten experimentellen Hinweis auf SUSY gibt.

1.2 Supersymmetrie

1.2.1 Algebra und Superfelder

Supersymmetrie (SUSY) ist eine Symmetrie, welche Bosonen und Fermionen in *einem gemeinsamen* supersymmetrischen Multiplett anordnet. Es existieren supersymmetrische Operatoren Q_α^A ($A = 1, 2, \ldots, N$; dabei ist N die maximale Anzahl der Supersymmetrien), die fermionische Zustände $|F\rangle$ in bosonische Zustände $|B\rangle$ umwandeln und umgekehrt:

$$Q_\alpha^A|F\rangle = |B\rangle \qquad ; \qquad Q_\alpha^A|B\rangle = |F\rangle \ . \tag{1.5}$$

Nach dem Haag-Łopuszánski-Sohnius-Theorem [7] ist Supersymmetrie die einzige Möglichkeit, im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie die Raum-Zeit-Symmetrien der Poincaré-Gruppe (mit bosonischen Generatoren P_μ und $M_{\mu\nu}$) mit einer inneren Symmetrie zu verbinden. Um das "No-Go"-Theorem von Coleman und Mandula [12] zu umgehen, müssen die Generatoren Q_α^A der Supersymmetrie fermionisch, d.h. antikommutierend sein. Unter einer Lorentz-Transformation verhalten sie sich wie linkshändige Weyl-Spinoren und transformieren daher nach der $(\frac{1}{2}, 0)$-Darstellung der Lorentz-Gruppe. Hermitesch konjugiert dazu sind die rechtshändigen Generatoren $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}^A$. Die $\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$ sind die Indizes der links- und rechtshändigen (mit Punkt über dem Index) Spinor-Darstellungen der Gruppe $SL(2, \mathbb{C})$. (Im folgenden hält sich diese Arbeit vorwiegend an [6, 13].)

Als Algebra der $N = 1$ Supersymmetrie erhält man damit:

$$\begin{aligned}
\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} P_\mu \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 \\
[Q_\alpha, M_{\mu\nu}] &= \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_\alpha{}^\beta Q_\beta \\
[\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, M_{\mu\nu}] &= -\frac{1}{2}\bar{Q}_{\dot{\beta}}(\bar{\sigma}_{\mu\nu})^{\dot{\beta}}{}_{\dot{\alpha}} \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= [\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, P_\mu] = 0 \ .
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Hierbei bezeichnen $\sigma^\mu = (\mathbb{1}, \sigma^i)$ und $\bar{\sigma}^\mu = (\mathbb{1}, -\sigma^i)$ die Pauli-Matrizen, P_μ den Energie-Impuls-Operator, $M_{\mu\nu}$ den antisymmetrischen Drehimpuls-Operator (Matrixtensor), $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}(\sigma_\mu\bar{\sigma}_\nu - \sigma_\nu\bar{\sigma}_\mu)$, und der hermitesch konjugierte Generator $\bar{Q}_{\dot{\beta}} = (Q_\beta)^\dagger$ transformiert sich als rechtshändiger Weyl-Spinor. Allgemein gilt:

$$[\text{bosonisch}, \text{bosonisch}] = \text{bosonisch} \tag{1.7}$$

$$\begin{aligned}
[\text{bosonisch}, \text{fermionisch}] &= \text{fermionisch} \\
\{\text{fermionisch}, \text{fermionisch}\} &= \text{bosonisch}\ .
\end{aligned}$$

Aus der SUSY-Algebra läßt sich ableiten, daß alle Energiezustände positiv semidefinit sind. Für die Energie des Vakuumzustandes $|0\rangle$ einer ungebrochenen Supersymmetrie gilt:

$$E_{vac} = \langle 0|H|0\rangle \geq 0\ , \tag{1.8}$$

wobei gelten muß

$$Q_\alpha|0\rangle = 0 \qquad \text{und} \qquad \bar{Q}_{\dot{\alpha}}|0\rangle = 0 \qquad \forall\, Q_\alpha\ . \tag{1.9}$$

Dabei ist der zugehörige Hamiltonoperator durch

$$H = \sum_{\alpha=1}^{2} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} = 2\,Tr\,(\sigma^\mu P_\mu) = P_0 \tag{1.10}$$

gegeben. Aus $E_{vac} \neq 0$ folgt sofort, daß die Supersymmetrie spontan gebrochen ist. In diesem Fall erhält man ein Analogon zum Goldstone–Theorem, denn nun ist:

$$Q_\alpha|0\rangle = |\Psi_\alpha\rangle \neq 0 \qquad \text{und/oder} \qquad \bar{Q}_{\dot{\alpha}}|0\rangle = |\Psi_\alpha\rangle \neq 0\ . \tag{1.11}$$

$|\Psi_\alpha\rangle$ ist ein Zustand mit ungerader Fermionzahl. Er ist, wegen $[Q,H] = 0$, mit dem Vakuum entartet. Ein Zustand mit solchen Eigenschaften beschreibt ein einzelnes, masseloses Fermion. Deshalb verlangt spontane Symmetriebrechung die Existenz eines masselosen Fermions, dem sogenannten Goldstone Fermion oder Goldstino.

Darstellungen der SUSY-Algebra durch 1-Teilchen-Zustände enthalten stets die gleiche Anzahl von Fermion- und Boson-Zuständen. Die Fermionen und Bosonen besitzen identische Massen, falls die Supersymmetrie ungebrochen ist. Man unterscheidet zwischen masselosen und massiven 1-Teilchen-Zuständen [14]. Im masselosen Wess-Zumino-Modell [15] erhält man folgendes Spektrum:

$$\begin{pmatrix} 1 \times \mathit{Helizit\ddot{a}t} & -\frac{1}{2} \\ 2 \times \mathit{Helizit\ddot{a}t} & 0 \\ 1 \times \mathit{Helizit\ddot{a}t} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}. \tag{1.12}$$

Im massiven Wess-Zumino-Modell erhält man für $N = 1$:

$$\begin{pmatrix} 1 \times \mathit{Helizit\ddot{a}t} & 0^+ \\ 2 \times \mathit{Helizit\ddot{a}t} & \frac{1}{2} \\ 1 \times \mathit{Helizit\ddot{a}t} & 0^- \end{pmatrix}. \tag{1.13}$$

Durch Einführung antivertauschender Parameter Θ^α und $\bar{\Theta}^{\dot{\beta}}$ $(\alpha, \dot{\beta} = 1, 2)$, die eine Grassmann-Algebra bilden

$$\{\Theta^\alpha, \Theta^\beta\} = \{\bar{\Theta}^{\dot{\alpha}}, \bar{\Theta}^{\dot{\beta}}\} = \{\Theta^\alpha, \bar{\Theta}^{\dot{\beta}}\} = 0 \qquad ; \qquad \Theta^1\Theta^1 = \Theta^2\Theta^2 = 0, \tag{1.14}$$

kann die SUSY-Algebra allein durch Kommutatoren ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}
[\Theta Q, \bar{Q}\bar{\Theta}] &= 2\Theta\sigma_\mu\bar{\Theta}P^\mu \\
[\Theta Q, \Theta Q] &= [\bar{Q}\bar{\Theta}, \bar{Q}\bar{\Theta}] = 0\ .
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Hierbei wurden die Indizes unterdrückt ($\Theta Q := \Theta^\alpha Q_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}\Theta^\alpha Q^\beta$, $\bar{Q}\bar{\Theta} := \bar{Q}_{\dot\alpha}\bar{\Theta}^{\dot\alpha} = -\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta}\bar{Q}^{\dot\alpha}\bar{\Theta}^{\dot\beta}$, mit $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon^{\alpha\beta}$ und $\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta} = \epsilon^{\dot\alpha\dot\beta}$ antisymmetrisch und $\epsilon_{12} = +1$).

Gemeinsam mit den Elementen x_μ des Minkowski-Raumes bilden die Parameter den Superraum mit Elementen $z = (x, \Theta, \bar\Theta)$ [16]. Funktionen $\phi(x, \Theta, \bar\Theta)$ auf dem Superraum heißen Superfelder. Eine Supersymmetrietransformation von $\phi(z)$, bewirkt durch ein Gruppenelement

$$G(x, \Theta, \bar\Theta) = e^{i(\Theta Q + \bar{Q}\bar\Theta - x_\mu P^\mu)} \ , \tag{1.16}$$

verursacht eine Verschiebung des Feldes im Superraum (ξ erfüllt ebenfalls Gleichung (1.14)):

$$G(y, \xi, \bar\xi)\phi(x, \Theta, \bar\Theta) = \phi(x + y - i\xi\sigma_\mu\bar\Theta + i\Theta\sigma_\mu\bar\xi, \Theta + \xi, \bar\Theta + \bar\xi) \ . \tag{1.17}$$

Vergleicht man dies mit den infinitesimalen SUSY-Transformationen

$$\delta_S\phi(z) = \left[\xi\frac{\partial}{\partial\Theta} + \bar\xi\frac{\partial}{\partial\bar\Theta} - i(\xi\sigma_\mu\bar\Theta - \Theta\sigma_\mu\bar\xi)\partial^\mu\right]\phi(z) \ , \tag{1.18}$$

kann man die Generatoren durch Differentialoperatoren ausdrücken:

$$\begin{aligned} P_\mu &= i\frac{\partial}{\partial x^\mu} \equiv i\partial_\mu \\ Q_\alpha &= \frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} - i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta}\bar\Theta^{\dot\beta}\partial_\mu \\ \bar{Q}_{\dot\alpha} &= -\frac{\partial}{\partial\bar\Theta^{\dot\alpha}} + i\Theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot\alpha}\partial_\mu \ . \end{aligned} \tag{1.19}$$

Analog dazu werden die kovarianten Ableitungen für die Superfelder definiert:

$$\begin{aligned} D_\alpha\phi(z) &= \left(\frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} + i(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta}\bar\Theta^{\dot\beta}\partial_\mu\right)\phi(z) \\ \bar{D}_{\dot\alpha}\phi(z) &= \left(-\frac{\partial}{\partial\bar\Theta^{\dot\alpha}} - i\Theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot\alpha}\partial_\mu\right)\phi(z) \ . \end{aligned} \tag{1.20}$$

Spezielle Randbedingungen definieren spezielle Superfelder $\phi(x, \Theta, \bar\Theta)$.

- Skalare Superfelder erfüllen:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot\alpha}\phi(z) &= 0 \qquad \textit{linkshändiges chirales Superfeld} \\ D_\alpha\phi(z) &= 0 \qquad \textit{rechtshändiges chirales Superfeld}\ . \end{aligned} \tag{1.21}$$

- Für Vektorsuperfelder gilt:

$$\phi(z) = \phi^\dagger(z) \ . \tag{1.22}$$

Im folgenden werden skalare Superfelder mit $\phi(z)$ und Vektorsuperfelder mit $V(z)$ bezeichnet. Ein skalares (chirales) Superfeld beinhaltet Spin-0-Bosonen und Spin-$\frac{1}{2}$-Fermionen. Ein Vektorsuperfeld beinhaltet Spin-1-Bosonen und Spin-$\frac{1}{2}$-Fermionen.

In der Entwicklung des skalaren Superfeldes in seine Komponentenfelder [17]

$$\phi(x, \Theta, \bar\Theta) = A(u) + \Theta\psi(u) + \Theta\Theta\, F(u) \ , \tag{1.23}$$

mit $u = x_\mu + i\Theta\sigma_\mu\bar{\Theta}$, beschreiben A und F komplexe skalare Felder, und ψ ist ein linkshändiger Weyl-Spinor. Betrachtet man die infinitesimalen SUSY-Transformationen, definiert durch

$$\delta_S \phi(z) = \left(\xi \frac{\partial}{\partial\Theta} + \bar{\xi} \frac{\partial}{\partial\bar{\Theta}} + 2i\Theta\sigma^\mu\bar{\xi}\partial_\mu \right) \phi(z) \tag{1.24}$$

der Komponentenfelder

$$\begin{aligned} \delta A &= \xi\psi \\ \delta\psi &= 2\xi F + 2i\sigma^\mu\bar{\xi}(\partial_\mu A) \\ \delta F &= -i(\partial_\mu\psi)\sigma^\mu\bar{\xi} \ , \end{aligned} \tag{1.25}$$

so sieht man, daß sich die Komponente $F(x)$ wie eine totale Ableitung transformiert.

Das Vektorsuperfeld ($V = V^\dagger$) (hier zur Vereinfachung in der Wess-Zumino-Eichung [19]) kann ebenfalls in seine Komponenten zerlegt werden:

$$V_{WZ}(x, \Theta, \bar{\Theta}) = -\Theta\sigma_\mu\bar{\Theta}v^\mu(x) + i\,\Theta\Theta\bar{\Theta}\,\bar{\lambda}(x) - i\,\bar{\Theta}\bar{\Theta}\Theta\,\lambda(x) + \frac{1}{2}\,\Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\Theta}\,D(x) \ . \tag{1.26}$$

Hierbei handelt es sich um die supersymmetrische Verallgemeinerung des Yang-Mills-Feldes. Die Komponente $v^\mu(x)$ des Vektorsuperfeldes beschreibt Spin-1-Felder, $\lambda(x)$ und $\bar{\lambda}(x)$ sind Weyl-Spinoren mit Spin-$\frac{1}{2}$, und $D(x)$ beschreibt ein reelles, unphysikalisches Hilfsfeld mit Spin 0. Die dazugehörigen Transformationen bekommt man analog zu Gleichung (1.18), sie lauten

$$\begin{aligned} \delta v_\mu &= i\xi\sigma_\mu\bar{\lambda} + i\bar{\xi}\sigma_\mu\lambda \ , \\ \delta\lambda &= \xi\sigma^{\mu\nu}v_{\mu\nu} + \bar{\xi}D \ , \\ \delta\bar{\lambda} &= \bar{\xi}\bar{\sigma}^{\mu\nu}v_{\mu\nu} + \xi D \ , \\ \delta D &= -\xi\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda} + \bar{\xi}\sigma^\mu\partial_\mu\lambda \ , \end{aligned} \tag{1.27}$$

mit $v_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu$. Man sieht, daß sich hier die D-Komponente wie eine totale Ableitung transformiert.

1.2.2 Supersymmetrische Lagrangedichte

Eine Lagrange-Dichte muß sich wie eine totale Ableitung transformieren, damit $\int d^4x\,\mathcal{L}$ invariant bleibt und damit konstant unter SUSY-Transformationen ist. Also wird die supersymmetrische Lagrange-Dichte aus den höchsten Komponenten, den F-Termen eines skalaren Superfeldes und den D-Termen eines Vektorsuperfeldes aufgebaut:

$$S = \int d^4x\,\mathcal{L} = \int d^4x\,\left(\mathcal{L}_{skalar}|_F + \mathcal{L}_{vektor}|_D\right) \ . \tag{1.28}$$

Die höchsten Komponenten $\Theta\Theta F$ und $\Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\Theta}D$ der Superfelder bekommt man durch das sogenannte Berezin-Integral [18], das die folgenden Relationen erfüllt (keine Summation!):

$$\int d\Theta^\alpha = 0 \qquad ; \qquad \int d\Theta^\alpha\,\Theta^\alpha = 1 \qquad ; \qquad \int d\Theta^\alpha\,f(\Theta^\alpha) = \frac{\partial}{\partial\Theta^\alpha} f(\Theta^\alpha) \ . \tag{1.29}$$

Man definiert "Volumenelemente" auf dem antikommutierenden Teil des Superraumes durch

$$
\begin{aligned}
d^2\Theta &:= -\frac{1}{4}d\Theta^\alpha d\Theta_\alpha = -\frac{1}{4}\epsilon_{\alpha\beta}d\Theta^\alpha d\Theta^\beta \\
d^2\bar{\Theta} &:= -\frac{1}{4}d\bar{\Theta}_{\dot{\alpha}}d\bar{\Theta}^{\dot{\alpha}} = -\frac{1}{4}\epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}d\Theta_{\dot{\alpha}}d\Theta_{\dot{\beta}}\ .
\end{aligned} \tag{1.30}
$$

Mit diesen Definitionen erhält man

$$
\int d^2\Theta\ \Theta\Theta = 1 \quad ; \quad \int d^2\bar{\Theta}\ \bar{\Theta}\bar{\Theta} = 1 \quad ; \quad \int d^2\Theta d^2\bar{\Theta}\ \Theta\Theta\bar{\Theta}\bar{\Theta} = 1\ . \tag{1.31}
$$

Damit ergeben sich die beiden Anteile der Lagrangedichte aus

$$
\mathcal{L}_{skalar}|_F := \int d^2\Theta\ \mathcal{L}_{skalar} \quad ; \quad \mathcal{L}_{vektor}|_D := \int d^2\Theta d^2\bar{\Theta}\ \mathcal{L}_{vektor}\ . \tag{1.32}
$$

Durch ein Superpotential W werden Massenterme und Wechselwirkungen erzeugt. In renormierbaren Theorien sind aber für das Superpotenial in den Feldern keine höheren als dritte Potenzen zugelassen. Weiterhin gilt, daß wenn ϕ ein skalares Feld ist, dann handelt es sich auch bei ϕ^2 und ϕ^3 um skalare Felder. Dagegen bildet $(\phi\phi^\dagger)$ ein Vektorfeld. Also setzt man für die Lagrange-Dichte eines skalaren Superfeldes an

$$
\mathcal{L} = (\phi\phi^\dagger)|_D + W|_F + W^\dagger|_F = (\phi\phi^\dagger)|_D + m(\phi^2 + \phi^{\dagger 2})|_F + \lambda(\phi^3 + \phi^{\dagger 3})|_F\ . \tag{1.33}
$$

Dabei sind hier m und λ Konstanten mit den Massendimensionen 1 bzw. 0. In Komponenten ausgeschrieben lautet dies (bis auf eine totale Ableitung)

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &= (\partial_\mu A)(\partial^\mu A^*) + \frac{i}{2}\psi\sigma_\mu\partial^\mu\bar{\psi} + FF^* + m\Big[2AF - \frac{1}{2}(\psi\psi) + \text{h.c.}\Big] \\
&\quad + \lambda\Big[3A^2F - \frac{3}{2}(\psi\psi)A + \text{h.c.}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{1.34}
$$

Dies führt zu den Bewegungsgleichungen

$$
\begin{aligned}
\partial^\mu\partial_\mu A &= 2mF^* - \frac{3}{2}(\bar{\psi}\bar{\psi}) + 6\lambda A^* F^* \\
i\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi} &= 2m\psi + 3\lambda A\psi \\
F^* &= -2mA - 3\lambda A^2\ ,
\end{aligned} \tag{1.35}
$$

(zusammen mit den komplex konjugierten Gleichungen). Aus den Bewegungsgleichungen erhält man $F = -2mA^* - 3\lambda A^{*2}$. F ist also ein unphysikalisches Hilfsfeld, das eliminiert werden kann. (Die so erhaltene Lagrange-Dichte beschreibt die Wechselwirkung eines komplexen Skalarfeldes mit einem Weyl-Spinor.) Im allgemeinen ist das Hilfsfeld $F(x)$ eine Ableitung des Superpotentials $W(A)$

$$
F^* = -\frac{\partial W(A)}{\partial A}\ , \tag{1.36}
$$

$$
\text{hier mit} \qquad W(A) = m\phi^2 + \lambda\phi^3. \tag{1.37}
$$

Man kann nun das skalare Potential $\mathcal{V}$ des Modells schreiben als

$$
\mathcal{V} = FF^* = \left|\frac{\partial W(A)}{\partial A}\right|^2 . \tag{1.38}
$$

Dieses skalare Potential benötigt man später, um den Squarks und Sleptonen ihre Masse zu geben.

Eine supersymmetrische Yang-Mills-Lagrange-Dichte kann aus dem Vektorsuperfeld konstruiert werden. Hierzu muß man ein neues chirales Superfeld einführen [19, 20]:

$$W_\alpha = \bar{D}\bar{D}[e^{-gV} D_\alpha e^{gV}] \ , \tag{1.39}$$

mit einer Eich-Kopplungskonstanten g und $V = T^a_{ij} V^a$, wobei die T^a_{ij} die Erzeugenden der nicht-abelschen Eichgruppe sind. Man erhält damit für die Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{32g^2}(W^\alpha W_\alpha)|_F + \phi^\dagger e^{2gV}\phi|_D \ . \tag{1.40}$$

Sie beschreibt den eichkinetischen Term und die Wechselwirkung mit dem Materiefeld ψ. In Komponenten ergibt sich

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \ &= \ -\frac{1}{4}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} - \frac{i}{2}\Big\{\lambda\sigma_\mu(\partial^\mu\bar{\lambda} + ig[v^\mu, \bar{\lambda}]) - (\partial^\mu\bar{\lambda} + ig[v^\mu, \bar{\lambda}])\sigma_\mu\lambda\Big\} + \mathcal{V} \\ &\quad +(D_\mu A)(D^\mu A)^* - \frac{i}{2}\bar{\psi}\sigma_\mu D^\mu\psi + gA^*DA + ig\Big[A^*(\lambda\psi) - (\bar{\lambda}\bar{\psi})A\Big] \ . \end{aligned} \tag{1.41}$$

Dabei ist $G_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu + ig[v_\mu, v_\nu]$ der Feldstärke-Tensor, $\mathcal{V} = FF^* + \frac{1}{2}D^2$ das allgemeine Potential und

$$D_\mu = \partial_\mu + igv_\mu \tag{1.42}$$

die kovariante Ableitung, welche die Kopplung der Eichbosonen an die Materiefelder bewirkt. Wiederum ist $D(x)$ ein unphysikalisches Hilfsfeld.

1.2.3 Brechung der Supersymmetrie

Es treten in SUSY-Modellen neben den "herkömmlichen" fermionischen Materieteilchen $\psi(x)$ (z.B. Leptonen oder Quarks) zusätzlich bosonische Teilchen $A(x)$ (Sleptonen und Squarks) auf. Der selbe Effekt existiert im Eichsektor: Dieser besteht jetzt aus den Spin-1-Vektorfeldern v_μ und deren fermionischen Superpartnern $\lambda(x)$ (Gauginos). Da die Masseneigenwerte für Bosonen und Fermionen eines Multipletts bei *ungebrochener SUSY* entartet sind, spiegelt die folgende Formel die supersymmetrische Struktur der Massen der Theorie wieder

$$STr\,\mathbf{M}^2 = \sum_J (-1)^{2J}\,(2J+1)\,m_J^2 = 0 \ , \tag{1.43}$$

wobei STr als Abkürzung für "supertrace" verwendet wird, J für den Spin steht und $\mathbf{M}^2$ die quadratische Massenmatrix ist.

Da man aber zu den bekannten Teilchen des SMs keine SUSY-Partner mit gleicher Masse gefunden hat, ist klar, daß SUSY keine in der Natur erhaltene Symmetrie sein kann. Dadurch ist das "nonrenormalization theorem" nicht mehr erfüllt [21]. Dieses Theorem besagt, daß die Parameter des Superpotentials nicht renormiert werden müssen, weil der bosonische Teil bei Schleifen-Korrekturen sich exakt mit dem dazugehörigen fermionischen Teil weghebt.

Obwohl diese Parameter keine Korrekturen erfahren, sind sie von der Energieskala, bei der man sie betrachtet, abhängig ("running coupling constants"), da bei $N = 1$ SUSY die kinetischen Terme der Lagrange-Dichte logarithmisch divergierende Strahlungskorrekturen erhalten.
Grundsätzlich gibt es zwei mögliche Mechanismen zur Brechung der Supersymmetrie: Spontane oder explizite Brechung.

1. **Globale spontane Brechung**: Wie bei jeder spontanen Symmetriebrechung bleibt die Lagrange-Dichte invariant, nur der Vakuumzustand ist nicht mehr supersymmetrisch:

$$Q_\alpha|0\rangle \neq 0 \ . \tag{1.44}$$

Falls jetzt die Vakuumsenergie (1.8) größer Null ist, tritt Symmetriebrechung ein und der supersymmetrische Operator Q_α ist gebrochen, s. Gleichung (1.44). Das kann bei spontaner Brechung der globalen SUSY auf grundsätzlich zwei Mechanismen zurückgeführt werden, welche einzeln oder als Linearkombinationen auftreten können:

$$\begin{aligned} \langle 0|F|0\rangle &\neq 0 \qquad \text{O'Raifeartaigh-Mechanismus} \\ \langle 0|D|0\rangle &\neq 0 \qquad \text{Fayet-Iliopoulos-Mechanismus}\ , \end{aligned}$$

s. dazu [22]. Das heißt, bei SUSY-Brechung erhält ein Hilfsfeld einen nichtverschwindenden Vakuumerwartungswert. Da der gebrochene Operator Q_α ein Spin-$\frac{1}{2}$-Objekt ist, ist das zugeordnete Goldstone-Teilchen hier ein Spin-$\frac{1}{2}$-Fermion, genannt "Goldstino".

2. **Explizite Brechungsterme**: Diese Brechung entsteht durch explizites Hinzufügen von Termen in die Lagrange-Dichte, die aber bei Berechnungen von Schleifen nur zu logarithmischen Divergenzen führen. Diese "Soft-SUSY-Brechungsterme" fügen also keine neuen quadratischen Divergenzen zur unrenormierten Theorie hinzu. Dies sichert, daß das Hierarchieproblem (1.2) weiterhin gelöst wird. Alle Terme dieser Art wurden von Giradello und Grisaru gefunden [23]:

   - $m^2 A^* A, \quad m^2(A^2 + A^{*2})$,
     A ist die skalare Komponente eines skalaren Superfeldes.
   - $m\bar{\lambda}\lambda + \text{h.c.}$,
     ein Gauginomassenterm.
   - $\mu(A^3 + A^{*3} + \text{h.c.})$,
     trilineare Kopplungen bei der skalaren Komponente von chiralen Feldern.

1.3 Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell

Das MSSM stellt die minimale supersymmetrische Erweiterung des SMs dar. Eine ausführliche Darstellung des SMs findet sich z.B. in [24].

1.3.1 Struktur und Teilcheninhalt

Im MSSM gilt $N = 1$, die Anzahl der SUSY Generatoren ist also so gering wie möglich.

Damit die Theorie anomaliefrei bleibt und die Fermionen Masse erhalten, muß nach Glashow und Weinberg, im Unterschied zum SM, ein zweites Higgs-Dublett eingeführt werden [25]. Ein Higgs-Dublett H_1 verleiht dann den d-artigen Fermionen die Masse, das zweite H_2 den u-artigen. (Mit u-artig werden Fermionen mit schwachem Isospin $+\frac{1}{2}$, mit d-artig solche mit schwachem Isospin $-\frac{1}{2}$ bezeichnet).

Da das Teilchenspektrum des Standardmodells nicht supersymmetrisch ist, müssen neue Teilchen, die sogenannten SUSY-Partner-Teilchen, hinzugefügt werden [6, 13, 26, 27]: Quarks und Leptonen erhalten skalare Partner, die Squarks und Sleptonen. Das skalaren Higgs-Bosonen erhalten Spin-$\frac{1}{2}$-Partner, die Higgsinos. Diese Teilchen werden durch skalare (chirale) Superfelder

Superfeld	$(SU(3), SU(2), U(1))$	**2HDM-Teilchen**	Spin	**SUSY-Partner**	Spin
$\hat{Q}$	$(3,\ 2,\ \frac{1}{3})$	$(u,d)_L$	$\frac{1}{2}$	$(\tilde{u},\tilde{d})_L$	0
$\hat{U}$	$(3^*,\ 1,\ -\frac{4}{3})$	$\bar{u}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{u}^*_R$	0
$\hat{D}$	$(3^*,\ 1,\ \frac{2}{3})$	$\bar{d}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{d}^*_R$	0
$\hat{L}$	$(1,\ 2,\ -1)$	$(\nu,e)_L$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{L}_L = (\tilde{\nu},\tilde{e})_L$	0
$\hat{E}$	$(1,\ 1,\ 2)$	$\bar{e}_R$	$\frac{1}{2}$	$\tilde{e}^*_R$	0
$\hat{H}_1$	$(1,\ 2,\ -1)$	$(H^0_1, H^-_1)_L$	0	$(\tilde{H}^0_1, \tilde{H}^-_1)_L$	$\frac{1}{2}$
$\hat{H}_2$	$(1,\ 2,\ 1)$	$(H^+_2, H^0_2)_L$	0	$(\tilde{H}^+_2, \tilde{H}^0_2)_L$	$\frac{1}{2}$
$\hat{W}$	$(1,\ 3,\ 0)$	W^i	1	$\tilde{W}^i$	$\frac{1}{2}$
$\hat{B}$	$(1,\ 1,\ 0)$	B^0	1	$\tilde{B}^0$	$\frac{1}{2}$
$\hat{G}_a$	$(8,\ 1,\ 0)$	g_a	1	$\tilde{g}_a$	$\frac{1}{2}$

Tabelle 1.1: Superfelder und Teilcheninhalt des MSSM.

ϕ beschrieben. Die Eichbosonen und Gluonen erhalten ebenfalls Spin-$\frac{1}{2}$-Partner, die Gauginos bzw. die Gluinos, welche durch masselose Vektorsuperfelder V dargestellt werden. Um die Teilchen der beiden Modelle voneinander zu unterscheiden, sollen im folgenden alle SM-Teilchen und die Higgs-Bosonen des MSSM mit dem Begriff 2–Higgs–Dublett–Modell(2HDM)-Teilchen zusammengefaßt werden.

Damit ergibt sich also für das MSSM das in Tabelle 1.1 zusammengefaßte Teilchenspektrum, wobei hier der Familienindex unterdrückt wird und $\bar{q}_R$, $\bar{l}_R$ ($\tilde{q}^*_R$, $\tilde{l}^*_R$) ein rechtshändiges Antiquark, Antilepton (Antisquark, Antislepton) bezeichnet.

Dabei ist zu beachten, daß die physikalischen Masseneigenzustände der Gauginos und Higgsinos Linearkombinationen dieser Felder sind. Diese werden als Charginos und Neutralinos bezeichnet. Auch die rechts- und linkshändigen Squarks und Sleptonen können mischen und erhalten dann die Indizes $1, 2$ statt L, R. In Tabelle 1.2 sind alle physikalischen Teilchen des MSSM zu finden. Die Massen und Mischungen der einzelnen Teilchen sind Abschnitt 1.3.2, 1.3.3 und Anhang A zu entnehmen.

Im MSSM besitzen die beiden Higgs-Dubletts entgegengesetzte schwache Hyperladungen (s. dazu Abschnitt 1.3.2). Dagegen können im 2HDM [28] die beiden schwachen Hyperladungen auch gleich sein.

Das allgemeinste Superpotential, das die R-Parität

$$R = (-1)^{3B+L+2S} = \begin{cases} +1 & \text{für 2HDM-Teilchen} \\ -1 & \text{für SUSY-Teilchen} \end{cases} \tag{1.45}$$

erhält (wobei B die Baryonzahl, L die Leptonzahl und S der Spin eines Teilchens ist), lautet

2HDM-Teilchen		**Spin**	**SUSY-Teilchen**		**Spin**
Quarks:	q	$\frac{1}{2}$	Squarks:	$\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$	0
Leptonen:	l	$\frac{1}{2}$	Sleptonen:	$\tilde{l}_1, \tilde{l}_2$	0
Gluonen:	g_a	1	Gluinos:	$\tilde{g}_a$	$\frac{1}{2}$
Eichbosonen:	$W^\pm, Z^0, \gamma$	1	Neutralinos:	$\tilde{\chi}_1^0$, $\tilde{\chi}_2^0$, $\tilde{\chi}_3^0$, $\tilde{\chi}_4^0$	$\frac{1}{2}$
Higgs-Bosonen:	$h^0, H^0, A^0, H^\pm$	0	Charginos:	$\tilde{\chi}_1^\pm$, $\tilde{\chi}_2^\pm$	$\frac{1}{2}$

Tabelle 1.2: Der physikalische Teilcheninhalt des MSSM.

[29, 30]:

$$W = \epsilon_{ij}\left[\mu \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j + f \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{E} + f_1 \hat{H}_1^i \hat{Q}^j \hat{D} + f_2 \hat{H}_2^j \hat{Q}^i \hat{U}\right] . \tag{1.46}$$

Die Higgs-Superfelder sind $\hat{H}_1$ und $\hat{H}_2$. $\hat{Q}$, $\hat{L}$ sind die schwachen $SU(2)$-Dublett Quark- und Lepton-Superfelder, $\hat{U}$, $\hat{D}$ die schwachen $SU(2)$-Singulett Quark-Superfelder und $\hat{E}$ die schwachen $SU(2)$-Singulett Lepton-Superfelder. Die Yukawa-Kopplungskonstanten werden mit f, f_1, f_2 eingeführt. Der Massenparameter μ ist notwendig, um eine zusätzliche Peccei-Quinn-Symmetrie [31] zu vermeiden, welche auf ein experimentell ausgeschlossenes Weinberg-Wilczek-Axion [32] führen würde. Desweiteren muß das Superpotential in SUSY-Theorien eine holomorphe Funktion der Felder sein, was das Auftreten von H_1^* und H_2^* in Gleichung (1.46) verbietet. Zusätzlich sei noch vermerkt, daß wegen der Erhaltung der R-Parität im Superpotential (1.46) keine baryon- und leptonzahlverletzende Terme auftauchen.

Das skalare Potential $\mathcal{V}$ wird aus den D- und F-Termen berechnet zu

$$\mathcal{V} = F_i^* F_i + \frac{1}{2}\left[D^a D^a + (D')^2\right] , \tag{1.47}$$

mit

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{\partial W(A_i)}{\partial A_i} \\ D^a &= \frac{1}{2} g_2 \, A_i^* \, (\sigma^a)_{ij} \, A_j \\ D^{'} &= \frac{1}{2} g_1 \, Y_i \, A_i^* \, A_i + \xi \; . \end{aligned} \tag{1.48}$$

Die skalaren Felder sind mit A_i bezeichnet. D^a, $D^{'}$ sind die D-Terme der $SU(2)$- bzw. $U(1)$-Eichgruppe, und Y_i ist die $U(1)$-Quantenzahl (Hyperladung) des Materiefeldes. Der Fayet-Iliopoulos-Term ξ wird hier vernachlässigt ($\xi = 0$).

1.3.2 Der Higgs-Sektor des MSSM

Die beiden Higgs-Dubletts H_1, H_2 besitzen entgegengesetzte Hyperladungen $Y_1 = -1$, $Y_2 = +1$. Beide haben einen nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert (VEV) v_1, v_2

$$\langle H_1 \rangle \;=\; \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\langle H_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} , \tag{1.49}$$

so daß sich folgende Struktur ergibt:

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^0 + i\chi_1^0) \\ -\phi_1^- \end{pmatrix} \\ H_2 &= \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_2^0 + i\chi_2^0) \end{pmatrix} . \end{aligned} \tag{1.50}$$

Durch den Quotienten der Vakuumerwartungswerte wird der Winkel β definiert gemäß

$$\tan\beta \equiv \frac{v_2}{v_1} \qquad ; \qquad 0 < \beta < \pi/2 . \tag{1.51}$$

Das Higgs-Potential mit allen expliziten Soft-Brechungstermen lautet [26, 28] ($\epsilon_{12} = -1$):

$$\begin{aligned} V &= m_1^2|H_1|^2 + m_2^2|H_2|^2 - m_{12}^2(\epsilon_{ab}H_1^a H_2^b + \text{h.c.}) \\ &\quad + \frac{1}{8}({g_1}^2 + {g_2}^2)\left[|H_1|^2 - |H_2|^2\right]^2 + \frac{1}{2}{g_2}^2|H_1^\dagger H_2|^2 , \end{aligned} \tag{1.52}$$

wobei $m_i^2 \equiv |\mu|^2 + \tilde{m}_i^2$ ($i = 1, 2$) und $\tilde{m}_1$, $\tilde{m}_2$, m_{12} die Soft-Brechungsparameter und μ die Mischung der H_1 und H_2 sind. Die Kopplungskonstanten der Higgs-Selbstwechselwirkung werden, im Gegensatz zum SM, durch die Eichkopplungskonstanten g_1, g_2 bestimmt.

Die Massenmatrix der Komponenten der Higgs-Felder (welche zur einfacheren Darstellung in der folgenden Formel alle mit φ_i bezeichnet werden) ergibt sich aus

$$M_{ij}^2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial\varphi_i \partial\varphi_j}\bigg|_{Minimum} . \tag{1.53}$$

Hierbei bedeutet *Minimum*, daß $\langle 0|\varphi_i|0\rangle = 0$ gesetzt wird. Die Diagonalisierung der Massenmatrix wird durch folgende Transformation erreicht:

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \tag{1.54}$$

$$\begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^0 \end{pmatrix} \tag{1.55}$$

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix} , \tag{1.56}$$

mit β aus Gleichung (1.51). Der Mischungswinkel α ist bestimmt durch

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \, \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2} \qquad ; \qquad -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 . \tag{1.57}$$

Damit erhält man folgendes Spektrum für die Higgs-Bosonen:

$$\begin{aligned} \text{2 neutrale Bosonen, } \mathcal{CP} = +1 \quad &: \quad h^0, H^0 \\ \text{1 neutrales Boson, } \mathcal{CP} = -1 \quad &: \quad A^0 \\ \text{2 geladene Bosonen} \quad &: \quad H^+, H^- \\ \text{3 unphysikalische Goldstone-Bosonen} \quad &: \quad G^0, G^+, G^- \end{aligned} \tag{1.58}$$

Die Higgs-Dubletts sehen nach der Dekomposition in die Masseneigenzustände wie folgt aus:

$$
\begin{aligned}
H_1 &= \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(H^0 \cos\alpha \, - h^0 \sin\alpha \, + iA^0 \sin\beta \, + iG^0 \cos\beta\,) \\ H^- \sin\beta \, - G^- \cos\beta \end{pmatrix} \\
H_2 &= \begin{pmatrix} H^+ \cos\beta \, + G^+ \sin\beta \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(H^0 \sin\alpha \, + h^0 \cos\alpha \, + iA^0 \cos\beta \, - iG^0 \sin\beta\,) \end{pmatrix} .
\end{aligned} \tag{1.59}
$$

Die Massen der intermediären Vektorbosonen sind in analoger Weise zum SM gegeben.

$$
M_W^2 = \frac{1}{2} g_2^2 (v_1^2 + v_2^2) \quad ; \quad M_Z^2 = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)(v_1^2 + v_2^2) \quad ; \quad M_\gamma = 0 \; . \tag{1.60}
$$

Die freien Parameter des Higgs-Potentials sind zusammengefaßt

$$
m_1, \quad m_2, \quad m_{12}, \quad g_1, \quad g_2, \quad v_1, \quad v_2 \; .
$$

Man kann sie durch die äquivalenten, physikalischen Größen

$$
e, \quad M_W, \quad M_Z, \quad M_A, \quad \tan\beta
$$

ausdrücken, wobei gleichzeitig gefordert wird, daß die v_i die (durch (1.53) festgelegten) VEV bleiben. Dabei sind e, M_W und M_Z aus dem Experiment bekannt. Sie stellen zusammen mit M_A und $\tan\beta$ eine geeignete Parametrisierung des Higgs-Sektors dar. Für die Masse des A^0-Bosons gilt dabei:

$$
M_A^2 = m_{12}^2 \, (\tan\beta \, + \cot\beta\,) \; . \tag{1.61}
$$

Die Massen der übrigen physikalischen Higgs-Teilchen können nun durch M_A, M_Z und β dargestellt werden:

$$
\begin{aligned}
m_{H^0,h^0}^2 &= \frac{1}{2}\left[M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2 + M_Z^2)^2 - 4\, M_Z^2\, M_A^2\, \cos^2 2\beta} \right] \\
m_{H^\pm}^2 &= M_A^2 + M_W^2 \; .
\end{aligned} \tag{1.62}
$$

Diese Massenrelationen gelten jedoch nur in der niedrigsten Ordnung der Störungstheorie. Hier liegen dann auch folgende Einschränkungen an die Massen vor:

$$
\begin{aligned}
m_{H^0} &> M_A, M_Z > m_{h^0} \\
m_{H^\pm} &> M_A, M_W \\
m_{h^0}^2 + m_{H^0}^2 &= M_A^2 + M_Z^2 \; .
\end{aligned} \tag{1.63}
$$

Im Grenzfall einer sehr schweren, pseudoskalaren Higgs-Masse $M_A \to \infty$ beträgt die leichte Higgs-Masse

$$
m_{h^0} = M_Z \left| \frac{1 - \tan^2\beta}{1 + \tan^2\beta} \right| \tag{1.64}
$$

und erreicht für große $\tan\beta$-Werte die obere Massenschranke M_Z. Alle anderen MSSM-Higgs-Bosonen H^0, $H^\pm$ sind in diesem Limes schwer ($m_{H^0}, m_{H^\pm} \to \infty$), d.h. sie entkoppeln und gleichzeitig werden die Kopplungen von h^0 an die Eichbosonen und Fermionen identisch zu denen des Higgs-Bosons im SM. Das leichte MSSM-Higgs-Boson h^0 entspricht dann dem SM-Higgs-Boson [28]. Es liegt das sogenannte "Decoupling" vor [33]. Die momentanen experimentellen unteren Schranken für die Higgs-Massen sind ebenfalls in Anhang A.3 aufgeführt.

1.3.3 SUSY-Teilchen des MSSM

1.3.3.1 Sfermionen

Der Sfermion-Massenanteil der Lagrange-Dichte enthält Soft-SUSY-Brechungsterme und besitzt folgende Gestalt:

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{f}}} = -\frac{1}{2}\left(\tilde{f}_L^\dagger, \tilde{f}_R^\dagger\right) \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} . \tag{1.65}$$

Hier ist

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} M_{\tilde{F}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\, (I_3^f - Q_f s_W^2) + m_f^2 & m_f(A_f + \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\}) \\ m_f(A_f + \mu\{\cot\beta;\tan\beta\}) & M_{\tilde{F}'}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\, Q_f s_W^2 + m_f^2 \end{pmatrix} . \tag{1.66}$$

Dabei gilt $\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\}$ für $\{u;d\}$-artige Fermionen. s_W^2 ist durch die Massen der Eichbosonen gegeben zu $s_W^2 = 1 - c_W^2, c_W^2 = M_W^2/M_Z^2$. Die Soft-SUSY-Brechungsterme lauten (Familienindizes werden unterdrückt):

$$M_{\tilde{F}} = \begin{cases} M_{\tilde{Q}} & \text{für linkshändige Squarks} \\ M_{\tilde{L}} & \text{für linkshändige Sleptonen} \end{cases} \tag{1.67}$$

$$M_{\tilde{F}'} = \begin{cases} M_{\tilde{U}} & \text{für rechtshändige, } u\text{-artige Squarks} \\ M_{\tilde{D}} & \text{für rechtshändige, } d\text{-artige Squarks} \\ M_{\tilde{E}} & \text{für rechtshändige Sleptonen} \end{cases} \tag{1.68}$$

Die linkshändigen Squarks bzw. Sleptonen einer Familie befinden sich in einem $SU(2)$-Dublett. Deswegen muß in (1.67) für $\{u;d\}$-artige Sfermionen der gleiche Soft-SUSY-Brechungsterm gewählt werden.
In vereinheitlichten SUSY-Theorien (SUSY-GUTs) gilt typischerweise

$$M_{\tilde{L}} \approx M_{\tilde{E}} \leq M_{\tilde{Q}} \approx M_{\tilde{U}} \approx M_{\tilde{D}} , \tag{1.69}$$

wobei die Squark-Massen ungefähr 1-3 mal größer sind als die Slepton-Massen. Um die Zahl der Parameter gering zu halten, werden in dieser Arbeit in den meisten Fällen die Sfermion-Brechungsparameter für alle Sfermionen als identisch angenommen (motiviert durch die *minimale* SUGRA):

$$M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}} = m_{\tilde{q}} . \tag{1.70}$$

Da bei den Ergebnissen dieser Arbeit hauptsächlich die dritte Familie betrachtet wurde, müssen für die A-Parameter keine zusätzlichen Forderungen gestellt werden. Die ungemischten Zustände für top Quarks ("Stops") und bottom Quarks ("Sbottoms") ergeben sich somit für:

$$A_t = -\mu\cot\beta \qquad ; \qquad A_b = -\mu\tan\beta . \tag{1.71}$$

Damit erhält man folgende ungemischte Sfermion-Massen:

$$\begin{aligned} m_{\tilde{f}_L}^2 &= m_{\tilde{q}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\, (I_3^f - Q_f s_W^2) + m_f^2 \\ m_{\tilde{f}_R}^2 &= m_{\tilde{q}}^2 + M_Z^2 \cos 2\beta\, (Q_f s_W^2) + m_f^2 . \end{aligned} \tag{1.72}$$

Im Falle gemischter Sfermionen müssen die links- und rechtshändigen Sfermionen durch Masseneigenzustände der Sfermion-Massenmatrix (1.66) ersetzt werden (s.a. [28]):

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\tilde{f}} & \sin\theta_{\tilde{f}} \\ -\sin\theta_{\tilde{f}} & \cos\theta_{\tilde{f}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \tag{1.73}$$

Der Mischungswinkel $\theta_{\tilde{f}}$ ist für $\tan\beta > 1$ gegeben durch:

$$\begin{aligned}
\cos\theta_{\tilde{f}} &= \sqrt{\frac{(m^2_{\tilde{f}_L} - m^2_{\tilde{f}_1})^2}{m_f^2\,(A_f + \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\})^2 + (m^2_{\tilde{f}_L} - m^2_{\tilde{f}_1})^2}} \\
\sin\theta_{\tilde{f}} &= \mp\, sgn\Big[A_f + \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\}\Big] \\
&\quad \times \sqrt{\frac{m_f^2\,(A_f + \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\})^2}{m_f^2\,(A_f + \mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\})^2 + (m^2_{\tilde{f}_L} - m^2_{\tilde{f}_1})^2}}\ . \qquad (1.74)
\end{aligned}$$

Das negative Vorzeichen gilt dabei für u-artige Fermionen und das positive für d-artige Fermionen. Als gemischte Masseneigenzustände von Gleichung (1.66) erhält man nun für $\tan\beta > 1$ ($\Rightarrow \cos 2\beta < 0$)

$$\begin{aligned}
m^2_{\tilde{f}_{1,2}} &= m^2_{\tilde{q}} + \frac{1}{2}M_Z^2\cos 2\beta\; I_3^f + m_f^2 \\
&\quad \left\{ \begin{array}{l} \mp\, \dfrac{1}{2}\sqrt{\Big[M_Z^2\cos 2\beta\;(I_3^f - 2Q_f s_W^2)\Big]^2 + 4m_f^2\Big(A_u + \mu\cot\beta\,\Big)^2} \\ \pm\, \dfrac{1}{2}\sqrt{\Big[M_Z^2\cos 2\beta\;(I_3^f - 2Q_f s_W^2)\Big]^2 + 4m_f^2\Big(A_d + \mu\tan\beta\,\Big)^2} \end{array}\right. , \qquad (1.75)
\end{aligned}$$

dabei gilt die obere Zeile für u-artige Fermionen und die untere für d-artige Fermionen. Da die nichtdiagonalen Elemente von Gleichung (1.66) proportional der Fermionmasse sind, erhält man eine nicht zu vernachlässigende Sfermionmischung im allgemeinen nur für Stops, im Falle $\tan\beta \gg 1$ auch für Sbottoms. Die momentanen experimentellen unteren Schranken der Sfermion-Massen können dem Anhang A.3 entnommen werden.

1.3.3.2 Charginos

Die Charginos (und Neutralinos) werden im weiteren Verlauf der Arbeit nicht benötigt, der Vollständigkeit halber werden sie hier (und im nächsten Unterkapitel) trotzdem kurz beschrieben.

Die Charginos $\tilde{\chi}_i^+$ ($i = 1, 2$) sind 4-komponentige Dirac-Fermionen. Sie sind Mischungen aus den Winos $\tilde{W}^\pm$ und den geladenen Higgsinos $\tilde{H}_1^-$, $\tilde{H}_2^+$ mit

$$\tilde{W}^+ = \begin{pmatrix} -i\lambda^+ \\ i\bar{\lambda}^- \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{W}^- = \begin{pmatrix} -i\lambda^- \\ i\bar{\lambda}^+ \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{H}_2^+ = \begin{pmatrix} \psi^+_{H_2} \\ \bar{\psi}^-_{H_1} \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{H}_1^- = \begin{pmatrix} \psi^-_{H_1} \\ \bar{\psi}^+_{H_2} \end{pmatrix} . \qquad (1.76)$$

Die Chargino-Massen sind definiert als Eigenwerte der diagonalisierten Chargino-Massenmatrix in der Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^+,Masse} = -\frac{1}{2}\Big(\psi^+, \psi^-\Big)\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + \text{h.c.}\ , \qquad (1.77)$$

mit den 2-komponentigen Fermion–Feldern

$$\begin{aligned} \psi^+ &= (-i\lambda^+, \psi^+_{H_2}) \\ \psi^- &= (-i\lambda^-, \psi^-_{H_1}) \end{aligned} \quad . \qquad (1.78)$$

$\mathbf{X}$ ist gegeben durch:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}\, M_W \, \sin\beta \\ \sqrt{2}\, M_W \, \cos\beta & -\mu \end{pmatrix} . \tag{1.79}$$

In der Massenmatrix ist M_2 ein Soft-Brechungsparameter für den Majorana-Massenterm, μ ist der Higgs-Dublett-Mischungsparameter aus dem Superpotential.

Die physikalischen (2-komponentigen) Masseneigenzustände erhält man mit Hilfe der unitären (2×2)-Matrizen $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$:

$$\begin{aligned} \chi_i^+ &= V_{ij}\, \psi_j^+ \\ \chi_i^- &= U_{ij}\, \psi_j^- \end{aligned} \qquad i, j = 1, 2 \; . \tag{1.80}$$

Damit erhält man den 4-komponentigen Dirac-Spinor

$$\tilde{\chi}_i^+ = \begin{pmatrix} \chi_i^+ \\ \bar{\chi}_i^- \end{pmatrix} \qquad i = 1, 2 \; . \tag{1.81}$$

Hierbei sind $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ gegeben durch

$$\mathbf{U} = \mathbf{O}_- \qquad ; \qquad \mathbf{V} = \begin{cases} \mathbf{O}_+ & \det \mathbf{X} > 0 \\ \sigma_3\, \mathbf{O}_+ & \det \mathbf{X} < 0 \end{cases} \tag{1.82}$$

mit

$$\mathbf{O}_\pm = \begin{pmatrix} \cos\phi_\pm & \sin\phi_\pm \\ -\sin\phi_\pm & \cos\phi_\pm \end{pmatrix} ; \tag{1.83}$$

$\cos\phi_\pm$ und $\sin\phi_\pm$ sind gegeben durch ($\epsilon = \mathrm{sgn}[\det \mathbf{X}]$)

$$\begin{aligned} \tan\phi_+ &= \frac{\sqrt{2}\, M_W (\sin\beta\, m_{\tilde{\chi}_1^+} + \epsilon\, \cos\beta\, m_{\tilde{\chi}_2^+})}{(M_2\, m_{\tilde{\chi}_1^+} - \epsilon\, \mu\, m_{\tilde{\chi}_2^+})} \\ \tan\phi_- &= \frac{\mu\, m_{\tilde{\chi}_1^+} - \epsilon\, M_2\, m_{\tilde{\chi}_2^+}}{\sqrt{2}\, M_W (\sin\beta\, m_{\tilde{\chi}_1^+} + \epsilon\, \cos\beta\, m_{\tilde{\chi}_2^+})} \; . \end{aligned} \tag{1.84}$$

Wenn $\phi_+ < 0$ ist, dann ist ϕ_+ durch $\phi_+ + \pi$ zu ersetzen. Dabei bezeichnen $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^+}$ die Eigenwerte der diagonalisierten Chargino-Massenmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^2_{diag,\tilde{\chi}^+} &= \mathbf{V}\, \mathbf{X}^\dagger\, \mathbf{X}\, \mathbf{V}^{-1} = \mathbf{U}^*\, \mathbf{X}\, \mathbf{X}^\dagger\, (\mathbf{U}^*)^{-1} \\ \mathbf{M}_{diag,\tilde{\chi}^+} &= \mathbf{U}^*\, \mathbf{X}\, \mathbf{V}^{-1} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1^+} & 0 \\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2^+} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{1.85}$$

und sind gegeben durch

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde{\chi}^+_{1,2}} &= \frac{1}{2} \Big\{ M_2^2 + \mu^2 + 2M_W^2 \mp \Big[(M_2^2 - \mu^2)^2 \\ &\quad + 4M_W^4 \cos^2 2\beta \; + 4M_W^2 (M_2^2 + \mu^2 + 2\, \mu\, M_2\, \sin 2\beta\,) \Big]^{\frac{1}{2}} \Big\} \; . \end{aligned} \tag{1.86}$$

1.3.3.3 Neutralinos

Neutralinos $\tilde{\chi}_i^0$ $(i = 1,2,3,4)$ sind 4-komponentige Majorana-Fermionen. Sie sind Mischungszustände aus dem Photino $\tilde{\gamma}$, dem Zino $\tilde{Z}$ und den neutralen Higgsinos $\tilde{H}_1^0$ und $\tilde{H}_2^0$ mit

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} -i\lambda_\gamma \\ i\bar{\lambda}_\gamma \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{Z} = \begin{pmatrix} -i\lambda_Z \\ i\bar{\lambda}_Z \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{H}_1^0 = \begin{pmatrix} \psi_{H_1}^0 \\ \bar{\psi}_{H_1}^0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \tilde{H}_2^0 = \begin{pmatrix} \psi_{H_2}^0 \\ \bar{\psi}_{H_2}^0 \end{pmatrix} . \tag{1.87}$$

Dabei ist zu beachten, daß analog zum SM, das Photino und Zino Mischungen aus dem Bino ($\tilde{B}$) und neutralen Wino ($\tilde{W}^3$) sind

$$\tilde{B} = \begin{pmatrix} -i\lambda' \\ i\bar{\lambda}' \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \tilde{W}^3 = \begin{pmatrix} -i\lambda^3 \\ i\bar{\lambda}^3 \end{pmatrix} . \tag{1.88}$$

Der Zusammenhang zwischen Photino, Zino und neutralem Wino und Bino ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma} &= \tilde{W}^3\, s_W + \tilde{B}\, c_W \\ \tilde{Z} &= \tilde{W}^3\, c_W - \tilde{B}\, s_W \ , \end{aligned} \tag{1.89}$$

bzw. in 2-komponentiger Schreibweise:

$$\begin{aligned} \lambda_\gamma &= \lambda^3\, s_W + \lambda'\, c_W \\ \lambda_Z &= \lambda^3\, c_W - \lambda'\, s_W \ . \end{aligned} \tag{1.90}$$

Der Massenterm der Lagrange-Dichte ist gegeben durch:

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}^0,Masse} = -\frac{1}{2}(\psi^0)^T\, \mathbf{Y}\, \psi^0 + \text{h.c.} \ , \tag{1.91}$$

mit den 2-komponentigen Fermion-Feldern

$$(\psi^0)^T = (-i\lambda', -i\lambda^3, \psi_{H_1}^0, \psi_{H_2}^0) \ . \tag{1.92}$$

Die Massenmatrix $\mathbf{Y}$ hat dabei die folgende Gestalt:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z s_W \cos\beta & M_Z s_W \sin\beta \\ 0 & M_2 & M_Z c_W \cos\beta & -M_Z c_W \sin\beta \\ -M_Z s_W \cos\beta & M_Z c_W \cos\beta & 0 & \mu \\ M_Z s_W \sin\beta & -M_Z c_W \sin\beta & \mu & 0 \end{pmatrix} . \tag{1.93}$$

Die physikalischen Neutralino-Masseneigenzustände erhält man mit Hilfe der Transformationsmatrix $\mathbf{N}$:

$$\chi_i^0 = N_{ij}\, \psi_j^0 \qquad i,j = 1,\ldots,4, \tag{1.94}$$

und damit den 4-komponentigen Majorana-Spinor

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \bar{\chi}_i^0 \end{pmatrix} \qquad i = 1,\ldots,4 \ . \tag{1.95}$$

Dabei ist $\mathbf{N}$ eine unitäre Mischungsmatrix, und die diagonale Massenmatrix ist gegeben durch:

$$\mathbf{M}_{diag,\tilde{\chi}^0} = \mathbf{N}^*\, \mathbf{Y}\, \mathbf{N}^{-1} \ . \tag{1.96}$$

Da $\mathbf{Y}$ eine (4×4)-Matrix ist, ist die analytische Berechnung der im allgemeinen Fall nicht entarteten vier Eigenwerte der Neutralino-Massen zwar prinzipiell möglich, aber sehr umständlich und unübersichtlich. Daher wurde $\mathbf{Y}$ numerisch diagonalisiert.

1.3.3.4 Gluinos

Das Gluino ist der Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner (Majorana-Fermion) des Gluons. Es gibt acht Gluinos entsprechend den acht linear unabhängigen Erzeugenden der $SU(3)_C$ (Color Oktett). Sie alle unterliegen nur der starken Wechselwirkung und haben die gleiche Majorana-Masse

$$m_{\tilde{g}} = M_3 \; . \tag{1.97}$$

In SUSY-GUTs sind M_1, M_2 und M_3 keine unabhängigen Größen, sondern durch

$$m_{\tilde{g}} = M_3 = \frac{g_3^2}{g_2^2}\, M_2 \;=\; \frac{\alpha_s}{\alpha_{\text{em}}}\, s_W^2\, M_2, \quad M_1 = \frac{5}{3}\frac{s_W^2}{c_W^2}\, M_2 \tag{1.98}$$

verknüpft. Die momentanen experimentellen unteren Schranken für die Gluino-Massen sind wiederum in Anhang A.3 angegeben.

1.3.4 Parameter des MSSM

Zur besseren Übersicht sollen hier noch einmal alle Input-Werte des MSSM zusammengefaßt werden. Die in dieser Arbeit verwendeten experimentellen Werte sind in Anhang A.2 und A.3 zu finden.

12	Fermionmassen:	m_f
2	Eichbosonmassen:	M_Z, M_W
2	Kopplungskonstanten:	α_{em}, α_s
4	Parameter der CKM-Matrix:	ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, δ
1	Higgs-Boson-Masse:	M_A
1	Quotient der VEV's:	$\tan\beta$
11	Brechungsparameter[1]:	M_1, M_2, M_3, $M_{\{\tilde{Q},\tilde{U},\tilde{D},\tilde{L},\tilde{E}\}}$, $A_{\{t,b,\tau\}}$
1	Mischungsparameter:	μ

Um die Anzahl der Parameter zu verringern, wurden in dieser Arbeit (wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt) die SUSY-GUT Relationen (1.98) benutzt, und die CKM-Matrix näherungsweise als Einheitsmatrix betrachtet. Außerdem wurde die Anzahl der Brechungsparameter durch Gleichung (1.70) und verringert. Damit ergeben sich für diese Arbeit die folgenden Input-Werte:

12	Fermionmassen:	m_f
2	Eichbosonmassen:	M_Z, M_W
2	Kopplungskonstanten:	α_{em}, α_s
1	Higgs-Boson-Masse:	M_A
1	Quotient der VEVs:	$\tan\beta$
4	Brechungsparameter:	$m_{\tilde{q}}$, $m_{\tilde{g}}$, A_t, A_b
1	Mischungsparameter:	μ

[1]Die $M_{\{\tilde{Q},\ldots\}}$ und die $A_{\{t,\ldots\}}$ werden hier als komplexe (3×3)-Matrizen betrachtet (Familienstruktur), d.h. es gibt mehr als 100 reelle Konstanten! .

Kapitel 2

2–Schleifen–Selbstenergien

2.1 Motivation

2–Schleifen–Rechnungen spielen eine in den letzten Jahren zunehmend wichtigere Rolle in der Hochenergiephysik. Im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie können, falls die entsprechenden Kopplungskonstanten klein gegen 1 sind, präzise Vorhersagen für physikalische Observablen gemacht werden, in dem man sie mit Hilfe der Störungstheorie in immer höheren Ordnungen ausrechnet. In dieser Arbeit spielen 2–Schleifen–Selbstenergien eine zentrale Rolle:

- **Präzisionsobservablen:**
  Mit Hilfe von Präzisionsobservablen ist es möglich zu testen, wie genau ein spezielles Modell realisiert ist, vgl. auch Abschnitt 5.1. Bei weiter steigender Meßgenauigkeit sollte es in Zukunft möglich sein, mit Hilfe von Präzisionsobservablen zu entscheiden, ob das SM oder das MSSM die Natur besser beschreibt. Im Rahmen des SMs sind für viele Präzisionsobservablen die 1–Schleifen–Rechnungen vollständig [35] und viele 2–Schleifen–Rechnungen zu einem großen Teil durchgeführt worden [34, 35, 36, 37, 38, 39, 40]. Teilweise existieren für die führenden Beiträge auch 3–Schleifen–Rechnungen [41, 42]. Im MSSM sind ebenfalls die meisten 1–Schleifen–Rechnungen bereits durchgeführt worden, wobei teilweise relativ große Effekte berechnet wurden [43, 44]. Damit stellt sich zum einen die Frage, wie gut die 1–Schleifen–Rechnungen das "vollständige" Resultat annähern. Zum anderen wünscht man sich für das MSSM die gleiche Genauigkeit in den Rechnungen wie für das SM, um einen zuverlässigen Vergleich durchführen zu können. Deshalb sind auch im MSSM 2–Schleifen–Rechnungen wünschenswert. Betrachtet man Präzisionsobservablen, so sind die führenden Beiträge in den meisten Fällen in Form von Selbstenergien gegeben. Zu Präzisionsobservablen beitragende Vertex– und Box–Korrekturen mit leichten externen Fermionen bei niedrigen Energien lassen sich auf die Berechnung von 2–Schleifen–Selbstenergien bzw. sogar Vakuumdiagrammen zurückführen.

- **Higgs-Sektor:**
  1–Schleifen–Rechnungen im Higgs-Sektor des MSSM (vgl. dazu Abschnitt 7.2) haben gezeigt, daß man zu verschiedenen Observablen sehr große Korrekturen erhalten kann. Deshalb ist hier eine 2–Schleifen–Rechnung interessant. Betrachtet man die Massen der MSSM–Higgs–Bosonen, ist es ausreichend, Diagramme vom Selbstenergie–Typ zu berechnen.

2.2 Klassifikation von 2–Schleifen–Selbstenergien

Als erster Schritt bei der Berechnung von 2–Schleifen–Selbstenergien müssen die relevanten Feynman-Diagramme generiert werden. Diese kann man entsprechend ihrer Topologie klassifizieren. Der Vollständigkeit halber werden hier auch Tadpole-Diagramme betrachtet, sowie alle Topologien, die man nicht über die Dyson-Summation von 1–Schleifen–Diagrammen erhält. Alle möglichen Topologien dieser Art, die in renormierbaren Eichtheorien vorkommen können, sind in Fig. 2.1 aufgeführt. Die ersten acht Topologien in Fig. 2.1 werden im folgenden als "generisch" bezeichnet.

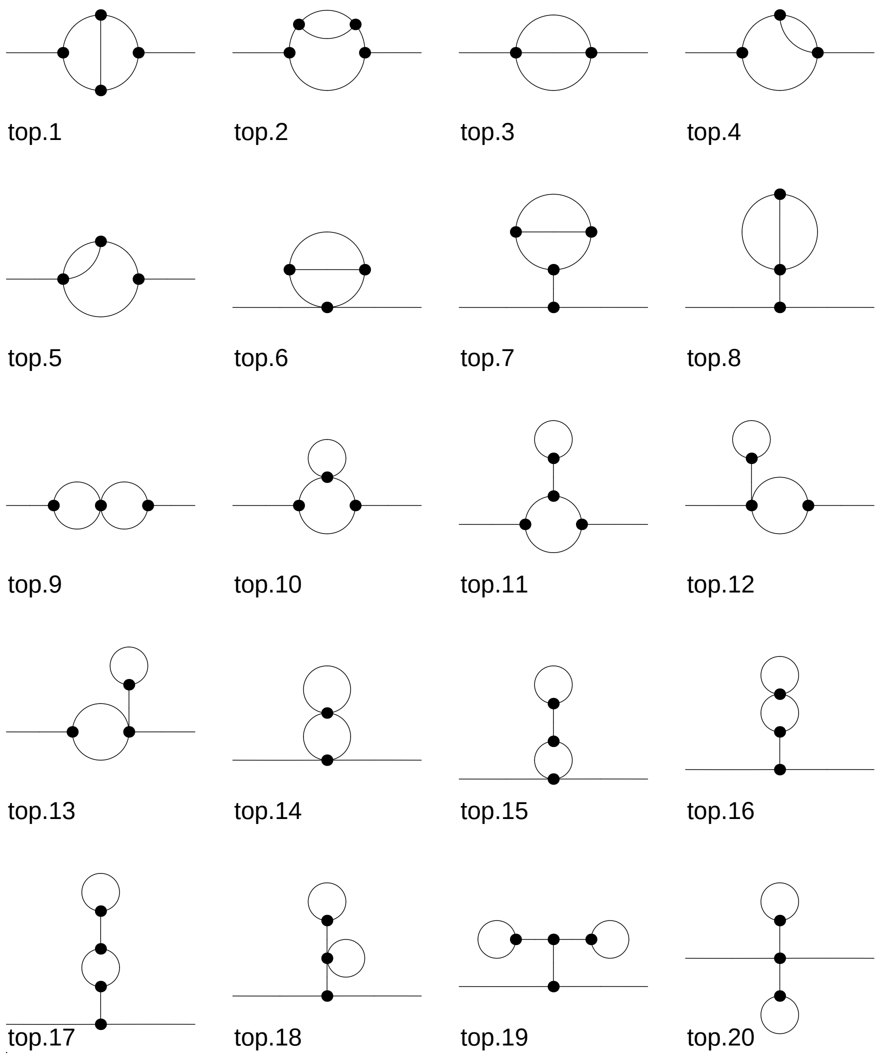


Abbildung 2.1: Alle 2–Schleifen–Selbstenergie–Topologien, die in renormierbaren Eichtheorien auftreten können.

Für ein allgemeines 1–Schleifen–Integral in dimesionaler Regularisierung oder Reduktion (vgl. Kapitel 3) definieren wir folgende Abkürzung:

$$\langle \ldots \rangle = \int \frac{d^D q}{i\pi^2 (2\pi\mu)^{D-4}} (\ldots). \tag{2.1}$$

Analog dazu wird für ein allgemeines 2–Schleifen–Integral

$$\langle\langle \ldots \rangle\rangle = \int \frac{d^D q_1}{i\pi^2 (2\pi\mu)^{D-4}} \int \frac{d^D q_2}{i\pi^2 (2\pi\mu)^{D-4}} (\ldots) \tag{2.2}$$

definiert. Hierbei sind q bzw. q_1 und q_2 die Integrations-Impulse, μ ist eine freie Referenzmasse, D ist die Dimension der Raum–Zeit. Für das Produkt von Propagatoren definieren wir:

$$\Delta_{ij\ldots l} = \frac{1}{[k_i^2 - m_i^2][k_j^2 - m_j^2] \ldots [k_l^2 - m_l^2]}, \tag{2.3}$$

Hierbei bezeichnet k_i den Impuls des $i$ten Propagators, m_i bezeichnet dessen Masse, wobei ein $-i\varepsilon$ unterdrückt wurde.

Eine allgemeine Feynman-Amplitude einer 2–Schleifen–Selbstenergie hat nun die Form

$$\langle\langle \frac{f(k_n, m_n, D)}{[k_i^2 - m_i^2][k_j^2 - m_j^2] \ldots [k_l^2 - m_l^2]} \rangle\rangle. \tag{2.4}$$

Der Ausdruck $f(k_n, m_n, D)$ im Zähler von (2.4) hängt von den Impulsen, den Massen der Teilchen und der Dimension der Raum-Zeit D ab. Er enthält die gesamte Lorentz- und Dirac-Struktur.

Skalare 1–Schleifen–Integrale werden mit einem B symbolisiert: [1]

$$B_{ij\ldots l}(p^2; m_i^2, m_j^2, \ldots, m_l^2) = \langle \frac{1}{[k_i^2 - m_i^2][k_j^2 - m_j^2] \ldots [k_l^2 - m_l^2]} \rangle, \tag{2.5}$$

$i \in \{1, 2\}$. Skalare 2–Schleifen–Integrale werden mit einem T symbolisiert:

$$T_{ij\ldots l}(p^2; m_i^2, m_j^2, \ldots, m_l^2) = \langle\langle \frac{1}{[k_i^2 - m_i^2][k_j^2 - m_j^2] \ldots [k_l^2 - m_l^2]} \rangle\rangle, \tag{2.6}$$

$i \in \{1, \ldots, 5\}$. Wenn ein Propagator die Masse Null hat, wird dies durch einen Strich am entsprechenden Index angezeigt; die Null wird in der Liste der Argumente weggelassen, solange dadurch keine Mehrdeutigkeiten entstehen:

$$T_{i'j\ldots l}(p^2; m_j^2, \ldots m_l^2) = \langle\langle \frac{1}{k_i^2 [k_j^2 - m_j^2] \ldots [k_l^2 - m_l^2]} \rangle\rangle. \tag{2.7}$$

Die Abhängigkeit von p^2 wird im folgenden unterdrückt, die Massen werden als Argumente nur geschrieben, falls ansonsten Mehrdeutigkeiten möglich sind.

Alle möglichen T–Integrale können durch die Topologien in Fig. 2.1 dargestellt werden. Eine Linie, die in einer Topologie keinen Impuls trägt, führt nur zu einem Faktor $-i/m_k^2$, was aber für die skalaren Integrale irrelevant ist. In Fig. 2.1 repräsentieren deshalb z.B. die Topologien 6 und 7 den gleichen Typ von T–Integral. Die ersten beiden Topologien in Fig. 2.1 stellen die beiden allgemeinsten Topologien dar, da man alle anderen aus diesen beiden erhalten kann, indem man

[1] Man beachte, daß diese Definition *nicht* mit der üblichen "Passarino–Veltman–Definition" in [46] des Symbols B_1 übereinstimmt.

Faktoren $[k_i^2 - m_i^2]$ im Nenner wegläßt, was in einer Topologie dem Zusammenziehen einer Linie zu einem Punkt entspricht.

Das T–Integral, das der ersten Topologie entspricht, ist das einzige, in dem fünf Propagatoren mit verschiedenen Impulsen vorkommen, es ist das sogenannte "Master–Integral"

$$T_{12345} = \langle\langle \frac{1}{[k_1^2 - m_1^2][k_2^2 - m_2^2][k_3^2 - m_3^2][k_4^2 - m_4^2][k_5^2 - m_5^2]} \rangle\rangle \tag{2.8}$$

wobei die Impulse laufen, wie in Fig. 2.2a angegeben. Die internen Impulse $k_1 \dots k_5$ können durch die Integrationsimpulse q_1, q_2 sowie den äußeren Impuls p ausgedrückt werden:

$$k_1 = q_1,\ k_2 = q_1 + p,\ k_3 = q_2 - q_1,\ k_4 = q_2,\ k_5 = q_2 + p. \tag{2.9}$$

Diese Konvention wird in der gesamten Arbeit verwendet.

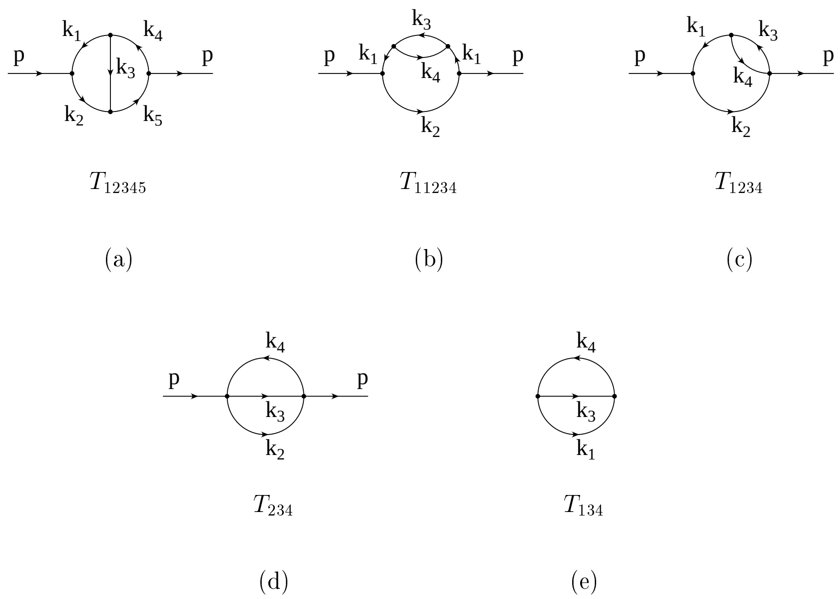


Abbildung 2.2: Basis–Satz von 2–Schleifen–Selbstenergie–Topologien, auf die sich beliebige 2–Schleifen–Selbstenergien reduzieren lassen.

2.3 Reduktion von 2-Schleifen-Integralen

In [45] wurde gezeigt, daß eine beliebige 2–Schleifen–Selbstenergie–Amplitude auf einen Satz von 2–Schleifen–Basis–Integralen, sowie die skalaren 1–Schleifen–Integrale vom Typ (2.5), vgl. dazu [46], zurückgeführt werden kann. Die Routinen zur Dekomposition sind in das *Mathematica*–Programm *TwoCalc* [47] eingebaut, mit dessen Hilfe die Resultate dieser Arbeit erzielt worden sind. Nützlich ist es, die folgenden zwei Fälle zu unterscheiden:

2.3.1 Fall 1: Äußerer Impuls Null

Ist der äußere Impuls gleich Null, hat eine allgemeine 2–Schleifen–Selbstenergie–Amplitude die folgende Form:

$$\sum_i \langle\langle \frac{f_i(k_1, k_3, k_4, m_n, D)}{[k_1^2 - m_{a_i}^2]^{\alpha_{a_i}} [k_3^2 - m_{b_i}^2]^{\alpha_{b_i}} [k_4^2 - m_{c_i}^2]^{\alpha_{c_i}}} \rangle\rangle. \tag{2.10}$$

Für diesen Fall gibt es nur ein einziges skalares 2–Schleifen–Basis–Integral: T_{134} (Fig. 2.2 e), d.h. die Amplitude (2.10) kann in die Basisintegrale A_0 und T_{134} zerlegt werden. Das Integral B_0 taucht nicht auf, da es bei verschwindendem äußerem Impuls in A_0–Funktionen zerfällt.

Das Integral T_{134} ist analytisch berechenbar [48] und der Vollständigkeit halber in Anhang B angegeben.

In [45] wurde gezeigt, daß für die Reduktion in diesem Fall die "Passarino-Veltman-Technik" ausreichend ist [46].

Die für diese Arbeit benötigten Formeln sind im Anhang B aufgeführt.

2.3.2 Fall 2: Äußerer Impuls ungleich Null

Ist der äußere Impuls ungleich Null, sieht eine allgemeine 2–Schleifen–Selbstenergie–Amplitude wie folgt aus:

$$\sum_i \langle\langle \frac{f_i(k_1, \ldots, k_5, p, m_n, D)}{[k_1^2 - m_{a_i}^2]^{\alpha_{a_i}} [k_2^2 - m_{b_i}^2]^{\alpha_{b_i}} [k_3^2 - m_{c_i}^2]^{\alpha_{c_i}} [k_4^2 - m_{d_i}^2]^{\alpha_{d_i}} [k_5^2 - m_{e_i}^2]^{\alpha_{e_i}}} \rangle\rangle. \tag{2.11}$$

In [45] wurde gezeigt, daß die Zerlegung in Basis–Integrale für 2–Schleifen–Selbstenergien in jedem Fall möglich ist. Allerdings reichen für diesen allgemeinen Fall die Passarino-Veltman-Methoden nicht mehr aus. Bei der Zerlegung in Basisintegrale werden Skalarprodukte aus verschiedenen Impulsen wie im folgenden Beispiel umgeformt (unter Verwendung von $k_2 = k_1 + p$):

$$(k_1 \cdot p) = \frac{1}{2}(k_2^2 - k_1^2 - p^2). \tag{2.12}$$

Nun kommen in der Amplitude nur noch p^2, die aus dem Integral herausgezogen werden können, sowie k_i^2 vor, die mit Hilfe der Identität

$$k_i^2 = [k_i^2 - m_i^2] + m_i^2 \tag{2.13}$$

gegen einen Propagator im Nenner gekürzt werden können. Das verbleibende m_i^2 spielt bei der Integration wiederum keine Rolle und kann vor das Integral gezogen werden. Für weitere Details sei ebenfalls auf [45] verwiesen.

Die Reduktion erlaubt in diesem Fall eine Rückführung auf einen Satz von skalaren 2–Schleifen–Basis–Integralen, wie sie in Fig. 2.2 gezeigt werden. D.h. die Amplitude (2.11) kann in die Integrale $A_0, B_0, T_{12345}, T_{11234}, T_{1234}, T_{234}, T_{134}, \ldots$ zerlegt werden. Die endlichen Anteile der für diesen Fall neu benötigten Basisintegrale sind i.a. nicht mehr durch Polylogarithmen darstellbar [49], müssen also numerisch berechnet werden. Eine analytische Darstellung ist jedoch möglich, wenn eine (oder mehrere) der internen Massen gleich Null ist. Die Darstellungen für die Integrale $T_{123'45}, T_{1123'4}, T_{123'4}$ und $T_{234'}$ sind in Anhang B aufgeführt.

Kapitel 3

Regularisierung und Renormierung

3.1 Regularisierung

Diagramme mit geschlossenen Schleifen, wie sie in höheren Ordnungen der Störungstheorie vorkommen, enthalten Integrale über die Schleifen–Impulse. Diese Integrale sind im allgemeinen divergent für große Integrations–Impulse (UV-divergent). Aus diesem Grunde wird eine *Regularisierung* benötigt, welche die Integrale so umdefiniert, daß sie endliche und mathematisch wohl definierte Objekte werden.

3.1.1 Dimensionale Regularisierung

Eine weit verbreitete Methode der Regularisierung von Eichtheorien ist die *Dimensionale Regularisierung (DREG)* [50], welche die Lorentz– und die Eich–Invarianz erhält. Bei dieser Methode werden die 4 Dimensionen der Raum-Zeit durch D Dimensionen ersetzt, wobei $4-D=2\delta,\ \delta>0$ gilt. Die Integrale sind hierbei in D Dimensionen konvergent:

$$\int \frac{d^4q}{i\pi^2} \;\to\; \int \frac{d^Dq}{i\pi^2(2\pi\mu)^{D-4}} \tag{3.1}$$

Beim Limes $D\to 4$ treten Pole in $1/\delta$ auf. Hierbei wurde ein (willkürlicher) Massenparameter μ eingeführt, der dafür sorgt, daß die Kopplungskonstanten in den Vorfaktoren der Integrale unabhängig von D bleiben. Nach erfolgter Renormierung (s. Abschnitt 3.2) sind die Ergebnisse für die Greenschen Funktionen der Theorie im Limes $D\to 4$ konvergent. Eigenschaften des metrischen Tensors und der Dirac–Matrizen in D Dimensionen sind im Anhang A.1 aufgeführt.

3.1.2 Dimensionale Reduktion

In SUSY–Theorien ist die Anzahl der fermionischen Freiheitsgrade gleich der Anzahl der bosonischen Freiheitsgrade, vgl. (1.12),(1.13). Wird die Regularisierung mit Hilfe der DREG durchgeführt, werden auch alle Felder D–dimensional behandelt. Ein Vektor in D Dimensionen hat aber eine andere Anzahl von Freiheitsgraden als ein Vektor in 4 Dimensionen, deshalb bricht DREG die SUSY. Als möglicher Ausweg wurde die *Dimensionale Reduktion (DRED)* vorgeschlagen [51]. Hierbei bleiben alle Felder (und die zugehörigen Matrizen) weiterhin 4–dimensional, nur die Integrale und Impulse werden in D Dimensionen behandelt. Zwei Beispiele für Diagramme, bei denen es einen zusätzlichen Beitrag bei der Verwendung von DRED gibt, sind in Fig. 3.1 aufgeführt. In beiden Fällen koppelt ein Vektor–Teilchen nur an Fermionen, wofür die Kopplung

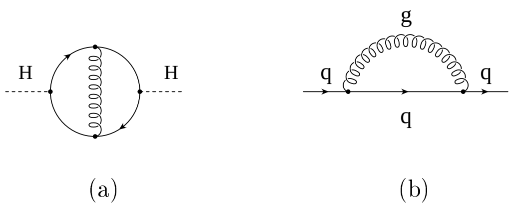


Abbildung 3.1: Feynman–Diagramme, für die sich ein unterschiedliches Ergebnis in DRED und DREG ergibt.

Impuls–unabhängig ist. Die hier in der Kopplung auftretenden Dirac–Matrizen werden in DRED 4–dimensional behandelt.

Eine alternative Realisierung von DRED ist die Verwendung der ε–Skalare [52]. Ein Vergleich beider Methoden wurde an einem Beispiel in [53] durchgeführt und erzielte auf dem 2–Schleifen–Niveau das gleiche Resultat, s. auch die Diskussion in [54].

3.1.3 Der kleine Unterschied

Wie in Kapitel 2 erklärt, wird ein Feynman–Diagramm in einen Satz von skalaren Basis–Integralen zerlegt. Die Koeffizienten dieser Basis–Integrale können sich nun von DREG zu DRED um einen Beitrag $\sim \delta$ unterscheiden. Für ein Diagramm ergeben sich damit folgende Änderungen:

- $\frac{1}{\delta^2}$–Divergenzen: Kein zusätzlicher Beitrag durch DRED im Vergleich zu DREG.
- $\frac{1}{\delta}$–Divergenzen:
  - 1–Schleifen–Integrale: Kein zusätzlicher Beitrag durch DRED im Vergleich zu DREG.
  - 2–Schleifen–Integrale: Wenn die entsprechenden Voraussetzungen aus Kapitel 3.1.2 erfüllt sind, kann es einen Zusatzbeitrag durch die Verwendung von DRED geben. Damit ist es möglich, daß eine Rechnung unter Verwendung von DREG divergiert, bei der Verwendung von DRED hingegen endlich ist, vgl. Kapitel 7.3 und [53].
- Endlicher Anteil: Sowohl für 1–Schleifen–Integrale als auch für 2–Schleifen–Integrale erhält man einen Zusatzbeitrag bei der Verwendung von DRED im Vergleich zu DREG. Dadurch ist es z.B. möglich, daß ein 1–Schleifen–Resultat sowohl in DREG als auch in DRED endlich ist, aber für beide Methoden ein unterschiedliches endliches Ergebnis liefert.

3.2 Renormierung

3.2.1 Grundlegendes Konzept

Die Tree–Level Lagrangedichte des MSSM enthält eine bestimmte Anzahl von freien Parametern, die nicht durch die Theorie festgelegt werden. Die Definition dieser Parameter und ihre Beziehung zu meßbaren Größen wird durch das *Renormierungsschema* festgelegt. Die Parameter (oder geeignete Kombinationen von ihnen) können mit Hilfe von theoretischen Vorhersagen (z.B. Wirkungsquerschnitten oder Lebensdauern) durch spezifische Experimente festgelegt werden.

In höheren Ordnungen der Störungstheorie ändert sich die Beziehung zwischen den formalen Parametern und den gemessenen Größen im Vergleich zu den Tree–Level–Beziehungen. Darüber hinaus muß auch das Auftreten von Divergenzen bei Rechnungen höherer Ordnung beachtet werden: Die Parameter der ursprünglichen Lagrangedichte, die sogenannten "nackten" Parameter, unterscheiden sich von den physikalischen Größen um UV–divergente Anteile. In renormierbaren Theorien heben sich diese UV-Divergenten Anteile in physikalischen Observablen jedoch weg, so daß Vorhersagen weiterhin möglich sind. Die Renormierbarkeit von Eichtheorien wurde von 't Hooft bewiesen [55].

Für diese Arbeit wurde die *multiplikative Renormierung* verwendet: In der ursprünglichen Lagrangedichte werden die nackten Parameter und Felder durch die renormierten ersetzt, die man durch Multiplikation mit einer Renormierungskonstante erhält:

$$g_0 \;\rightarrow\; Z_g g = g + \delta g, \tag{3.2}$$

$$\phi_0 \;\rightarrow\; Z_\phi^{1/2}\phi = (1+\delta Z_\phi)^{1/2}\phi. \tag{3.3}$$

Hierbei sind die Renormierungskonstanten δg und $\delta Z\phi$ von höherer Ordnung. Die Lagrangedichte spaltet sich in eine renormierte Lagrangedichte und eine Counterterm–Lagrangedichte auf

$$\mathcal{L}(\phi_0, g_0) = \mathcal{L}(\phi, g) + \delta\mathcal{L}(\phi, g, \delta Z_\phi, \delta g). \tag{3.4}$$

Die so eingeführten Renormierungskonstanten werden über *Renormierungsbedingungen* festgelegt. Diese bestimmen sowohl den divergenten Anteil der Renormierungskonstanten, als auch den endliche Anteil. Dieser kann jedoch für verschiedene Renormierungsbedingungen unterschiedlich ausfallen. Man kann jedoch zeigen, daß sich die theoretischen Vorhersagen physikalische Größen in $n - ter$ Ordnung der Störungstheorie in verschiedenen Renormierungsschemen nur um Anteile $(n + 1) - ter$ Ordnung unterscheiden. In dieser Arbeit wird fast überall das *on–shell*–Renormierungsschema [56, 74] verwendet.

Da sich diese Arbeit mit 2–Schleifen–Berechnungen beschäftigt, mußte auch die Renormierung auf dem 2–Schleifen–Niveau durchgeführt werden. Zur Vereinfachung wird folgende Schreibweise eingeführt:

$$\text{Counterterm}(X) = \delta X^{(1)} + \delta X^{(2)} + \ldots \tag{3.5}$$

$$= \delta X + \Delta X + \ldots . \tag{3.6}$$

$\delta X^{(1)}$ und δX sind von erster Ordnung in der Störungstheorie, $\delta X^{(2)}$ und ΔX sind von zweiter Ordnung, $(\ldots)$ deutet weitere noch höhere Ordnungen an.

Im folgenden werden die Renormierungen der einzelnen Sektoren des MSSM betrachtet, jeweils in der Ordnung der Störungstheorie, wie sie für die Berechnungen notwendig waren. Da sich diese Arbeit mit 2–Schleifen–Rechnungen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ beschäftigt, werden in der jeweils höchsten betrachteten Ordnung immer nur die Terme mitgenommen, die einen α_s–Anteil enthalten. Hierbei bezeichnen $\Sigma^{(1)}$ und $\Sigma^{(2)}$ den 1–Schleifen– und den 2–Schleifen–Schleifen–Anteil einer unrenormierten Selbstenergie, $\hat{\Sigma}^{(1)}$ und $\hat{\Sigma}^{(2)}$ stellen die 1– und 2–Schleifen–Anteile der renormierten Selbstenergie dar. Weiterhin gilt $\Sigma'(k^2) = \frac{\partial}{\partial k^2}\Sigma(k^2)$.

3.2.2 Renormierung im Eichboson–Sektor

Der Eichboson–Sektor muß auf dem 2–Schleifen–Niveau renormiert werden. Da wir nur an Korrekturen der $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ interessiert sind, wird keine renormierte Photon–Selbstenergie bzw.

Photon–Z–Selbstenergie benötigt wird. Aus diesem Grunde muß die Photon–Z–Mischung nicht beachtet werden.

Eine allgemeine Eichboson–Selbstenergie kann in Lorentz–Skalare zerlegt werden:

$$\Sigma_{\mu\nu}(p,-p) = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}\right)\Sigma_T(p^2) - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}\Sigma_L(p^2), \tag{3.7}$$

wobei Σ_T den Tranversalanteil und Σ_L den Longitudinalanteil darstellt. Im weiteren wird nur noch der Transversalanteil betrachtet, da der Longitudinalanteil für die in dieser Arbeit betrachteten Größen irrelevant ist. (Der Index $_T$ wird dabei meistens unterdrückt.)

In der gesamten Arbeit wird die Feynman–'t Hooft–Eichung verwendet.

- Renormierung von Feldern und Parametern:

$$Z_\mu \to Z_Z^{1/2} Z_\mu \tag{3.8}$$

$$W_\mu \to Z_W^{1/2} W_\mu \tag{3.9}$$

$$Z_V = 1 + \delta Z_V + \Delta Z_V \tag{3.10}$$

$$M_Z^2 \to M_Z^2 + \delta M_Z^2 + \Delta M_Z^2 \tag{3.11}$$

$$M_W^2 \to M_W^2 + \delta M_W^2 + \Delta M_W^2 \tag{3.12}$$

Damit erhält man für die renormierten Propagatoren [1]

$$\Delta_Z^T(k^2) = \frac{1}{k^2 - M_Z^2 + \hat{\Sigma}_Z^{(1)}(k^2) + \hat{\Sigma}_Z^{(2)}(k^2)}, \tag{3.13}$$

$$\Delta_W^T(k^2) = \frac{1}{k^2 - M_W^2 + \hat{\Sigma}_W^{(1)}(k^2) + \hat{\Sigma}_W^{(2)}(k^2)}, \tag{3.14}$$

mit

$$\hat{\Sigma}_Z^{(1)}(k^2) = \Sigma_Z^{(1)}(k^2) + (k^2 - M_Z^2)\delta Z_Z - \delta M_Z^2 \tag{3.15}$$

$$\hat{\Sigma}_Z^{(2)}(k^2) = \Sigma_Z^{(2)}(k^2) + (k^2 - M_Z^2)\Delta Z_Z - \Delta M_Z^2 \tag{3.16}$$

$$\hat{\Sigma}_W^{(1)}(k^2) = \Sigma_W^{(1)}(k^2) + (k^2 - M_W^2)\delta Z_W - \delta M_W^2 \tag{3.17}$$

$$\hat{\Sigma}_W^{(2)}(k^2) = \Sigma_W^{(2)}(k^2) + (k^2 - M_W^2)\Delta Z_W - \Delta M_W^2 \tag{3.18}$$

Hierbei enthalten die unrenormierten Selbstenergien in 2–Schleifen–Ordnung bereits die Beiträge, die sich aus der Unterschleifen–Renormierung ergeben.

- Renormierungsbedingungen:
  An das Z und an das W werden die gleichen on-shell Renormierungsbedingungen gestellt:

[1] Ein Beitrag der γZ–Mischung tritt, wie oben bereits erwähnt, nicht auf, da nur Terme der $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ berechnet werden sollen.

Der Pol des Propagators soll bei der physikalischen Masse liegen und das Residuum soll auf der Massenschale zu 1 werden. Damit ergeben sich die Renormierungsbedingungen zu

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_Z^{(1)}(M_Z^2) = 0 \tag{3.19}$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_Z^{(2)}(M_Z^2) = 0 \tag{3.20}$$

$$\lim_{k^2\to M_Z^2}(k^2 - M_Z^2)\Delta_Z^T(k^2) = 1 \tag{3.21}$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_W^{(1)}(M_W^2) = 0 \tag{3.22}$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_W^{(2)}(M_W^2) = 0 \tag{3.23}$$

$$\lim_{k^2\to M_W^2}(k^2 - M_W^2)\Delta_W^T(k^2) = 1 \tag{3.24}$$

- Bestimmung der Renormierungskonstanten:
  Mit den Bedingungen (3.19 – 3.24) ergeben sich die Renormierungskonstanten zu

$$\delta M_Z^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_Z^{(1)}(M_Z^2) \tag{3.25}$$

$$\Delta M_Z^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_Z^{(2)}(M_Z^2) \tag{3.26}$$

$$\delta Z_Z = -\mathrm{Re}\,\Sigma_Z^{\prime(1)}(M_Z^2) \tag{3.27}$$

$$\Delta Z_Z = -\mathrm{Re}\,\Sigma_Z^{\prime(2)}(M_Z^2) \tag{3.28}$$

$$\delta M_W^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_W^{(1)}(M_W^2) \tag{3.29}$$

$$\Delta M_W^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_W^{(2)}(M_W^2) \tag{3.30}$$

$$\delta Z_W = -\mathrm{Re}\,\Sigma_W^{\prime(1)}(M_W^2) \tag{3.31}$$

$$\Delta Z_W = -\mathrm{Re}\,\Sigma_W^{\prime(2)}(M_W^2) \tag{3.32}$$

3.2.3 Renormierung im Fermion–Sektor

Der Fermion–Sektor muß auf dem 1–Schleifen–Niveau renormiert werden, die Renormierung kann somit direkt aus [56] übernommen werden. Die Lagrangdichte für ein Fermion lautet

$$\mathcal{L}_{2-Punkt}^{Fermion} = i\bar{f}^L \partial\!\!\!/ f^L + i\bar{f}^R \partial\!\!\!/ f^R - i\bar{f}^L m_f f^R - i\bar{f}^R m_f f^L \tag{3.33}$$

- Renormierung von Feldern und Massen:

$$f^L \to (Z_f^L)^{1/2} f_L \tag{3.34}$$

$$f^R \to (Z_f^R)^{1/2} f_R \tag{3.35}$$

$$Z_f^{L,R} = 1 + \delta Z_f^{L,R} \tag{3.36}$$

$$m_f \to m_f + \delta m_f \tag{3.37}$$

Damit erhält man für die renormierte 1–Schleifen–Selbstenergie ($\omega_\pm$ ist in Anhang A.1 definiert)

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}_f(k) &= \Big[\not k\omega_-(\Sigma_f^L(k^2)+\delta Z_f^L)+\not k\omega_+(\Sigma_f^R(k^2)+\delta Z_f^R)\\ &\quad +m_f\left(\Sigma_f^S(k^2)-\frac{1}{2}(\delta Z_f^L+\delta Z_f^R)-\frac{\delta m_f}{m_f}\right)\Big] \qquad (3.38)\\ &= \Big[\not k\omega_-\hat{\Sigma}_f^L(k^2)+\not k\omega_+\hat{\Sigma}_f^R(k^2)+m_f\hat{\Sigma}_f^S(k^2)\Big] \qquad (3.39)\end{aligned}$$

- Renormierungsbedingungen:
  Wieder werden on–shell–Renormierungsbedingungen gestellt:

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_f(m_f) = 0 \qquad (3.40)$$

$$\mathrm{Re}\,\frac{1}{\not k - m_f}\hat{\Sigma}_f(\not k)_{|\not k = m_f} = 0 \qquad (3.41)$$

- Bestimmung der Renormierungskonstanten:
  Mit den Bedingungen (3.40) und (3.41) ergeben sich die Renormierungskonstanten zu

$$\begin{aligned}\frac{\delta m_f}{m_f} &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\,\left[\Sigma_f^L(m_f^2)+\Sigma_f^R(m_f^2)+2\Sigma_f^S(m_f^2)\right] \qquad (3.42)\\ \delta Z_f^L &= -\mathrm{Re}\,\Sigma_f^L(m_f^2)-m_f^2\left[\Sigma_f^{L\prime}(m_f^2)+\Sigma_f^{R\prime}(m_f^2)+2\Sigma_f^{S\prime}(m_f^2)\right] \qquad (3.43)\\ \delta Z_f^R &= -\mathrm{Re}\,\Sigma_f^R(m_f^2)-m_f^2\left[\Sigma_f^{L\prime}(m_f^2)+\Sigma_f^{R\prime}(m_f^2)+2\Sigma_f^{S\prime}(m_f^2)\right] \qquad (3.44)\end{aligned}$$

3.2.4 Renormierung im Sfermion–Sektor

Der Sfermion–Sektor muß auf dem 1–Schleifen–Niveau renormiert werden. Wiederum wird (weitgehend, bis auf eine Ausnahme) die on–shell–Renormierung verwendet. Wie bei den Fermionen wird wieder nur ein Flavor betrachtet.

Die Sfermionmassenmatrix (1.66) kann auf die physikalischen Parameter $m_{\tilde f_1}, m_{\tilde f_2}$ und $\theta_{\tilde f}$ umgeschrieben werden:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta_{\tilde f}m_{\tilde f_1}^2+\sin^2\theta_{\tilde f}m_{\tilde f_2}^2 & \sin\theta_{\tilde f}\cos\theta_{\tilde f}(m_{\tilde f_1}^2-m_{\tilde f_2}^2)\\ \sin\theta_{\tilde f}\cos\theta_{\tilde f}(m_{\tilde f_1}^2-m_{\tilde f_2}^2) & \sin^2\theta_{\tilde f}m_{\tilde f_1}^2+\cos^2\theta_{\tilde f}m_{\tilde f_2}^2\end{pmatrix} \qquad (3.45)$$

Hierbei ist dann A_f eine Funktion der physikalischen Parameter und von der Größe μ

$$A_f = \frac{\sin\theta_{\tilde f}\cos\theta_{\tilde f}(m_{\tilde f_1}^2-m_{\tilde f_2}^2)}{m_f}-\mu\{\cot\beta\,;\tan\beta\,\}. \qquad (3.46)$$

Dabei gelten die gleichen Konventionen wie bei Gl. (1.66). Die Renormierung erfolgt in den physikalischen Paramtern:

- Renormierung:

$$\tilde f_L \;\to\; \tilde f_L(1+\frac{1}{2}\delta Z_{\tilde f_L}) \qquad (3.47)$$

$$\begin{aligned}
\tilde{f}_R &\to \tilde{f}_R(1+\frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_R}) && (3.48)\\
m^2_{\tilde{f}_i} &\to m^2_{\tilde{f}_i} + \delta m^2_{\tilde{f}_i} && (3.49)\\
\theta_{\tilde{f}} &\to \theta_{\tilde{f}} + \delta\theta_{\tilde{f}} && (3.50)\\
\Big[\cos\theta_{\tilde{f}} &\to \cos\theta_{\tilde{f}} + \delta\cos\theta_{\tilde{f}} = \cos\theta_{\tilde{f}} - \sin\theta_{\tilde{f}}\delta\theta_{\tilde{f}}\\
\sin\theta_{\tilde{f}} &\to \sin\theta_{\tilde{f}} + \delta\sin\theta_{\tilde{f}} = \sin\theta_{\tilde{f}} + \cos\theta_{\tilde{f}}\delta\theta_{\tilde{f}}\Big]
\end{aligned}$$

Die Feldrenormierungskonstanten müssen noch in die $(1,2)$–Basis umgeschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} \delta Z_{\tilde{f}_1} \\ \delta Z_{\tilde{f}_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta_{\tilde{f}} & \sin^2\theta_{\tilde{f}} \\ \sin^2\theta_{\tilde{f}} & \cos^2\theta_{\tilde{f}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta Z_{\tilde{f}_L} \\ \delta Z_{\tilde{f}_R} \end{pmatrix} \tag{3.51}$$

$$\begin{aligned}
\delta Z_{\tilde{f}_{12}} &= \sin\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}}(\delta Z_{\tilde{f}_R} - \delta Z_{\tilde{f}_L}) = \delta Z_{\tilde{f}_{21}} && (3.52)\\
&= \frac{\sin\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}}}{\cos^2\theta_{\tilde{f}} - \sin^2\theta_{\tilde{f}}}(\delta Z_{\tilde{f}_2} - \delta Z_{\tilde{f}_1}).
\end{aligned}$$

Damit lautet die Renormierung für die physikalischen Felder in der $(1,2)$–Basis:

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_1} & \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{21}} & 1+\frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix}. \tag{3.53}$$

Die renormierten 1–Schleifen–Selbstenergien ergeben sich damit zu

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}_{\tilde{f}_1}(k^2) &= \Sigma_{\tilde{f}_1}(k^2) - \delta m^2_{\tilde{f}_1} + (k^2 - m^2_{\tilde{f}_1})\delta Z_{\tilde{f}_1} && (3.54)\\
\hat{\Sigma}_{\tilde{f}_2}(k^2) &= \Sigma_{\tilde{f}_2}(k^2) - \delta m^2_{\tilde{f}_2} + (k^2 - m^2_{\tilde{f}_2})\delta Z_{\tilde{f}_2} && (3.55)\\
\hat{\Sigma}_{\tilde{f}_1\tilde{f}_2}(k^2) &= \Sigma_{\tilde{f}_1\tilde{f}_2}(k^2) - (m^2_{\tilde{f}_1} - m^2_{\tilde{f}_2})\delta\theta_{\tilde{f}} + (k^2 - \frac{1}{2}(m^2_{\tilde{f}_1} + m^2_{\tilde{f}_2}))\delta Z_{\tilde{f}_{12}} && (3.56)
\end{aligned}$$

- Renormierungsbedingungen:
  Die on–shell–Renormierungsbedingungen lauten hier:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{\tilde{f}_1}(m^2_{\tilde{f}_1}) &= 0 && (3.57)\\
\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_{\tilde{f}_1}(m^2_{\tilde{f}_1}) &= 0 && (3.58)\\
\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{\tilde{f}_2}(m^2_{\tilde{f}_2}) &= 0 && (3.59)\\
\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_{\tilde{f}_2}(m^2_{\tilde{f}_1}) &= -\mathrm{Re}\,\Sigma'_{\tilde{f}_1}(m^2_{\tilde{f}_1}) + \mathrm{Re}\,\Sigma'_{\tilde{f}_2}(m^2_{\tilde{f}_2}) && (3.60)\\
\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{\tilde{f}_1\tilde{f}_2}(m^2_{\tilde{f}_1}) &= 0 && (3.61)
\end{aligned}$$

Die Bedingung (3.60) ist die einzige nicht–on–shell Renormierungsbedingung. Sie legt die Renormierungskonstante $\delta Z_{\tilde{f}_2}$ fest, so daß sich eine Vereinfachung für die Renormierungskonstanten ergibt (s. nächster Unterpunkt). Für den divergenten Teil dieser Konstante ergibt sich jedoch das gleiche, als wenn man $\hat{\Sigma}'_{\tilde{f}_2}(m^2_{\tilde{f}_1}) = 0$ gefordert hätte.

- Bestimmung der Renormierungskonstanten:
  Mit den Bedingungen (3.57 – 3.61) ergeben sich die Renormierungskonstanten zu

$$\delta m^2_{\tilde f_1} = \mathrm{Re}\,\Sigma_{\tilde f_1}(m^2_{\tilde f_1}) \tag{3.62}$$

$$\delta m^2_{\tilde f_2} = \mathrm{Re}\,\Sigma_{\tilde f_1}(m^2_{\tilde f_2}) \tag{3.63}$$

$$\delta Z_{\tilde f_1} = -\Sigma'_{\tilde f_1}(m^2_{\tilde f_1}) \tag{3.64}$$

$$\delta Z_{\tilde f_2} = \delta Z_{\tilde f_1} \Rightarrow \delta Z_{\tilde f_{12}} = 0 \tag{3.65}$$

$$\delta\theta_{\tilde f} = \frac{1}{m^2_{\tilde f_1} - m^2_{\tilde f_2}} \Sigma_{\tilde f_1 \tilde f_2}(m^2_{\tilde f_1}) \tag{3.66}$$

  Die Forderung (3.60) bewirkt also das Verschwinden der Renormierungskonstante $\delta Z_{\tilde f_{12}}$.
  Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß $\delta\mu$ und $\delta\tan\beta$ keinen Anteil $\sim \mathcal{O}(\alpha_s)$ enthalten, ergibt sich weiter

$$\delta A_f = \frac{\sin\theta_{\tilde f}\cos\theta_{\tilde f}(m^2_{\tilde f_1} - m^2_{\tilde f_2})}{m_f}\left[\frac{1 - 2\sin^2\theta_{\tilde f}}{\sin\theta_{\tilde f}\cos\theta_{\tilde f}}\delta\theta_{\tilde f} + \frac{\delta m^2_{\tilde f_1} - \delta m^2_{\tilde f_2}}{m^2_{\tilde f_1} - m^2_{\tilde f_2}} - \frac{\delta m_f}{m_f}\right] \tag{3.67}$$

3.2.5 Renormierung von Squark–Massen–Relationen

In den weiteren Kapiteln dieser Arbeit wird hauptsächlich die dritte Familie (mit den Flavors top und bottom) betrachtet. Setzt man die b–Masse auf Null, erhält man (in Übereinstimmung mit (1.66)) folgende Massenmatrizen:

$$\mathcal{M}^2_{\tilde t} = \begin{pmatrix} M^2_{\tilde t_L} + m^2_t + \cos 2\beta\,(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}s^2_W)M^2_Z & m_t M^{LR}_t \\ m_t M^{LR}_t & M^2_{\tilde t_R} + m^2_t + \frac{2}{3}\cos 2\beta\, s^2_W M^2_Z \end{pmatrix} \tag{3.68}$$

$$\mathcal{M}^2_{\tilde b} = \begin{pmatrix} M^2_{\tilde b_L} + \cos 2\beta\,(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s^2_W)M^2_Z & 0 \\ 0 & M^2_{\tilde b_R} - \frac{1}{3}\cos 2\beta\, s^2_W M^2_Z \end{pmatrix}. \tag{3.69}$$

Die $SU(2)$–Symmetrie fordert $M_{\tilde t_L} = M_{\tilde b_L}$. Wie in Kapitel 1.3.3.1 ausgeführt, erhält man die Tree–Level–$\tilde t$– und $\tilde b$–Massen durch Diagonalisierung der Tree–Level–Massenmatrizen. Verwendet man die Gleichungen (3.45, 3.68, 3.69), so kann man die Massen $m_{\tilde t_1}, m_{\tilde t_2}$ und $m_{\tilde b_1} = m_{\tilde b_L}$ sowie den Mischungswinkel $\theta_{\tilde t}$ [2] durch die drei Parameter $M_{\tilde t_L}, M_{\tilde t_R}$ und M^{LR}_t ausdrücken. Damit erhält man zwischen den Massen die Tree–Level–Relation

$$m^2_{\tilde b_1} = \cos^2\theta_{\tilde t} m^2_{\tilde t_1} + \sin^2\theta_{\tilde t} m^2_{\tilde t_2} - m^2_t - \cos 2\beta\,(1 - s^2_W)M^2_Z. \tag{3.70}$$

Sobald Korrekturen höherer Ordnung betrachtet werden, erhalten die Größen $M_{\tilde t_L}$ und $M_{\tilde b_L}$ unterschiedliche Beiträge durch die on–shell–Renormierung für die $\tilde t$– und $\tilde b$–Squarks. Wird die $SU(2)$–Relation

$$M^2_{\tilde t_L} + \delta M^2_{\tilde t_L} = M^2_{\tilde b_L} + \delta M^2_{\tilde b_L} \tag{3.71}$$

[2] Da $m_b = 0$ gesetzt wurde, verschwinden die Nichtdiagonalelemente in Gl. (3.69) und der Mischungswinkel im $\tilde b$–Sektor ist ebenfalls identisch Null.

für die nackten Größen auf dem 1–Schleifen–Niveau gefordert, so erhält man $M_{\tilde{t}_L} \neq M_{\tilde{b}_L}$ für die renormierten Parameter. Die Differenz [3] $\Delta m^2_{\tilde{b}_1} = \delta M^2_{\tilde{t}_L} - \delta M^2_{\tilde{b}_L}$ mit

$$\delta M^2_{\tilde{t}_L} = \cos^2\theta_{\tilde{t}}\delta m^2_{\tilde{t}_1} + \sin^2\theta_{\tilde{t}}\delta m^2_{\tilde{t}_2} + (m^2_{\tilde{t}_2} - m^2_{\tilde{t}_1})\sin 2\theta_{\tilde{t}}\delta\theta_{\tilde{t}} - 2m_t\delta m_t, \tag{3.72}$$

$$\delta M^2_{\tilde{b}_L} = \delta m^2_{\tilde{b}_1} \tag{3.73}$$

stellt einen endlichen Beitrag $\mathcal{O}(\alpha_s)$ zu $m_{\tilde{b}_1}$ dar, verglichen mit der Tree–Level–Masse. In unseren Berechnungen haben wir explizit verifiziert, daß $\Delta m^2_{\tilde{b}_1}$ endlich ist.

Weiterhin wird in dieser Arbeit oft die Tree–Level–Relation $M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{t}_R}$ verwendet. Auch hier kann man annehmen, dass diese Symmetrie auf die nackten Parameter ausgedehnt wird:

$$M^2_{\tilde{t}_L} + \delta M^2_{\tilde{t}_L} = M^2_{\tilde{t}_R} + \delta M^2_{\tilde{t}_R}. \tag{3.74}$$

Dementsprechend sind die Squark–Massen und der Mischungswinkel in diesem Szenario durch $M_{\tilde{t}_L}$ und M_t^{LR} gegeben, es existieren auf Tree–Level zwei Relationen zwischen den Squark–Massen und dem Mischungswinkel,

$$m^2_{\tilde{t}_2} = m^2_{\tilde{t}_1} + \frac{1}{\sin^2\theta_{\tilde{t}} - \cos^2\theta_{\tilde{t}}}\cos 2\beta\, M_Z^2\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}s_W^2\right), \tag{3.75}$$

$$m^2_{\tilde{b}_1} = m^2_{\tilde{t}_1} - m_t^2 + \frac{1}{\sin^2\theta_{\tilde{t}} - \cos^2\theta_{\tilde{t}}}\cos 2\beta\, M_Z^2\left(c_W^2 - \sin^2\theta_{\tilde{t}}\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}s_W^2\right)\right). \tag{3.76}$$

In $\mathcal{O}(\alpha_s)$ erhalten die rechten Seiten der Gleichungen (3.75) und (3.76) zusätzliche Beiträge $\Delta m^2_{\tilde{t}_2}$ und $\Delta m^2_{\tilde{b}_1}$ mit

$$\Delta m^2_{\tilde{t}_2} = \delta m^2_{\tilde{t}_1} - \delta m^2_{\tilde{t}_2} + \frac{\sin 2\theta_{\tilde{t}}\delta\theta_{\tilde{t}}}{(\sin^2\theta_{\tilde{t}} - \cos^2\theta_{\tilde{t}})^2}\cos 2\beta\, M_Z^2(-1 + \frac{8}{3}s_W^2), \tag{3.77}$$

$$\Delta m^2_{\tilde{b}_1} = \delta m^2_{\tilde{t}_1} - \delta m^2_{\tilde{b}_1} - 2m_t\delta m_t + \frac{\sin 2\theta_{\tilde{t}}\delta\theta_{\tilde{t}}}{2(\sin^2\theta_{\tilde{t}} - \cos^2\theta_{\tilde{t}})^2}\cos 2\beta\, M_Z^2(-1 + \frac{8}{3}s_W^2). \tag{3.78}$$

3.2.6 Renormierung im Higgs–Sektor

Der Higgs–Sektor muß auf dem 2–Schleifen–Niveau renormiert werden. Da in Kapitel 7 in der $\phi_1 - \phi_2$–Basis gearbeitet wird, findet die Renormierung auch in dieser Basis statt. Wiederum wird on–shell–Renormierung für die physikalischen Größen verwendet:

- Renormierung:

$$M_Z^2 \to M_Z^2 + \delta M_Z^2 + \Delta M_Z^2, \tag{3.79}$$

$$M_A^2 \to M_A^2 + \delta M_A^2 + \Delta M_A^2, \tag{3.80}$$

$$H_i \to H_i Z_{H_i}^{1/2} \tag{3.81}$$

$$Z_{H_i} = 1 + \delta Z_{H_i} + \Delta Z_{H_i} \tag{3.82}$$

$$\tan\beta \to \tan\beta\,(1 + \delta\tan\beta + \Delta\tan\beta), \tag{3.83}$$

$$t_i \to t_i + \delta t_i + \Delta t_i, \tag{3.84}$$

[3] Im Squark–Sektor werden keine 2–Schleifen–Counterterme benötigt, die Notation $\Delta m_{\tilde{b}_1}$ stellt somit keinen 2–Schleifen–Term dar, sondern einen Shift in $m_{\tilde{b}_1}$ von 1–Schleifen–Ordnung.

hierbei stellen t_1 und t_2 die beiden Tadpole, also die Koeffizienten der Felder ϕ_1 und ϕ_2 linear im Higgspotential, dar.

Für die 2–Schleifen–Anteile werden wiederum nur die Anteile aufgeführt, die einen Beitrag $\sim \mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ enthalten. Für die renormierte 2–Schleifen–Selbstenergie der Felder A^0, G^0 und A^0Z^0 erhält man

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}_A(k^2) &= \Sigma_A(k^2) + (k^2 - M_A^2)(\sin^2\beta\,\Delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\,\Delta Z_{H_2}) - \Delta M_A^2 \\ &\quad + (k^2 - M_A^2)(\sin^2\beta\,\Delta Z_{H_1} + \cos^2\beta\,\Delta Z_{H_2}) - \Delta M_A^2, \qquad (3.85)\\ \hat{\Sigma}_G(k^2) &= \Sigma_G(k^2) + k^2(\cos^2\beta\,\delta Z_{H_1} + \sin^2\beta\,\delta Z_{H_2}) \\ &\quad + k^2(\cos^2\beta\,\Delta Z_{H_1} + \sin^2\beta\,\Delta Z_{H_2}), \qquad (3.86)\\ \hat{\Sigma}_{AZ}(k^2) &= \Sigma_{AZ}(k^2) - i\frac{1}{2}\sin\beta\,\cos\beta\,M_Z\,(-2\delta\tan\beta + \delta Z_{H_1} - \delta Z_{H_2}) \\ &\quad - i\frac{1}{2}\sin\beta\,\cos\beta\,M_Z\,(-2\Delta\tan\beta + \Delta Z_{H_1} - \Delta Z_{H_2})\,. \qquad (3.87)\end{aligned}$$

Die renormierten Selbstenergien für die Felder ϕ_1 und ϕ_2 lauten:

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1}(k^2) = \Sigma^{(1)}_{\phi_1}(k^2) + \Sigma^{(2)}_{\phi_1}(k^2) + k^2\,(\delta Z_{H_1} + \Delta Z_{H_1}) - \delta V_{\phi_1} - \Delta V_{\phi_1}, \qquad (3.88)$$

$$\hat{\Sigma}_{\phi_2}(k^2) = \Sigma^{(1)}_{\phi_2}(k^2) + \Sigma^{(2)}_{\phi_2}(k^2) + k^2\,(\delta Z_{H_2} + \Delta Z_{H_2}) - \delta V_{\phi_2} - \Delta V_{\phi_2}, \qquad (3.89)$$

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(k^2) = \Sigma^{(1)}_{\phi_1\phi_2}(k^2) + \Sigma^{(2)}_{\phi_1\phi_2}(k^2) - \delta V_{\phi_1\phi_2} - \Delta V_{\phi_1\phi_2}. \qquad (3.90)$$

Die δV_i und ΔV_i (gegeben in Gl. (3.114–3.116)) stellen die 1– und 2–Schleifen–Countertermbeiträge aus dem Higgs–Potential dar. Sie können nicht frei gewählt werden, da sie durch andere Renormierungskonstanten ausgedrückt werden können. Die renormierten Tadpole der Felder ϕ_1 und ϕ_2 sind durch

$$\hat{t}_1 = t_1^{(1)} + t_1^{(2)} + \delta t_1 + \Delta t_1, \qquad (3.91)$$

$$\hat{t}_2 = t_2^{(1)} + t_2^{(2)} + \delta t_2 + \Delta t_2 \qquad (3.92)$$

gegeben. $t_i^{(1)}$ und $t_i^{(2)}$ stellen die 1–Punkt–Funktionen der Higgsfelder auf dem 1–Schleifen– bzw. 2–Schleifen–Niveau dar, wobei $t_i^{(2)}$ die Unterschleifen–Renormierung beinhalten muß.

Es ist noch zu beachten, daß in den Rechnungen im Higgs–Sektor dem Z keine Wellenfunktionsrenormierung gegeben wird. Dementsprechend fällt die Renormierungsbedingung (3.21) weg.

- Renormierungsbedingungen:
  Die on–shell–Renormierungsbedingungen lauten:

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_A(M_A^2) = 0 \qquad (3.93)$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_A(k^2)_{|k^2=M_A^2} = 0 \qquad (3.94)$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_G(k^2)_{|k^2=M_Z^2} = 0 \qquad (3.95)$$

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{AZ}(M_A^2) = 0 \qquad (3.96)$$

$$\hat{t}_1 = 0 \tag{3.97}$$

$$\hat{t}_2 = 0 \tag{3.98}$$

$$\hat{\Sigma}_Z(M_Z^2) = 0 \tag{3.99}$$

Die Bedingungen (3.97–3.98) bedeuten, daß die v_i die VEVs auf dem 2–Schleifen–Niveau sind.

- Bestimmung der Renormierungskonstanten:
  Mit den Bedingungen (3.93–3.99) ergeben sich die Renormierungskonstanten zu

$$\delta M_A^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_A^{(1)}(M_A^2), \tag{3.100}$$

$$\Delta M_A^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_A^{(2)}(M_A^2), \tag{3.101}$$

$$\delta M_Z^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_Z^{(1)}(M_Z^2), \tag{3.102}$$

$$\Delta M_Z^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_Z^{(2)}(M_Z^2), \tag{3.103}$$

$$\delta t_1 = -t_1^{(1)}, \tag{3.104}$$

$$\Delta t_1 = -t_1^{(2)}, \tag{3.105}$$

$$\delta t_2 = -t_2^{(1)}, \tag{3.106}$$

$$\Delta t_2 = -t_2^{(2)}, \tag{3.107}$$

$$\delta Z_{H_1} = \frac{1}{\cos 2\beta}\left(\sin^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_A'^{(1)}(M_A^2) - \cos^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_G'^{(1)}(M_Z^2)\right), \tag{3.108}$$

$$\Delta Z_{H_1} = \frac{1}{\cos 2\beta}\left(\sin^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_A'^{(2)}(M_A^2) - \cos^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_G'^{(2)}(M_Z^2)\right), \tag{3.109}$$

$$\delta Z_{H_2} = \frac{1}{\cos 2\beta}\left(-\cos^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_A'^{(1)}(M_A^2) + \sin^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_G'^{(1)}(M_Z^2)\right), \tag{3.110}$$

$$\Delta Z_{H_2} = \frac{1}{\cos 2\beta}\left(-\cos^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_A'^{(2)}(M_A^2) + \sin^2\beta\,\mathrm{Re}\,\Sigma_G'^{(2)}(M_Z^2)\right), \tag{3.111}$$

$$\delta\tan\beta = \frac{i}{\sin\beta\,\cos\beta}\frac{\mathrm{Re}\,\Sigma_{AZ}^{(1)}}{M_Z} - \frac{1}{2\cos 2\beta}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma_G'^{(1)}(M_Z^2) - \mathrm{Re}\,\Sigma_A'^{(1)}(M_A^2)\right) \tag{3.112}$$

$$\Delta\tan\beta = \frac{i}{\sin\beta\,\cos\beta}\frac{\mathrm{Re}\,\Sigma_{AZ}^{(2)}}{M_Z} - \frac{1}{2\cos 2\beta}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma_G'^{(2)}(M_Z^2) - \mathrm{Re}\,\Sigma_A'^{(2)}(M_A^2)\right) \tag{3.113}$$

Hiermit werden nun die Potential–Counterterme ausgedrückt:

$$\begin{aligned}\delta V_{\phi_1} = {} & \delta M_Z^2\cos^2\beta + \delta M_A^2\sin^2\beta - \delta t_1\frac{e}{2M_W s_W}\cos\beta\,(1+\sin^2\beta) \\ & +\delta t_2\frac{e}{2M_W s_W}\cos^2\beta\,\sin\beta + \delta Z_{H_1}\left(M_Z^2\cos^2\beta + M_A^2\sin^2\beta\right) \\ & +\delta\tan\beta\,2\cos^2\beta\,\sin^2\beta\,(M_A^2 - M_Z^2),\end{aligned} \tag{3.114}$$

$$\begin{aligned}
\delta V_{\phi_2} &= \delta M_Z^2 \sin^2\beta\, + \delta M_A^2 \cos^2\beta\, - \delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \sin\beta\,(1+\cos^2\beta\,) \\
&\quad + \delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \sin^2\beta\, \cos\beta\, + \delta Z_{H_2} \left(M_Z^2 \sin^2\beta\, + M_A^2 \cos^2\beta\,\right) \\
&\quad - \delta \tan\beta\, 2\cos^2\beta\, \sin^2\beta\,(M_A^2 - M_Z^2), \qquad (3.115)\\
\delta V_{\phi_1\phi_2} &= -\delta M_Z^2 \sin\beta\, \cos\beta\, - \delta M_A^2 \sin\beta\, \cos\beta\, - \delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \sin^3\beta \\
&\quad - \delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \cos^3\beta\, - \delta Z_{H_1} \frac{\sin\beta\, \cos\beta}{2} \left(M_A^2 - M_Z^2\right) \\
&\quad - \delta Z_{H_2} \frac{\sin\beta\, \cos\beta}{2} \left(M_A^2 - M_Z^2\right) \\
&\quad - \delta \tan\beta\, \frac{1}{2} \sin 2\beta\, \cos 2\beta\,(M_A^2 + M_Z^2). \qquad (3.116)
\end{aligned}$$

Genau die gleichen Formeln gelten für die 2–Schleifen–Ordnung, also mit $\delta \to \Delta$.

3.2.7 Vertexrenormierung

In diesem Kapitel wird nur das prinzipielle Verfahren anhand eines Vertex erläutert. Alle in dieser Arbeit verwendeten renormierten Vertizes finden sich Anhang A.4.

Um die Vertexrenormierung konsistent mit der Renormierung im Sfermion–Sektor zu halten, muß man hier ebenso wie dort zunächst in der (L,R)–Basis renormieren und danach in die $(1,2)$–Basis rotieren. Dies bewirkt, daß in den renormierten Vertizes kein $\delta\theta_{\tilde f}$ vorkommt. Die Renormierung wird hier allgemein, ohne spezielle Wahl der Renormierungskonstanten durchgeführt. Aus diesem Grund wird die Feldrenormierung $\delta Z_{\tilde f_{12}}$ mitgeführt, obwohl sie sich in dem für diese Arbeit gewählten Schema nach Gl. (3.65) zu Null ergibt.

Als Beispiel soll der $\phi_i \tilde f \tilde f$–Vertex betrachtet werden. Die Feldrenormierung für das Higgs–Feld spielt hier keine Rolle, da die Renormierung nur in 1–Schleifen–Ordnung durchgeführt wird, wir aber an Termen $\sim \mathcal{O}(\alpha_s)$ interessiert sind, die bei der Feldrenormierung erst in zweiter Ordnung auftauchen.

Mit $\mathbf{R}$ wird die Rotationsmatrix aus Gl. (1.73) bezeichnet

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\tilde f} & \sin\theta_{\tilde f} \\ -\sin\theta_{\tilde f} & \cos\theta_{\tilde f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{\tilde f} & s_{\tilde f} \\ -s_{\tilde f} & c_{\tilde f} \end{pmatrix} \qquad (3.117)$$

Der unrenormierte Vertex kann wie folgt zusammengefaßt werden:

$$\mathcal{L}_{Vertex} = \phi_i \left(\tilde f_L, \tilde f_R\right) \begin{pmatrix} V^i_{LL} & V^i_{LR} \\ V^i_{LR} & V^i_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde f_L \\ \tilde f_R \end{pmatrix}. \qquad (3.118)$$

Die Renormierung in den Sfermion–Feldern und der Kopplungen liefert

$$\to \quad \phi_i \left(\tilde f_L Z^{1/2}_{\tilde f_L}, \tilde f_R Z^{1/2}_{\tilde f_R}\right) \begin{pmatrix} V^i_{LL} + \delta V^i_{LL} & V^i_{LR} + \delta V^i_{LR} \\ V^i_{LR} + \delta V^i_{LR} & V^i_{RR} + \delta V^i_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde f_L Z^{1/2}_{\tilde f_L} \\ \tilde f_R Z^{1/2}_{\tilde f_R} \end{pmatrix} \qquad (3.119)$$

$$\Big\downarrow \quad \text{Rotation in die}(1,2)\text{–Basis}$$

$$
\begin{aligned}
&= \phi_i \left(\tilde{f}_L Z^{1/2}_{\tilde{f}_L}, \tilde{f}_R Z^{1/2}_{\tilde{f}_R}\right) \mathbf{R}^\dagger \mathbf{R} \begin{pmatrix} V^i_{LL} + \delta V^i_{LL} & V^i_{LR} + \delta V^i_{LR} \\ V^i_{LR} + \delta V^i_{LR} & V^i_{RR} + \delta V^i_{RR} \end{pmatrix} \mathbf{R}^\dagger \mathbf{R} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L Z^{1/2}_{\tilde{f}_L} \\ \tilde{f}_R Z^{1/2}_{\tilde{f}_R} \end{pmatrix} \\
&= \phi_i \left(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2\right) \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_1} & \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} & 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_2} \end{pmatrix} \mathbf{R} \begin{pmatrix} V^i_{LL} + \delta V^i_{LL} & V^i_{LR} + \delta V^i_{LR} \\ V^i_{LR} + \delta V^i_{LR} & V^i_{RR} + \delta V^i_{RR} \end{pmatrix} \mathbf{R}^\dagger \\
&\qquad \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_1} & \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} & 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \\
&= \phi_i \left(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2\right) \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \\
&\quad + \phi_i \left(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2\right) \begin{pmatrix} V\delta Z_{11} & V\delta Z_{12} \\ V\delta Z_{12} & V\delta Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \\
&\quad + \phi_i \left(\tilde{f}_1, \tilde{f}_2\right) \begin{pmatrix} \delta V Z_{11} & \delta V Z_{12} \\ \delta V Z_{12} & \delta V Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix}
\end{aligned}
\tag{3.120}
$$

mit

$$
\begin{aligned}
V_{11} &= c^2_{\tilde{f}} V^i_{LL} + s^2_{\tilde{f}} V^i_{RR} + 2 s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} V^i_{LR} \\
V_{12} &= s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} (V^i_{RR} - V^i_{LL}) + (c^2_{\tilde{f}} - s^2_{\tilde{f}}) V^i_{LR} \\
V_{21} &= s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} (V^i_{RR} - V^i_{LL}) + (c^2_{\tilde{f}} - s^2_{\tilde{f}}) V^i_{LR} \\
V_{22} &= s^2_{\tilde{f}} V^i_{LL} + c^2_{\tilde{f}} V^i_{RR} - 2 s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} V^i_{LR} \\
V\delta Z_{11} &= V_{11} \delta Z_{\tilde{f}_1} + V_{12} \delta Z_{\tilde{f}_{12}} \\
V\delta Z_{12} &= \frac{1}{2}(\delta Z_{\tilde{f}_1} + \delta Z_{\tilde{f}_2}) V_{12} + \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} (V_{11} + V_{22}) \\
V\delta Z_{21} &= \frac{1}{2}(\delta Z_{\tilde{f}_1} + \delta Z_{\tilde{f}_2}) V_{12} + \frac{1}{2}\delta Z_{\tilde{f}_{12}} (V_{11} + V_{22}) \\
V\delta Z_{22} &= V_{22} \delta Z_{\tilde{f}_2} + V_{12} \delta Z_{\tilde{f}_{12}} \\
\delta V Z_{11} &= c^2_{\tilde{f}} \delta V^i_{LL} + s^2_{\tilde{f}} \delta V^i_{RR} + 2 s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} \delta V^i_{LR} \\
\delta V Z_{12} &= s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} (\delta V^i_{RR} - \delta V^i_{LL}) + (c^2_{\tilde{f}} - s^2_{\tilde{f}}) \delta V^i_{LR} \\
\delta V Z_{21} &= s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} (\delta V^i_{RR} - \delta V^i_{LL}) + (c^2_{\tilde{f}} - s^2_{\tilde{f}}) \delta V^i_{LR} \\
\delta V Z_{22} &= s^2_{\tilde{f}} \delta V^i_{LL} + c^2_{\tilde{f}} \delta V^i_{RR} - 2 s_{\tilde{f}} c_{\tilde{f}} \delta V^i_{LR}
\end{aligned}
$$

Die beiden letzten Terme in Gl. (3.120) stellen den Countertermanteil des renormierten Vertex dar.

Kapitel 4

Berechnung von 2–Schleifen–Amplituden

In diesem Kapitel wird unsere "Strategie" vorgestellt, die wir zur Berechnung von 2–Schleifen–Amplituden verwenden.

Wegen der großen Anzahl von beitragenden Feynman–Diagrammen machen wir starken Gebrauch von Computer–Algebra–Programmen. Als Grundlage dient das Program *Mathematica*. Dies ist die Plattform, auf der dann andere Programme wie *FeynArts* [57] oder *TwoCalc* [47] laufen. Die Vorgehensweise und die Wirkungsweise der einzelnen Programme werden im folgenden kurz vorgestellt.

- **Erzeugung der Feynman–Diagramme:**
  Der erste Schritt besteht in der Erzeugung der zu einer Selbstenergie beitragenden Feynman–Diagramme. Hierfür verwenden wir das *Mathematica*–Programm *FeynArts*, Version 2.0. Dieses Programm erzeugt zunächst alle beitragenden Topologien (vgl. Fig. 2.1 als Beispiel für die Topologien der 2–Schleifen–Selbstenergien). Im nächsten Schritt erzeugt *FeynArts* die Feynman–Diagramme, indem es alle möglichen Teilchen in die Topologien einsetzt. Hierfür benötigt *FeynArts* ein *model file*, in dem festgelegt ist, welche Teilchen in dem Modell existieren, welche Teilchen untereinander wechselwirken können, und welcher Art diese Wechselwirkung ist. Für unsere Berechnungen verwendeten wir ein selbst programmiertes model file, welches die Teilchen

$$\begin{aligned} &\phi_1, \phi_2, A^0, G^0, \\ &\gamma, Z^0, W^\pm, g, \tilde{g}, \\ &\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \\ &t, b \end{aligned} \tag{4.1}$$

  enthält. Weiterhin sind (abgesehen von einigen 4er-Higgs–Kopplungen) alle im MSSM vorkommenden Wechselwirkungen dieser Teilchen untereinander enthalten.

  Analog werden auch die 2–Schleifen–Counterterm–Topologien und Diagramme erzeugt, wobei die Counterterm–Vertizes ebenfalls im model file enthalten sind.

- **Erzeugung der Selbstenergie–Amplituden:**
  Im nächsten Schritt erzeugt wiederum *FeynArts* die zu den Feynman–Diagrammen gehörige Amplitude. Hierbei werden die dem model file entsprechenden Kopplungen in die Diagramme eingesetzt.

- **Reduktion auf skalare Integrale:**
  Die so erhaltene Amplitude wird vom *Mathematica*–Programm *TwoCalc* weiterverarbeitet. Zunächst wird die Dirac– und Lorentzstruktur ausgewertet. (Hierbei kann gewählt werden, ob man mit DREG oder DRED arbeiten möchte.) Als Zwischenergebnis (welches nicht ausgegeben wird) erhält man eine Amplitude bestehend aus A_0-, B_0- und T–Integralen, sowie Ableitungen dieser Integrale.

  Im nächsten Schritt wird diese Amplitude von *TwoCalc* (mit denen in Kapitel 2.3 beschriebenen Methoden) auf die skalaren Basisintegrale reduziert, d.h. im Falle von Vakuumdiagrammen auf die Integrale A_0 und T_{134}, im Falle von Diagrammen mit äußerem Impuls auf $A_0, B_0, T_{134}, T_{234}, T_{1234}, T_{11234}$ sowie T_{12345}.

- **Einsetzen der Integrale:**
  In diesem Schritt werden zunächst alle Selbstenergie–Amplituden, die zu einer Gesamtamplitude gehören zusammengefaßt. Nun werden die skalaren Integrale sowie die Dimension der Raum–Zeit D durch eine Entwicklung in δ ersetzt:

$$
\begin{aligned}
A_0(m) &\rightarrow \frac{1}{\delta}A_0^{1/\delta}(m) + A_0^{fin}(m) + \delta A_0^{\delta}(m), &(4.2)\\
B_0(\ldots) &\rightarrow \frac{1}{\delta}B_0^{1/\delta}(\ldots) + B_0^{fin}(\ldots) + \delta B_0^{\delta}(\ldots), &(4.3)\\
T_{ijk\ldots}(\ldots) &\rightarrow \frac{1}{\delta^2}T_{ijk\ldots}^{1/\delta^2}(\ldots) + \frac{1}{\delta}T_{ijk\ldots}^{1/\delta}(\ldots) + T_{ijk\ldots}^{fin}(\ldots), &(4.4)\\
D &\rightarrow 4-2\delta. &(4.5)
\end{aligned}
$$

Als nächstes kann eine Entwicklung in δ beginnend mit $\mathcal{O}(1/\delta^2)$ durchgeführt werden. Damit stellt sich die Amplitude in folgender Form dar:

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{\delta^2}F^{1/\delta^2}(A_0^{1/\delta}, B_0^{1/\delta}, T_{ijk\ldots}^{1/\delta^2})\\
+\;&\frac{1}{\delta}F^{1/\delta}(A_0^{1/\delta}, A_0^{fin}, B_0^{1/\delta}, B_0^{fin}, T_{ijk\ldots}^{1/\delta^2}, T_{ijk\ldots}^{1/\delta})\\
+\;&F^{fin}(A_0^{1/\delta}, A_0^{fin}, A_0^{\delta}, B_0^{1/\delta}, B_0^{fin}, B_0^{\delta}, T_{ijk\ldots}^{1/\delta^2}, T_{ijk\ldots}^{1/\delta}, T_{ijk\ldots}^{fin})\\
+\;&\mathcal{O}(\delta). \qquad (4.6)
\end{aligned}
$$

Bei allen unseren Rechnungen stellte sich heraus, daß sich alle Terme, die ein B_0^{δ} enthalten, herausheben.

Nun werden die divergenten Anteile der skalaren Integrale (die im Anhang B.1 angegeben sind) eingesetzt. Der divergente Anteil der Amplitude, d.h. die Funktionen F^{1/δ^2} und $F^{1/\delta}$ in Gl. (4.6) müssen sich zu Null ergeben. Oft reicht es aus, nach den verschiedenen Integralanteilen (unter Beachtung ihrer Argumente) zu sortieren, welche sich dann für sich wegheben. Bei allen Rechnungen dieser Arbeit wurde analytisch verifiziert, daß die divergenten Anteile Null werden.

- **Generierung eines algebraischen Codes:**
  Bei allen in dieser Arbeit betrachteten Rechnungen existierte auch für die endlichen Anteile der 2–Schleifen–Integrale eine analytische Darstellung, da entweder Selbstenergien ohne äußeren Impuls, oder aber Diagramme, die ein Teilchen mit Masse Null (ein Gluon) enthalten, berechnet wurden. Die in der Funktion F^{fin} vorkommenden Integralanteile können somit sämtlich analytisch eingesetzt werden.

  Unter weiterer Verwendung von *Mathematica* wird der so erhaltene endliche Anteil so weit wie möglich analytisch vereinfacht. Dieser algebraische *Mathematica*–Code kann, falls dies für eine schnelle numerische Auswertung erforderlich ist, in einen algebraischen FORTRAN–Code transformiert werden. Diese Codes stehen nun zur numerischen Auswertung zur Verfügung.

Kapitel 5

SUSY–QCD–Korrekturen zum ρ–Parameter

5.1 Bedeutung von Präzisionsobservablen

Es gibt zwei Möglichkeiten, das MSSM zu testen:

- **Suche nach neuen Teilchen:**
  Das MSSM sagt, wie in Kapitel 1.3 ausgeführt, eine Vielzahl neuer Teilchen voraus. Nach ihnen wird in den großen Beschleunigerexperimenten am LEP oder Tevatron gesucht. Bis jetzt war die direkte Suche nicht erfolgreich. Es ist bisher nur möglich, untere Schranken für die Massen von $\mathcal{O}(100$ GeV$)$ zu setzen [58]. Die Suche kann kann auf etwas größere Energien bei den nächsten Datennahmen von LEP2 und dem Tevatron–Upgrade ausgedehnt werden. Um den gesamten Bereich erlaubter Massen abzudecken, welcher aus in Kapitel 1.1 genannten Gründen nicht weit über $\mathcal{O}(1$ TeV$)$ liegen sollte, werden der LHC oder der NLC benötigt. Diese stehen allerdings erst in der nächsten Dekade zur Verfügung.

  Das einzige Teilchen im MSSM, daß "relativ" leicht sein muß ist das leichte, neutrale Higgs–Boson, vgl. dazu Kapitel 7.

- **Präzisionsobservablen:**
  Ein anderer Weg, das MSSM zu testen, besteht in der Suche nach virtuellen Effekten der zusätzlichen Teilchen. Nachdem das top–Quark gefunden und seine Masse gemessen wurde [59], welche sich in sehr guter Übereinstimmung mit der indirekten Vorhersage aus Präzisionsmessungen im Rahmen des SMs befindet, ist es möglich, die genommenen Daten für die Suche nach Quanten–Effekten der neuen SUSY–Teilchen (Sleptonen, Squarks, Gluinos, sowie Charginos und Neutralinos) zu nutzen. So ist es in Zukunft vielleicht möglich, mit Hilfe von Präzisionsobservablen zwischen dem SM und dem MSSM zu unterscheiden, bzw. herauszufinden, ob das MSSM die korrekte Erweiterung des SMs ist - auch wenn, wegen ihrer zu hohen Masse, keine SUSY–Teilchen direkt nachgewiesen werden.

  Im MSSM gibt es im wesentlichen drei interessante Bereiche für Präzisionsobservablen:

  - *Seltene b–Zerfälle*, z.B. $b \to s\gamma$, über Schleifen–induzierte, flavorändernde neutrale Ströme (FCNC). Die führenden Effekte in diesen Prozessen sind auf geladene Higgs–Bosonen und top–Quarks sowie Charginos und Squarks in der Schleife zurückzuführen. Dabei haben der SM–Beitrag und der Beitrag eines geladenen Higgs–Bosons das gleiche Vorzeichen, während die Charginos und Squarks, je nach Wahl der SUSY–Parameter, sowohl konstruktiv als auch destruktiv beitragen können. Daraus erhält man z.B. sehr enge Schranken an ein allgemeines 2–Higgs–Dublett–Modell und kann Schranken an SUSY–Massen und Parameter setzen [60].

– *Der Zerfall $Z \to b\bar{b}$.* Das Verzweigungsverhältnis $R_b = \Gamma(Z \to b\bar{b})/\Gamma(Z \to \text{Hadronen})$ hängt nur sehr schwach von indirekten Korrekturen zum Z–Propagator ab. Daher hat man über diese Größe einen sehr direkten Zugang zu den Korrekturen zum $Zb\bar{b}$–Vertex [61]. Aus der genauen Messung von R_b können aus diesem Grunde ebenfalls Einschränkungen an den SUSY–Parameterraum erhalten werden [44].

– *Die Selbstenergien der elektroschwachen Eichbosonen.* Beiträge virtueller SUSY–Teilchen zu den Propagatoren der elektroschwachen Eichbosonen gehen in elektroschwache Präzsisionsobservablen ein. Die Haupteffekte sind dabei durch die Korrekturen zum ρ–Parameter gegeben. Insbesondere geht der ρ–Parameter in den Zusammenhang zwischen den Massen der elektroschwachen Eichbosonen M_W und M_Z ein. Änderungen des ρ–Parameters, parametrisiert mit $\Delta\rho$, bewirken eine Änderung in den Z–Breiten und im Sinus des effektiven Mischungswinkels $\sin\theta_W^{\text{eff}}$:

$$\Delta M_W \approx \frac{M_W}{2}\frac{c_W^2}{c_W^2 - s_W^2}\Delta\rho; \quad \Delta\sin^2\theta_W^{\text{eff}} \approx -\frac{c_W^2 s_W^2}{c_W^2 - s_W^2}\Delta\rho; \quad \frac{\Delta\Gamma_Z}{\Gamma_Z} = \Delta\rho. \tag{5.1}$$

Für SUSY–Massen oberhalb der Produktionsschwelle von LEP2 oder vom Tevatron werden die SUSY–Effekte in R_b und $b \to s\gamma$ sehr klein [44]. Die Beiträge skalarer top– und bottom–Quarks zum ρ–Parameter können jedoch auch in diesem Massenbereich sehr groß werden, falls eine große Massenaufspaltung im $\tilde{t}/\tilde{b}$–Isodublett existiert. Aus diesem Grund ist die Kenntnis der $\mathcal{O}(\alpha_s)$–Korrekturen zum ρ–Parameter wichtig. Da die theoretischen Vorhersagen für den ρ–Parameter bereits im Rahmen des SMs recht gut mit den experimentellen Daten übereinstimmen, können aus den SUSY–Beiträgen signifikante Schranken an die relative Massenaufspaltung im $\tilde{t}/\tilde{b}$–Sektor gewonnen werden.

5.2 Definition des ρ–Parameters

Der ρ–Parameter [62] ist definiert als das Verhältnis der Amplituden des neutralen Stromes zu denen des geladenen Stromes im Niederenergielimes $q^2 = 0$. Sowohl im SM als auch im MSSM gilt aufgrund der Dublett–Struktur des Higgs–Sektors in niedrigster Ordnung $\rho = 1$. Die prozeßunabhängigen (universellen) fermionischen und sfermionischen Korrekturen zum ρ–Parameter können geschrieben werden als

$$\rho = \frac{1}{1 - \Delta\rho}; \qquad \Delta\rho = \frac{\Sigma_T^Z(0)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma_T^W(0)}{M_W^2}, \tag{5.2}$$

wobei die Σ_T^V die transversalen Anteile der Eichboson–Selbstenergien darstellen, M_Z und M_W sind die Massen der Eichbosonen.

Die auf Tree–Level gültige Relation $\rho = 1$ wird somit durch Strahlungskorrekturen modifiziert, wobei die Abweichung von 1 durch $\Delta\rho$ und somit durch die Selbstenergien der elektroschwachen Eichbosonen bei $q^2 = 0$ ausgedrückt werden kann.

Die in diesem Kapitel diskutierten Korrekturen zu $\Delta\rho$ entsprechen direkt den Korrekturen zum effektiven T–Parameter, definiert in [63], oder äquivalent den Korrekturen zu ε_1, welches in [64] gegeben ist. Unter Verwendung der Präzisionsdaten von 1997 kann die Auflösung für ε_1

auf 1.3×10^{-3} angegeben werden [65]. Da, wie weiter oben bereits erwähnt, der gemessene Wert recht gut mit dem vom SM vorhergesagten Wert übereinstimmt, gibt 10^{-3} ungefähr die Größe an, die die zusätzlichen MSSM–Beiträge nicht überschreiten sollten, um den Vergleich mit dem Experiment nicht wesentlich zu verschlechtern.

5.3 SM–Beiträge zu $\Delta\rho$

Um die 1–Schleifen–Beiträge kompakt zu schreiben, führen wir die Funktion

$$F_0(x,y) = x + y - \frac{2xy}{x-y} \ln \frac{x}{y} \tag{5.3}$$

ein. Sie hat die Eigenschaften

$$F_0(x,y) = F_0(y,x); \qquad F_0(x,x) = 0; \qquad F_0(x,0) = x. \tag{5.4}$$

Mit ihr läßt sich der $\mathcal{O}(\alpha)$–Beitrag eines Fermion–Dubletts (t,b) schreiben als [66]

$$\Delta\rho_0^{\rm SM} = \frac{3\,G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} F_0(m_t^2, m_b^2). \tag{5.5}$$

Für ein entartetes Isodublett mit $m_t = m_b$ verschwindet dieser Beitrag. Deshalb wird der SM–Beitrag durch das (t,b)–Dublett dominiert. Vernachlässigt man wegen $m_t \gg m_b$ die bottom–Masse, so erhält man

$$\Delta\rho_0^{\rm SM} = \frac{3\,G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_t^2. \tag{5.6}$$

Da diese Korrektur proportional zur top–Masse ist, konnte aus der Messung von G_F und $\Delta\rho$ die top–Masse vorhergesagt werden. [1]

Gute Übereinstimmung zwischen dem theoretisch vorhergesagten Wert von m_t und dem experimentellen Wert ergibt sich erst, wenn man die QCD–Korrekturen zu $\Delta\rho$ berücksichtigt. Diese wurden in [34] berechnet und ergeben sich zu

$$\Delta\rho_1^{\rm SM} = -\Delta\rho_0^{\rm SM} \cdot \frac{2}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\left(1 + \pi^2/3\right). \tag{5.7}$$

Diese Korrekturen verringern das $\mathcal{O}(\alpha)$–Ergebnis um ca. 10% und führen zu einer Anhebung der vorhergesagten top–Masse von etwa 10 GeV.

Auch das 3–Schleifen–Ergebnis in $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$ im SM ist inzwischen bekannt [42]:

$$\Delta\rho_2^{\rm SM} = -\frac{3\,G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} m_t^2 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 \cdot 14.594\ldots\ . \tag{5.8}$$

Mit diesen Ergebnissen sind die QCD–Unsicherheiten von $\Delta\rho$ im Rahmen des SMs unter Kontrolle.

[1] Außer den Beiträgen des (t,b)–Dubletts existieren auch noch bosonische Beiträge zu $\Delta\rho$. Insbesondere trägt auch das Higgs–Boson zu $\Delta\rho$ bei. Da dieser Effekt jedoch nur logarhitmisch von der Higgs–Masse abhängt, haben die Vorhersagen für die top–Masse nur eine geringe Variation mit der Higgs–Masse.

5.4 $\mathcal{O}(\alpha)$–SUSY–Beiträge zu $\Delta\rho$

Im Rahmen des MSSM tragen in führender Ordnung zusätzlich 1–Schleifen–Diagramme, mit virtuellen skalaren Quarks, zu $\Delta\rho$ bei. Diese Beiträge wurden in [67] berechnet. [2]

Der Vollständigkeit halber betrachten wir zunächst das allgemeine Ergebnis für die Squark–Beiträge zu den Transversalanteilen aller Eichboson–Selbstenergien. Zu diesen Selbstenergien tragen die Feynman–Diagramme aus Abb. 5.1 bei.

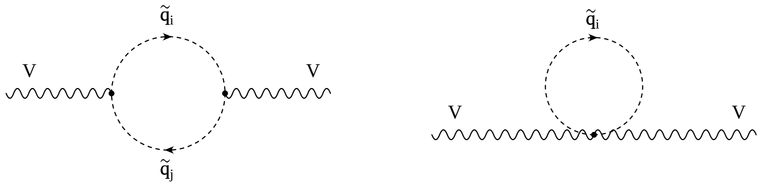


Abbildung 5.1: Feynman–Diagramme in $\mathcal{O}(\alpha)$ für die Eichboson–Selbstenergien mit virtuellen Squarks.

Summiert man diese Diagramme über eine Familie (hier ein $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dublett) und über alle Farben und Helizitäten, so läßt sich der Squark–Beitrag zu den Eichboson–Selbstenergien bei beliebigem äußerem Impuls wie folgt ausdrücken:

$$
\begin{aligned}
\Sigma_T^W(q^2) &= -\frac{3\,G_F M_W^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \sum_{i,j=1,2} g^2_{W\tilde{t}_i\tilde{b}_j}\,\Pi_0(q^2, m^2_{\tilde{t}_i}, m^2_{\tilde{b}_j}),\\
\Sigma_T^Z(q^2) &= -\frac{3\,G_F M_Z^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \sum_{\substack{\tilde{q}=\tilde{t},\tilde{b}\\ i,j=1,2}} g^2_{Z\tilde{q}_i\tilde{q}_j}\,\Pi_0(q^2, m^2_{\tilde{q}_i}, m^2_{\tilde{q}_j}),\\
\Sigma_T^{Z\gamma}(q^2) &= -\frac{3\,G_F M_Z^2 s_W c_W}{4\sqrt{2}\pi^2} \sum_{\substack{\tilde{q}=\tilde{t},\tilde{b}\\ i=1,2}} g_{Z\tilde{q}_i\tilde{q}_j} e_{\tilde{q}_i}\,\Pi_0(q^2, m^2_{\tilde{q}_i}, m^2_{\tilde{q}_i}),\\
\Sigma_T^{\gamma}(q^2) &= -\frac{3\,G_F M_Z^2 s_W^2 c_W^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \sum_{\substack{\tilde{q}=\tilde{t},\tilde{b}\\ i=1,2}} e^2_{\tilde{q}_i}\,\Pi_0(q^2, m^2_{\tilde{q}_i}, m^2_{\tilde{q}_i}).
\end{aligned} \tag{5.9}
$$

Hierbei stellen die $g_{W\ldots}$ und $g_{Z\ldots}$ die Kopplungen der Squarks an die Eichbosonen dar, in welche hier auch die Squark–Mischung absorbiert ist. Sie sind gegeben (mit e_q und I_3^q als elektrischer Ladung und schwachem Isospin der Quark–Partner) durch

$$
g_{W\tilde{t}_i\tilde{b}_j} = \begin{pmatrix} \cos\theta_{\tilde{t}}\cos\theta_{\tilde{b}} & -\cos\theta_{\tilde{t}}\sin\theta_{\tilde{b}} \\ -\cos\theta_{\tilde{t}}\sin\theta_{\tilde{b}} & \sin\theta_{\tilde{t}}\sin\theta_{\tilde{b}} \end{pmatrix}, \tag{5.10}
$$

$$
g_{Z\tilde{q}_i\tilde{q}_j} = \begin{pmatrix} (I_3^q - e_q s_W^2)\cos^2\theta_{\tilde{q}} - e_q s_W^2 \sin^2\theta_{\tilde{q}} & -I_3^q \sin\theta_{\tilde{q}}\cos\theta_{\tilde{q}} \\ -I_3^q \sin\theta_{\tilde{q}}\cos\theta_{\tilde{q}} & -e_q s_W^2\cos^2\theta_{\tilde{q}} + (I_3^q - e_q s_W^2)\sin^2\theta_{\tilde{q}} \end{pmatrix}. \tag{5.11}
$$

Sowohl in DREG als auch in DRED ist die Funktion $\Pi_0(q^2, m_a^2, m_b^2)$ gegeben durch

$$
\Pi_0(q^2, m_a^2, m_b^2) = \frac{4}{3}\left[m_a^2 + m_b^2 - \frac{q^2}{3} + \left(m_a^2 + m_b^2 - \frac{q^2}{2} - \frac{(m_a^2 - m_b^2)^2}{2q^2}\right) B_0(q^2, m_a, m_b)\right.
$$

[2] Dort wurden neben den Squark–Beiträgen auch die Gaugino– und Higgsino–Beiträge berechnet. Da diese jedoch keine Korrektur in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ erhalten, werden sie hier nicht betrachtet.

$$+\frac{m_a^2 - m_b^2}{2q^2}\left(A_0(m_a) - A_0(m_b)\right) - A_0(m_a) - A_0(m_b)\Big] . \quad (5.12)$$

Die Funktionen A_0 und B_0 sind im Anhang B.1 gegeben.

Bei verschwindendem Impulsübertrag reduziert sich die Π_0–Funktion auf

$$\Pi_0(0, m_a^2, m_b^2) = F_0(m_a^2, m_b^2). \quad (5.13)$$

Setzt man die einzelnen Anteile gemäß Formel (5.2) zusammen, erhält man den Beitrag der skalaren Quarks zu $\Delta\rho$:

$$\begin{aligned}\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}} = \frac{3\,G_F}{8\sqrt{2}\pi^2}\Big[&-\sin^2\theta_{\tilde t}\cos^2\theta_{\tilde t}F_0(m_{\tilde t_1}^2, m_{\tilde t_2}^2) - \sin^2\theta_{\tilde b}\cos^2\theta_{\tilde b}F_0(m_{\tilde b_1}^2, m_{\tilde b_2}^2)\\ &+\cos^2\theta_{\tilde t}\cos^2\theta_{\tilde b}F_0(m_{\tilde t_1}^2, m_{\tilde b_1}^2) + \cos^2\theta_{\tilde t}\sin^2\theta_{\tilde b}F_0(m_{\tilde t_1}^2, m_{\tilde b_2}^2)\\ &+\sin^2\theta_{\tilde t}\cos^2\theta_{\tilde b}F_0(m_{\tilde t_2}^2, m_{\tilde b_1}^2) + \sin^2\theta_{\tilde t}\sin^2\theta_{\tilde b}F_0(m_{\tilde t_2}^2, m_{\tilde b_2}^2)\Big] . \end{aligned} \quad (5.14)$$

Aus den Eigenschaften der F_0–Funktion (5.4) erkennt man, daß der Beitrag im Fall vollständig entarteter Squark verschwindet. Er wird hingegen groß für eine starke Massenaufspaltung zwischen den Squarks.

Vernachlässigt man wegen der kleinen bottom–Masse die Mischung im $\tilde b$–Sektor, so reduziert sich das Ergebnis auf

$$\begin{aligned}\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}} = \frac{3\,G_F}{8\sqrt{2}\pi^2}\Big[&-\sin^2\theta_{\tilde t}\cos^2\theta_{\tilde t}F_0(m_{\tilde t_1}^2, m_{\tilde t_2}^2)\\ &+\cos^2\theta_{\tilde t}F_0(m_{\tilde t_1}^2, m_{\tilde b_L}^2) + \sin^2\theta_{\tilde t}F_0(m_{\tilde t_2}^2, m_{\tilde b_L}^2)\Big] . \end{aligned} \quad (5.15)$$

Das $\tilde b_2$ entkoppelt also völlig vom ρ–Parameter.

In Fig. 5.2 wird die 1–Schleifen–Korrektur zum ρ–Parameter gezeigt, welcher gemäß Formel (5.15) induziert wird. Die Werte für die SM–Parameter sind im Anhang A.2 gegeben. Für die Soft–SUSY–Brechungsterme wurde $M_{\tilde t_L} = M_{\tilde t_R}$ sowie $M_{\tilde b_L} = M_{\tilde b_R}$ angenommen, was in Supergravitationsmodellen mit einer Vereinigung der skalaren Massenparameter bei der GUT–Skala ungefähr erfüllt ist [68]. Wie in Kapitel 3.2.5 ausgeführt, wird auch die $SU(2)$–Relation $M_{\tilde t_L} = M_{\tilde b_L}$ verlangt. Die Renormierung der der Squark–Massen–Relationen spielt erst auf 2–Schleifen–Niveau eine Rolle. Insgesamt erhält man damit

$$M_{\tilde t_L} = M_{\tilde t_R} = M_{\tilde b_L} = M_{\tilde b_R} = m_{\tilde q}. \quad (5.16)$$

In diesem Szenario ist die Mischung im $\tilde t$–Sektor entweder sehr klein, $\theta_{\tilde t} \approx 0$, oder aber fast maximal, $\theta_{\tilde t} \approx -\pi/4$; diese gilt für große Bereiche des MSSM–Parameterraumes. Der Beitrag $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ wird gezeigt als Funktion von dem allgemeinen Squark–Massenparameter $m_{\tilde q}$ für $\tan\beta = 1.6$, vgl. Anhang A.3, für die beiden Fälle $M_t^{LR} = 0$ GeV (verschwindende Mischung (no mixing)) und für $M_t^{LR} = 200$ GeV (maximale Mischung (max. mixing)). [3] Die bottom–Masse wird auf Null gesetzt. Dies führt zu verschwindender Mischung im $\tilde b$–Sektor und damit zu $m_{\tilde b_L} = m_{\tilde b_1} \simeq m_{\tilde q}$. Wie oben ausgeführt spielt das $\tilde b_2$ hier keine Rolle.

[3] Wie weiter unten diskutiert wird, ist der Fall von exakter maximaler Mischung, $\theta_{\tilde t} = -\pi/4$ im Szenario mit $M_{\tilde t_L} = M_{\tilde t_R}$ und $\tan\beta = 1.6$ nicht möglich. Da $\theta_{\tilde t}$ für $M_t^{LR} = 200$ GeV dem Wert für maximale Mischung sehr nahe kommt, wird dieser Fall im folgenden “maximale Mischung (max. mixing)” genannt.

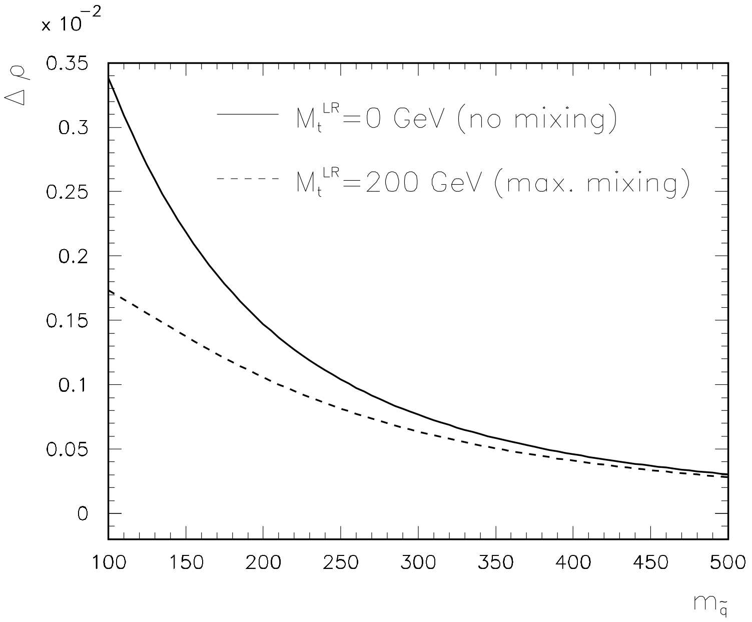


Abbildung 5.2: 1–Schleifen–Beiträge des $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dubletts zu $\Delta\rho$ als eine Funktion des allgemeinen Squarkmassenparameters $m_{\tilde{q}}$ für $\theta_{\tilde{t}} = 0$ und $\theta_{\tilde{t}} \sim -\pi/4$ (mit $\tan\beta = 1.6$, verschwindender Mischung im $\tilde{b}$–Sektor und $M_t^{LR} = 0$ und $M_t^{LR} = 200$ GeV.)

Man erkennt, daß die Korrektur für kleine $m_{\tilde{q}}$ ebenfalls sehr klein wird. Sie überschreitet die experimentelle Grenze von $\Delta\rho = 1.3 \times 10^{-3}$ im Falle verschwindender Mischung für $m_{\tilde{q}} \approx 150$ GeV, welches ungefähr der experimentellen Grenze für den allgemeinen Squarkmassenparameter entspricht [58]. Für maximale Mischung wird der Wert von 10^{-3} nicht erreicht. Bei großen Werten von $m_{\tilde{q}}$ liegen die Squarkmassen, da $m_{\tilde{q}} \gg m_t$ gilt, sehr nah beieinander, was dazu führt, daß der Beitrag zu $\Delta\rho$ sehr klein wird.

Für den oben betrachteten Fall verschwindender Mischung kann die Massenaufspaltung im $(\tilde{t}_L/\tilde{b}_L)$–Dublett geschrieben werden als

$$m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2 = m_t^2 + M_W^2 \cos 2\beta \,. \tag{5.17}$$

Aus $\tan\beta = 1.6$ folgt $\cos 2\beta < 0$. Damit ist die Massenaufspaltung kleiner als für das entsprechende Quark–Dublett. Dies erklärt, warum die Squark–Beiträge im Vergleich zu den Quark–Beiträgen des SMs i.a. kleiner sind.

Die Analyse hängt nur sehr wenig von der Wahl von $\tan\beta$ ab, wenn M_t^{LR} (und nicht A_t und μ) als Parameter verwendet wird. Der einzige Effekt, den eine Änderung von $\tan\beta$ mit sich bringt, ist eine kleine Variation in den D–Termen in Gl. (3.68) und (3.69), welche die Relationen zwischen den Massen nur marginal ändert. Dies ändert sich für große Werte von $\tan\beta$, $\tan\beta \approx m_t/m_b$. In diesem Fall wird die Mischung im $\tilde{b}$–Sektor relevant. Da wir die 2–Schleifen–Ergebnisse jedoch sämtlich für $m_b = 0$, also mit verschwindender Mischung im $\tilde{b}$–Sektor berechnet haben, wird hier auch nur dieses Szenario betrachtet.

In Fig. 5.3 wird $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ als Funktion des Mischungswinkels $\theta_{\tilde{t}}$ für drei Werte des gemeinsamen Squark–Massenparameters, $m_{\tilde{q}} = 150, 250$ und 500 GeV und für $\tan\beta = 1.6$ gezeigt. Der Beitrag verläuft flach, außer für Werte des Mischungswinkels nahe an seiner unteren Grenze, $\theta_{\tilde{t}} \sim -\pi/4$. Dies rechtfertigt die Wahl der beiden Szenarien der verschwindenden und der maximalen Mischung.

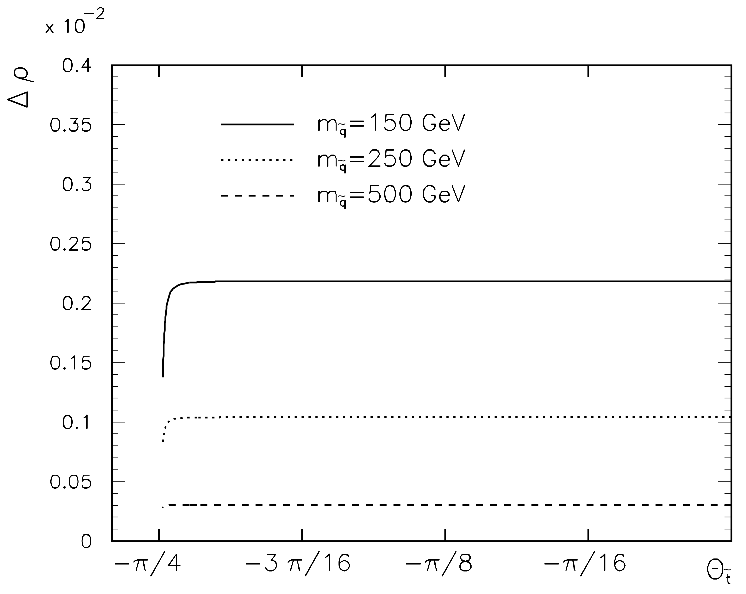


Abbildung 5.3: Abhängigkeit des 1–Schleifen–Beitrages zu $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ vom $\tilde{t}$–Mischungswinkel $\theta_{\tilde{t}}$. Die anderen Parameter sind die gleichen wie in Fig. 5.2.

Der Fall der "exakten maximalen Mischung" $\theta_{\tilde{t}} = -\pi/4$ wird für $M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{t}_R}$ nur erreicht, wenn die D–Terme Null werden, was nur für $\tan\beta = 1$ realisiert werden kann. [4]

Der Parameter M_t^{LR} beeinflußt nicht nur die Mischung im $\tilde{t}$–Sektor, sondern auch die Massenaufspaltung zwischen den beiden skalaren top–Quarks. Der Effekt der Variation von M_t^{LR} auf $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ wird in Tablle 5.1 für den Fall exakt maximaler Mischung, also für $\tan\beta = 1$, dargestellt. (Man erhält sehr ähnliche Werte für $\tan\beta = 1.6$.)

Aus der Tabelle erkennt man, daß für große Werte von M_t^{LR} der Beitrag zum ρ–Parameter ebenfalls sehr groß werden kann und die experimentelle Grenze von 10^{-3} überschreitet. Dieser Effekt wird die mit M_t^{LR} wachsende Massenaufspaltung zwischen den beiden $\tilde{t}$–Massen und $m_{\tilde{b}_L}$ bewirkt, die auftritt, wenn $m_t M_t^{LR} \gg m_{\tilde{q}}^2$ gilt. Falls $m_{\tilde{q}}$ jedoch bereits im Bereich der top–Masse liegt, $m_{\tilde{q}} < 200$ GeV, ist die Massenaufspaltung bereits für kleine Werte von M_t^{LR} groß wegen des zusätzlichen Eintrages m_t^2 in Gl. (3.68) im Vergleich zu Gl. (3.69).

Wird die GUT–Relation $M_{\tilde{t}_L} \simeq M_{\tilde{t}_R}$ aufgegeben und große Werte für M_t^{LR} gewählt, so kann die Massenaufspaltung sogar noch größer als in dem oben betrachteten Szenario werden. Somit stellt die experimentelle Grenze von $\Delta\rho = 10^{-3}$ auch Einschränkungen an die möglichen GUT-Szenarien mit verschiedenen Niederenergiewerten der Soft–SUSY–Brechungsterme.

[4]Eine weitere Möglichkeit, die "exakte maximale Mischung" zu erreichen, ist, die Summen von $M_{\tilde{t}_L}^2$ und $M_{\tilde{t}_R}^2$ zusammen mit ihren D–Termen gleich zu machen, welches bewirkt, daß die beiden Diagonalterme in Gl.(3.68) exakt gleich werden.

$m_{\tilde{q}}$ (GeV)	M_t^{LR} (GeV)	$\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}} \times 10^{-3}$
200	100	1.68
	200	1.35
	300	0.89
	400	1.28
500	200	0.34
	500	0.23
	1400	2.04
	1550	4.97
800	500	0.12
	1500	0.07
	2000	0.30
	3700	15.8

Tabelle 5.1: $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ in Einheiten von 10^{-3} für verschiedene Werte von $m_{\tilde{q}}$ und M_t^{LR} in GeV für $\tan\beta = 1$. Die Werte für $m_{\tilde{q}}$ sind so gewählt, daß die entsprechenden Squark–Massen im experimentell erlaubten Bereich liegen.

5.5 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–SUSY–Beiträge zu $\Delta\rho$

Die in diesem Kapitel angegebenen Ergebnisse wurden in [69] und [70] publiziert.

5.5.1 Feynman–Diagramme und Renormierung

Die QCD–Korrekturen zu den Squark–Beiträgen der Eichboson–Selbstenergien sind diagrammatisch in Fig. 5.4 dargestellt. Sie können in drei Klassen unterteilt werden:

- Rein skalare Diagramme (Fig. 5.4 a–c)
- Diagramme mit Gluon–Austausch (Fig. 5.4 d–j)
- Diagramme mit Gluino–Austausch (Fig. 5.4 k–n)

Zu diesen Diagrammen gehören zusätzlich die entsprechenden 1–Schleifen–Diagramme mit Counterterm–Einsetzung (Fig. 5.5). Hier gehen die Squark– und Quark–Massenrenormierung sowie die Renormierung des $\tilde{t}$–Mischungswinkels ein. Das Aussehen der einzelnen Counterterm–Kopplungen können Anhang A.4 entnommen werden. Die drei Sets von Feynman–Diagrammen zusammen mit ihren Countertermbeiträgen sind jeweils für sich eichinvariant und UV–endlich. Der Gluon–Austausch wurde nur für Squark–Schleifen berücksichtigt, da er für Quark–Schleifen bereits im SM–Ergebnis (5.7) enthalten ist.

Die Diagramme in Fig. 5.6 a–c ergeben gemäß den Gleichungen (3.62)–(3.66) sowohl die Massen– und Feldrenormierung der Squarks als auch die Renormierung des $\tilde{t}$–Mischungswinkels.

Die Feldrenormierung der Squarks wurde in den Countertermdiagrammen (Fig. 5.5) als Konsistenztest mitgenommen. Sie müssen sich im Endresultat herausheben. Dieses wurde bei allen Rechnungen analytisch verifiziert. Aus diesem Grunde sind sie im weiteren nicht explizit angegeben.

Die Beiträge zu den Squark–Massencountertermen können wieder in die drei unabhängigen Beiträge von rein skalaren Diagrammen, Diagrammen mit Gluon–Austauch und Diagrammen mit Gluino–Austausch aufgeteilt werden. Die explizite Form der rein skalaren Beiträge wird, wie weiter unten gezeigt wird, nicht benötigt, der Vollständigkeit halber aber dennoch angegeben. Die einzelnen Beiträge der Squark–Massenrenormierung ergeben sich zu ($i \in \{1,2\}, i' = 3-i$)

$$
\begin{aligned}
m_{\tilde{q}_i}\delta^g m_{\tilde{q}_i} &= -\frac{\alpha_s}{2\pi} m^2_{\tilde{q}_i}\left[\frac{1}{\delta}+\frac{7}{3}-\ln m^2_{\tilde{q}_i}\right], && (5.18)\\
m_{\tilde{q}_i}\delta^{\tilde{g}} m_{\tilde{q}_i} &= -\frac{\alpha_s}{3\pi}\left[(m_q^2+m_{\tilde{g}}^2-m^2_{\tilde{q}_i})B_0(m^2_{\tilde{q}_i},m_q,m_{\tilde{g}})+A_0(m_{\tilde{g}})+A_0(m_q)\right.\\
&\qquad \left.+2(-1)^i\sin 2\theta_{\tilde{q}} m_{\tilde{g}} m_q B_0(m^2_{\tilde{q}_i},m_q,m_{\tilde{g}})\right], && (5.19)\\
m_{\tilde{q}_i}\delta^{\tilde{q}} m_{\tilde{q}_i} &= \frac{\alpha_s}{6\pi}\left[\cos^2 2\theta_{\tilde{q}} A_0(m_{\tilde{q}_i})+\sin^2 2\theta_{\tilde{q}} A_0(m_{\tilde{q}_{i'}})\right]. && (5.20)
\end{aligned}
$$

Die $\tilde{t}$–Mischungswinkelrenormierung lautet explizit

$$
\delta\theta_{\tilde{t}}(q^2) = \frac{\alpha_s}{3\pi}\frac{\cos 2\theta_{\tilde{t}}}{m^2_{\tilde{t}_1}-m^2_{\tilde{t}_2}}\left[4m_t m_{\tilde{g}} B_0(q^2,m_t,m_{\tilde{g}})+\sin 2\theta_{\tilde{t}}(A_0(m^2_{\tilde{t}_2})-A_0(m^2_{\tilde{t}_1}))\right]. \qquad (5.21)
$$

Gemäß Gl. (3.61) kann $q^2 = m^2_{\tilde{t}_1}$ gesetzt werden (was für alle Rechnung dieser Arbeit angenommen wurde). Ganz analog kann aber auch $q^2 = m^2_{\tilde{t}_2}$ gesetzt werden. Der sich daraus ergebende Unterschied ist numerisch klein und wird im weiteren nicht berücksichtigt.

Für die Quark–Massen– und Feldrenormierungs–Counterterme gibt es nach Diagramm Fig. 5.6d nur einen Gluino–Austausch–Beitrag. Die Feldrenormierungen wurden, wie im Squark–Sektor, nur aus Konsistenztest–Gründen mitgenommen. Sie heben sich in allen Endergebnissen heraus. Auch dieses wurde für alle Rechnungen dieser Arbeit analytisch verifiziert. Deshalb werden die expliziten Ergebnisse für sie hier nicht angegeben. Der Massen–Counterterm ergibt sich zu

$$
\begin{aligned}
\delta^{\tilde{g}} m_q &= \frac{\alpha_s}{3\,\pi}\sum_{i=1,2}\left[(-1)^i \sin 2\theta_{\tilde{q}} m_{\tilde{g}} B_0(m_q^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{q}_i})\right.\\
&\qquad \left.+\frac{1}{2m_q}\left((m_q^2+m_{\tilde{g}}^2-m^2_{\tilde{q}_i})B_0(m_q^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{q}_i})+A_0(m_{\tilde{q}_i})-A_0(m_{\tilde{g}})\right)\right]. \qquad (5.22)
\end{aligned}
$$

Im folgenden werden die einzelnen Ergebnisse der verschiedenen Diagramme diskutiert. Die rein skalaren Diagramme tragen nicht bei. Von den Gluon–Austausch–Diagrammen werden nur die ersten vier benötigt, Fig. 5.4 d–g, zusammen mit den entsprechenden Countertermdiagrammen mit den Einsetzungen für die Massenrenormierung, Fig. 5.5 a. Die anderen Diagramme tragen aus den folgenden Gründen nicht bei:

(a) Das Diagramm Fig. 5.4 h hebt sich exakt mit dem entsprechenden Diagramm mit Countertermeinsetzung, Fig. 5.5 b, weg. (Um dieses zu zeigen wird der explizite Ausdruck von B_0^δ benötigt.)

(b) Das Diagramm Fig. 5.4 a, welches die 4-Squark-Wechselwirkung enthält, trägt nur zu den longitudinalen Anteilen der Eichboson–Selbstenergien bei und muß deshalb nicht weiter berücksichtigt werden.

(c) Die Diagramme Fig. 5.4 b–c heben sich exakt mit den entsprechenden Diagrammen mit Countertermeinsetzung, Fig. 5.5 a–b, weg. Hierbei wird die Massenrenormierung für die diagonalen Terme (mit zwei gleichen Squarks) und die Mischungswinkelrenormierung für die nichtdiagonalen Terme (mit zwei verschiedenen Squarks) benötigt.

(d) Die Diagramme Fig. 5.5 d–f enthalten in ihren Countertermvertizes nur Feldrenormierungskonstanten und tragen somit nicht bei.

(e) Die beiden Diagramme mit geschlossener Gluon–Schleife, Fig. 5.4 i–j, geben sowohl in DREG als auch in DRED keinen Beitrag, vgl. Gl. B.2.

Die Diagramme mit Gluino–Austausch, Fig. 5.4 k–n, müssen komplett, zusammen mit den entsprechenden Diagrammen mit Countertermeinsetzung, Fig. 5.5, berechnet werden.

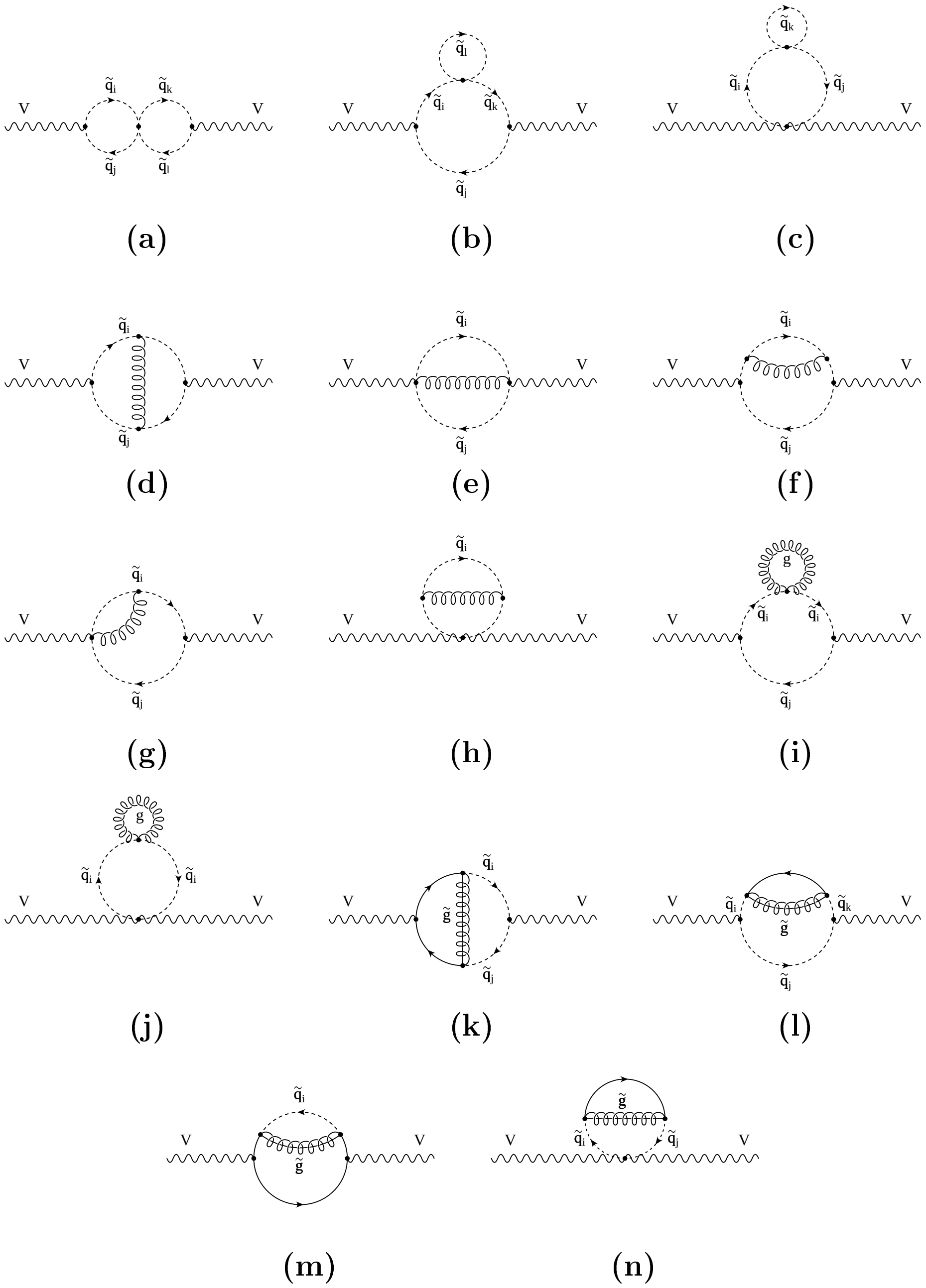


Abbildung 5.4: Feynman–Diagramme für den Beitrag von Squark–Schleifen zu Eichboson–Selbstenergien in 2–Schleifen–Ordnung.

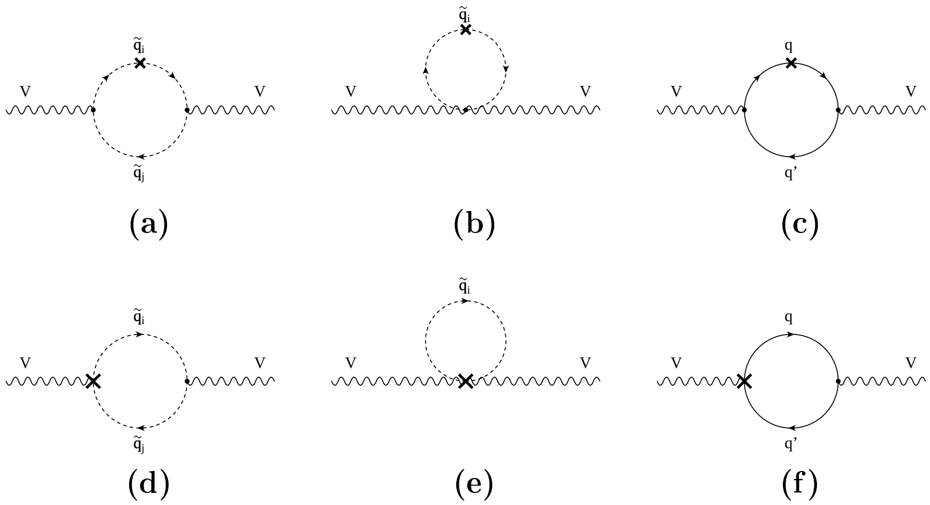


Abbildung 5.5: Counterterm–Beiträge zu den Eichboson–Selbstenergien in 2–Schleifen–Ordnung.

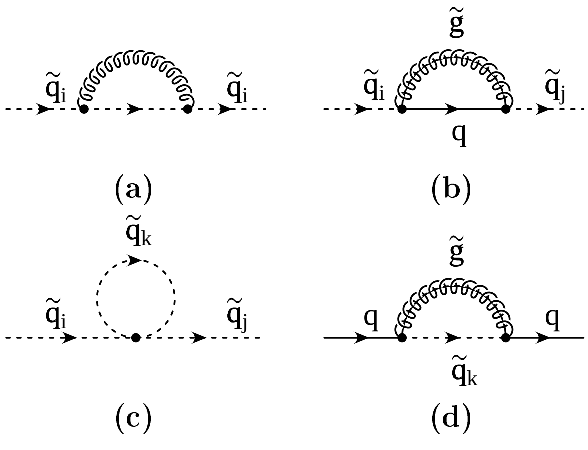


Abbildung 5.6: 1–Schleifen–Diagramme für die Squark–Massen– und Mischungswinkel–Counterterme.

5.5.2 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Beiträge durch Gluon–Austausch

Wie weiter oben dargelegt, tragen nur Diagramme mit Gluon– oder mit Gluino–Austausch zu $\Delta\rho_1^{\rm SUSY}$ bei. In diesem Unterkapitel wird zunächst das Ergebnis für den Gluon–Austausch angegeben.

Auf dem 2–Schleifen–Niveau erhält man für die Gluon–Austausch–Diagramme der Eichboson–Selbstenergien einfache analytische Ausdrücke. Für ein Squark–Isodublett $(\tilde{t}/\tilde{b})$, bei dem beliebige Mischungen der Squarks erlaubt sind, erhält man eine Struktur ähnlich zu Gl. (5.9), allerdings mit $q^2 = 0$:

$$\Sigma_T^W(0) = -\frac{G_F M_W^2 \alpha_s}{4\sqrt{2}\pi^3} \sum_{i,j=1,2} g^2_{W\tilde{t}_i\tilde{b}_j} F_1(m^2_{\tilde{t}_i}, m^2_{\tilde{b}_j}), \tag{5.23}$$

$$\Sigma_T^Z(0) = -\frac{G_F M_Z^2 \alpha_s}{2\sqrt{2}\pi^3} \sum_{\substack{\tilde{q}=\tilde{t},\tilde{b}\\ i,j=1,2}} g^2_{Z\tilde{q}_i\tilde{q}_j} F_1(m^2_{\tilde{q}_i}, m^2_{\tilde{q}_j}). \tag{5.24}$$

Dabei ist die 2–Schleifen–Funktion $F_1(x,y)$ gegeben durch

$$F_1(x,y) = x + y - 2\frac{xy}{x-y}\ln\frac{x}{y}\left[2 + \frac{x}{y}\ln\frac{x}{y}\right] + \frac{(x+y)x^2}{(x-y)^2}\ln^2\frac{x}{y} - 2(x-y)\mathrm{Li}_2\left(1-\frac{x}{y}\right), \tag{5.25}$$

mit den Eigenschaften

$$F_1(x,y) = F_1(y,x), \qquad F_1(x,x) = 0, \qquad F_1(x,0) = x(1+\pi^2/3). \tag{5.26}$$

Damit erhält man, analog zu Gl. (5.14), für den Gluon–Austausch–Beitrag zu $\Delta\rho$

$$\begin{aligned}\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluon} = \frac{G_F\alpha_s}{4\sqrt{2}\pi^3}\Big[&-\sin^2\theta_{\tilde{t}}\cos^2\theta_{\tilde{t}} F_1(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{t}_2}) - \sin^2\theta_{\tilde{b}}\cos^2\theta_{\tilde{b}} F_1(m^2_{\tilde{b}_1}, m^2_{\tilde{b}_2})\\ &+ \cos^2\theta_{\tilde{t}}\cos^2\theta_{\tilde{b}} F_1(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{b}_1}) + \cos^2\theta_{\tilde{t}}\sin^2\theta_{\tilde{b}} F_1(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{b}_2})\\ &+ \sin^2\theta_{\tilde{t}}\cos^2\theta_{\tilde{b}} F_1(m^2_{\tilde{t}_2}, m^2_{\tilde{b}_1}) + \sin^2\theta_{\tilde{t}}\sin^2\theta_{\tilde{b}} F_1(m^2_{\tilde{t}_2}, m^2_{\tilde{b}_2})\Big].\end{aligned} \tag{5.27}$$

Vernachlässigt man wiederum wegen der kleinen bottom–Masse die Mischung im $\tilde{b}$–Sektor, so reduziert sich das Ergebnis auf

$$\begin{aligned}\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluon} = \frac{G_F\alpha_s}{4\sqrt{2}\pi^3}\Big[&-\sin^2\theta_{\tilde{t}}\cos^2\theta_{\tilde{t}} F_1(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{t}_2})\\ &+ \cos^2\theta_{\tilde{t}} F_1(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{b}_L}) + \sin^2\theta_{\tilde{t}} F_1(m^2_{\tilde{t}_2}, m^2_{\tilde{b}_L})\Big].\end{aligned} \tag{5.28}$$

Das $\tilde{b}_2$ entkoppelt also auch in 2–Schleifen–Ordnung vom ρ–Parameter.

Die Beiträge von Gl. (5.28) werden in Fig. 5.7 als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ gezeigt. Dabei werden wiederum die beiden schon zuvor diskutierten Szenarien der verschwindenden Mischung ($\theta_{\tilde{t}} = 0$) und der maximalen Mischung ($\theta_{\tilde{t}} \sim -\pi/4$) betrachtet. Es zeigt sich, daß der 2–Schleifen–Beitrag 10 – 15 % der 1–Schleifen–Korrektur beträgt. Im Gegensatz zum SM (und vielen QCD–Korrekturen zu elektroschwachen Prozessen im SM, vgl. z.B. [71]), in dem die 2–Schleifen–Korrektur die 1–Schleifen–Korrektur abschwächt, besitzt $\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluon}$ das gleiche Vorzeichen wie $\Delta\rho_0^{\rm SUSY}$. Dieses wird an folgendem Beispiel besonders deutlich: Für den Fall massen–entarteter

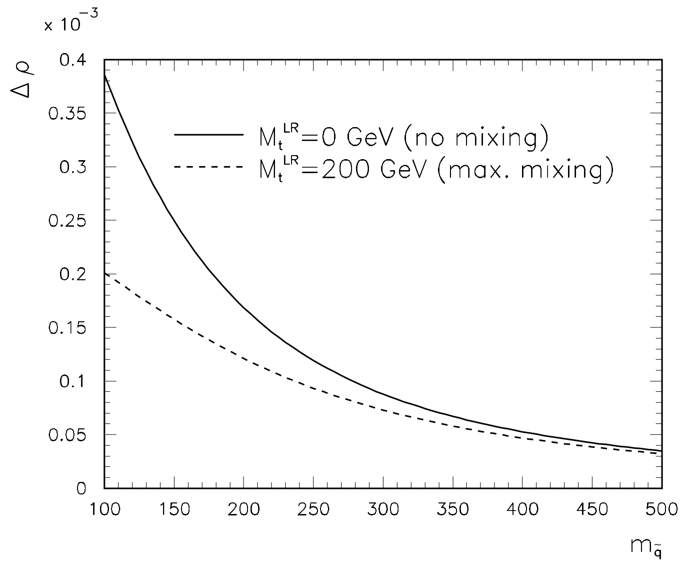


Abbildung 5.7: $\Delta\rho^{\rm SUSY}_{\rm 1,gluon}$ als Funktion von $m_{\tilde q}$ für die Szenarien aus Fig. 5.2.

skalarer top–Quarks mit $m_{\tilde t} \gg m_{\tilde b}$ erhält man für die SUSY–QCD–Korrekturen genau das gleiche Ergebnis wie im SM für das (t,b)–Dublett, aber mit anderem Vorzeichen, vgl. Abschnitt 5.5.4.

Die gluonischen Korrekturen zu den Beiträgen der skalaren Quarks zum ρ–Parameter erhöhen deshalb die Sensitivität in der Suche nach virtuellen Effekten der skalaren Quarks in den elektroschwachen Präzisionsmessungen.

Die Abhängigkeit der 2–Schleifen–Gluon–Beiträge vom $\tilde t$–Mischungungswinkel ist die gleiche wie bei dem 1–Schleifen–Resultat: $\Delta\rho^{\rm SUSY}_{\rm 1,gluon}$ ist fast konstant für alle möglichen Werte von $\theta_{\tilde t}$, nur im Bereich der maximalen Mischung fällt der Beitrag schnell ab.

5.5.3 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Beiträge durch Gluino–Austausch

Analog zu den Gluon–Austausch–Beitrgën wurden auch die Gluino–Austausch–Beiträge vollständig analytisch berechnet. Aufgrund der Tatsache, daß in den Diagrammen (Fig. 5.4 k–n) bis zu fünf untereinander und von Null verschiedene Massen auftreten können, erhält man einen sehr langen analytischen Ausdruck [5], der hier nicht wiedergegeben werden kann. Dieses komplette Ergebnis ist in Fig. 5.8 numerisch dargestellt. Nur für relativ kleine Werte der Gluino– und Squark–Massen, d.h. nur wenig über deren experimentellen unteren Grenze, liegt dieser Beitrag in derselben Größenordnung wie der Gluon–Beitrag. In diesem Fall addieren sich die Gluino– und die Gluon–Korrekturen zu ca. 35% des 1–Schleifen–Ergebnisses für den Fall maximaler Mischung. Die Spitzen in den Kurven für $m_{\tilde g} = 200$ GeV werden durch die Schwelle $m_{\tilde t_1} = m_{\tilde g} + m_t$ verursacht.

Im Anhang C.1 sind zunächst die endlichen Anteile der Eichboson–Selbstenergien für die Fälle verschwindender und maximaler Mischung angegeben. Aus ihnen ergibt sich dann das in Anhang C.2 aufgeführte Ergebnis für den Gluino–Austausch–Beitrag bei verschwindender Mischung im $\tilde t$–Sektor. Dieses Ergebnis ist numerisch in den Fig. 5.9 und 5.11 (jeweils durchgezogene Linie) dargestellt.

Als weiterer Spezialfall ist in Anhang C.2 der Gluino–Beitrag für $m_{\tilde g} = 0$ GeV angegeben. In

[5] Es gelang, den allgemeinen Ausdruck auf 70 kB *Mathematica*–Code zu reduzieren.

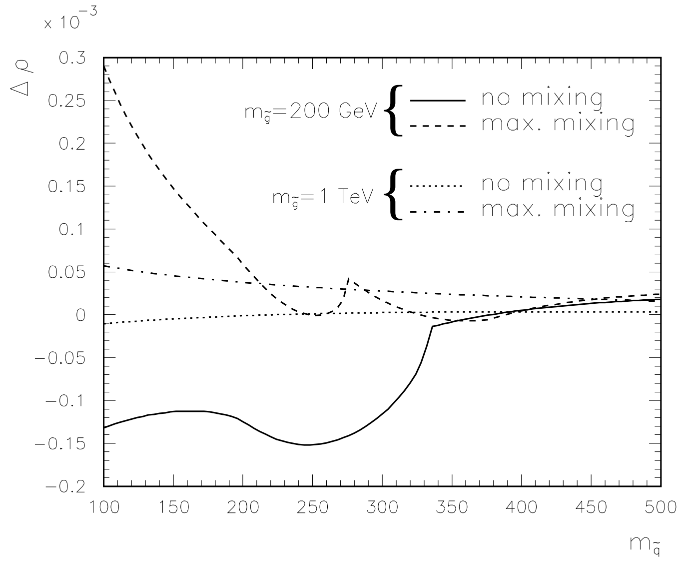


Abbildung 5.8: $\Delta\rho^{\text{SUSY}}_{1,\text{gluino}}$ als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta\ = 1.6$ und $m_{\tilde{g}} = 200$ und 500 GeV.

den Fig. 5.9 und 5.10 wird dieses Ergebnis mit dem kompletten Gluino–Beitrag für $m_{\tilde{g}} = 10, 200,$ und 500 GeV verglichen. In Fig. 5.9 ist der Fall verschwindender Mischung dargestellt. Wie man erwartet, liegen die Kurven für $m_{\tilde{g}} = 0$ und 10 GeV sehr nahe beieinander, wohingegen die Kurven für größere Gluino–Massen deutlich davon abweichen. Für den Fall verschwindender Mischung beschreibt die Formel für $m_{\tilde{g}} = 0$ GeV das exakte Ergebnis mit einer Genauigkeit von 5×10^{-5} für $m_{\tilde{g}} < 90, 130, 350$ GeV jeweils in den Fällen von $m_{\tilde{q}} = 100, 250, 500$ GeV. Der Fall maximaler Mischung ist in Fig. 5.10 dargestellt. Auch hier liegen, entsprechend der Erwartung, die Kurven für $m_{\tilde{g}} = 0$ und 10 GeV sehr nahe beieinander, wenn auch nicht so dicht wie im Fall verschwindender Mischung. Die Formel für $m_{\tilde{g}} = 0$ GeV beschreibt hier das exakte Ergebnis mit einer Genauigkeit von 5×10^{-5} für $m_{\tilde{g}} < 20, 300, 400$ GeV jeweils in den Fällen von $m_{\tilde{q}} = 100, 250, 500$ GeV.

Als letzter Spezialfall ist in Anhang C.2 eine Reihenentwicklung des Gluino–Beitrages in Potenzen von $1/m_{\tilde{g}}$ bis einschließlich $\mathcal{O}(1/m_{\tilde{g}}^3)$ angegeben. Die Reihenentwicklung beginnt wegen eines Termes in Gl. (5.22), der linear in $m_{\tilde{g}}$ ist, in $\mathcal{O}(1/m_{\tilde{g}})$. Damit erkennt man, daß der Gluino–Beitrag für ein schweres Gluino entkoppelt.

In Fig. 5.11 wird das Ergebnis dieser Reihenentwicklung mit dem exakten Resultat verglichen. Dabei werden die beiden Fälle verschwindender Mischung und maximaler Mischung, jeweils mit $m_{\tilde{q}} = 100$ GeV betrachtet. Die Reihenentwicklung reproduziert das exakte Ergebnis mit einer Genauigkeit von besser als 30% (welches der maximalen Abweichung von ca. 5×10^{-5} in $\Delta\rho$ entspricht) für $m_{\tilde{g}} > 200$ GeV im Falle verschwindender Mischung und für $m_{\tilde{g}} > 340$ GeV im Falle maximaler Mischung. [6]

Die Qualität der Reihenentwicklung verschlechtert sich für steigendes $m_{\tilde{q}}$. Gleichzeitig wird der Gluino–Beitrag aber auch absolut kleiner, so daß er gegenüber dem Gluon–Austausch–Beitrag vernachlässigt werden kann. Er bleibt unterhalb von 1.5×10^{-4} und 1×10^{-4} für $m_{\tilde{q}} > 200$ GeV in den Fällen verschwindender und maximaler Mischung, vgl. Fig. 5.9 und 5.10.

[6] Der nächste Term in der Reihenentwicklung verbessert die Übereinstimmung deutlich, für eine analytische Dokumentation ist er jedoch zu lang.

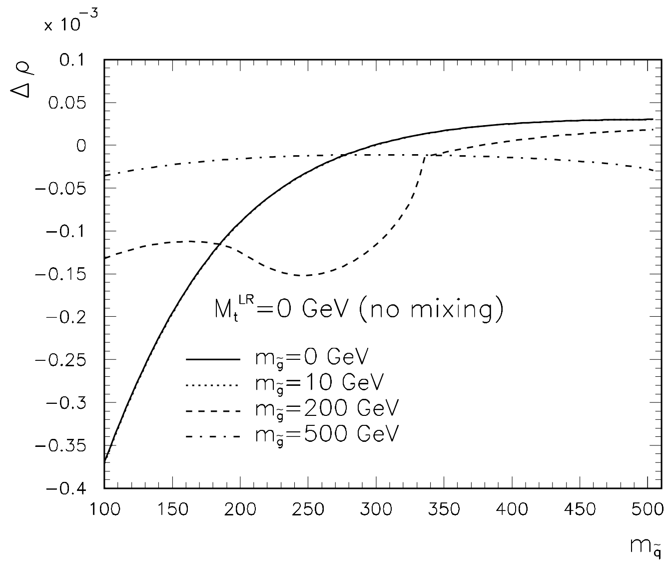


Abbildung 5.9: $\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluino}$ als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für den Fall verschwindender Mischung; $\tan\beta = 1.6$ und $m_{\tilde{g}} = 0, 10$ (die beiden Kurven sind ununterscheidbar), 200 und 500 GeV.

Damit läßt sich abschließend sagen, daß in den Parameterbereichen, in denen der Gluino–Beitrag relevant und die Gluino–Masse nicht zu klein ist ($m_{\tilde{g}} > 300$ GeV), die Reihenentwicklung (C.12) das exakte Ergebnis ausreichend gut approximiert.

5.5.4 Supersymmetrischer Limes

Das Vorzeichen der gluonischen 2–Schleifen–Korrekturen ist, wie weiter oben dargelegt, immer das gleiche wie im Fall der 1–Schleifen–Korrekturen; dieses steht im Gegensatz zu den 2–Schleifen–Korrekturen im SM. Im supersymmetrischen Limes [7], d.h. für

$$m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{t}_2} = m_t, \qquad m_{\tilde{b}_L} = m_b = 0 \tag{5.29}$$

läßt sich der Gluon–Beitrag zu Squark–Schleifen schreiben als

$$\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluon} = \frac{\alpha_s G_F m_t^2}{\sqrt{2}\pi^3}\frac{3+\pi^2}{12} = \Delta\rho_0^{\rm SM}\frac{2}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}\left(1+\frac{\pi^2}{3}\right). \tag{5.30}$$

Dieser hebt sich exakt mit dem Gluon–Beitrag zu Quark–Schleifen (5.7) weg. Der Gluino–Beitrag ist im supersymmetrischen Limes gegeben durch

$$\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluino} = -\Delta\rho_0^{\rm SM}\frac{8}{3}\frac{\alpha_s}{\pi}. \tag{5.31}$$

Dieser hebt sich numerisch fast mit dem Beitrag (5.30) weg, ist jedoch absolut gesehen ein wenig kleiner.

[7] Für diesen Limes muß im allgemeinen zusätzlich noch $A_f = \mu = 0$ sowie $\tan\beta = 1$ gefordert werden. Dieses spielt jedoch in den hier betrachteten Formeln keine Rolle.

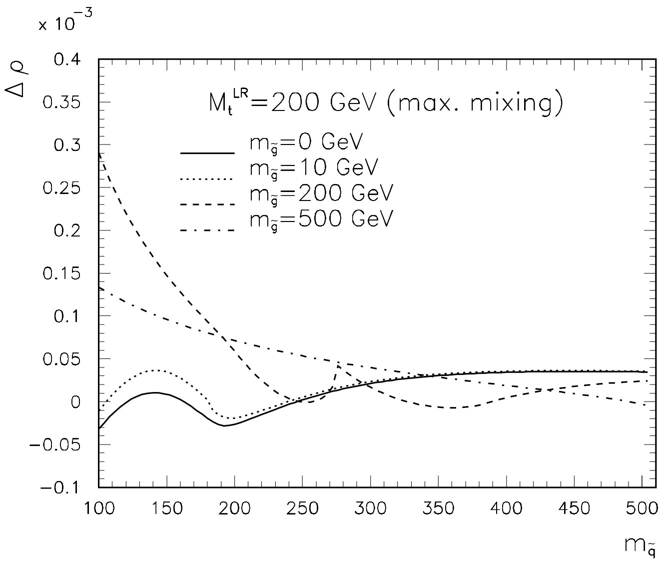


Abbildung 5.10: $\Delta\rho^{\rm SUSY}_{\rm 1,gluino}$ als Funktion von $m_{\tilde q}$ für den Fall maximaler Mischung; $\tan\beta$ = 1.6 und $m_{\tilde g} = 0, 10, 200$ und 500 GeV.

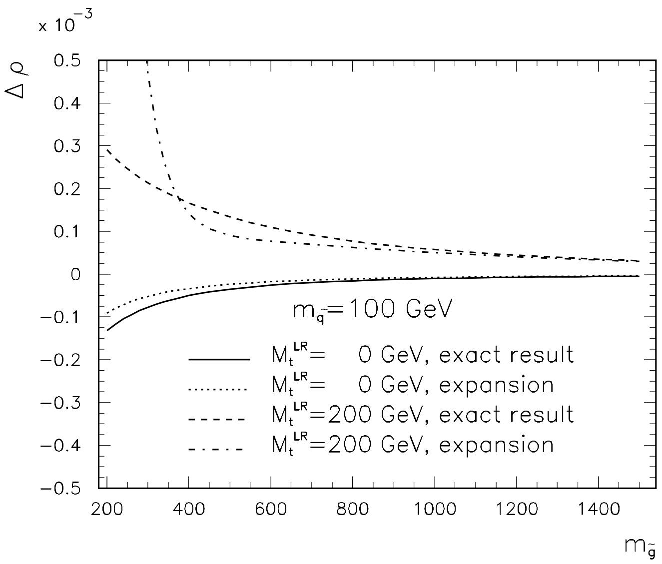


Abbildung 5.11: Vergleich des exakten Resultates für $\Delta\rho^{\rm SUSY}_{\rm 1,gluino}$ und der Reihenentwicklung (C.12) bis zur $\mathcal{O}(1/m^3_{\tilde g})$ für die zwei Szenarien aus Fig. 5.2; $m_{\tilde q} = 100$ GeV.

5.5.5 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Beiträge durch 1–Schleifen–Korrekturen zu Squark–Massen

Die in den vorherigen Unterkapiteln (und im Anhang) angegebenen analytischen Formeln für $\Delta\rho$ wurden, da on–shell–Renormierung verwendet wurde, durch die physikalischen Squark–Massen ausgedrückt. Die Formeln erlauben daher eine allgemeine Analyse und hängen nicht von bestimmten Annahmen (wie sie von einzelnen Modellen gemacht werden) für die Massenparameter ab. Für die numerische Analyse hingegen wurden, da die "wahren Werte" für die Squark–Massen nicht bekannt sind, die Massen aus den (unphysikalischen) Soft–SUSY–Brechungstermen berechnet. Dabei wurde das MSSM–Szenario betrachtet, in dem die $SU(2)$–Relation $M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{b}_L}$ erfüllt ist. Weiterhin wurde für viele Diagramme auch $M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{t}_R}$ angenommen. Wie in Kapitel 3.2.5 dargelegt, führt dies zu einem 1–Schleifen–Shift in den Squark–Massen. Hierbei sind die beiden oben genannten Fälle zu unterscheiden:

- **Fall 1: $SU(2)$–Relation ohne GUT–Relation:**
  $M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{b}_L}$: Man erhält *einen* Massenshift, $\Delta m_{\tilde{b}_1}$, Gl. (3.72–3.73).
- **Fall 2: $SU(2)$–Relation mit GUT–Relationen:**
  Zusätzliche Annahme $M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{t}_R}$: Man erhält *zwei* Massenshifts, $\Delta m_{\tilde{b}_1}$, Gl. (3.75), und $\Delta m_{\tilde{t}_2}$, Gl. (3.76).

Hierbei ist zu beachten, daß die Massenverschiebungen für $m_{\tilde{b}_1}$ in den beiden Fällen nicht übereinstimmen. Werden diese 1–Schleifen–korrigierten Massen in die 1–Schleifen–Diagramme eingesetzt, erhält man ein korrigiertes 1–Schleifen–Ergebnis in $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$.

Es ist weiterhin zu beachten, daß die in den Termen (3.72–3.73) und (3.75–3.76) vorkommenden Massen– und Mischungswinkel–Counterterme Beiträge von *allen* entsprechenden Feynman–Diagrammen erhalten. So tragen z.B. zu den Squark–Massencountertermen die rein skalaren Diagramme bei, zum Quark–Massencounterterm trägt das top–Selbstenergie–Diagramm mit Gluon–Austausch bei. Dieser Beitrag ist abhängig vom Renormierungsschema; man erhält somit einen verschiedenen Beitrag für DREG und DRED:

$$\delta^g_{\mathrm{DRED}} m_q - \delta^g_{\mathrm{DREG}} m_q = \frac{\alpha_s}{2\pi} m_q. \tag{5.32}$$

In dieser Arbeit wird das Ergebnis der DRED verwendet.

Der Effekt der $\mathcal{O}(\alpha_s)$–Korrekturen für die Squarkmassen auf $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ wird für den "Fall 2" in Fig. 5.12 gezeigt. Das Ergebnis wird für den Fall verschwindender und maximaler Mischung und für zwei Werte von der Gluino–Masse, $m_{\tilde{g}} = 200$ und 500 GeV dargestellt. Verglichen mit Fig. 5.2, in welcher die Tree–Massen–Relationen verwendet wurden, erhält man in dem hier gezeigten Parameterbereich eine Verringerung des Beitrages des $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dubletts auf den ρ–Parameter.

Der Einfluß der 1–Schleifen–Korrekturen auf Squark–Massen–Relationen führt nicht immer zu einer Verringerung von $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$, in bestimmten Fällen kann er auch zu einer signifikanten Verstärkung führen. Dies ist quantitativ in Tabelle 5.2 für das gleiche Szenarion wie in Tabelle 5.1 dargestellt, d.h. für den Fall maximaler Mischung mit $\tan\beta = 1$. Der Verschiebung für $m_{\tilde{b}_1}$ folgt in diesem Szenario aus den Gl. (3.72–3.73) im Limes $\theta_{\tilde{t}} = -\pi/4$ mit $\delta\theta_{\tilde{t}} = 0$. Das numerische Ergebnis ist dem für $\tan\beta = 1.6$ sehr ähnlich. Für die Gluino–Masse wurde der Wert von $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV gewählt, der Vollständigkeit halber sind auch die 2–Schleifen–SUSY–Korrekturen zu $\Delta\rho$ angegeben. Man kann erkennen, daß für große Nichtdiagonaleinträge in der $\tilde{t}$–Massenmatrix $\Delta\rho_0^{\mathrm{SUSY}}$ sehr groß werden kann, verglichen mit den Werten aus Tabelle 5.1. Damit wird das Gesamtergebnis für $\Delta\rho$ auf dem 2–Schleifen–Niveau noch einmal deutlich größer in einem Parameterbereich, in dem es schon vorher recht groß war.

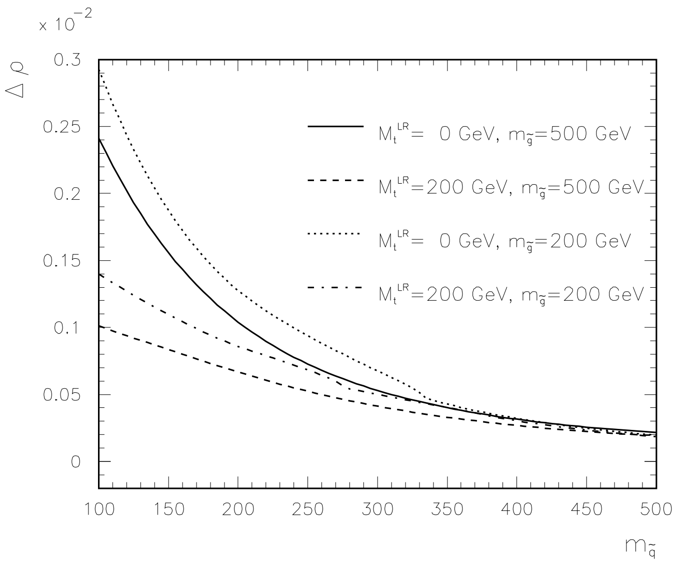


Abbildung 5.12: $\Delta\rho_0^{\rm SUSY}$ berechnet mit den 1–Schleifen–korrigierten Squarkmassen als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für $\theta_{\tilde{t}} = 0$ und $\theta_{\tilde{t}} \sim -\pi/4(\tan\beta\ = 1.6, M_t^{LR} = 0$ oder 200 GeV) für zwei verschiedene Werte von $m_{\tilde{g}}$.

Der "Fall 1" wird in Fig. 5.13 dargestellt. $\Delta\rho_0^{\rm SUSY}$ wird für die zwei Fälle $M_{\tilde{t}_L}/M_{\tilde{t}_R} = 300/100$ und 1000/300 als Funktion von M_t^{LR} gezeigt. Für den Fall $M_{\tilde{t}_L}/M_{\tilde{t}_R}\ = 300/1000$ stellt die durchgezogene Linie das Ergebnis für die Tree–Massenrelation dar, die beiden anderen Linien zeigen das Ergebnis unter Einschluß der 1–Schleifen–Korrektur $\Delta m^2_{\tilde{b}_1}$ zu der Tree–Level–Masse, folgend aus Gl. (3.72–3.73), für die beiden Gluino–Massen $m_{\tilde{g}} = 200$ und 500 GeV. In diesem Fall wird $\Delta\rho_0^{\rm SUSY}$ verringert für kleine Werte von M_t^{LR}, für große Werte von M_t^{LR} hingegen erfährt es eine Erhöhung. Dieser Effekt wird stärker bei steigender Gluino–Masse. Für sehr große Werte von M_t^{LR} kann $\Delta\rho$ in diesem Szenario die experimentelle Grenze von 1.3×10^{-3} überschreiten. Die experimentellen Einschränkungen an die Soft–SUSY–Brechungsparameter hängen somit nicht unwesentlich von der korrekten Berücksichtigung der 2–Schleifen–Effekte ab. Für den Fall $M_{\tilde{t}_L}/M_{\tilde{t}_R} = 1000/300$ sind die Ergebnisse durch die gepunktete Linie gegeben. Dieser Fall ist insensitiv auf den Einschluß der $\mathcal{O}(\alpha_s)$–Korrekturen zu den Squark–Massen–Relationen.

$m_{\tilde{q}}$ (GeV)	M_t^{LR} (GeV)	$\Delta\rho_0^{\rm SUSY} \times 10^{-3}$	$\Delta\rho_{1,gluon}^{\rm SUSY} \times 10^{-4}$	$\Delta\rho_{1,gluino}^{\rm SUSY} \times 10^{-4}$
200	100	1.17	1.92	0.09
	200	0.90	1.53	0.61
	300	0.57	1.05	1.37
	400	1.22	1.71	2.80
500	200	0.23	0.39	-0.08
	500	0.13	0.27	0.52
	1400	2.50	2.68	3.94
	1550	5.71	6.18	5.34
800	500	0.07	0.14	0.13
	1500	0.07	0.11	0.99
	2000	0.31	0.42	2.31
	3700	14.23	16.89	16.05

Tabelle 5.2: $\Delta\rho_0^{\rm SUSY}$ in Einheiten von 10^{-3} für das gleiche Szenario wie in Tabelle 5.1, d.h. mit $\tan\beta = 1$, für verschiedene Werte von $m_{\tilde{q}}$ und M_t^{LR}. Die $\mathcal{O}(\alpha_s)$–Korrektur zur Tree–Level–Massenrelation der Squarkmassen wurde hierbei berücksichtigt für $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV. Die 2–Schleifen–Korrekturen $\Delta\rho_{1,\rm gluon}^{\rm SUSY}$ und $\Delta\rho_{1,\rm gluino}^{\rm SUSY}$ werden ebenfalls gezeigt, in Einheiten von 10^{-4}, ebenfalls für $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV.

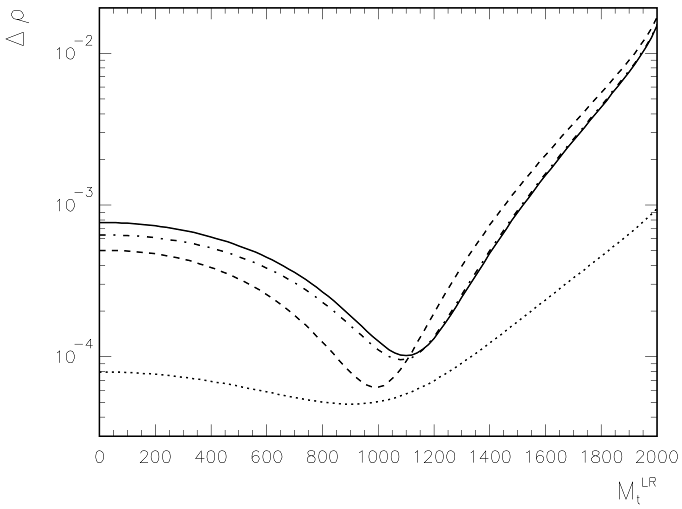


Abbildung 5.13: $\Delta\rho_0^{\rm SUSY}$ als Funktion von M_t^{LR} für $\tan\beta = 1.6$ und $M_{\tilde{t}_L}/M_{\tilde{t}_R} = 1000/300$ (gepunktete Linie, die Kurven für die Tree–Level–Parameter und die 1–Schleifen–Parameter sind nicht unterscheidbar) und 300/1000 (durchgezogene Linie für Tree–Level–Parameter, für die 1–Schleifen–Parameter: Strich–Punkt für $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV, Strich–Strich für $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV.

Kapitel 6

SUSY–QCD–Korrekturen zu der Größe Δr

6.1 Motivation und Definition

Die Fermi–Konstante G_F bestimmt die theoretische Vorhersage der Lebensdauer des Muons. Da der Muon–Zerfall sehr genau gemessen werden kann, stellt sie eine ideale Input–Größe für Rechnungen im SM oder MSSM dar. Vergleicht man das Fermi–Model mit dem SM, so erhält man die Tree–Level–Relation

$$G_F = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{\left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}\right) M_W^2} \tag{6.1}$$

Die Strahlungskorrekturen zum Muon–Zerfall werden mit Hilfe der Größe Δr parametrisiert: [1]

$$G_F = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{\alpha}{\left(1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}\right) M_W^2} (1 + \Delta r). \tag{6.2}$$

Die theoretische Vorhersage von Δr ermöglicht, wenn man G_F, M_Z und die Feinstrukturkonstante α als Input–Parameter verwendet, eine Vorhersage der Masse des W–Bosons M_W. Die Vorhersage des SMs und des MSSMs sind in Fig. 6.1 dargestellt. Die Bänder stellen die theoretische Unsicherheit der Vorhersagen dar. Sie ist im SM durch die unbekannte Higgsmasse gegeben (oberer Teil des Bandes korrespondiert mit kleiner Higgsmasse, der untere Teil mit großer Higgsmasse.) Im MSSM ist die Unsicherheit durch die unbekannten Massen der SUSY–Partnerteilchen gegeben (oberer Teil des Bandes entspricht relativ leichten zusätzlichen Teilchen, der untere Teil des Bandes entspricht einem SMartigen MSSM, also mit schweren zusätzlichen Teilchen.) Die gemessenen Werte für M_W und m_t sind mit ihren 1σ–Grenzen eingezeichnet. Mit Hilfe einer verbesserten Genauigkeit in der Messung von M_W und m_t kann evtuell in Zukunft eines der beiden Modelle gegenüber dem anderen favorisiert werden. Z.Z. ist dies wegen der noch zu großen Ungenauigkeit nicht möglich.

[1] Die Particle Data Group verwendet eine andere Definition von Δr, sie ersetzen $(1 + \Delta r)$ durch $1/(1 - \Delta r)$. Hiermit sollen Beiträge höherer Ordnung berücksichtigt werden. Es wurde jedoch gezeigt, daß verschiedene Beiträge zu Δr verschieden aufsummiert werden müssen [36, 72, 73]. Aus diesem Grunde und weil in dieser Arbeit 1–Teilchen–irreduzible 2–Schleifen–Korrekturen berechnet werden, wird die Definition (6.2) verwendet.

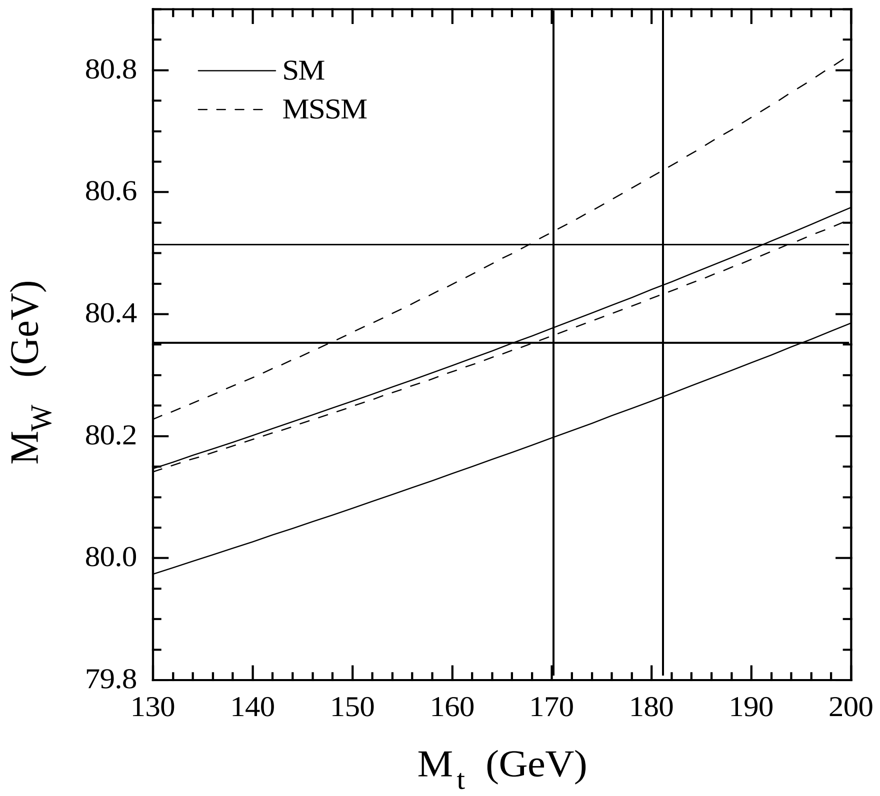


Abbildung 6.1: Theoretische Vorhersage für den Zusammenhang von M_W und m_t im Rahmen des SM und des MSSM.

6.2 $\mathcal{O}(\alpha)$–Beiträge zu Δr

6.2.1 Renormierung

Korrekturen höherer Ordnung gehen auf verschiedene Weise in die Berechnung der Muon–Zerfallsbreite ein. Sie bestehen aus W–Selbstenergie–Korrekturen, Vertex–Korrekturen und Box–Korrekturen. Die Rechnung vereinfacht sich unter Berücksichtigung der Tatsache, daß der Impulsübertrag vernachlässigt werden kann. In dem (in dieser Arbeit verwendeten) on–shell–Renormierungsschema erhält man (auf dem 1–Schleifen–Niveau)

$$\Delta r = \frac{\hat{\Sigma}_T^W(0)}{M_W^2} + \Delta r_{\text{Vertex}} + \Delta r_{\text{Box}}. \tag{6.3}$$

Hierbei stellt $\hat{\Sigma}_T^W(0)$ den transversalen Anteil der renormierten W–Selbstenergie bei verschwindendem Impulsübertrag dar. Außerdem kann Δr in zwei Teile aufgespalten werden:

$$\Delta r = (\Delta r)_{\text{SM}} + (\Delta r)_{\text{SUSY}}\,. \tag{6.4}$$

Der SM–Beitrag kann in [74, 75, 76] gefunden werden.

Die SUSY–Beiträge (wie auch die SM–Beiträge) spalten sich in einen universalen und einen nicht–universalen Anteil auf. Der universale Anteil besteht aus der renormierten W–Selbstenergie, der nicht–universale Anteil setzt sich aus den prozeßabhängigen Beiträgen der Vertex– und Box–Korrekturen zusammen.

Hier sollen zunächst die universalen Beiträge betrachtet werden. Die renormierte W–Selbstenergie lautet

$$\begin{aligned}\frac{\hat{\Sigma}_T^W(0)}{M_W^2} &= \Sigma_T^{\gamma\prime}(0) - \frac{c_W^2}{s_W^2}\left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2}\right) \\ &+ \frac{\Sigma_T^W(0) - \delta M_W^2}{M_W^2} + 2\frac{c_W}{s_W}\frac{\Sigma_T^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} \\ &+ \text{Terme höherer Ordnung}\end{aligned} \tag{6.5}$$

ausgedrückt durch unrenormierte Selbstenergien. Entsprechend der Renormierung gilt nach Gl. (3.25) und (3.26)

$$\delta M_Z^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_Z(M_Z^2), \qquad \delta M_W^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_W(M_W^2). \tag{6.6}$$

Es ist nützlich, (6.6) in Anteile aus verschiedener physikalischer Herkunft zu zerlegen. Mit der allgemeinen Definition

$$\Sigma_T^V(q^2) = A^V + q^2 F^V(q^2) \tag{6.7}$$

läßt sich der Shift in der elektromagnetischen Feinstrukturkonstante beschreiben als

$$\Delta\alpha = F^\gamma(M_Z^2) - F^\gamma(0). \tag{6.8}$$

Zusammen mit der Definition für $\Delta\rho$, Gl. (5.2), ergibt sich

$$\Delta r = \Delta\alpha - \frac{c_W^2}{s_W^2}\Delta\rho + (\Delta r)_{\text{remainder}}. \tag{6.9}$$

Werden nur SUSY–Beiträge betrachtet, ist $\Delta\alpha$ wegen der großen Massen der SUSY–Teilchen recht klein. Deshalb wird erwartet, daß

$$(\Delta r)_{\text{SUSY}} \approx -\frac{c_W^2}{s_W^2}(\Delta\rho)_{\text{SUSY}} \approx -3.5(\Delta\rho)_{\text{SUSY}} \tag{6.10}$$

eine gute Näherung für die SUSY–Beiträge zu Δr darstellt. Da im folgenden nur noch SUSY–Beiträge betrachtet werden, wird der Index $_{\text{SUSY}}$ im weiteren weggelassen.

6.2.2 $\mathcal{O}(\alpha)$–SUSY–Beiträge zu Δr durch Squarks

Die vollständigen 1–Schleifen–Korrekturen zu Δr im MSSM wurden von mehreren Gruppen berechnet [43]. Da der Hauptbeitrag zu Δr durch $\Delta\rho$ geliefert wird, ist es sinnvoll, als weitere Vereinfachung nur die Beiträge des $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dubletts zu betrachten, da diese wiederum den Hauptbeitrag zu $\Delta\rho$ liefern. [2]

Zu den Eichboson–Selbstenergien aus Gl. (6.6) tragen die Feynman–Diagramme aus Fig. 5.1 bei. Im Gegensatz zur Rechnung für $\Delta\rho$ treten sie jetzt jedoch auch mit nicht verschwindendem äußeren Impuls auf. Das allgemeine Ergebnis für den Beitrag des $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dubletts zu diesen

[2] Außerdem sind dies die einzigen Beiträge, die eine Korrektur in $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ erfahren, wie sie im Kapitel 6.3 vorgestellt werden.

Eichboson–Selbstenergien ist in Gl. (5.9) gegeben. Hierbei ist zu beachten, daß in diesem Fall $\Sigma_T^{\gamma Z}(0) = 0$ gilt. Damit ergibt sich

$$\Delta r = \Sigma_T^{\gamma\prime}(0) - \frac{c_W^2}{s_W^2}\left(\frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2} - \frac{\delta M_W^2}{M_W^2}\right) + \frac{\Sigma_T^W(0) - \delta M_W^2}{M_W^2}. \tag{6.11}$$

In Fig. 6.2 wird das exakte Ergebnis von Gl. (6.11) mit der $\Delta\rho$–Näherung verglichen. Dabei wurde $\tan\beta = 1.6$, also verschwindende Mischung im $\tilde{b}$–Sektor, gewählt. Im $\tilde{t}$–Sektor werden die beiden Fälle verschwindender Mischung ($M_t^{LR} = 0$ GeV) und maximaler Mischung ($M_t^{LR} = 200$ GeV) betrachtet. Die anderen Parameter wurden wie in Fig. 5.2, bzw. wie im Anhang A.2 angegeben, gewählt.

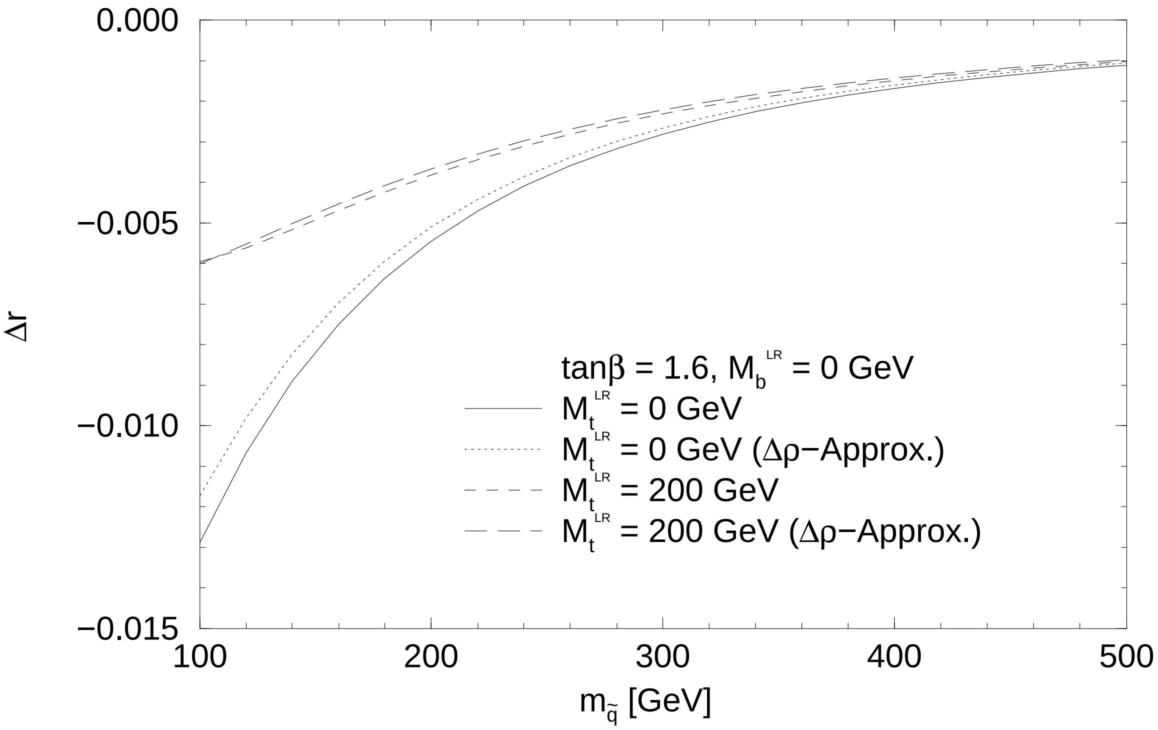


Abbildung 6.2: 1–Schleifen–Beiträge des $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dubletts zu Δr_{SUSY} als eine Funktion des allgemeinen Squarkmassenparameters $m_{\tilde{q}}$ für $\theta_{\tilde{t}} = 0$ und $\theta_{\tilde{t}} \sim -\pi/4$ (mit $\tan\beta = 1.6$, verschwindender Mischung im $\tilde{b}$–Sektor, $M_b^{LR} = 0$ GeV, und $M_t^{LR} = 0$ und $M_t^{LR} = 200$ GeV.)

In diesem Kapitel wird, im Gegensatz zu den Plots in Kapitel 5, m_b nicht auf Null gesetzt. Die $\tilde{b}$–Massenmatrix lautet somit

$$\mathcal{M}_{\tilde{b}}^2 = \begin{pmatrix} M_{\tilde{b}_L}^2 + \cos 2\beta\,(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3}s_W^2)M_Z^2 + m_b^2 & m_b M_b^{LR} \\ m_b M_b^{LR} & M_{\tilde{b}_R}^2 - \frac{1}{3}\cos 2\beta\, s_W^2 M_Z^2 + m_b^2 \end{pmatrix}, \tag{6.12}$$

mit

$$M_b^{LR} = A_b + \mu \tan\beta\,. \tag{6.13}$$

Wegen der kleinen bottom–Masse existiert eine starke Mischung im $\tilde{b}$–Sektor nur für große $\tan\beta$. Neben der bisherigen Wahl $\tan\beta = 1.6$ wird nun auch der Fall $\tan\beta = 40$ betrachtet. Somit kann auch der Einfluß der Mischung im $\tilde{b}$–Sektor untersucht werden. Analog zum $\tilde{t}$–Sektor wird nun auch im $\tilde{b}$–Sektor der Fall verschwindender Mischung ($M_b^{LR} = 0$ GeV) und maximaler Mischung ($M_b^{LR} = 2500$ GeV) betrachtet. Die Wahl von $M_b^{LR} = 2500$ GeV ist dadurch motiviert, daß für ihn der Mischungswinkel im $\tilde{b}$–Sektor nahe an seinen maximalen Wert kommt, $\theta_{\tilde{b}} \sim -\pi/4$.

Das gleiche Szenario, allerdings mit $\tan\beta = 40$ und $M_b^{LR} = 2500$ GeV, wird in Fig. 6.3 gezeigt.

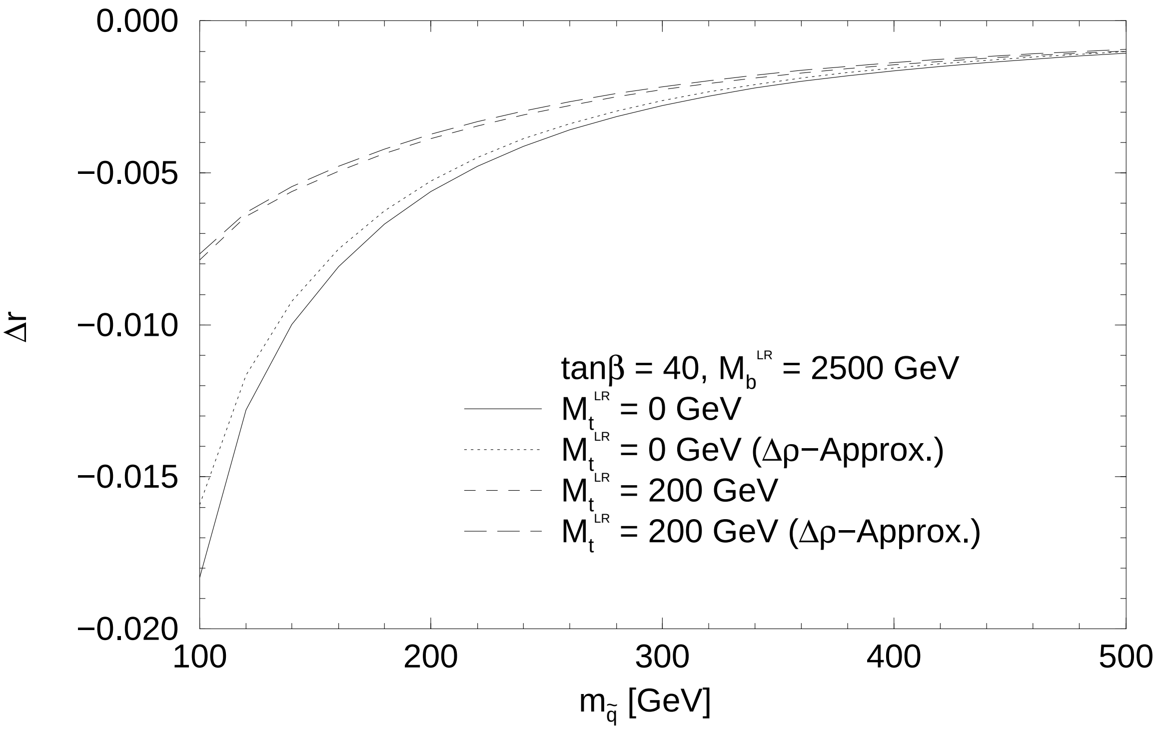


Abbildung 6.3: 1–Schleifen–Beiträge des $(\tilde{t}/\tilde{b})$–Dubletts zu $\Delta r_{\rm SUSY}$ als eine Funktion des allgemeinen Squarkmassenparameters $m_{\tilde{q}}$ für $\theta_{\tilde{t}} = 0$ und $\theta_{\tilde{t}} \sim -\pi/4$ (mit $\tan\beta = 40$, maximaler Mischung im $\tilde{b}$–Sektor, $M_b^{LR} = 2500$ GeV, und $M_t^{LR} = 0$ und $M_t^{LR} = 200$ GeV.)

Man erkennt, daß die $\Delta\rho$–Approximation in beiden Fällen das Gesamtergebnis bis auf 10% oder besser wiedergibt. Das Verhalten der SUSY–Beiträge zu Δr kann somit mit dem Verhalten von $\Delta\rho$ erklärt werden, vgl. Diskussion in Kapitel 5.4.

6.3 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–SUSY–Beiträge zu Δr

Die in diesem Kapitel präsentierten Ergebnisse wurden teilweise bereits in [77] veröffentlicht.

Da die Vertex– und Box–Korrekturen zum Muon–Zerfall keine Squarks als innere Teilchen enthalten, treten die einzigen SUSY–QCD–Korrekturen in der renormierten W–Selbstenergie (6.6) auf. Es müssen also “nur”, entsprechend Gl. (6.11), die QCD–Korrekturen zu den Eichboson–Selbstenergien betrachtet werden. Damit tragen, ganz analog zur Rechnung für $\Delta\rho$, die Diagramme aus Fig. 5.4, zusammen mit ihren Countertermdiagrammen aus Fig. 5.5 bei. Die Counterterme für die Squark– und Quark–Massen sowie für die Squark–Mischungswinkel sind wiederum durch die Diagramme in Fig. 5.6 gegeben.

Im Unterschied zur Berechnung in Kapitel 5 müssen nun jedoch Selbstenergien mit nicht–verschwindendem äußeren Impuls berechnet werden. Damit besitzten sie eine deutlich kompliziertere Struktur als im Fall von $\Delta\rho$. Als erster Schritt wurden deshalb nur die Diagramme mit Gluon–Austausch betrachtet. Für diese Diagramme ist eine analytische Auswertung möglich, vgl. Anhang B. Diagramme mit Gluino–Austausch hingegen sind bei nicht verschwindendem äußerem Impuls, da alle internen Teilchen massiv sind, nicht mehr analytisch berechenbar. Da das Gluino für große Massen entkoppelt, stellt die Berechnung des Gluon–Austausch–Beitrages (zumindest) in diesem Limes eine gute Näherung dar.

Die einzelnen Selbstenergien sind wie folgt gegeben: Die W– und Z–Selbstenergien für verschwindenden äußeren Impuls sind in den Gl. (5.23–5.24) gegeben. Die Ableitung der Photon–Selbstenergie bei äußerem Impuls Null ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\Sigma^{\gamma\prime}(0) &= -C_F\frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{3}{4s_W^2}\sum_{f=1,2}\sum_{a=1,2} v_f(1-\delta)\delta \\ &\left[\frac{(1-2\delta)(1-\delta)^2}{(2-\delta)(1-4\delta^2)}\frac{\left(A_0(m_{\tilde{f}_i})\right)^2}{m^4_{\tilde{f}_i}} + \frac{A_0(m_{\tilde{f}_i})B_0(m^2_{\tilde{f}_i},0,m_{\tilde{f}_i})}{m^2_{\tilde{f}_i}}\right]\end{aligned} \tag{6.14}$$

mit

$$v_1 = (-\frac{4}{3}s_W c_W)^2, v_2 = (\frac{2}{3}s_W c_W)^2$$

$$m_{\tilde{f}_i} = \begin{cases} m_{\tilde{t}_i} & : \quad f=1 \\ m_{\tilde{b}_i} & : \quad f=2 \end{cases}$$

Den kompliziertesten Fall stellen die Eichboson–Selbstenergien bei nicht–verschwindendem äußeren Impuls dar. Sie sind allgemein gegeben durch

$$\begin{aligned}\Sigma^{V_1V_2}(p^2) &= C_F\frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{3}{4s_W^2}\tilde{g}_{V_1V_2}\sum_{f=1,2}\sum_{a,b=1,2} g_{ab}^{V_1V_2}\frac{1}{3-2\delta}\Bigg[\\ &-\frac{m_a^2}{2}F_{ab}T_{11234'}(m_a^2,m_a^2,\bar{m}_b^2,m_a^2,0) - \frac{1}{2}F_{ab}T_{1234'}(m_a^2,\bar{m}_b^2,m_a^2,0) \\ &-\frac{m_a^2+\bar{m}_b^2-p^2}{8}T_{123'45}(m_a^2,\bar{m}_b^2,0,m_a^2,\bar{m}_b^2) + \frac{1}{2}(1-\delta)T_{234'}(m_a^2,\bar{m}_b^2,0) \\ &+\frac{m_a^2}{2}F_{ab}B_0'(p^2,m_a^2,m_a^2,\bar{m}_b^2)B_0(m_a^2,0,m_a^2) - \frac{m_a^2+\bar{m}_b^2-p^2}{4}\left(B_0(p^2,m_a^2,\bar{m}_b^2)\right)^2 \\ &+\frac{m_a^2-\bar{m}_b^2-p^2}{p^2}m_a^2B_0(m_a^2,0,m_a^2)B_0(p^2;m_a^2,\bar{m}_b^2) \\ &-\frac{1}{2}\left(\frac{m_a^2}{p^2}(A_0(m_a)-A_0(\bar{m}_b)) - 2(1-\delta)^2A_0(m_a) + (1-\delta)\frac{m_a^2-\bar{m}_b^2}{p^2}A_0(m_a)\right) \\ &B_0(m_a^2,0,m_a^2)\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{2}\left(2(1-\delta)-\frac{m_a^2-\bar{m}_b^2}{p^2}\right)\frac{(1-\delta)^2}{(1-2\delta)m_a^2}A_0^2(m_a)\Bigg], \tag{6.15}$$

mit

$$F_{ab}=\frac{((m_a-\bar{m}_b)^2-p^2)((m_a+\bar{m}_b)^2-p^2)}{p^2}. \tag{6.16}$$

Die Funktionen $T_{234'}, T_{123'4}, T_{1123'4}, T_{123'45}$ sowie A_0 und B_0 sind im Anhang B aufgeführt. Die anderen Variablen sind für die neutralen und geladenen Eichbosonen gegeben durch

- $V_1, V_2 \in \{\gamma, Z^0\}$

$$\begin{aligned}
g_{ab}^{V_1V_2} &= \left[(2t_at_b-\delta_{ab})a_{V_1}^f-\delta_{ab}v_{V_1}^f\right]\left[(2t_at_b-\delta_{ab})a_{V_2}^f-\delta_{ab}v_{V_2}^f\right] \\
&\quad \text{mit} \\
&\quad t_i=\begin{cases}\cos\theta_{\tilde f} & : \quad i=1\\ \sin\theta_{\tilde f} & : \quad i=2\end{cases}, \\
&\quad a_Z^f=I_3^f, \quad v_Z^f=I_3^f-2s_W^2Q_f, \\
&\quad a_\gamma^f=0, \quad v_\gamma^f=2s_Wc_WQ_f, \\
\tilde g_{V_1V_2} &= 1, \\
m_i &= \bar{m}_i=\begin{cases}m_{\tilde t_i} & : \quad f=1\\ m_{\tilde b_i} & : \quad f=2\end{cases}
\end{aligned}$$

- $V_1 = V_2 = W$

$$\begin{aligned}
g_{ab}^{WW} &= s_a^2t_b^2, \\
&\quad \text{mit} \\
&\quad s_a=\begin{cases}\cos\theta_{\tilde t} & : \quad a=1\\ \sin\theta_{\tilde t} & : \quad a=2\end{cases}, \quad t_b=\begin{cases}\cos\theta_{\tilde b} & : \quad b=1\\ \sin\theta_{\tilde b} & : \quad b=2\end{cases}, \\
\tilde g_{WW} &= \frac{1}{c_W^2}, \\
m_i &= \begin{cases}m_{\tilde t_i} & : \quad f=1\\ m_{\tilde b_i} & : \quad f=2\end{cases}, \quad \bar{m}_j=\begin{cases}m_{\tilde b_j} & : \quad f=1\\ m_{\tilde t_j} & : \quad f=2\end{cases}.
\end{aligned}$$

Werden die Formeln (5.23, 5.24, 6.14, 6.15) in Gl. (6.11) eingesetzt, erhält man nach einer Reihenentwicklung in δ ein endliches Resultat für $\delta \to 0$, was analytisch verifiziert wurde.

Das Gesamtergebnis für Gl. (6.11) wird in Fig. 6.4 und 6.5 dargestellt. Fig. 6.4 zeigt das 2–Schleifen–Ergebnis für die Gluon–Austausch–Korrektur zu Δr in dem Szenario von Fig. 6.2, also für $\tan\beta = 1.6$ (verschwindende Mischung im $\tilde b$–Sektor), aber für die beiden Fälle verschwindender Mischung und maximaler Mischung im $\tilde t$–Sektor.

Fig. 6.5 zeigt das 2–Schleifen–Ergebnis für die Gluon–Austausch–Korrektur zu Δr in dem Szenario von Fig. 6.3, also für $\tan\beta = 40$ (maximale Mischung im $\tilde b$–Sektor, $M_b^{LR} = 2500$ GeV), und für die beiden Fälle verschwindender Mischung und maximaler Mischung im $\tilde t$–Sektor.

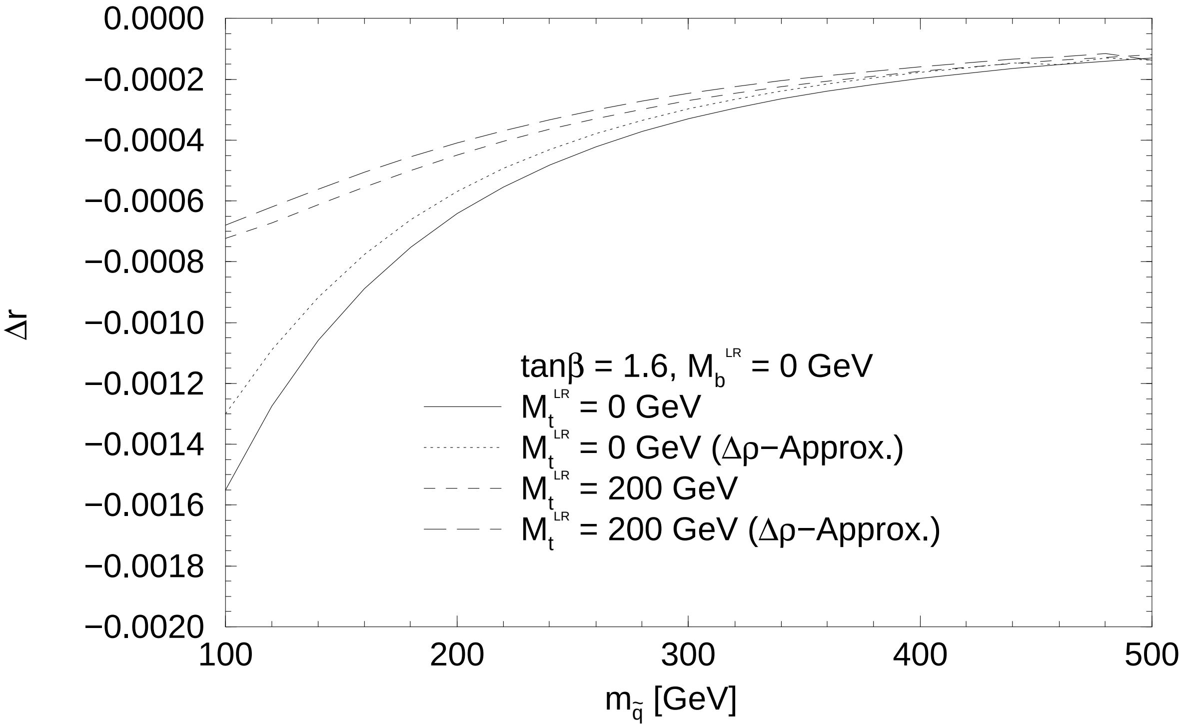


Abbildung 6.4: 2–Schleifen–Beiträge durch Gluon–Austausch zu Δr_{SUSY} als eine Funktion des allgemeinen Squarkmassenparameters $m_{\tilde{q}}$ für die Szenarien aus Fig. 6.2.

Sowohl für kleines als auch für großes $\tan\beta$ beträgt die 2–Schleifen–Korrektur $\sim 10-15\%$ des 1–Schleifen–Ergebnisses. Dieses ist analog zum Gluon–Austausch–Korrektur für $\Delta\rho$. Die $\Delta\rho$–Approximation gibt für alle betrachteten Fälle das Gesamtergebnis mit einer Genauigkeit von 15% oder besser wieder. Dabei fällt das exakte Ergebnis absolut betrachtet größer aus, außer für den Fall maximaler Mischung sowohl für den $\tilde{t}$– als auch für den $\tilde{b}$–Sektor. Für kleines $m_{\tilde{q}}$ ist hier die Approximation absolut betrachtet größer als das Gesamtergebnis. Die 2–Schleifen–Korrektur für Δr ist für kleine $m_{\tilde{q}}$ im Falle $\tan\beta\ = 40$, $M_b^{LR} = 2500$ GeV etwas größer als für $\tan\beta\ = 1.6$, $M_b^{LR} = 0$ GeV. Dieses ist auf ein vergrößertes Massensplitting zwischen Stops und Sbottoms zurückzuführen, welches durch die großen Nichtdiagonalterme in der $\tilde{b}$–Massenmatrix, Gl. (3.69) hervorgerufen wird.

Wegen der guten $\Delta\rho$–Näherung kann man erwarten, daß auch die Gluino–Austausch–Korrektur mit Hilfe von $\Delta\rho$ ausreichend genähert werden kann.

Entsprechend der Gl. (6.2) kann M_W mit Hilfe von Δr [3] bestimmt werden:

$$M_W = \frac{M_Z}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\sqrt{\frac{4\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F M_Z^2}\frac{1}{1-\Delta r}}}. \tag{6.17}$$

Damit läßt sich ein zusätzlicher Beitrag zu Δr, in diesem Kapitel gegeben durch Δr_{SUSY}, als

[3] Hier und in Gl. (6.17) bezeichnet Δr die Gesamtheit aller Beiträge wie in Gl. (6.4).

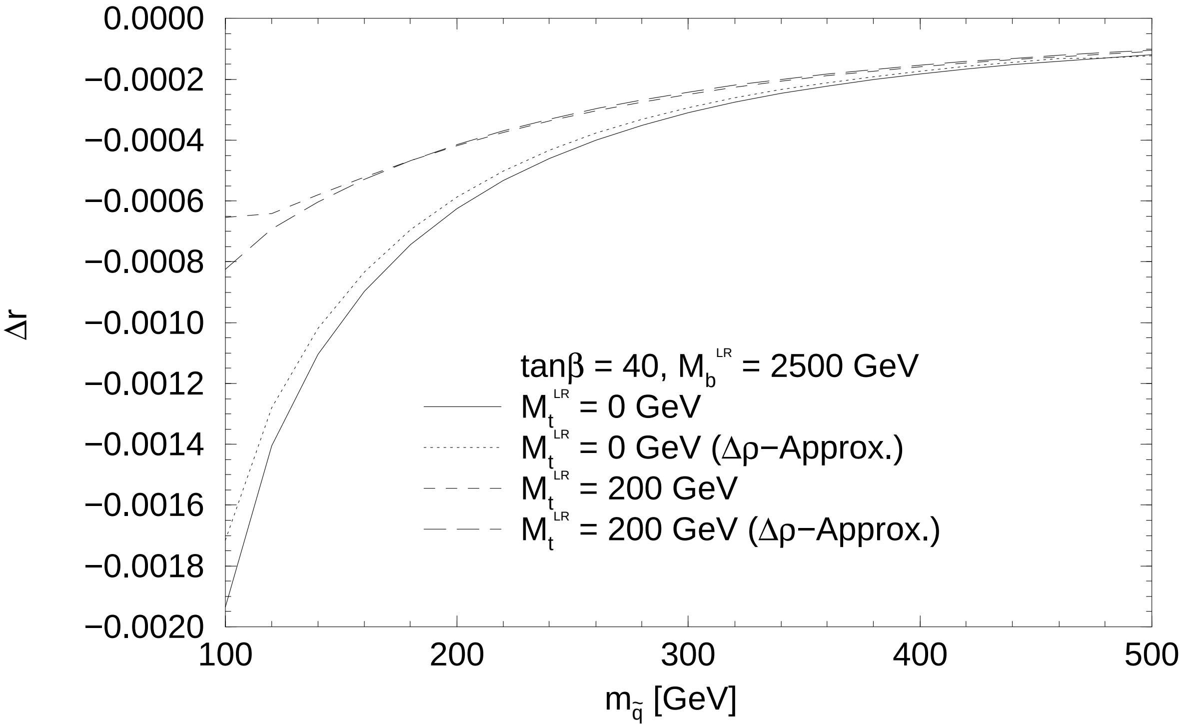


Abbildung 6.5: 2–Schleifen–Beiträge durch Gluon–Austausch zu Δr_{SUSY} als eine Funktion des allgemeinen Squarkmassenparameters $m_{\tilde{q}}$ für die Szenarien aus Fig. 6.2.

einen zusätzlichen Beitrag in der W–Masse ausdrücken als

$$\Delta M_W \approx -\frac{M_W}{2}\frac{s_W^2}{c_W^2 - s_W^2}\Delta r_{\mathrm{SUSY}}. \tag{6.18}$$

Damit entsprechen die 2–Schleifen–SUSY–Korrekturen der $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ einem Beitrag zu M_W von ca. $10 - 20$ MeV für leichte Squarks. Für schwere Squarks, d.h. für großes $m_{\tilde{q}}$, wird der zusätzliche Beitrag vernachlässigbar klein. In Fig. 6.1 entspricht dieser Shift einem leichten Anheben der oberen Grenze des MSSM–Bandes. Die untere Grenze, für die ja die zum SM zusätzlichen Teilchen schwer sind, wird nicht beeinflußt.

Die in diesem Kapitel präsentierten analytischen Formeln für Δr wurden, ganz analog zu Kapitel 5, wegen der verwendeten on–shell–Renormierung durch die physikalischen Squark–Massen ausgedrückt. Die Formeln erlauben deshalb eine allgemeine Analyse, da sie unabhängig von bestimmten Modell–Annahmen sind. Da für die numerische Analyse in diesem Kapitel aber ebenfalls der “Fall 2” aus Kapitel 5.5.5 angenommen wurde, treten die die dort besprochenen Korrekturen zu den Squark–Massen–Relationen im Prinzip auch hier auf. Sie werden für Δr hier nicht explizit angegeben: Aus der allgemein guten $\Delta\rho$–Approximation wird klar, daß der Effekt weitgehend durch die Analyse in Kapitel 5.5.5 abgedeckt wird.

Kapitel 7

$\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Korrekturen zu den Massen der neutralen $\mathcal{CP}$–geraden Higgs–Bosonen im MSSM

7.1 Motivation

Die spontane Brechung der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$–Eichsymmetrie wird durch Experimente mit Genauigkeit im Promille–Bereich bestätigt [65, 78]. Die Frage nach dem Mechanismus der Symmetriebrechung ist jedoch weiter ungeklärt. Hierbei handelt es sich um eine der zentralen Fragen der heutigen Hochenergiephysik und um eine der Hauptprogrammpunkte der heutigen Beschleuniger LEP2 und Tevatron, sowie in Zukunft dem LHC. Sowohl im SM als auch im MSSM wird die spontane Brechung der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$–Eichsymmetrie durch den *Higgsmechanismus* bewirkt. Im Gegensatz zum SM ist die Higgs–Selbstwechselwirkung im MSSM durch die Eichgruppen festgelegt, was zu starken Einschränkungen an die Higgs–Massen führt. Man erhält eine Vorhersage der Higgs–Massen (abhängig von anderen Modell–Parametern), welche einen entscheidenden experimentellen Test des MSSMs liefert: Die Masse des leichtesten Higgsbosons m_h gehorcht auf Tree–Level der Einschränkung $m_h < M_Z \approx 91$ GeV. Wenn diese Tree–Level–Schranke zuverlässig wäre, würde LEP2 entweder das Higgs–Boson finden – oder aber das MSSM ausschließen! Werden jedoch Strahlungskorrekturen mit in Betracht gezogen, so erhöht sich die Obergrenze für m_h auf 150 GeV [79]. Damit kann das leichteste Higgs–Boson sich dem Entdeckungspotentials von LEP2 entziehen.

Bei derart beträchtlichen 1–Schleifen–Korrekturen stellt sich die Frage, wie stark 2–Schleifen–Korrekturen das Ergebnis verändern, und ob diese eine weitere Erhöhung von m_h oder aber eine Erniedrigung bewirken. Eine 2–Schleifen–Rechnung in einem vereinfachten Modell ($\tan\beta \to \infty, M_A \to \infty$) erlaubte die Berechnung der maximal oberen Grenze von m_h im MSSM [53]. Sie zeigt, daß die 2–Schleifen–Korrekturen den 1–Schleifen–Beiträgen entgegenwirken. Die obere Grenze für m_h wird auf ca. 130 GeV herabgesetzt. Desweiteren existieren Renormierungsgruppenanalysen [80], die ebenfalls eine deutliche Verringerung von m_h auf dem 2–Schleifen–Niveau zeigen. Für eine genaue verläßliche Vorhersage der leichten Higgsmasse im MSSM ist also eine möglichst vollständige 2–Schleifen–Rechnung erforderlich.

7.2 $\mathcal{O}(\alpha)$–Korrekturen zu den Higgsmassen

Auf Tree–Level hat die Massenmatrix der neutralen $\mathcal{CP}$–geraden Higgs–Bosonen folgende Gestalt, vgl Gl. (1.52–1.53):

$$M^2_{\text{Higgs}} = \frac{\sin 2\beta}{2} \begin{pmatrix} \cot\beta\, M_Z^2 + \tan\beta\, M_A^2 & -M_Z^2 - M_A^2 \\ -M_Z^2 - M_A^2 & \cot\beta\, M_A^2 + \tan\beta\, M_Z^2 \end{pmatrix}. \tag{7.1}$$

Dazu existieren mehrere vollständige diagrammatische 1–Schleifen–Rechnungen [81]. Die Ergebnisse sind sehr komplex und hängen von allen Parametern des MSSM ab, da alle Sektoren des MSSM an das Higgs koppeln und so einen Beitrag leisten. [1]

Der Hauptbeitrag wird jedoch vom $\tilde{t}-t$–Sektor geliefert. Hierbei handelt es sich um den Term $\sim m_t^4$. Berücksichtigt man die Mischung im $\tilde{t}$–Sektor, so erhält man [82]:

$$M^2_{\text{Higgs}} = \frac{\sin 2\beta}{2} \begin{pmatrix} \cot\beta\, M_Z^2 + \tan\beta\, M_A^2 & -M_Z^2 - M_A^2 \\ -M_Z^2 - M_A^2 & \cot\beta\, M_A^2 + \tan\beta\, M_Z^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_t & \lambda_t \\ \lambda_t & \omega_t \end{pmatrix} \tag{7.2}$$

mit

$$\begin{aligned}
\omega_t &= \frac{3G_F m_t^4}{\sqrt{2}\pi^2 \sin^2\beta}\left[\ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}{m_t^2}\right) + \frac{A_t(A_t+\mu\cot\beta\,)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}\ln\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right. \\
&\quad \left. + \frac{A_t^2(A_t+\mu\cot\beta\,)^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2}\left(1 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}\ln\frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}\right)\right], \\
\lambda_t &= \frac{3G_F m_t^4}{2\sqrt{2}\pi^2 \sin^2\beta}\left[+\frac{\mu(A_t+\mu\cot\beta\,)}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}\ln\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right. \\
&\quad \left. + \frac{2\mu A_t(A_t+\mu\cot\beta\,)^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2}\left(1 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}\ln\frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}\right)\right], \\
\sigma_t &= \frac{3G_F m_t^4}{\sqrt{2}\pi^2 \sin^2\beta}\frac{\mu^2(A_t+\mu\cot\beta\,)^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2}\left(1 - \frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2}\ln\frac{m_{\tilde{t}_1}}{m_{\tilde{t}_2}}\right).
\end{aligned} \tag{7.3}$$

Hiermit erhält man einen 1–Schleifen–korrigierten Ausdruck für die Massen

$$\begin{aligned}
m^2_{H,h,1-\text{loop}} &= \frac{1}{2}(M_A^2 + M_Z^2 + \omega_t + \sigma_t) \pm \left\{\frac{1}{4}\left[(M_A^2+M_Z^2)^2 + (\omega_t - \sigma_t)^2\right]\right. \\
&\quad -M_A^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta \; + \frac{1}{2}(\omega_t - \sigma_t)\cos 2\beta\,(M_A^2 - M_Z^2) \\
&\quad \left. -\lambda_t \sin 2\beta\,(M_A^2 + M_Z^2) + \lambda_t^2\right\}^{1/2}.
\end{aligned} \tag{7.4}$$

Diese Approximation liefert einen Genauigkeit bei der Berechnung der Massen von besser als $\sim 2-3$ GeV [83].

[1] Allerdings koppeln nicht alle Teilchen des MSSM an das Higgs; so gibt es z.B. keine Higgs–Gluon– oder Higgs–Gluino–Kopplung.

Auch der Mischungswinkel α, der die Massenmatrix diagonalisiert, vgl. (1.54), erhält einen 1–Schleifen–Beitrag:

$$\tan\alpha_{1-\text{loop}} = \frac{-(M_A^2 + M_Z^2)\sin\beta\,\cos\beta\, + \lambda_t}{M_Z^2\cos^2\beta\, + M_A^2\sin^2\beta\, + \sigma_t - m_{h,1-\text{loop}}}. \tag{7.5}$$

7.3 $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Beiträge zu den Higgsmassen

Die in diesem Kapitel dargestellten Ergebnisse wurden bereits teilweise in [77] veröffentlicht.

7.3.1 Feynman–Diagramme und Renormierung

Da die 1–Schleifen–Korrektur (7.2) bereits den Hauptanteil des gesamten 1–Schleifen–Ergebnisses liefert, sind die $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Korrekturen als die Haupt–2–Schleifen–Beiträge zu diesem Term von besonderem Interesse. Man erhält das zu (7.2) analoge 2–Schleifen–Ergebnis, indem man die $\phi_1\phi_2$–Selbstenergien bei verschwindendem äußeren Impuls auswertet. Um die Korrektur (7.2) zu erhalten, ist es ausreichend, die folgenden Vereinfachungen vorzunehmen (die wir auch auf dem 2–Schleifen–Niveau verwenden):

- Es wird nur der $\tilde{t} - t$–Sektor berücksichtigt, da dieser bereits auf dem 1–Schleifen–Niveau den weitaus dominantesten Beitrag liefert.
- Zu den Schleifenbeiträgen wurde weiterhin nur der Yukawa–Anteil der Theorie betrachtet. Dies bedeutet, daß in den Schleifen die Eichkopplungen der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$–Eichgruppe, g_2 und g_1, auf Null gesetzt werden. Formal entspricht dies dem setzen von M_Z und M_A auf Null sowohl in den Higgspotential–Countertermen, als auch in den Countertermen des A–Bosons. Das bedeutet aber nicht, daß die Masse des A–Bosons aus der Theorie entkoppelt. Sie steht weiterhin in der Tree–Level–Massenmatrix der Higgsbosonen.

Für die $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$–Korrekturen werden diese Selbstenergien auf dem 2–Schleifen–Niveau benötigt. Sie sind nach Gl. (3.88–3.90) gegeben durch

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) \;=\; \Sigma^{(1)}_{\phi_1}(0) + \Sigma^{(2)}_{\phi_1}(0) - \delta V_{\phi_1} - \Delta V_{\phi_1}, \tag{7.6}$$

$$\hat{\Sigma}_{\phi_2}(0) \;=\; \Sigma^{(1)}_{\phi_2}(0) + \Sigma^{(2)}_{\phi_2}(0) - \delta V_{\phi_2} - \Delta V_{\phi_2}, \tag{7.7}$$

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) \;=\; \Sigma^{(1)}_{\phi_1\phi_2}(0) + \Sigma^{(2)}_{\phi_1\phi_2}(0) - \delta V_{\phi_1\phi_2} - \Delta V_{\phi_1\phi_2}. \tag{7.8}$$

Hierbei enthalten die Selbstenergien auf dem 2–Schleifen–Niveau auch die Beiträge, die sich aus der Unterschleifen–Renormierung ergeben. Um die “Buchhaltung” der Rechnung zu vereinfachen, werden nicht die (auf Tree–Level) physikalischen Higgsfelder h und H verwendet, sondern die “unrotierten” Felder ϕ_1 und ϕ_2, vgl. (1.50). Bei der späteren Diagonalisierung der Higgs–Massenmatrix erhält man den Mischungswinkel im neutralen Sektor $\alpha_{2-\text{loop}}$, analog zu (7.5).

Keine Vereinfachungen wurden im Spektrum des MSSM vorgenommen. Die Rechnung wurde für beliebiges $\tan\beta$ und M_A sowie beliebige Mischung im $\tilde{t}$–Sektor durchgeführt.

Mit diesen Vereinfachungen ergeben sich die Potential–Counterterme nach Gl. (3.114–3.116) zu

$$\delta V_{\phi_1} \;=\; +\delta M_A^2 \sin^2\beta\, - \delta t_1 \frac{e}{2 M_W s_W} \cos\beta\,(1 + \sin^2\beta\,) \tag{7.9}$$

$$
\begin{aligned}
& +\delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \cos^2\beta \, \sin\beta \,, \\
\delta V_{\phi_2} &= +\delta M_A^2 \cos^2\beta \, - \delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \sin\beta\,(1+\cos^2\beta\,) \qquad (7.10) \\
& +\delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \sin^2\beta \, \cos\beta \,, \\
\delta V_{\phi_1\phi_2} &= -\delta M_A^2 \sin\beta \, \cos\beta \, - \delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \sin^3\beta \qquad (7.11) \\
& -\delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \cos^3\beta \,,
\end{aligned}
$$

auf dem 1–Schleifen–Niveau und ganz analog zu

$$
\begin{aligned}
\Delta V_{\phi_1} &= +\Delta M_A^2 \sin^2\beta \, - \Delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \cos\beta\,(1+\sin^2\beta\,) \qquad (7.12) \\
& +\Delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \cos^2\beta \, \sin\beta \,, \\
\Delta V_{\phi_2} &= +\Delta M_A^2 \cos^2\beta \, - \Delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \sin\beta\,(1+\cos^2\beta\,) \qquad (7.13) \\
& +\Delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \sin^2\beta \, \cos\beta \,, \\
\Delta V_{\phi_1\phi_2} &= -\Delta M_A^2 \sin\beta \, \cos\beta \, - \Delta t_1 \frac{e}{2M_W s_W} \sin^3\beta \qquad (7.14) \\
& -\Delta t_2 \frac{e}{2M_W s_W} \cos^3\beta
\end{aligned}
$$

auf dem 2–Schleifen–Niveau. Dabei ist noch zu beachten, daß mit den obigen Vereinfachungen

$$
\delta M_A^2 = \Sigma_A^{(1)}(0), \qquad \Delta M_A^2 = \Sigma_A^{(2)}(0) \qquad (7.15)
$$

gilt. Für die Tadpole–Counterterme gelten die Gl. (3.104–3.107) nach wie vor.

Die zu den Selbstenergien der ϕ_1, ϕ_2 und A–Felder beitragenden Diagramme sind in Fig. 7.1 dargestellt. [2] Die zu den ϕ_1 und ϕ_2–Tadpolen beitragenden Diagramme werden in Fig. 7.3 gezeigt.

Analog zu den Rechnungen für $\Delta\rho$ und Δr existieren die drei Klassen von Diagrammen:

- Rein skalare Diagramme (Fig. 7.1 a–c, Fig 7.2 a)
- Diagramme mit Gluon–Austausch (Fig. 7.1 d–h, Fig 7.2 b–c)
- Diagramme mit Gluino–Austausch (Fig. 7.1 i–l, Fig 7.2 d–e)

Zu diesen Diagrammen gehören zusätzlich die entsprechenden 1–Schleifen–Diagramme mit Counterterm–Einschub: Fig. 7.2 für die Selbstenergie–Diagramme und Fig. 7.4 für die Tadpole–Diagramme. Hier gehen die Squark– und Quark–Massenrenormierung sowie die Renormierung des $\tilde{t}$–Mischungswinkels ein, die sich aus den Feynman–Diagrammen in Fig. 7.5 ergeben. Die drei Sets von Diagrammen sind, im Gegensatz zu den Rechnungen zu $\Delta\rho$ und Δr, nicht jedes für

[2] Diagramme mit geschlossener Gluon–Schleife sind sowohl in DRED als auch in DREG exakt Null und werden deshalb nicht gezeigt.

sich UV–endlich. Die Endlichkeit der renormierten Selbstenergien (7.6–7.8) ergibt sich erst, wenn *alle* Beiträge aufsummiert werden. Desweiteren ist zu beachten, daß die Feynman–Diagramme Fig. 7.1 g–h, Fig. 7.3 c sowie Fig. 7.5 e ein unterschiedliches Ergebnis in DRED und in DREG ergeben. Nur bei der Verwendung von DRED, welche im Gegensatz zu DREG die SUSY nicht bricht, vgl. Kapitel 3.1.2, erhielten wir ein endliches Resultat. Dieses wurde für den allgemeinen Fall, d.h. Mischung im $\tilde{t}$–Sektor und beliebigem $\tan\beta$ analytisch verifiziert. [3]

Die Beiträge der einzelnen Sektoren zu den Massen– und Mischungswinkel–Countertermen ergeben sich zu ($i \in \{1,2\}, i' = 3 - i$)

$$m_{\tilde{q}_i}\delta^g m_{\tilde{q}_i} = -\frac{\alpha_s}{2\pi} m^2_{\tilde{q}_i}\left[\frac{1}{\delta} + \frac{7}{3} - \ln m^2_{\tilde{q}_i}\right], \qquad (7.16)$$

$$\begin{aligned} m_{\tilde{q}_i}\delta^{\tilde{g}} m_{\tilde{q}_i} = & -\frac{\alpha_s}{3\pi}\left[(m_q^2 + m_{\tilde{g}}^2 - m^2_{\tilde{q}_i})B_0(m^2_{\tilde{q}_i}, m_q, m_{\tilde{g}}) + A_0(m_{\tilde{g}}) + A_0(m_q)\right. \\ & \left. +2(-1)^i \sin 2\theta_{\tilde{q}} m_{\tilde{g}} m_q B_0(m^2_{\tilde{q}_i}, m_q, m_{\tilde{g}})\right], \end{aligned} \qquad (7.17)$$

$$m_{\tilde{q}_i}\delta^{\tilde{q}} m_{\tilde{q}_i} = \frac{\alpha_s}{6\pi}\left[\cos^2 2\theta_{\tilde{q}} A_0(m_{\tilde{q}_i}) + \sin^2 2\theta_{\tilde{q}} A_0(m_{\tilde{q}_{i'}})\right], \qquad (7.18)$$

$$\begin{aligned} \delta^{\tilde{g}} m_q = & \frac{\alpha_s}{3\pi}\sum_{i=1,2}\left[(-1)^i \sin 2\theta_{\tilde{q}} m_{\tilde{g}} B_0(m_q^2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{q}_i})\right. \\ & \left. +\frac{1}{2m_q}\left((m_q^2 + m_{\tilde{g}}^2 - m^2_{\tilde{q}_i})B_0(m_q^2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{q}_i}) + A_0(m_{\tilde{q}_i}) - A_0(m_{\tilde{g}})\right)\right], \end{aligned} \qquad (7.19)$$

$$\delta^g m_q = \frac{\alpha_s}{3\pi}\left[\frac{1}{m_q}A_0(m_q) + 2m_q B_0(m_q^2, 0, m_q)\right], \qquad (7.20)$$

$$\delta\theta_{\tilde{t}}(q^2) = \frac{\alpha_s}{3\pi}\frac{\cos 2\theta_{\tilde{t}}}{m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{t}_2}}\left[4m_t m_{\tilde{g}} B_0(q^2, m_t, m_{\tilde{g}}) + \sin 2\theta_{\tilde{t}}(A_0(m^2_{\tilde{t}_2}) - A_0(m^2_{\tilde{t}_1}))\right]. \qquad (7.21)$$

Ganz analog zur Rechnung für $\Delta\rho$ kann gemäß Gl. (3.61) in dem Counterterm zum Mischungswinkel–Counterterm $q^2 = m^2_{\tilde{t}_1}$ gesetzt werden (was für alle Rechnung dieser Arbeit verwendet wurde). Ebenso kann aber auch $q^2 = m^2_{\tilde{t}_2}$ gesetzt werden. Der sich daraus ergebende Unterschied ist irrelevant.

Im folgenden werden die Beiträge verschiedener Diagramme diskutiert:

(a) Im Gegensatz zur Rechnung für $\Delta\rho$ und Δr erhält man für das rein skalare Diagramm Fig. 7.1 a ein nichtverschwindendes Ergebnis.

(b) Die Diagramme Fig. 7.1 b–c heben sich exakt mit den entsprechenden Diagrammen mit Counterterm–Einschub, Fig. 7.2 b–c, weg. Hierbei wird die Massenrenormierung für die diagonalen Terme (mit zwei gleichen Squarks) und die Mischungswinkelrenormierung für die nichtdiagonalen Terme (mit zwei verschiedenen Squarks) benötigt.

(c) Gleiches gilt für das Tadpole–Diagramm Fig. 7.3 a zusammen mit dem Counterterm–Diagramm Fig. 7.4 b.

(d) Das Diagramm Fig. 7.1 f hebt sich exakt mit dem entsprechenden Diagramm mit Counterterm–Einschub, Fig. 7.2 b, weg. (Um dieses zu zeigen, wird der explizite Ausdruck von B_0^δ benötigt.)

[3] Diese Tatsache wurde ganz analog bereits in [53] in der vereinfachten Version des Modells bemerkt.

(e) Gleiches gilt für das Tadpole–Diagramm Fig. 7.3 b zusammen mit dem Counterterm–Diagramm Fig. 7.4 b.

Alle anderen 2–Schleifen–Diagramme müssen komplett, zusammen mit den entsprechenden Diagrammen mit Counterterm–Einschub, berechnet werden.

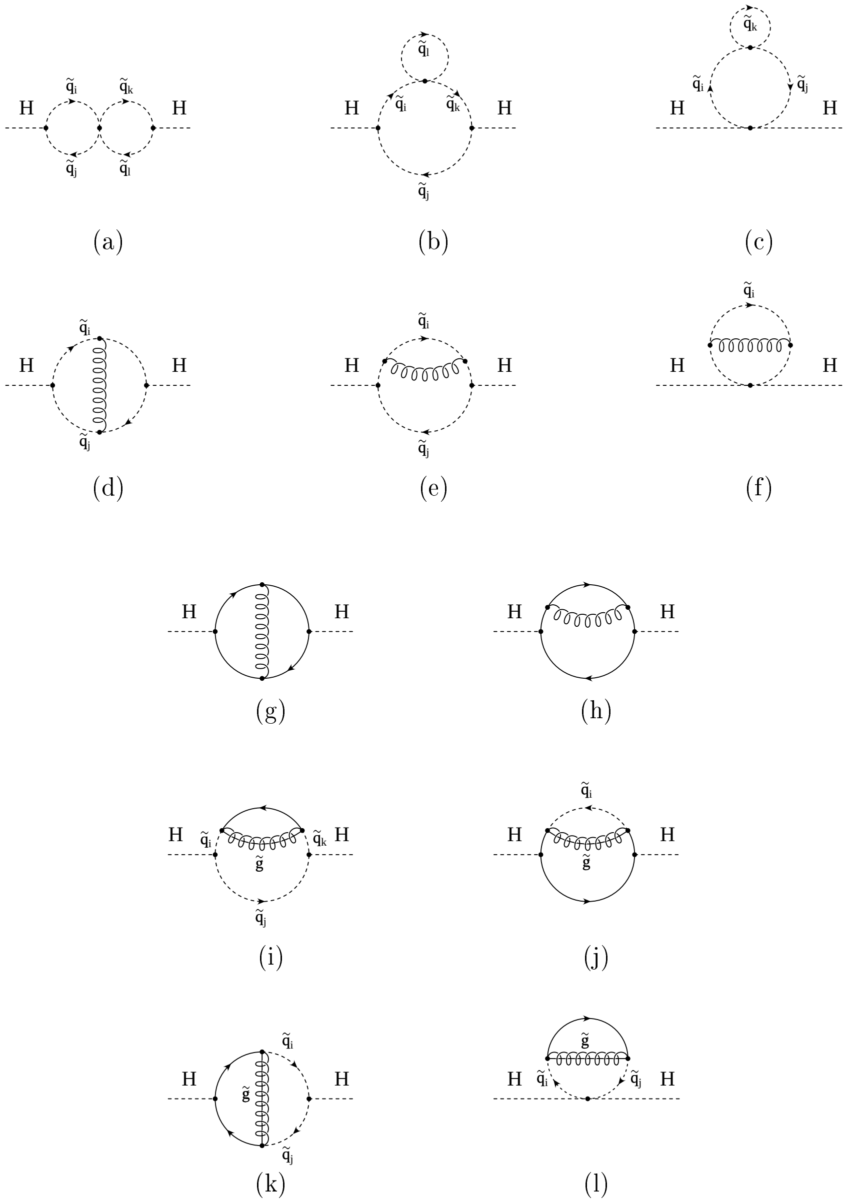


Abbildung 7.1: Feynman–Diagramme für den Beitrag von Squark–Schleifen zu Higgs–Boson–Selbstenergien in 2–Schleifen–Ordnung ($H = \phi_1, \phi_2, A$).

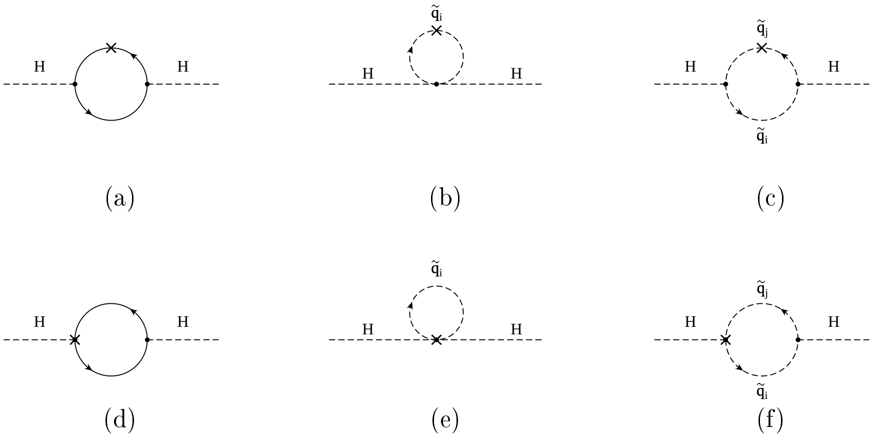


Abbildung 7.2: 1–Schleifen–Counterterm–Beiträge zu den Higgs–Boson–Selbstenergien in 2–Schleifen–Ordnung.

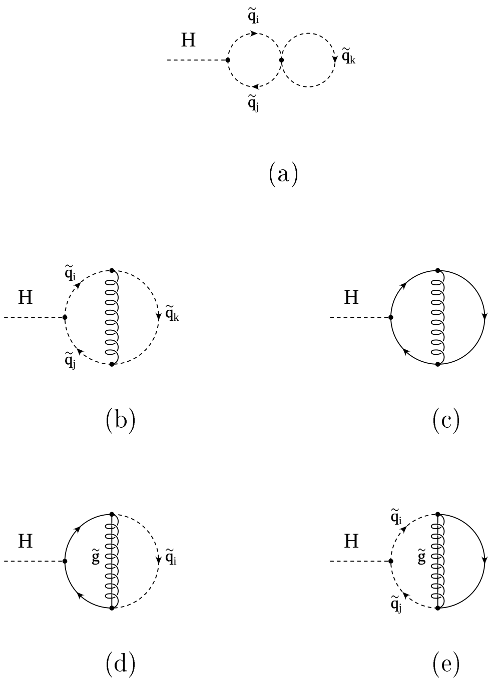


Abbildung 7.3: Feynman–Diagramme für den Beitrag von Squark–Schleifen zu Higgs–Boson–Tadpolen in 2–Schleifen–Ordnung ($H = \phi_1, \phi_2$).

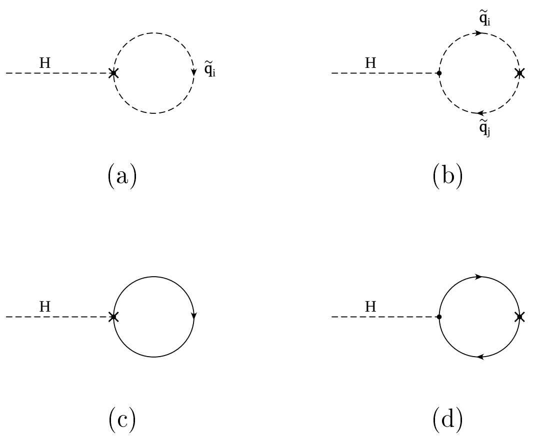


Abbildung 7.4: 1–Schleifen–Counterterm–Beiträge zu den Higgs–Boson–Tadpolen in 2–Schleifen–Ordnung.

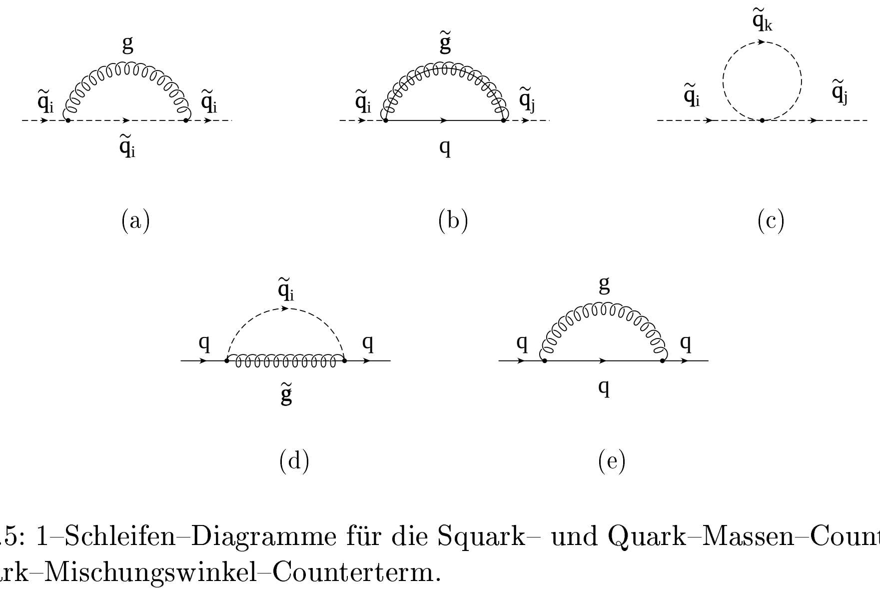


Abbildung 7.5: 1–Schleifen–Diagramme für die Squark– und Quark–Massen–Counterterm sowie für den Squark–Mischungswinkel–Counterterm.

7.3.2 Berechnung der Higgs–Massen

Wie weiter oben schon angemerkt, wird die Rechnung in der $\phi_1\phi_2$–Basis durchgeführt. Die physikalischen Massen ergeben sich durch Diagonalisierung der Massenmatrix in der jeweiligen Ordnung.

In niedrigster Ordnung erhält man die Massenmatrix der neutralen $\mathcal{CP}$–geraden Higgs–Bosonen aus dem Potential (1.52) zu

$$\begin{aligned} M_{\text{Higgs}}^{\text{tree}} &= \begin{pmatrix} m_{\phi_1}^2 & m_{\phi_1\phi_2}^2 \\ m_{\phi_1\phi_2}^2 & m_{\phi_2}^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} M_A^2 \sin^2\beta \, + M_Z^2\cos^2\beta & -(M_A^2+M_Z^2)\sin\beta\,\cos\beta \\ -(M_A^2+M_Z^2)\sin\beta\,\cos\beta & M_A^2\cos^2\beta \, + M_Z^2\sin^2\beta \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{7.22}$$

In 2–Schleifen–Ordnung kommen zu den Massen die renormierten Selbstenergien in $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ aus Gl. (7.6–7.8) hinzu:

$$M_{\text{Higgs}}^{2-\text{loop}} = \begin{pmatrix} m_{\phi_1}^2 - \hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) & m_{\phi_1\phi_2}^2 - \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) \\ m_{\phi_1\phi_2}^2 - \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) & m_{\phi_2}^2 - \hat{\Sigma}_{\phi_2}(0) \end{pmatrix}. \tag{7.23}$$

Diese Matrix wird nun mit Hilfe des Winkels $\alpha_{2-\text{loop}}$ diagonalisiert

$$M_{\text{Higgs}}^{2-\text{loop}} \stackrel{\alpha_{2-\text{loop}}}{\longrightarrow} \begin{pmatrix} m_H^2 & 0 \\ 0 & m_h^2 \end{pmatrix} = M_{\text{Higgs,diag}}^{2-\text{loop}}. \tag{7.24}$$

Die Higgs–Massenquadrate stellen also die Eigenwerte der Matrix (7.23) dar. Die Diagonalisierung (7.24) wurde nicht analytisch, sondern, wie für die numerische Analyse ausreichend, rein numerisch durchgeführt.

Die Ausdrücke für die renormierten Higgs–Selbstenergien auf dem 2–Schleifen–Niveau sind wegen der Diagramme mit Gluino–Austausch sehr komplex. Eine analytische Formel für den allgemeinen Fall (Mischung im $\tilde{t}$–Sektor, beliebiges μ und $\tan\beta$ wurde berechnet. Für den Spezialfall verschwindender Mischung im $\tilde{t}$–Sektor, $\mu = 0$ GeV und $m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{t}_2} = m_{\tilde{t}}$ und $\mu = 0$ GeV (vgl. Kapitel 7.3.3.3) ergibt sich:

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1}^{(2)}(0) = 0 \tag{7.25}$$

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}^{(2)}(0) = 0 \tag{7.26}$$

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{\phi_2}^{(2)}(0) &= C_F \frac{\alpha_s}{\pi}\frac{\alpha}{\pi}\frac{1}{192\, s_W^2 \sin^2\beta}\frac{m_t^2}{M_W^2}\Bigg\{ \\ & \frac{144(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)(m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)}{m_{\tilde{t}}^2} + 432 m_t^2 \ln^2\left(\frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2}\right) \\ &+ \frac{144\left(m_{\tilde{g}}^4 - 2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^2 + (m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)^2\right)}{m_t^2} \ln\left(\frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{t}}}\right) \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2}\right) \\ &- \frac{72(m_{\tilde{t}}^2 - m_{\tilde{g}}^2 - m_t^2)\ln\left(m_{\tilde{g}}^2\right)}{m_{\tilde{t}}^4 m_t^2((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& \Big[(m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)^4(m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2) - 3m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}}^4 - m_t^4)^2 - m_{\tilde{g}}^6(m_{\tilde{t}}^4 + m_t^4) \\
& +3m_{\tilde{g}}^4(m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)(m_{\tilde{t}}^4 + m_t^4)\Big] \\
+ \quad & \frac{\ln\left(m_{\tilde{t}}^2\right)}{m_t^2((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)} \\
& \Big[(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2)^4 - 6m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2)^2 m_t^2 + 2(3m_{\tilde{g}}^4 - 4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^2 + m_{\tilde{t}}^4)m_t^4 \\
& -2(7m_{\tilde{g}}^2 + 4m_{\tilde{t}}^2)m_t^6 + 5m_t^8\Big] \\
+ \quad & \frac{72\ln\left(m_t^2\right)}{m_{\tilde{t}}^4((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)} \\
& \Bigg(4m_{\tilde{t}}^4(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2)^3 + (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2)(m_{\tilde{g}}^6 - 3m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{t}}^2 - 15m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^4 - 3m_{\tilde{t}}^6)m_t^2 \\
& -2(m_{\tilde{g}}^6 - 3m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^4 - 4m_{\tilde{t}}^6)m_t^4 - 10m_{\tilde{t}}^4 m_t^6 + 2(m_{\tilde{g}}^2 + 2m_{\tilde{t}}^2)m_t^8 - m_t^{10}\Bigg) \\
+ \quad & \mathrm{Re}\,\frac{144(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)\ln\left(\frac{m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^2 + (m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)^2}}{2m_{\tilde{g}} m_{\tilde{t}}}\right)}{m_t^2(m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^2 + (m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)^2})} \\
& \left(1 - 2\ln\left(\frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2}\right)\right)\Bigg(m_{\tilde{g}}^4 + m_{\tilde{g}}^2(-2m_{\tilde{t}}^2 - 2m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^2 + (m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)^2}) \\
& + \quad (m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)(m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}}^2 + (m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)^2})\Bigg) \\
+ \quad & \mathrm{Re}\,\frac{144m_t^2(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)\ln\left(\frac{m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2 + (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)^2}}{2m_{\tilde{g}} m_t}\right)}{m_{\tilde{t}}^4(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2 + (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)^2})} \\
& \Bigg(m_{\tilde{g}}^4 + m_{\tilde{g}}^2(-2m_{\tilde{t}}^2 - 2m_t^2 + \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2 + (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)^2}) \\
& +(m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2)(m_{\tilde{t}}^2 - m_t^2 - \sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2 + (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)^2})\Bigg) \\
- \quad & \frac{576m_{\tilde{g}}^4 m_t^2(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}}^2 + m_t^2)\tilde{\Phi}(m_t, m_{\tilde{t}}, m_{\tilde{g}})}{((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)^2((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}})^2 - m_t^2)^2}\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{7.27}
$$

unter Verwendung von

$$\begin{aligned}
\tilde{\Phi}(m_1, m_2, m_3) &= \frac{1}{2} m_3^2 \tilde{\lambda}\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}, \frac{m_2^2}{m_3^2}\right) \\
&\quad \Bigg(2\ln(\alpha_1(m_1, m_2, m_3))\ln(\alpha_2(m_1, m_2, m_3)) - \ln\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}\right)\ln\left(\frac{m_2^2}{m_3^2}\right) \\
&\quad -2\mathrm{Li}_2(\alpha_1(m_1, m_2, m_3)) - 2\mathrm{Li}_2(\alpha_2(m_1, m_2, m_3)) + \frac{\pi^2}{3}\Bigg), \qquad (7.28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\lambda}(x, y) &= \sqrt{1 + x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2xy}, \qquad (7.29) \\
\alpha_i(m_1, m_2, m_3) &= \frac{1}{2}\left[1 - (-1)^i \frac{m_1^2}{m_3^2} + (-1)^i \frac{m_2^2}{m_3^2} - \tilde{\lambda}\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}, \frac{m_2^2}{m_3^2}\right)\right]. \qquad (7.30)
\end{aligned}$$

Die Qualität dieser vereinfachten Formel wird im nächsten Unterkapitel diskutiert. Ein allgemeinerer Fall, bei dem nur die Mischung im $\tilde{t}$–Sektor vernachlässigt wurde, aber mit $\mu \neq 0$ und $m_{\tilde{t}_1} \neq m_{\tilde{t}_2}$, ist im Anhang C.3 gegeben. Die Länge der Formel im Anhang macht deutlich, daß sich das allgemeine Ergebnis nicht für einen Abdruck eignet.

Die "einfache" Struktur von $\hat{\Sigma}^{(2)}_{\phi_1}$ und $\hat{\Sigma}^{(2)}_{\phi_1\phi_2}$ ergibt sich durch die Tatsache, daß das ϕ_1 nicht an das top–Quark koppelt und sich somit viele beitragende Feynman–Diagramme im Grenzfall verschwindender Mischung im $\tilde{t}$–Sektor zu Null ergeben. Für den allgemeinen Fall erhält man $\hat{\Sigma}^{(2)}_{\phi_1} \neq 0$.

Wird obige Näherung für $\hat{\Sigma}^{(2)}_{\phi_2}$ nach $m_{\tilde{g}}$ entwickelt, so ergibt sich mit

$$\hat{\Sigma}^{(2)}_{\phi_2} = C_F \frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{288\, m_t^2}{192\, s_W^2 \sin^2\beta}\left(-\ln^2(m_{\tilde{g}}^2) + \ln(m_{\tilde{g}}^2)\right) + \mathcal{O}(m_{\tilde{g}}^0) \qquad (7.31)$$

ein logarhitmischer Anstieg mit der Gluino–Masse. Im Gegensatz zum 2–Schleifen–Ergebnis für $\Delta\rho$ und Δr entkoppelt hier das Gluino also nicht.

In [53] wurde für den Grenzfall

$$m_{\tilde{t}} = m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{t}_2} = m_{\tilde{g}} \gg m_t, \qquad \tan\beta \to \infty \qquad (7.32)$$

das Ergebnis zu

$$-C_F \frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{432\, m_t^4}{192 s_W^2 M_W^2}\ln\left(\frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2}\right)\left[2 + \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2}\right)\right] \qquad (7.33)$$

angegeben. In diesem Limes stimmt dies mit unserem Resultat überein.

7.3.3 Numerische Auswertung für m_h

Für die numerische Auswertung wurden auch die 1–Schleifen–Selbstenergien berechnet. Um die relative Größe des 2–Schleifen–Resultates beurteilen zu können, wurde das 1–Schleifen–Ergebnis in der gleichen Näherung wie der 2–Schleifen–Beitrag berechnet, vgl. Kapitel 7.3.1.

Die Annahme der Vereinigung der Yukawa–Kopplungen in GUTs macht starke Einschränkungen an die erlaubten Werte von $\tan\beta$ [68], vgl. auch Anhang A.3. Betrachtet man die Fälle $SU(5)$ und $SO(10)$ als GUT–Gruppen so impliziert die $SU(5)$ ein kleines $\tan\beta$, die

$SO(10)$ hingegen benötigt ein großes $\tan\beta$ [1]. Für die numerische Auswertung betrachten wir die Werte $\tan\beta = 1.6$ und $\tan\beta = 40$.

Für die $\tilde{t}$–Massenmatrix (3.68) wurde zur Vereinfachung

$$M_{\tilde{t}_L} = M_{\tilde{t}_R} = m_{\tilde{q}} \tag{7.34}$$

angenommen, wobei allerdings die sich daraus ergebende Massenrelation, vgl. Kapitel 3.2.5, nicht weiter berücksichtigt wurde. Der Fall verschwindender Mischung (no mixing) wurde durch $M_t^{LR} = 0$ GeV realisiert. Die Abhängigkeit von M_t^{LR} ist signifikant für das Massenspektrum im $\tilde{t}$–Sektor. Die größten Werte für m_h werden für

$$M_t^{LR} = \mu\cot\beta + A_t = 2m_{\tilde{q}} \tag{7.35}$$

erreicht, den wir im folgenden als maximale Mischung (max. mixing) bezeichnen. Im Falle kleiner $\tan\beta$ führt dies zu einer starken Massenaufspaltung im $\tilde{t}$–Sektor. Es kann sogar passieren, daß ein Eigenwert der $\tilde{t}$–Massenmatrix negativ wird. Diese "unphysikalischen" Punkte des MSSM–Parameterraumes werden in den Plots weggelassen.

7.3.3.1 Das $SU(5)$–Szenario: kleines $\tan\beta$

In den Fig. 7.6 und 7.7 wird das Ergebnis für m_h als Funktion des allgemeinen $\tilde{t}$–Massenparameters $m_{\tilde{q}}$ gezeigt. Dabei wurde $M_A = 200, 1000$ GeV$, \mu = 200$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV gewählt. Es werden die beiden Szenarien der verschwindenden und der maximalen Mischung dargestellt. Dabei ist zu beachten, daß die Skala für m_h in der ersten Figur bis 120 GeV und in der zweiten Figur bis 130 GeV geht.

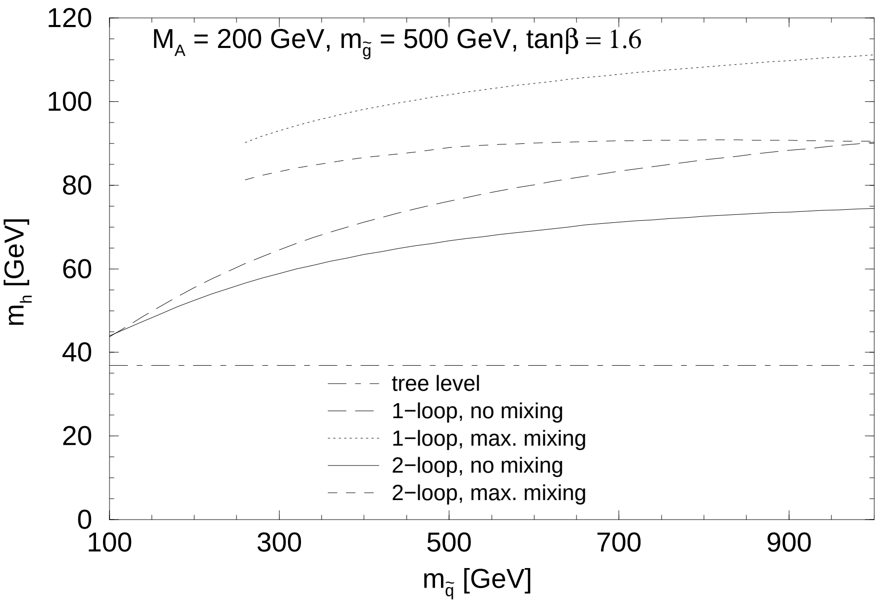


Abbildung 7.6: m_h als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta = 1.6, M_A = 200$ GeV$, \mu = 200$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV.

Die Tree–Level Higgs–Masse ist unabhängig von $m_{\tilde{q}}$ und somit konstant. Die 1–Schleifen–korrigierte Higgs–Masse steigt mit $m_{\tilde{q}}$ an, was auf den Term $\sim \ln((m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2})/m_t^2)$ in Gl. (7.4) zurückzuführen ist. Für beide Werte von M_A erhält man für maximale Mischung eine um bis zu ca. 20 GeV höhere 1–Schleifen–Higgs–Masse. Ebenfalls für beide Fälle bewirkt die Hinzunahme des 2–Schleifen–Termes eine deutlich Verringerung von m_h um bis zu 15 GeV für $M_A = 200$ GeV und um bis zu 19 GeV für $M_A = 1000$ GeV bei verschwindender Mischung. Für die maximale Mischung betragen die Werte 21 und 29 GeV. Der Beitrag durch die 2–Schleifen–Korrekturen zeigt somit eine geringere Variation zwischen den Fällen verschwindender und maximaler Mischung, wie sie bei den 1–Schleifen–Korrekturen deutlich vorhanden ist.

Für $M_A = 200$ GeV erhält man eine obere Schranke an m_h von ca. 90 GeV, für $M_A = 1000$ GeV erreicht m_h maximal ca. 99 GeV. Die Abhängigkeit von der Gluino–Masse für die hier gezeigten Fälle ist gering und liegt bei $\mathcal{O}(1$ GeV$)$.

In den Fig. 7.8 und 7.9 wird das Ergebnis für m_h als Funktion von M_A gezeigt. Dabei wurde $m_{\tilde{q}} = 500, 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV gewählt. Es werden wieder die beiden Szenarien der verschwindenden und der maximalen Mischung dargestellt.

Die Tree–Level–Masse steigt zunächst mit M_A an, um dann ab $M_A \approx 400$ GeV relativ flach weiterzulaufen. Für $m_{\tilde{q}} = 500$ GeV liegt die 1–Schleifen–korrigierte Higgs–Masse um $\sim 30 - 40$ GeV für den Fall verschwindender Mischung über der Tree–Level–Masse. Im Falle maximaler Mischung liegt sie sogar um $40 - 70$ GeV darüber. Für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV beträgt der Anstieg bis zu 85 GeV. Für alle Szenarien bewirkt die Hinzunahme der 2–Schleifen–Korrekturen ein deutliches Absinken von m_h. Für $m_{\tilde{q}} = 500$ GeV sinkt m_h um ca. 10 GeV im Fall verschwindender Mischung und um ca. 15 GeV im Falle maximaler Mischung ab. Für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV betragen die Werte 18 und 28 GeV.

Der somit maximal erreichbare Wert von m_h beträgt für $m_{\tilde{q}} = 500$ GeV ca. 72 GeV im

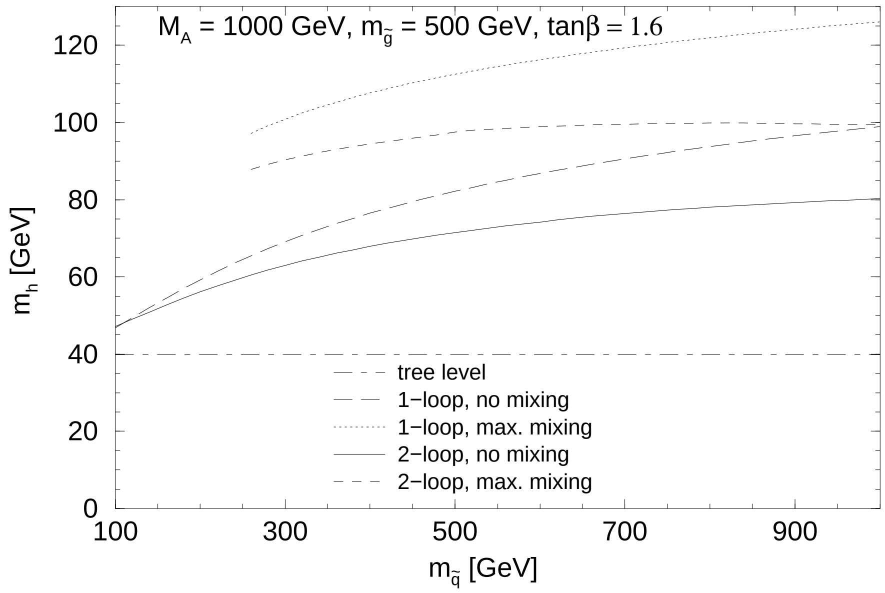


Abbildung 7.7: m_h als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta = 1.6, M_A = 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV.

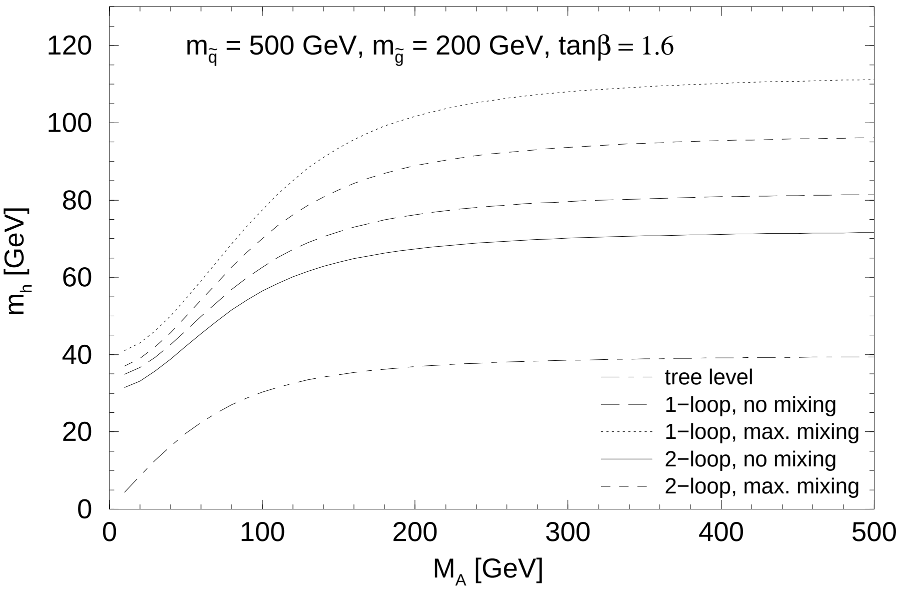


Abbildung 7.8: m_h als Funktion von M_A für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta\ = 1.6, m_{\tilde{q}} = 500$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV.

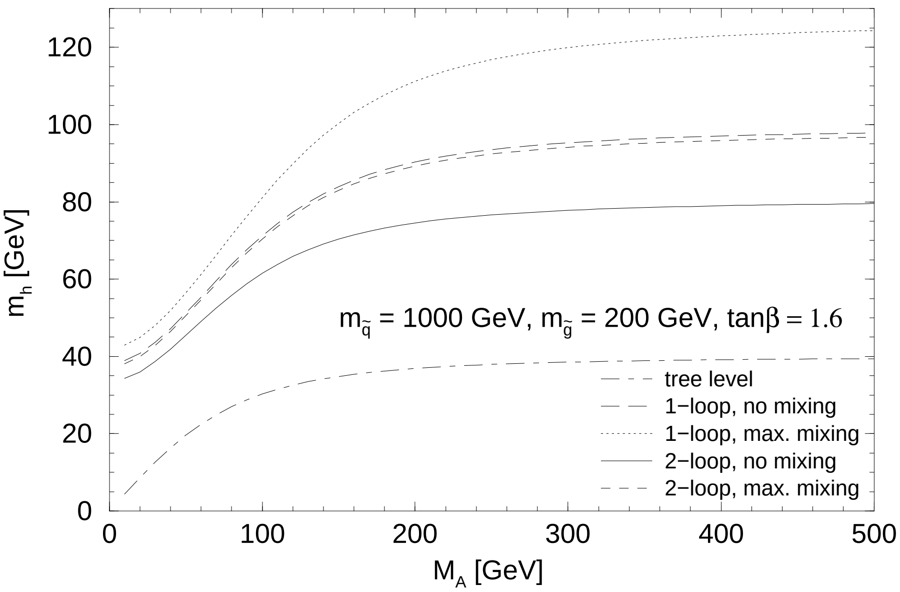


Abbildung 7.9: m_h als Funktion von M_A für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta\ = 1.6, m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV.

Fall verschwindender und ca. 96 GeV im Fall maximaler Mischung. Für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV liegen die Grenzen bei 80 bzw. 96 GeV. Bei beiden Werten des Squark–Massenparameters verhindert die 2–Schleifen–Korrektur den Anstieg von m_h mit $m_{\tilde{q}}$ und führt zu einer Stabilisierung der Vorhersage. Die Variation dieser Ergebnisse mit $m_{\tilde{g}}$ liegt wiederum im GeV–Bereich.

Insgesamt erreicht man damit im Falle von $\tan\beta = 1.6$ nur für maximale Mischung im $\tilde{t}$–Sektor eine Higgs–Masse von über 90 GeV. Da bei dieser Masse ungefähr die Grenze des Entdeckungspotentials von LEP2 liegt, kann zumindest der Fall verschwindender Mischung und kleinem $\tan\beta$ von LEP2 sehr stark eingeschränkt werden.

7.3.3.2 Das $SO(10)$–Szenario: großes $\tan\beta$

In den Fig. 7.10 und 7.11 wird das Ergebnis für m_h als Funktion des allgemeinen $\tilde{t}$–Massenparameters $m_{\tilde{q}}$ gezeigt. Dabei wurde wiederum $M_A = 200, 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV gewählt. Es werden die beiden Szenarien der verschwindenden und der maximalen Mischung dargestellt.

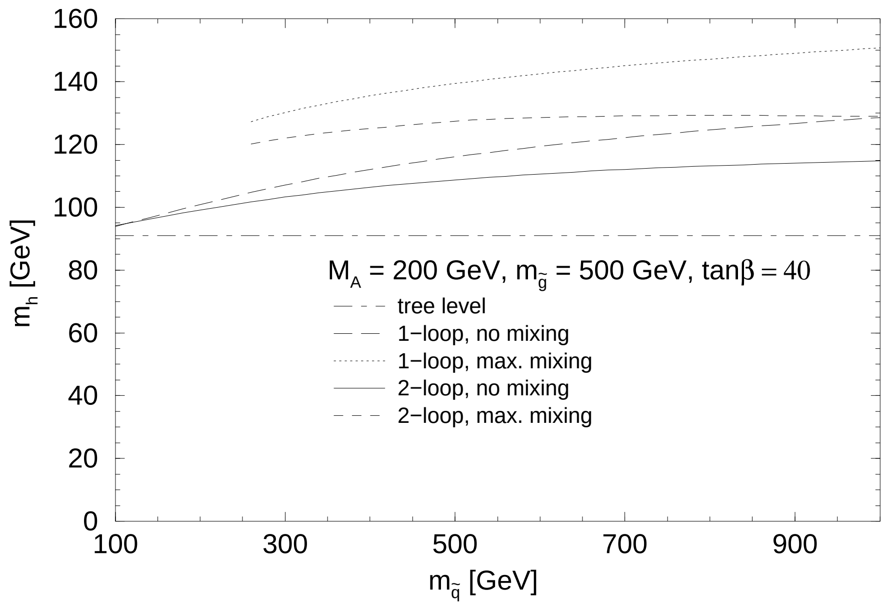


Abbildung 7.10: m_h als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta = 40, M_A = 200$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV.

Die Tree–Level Higgs–Masse ist wieder unabhängig von $m_{\tilde{q}}$ und somit konstant. Die 1–Schleifen–korrigierte Higgs–Masse steigt mit $m_{\tilde{q}}$ an und erreicht einen Maximalwert von knapp 130 GeV für verschwindende Mischung und von gut 150 GeV für maximale Mischung. Für beide Werte von M_A bewirkt die Hinzunahme des 2–Schleifen–Termes eine deutliche Verringerung von m_h. Diese fängt bei 0 GeV für $m_{\tilde{q}} = 100$ GeV an und steigert sich auf knapp 15 GeV für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV für den Fall verschwindender Mischung und auf den Wert von ca. 21 GeV im Falle maximaler Mischung. Die Variation des 2–Schleifen–Beitrages wirkt sich im Vergleich der beiden Fälle wiederum geringer als auf dem 1–Schleifen–Niveau aus. Die 2–Schleifen–korrigierte Higgs–Masse erreicht für beide Werte von M_A einen Maximalwert von knapp 115 GeV bei $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV für verschwindende Mischung. Für maximale Mischung beträgt der Maximalwert ca.

130 GeV. Die Abhängigkeit von der Gluino–Masse für die hier gezeigten Fälle ist gering und liegt wiederum bei $\mathcal{O}(1$ GeV$)$.

In den Fig. 7.12 und 7.13 wird das Ergebnis für m_h als Funktion von M_A gezeigt. Dabei wurde $m_{\tilde{q}} = 500, 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV gewählt. Es werden wieder die beiden Szenarien der verschwindenden und der maximalen Mischung dargestellt.

Die Tree–Level–Masse steigt zunächst mit M_A an, um dann bereits ab $M_A \approx 150$ GeV flach weiterzulaufen. Für $m_{\tilde{q}} = 500$ GeV liegt die 1–Schleifen–korrigierte Higgs–Masse um etwa 25 GeV für verschwindende Mischung und um ca. 50 GeV für maximale Mischung über der Tree–Level–Masse. Für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV betragen die Anstiege bis zu 37 bzw. 57 GeV. Für alle Szenarien bewirkt die Hinzunahme der 2–Schleifen–Korrekturen ein deutliches Absinken von m_h. Im Fall $m_{\tilde{q}} = 500$ GeV sinkt m_h um 7 bzw. 12 GeV in den beiden Mischungsszenarien. Für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV betragen die Werte ca. 14 bzw. 22 GeV. Der Unterschied von verschwindender Mischung zu maximaler Mischung fällt auf dem 2–Schleifen–Niveau wiederum kleiner als auf dem 1–Schleifen-Niveau aus. Der somit maximal erreichbare Wert von m_h beträgt für $m_{\tilde{q}} = 500$ GeV ca. 127 GeV. Für $m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV liegt die Grenze bei 128 GeV.

Für $\tan\beta\ = 40$ liegt m_h zumindest ab $M_A > 120$ GeV immer über 90 GeV. Damit kann dieser Teil des Parameterraumes mit LEP2 kaum erfaßt werden.

Die Verringerung des 1–Schleifen–Ergebnisses durch die 2–Schleifen–Korrekturen fällt allgemein für kleines $\tan\beta$ etwas größer als für hohes $\tan\beta$ aus. Dieses wird verständlich, wenn man die Näherungsformel (7.27) betrachtet. Der Winkel β taucht nur noch im Vorfaktor als $1/\sin^2\beta$ auf. Dabei ergibt sich

$$\frac{1}{\sin^2\beta}_{\big|\tan\beta\ =1.6} = 1.3906 > \frac{1}{\sin^2\beta}_{\big|\tan\beta\ =40} = 1.0006. \tag{7.36}$$

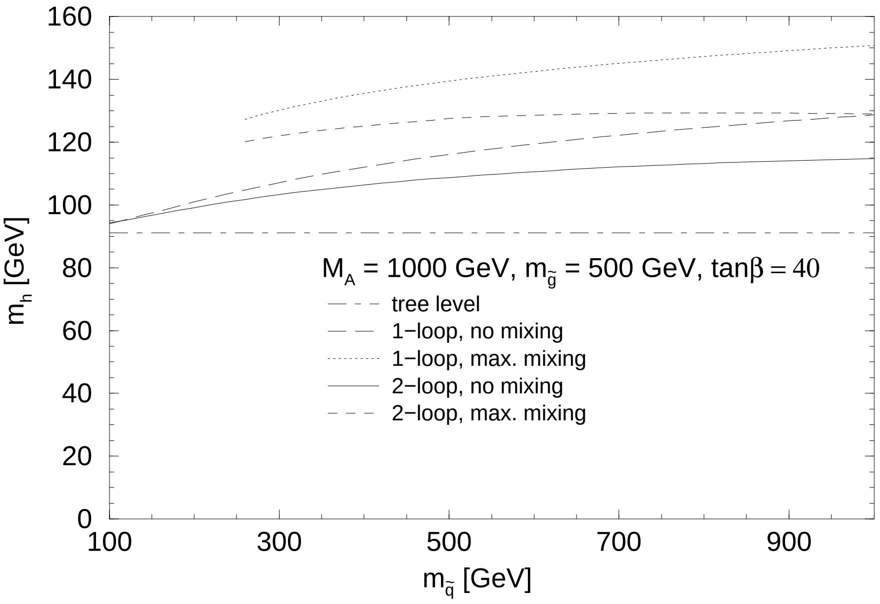


Abbildung 7.11: m_h als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta\ = 40, M_A = 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 500$ GeV.

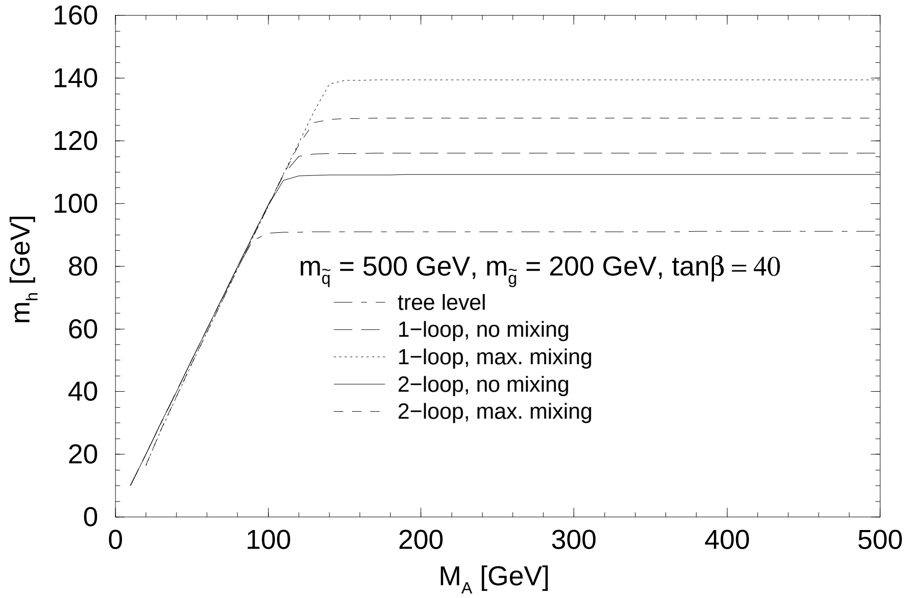


Abbildung 7.12: m_h als Funktion von M_A für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta\ = 40, m_{\tilde{q}} = 500$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV.

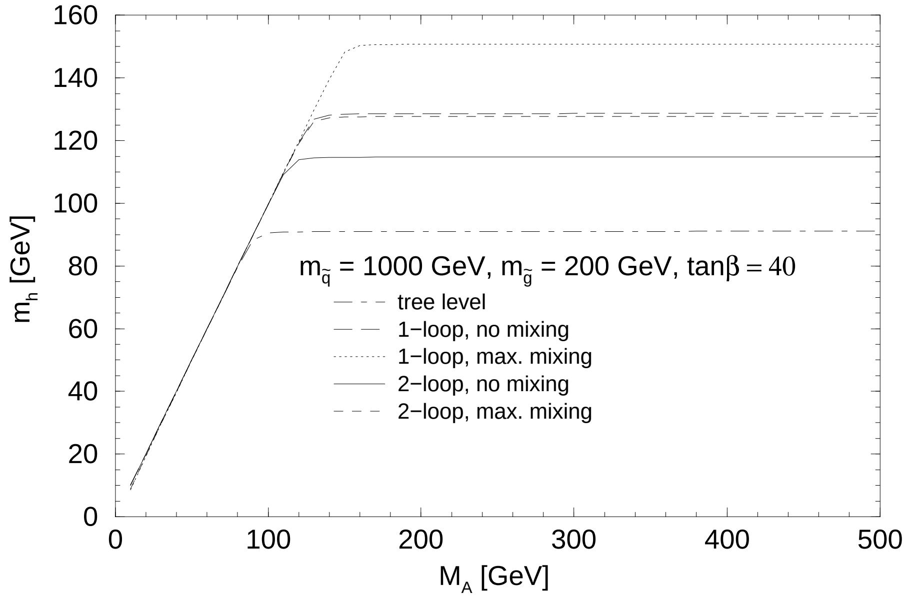


Abbildung 7.13: m_h als Funktion von M_A für den Fall verschwindender und maximaler Mischung; $\tan\beta\ = 40, m_{\tilde{q}} = 1000$ GeV und $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV.

7.3.3.3 Die Näherung $\theta_{\tilde{t}} = 0$ und $\mu = 0$ GeV

Wie in den beiden vorherigen Kapiteln dargelegt, hängt die 2–Schleifen–Korrektur nicht stark von der Wahl verschwindender oder maximaler Mischung ab. Damit stellt sich die Frage, wie gut die Approximation

$$\theta_{\tilde{t}} = 0, \quad m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{t}_2} = m_{\tilde{t}}, \quad \mu = 0 \text{ GeV}, \tag{7.37}$$

wie sie in den Gl. (7.25–7.27) vorliegt, das exakte Ergebnis wiedergibt.

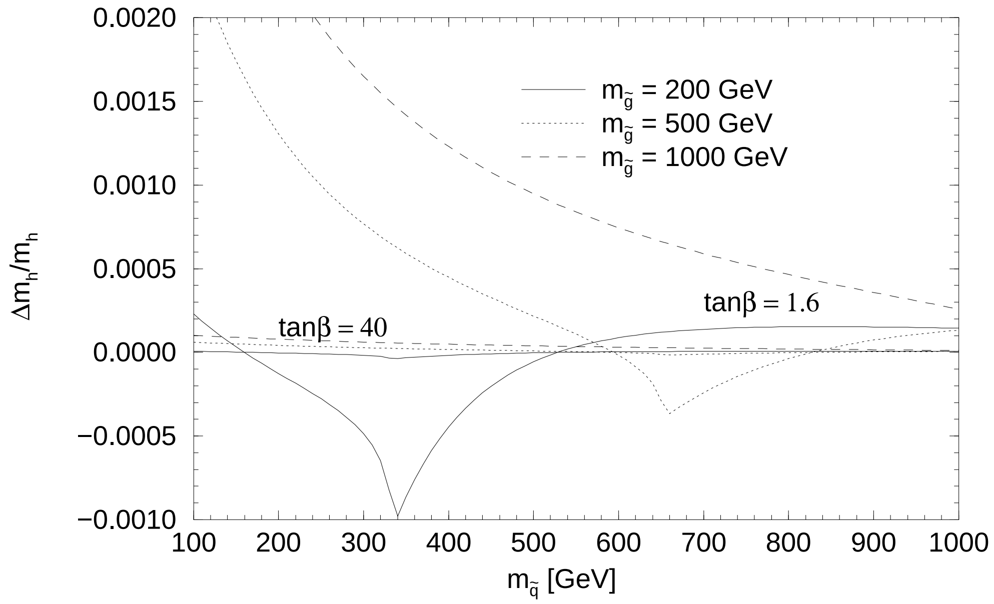


Abbildung 7.14: Qualität der Näherung $\theta_{\tilde{t}} = 0, m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{t}_2} = m_{\tilde{t}}, \mu = 0$ GeV als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für die beiden Werte $\tan\beta = 1.5, 40$ sowie $M_A = 500$ GeV, $\mu = 200$ GeV; $\Delta m_h/m_h = (m_h^{\text{approx}} - m_h^{\text{exakt}})/m_h^{\text{exakt}}$.

Die Qualität der Näherung wird in den Fig. 7.14 und 7.15 gezeigt. In Fig. 7.14 wird die Näherung mit dem exakten Ergebnis für $\mu = 200$ GeV, $\theta_{\tilde{t}} = 0$ als Funktion von $m_{\tilde{q}}$ für verschiedene Gluino–Massen dargestellt. Dabei wurde die Größe

$$\frac{\Delta m_h}{m_h} = \frac{\Delta m_h^{\text{approx}} - \Delta m_h^{\text{exakt}}}{m_h^{\text{exakt}}} \tag{7.38}$$

betrachtet. Für $\tan\beta = 40$ ist die Approximation sehr gut, $\Delta m_h/m_h < 10^{-5}$. Für $\tan\beta = 1.6$ liegt die Abweichung im Promille–Bereich und steigt auf maximal 2% für $m_{\tilde{g}} = 1000$ GeV und $m_{\tilde{q}} = 100$ GeV an.

In Fig. 7.15 wird $\Delta m_h/m_h$ als Funktion von μ für verschiedene Werte von $m_{\tilde{q}}$ gezeigt. Wiederum ist die Qualität für großes $\tan\beta$ deutlich besser als für kleines $\tan\beta$. Die relative Abweichung des genäherten Wertes vom exakten 2–Schleifen–Ergebnis beträgt maximal ca. 2% für $|\mu| = 500$ GeV und $m_{\tilde{q}} = 200$ GeV bei $\tan\beta = 1.6$.

Insgesamt gesehen stellt somit die relativ kurze Formel (7.27), zumindest für mäßig große Nichtdiagonaleinträge in der $\tilde{t}$-Massenmatrix, eine brauchbare Näherung des gesamten Ergebnisses dar.

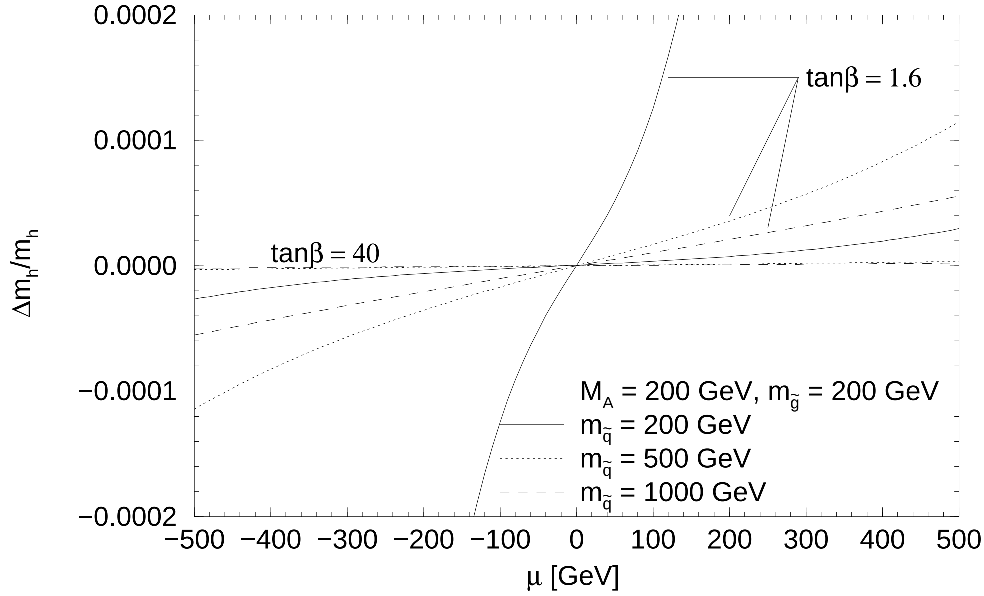


Abbildung 7.15: Qualität der Näherung $\theta_{\tilde{t}} = 0, m_{\tilde{t}_1} = m_{\tilde{t}_2} = m_{\tilde{t}}, \mu = 0$ GeV als Funktion von μ für die beiden Werte $\tan\beta = 1.5, 40$ sowie $M_A = 500$ GeV$, m_{\tilde{q}} = 200$ GeV; $\Delta m_h/m_h = (m_h^{\text{approx}} - m_h^{\text{exakt}})/m_h^{\text{exakt}}$.

Anhang A

Konventionen, Parameter und Massen

In diesem Anhang sollen die Konventionen und Definitionen zusammengefaßt werden, die in dieser Arbeit von Bedeutung sind. Ferner findet man hier auch die experimentellen Daten, die als Inputwerte für die Rechnungen benutzt wurden. Die experimentellen Daten sind größtenteils [2, 58, 78, 84] entnommen. Außerdem werden die für diese Arbeit verwendeten Feynman–Regeln angegeben.

A.1 Konventionen und Konstanten

Wenn nicht anders angegeben, wird über wiederholte Indizes summiert (Einsteinsche Summenregel), wobei römische Buchstaben von 1 bis 3 und griechische von 0 bis 3 laufen. Es werden durchgehend "natürliche" Einheiten verwendet:

$$\hbar = c = 1 \ . \tag{A.1}$$

- Minkowski-Metrik (nach Bjorken/Drell):

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad ; \qquad ds^2 = dt^2 - d\vec{x}^2 \ . \tag{A.2}$$

  Ko– und kontravariante Vierervektoren

$$\begin{aligned} x_\mu &= (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x_0, -\vec{x}) \\ x^\mu &= (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, \vec{x}) \ . \end{aligned} \tag{A.3}$$

  Ko– und kontravariante Vierergradienten

$$\begin{aligned} \partial_\mu &= \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}) \\ \partial^\mu &= \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla}) \ . \end{aligned} \tag{A.4}$$

Skalarprodukt

$$xy = x^\mu y_\mu = x^0 y_0 - \vec{x}\vec{y}\ . \tag{A.5}$$

Die total antisymmetrischen Levi-Civita-Tensoren in drei und vier Dimensionen sind definiert durch

$$\varepsilon^{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{für gerade Permutationen von 123} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen von 123} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{A.6}$$

$$\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} = \begin{cases} +1 & \text{für gerade Permutationen von 0123} \\ -1 & \text{für ungerade Permutationen von 0123} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{A.7}$$

wobei

$$\varepsilon_{ijk} = \varepsilon^{ijk} \quad ; \quad \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} = -\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\ . \tag{A.8}$$

- Pauli-Matrizen:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\ . \tag{A.9}$$

Sie erfüllen die Kommutator- und Antikommutatorrelation

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2i\,\varepsilon^{ijk}\sigma^k \quad ; \quad \{\sigma^i, \sigma^j\} = 2\delta_{ij}\ , \tag{A.10}$$

weiter gilt

$$\sigma^0 = \mathbb{1} \quad ; \quad (\sigma^i)^2 = \mathbb{1} \quad ; \quad (\sigma^i)^\dagger = \sigma^i \tag{A.11}$$

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \vec{\sigma}) = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3) \tag{A.12}$$

- Gell–Mann–Matrizen und $SU(3)$:

Die Gell–Mann–Matrizen sind die Erzeugenden der $SU(3)$, somit hermitesch und spurlos. Sie lauten

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda_7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{A.13}$$

Eine wichtige Beziehung zwischen ihnen ist gegeben durch

$$\sum_a (\lambda_a)_{\alpha\beta}\,(\lambda_a)_{\gamma\delta} = -\frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\gamma\delta} + 2\delta_{\alpha\delta}\delta_{\gamma\beta}. \tag{A.14}$$

Bei der Summation über Farbindizes wird eine Gruppenkonstante der $SU(3)$ benötigt: $C_F = 4/3$.

- γ-Matrizen:
  Sie sind definiert durch die Antikommutatorrelation
$$\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2 g_{\mu\nu} \mathbb{1} \ . \tag{A.15}$$
  Aus den vier γ-Matrizen läßt sich eine fünfte definieren, gemäß
$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \qquad ; \qquad (\gamma_5)^2 = \mathbb{1} \qquad ; \qquad \{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0 \ . \tag{A.16}$$
  Dirac-Darstellung der γ-Matrizen:
$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \ . \tag{A.17}$$
  Weyl-Darstellung der γ-Matrizen:
$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} -\mathbb{1} & 0 \\ 0 & \mathbb{1} \end{pmatrix} \qquad ; \qquad \gamma_\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ -\sigma^\mu & 0 \end{pmatrix} \ . \tag{A.18}$$
  Spur-Relationen:
$$\begin{aligned} Tr(\mathbb{1}) &= 4 \\ Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu) &= 4 g_{\mu\nu} \\ Tr(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) &= 4(g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \\ Tr(\text{ungerade \# von } \gamma' s) &= Tr(\gamma_5) \ = \ Tr(\gamma_5\gamma_\mu) \ = \ Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu) \ = \ Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho) \ = \ 0 \\ Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) &= -4i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \ . \end{aligned} \tag{A.19}$$
  Relationen in D Dimensionen[1]:
$$\begin{aligned} g_{\mu\nu}g^{\mu\nu} &= Tr(\mathbb{1}) \ = \ D \\ \{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} &= 2g_{\mu\nu}\mathbf{1} \\ \gamma_\mu\gamma^\mu &= D\mathbf{1} \\ \gamma_\mu\gamma_\rho\gamma^\mu &= (2-D)\gamma_\rho \\ \gamma_\mu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma^\mu &= 4g_{\rho\sigma}\mathbf{1} - (4-D)\gamma_\rho\gamma_\sigma \\ \gamma_\mu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\tau\gamma^\mu &= -2\gamma_\tau\gamma_\sigma\gamma_\rho + (4-D)\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_\tau \ . \end{aligned} \tag{A.20}$$
  Wird in DRED gearbeitet, so daß die γ–Matrizen von 4–dimensional zu behandelnden Feldern stammen, kann in obigen Formeln D auf 4 gesetzt werden. Eine Definition von γ_5 in D Dimensionen erfordert eine besondere Sorgfalt [85]. Arbeitet man jedoch mit DRED, so kann γ_5 einfach 4-dimensional behandelt werden und bereitet keine Probleme.

- Projektionsoperatoren auf rechts-/linkshändige Felder:
$$\omega_\pm = \frac{1}{2}(\mathbb{1} \pm \gamma_5) \ . \tag{A.21}$$

- Die Euler–Konstante ist gegeben durch
$$\gamma_E = -\Gamma'(1) = 0.577215664901532\ldots \ . \tag{A.22}$$

[1] Die griechischen Indizes laufen hier von 0 bis $D-1$ und $\mathbb{1}$ ist eine $(D \times D)$-Einheitsmatrix, während $\mathbf{1}$ und die γs $(2^{D/2} \times 2^{D/2})$-Matrizen sind!

A.2 Massen und Konstanten aus dem SM

In diesem Abschnitt werden alle Massen und Konstanten angegeben, die aus dem SM in das MSSM übernommen werden und in der Arbeit verwendet wurden.

- Quark-Massen:

$$m_t = 175 \text{ GeV}, \qquad m_b = 4.5 \text{ GeV} \; ^2 \tag{A.23}$$

  Die Cabbibo-Kobayashi-Maskawa-Matrix wurde in dieser Arbeit näherungsweise als Einheitsmatrix angenommen.

- Boson-Massen:

$$\begin{aligned} M_\gamma &= 0 \text{ GeV} \\ M_{Z^0} &= 91.187 \text{ GeV} \\ M_{W^\pm} &= 80.33 \text{ GeV} \; . \end{aligned} \tag{A.24}$$

  (Der neuste experimentelle Wert für M_W liegt mit $M_W = 80.43$ GeV ein wenig darüber.)

- Kopplungskonstanten:

$$\begin{aligned} \alpha = \alpha_{\text{em}} &= \frac{e^2}{4\pi} = 1/137.0359895 \\ \alpha_s = \alpha_s(M_Z) &= \frac{g_s^2}{4\pi} = 0.12 \; . \end{aligned} \tag{A.25}$$

Fermion	I	I_3^f	Q_f	Y	S	B	L
t_L	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
b_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
t_R	0	0	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0
b_R	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	0

Tabelle A.1: Quantenzahlen der Fermionen.

[2] Für einige Teile der Rechnung wurde m_b auf 0 GeV gesetzt. Dieses wurde immer gesondert vermerkt.

A.3 Massen und Parameter aus dem MSSM

Die hier vorgestellten Daten sind weitgehend [2] entnommen.

Die experimentellen unteren Schranken der Massen für die Higgs-Bosonen sind:

$$\begin{aligned} m_{H^0} &> m_{h^0} > 64.5 \text{ GeV} \\ M_A &> 64.5 \text{ GeV} \qquad [\tan\beta > 1] \\ m_{H^\pm} &> 54.5 \text{ GeV} \ . \end{aligned} \tag{A.26}$$

Der typische Parameterbereich für $\tan\beta$ ist im MSSM gegeben durch

$$1 \lesssim \tan\beta \lesssim 50 \tag{A.27}$$

Von besonderem Interesse sind dabei die Bereiche, die im Rahmen einer GUT die Vereinigung der Yukawa–Kopplungen erlauben. Es ergeben sich ungefähr folgende Bereiche für die Vereinigungsgruppen [1]:

$$1.5 < \tan\beta < 2.5 \quad \text{für} \quad SU(5), \tag{A.28}$$

$$35 < \tan\beta < 45 \quad \text{für} \quad SO(10) \ . \tag{A.29}$$

Die experimentellen unteren Schranken der Squark-Massen sind modellabhängig. Einschränkungen sind in [eckige Klammern] gesetzt. Die Daten stammen aus [58]:

$$m_{\tilde{q}} > 224 \text{ GeV} \qquad [m_{\tilde{g}} < m_{\tilde{q}}], \tag{A.30}$$

$$m_{\tilde{q}} > 176 \text{ GeV} \qquad [m_{\tilde{g}} < 300 \text{ GeV}], \tag{A.31}$$

$$m_{\tilde{t}_1} > 55 \text{ GeV} \ . \tag{A.32}$$

Das Gluino ist der Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner des Gluons mit der Masse

$$m_{\tilde{g}} = M_3 \ . \tag{A.33}$$

In SUSY-GUTs sind M_3 und M_2 keine unabhängigen Größen, sondern durch

$$M_3 \equiv m_{\tilde{g}} = \frac{g_s^2}{g_2^2} M_2 \tag{A.34}$$

verknüpft.

Die experimentelle untere Schranke der Gluino-Masse ist:

$$m_{\tilde{g}} > 154 \text{ GeV} \qquad [m_{\tilde{g}} \leq m_{\tilde{q}}] \ , \tag{A.35}$$

$$m_{\tilde{g}} > 212 \text{ GeV} \qquad [m_{\tilde{g}} \geq m_{\tilde{q}}] \ . \tag{A.36}$$

A.4 Die Feynman–Regeln des MSSMs

Im folgenden sind alle Feynman–Regeln aufgeführt, die in dieser Arbeit verwendet worden sind. Sie wurden, wenn nicht anders vermerkt [26] oder [27] entnommen. Die Counterterme enthalten nur die für $\mathcal{O}(\alpha_s)$–Korrekturen benötigten Anteile.

Die Feynman-Regeln für einen Vertex des Typs $X\tilde{f}_i\tilde{f}'_j$, wobei $i, j = 1, 2$ die Masseneigenzustände bezeichnen, kann man aus denjenigen für die Vertizes $X\tilde{f}_x\tilde{f}'_y$ (mit $x, y = L, R$) durch die Relation

$$V(X\tilde{f}_i\tilde{f}'_j) = \sum_{x,y=L,R} K_{ijxy}(X\tilde{f}_x\tilde{f}'_y) \tag{A.37}$$

gewinnen. Die Koeffizienten K_{ijxy} sind dabei der Tabelle A.2 zu entnehmen.

$i, j/xy$	L, L	R, R	L, R	R, L
$1, 1$	$\cos\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$	$\sin\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$	$\cos\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$	$\sin\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$
$1, 2$	$-\cos\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$	$\sin\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$	$\cos\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$	$-\sin\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$
$2, 1$	$-\sin\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$	$\cos\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$	$-\sin\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$	$\cos\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$
$2, 2$	$\sin\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$	$\cos\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$	$-\sin\theta_{\tilde{f}}\cos\theta_{\tilde{f}'}$	$-\cos\theta_{\tilde{f}}\sin\theta_{\tilde{f}'}$

Tabelle A.2: Konversions-Koeffizienten K_{ijxy}.

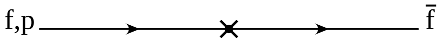
Des weiteren gilt für Squarks

$$\begin{aligned} \tilde{q}^\alpha &= \begin{cases} \tilde{t} & : \alpha = 1 \\ \tilde{b} & : \alpha = 2 \end{cases}, \\ i, j &\in \{L, R\} \text{ (falls nicht anders vermerkt).} \end{aligned} \tag{A.38}$$

Propagator–Counterterme:

$$\tilde{q}_i^\alpha, p \; \text{- - - -}\!\!\rightarrow\!\!\text{- - - -}\times\text{- - - -}\!\!\rightarrow\!\!\text{- - - -} \; \tilde{q}_j^\beta \quad = C + C_p p^2, \qquad i, j \in \{1, 2\}$$

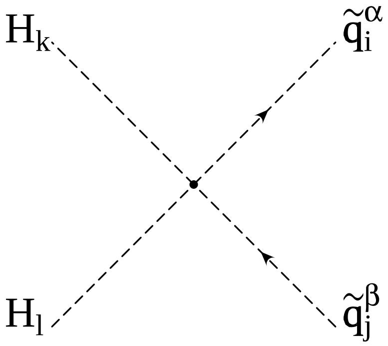
$$\begin{aligned} C &= \begin{cases} -\delta m^2_{\tilde{q}_i} - m^2_{\tilde{q}_i}\,\delta Z_{\tilde{q}_i} & : \quad i = j \\ -(m^2_{\tilde{q}_i} - m^2_{\tilde{q}_j})\delta\theta_{\tilde{q}} & : \quad i \neq j \end{cases} \\ C_p &= \begin{cases} \delta Z_{\tilde{q}_i} & : \quad i = j \\ 0 & : \quad i \neq j \end{cases} \end{aligned} \tag{A.39}$$



$$= C_L \not{p}\,\omega_- + C_R \not{p}\,\omega_+ + C_S$$

$$\begin{aligned} C_L &= \delta Z_f^L \\ C_R &= \delta Z_f^R \\ C_S &= -\frac{1}{2} m_f \delta Z_f^L - \frac{1}{2} m_f \delta Z_f^R - \delta m_f \end{aligned} \tag{A.40}$$

Higgs–Higgs–Squark–Squark–Kopplungen:



$$= C$$

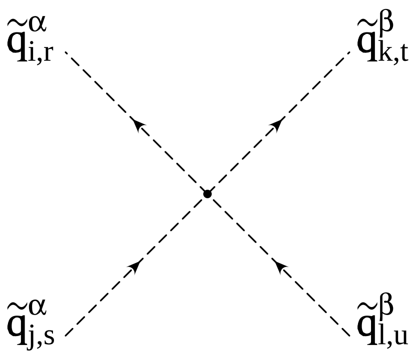
$$C = \begin{cases} \frac{ie^2}{2s_W^2}\left[\frac{I_3^q - Q_q s_W^2}{c_W^2} C_l (1 + \delta Z_{\tilde{q}_i}) - \frac{m_q^2}{M_W^2} D_{lq} \left(1 + \delta Z_{\tilde{q}_i} + 2\frac{\delta m_q}{m_q}\right)\right] \delta_{kl} & : \quad i = j = L \\ \frac{ie^2}{2s_W^2}\left[\frac{Q_q s_W^2}{c_W^2} C_l (1 + \delta Z_{\tilde{q}_i}) - \frac{m_q^2}{M_W^2} D_{lq} \left(1 + \delta Z_{\tilde{q}_i} + 2\frac{\delta m_q}{m_q}\right)\right] \delta_{kl} & : \quad i = j = R \end{cases} \tag{A.41}$$

Hierbei entspricht der Index $l = 1 \dots 4$ den Higgsfeldern ϕ_1, ϕ_2, A, G. Weiter gilt

l	C_l	D_{lt}	D_{lb}
1	-1	0	$1/\cos^2\beta$
2	1	$1/\sin^2\beta$	0
3	$\cos 2\beta$	$\cot^2\beta$	$\tan^2\beta$
4	$-\cos 2\beta$	1	1

Squark–Squark–Squark–Squark–Kopplungen:

Diese Kopplungen sind [86] entnommen. Sie werden direkt in der $(1,2)$–Basis angegeben $(i, j, k, l \in \{1, 2\})$.

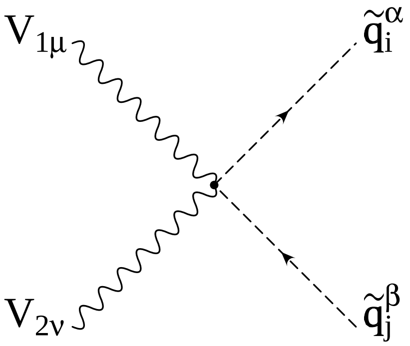


$$= -ig_s \left[T^a_{rs} T^a_{tu} S^\alpha_{ij} S^\beta_{kl} + \delta_{\alpha\beta} T^a_{ru} T^a_{ts} S^\alpha_{il} S^\beta_{kj}\right]$$

Hierbei wird in beiden Summanden über a summiert, im zweiten Summand hingegen wird nicht über α und β summiert. (r,s,t,u) stellen die Color–Indizes dar, für die anderen Konstanten gilt

$$T^a_{st} = \frac{1}{2}\lambda^a_{st}\ , \qquad S^\alpha_{ij} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta_{\tilde{q}^\alpha} & -\sin 2\theta_{\tilde{q}^\alpha} \\ -\cos 2\theta_{\tilde{q}^\alpha} & -\sin 2\theta_{\tilde{q}^\alpha} \end{pmatrix} \tag{A.42}$$

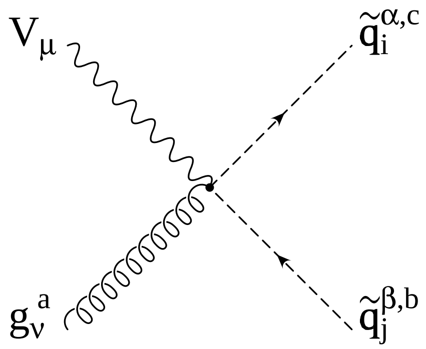
Vektor–Vektor–Squark–Squark–Kopplungen:



$$= C\ g_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}
V_1 = V_2 = \gamma \quad &: \quad C = 2ie^2Q_q^2\,[(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{ij}]\,\delta_{\alpha\beta} \\
V_1 = V_2 = Z \quad &: \quad C = \frac{2ie^2}{s_W^2c_W^2}\Big[\left(I_3^{q_i} - Q_q s_W^2\right)^2(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{ij}\Big]\delta_{\alpha\beta} \\
V_1 = \gamma, V_2 = Z \quad &: \quad C = \frac{2ie^2Q_q}{s_Wc_W}\Big[\left(I_3^{q_i} - Q_q s_W^2\right)(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{ij}\Big]\delta_{\alpha\beta} \\
V_1 = V_2 = W \quad &: \quad C = \frac{ie^2}{2s_W^2}(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{iL}\delta_{jL}\delta_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{A.43}$$

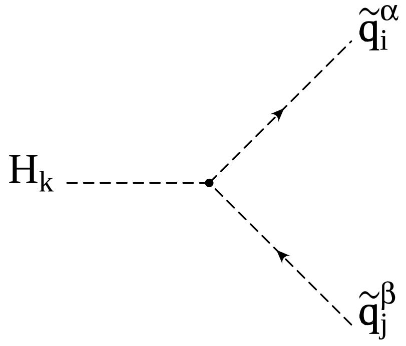
Vektor–Gluon–Squark–Squark–Kopplung:



$$= C\ g_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}
V = \gamma \quad &: \quad C = 2ieg_sQ_qT^a_{bc}\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta} \\
V = Z \quad &: \quad C = \frac{2ieg_s}{s_Wc_W}\left[I_3^{q_\alpha} - Q_q s_W^2\right]T^a_{bc}\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta} \\
V = W \quad &: \quad C = \frac{\sqrt{2}ieg_s}{s_W}T^a_{bc}\delta_{iL}\delta_{jL}(1-\delta_{\alpha\beta})
\end{aligned} \tag{A.44}$$

Higgs–Squark–Squark–Kopplungen:



$= C$

$$\phi_1\tilde{t}_L\tilde{t}_L \quad : \quad C = \frac{-ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(\frac{1}{2} - Q_t s_W^2\right)\cos\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{t}_L})$$

$$\phi_1\tilde{t}_R\tilde{t}_R \quad : \quad C = \frac{-ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(Q_t s_W^2\right)\cos\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{t}_R})$$

$$\phi_1\tilde{t}_L\tilde{t}_R \quad : \quad C = \frac{-ie\,m_t}{2M_W s_W \sin\beta}\mu\left(1+\frac{1}{2}(\delta Z_{\tilde{t}_L}+\delta Z_{\tilde{t}_R})+\frac{\delta m_t}{m_t}\right)$$

$$\begin{aligned}\phi_2\tilde{t}_L\tilde{t}_L \quad : \quad C = {} & \frac{ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(\frac{1}{2} - Q_t s_W^2\right)\sin\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{t}_L}) \\ & -\frac{ie\,m_t^2}{M_W s_W \sin\beta}\left(1+\delta Z_{\tilde{t}_L}+\frac{2\delta m_t}{m_t}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_2\tilde{t}_R\tilde{t}_R \quad : \quad C = {} & \frac{ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(Q_t s_W^2\right)\sin\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{t}_R}) \\ & -\frac{ie\,m_t^2}{M_W s_W \sin\beta}\left(1+\delta Z_{\tilde{t}_R}+\frac{2\delta m_t}{m_t}\right)\end{aligned}$$

$$\phi_2\tilde{t}_L\tilde{t}_R \quad : \quad C = \frac{-ie\,m_t}{2M_W s_W \sin\beta}A_t\left(1+\frac{1}{2}(\delta Z_{\tilde{t}_L}+\delta Z_{\tilde{t}_R})+\frac{\delta m_t}{m_t}+\frac{\delta A_t}{A_t}\right)$$

$$\begin{aligned}\phi_1\tilde{b}_L\tilde{b}_L \quad : \quad C = {} & -\frac{ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(-\frac{1}{2} - Q_b s_W^2\right)\cos\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{b}_L}) \\ & -\frac{ie\,m_b^2}{M_W s_W \cos\beta}\left(1+\delta Z_{\tilde{b}_L}+\frac{2\delta m_b}{m_b}\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_1\tilde{b}_R\tilde{b}_R \quad : \quad C = {} & -\frac{ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(Q_b s_W^2\right)\cos\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{b}_R}) \\ & -\frac{ie\,m_b^2}{M_W s_W \cos\beta}\left(1+\delta Z_{\tilde{b}_R}+\frac{2\delta m_b}{m_b}\right)\end{aligned}$$

$$\phi_1\tilde{b}_L\tilde{b}_R \quad : \quad C = \frac{-ie\,m_b}{2M_W s_W \cos\beta}A_b\left(1+\frac{1}{2}(\delta Z_{\tilde{b}_L}+\delta Z_{\tilde{b}_R})+\frac{\delta m_b}{m_b}+\frac{\delta A_b}{A_b}\right)$$

$$\phi_2\tilde{b}_L\tilde{b}_L \quad : \quad C = \frac{ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(-\frac{1}{2} - Q_b s_W^2\right)\sin\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{b}_L})$$

$$\phi_2\tilde{b}_R\tilde{b}_R \quad : \quad C = \frac{ie\,M_Z}{s_W c_W}\left(Q_b s_W^2\right)\sin\beta\,(1+\delta Z_{\tilde{b}_R})$$

$$\phi_2\tilde{b}_L\tilde{b}_R \quad : \quad C = \frac{-ie\,m_b}{2M_W s_W\cos\beta}\mu\left(1+\frac{1}{2}(\delta Z_{\tilde{b}_L}+\delta Z_{\tilde{b}_R})+\frac{\delta m_b}{m_b}\right)$$

$$A\tilde{t}_L(\text{einl.})\tilde{t}_R(\text{ausl.}) \quad : \quad C = C_{A\tilde{t}_L\tilde{t}_R}$$

$$= \frac{-e\,m_t}{2s_W M_W}\left((\mu - A_t\cot\beta\,)(1+\frac{\delta m_t}{m_t}) - \delta A_t\cot\beta\right)$$

$$A\tilde{t}_R(\text{einl.})\tilde{t}_L(\text{ausl.}) \quad : \quad C = -C_{A\tilde{t}_L\tilde{t}_R}$$

$$A\tilde{b}_L(\text{einl.})\tilde{b}_R(\text{ausl.}) \quad : \quad C = C_{A\tilde{b}_L\tilde{b}_R}$$

$$= \frac{-e\,m_b}{2s_W M_W}\left((\mu - A_b\tan\beta\,)(1+\frac{\delta m_b}{m_b}) - \delta A_b\tan\beta\right)$$

$$A\tilde{b}_R(\text{einl.})\tilde{b}_L(\text{ausl.}) \quad : \quad C = -C_{A\tilde{b}_L\tilde{b}_R}$$

$$G\tilde{t}_L(\text{einl.})\tilde{t}_R(\text{ausl.}) \quad : \quad C = C_{G\tilde{t}_L\tilde{t}_R}$$

$$= \frac{+e\,m_t}{2s_W M_W}\left((\mu\cot\beta\; + A_t)(1+\frac{\delta m_t}{m_t}) + \delta A_t\right)$$

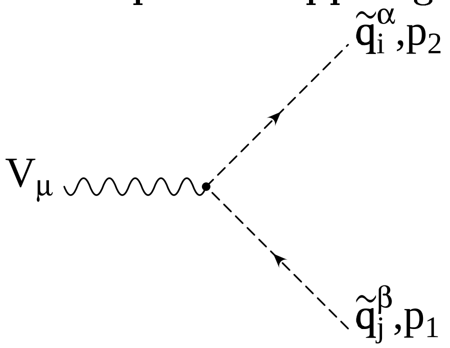
$$G\tilde{t}_R(\text{einl.})\tilde{t}_L(\text{ausl.}) \quad : \quad C = -C_{G\tilde{t}_L\tilde{t}_R}$$

$$G\tilde{b}_L(\text{einl.})\tilde{b}_R(\text{ausl.}) \quad : \quad C = C_{G\tilde{b}_L\tilde{b}_R}$$

$$= \frac{-e\,m_b}{2s_W M_W}\left((\mu\tan\beta\; + A_b)(1+\frac{\delta m_b}{m_b}) + \delta A_b\right)$$

$$G\tilde{t}_R(\text{einl.})\tilde{t}_L(\text{ausl.}) \quad : \quad C = -C_{G\tilde{b}_L\tilde{b}_R} \tag{A.45}$$

Vektor–Squark–Squark–Kopplungen:

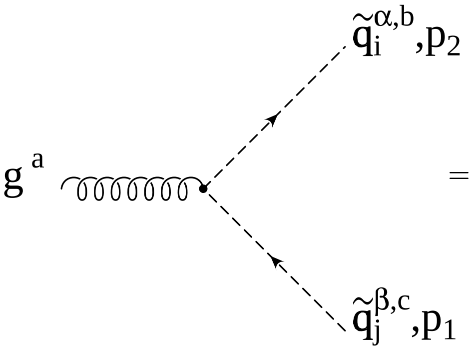


$$= -C\,(p_1 - p_2)_\mu$$

$$V=\gamma \quad : \quad C = -ieQ_q(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta}$$

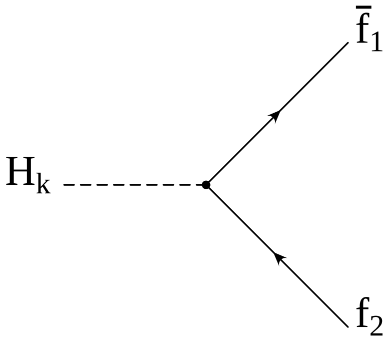
$$V=Z \quad : \quad C = \frac{ie}{s_W c_W}\left(-I_3^{q_\alpha} + Q_q s_W^2\right)(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta}$$

$$V=W \quad : \quad C = \frac{-ie}{\sqrt{2}s_W}(1+\delta Z_{\tilde{q}_i})\delta_{iL}\delta_{jL}(1-\delta_{\alpha\beta}) \tag{A.46}$$



$$= -ig_s T^c_{ba}\,(p_1 + p_2)_\mu$$

Higgs–Fermion–Fermion–Kopplungen

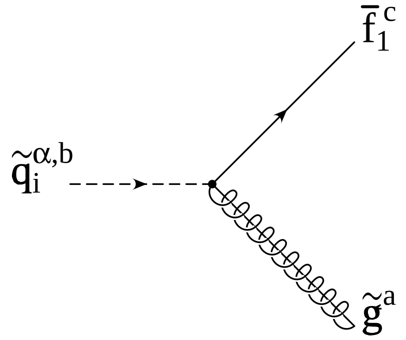


$$= C_L \omega_- + C_R \omega_+$$

$$\begin{aligned}
\phi_1 tt \quad &: \quad C_{L,R} = 0 \\
\phi_2 tt \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{-ie\,m_t}{2M_W\,s_W\sin\beta}\left(1 + \frac{\delta m_t}{m_t} + \delta Z_t^{L,R}\right) \\
Att \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{e\cos\beta\; m_t}{2M_W\,s_W\sin\beta}\left(1 + \frac{\delta m_t}{m_t} + \delta Z_t^{L,R}\right) \times \begin{cases} +1 & : \quad C_L \\ -1 & : \quad C_R \end{cases} \\
Gtt \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{e\,m_t}{2M_W\,s_W}\left(1 + \frac{\delta m_t}{m_t} + \delta Z_t^{L,R}\right) \times \begin{cases} +1 & : \quad C_L \\ -1 & : \quad C_R \end{cases} \\
\phi_1 bb \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{-ie\,m_b}{2M_W\,s_W\cos\beta}\left(1 + \frac{\delta m_b}{m_b} + \delta Z_b^{L,R}\right) \\
\phi_2 bb \quad &: \quad C_{L,R} = 0 \\
Abb \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{e\sin\beta\; m_b}{2M_W\,s_W\cos\beta}\left(1 + \frac{\delta m_b}{m_b} + \delta Z_b^{L,R}\right) \times \begin{cases} +1 & : \quad C_L \\ -1 & : \quad C_R \end{cases} \\
Gbb \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{-e\,m_b}{2M_W\,s_W}\left(1 + \frac{\delta m_b}{m_b} + \delta Z_b^{L,R}\right) \times \begin{cases} +1 & : \quad C_L \\ -1 & : \quad C_R \end{cases}
\end{aligned} \tag{A.47}$$

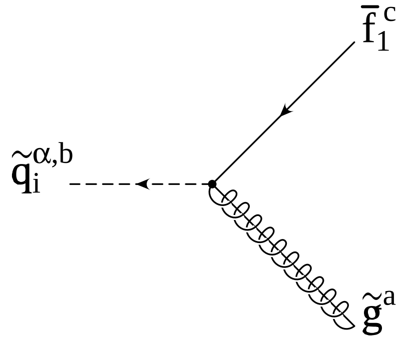
Gluino–Sfermion–Fermion–Kopplungen:

Diese Kopplungen werden in der (1, 2)–Basis angegeben ($i \in \{1, 2\}$).



$$= C_L \omega_- + C_R \omega_+$$

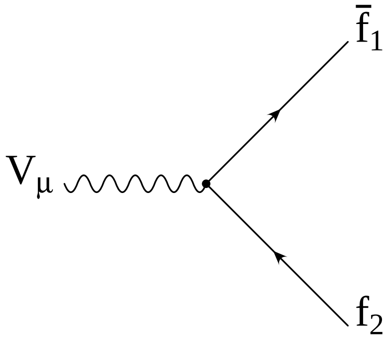
$$\begin{aligned} C_L &= i g_s \sqrt{2}\, T^a_{bc} \times \begin{cases} \sin\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 1 \\ \cos\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 2 \end{cases} \\ C_R &= -i g_s \sqrt{2}\, T^a_{bc} \times \begin{cases} \cos\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 1 \\ -\sin\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 2 \end{cases} \end{aligned} \tag{A.48}$$



$$= C_L \omega_- + C_R \omega_+$$

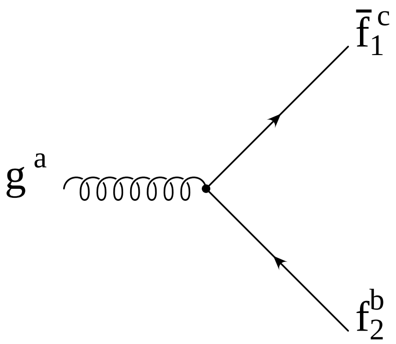
$$\begin{aligned} C_L &= -i g_s \sqrt{2}\, T^a_{bc} \times \begin{cases} \cos\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 1 \\ -\sin\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 2 \end{cases} \\ C_R &= i g_s \sqrt{2}\, T^a_{bc} \times \begin{cases} \sin\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 1 \\ \cos\theta_{\tilde{q}} & : \quad j = 2 \end{cases} \end{aligned} \tag{A.49}$$

Vektor–Fermion–Fermion–Kopplungen:



$$= C_L \gamma_\mu \omega_- + C_R \gamma_\mu \omega_+$$

$$
\begin{aligned}
V = \gamma \quad &: \quad C_{L,R} = -ieQ_f \left(1 + \delta Z_f^{L,R}\right) \\
V = Z \quad &: \quad C_{L,R} = \frac{-ie}{s_W c_W} \left(I_3^{f_{L,R}} - Q_f s_W^2\right) \left(1 + \delta Z_f^{L,R}\right) \\
V = W \quad &: \quad C_L = \frac{-ie}{\sqrt{2}\, s_W} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\delta Z_t^L + \delta Z_b^L\right)\right) \\
& \quad\;\; C_R = 0
\end{aligned}
\tag{A.50}
$$



$$= C_L \gamma_\mu \omega_- + C_R \gamma_\mu \omega_+$$

$$C_L = C_R = -ig_s T^a_{bc} \tag{A.51}$$

Anhang B

2–Schleifen–Selbstenergie–Integrale

In diesem Anhang werden alle in dieser Arbeit benötigten Formeln für 2–Schleifen–Integrale angegeben. Dabei bezeichnet D die Dimension der Raum-Zeit, und es gilt $\delta = \frac{1}{2}(4-D)$.

B.1 Analytische Formeln für skalare 1– und 2–Schleifen–Basis–Integrale

Bei den folgenden Formeln wurden überall die in dem singulären Teil auftretenden Terme $\gamma_E + \ln(4\pi\,\mu)$ weggelassen, da diese sich bei der Berechnung einer vollständigen Amplitude herausheben.

Die analytischen Formeln für die Integrale A_0 und B_0 stammen aus [46], die für T_{134} und $T_{234'}$ aus [48], für $T_{123'45}, T_{1123'4}$ und $T_{123'4}$ aus [40]. Verwendet wird die Notation aus Kapitel 2.

B.1.1 $\underline{A_0(m)}$

$$
\begin{aligned}
A_0(m_1) = B_1 &= \langle \frac{1}{k_1^2 - m_1^2} \rangle \\
&= \frac{m_1^2}{\delta} \\
&\quad + m_1^2 \left(1 - \ln(m_1^2)\right) \\
&\quad + \delta\, m_1^2 \left(\frac{\pi^2}{12} + \frac{1}{2}\ln^2(m_1^2) - \ln(m_1^2) + 1 \right), \qquad \text{(B.1)}
\end{aligned}
$$

Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß diese Definition von B_1 nicht mit der “üblichen” Definition des Symbols übereinstimmt.

Spezialfälle:

$$A_0(0) = 0 \qquad \text{(B.2)}$$

Ableitungen:

$$\frac{\partial}{\partial m^2} A_0(m) = \frac{D/2-1}{m^2} A_0(m) \qquad \text{(B.3)}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial (m^2)^2} A_0(m) = \frac{D/2-1}{m^4} \left(\frac{D}{2} - 2 \right) A_0(m) \qquad \text{(B.4)}$$

B.1.2 $B_0(p^2, m_1, m_2)$

$$\begin{aligned}
B_0(p^2, m_1, m_2) = B_{12} &= \langle \frac{1}{[k^2 - m_1^2][(k+q)^2 - m_2^2]} \rangle \\
&= \frac{1}{\delta} B_0^{1/\delta} + B_0^{fin}(p^2, m_1, m_2) + \delta B_0^{\delta}(p^2, m_1, m_2) \\
\text{mit } B_0^{1/\delta} &= 1 \\
B_0^{fin}(p^2, m_1, m_2) &= -\Big\{ \frac{1}{2}\left(\ln(m_1^2) + \ln(m_2^2)\right) - 2 + \frac{m_1^2/m_2^2 - 1}{2p^2/m_2^2} \ln\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right) \\
&\quad - \frac{1}{2} \frac{r_1 - r_2}{p^2/m_2^2} \left(\ln(r_1) - \ln(r_2)\right) \Big\} \qquad \text{(B.5)} \\
& \qquad \text{(B.6)}
\end{aligned}$$

hierbei sind r_1 und r_2 die Lösungen der Gleichung

$$m_2^2 r + \frac{m_1^2}{r} = m_1^2 + m_2^2 - p^2. \qquad \text{(B.7)}$$

Der Anteil $(\delta\, B_0^{\delta})$ (in $\mathcal{O}(\delta)$) der B_0–Funktion fällt bei allen in der Arbeit vorkommenden Rechnungen heraus, wird also nicht explizit benötigt. Er kann aber in [49] gefunden werden.

Spezialfälle:

$$B_0(0, m_1, m_2) = \frac{A_0(m_1) - A_0(m_2)}{m_1^2 - m_2^2} \qquad \text{(B.8)}$$

$$B_0(0, m, m) = B_{11} = \frac{D/2 - 1}{m^2} A_0(m) \qquad \text{(B.9)}$$

$$B_0(0, m, 0) = B_{11'} = \frac{1}{m^2} A_0(m) \qquad \text{(B.10)}$$

Ableitungen:

$$\begin{aligned}
B_0'(q^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{N}[(m_1^2 + m_2^2) B_0(q^2, m_1, m_2) - m_1^2 B_0(0, m_1, m_1) \qquad \text{(B.11)} \\
&- m_2^2 B_0(0, m_2, m_2) - q^2 - \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{q^2} (B_0(q^2, m_1, m_2) - B_0(0, m_1, m_2))] \\
N &= [q^2 - (m_1 - m_2)^2][q^2 - (m_1 + m_2)^2] \qquad \text{(B.12)}
\end{aligned}$$

Daraus ergeben sich die speziellen Werte:

$$B_0'(q^2, m, m) = \frac{1}{q^2 - 4m^2}[\frac{2m^2}{q^2}(B_0(q^2, m, m) - B_0(0, m, m)) - 1] \qquad \text{(B.13)}$$

$$B_0'(q^2, 0, m) = \frac{1}{(q^2 - m^2)^2}\Big[m^2 B_0(q^2, 0, m) - m^2 B_0(0, m, m) - q^2 \qquad \text{(B.14)}$$

$$-\frac{m^4}{q^2}(B_0(q^2,0,m) - B_0(0,0,m))\Big] \quad \text{(B.15)}$$

$$B_0'(q^2,0,0) = -\frac{1}{q^2} \quad \text{(B.16)}$$

B.1.3 $\underline{T_{134}}$

Die Massen müssen so permutiert werden, daß $m_3 > m_1, m_2$ gilt.

$$\begin{aligned}
T_{134} &= \frac{1}{2\,\delta^2}\left(m_1^2+m_2^2+m_3^2\right) \\
&+\frac{1}{\delta}\left\{\frac{3}{2}\left(m_1^2+m_2^2+m_3^2\right) - m_1^2\ln(m_1^2) - m_2^2\ln(m_2^2) - m_3^2\ln(m_3^2)\right\} \\
&+\left(\frac{7}{2}+\frac{\pi^2}{12}\right)\left(m_1^2+m_2^2+m_3^2\right) \\
&+m_1^2\left(\ln^2(m_1^2) - 3\ln(m_1^2)\right) + m_2^2\left(\ln^2(m_2^2) - 3\ln(m_2^2)\right) + m_3^2\left(\ln^2(m_3^2) - 3\ln(m_3^2)\right) \\
&+\frac{1}{4}\left(+m_1^2-m_2^2-m_3^2\right)\ln^2\left(\frac{m_2^2}{m_3^2}\right) + \frac{1}{4}\left(-m_1^2+m_2^2-m_3^2\right)\ln^2\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}\right) \\
&+\frac{1}{4}\left(-m_1^2-m_2^2+m_3^2\right)\ln^2\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right) + \tilde{\Phi}(m_1^2,m_2^2,m_3^2) \qquad \text{(B.17)}
\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
\tilde{\Phi}(m_1^2,m_2^2,m_3^2) &= \frac{1}{2}m_3^2\lambda\left(\frac{m_1^2}{m_3^2},\frac{m_2^2}{m_3^2}\right) \\
&\Bigg(2\ln(\alpha_1(m_1,m_2,m_3))\ln(\alpha_2(m_1,m_2,m_3)) - \ln\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}\right)\ln\left(\frac{m_2^2}{m_3^2}\right) \\
&-2\mathrm{Li}_2(\alpha_1(m_1,m_2,m_3)) - 2\mathrm{Li}_2(\alpha_2(m_1,m_2,m_3)) + \frac{\pi^2}{3}\Bigg) \qquad \text{(B.18)}
\end{aligned}$$

$$\lambda(x,y) = \sqrt{1+x^2+y^2-2x-2y-2xy} \quad \text{(B.19)}$$

$$\alpha_i(m_1,m_2,m_3) = \frac{1}{2}\Bigg(1-(-1)^i\frac{m_1^2}{m_3^2}+(-1)^i\frac{m_2^2}{m_3^2} - \lambda\left(\frac{m_1^2}{m_3^2},\frac{m_2^2}{m_3^2}\right)\Bigg). \quad \text{(B.20)}$$

Spezialfälle:

$$\begin{aligned}
T_{134'}(m_1^2,m_2^2,0) &= \frac{1}{2\,\delta^2}\left(m_1^2+m_2^2\right) \\
&+\frac{1}{\delta}\left\{\frac{3}{2}\left(m_1^2+m_2^2\right) - m_1^2\ln(m_1^2) - m_2^2\ln(m_2^2)\right\} \\
&+\left(\frac{7}{2}+\frac{\pi^2}{12}\right)\left(m_1^2+m_2^2\right)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+m_1^2\left(\ln^2(m_1^2)-3\ln(m_1^2)\right)+m_2^2\left(\ln^2(m_2^2)-3\ln(m_2^2)\right)\\
&+\frac{1}{4}\left(-m_1^2-m_2^2\right)\ln^2\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right)+\frac{1}{4}\left(+m_1^2-m_2^2\right)\left(\ln^2(m_2^2)-\ln(m_1^2)\right)\\
&+\left(-\frac{1}{2}(m_2^2-m_1^2)\ln(m_2^2)\ln\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right)+(m_2^2-m_1^2)\mathrm{Li}_2\left(1-\frac{m_1^2}{m_2^2}\right)\right)
\end{aligned}
\tag{B.21}
$$

$$
T_{134'}(m^2,m^2,0) = \frac{D/2-1}{(D-3)m^2}(A_0(m))^2 \tag{B.22}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{13'4'}(m^2,0,0) &= \frac{1}{2\,\delta^2}\left(m^2\right)\\
&+\frac{1}{\delta}\left\{\frac{3}{2}\left(m^2\right)-m^2\ln(m^2)\right\}\\
&+m^2\left(\frac{7}{2}+\frac{3\pi^2}{12}+\ln^2(m^2)-3\ln(m^2)\right)
\end{aligned}
\tag{B.23}
$$

B.1.4 $\underline{T_{234'}}$

In der folgenden Formel besitzt p^2 einen kleinen Imaginäranteil $i\epsilon, \epsilon > 0$.

$$
\begin{aligned}
T_{234'} &= \frac{1}{2\delta^2}\left(m_1^2+m_2^2\right)\\
&+\frac{1}{\delta}\left\{\frac{3}{2}\left(m_1^2+m_2^2\right)-m_1^2\ln(m_1^2)-m_2^2\ln(m_2^2)-\frac{1}{4}p^2\right\}\\
&+m_1^2\left(\ln^2(m_1^2)-3\ln(m_1^2)\right)+m_2^2\left(\ln^2(m_2^2)-3\ln(m_2^2)\right)+\frac{1}{2}p^2\ln(-p^2)\\
&+\frac{1}{4}p^2\left\{\ln\left(\frac{m_1^2}{-p^2}\right)+\ln\left(\frac{m_2^2}{-p^2}\right)-\frac{13}{2}\right\}\\
&+(m_1^2+m_2^2)\left\{3+\frac{\pi^2}{12}-\frac{1}{4}\ln^2\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right)\right\}\\
&+\frac{1}{2}(m_1^2-m_2^2)\left\{\mathrm{Li}_2\left(\frac{m_1^2-m_2^2}{m_1^2}\right)-\mathrm{Li}_2\left(\frac{m_2^2-m_1^2}{m_2^2}\right)\right\}\\
&+\frac{p^2}{4}\left\{\left(\frac{m_1^2}{p^2}\right)^2-\left(\frac{m_2^2}{p^2}\right)^2\right\}\ln\left(\frac{m_1^2}{m_2^2}\right)\\
&+\frac{1}{4}(p^2+m_1^2+m_2^2)\frac{m_2^2}{p^2}(r_1-r_2)(-\ln(r_1)+\ln(r_2))\\
&+m_1^2\left(1-\frac{m_2^2}{p^2}\right)\left\{\mathrm{Li}_2\left(\frac{1-r_1}{-r_1}\right)+\mathrm{Li}_2\left(\frac{1-r_2}{-r_2}\right)-\mathrm{Li}_2\left(\frac{m_1^2-m_2^2}{m_1^2}\right)\right\}\\
&+m_2^2\left(1-\frac{m_1^2}{p^2}\right)\left\{\mathrm{Li}_2\left(1-r_1\right)+\mathrm{Li}_2\left(1-r_2\right)-\mathrm{Li}_2\left(\frac{m_2^2-m_1^2}{m_2^2}\right)\right\},
\end{aligned}
\tag{B.24}
$$

wobei r_1 und r_2 wieder durch (B.7) gegeben sind.

Die divergenten Anteile des Integrals können für den allgemeinen Fall mit drei untereinander und von Null verschiedenen Massen deutlich einfacher dargestellt werden:

$$
\begin{aligned}
T_{234} &= \frac{1}{\delta^2} T_{234}^{1/\delta^2} + \frac{1}{\delta} T_{234}^{1/\delta} + T_{234}^{fin} + \mathcal{O}(\delta) && \text{(B.25)}\\
\text{mit } T_{234}^{1/\delta^2} &= \frac{1}{2}(m_2^2 + m_3^2 + m_4^2) && \text{(B.26)}\\
T_{234}^{1/\delta} &= m_2^2(\frac{3}{2} - \ln(m_2^2)) + m_3^2(\frac{3}{2} - \ln(m_3^2)) + m_4^2(\frac{3}{2} - \ln(m_4^2)) && \text{(B.27)}
\end{aligned}
$$

B.1.5 $\underline{T_{123'4}}$

Folgende Formel ist in der Entwicklung nach $1/\delta$ bis in $\mathcal{O}(\delta^0)$ korrekt (und wird auch nur bis zu dieser Ordnung in der Arbeit benötigt.)

$$
\begin{aligned}
T_{123'4}(m_1^2, m_1^2, 0, m_4^2) &= T_{123'4}(m_1^2, m_4^2, 0, m_4^2) = \\
& \Bigg\{ \left(1 - 2(\ln(p^2) - i\pi)\delta + \frac{1}{2}\left(2\ln(p^2) - i\pi\right)^2 \delta^2\right) \frac{1+\delta}{2} (\tilde{B}(p^2, m_1^2, m_4^2))^2 \\
& + \frac{1}{2}\left[3 - \frac{x_{14}\ln^2(x_{14})}{(1-x_{14})^2} - \frac{x_{41}\ln^2(x_{41})}{(1-x_{41})^2} - G(x_{14}) + G(x_{41})\right] \Bigg\} && \text{(B.28)}
\end{aligned}
$$

Hierbei (und im folgenden) werden folgende Funktionen benötigt:

$$
\begin{aligned}
\tilde{B}(p^2, m_i^2, m_j^2) &= \frac{1}{\delta} + \Bigg\{ \frac{1}{2}\left[2 + \left(\frac{m_i^2}{-p^2} - \frac{m_j^2}{-p^2} + \sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2}, \frac{m_j^2}{-p^2}\right)}\right)\ln(x_{ij}) - \ln\left(\frac{m_i^2}{-p^2}\right)\right] \\
& + \frac{1}{2}\left[2 + \left(\frac{m_j^2}{-p^2} - \frac{m_i^2}{-p^2} + \sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2}, \frac{m_j^2}{-p^2}\right)}\right)\ln(x_{ji}) - \ln\left(\frac{m_j^2}{-p^2}\right)\right] \Bigg\} \\
& \left(1 + (\ln(p^2) - i\pi)\delta\right) \\
& + \delta\left(B_0^\delta(p^2, m_i, m_j) - \frac{1}{2}(\ln(p^2) - i\pi)^2\right) && \text{(B.29)}\\
\tilde{B}'(p^2, m_i^2, m_j^2) &= \frac{1}{2\sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2}, \frac{m_j^2}{-p^2}\right)}} \Bigg[\left(1 + \frac{m_i^2}{-p^2} - \frac{m_j^2}{-p^2} + \sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2}, \frac{m_j^2}{-p^2}\right)}\right)\ln(x_{ij}) \\
& + \left(1 + \frac{m_i^2}{-p^2} - \frac{m_j^2}{-p^2} + \sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2}, \frac{m_j^2}{-p^2}\right)}\right)\ln(x_{ji})\Bigg] \left(1 + (\ln(p^2) - i\pi)\delta\right) \\
& - \delta\, p^2 \frac{\partial}{\partial(m_i)^2} B_0'^{\delta}(p^2, m_i, m_j) && \text{(B.30)}
\end{aligned}
$$

$$x_{ij} = \frac{2\frac{m_i^2}{-p^2}}{1+\frac{m_i^2}{-p^2}+\frac{m_j^2}{-p^2}+\sqrt{\left[\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2},\frac{m_j^2}{-p^2}\right)\right]}} \tag{B.31}$$

$$\lambda(x,y) = 1+2x+2y+(x-y)^2 \tag{B.32}$$

$$F(x) = 6\mathrm{Li}_3(x)-4\mathrm{Li}_2(x)\ln(x)-\ln^2(x)\ln(1-x) \tag{B.33}$$

$$G(x) = -2\mathrm{Li}_2(1-x)+\frac{\pi^2}{3}+\frac{x}{1-x}\ln^2(x) \tag{B.34}$$

Die divergenten Anteile des Integrals können für den allgemeinen Fall mit vier untereinander und von Null verschiedenen Massen deutlich einfacher dargestellt werden:

$$T_{1234} = \frac{1}{\delta^2}T_{1234}^{1/\delta^2}+\frac{1}{\delta}T_{1234}^{1/\delta}+T_{1234}^{fin}+\mathcal{O}(\delta) \tag{B.35}$$

$$\text{mit } T_{1234}^{1/\delta^2} = \frac{1}{2} \tag{B.36}$$

$$T_{1234}^{1/\delta} = B_0^{fin}(p^2,m_1,m_2)+\frac{1}{2} \tag{B.37}$$

B.1.6 $\underline{T_{1123'4}}$

Folgende Formel ist in der Entwicklung nach $1/\delta$ bis in $\mathcal{O}(\delta^0)$ korrekt (und wird auch nur bis zu dieser Ordnung in der Arbeit benötigt.)

$$\begin{aligned}
T_{1123'4}(m_1^2,m_1^2,0,m_4^2) = \Bigg\{ & \left(1-2(\ln(p^2)-i\pi)\delta+\frac{1}{2}\left(2\ln(p^2)-i\pi\right)^2\delta^2\right) \\
& (-1-\delta)\tilde{B}(p^2,m_1^2,m_4^2)\tilde{B}'(p^2,m_1^2,m_2^2) \\
& +\frac{1}{p^2}\Bigg\{\frac{1}{\sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2},\frac{m_j^2}{-p^2}\right)}}\left[\frac{\ln(x_{14})}{1-x_{14}}\frac{1+\ln(x_{14})}{1-x_{14}}-\frac{x_{41}\ln(x_{41})}{1-x_{41}}\frac{1+x_{41}\ln(x_{41})}{1-x_{41}}\right] \\
& +\frac{1}{2}\frac{-p^2}{m_i^2}\Bigg[\sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2},\frac{m_j^2}{-p^2}\right)}G(x_{14}x_{41}) \\
& -\frac{1}{2}\left(1-\frac{m_i^2}{-p^2}+\frac{m_j^2}{-p^2}+\sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2},\frac{m_j^2}{-p^2}\right)}\right)G(x_{14}) \\
& +\frac{1}{2}\left(1-\frac{m_i^2}{-p^2}+\frac{m_j^2}{-p^2}-\sqrt{\lambda\left(\frac{m_i^2}{-p^2},\frac{m_j^2}{-p^2}\right)}\right)G(x_{41})\Bigg]\Bigg\}
\end{aligned} \tag{B.38}$$

Die divergenten Anteile des Integrals können für den allgemeinen Fall mit vier untereinander und von Null verschiedenen Massen deutlich einfacher dargestellt werden:

$$T_{11234} = \frac{1}{\delta^2}T_{11234}^{1/\delta^2}+\frac{1}{\delta}T_{11234}^{1/\delta}+T_{11234}^{fin}+\mathcal{O}(\delta) \tag{B.39}$$

$$\text{mit } T_{11234}^{1/\delta^2} = 0 \tag{B.40}$$

$$T_{11234}^{1/\delta} = \frac{\partial}{\partial(m_1^2)} B_0^{fin}(p^2, m_1, m_2) \tag{B.41}$$

B.1.7 $\underline{T_{123'45}}$

Folgende Formel ist in der Entwicklung nach $1/\delta$ bis in $\mathcal{O}(\delta^0)$ korrekt (und wird auch nur bis zu dieser Ordnung in der Arbeit benötigt.)

$$\begin{aligned} T_{123'45}(m_1^2, m_1^2, 0, m_4^2, m_4^2) &= \left(1 - 2(\ln(p^2) - i\pi)\delta + \frac{1}{2}\left(2\ln(p^2) - i\pi\right)^2 \delta^2\right) \\ &\quad \frac{1}{p^2}\left(F(1) + F(x_{14}x_{41}) - F(x_{14}) - F(x_{41})\right) \end{aligned} \tag{B.42}$$

Diese Funktion ist endlich im Limes $\delta \to 0$.

B.2 Reduktionsformeln für 2–Schleifen–Integrale

Zur einfacheren Darstellung der hier betrachteten Methode wird folgende zusätzliche Notation eingeführt:

$$T_{\underbrace{1\ldots}_{\nu_1}\underbrace{3\ldots}_{\nu_2}\underbrace{4\ldots}_{\nu_3}}(m_1^2, m_2^2, m_3^2) = I(\nu_1, \nu_2, \nu_3; m_1, m_2, m_3) \tag{B.43}$$

Um Rekursionsformeln für Integrale der Form $T_{1\ldots3\ldots4\ldots}$ zu erhalten, verwendet man am einfachsten die Methode der partiellen Integration [87].

Diese Methode beruht auf der Beobachtung, daß dimensional regularisierte Impulsintegrale translationsinvariant sind:

$$\int d^D p f(p) = \int d^D p f(p+k). \tag{B.44}$$

Daraus folgen Identitäten der Form

$$0 = \int d^D p \frac{\partial}{\partial p_\mu} f(p), \tag{B.45}$$

deren Auswertung mit einer partiellen Integration im p–Raum gleichbedeutend ist. Für die Integrale $I(\nu_1, \nu_2, \nu_3; m_1, m_2, m_3)$ kann man drei unabhängige Beziehungen dieser Form aufstellen:

$$\begin{aligned} \int\int d^D p\, d^D q \frac{\partial}{\partial p_\mu}\left\{\frac{p_\mu}{(p^2 - m_1^2)^{\nu_1}(q^2 - m_2^2)^{\nu_2}((p-q)^2 - m_3^2)^{\nu_3}}\right\} &= 0 \\ \int\int d^D p\, d^D q \frac{\partial}{\partial q_\mu}\left\{\frac{q_\mu}{(p^2 - m_1^2)^{\nu_1}(q^2 - m_2^2)^{\nu_2}((p-q)^2 - m_3^2)^{\nu_3}}\right\} &= 0 \\ \int\int d^D p\, d^D q \frac{\partial}{\partial q_\mu}\left\{\frac{p_\mu}{(p^2 - m_1^2)^{\nu_1}(q^2 - m_2^2)^{\nu_2}((p-q)^2 - m_3^2)^{\nu_3}}\right\} &= 0 \end{aligned} \tag{B.46}$$

Aus diesen Gleichungen erhält man nach der Ausführung der Ableitung und unter Verwendung von Tensorreduktionsformeln für den Zähler ein Gleichungssystem, welches nach $I(\nu_1+1, \nu_2, \nu_3), I(\nu_1, \nu_2+1, \nu_3)$ und $I(\nu_1, \nu_2, \nu_3+1)$ aufgelöst werden kann (zur Vereinfachung der Darstellung werden die Massen m_1, m_2, m_3 in den Argumenten der Integrale im folgenden weggelassen):

$$\begin{pmatrix} -2\nu_1 m_1^2 & 0 & -\nu_3(m_1^2 - m_2^2 + m_3^2) \\ 0 & -2\nu_2 m_2^2 & \nu_3(m_1^2 - m_2^2 - m_3^2) \\ 0 & -\nu_2(m_1^2 + m_2^2 - m_3^2) & \nu_3(m_1^2 - m_2^2 + m_3^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I(\nu_1+1, \nu_2, \nu_3) \\ I(\nu_1, \nu_2+1, \nu_3) \\ I(\nu_1, \nu_2, \nu_3+1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} (-D + 2\nu_1 + \nu_3) I(\nu_1, \nu_2, \nu_3) + \nu_3 I(\nu_1 - 1, \nu_2, \nu_3 + 1) - \nu_3 I(\nu_1, \nu_2 - 1, \nu_3 + 1) \\ (-D + 2\nu_2 + \nu_3) I(\nu_1, \nu_2, \nu_3) - \nu_3 I(\nu_1 - 1, \nu_2, \nu_3 + 1) - \nu_3 I(\nu_1, \nu_2 - 1, \nu_3 + 1) \\ (\nu_2 - \nu_3) I(\nu_1, \nu_2, \nu_3) + \nu_2 I(\nu_1 - 1, \nu_2 + 1, \nu_3) - \nu_2 I(\nu_1, \nu_2 + 1, \nu_3 - 1) + R \end{pmatrix}$$

$$R = -\nu_3 I(\nu_1 - 1, \nu_2, \nu_3 + 1) + \nu_3 I(\nu_1, \nu_2 - 1, \nu_3 + 1). \tag{B.47}$$

Damit können die Integrale mit $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = s + 1$ durch diejenigen mit $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = s$ ausgedrückt werden. Diese allgemeine Formel liefert für die T–Integrale folgenden Spezialfälle:

$$\begin{aligned} T_{1134} &= \frac{1}{-m_1^4 - m_3^4 - m_4^4 + 2\left(m_1^2 m_3^2 + m_1^2 m_4^2 + m_3^2 m_4^2\right)} \\ &\quad \Big\{(m_1^2 - m_3^2 - m_4^2)(3 - D) T_{134} + (D/2 - 1)(B_1 B_3 + B_1 B_4 - 2 B_3 B_4) - \\ &\quad \frac{D/2 - 1}{m_1^2}(m_3^2 - m_4^2)(B_1 B_3 - B_1 B_4)\Big\} \end{aligned} \tag{B.48}$$

$$\begin{aligned} T_{1'1'34} &= \frac{1}{m_3^2 + m_4^2} \\ &\quad [(3 - D) T_{1'34} + (B_3 - B_4) B(0,0,0) + T_{1'344}] \end{aligned} \tag{B.49}$$

$$T_{1'1'3'4} = -\frac{1}{m^4}(-(m^2 B_1 B_0(0,0,0)) - (3 - D) m^2 T_{13'4'}) \tag{B.50}$$

$$\begin{aligned} T_{113'4} &= \frac{-1}{(m_1^2 - m_4^2)^2}((-1 + D/2) B_1 B_4 \\ &\quad -((-1 + D/2)\frac{m_4^2}{m_1^2} B_1 B_4) + (3 - D)(m_1^2 - m_4^2) T_{13'4}) \end{aligned} \tag{B.51}$$

$$T_{113'4}(m^2, 0, m^2) = \frac{D/2 - 1}{2m^4} B_1^2 \tag{B.52}$$

$$T_{113'4'} = \frac{D - 3}{m^2} T_{13'4'} \tag{B.53}$$

$$T_{11134} = \frac{(2 - D)}{8 m_1^4 (m_1 - m_3 - m_4)^2 (m_1 + m_3 - m_4)^2}$$

$$
\begin{aligned}
& \frac{1}{(m_1-m_3+m_4)^2(m_1+m_3+m_4)^2} \\
& \Big\{ - B_1 B_3 \Big[12m_1^6 - 3Dm_1^6 - 28m_1^4 m_3^2 + 7Dm_1^4 m_3^2 + 20m_1^2 m_3^4 \\
& -5Dm_1^2 m_3^4 - 4m_3^6 + Dm_3^6 + Dm_1^4 m_4^2 - 4m_1^2 m_3^2 m_4^2 + 2Dm_1^2 m_3^2 m_4^2 \\
& +12m_3^4 m_4^2 - 3Dm_3^4 m_4^2 - 16m_1^2 m_4^4 + 3Dm_1^2 m_4^4 - 12m_3^2 m_4^4 \\
& +3Dm_3^2 m_4^4 + 4m_4^6 - Dm_4^6 \Big] \\
& -B_1 B_4 \Big[12m_1^6 - 3Dm_1^6 + Dm_1^4 m_3^2 - 16m_1^2 m_3^4 + 3Dm_1^2 m_3^4 + 4m_3^6 \\
& -Dm_3^6 - 28m_1^4 m_4^2 + 7Dm_1^4 m_4^2 - 4m_1^2 m_3^2 m_4^2 + 2Dm_1^2 m_3^2 m_4^2 \\
& -12m_3^4 m_4^2 + 3Dm_3^4 m_4^2 \\
& +20m_1^2 m_4^4 - 5Dm_1^2 m_4^4 + 12m_3^2 m_4^4 \\
& -3Dm_3^2 m_4^4 - 4m_4^6 + Dm_4^6 \Big] \\
& +4m_1^4 (5-D)(m_1^2 - m_3^2 - m_4^2) B_3 B_4 \Big\} \\
& + \frac{(3-D)4m_1^4}{2-D} \Big[4m_1^4 - Dm_1^4 - 8m_1^2 m_3^2 + 2Dm_1^2 m_3^2 + 4m_3^4 \\
& -Dm_3^4 - 8m_1^2 m_4^2 + 2Dm_1^2 m_4^2 + 12m_3^2 m_4^2 - 2Dm_3^2 m_4^2 \\
& +4m_4^4 - Dm_4^4 \Big] T_{134} \qquad \text{(B.54)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{1113'4} \;=\; & \frac{1}{2(m_1-m_4)^4(m_1+m_4)^4} \Big\{ \frac{D-2}{4m_1^4} \Big[12m_1^6 - 3Dm_1^6 - 28m_1^4 m_4^2 \\
& +7Dm_1^4 m_4^2 + 20m_1^2 m_4^4 - 5Dm_1^2 m_4^4 - 4m_4^6 + Dm_4^6 \Big] B_1 B_4 \\
& + \Big[(3-D)(4m_1^4 - Dm_1^4 - 8m_1^2 m_4^2 \\
& +2Dm_1^2 m_4^2 + 4m_4^4 - Dm_4^4) \Big] T_{13'4} \Big\} \qquad \text{(B.55)}
\end{aligned}
$$

$$
T_{1113'4}(m^2,0,m^2) \;=\; \frac{D-6}{(D-2)(D-5)} B_{11} B_{111} \qquad \text{(B.56)}
$$

$$
T_{1113'4'} \;=\; \frac{(3-D)(4-D)}{2m^4} T_{13'4'} \qquad \text{(B.57)}
$$

$$
T_{11344} \;=\; \frac{2-D}{(-m_1-m_3+m_4)^2(m_1-m_3+m_4)^2}
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{(-m_1+m_3+m_4)^2(m_1+m_3+m_4)^2}\\
&\Big\{\frac{-B_1B_3}{2m_1^2}\Big[-9m_1^4+2Dm_1^4+8m_1^2m_3^2-2Dm_1^2m_3^2+m_3^4+8m_1^2m_4^2\\
&-2Dm_1^2m_4^2-2m_3^2m_4^2+m_4^4\Big]\\
&+\frac{B_1B_4}{4m_1^2m_4^2}\Big[4m_1^6-Dm_1^6-10m_1^4m_3^2+3Dm_1^4m_3^2+8m_1^2m_3^4\\
&-3Dm_1^2m_3^4-2m_3^6+Dm_3^6-4m_1^4m_4^2+Dm_1^4m_4^2+28m_1^2m_3^2m_4^2\\
&-6Dm_1^2m_3^2m_4^2+8m_3^4m_4^2-3Dm_3^4m_4^2-4m_1^2m_4^4+Dm_1^2m_4^4-10m_3^2m_4^4\\
&+3Dm_3^2m_4^4+4m_4^6-Dm_4^6\Big]\\
&+\frac{B_3B_4}{2m_4^2}\Big[-m_1^4+2m_1^2m_3^2-m_3^4-8m_1^2m_4^2+2Dm_1^2m_4^2-8m_3^2m_4^2\\
&+2Dm_3^2m_4^2+9m_4^4-2Dm_4^4\Big]\\
&+\frac{3-D}{2-D}\Big[-4m_1^4+Dm_1^4-2m_1^2m_3^2+6m_3^4-Dm_3^4+8m_1^2m_4^2\\
&-2Dm_1^2m_4^2-2m_3^2m_4^2-4m_4^4+Dm_4^4\Big]T_{134}\Big\} \qquad \text{(B.58)}
\end{aligned}
$$

$$T_{113'44}(m^2,0,m^2) = \frac{2(D-4)}{(D-2)(D-5)}B_{11}B_{111} \qquad \text{(B.59)}$$

$$
\begin{aligned}
T_{1134'4'} &= -\frac{1}{(m_1^2-m_3^2)^2}\Big[(3-D)T_{134'}+(B_1-B_3)B_{1'1'}+2m_3^2T_{1334'}\Big]\\
&+\frac{1}{m_1^2-m_3^2}\Big[(3-D)T_{1134'}+B_{11}B_{1'1'}+2m_3^2T_{11334'}\Big] \qquad \text{(B.60)}
\end{aligned}
$$

$$T_{111134'}(m^2,m^2,0) = \frac{1}{D-3}B_{1111}B_{11}-\frac{2}{(D-2)(D-3)}B_{111}^2 \qquad \text{(B.61)}$$

$$T_{1111134'}(m^2,m^2,0) = \frac{1}{D-3}B_{11111}B_{11}-\frac{2(D-8)}{(D-7)(D-3)(D-2)}B_{1111}B_{111} \qquad \text{(B.62)}$$

$$T_{111334'}(m^2,m^2,0) = \frac{2}{D-2}B_{111}^2 \qquad \text{(B.63)}$$

$$T_{1113334'}(m^2,m^2,0) = \frac{3(D-6)}{(D-7)(D-2)}B_{1111}B_{111} \qquad \text{(B.64)}$$

$$T_{1111334'}(m^2,m^2,0) = \frac{2(D-8)}{(D-7)(D-2)}B_{1111}B_{111} \qquad \text{(B.65)}$$

Anhang C

Analytische Ergebnisse

In diesem Teil des Anhangs sind weitere analytische Ergebnisse aus den Kapiteln 5 und 7 angegeben.

C.1 Explizite Ergebnisse für Gluino–Beiträge zu Eichboson–Selbstenergien

Um die Ergebnisse so kompakt wie möglich auszudrücken, wird folgende Abkürzungen eingeführt:

$$
\begin{aligned}
s_{\tilde{t}} &= \sin\theta_{\tilde{t}}, \quad c_{\tilde{t}} = \cos\theta_{\tilde{t}} \\
d_{xy} &= (m_x^2 - m_y^2), \text{ mit } m_1 = m_{\tilde{t}_1}, m_2 = m_{\tilde{t}_2}, m_L = m_{\tilde{b}_L}, m_g = m_{\tilde{g}}, && \text{(C.1)} \\
x_i &= (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2 + m_t^2) + (-1)^i m_{\tilde{g}} m_t && \text{(C.2)} \\
y_i &= (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2 + m_t^2) - (-1)^i m_{\tilde{g}} m_t && \text{(C.3)} \\
\lambda^2(x,y,z) &= (x-y-z)^2 - 4yz && \text{(C.4)}
\end{aligned}
$$

Φ wie folgt definiert: Für $\lambda^2(x,y,z) \geq 0$ gilt:

$$
\begin{aligned}
\Phi(x,y,z) &= \frac{z}{\lambda}\left\{2\ln\left(\frac{z+x-y-\lambda}{2\,z}\right)\ln\left(\frac{z+y-x-\lambda}{2\,z}\right) - \ln\frac{x}{z}\ln\frac{y}{z}\right. \\
&\left. -2\mathrm{Li}_2\left(\frac{z+x-y-\lambda}{2\,z}\right) - 2\mathrm{Li}_2\left(\frac{z+y-x-\lambda}{2\,z}\right) + \frac{\pi^2}{3}\right\}, && \text{(C.5)}
\end{aligned}
$$

für $\lambda^2(x,y,z) \leq 0$:

$$
\begin{aligned}
\Phi(x,y,z) &= \frac{2\,z}{\sqrt{-\lambda^2}}\left\{\mathrm{Cl}_2\left[2\arccos\left(\frac{x+y-z}{2\sqrt{x\,y}}\right)\right] + \mathrm{Cl}_2\left[2\arccos\left(\frac{x-y+z}{2\sqrt{x\,z}}\right)\right]\right. \\
&\left. +\mathrm{Cl}_2\left[2\arccos\left(\frac{z-x+y}{2\sqrt{y\,z}}\right)\right]\right\}, && \text{(C.6)}
\end{aligned}
$$

hierbei ist $\mathrm{Cl}_2(x) = \mathrm{Im}\,\mathrm{Li}_2(e^{ix})$ die Clausen–Funktion. Spezialfälle und zusätzliche Details können in [48] gefunden werden.

Die endlichen Anteile der 2–Schleifen–Beiträge mit Gluino–Austausch zu den Transversalanteilen der Z– und W–Selbstenergien für $m_b = 0$ GeV, d.h. $\theta_{\tilde{b}} = 0$, und für die Spezialfälle der verschwindenden ($\theta_{\tilde{t}} = 0$) und der maximalen Mischung ($\theta_{\tilde{t}} = -\pi/4$) im $\tilde{t}$–Sektor lauten:

$$
\begin{aligned}
\Sigma^Z_{T|\theta_{\tilde{t}}=0}(0) &= \frac{1}{2s_W^2c_W^2}\frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_S}{\pi}\sum_{i=1,2}\Bigg[\\
&\frac{m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_i}^2-m_t^2}{4}\Big(-B_0^\delta(m_t^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_i})+B_0^{fin}(m_t^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_i})(1+\ln(m_t^2))\Big)\\
&- m_t^2\frac{m_t^2((m_{\tilde{g}}^2+m_{\tilde{t}_i}^2-m_t^2)^3+2m_{\tilde{g}}^2m_{\tilde{t}_i}^2(3m_t^2-3m_{\tilde{t}_i}^2-m_{\tilde{g}}^2))}{8m_{\tilde{t}_i}^2\lambda^2(m_{\tilde{g}}^2,m_{\tilde{t}_i}^2,m_t^2)}\Phi(m_{\tilde{g}}^2,m_t^2,m_{\tilde{t}_i}^2)\\
&- \frac{1}{48}(\frac{3}{2}m_t^2+\pi^2(m_{\tilde{t}_i}^2-m_{\tilde{g}}^2))+\ln(m_{\tilde{g}}^2)\Big[\frac{m_{\tilde{g}}^2m_t^2}{4\lambda^2(m_{\tilde{g}}^2,m_{\tilde{t}_1}^2,m_t^2)\lambda^2(m_{\tilde{g}}^2,m_{\tilde{t}_2}^2,m_t^2)}\\
&\Big(d_{gt}^3+(m_{\tilde{t}_i}^2m_{\tilde{g}}^2+m_{\tilde{t}_1}^2m_{\tilde{t}_2}^2)(m_{\tilde{t}_i}^2-m_{\tilde{g}}^2-m_t^2)\\
&\quad -m_{\tilde{g}}^2m_{\tilde{t}_1}^2m_{\tilde{t}_2}^2-m_t^2m_{\tilde{t}_i}^2(m_{\tilde{t}_1}^2+m_{\tilde{t}_2}^2+m_{\tilde{g}}^2-3m_t^2)\Big)\\
&+ \ln(m_{\tilde{g}}^2)\frac{m_{\tilde{g}}^2}{8}-\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)\frac{m_t^2}{8}+\ln(m_t^2)\frac{2m_{\tilde{g}}^2+m_t^2}{8}\Big]\\
&+ \frac{m_{\tilde{g}}^2m_{\tilde{t}_i}^2m_t^2\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)}{-2\lambda^2(m_{\tilde{g}}^2,m_{\tilde{t}_i}^2,m_t^2)}-\frac{m_{\tilde{t}_i}^2}{8}\ln^2(m_{\tilde{t}_i}^2)+\frac{-2m_{\tilde{t}_i}^2+m_t^2}{8}\ln(m_t^2)\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)\\
&+ \frac{\ln(m_t^2)}{4\lambda^2(m_{\tilde{g}}^2,m_{\tilde{t}_1}^2,m_t^2)\lambda^2(m_{\tilde{g}}^2,m_{\tilde{t}_2}^2,m_t^2)}\Big[d_{g1}^2d_{g2}^2(m_{\tilde{t}_i}^2-m_{\tilde{g}}^2)\\
&+d_{t1}^2d_{t2}^2(m_{\tilde{t}_i}^2-\frac{m_t^2}{2})+d_{gt}^3(\frac{m_t^4-m_t^2m_{\tilde{g}}^2}{2}-m_{\tilde{g}}^4)\\
&+m_{\tilde{g}}^{10}+\frac{m_t^{10}}{2}+m_{\tilde{t}_1}^4m_{\tilde{t}_2}^4m_{\tilde{t}_i}^2+m_{\tilde{g}}^2m_t^2(m_{\tilde{t}_i}^2(m_{\tilde{g}}^2(4m_{\tilde{t}_i}^2-2m_{\tilde{g}}^2)+m_t^2(4m_{\tilde{t}_i}^2-2m_t^2))\\
&-(m_{\tilde{t}_1}^2+m_{\tilde{t}_2}^2)^3-m_{\tilde{t}_i}^2(m_{\tilde{g}}^2+m_t^2)^2-\frac{m_t^2}{2}(m_{\tilde{t}_1}^2+m_{\tilde{t}_2}^2)^2\\
&+m_{\tilde{t}_1}^2m_{\tilde{t}_2}^2(-10m_{\tilde{g}}^2-7m_t^2+19m_{\tilde{t}_i}^2))\Big]\Bigg]
\end{aligned}
\tag{C.7}
$$

$$
\begin{aligned}
\Sigma^W_{T|\theta_{\tilde{t}}=0}(0) &= \frac{1}{2s_W^2}\frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_S}{\pi}\Bigg[\\
&\frac{m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2}{4}\Big(-B_0^\delta(m_t^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_1})+B_0^{fin}(m_t^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_1})(\frac{1}{2}+\ln(m_t^2))\Big)\\
&+ \frac{m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_2}^2+m_t^2}{4}\Big(-B_0^\delta(m_t^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_2})+B_0^{fin}(m_t^2,m_{\tilde{g}},m_{\tilde{t}_2})(\frac{1}{2}+\ln(m_t^2))\Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad \frac{m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 + m_t^2}{4d_{L1}^2} B_0^{fin}(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{g}}, m_t^2) \left(d_{L1}^2 - (m_{\tilde{b}_L}^4 - m_{\tilde{t}_1}^4) + 2m_{\tilde{t}_1}^4 \ln\left(\frac{m_{\tilde{b}_L}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}\right)\right) \\
&+ \quad \frac{m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2}{4d_{L1}^2} B_0^{fin}(m_{\tilde{b}_L}^2, m_{\tilde{g}}, 0) \left(d_{L1}^2 + (m_{\tilde{b}_L}^4 - m_{\tilde{t}_1}^4) - 2m_{\tilde{b}_L}^4 \ln\left(\frac{m_{\tilde{b}_L}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}\right)\right) \\
&+ \quad \frac{m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2}{4d_{1L}^2 m_t^2} \mathrm{Li}_2\left(1 - \frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{b}_L}^2}\right) \\
&\quad\quad (d_{gL} d_{1L}(-2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2) + 2m_{\tilde{t}_1}^2 m_t^2 (2m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{g}}^2)) \\
&+ \quad \frac{d_{g1}^2}{2d_{1L}^2 m_t^2} \mathrm{Li}_2\left(1 - \frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}\right) (m_{\tilde{g}}^2 d_{1L} + m_{\tilde{t}_1}^2 (m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 + m_t^2)) \\
&- \quad \frac{d_{2g}^2}{4m_t^2} \mathrm{Li}_2\left(1 - \frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right) \\
&+ \quad \frac{\Phi(m_{\tilde{g}}^2, m_t^2, m_{\tilde{t}_1}^2)}{4m_{\tilde{t}_1}^2 m_t^2 d_{L1}^2} \Big[- d_{g1}^4 d_{L1} \\
&\quad\quad + m_t^2 \left(d_{g1}(2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{g}}^4(-4m_{\tilde{b}_L}^2 + 3m_{\tilde{t}_1}^2) - m_{\tilde{t}_1}^2 (m_{\tilde{b}_L}^4 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 + 2m_{\tilde{t}_1}^4))\right) \\
&\quad\quad + m_t^4 \left(m_{\tilde{g}}^4 (4m_{\tilde{b}_L}^2 - 3m_{\tilde{t}_1}^2) + m_{\tilde{g}}^2 (m_{\tilde{b}_L}^4 + 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_1}^4) - m_{\tilde{t}_1}^2 (2m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^4)\right) \\
&\quad\quad + m_t^6 \left((m_{\tilde{b}_1}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2)^2 - d_{g1}^2 + m_{\tilde{g}}^2 d_{g1}\right) + m_t^8 m_{\tilde{b}_L}^2 \Big] \\
&+ \quad \frac{\Phi(m_{\tilde{g}}^2, m_t^2, m_{\tilde{t}_2}^2)}{8m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2} (-m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2)(d_{g2}^2 + d_{t2}^2 - m_{\tilde{t}_2}^4) \\
&+ \quad \frac{\Phi(m_{\tilde{g}}^2, m_t^2, m_{\tilde{b}_L}^2)}{8m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^2 d_{L1}^2} \lambda^2(m_{\tilde{g}}^2, m_t^2, m_{\tilde{b}_L}^2) \Big(m_t^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 + 2m_{\tilde{g}}^2) + m_{\tilde{b}_L}^2 (m_{\tilde{b}_L}^2 - 2m_t^2 - 4m_{\tilde{g}}^2)) \\
&\quad\quad - d_{gL} d_{L1} (m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 - 2m_{\tilde{g}}^2)\Big) - \frac{\pi^2}{48}\left(-2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2\right) \\
&+ \quad \frac{1}{16}\left(-52m_{\tilde{g}}^2 + 2(8m_{\tilde{b}_L}^2 + 9m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) + m_t^2 \frac{-21m_{\tilde{b}_L}^2 + 5m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2}\right) \\
&+ \quad \ln(m_{\tilde{g}}^2) \Big[-\frac{5}{4} m_{\tilde{g}}^2 + \frac{1}{4} m_{\tilde{g}}^2 \ln(m_{\tilde{g}}^2) + \frac{\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)}{8d_{L1}^2 m_t^2} \Big(d_{gL}^2 (2m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2) d_{1L} \\
&\quad\quad + 2m_t^2 (m_{\tilde{g}}^4 (-3m_{\tilde{b}_L}^2 + 4m_{\tilde{t}_1}^2) + m_{\tilde{t}_1}^4 (m_{\tilde{b}_L}^2 - 2m_{\tilde{g}}^2)) \\
&\quad\quad + m_t^4 ((m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{g}}^2)^2 - (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{g}}^2)^2 - 4m_{\tilde{b}_L}^4) + 2m_t^6 m_{\tilde{b}_L}^2 \Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \quad \frac{\ln(m^2_{\tilde{t}_1})}{4d^2_{L1}m^2_t}\Big(- d^3_{g1}d_{1L} + m^2_t(m^4_{\tilde{g}}(3m^2_{\tilde{b}_L} - 4m^2_{\tilde{t}_1}) - m^2_{\tilde{t}_1}d^2_{L1} + m^2_{\tilde{t}_1}(2m^2_{\tilde{g}} - m^2_{\tilde{b}_L}))\\
&\quad +m^4_t(m^2_{\tilde{g}}d_{1L} + m^2_{\tilde{b}_L}(m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{b}_L})) + m^6_t m^2_{\tilde{b}_L}\Big)\\
&+ \quad \frac{\ln(m^2_{\tilde{t}_2})}{8m^2_t}\Big(d^2_{g2} - m^4_t\Big) + \frac{\ln(m^2_t)}{8m^2_t}\Big(- 2d^2_{gL} - 3d^2_{g1} - d^2_{g2}\\
&\quad +2(m^2_{\tilde{g}} + m^2_t)^2 + d^2_{L1} - 2m^4_{\tilde{g}} + 2m^2_{\tilde{t}_1}m^2_t\Big)\Big]\\
&+ \quad \frac{\ln(m^2_{\tilde{b}_L})}{2d^2_{1L}}\Big(d_{L1}(-2m^2_{\tilde{b}_L}m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{g}}(3m^2_{\tilde{b}_L} + m^2_{\tilde{t}_1})) + 2m^4_{\tilde{b}_L}m^2_t\Big)\\
&+ \quad \frac{\ln^2(m^2_{\tilde{b}_L})}{8d^2_{1L}m^2_t}\Big(d_{gL}((m^2_{\tilde{b}_L} - m^2_{\tilde{g}})d_{L1}(-2m^2_{\tilde{g}} + m^2_{\tilde{b}_L} + m^2_{\tilde{t}_1})\\
&\quad +2m^2_{\tilde{t}_1}m^2_t(2m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_{\tilde{b}_L} - m^2_{\tilde{g}}))\Big) + \frac{\ln(m^2_{\tilde{t}_1})}{8d^2_{1L}}\\
&\quad \Big(d_{1L}(m^2_{\tilde{t}_1}(3m^2_{\tilde{t}_1} - 11m^2_{\tilde{b}_L}) + 4m^2_{\tilde{g}}(3m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{b}_L})) - 4m^2_{\tilde{b}_L}m^2_t(m^2_{\tilde{b}_L} + m^2_{\tilde{t}_1})\Big)\\
&+ \quad \frac{\ln^2(m^2_{\tilde{t}_1})}{8d^2_{1L}m^2_t}\Big(2d^3_{g1}d_{1L} + m^2_{\tilde{t}_1}m^2_t(2d^2_{g1} - d^2_{1L})\Big)\\
&+ \quad 3\frac{m^2_{\tilde{t}_2}}{8}\ln(m^2_{\tilde{t}_2}) - \frac{d^2_{g2} + m^2_{\tilde{t}_2}m^2_t}{8m^2_t}\ln^2(m^2_{\tilde{t}_2}) + \frac{2m^2_{\tilde{g}} - m^2_{\tilde{b}_L} - m^2_{\tilde{t}_1} - m^2_t}{4}\ln(m^2_t)\\
&+ \quad \frac{\ln(m^2_{\tilde{b}_L})\ln(m^2_t)}{8d^2_{1L}m^2_t}\Big(- d^2_{gL}(2m^2_{\tilde{g}} - m^2_{\tilde{b}_L} - m^2_{\tilde{t}_1})d_{L1}\\
&\quad +2m^2_t(m^2_{\tilde{g}}m^2_{\tilde{b}_L}(3m^2_{\tilde{g}} - 2m^2_{\tilde{b}_L}) - 2m^4_{\tilde{g}}m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{b}_L}m^4_{\tilde{t}_1})\\
&\quad -m^4_t d_{L1}(2m^2_{\tilde{g}} + m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{b}_L}) - 2m^6_t m^2_{\tilde{b}_L}\Big)\\
&+ \quad \frac{\ln(m^2_{\tilde{t}_1})\ln(m^2_t)}{4d^2_{1L}m^2_t}\Big(d^3_{g1}d_{L1} + m^2_t d_{g1}(2d^2_{1L} + m^2_{\tilde{b}_L}m^2_{\tilde{t}_1} + m^2_{\tilde{g}}(2m^2_{\tilde{t}_1} - 3m^2_{\tilde{b}_L}))\\
&\quad +m^4_t(m^2_{\tilde{g}} + m^2_{\tilde{b}_L})d_{L1} + m^6_t m^2_{\tilde{b}_L}\Big)\\
&+ \quad \frac{\ln(m^2_{\tilde{t}_2})\ln(mt^2)}{8m^2_t}\Big(d^2_{g2} + d^2_{t2} - m^4_{\tilde{t}_2}\Big)\Big]
\end{aligned}
\tag{C.8}
$$

$$
\begin{aligned}
\Sigma^Z_{T|\theta_{\tilde{t}}=-\frac{\pi}{4}}(0) \quad &= \quad \frac{1}{2s^2_W c^2_W}\frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_S}{\pi}\sum_{i=1,2}\Big[\\
&\quad \frac{-x_i}{4}\Big(B^\delta_0(m^2_t, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i}) - (1 + \ln(m^2_t))B^{fin}_0(m^2_t, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i})\Big)
\end{aligned}
$$

$$+ \quad \frac{-x_i}{16d_{12}^2}\left(-2d_{12}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2 \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_i}^2}{m_{\tilde{t}_{i'}}^2}\right)\right) B_0^{fin}(m_{\tilde{t}_i}^2, m_{\tilde{g}}, m_t)$$

$$+ \quad \frac{\Phi(m_{\tilde{g}}^2, m_t^2, m_{\tilde{t}_i}^2)}{-16m_{\tilde{t}_i}^2 d_{12}^2 x_i}\Big[(-1)^i m_{\tilde{g}} m_t \Big(2m_{\tilde{t}_{i'}}^2((2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_{i'}}^2 - 2m_t^2)d_{gt}^2)$$

$$+2m_{\tilde{t}_i}^2(-4m_{\tilde{g}}^6 + 10m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{t}_i}^2 - 5m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^4 - m_{\tilde{t}_i}^6 + 8m_{\tilde{g}}^4 m_t + 4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i} m_t - m_{\tilde{t}_i}^4 m_t^2$$

$$-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^4 + 2m_{\tilde{t}_i}^2 m_t^4) + 2m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 (m_{\tilde{g}}^2(-5m_{\tilde{g}}^2 - 2m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{t}_{i'}}^2)$$

$$+5m_{\tilde{t}_i}^4 - 2m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + m_t^2(2m_{\tilde{g}}^2 - 6m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + 3m_t^2))\Big)$$

$$+\Big(m_{\tilde{t}_i}^2(3m_{\tilde{g}}^8 - 8m_{\tilde{g}}^6 m_{\tilde{t}_i}^2 + 7m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{t}_i}^4 - 2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^6 - 8m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 m_t^2(2m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2 + m_t^2)$$

$$-2m_{\tilde{t}_i}^6 m_t^2 - 10m_{\tilde{g}}^4 m_t^4 + 3m_{\tilde{t}_i}^4 m_t^4 + 8m_{\tilde{g}}^2 m_t^6 - m_t^8)$$

$$+m_{\tilde{t}_{i'}}^2 d_{tg}^3(3m_{\tilde{g}}^2 - 2m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + m_t^2)$$

$$+m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2(6m_{\tilde{g}}^6 - 2m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{t}_i}^2 - 2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^4 + m_{\tilde{t}_i}^6 - 5m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + 4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2$$

$$-m_{\tilde{t}_i}^4 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + 6m_{\tilde{g}}^4 m_t^2 + 4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 m_t^2 + 2m_{\tilde{t}_i}^4 m_t^2$$

$$-4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 m_t^2 - 14m_{\tilde{g}}^2 m_t^4 - 6m_{\tilde{t}_i}^2 m_t^4 + 3m_{\tilde{t}_{i'}}^2 m_t^4 + 2m_t^6)\Big)\Big]$$

$$+ \quad \frac{-1}{48}\left(15m_{\tilde{g}}^2 + 9(\frac{m_t^2}{2} - m_{\tilde{t}_i}^2)\right) + \pi^2\left(-m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2\right) + \frac{m_{\tilde{g}} m_t m_{\tilde{t}_i}^2}{2d_{12}}$$

$$+ \quad \ln(m_{\tilde{g}}^2)\Bigg(\frac{m_{\tilde{g}}^2}{-8x_1x_2}\Big(\frac{1}{2}\Big(-(m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)^2 + (2m_t^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2\Big)$$

$$+5(-1)^i m_{\tilde{g}} m_t m_{\tilde{t}_i}^2 + (m_{\tilde{g}}^2 - 2m_t^2)^2 - \frac{5}{2}m_t^4 + m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_i}^2\Big)$$

$$+\frac{m_{\tilde{g}}^2}{8}\ln(m_{\tilde{g}}^2) + \frac{2m_{\tilde{g}}^2 + m_t^2}{8}\ln(mt^2)$$

$$+\frac{\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)}{16d_{12}^2}\Big(2(-1)^i(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)d_{gt} m_{\tilde{g}} m_t$$

$$-2(m_{\tilde{t}_1}^4 + m_{\tilde{t}_2}^4)(m_t^2 + (-1)^i m_{\tilde{g}} m_t) + (m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)(m_{\tilde{g}}^4 - (2m_{\tilde{g}}^2 - m_t^2)^2)$$

$$+m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + 8(-1)^i m_{\tilde{g}} m_t + 4m_t^2)\Big)\Bigg)$$

$$+ \quad \frac{\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)}{-16d_{12}x_i}\Big(4(-1)^i m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{g}} m_t \Big(3d_{12}^2 + 2m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)$$

$$+4m_{\tilde{t}_i}^2(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2) + 2m_t^2(m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{t}_{i'}}^2)\Big) - 4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2(6m_{\tilde{t}_i}^4 + m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 + m_{\tilde{t}_{i'}}^2)$$

$$+(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)m_t^2(m_{\tilde{t}_i}^4 + 7m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{t}_{i'}}^2 - 2m_{\tilde{t}_{i'}}^2 m_t^2) - (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)$$

$$
\begin{aligned}
& (8m_{\tilde g}^2 m_{\tilde t_i}^2 - m_{\tilde t_i}^4 + 2m_{\tilde g}^2 m_{\tilde t_{i'}}^2 - 5m_{\tilde t_i}^2 m_{\tilde t_{i'}}^2)\Big) \\
+ & \frac{-m_{\tilde t_i}^2}{8}\ln^2(m_{\tilde t_i}^2) \\
+ & \frac{\ln(m_t^2)}{8\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_{\tilde t_1}^2, m_t^2)\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_{\tilde t_2}^2, m_t^2)}\Big(-3(-1)^i m_{\tilde t_i}^2 m_{\tilde g} m_t^3((m_{\tilde g}^2+m_t^2)^2 \\
& + d_{gt}(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2) - 4m_{\tilde g}^4 + m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2) + \Big(d_{g1}^2 d_{g2}^2 \\
& (-2m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2) + m_t^2((m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde t_i}^2)^4 + \frac{9}{2}m_{\tilde g}^8 - m_{\tilde t_i}^8 + 5m_{\tilde g}^6 m_{\tilde t_i}^2 + 2m_{\tilde g}^4 d_{12}^2 \\
& -12m_{\tilde g}^4 m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 + 21m_{\tilde g}^2 m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_{\tilde t_i}^2 - 4m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_{\tilde t_i}^4 - \frac{7}{2}m_{\tilde t_1}^4 m_{\tilde t_2}^4))\Big)\Big) \\
+ & \frac{\ln(m_{\tilde t_i}^2)\ln(mt^2)}{16d_{12}^2}\Big(2(-1)^i m_{\tilde g} m_t(3d_{12}^2 + 2m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 + d_{tg}(m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde t_{i'}}^2)) \\
& -(m_{\tilde t_i}^2 - m_{\tilde t_{i'}}^2)(2m_{\tilde g}^2(m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde t_{i'}}^2) \\
& +4m_t^2(m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde t_{i'}}^2) - 3m_{\tilde g}^4 + 4m_{\tilde t_i}^4 - 5m_{\tilde t_i}^2 m_{\tilde t_{i'}}^2 - m_t^4)\Big)\Big]
\end{aligned}
\tag{C.9}
$$

$$
\begin{aligned}
\Sigma^W_{T|\theta_{\tilde t}=-\frac{\pi}{4}}(0) = & \frac{1}{2s_W^2}\frac{\alpha}{\pi}\frac{\alpha_S}{\pi}\sum_{i=1,2}\Big[\\
+ & \frac{y_i}{8}\Big(-2B_0^\delta(m_t^2, m_{\tilde g}, m_{\tilde t_i}) + (1+2\ln(m_t^2))B_0^{fin}(m_t^2, m_{\tilde g}, m_{\tilde t_i}) \\
& + \frac{2d_{Li}^2 + m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde t_i}^2 + 2m_{\tilde b_L}^2 \ln\left(\frac{m_{\tilde t_i}^2}{m_{\tilde b_L}^2}\right)}{d_{Li}^2} B_0^{fin}(m_{\tilde t_i}^2, m_{\tilde g}, m_t)\Big) \\
+ & \frac{m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde b_L}^2}{4d_{L1}^2 d_{L2}^2} B_0^{fin}(m_{\tilde b_L}^2, m_{\tilde g}, 0) \\
& \Big(\ln(m_{\tilde b_L}^2)\Big(m_{\tilde t_1}^4 m_{\tilde t_2}^4 - m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 + m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_i}^2\Big) - \ln(m_{\tilde t_i}^2) m_{\tilde t_i}^4 (m_{\tilde t_{i'}}^2 - m_{\tilde b_L}^2)^2 \\
& + d_{L1}d_{L2}(d_{iL}^2 - \frac{1}{2}((m_{\tilde t_1}^2 - m_{\tilde t_2}^2)^2 - m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2))\Big) \\
+ & \frac{\mathrm{Li}_2\left(1 - \frac{m_{\tilde g}^2}{m_{\tilde t_i}^2}\right)}{8m_t^2 d_{iL}^2}\Big((m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde t_i}^2)^2(-(m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde b_L}^2)^2 + (m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde t_i}^2)^2 - 2d_{iL}^2 \\
& -(m_{\tilde t_i}^2 - m_t^2)^2 - m_{\tilde t_i}^4 + 2m_{\tilde b_L}^4 + m_t^4) - 2(-1)^i m_{\tilde g} m_t d_{iL}\Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
+ \quad & \frac{\mathrm{Li}_2\left(1-\frac{m_{\tilde g}^2}{m_{\tilde b_L}^2}\right)}{4d_{1L}^2 d_{2L}^2 m_t^2}\Big((-1)^i m_{\tilde g} m_t d_{Lg}^2 d_{1L} d_{2L} m_{\tilde t_i}^2 - d_{gL}^2\Big(-d_{Lg} d_{L1} d_{L2} \\
& (\frac{1}{2}(m_{\tilde b_L}^4 - m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2) + m_{\tilde g}^2(-m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_i}^2)) + m_t^2\Big(-2m_{\tilde t_1}^4 m_{\tilde t_2}^4 + m_{\tilde b_L}^6 m_{\tilde t_i}^2 \\
& +5m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_{\tilde t_i}^2 - msbl^4 d_{12}^2 + m_{\tilde g}^2(-2m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 \\
& +m_{\tilde t_i}^2(m_{\tilde b_L}^4 + m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2))\Big)\Big) \\
+ \quad & \frac{\Phi(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_i}^2)}{16 d_{Li}^2 m_{\tilde t_i}^2 m_t^2}\Big(\Big(2(m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde t_i}^2)^3 d_{iL} \\
& -2m_t^2(4m_{\tilde g}^2 m_{\tilde b_L}^4 + m_{\tilde t_i}^4(m_{\tilde t_i}^2 - 3m_{\tilde b_L}^2) + m_{\tilde g}^4(3m_{\tilde t_i}^2 - 5m_{\tilde b_L}^2)) \\
& +2m_t^4(m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde t_i}^2)(3m_{\tilde t_i}^2 - 7m_{\tilde b_L}^2) - 2m_t^6(m_{\tilde t_i}^2 - 3m_{\tilde b_L}^2)\Big)(-1)^i m_{\tilde g} m_t \\
& +\Big((2m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde b_L}^2 - 3m_{\tilde t_i}^2)(m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde t_i}^2)^3 d_{iL} \\
& -m_t^2(m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde t_i}^2)^2(3d_{iL}^2 + 3(m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde g}^2)^2 - m_{\tilde t_i}^4 - 3m_{\tilde g}^4 - 8m_{\tilde g}^2 m_{\tilde b_L}^2) \\
& +m_t^4(-m_{\tilde g}^2(3m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde t_i}^2)(m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_i}^2) + m_{\tilde g}^4(6m_{\tilde t_i}^2 - 8m_{\tilde b_L}^2) \\
& +m_{\tilde t_i}^2((m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde b_L}^2)^2 + 2m_{\tilde b_L}^4)) \\
& +m_t^6(m_{\tilde b_L}^4 + m_{\tilde t_i}^2(6m_{\tilde b_L}^2 + 2m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde t_i}^2)) + 2m_t^8 m_{\tilde b_L}^2\Big)\Big) \\
+ \quad & \frac{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_{\tilde b_L}^2, m_t^2)\Phi(m_{\tilde g}^2, m_{\tilde b_L}^2, m_t^2)}{8m_{\tilde b_L}^2 m_t^2 d_{L1}^2 d_{L2}^2}\Big((-1)^i m_{\tilde t_i}^2 m_{\tilde g} m_t \\
& \Big(d_{Lg} d_{L1} d_{L2} + m_t^2(5m_{\tilde b_L}^4 + m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 - 3m_{\tilde b_L}^2(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2))\Big) \\
& +\Big(\frac{1}{2} d_{Lg} d_{L1} d_{L2}(d_{Lg}^2 - d_{g1} d_{g2}) \\
& +m_t^2(\frac{1}{2}(m_{\tilde b_L}^8 + m_{\tilde t_1}^4 m_{\tilde t_2}^4) - m_{\tilde b_L}^6 m_{\tilde t_i}^2 - m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde b_L}^4 m_{\tilde t_i}^4 \\
& +m_{\tilde g}^2(-2m_{\tilde b_L}^6 + 5m_{\tilde b_L}^4 m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_{\tilde t_i}^2 - m_{\tilde b_L}^2(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2))) - m_t^4 m_{\tilde b_L}^2 d_{Li}^2\Big)\Big) \\
+ \quad & \ln(m_{\tilde g}^2)\Big[\frac{-5}{8} m_{\tilde g}^2 + \frac{1}{8} m_{\tilde g}^2 \ln(m_{\tilde g}^2) + \frac{\ln(m_{\tilde b_L}^2)}{8d_{L1}^2 d_{L2}^2 m_t^2}\Big(-m_{\tilde t_i}^2(-1)^i m_{\tilde g} m_t\Big(-d_{Lg}^2 d_{L1} d_{L2} \\
& -2m_t^2(m_{\tilde b_L}^4(2m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde t_1}^2 - m_{\tilde t_2}^2) + m_{\tilde g}^2(d_{L1}^2 + d_{L2}^2 + m_{\tilde b_L}^4 - m_{\tilde t_1}^4 - m_{\tilde t_2}^4 + m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2)) \\
& +\frac{m_t^4}{2}(3d_{L1}^2 + 3d_{L2}^2 + (m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2)^2 + 4(m_{\tilde b_L}^4 - m_{\tilde t_1}^4 - m_{\tilde t_2}^4))\Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+\Big(-d_{gL}^2 d_{L1} d_{L2}(\frac{1}{2}(-m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{g}}^2 d_{Li}) \\
&-m_t^2(m_{\tilde{b}_L}^2(-m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^4) \\
&+2m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^4) \\
&+m_{\tilde{g}}^4(3m_{\tilde{b}_L}^6 - 10m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^2 - 4m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2) \\
&+m_{\tilde{b}_L}^2(3m_{\tilde{t}_i}^2 + 8m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2)) + m_t^4(\frac{-3}{2} m_{\tilde{b}_L}^8 + m_{\tilde{g}}^2 d_{L1} d_{L2} d_{Li} \\
&-\frac{1}{2} m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^4 + 3m_{\tilde{b}_L}^6 m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 - 2m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^4) \\
&+m_t^6 m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_i}^4 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2)\Big)\Big) \\
+\quad & \frac{\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)}{16 d_{Li}^2 m_t^2}\Big((-1)^i m_{\tilde{g}} m_t\Big(-2(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 d_{iL} \\
&-4m_t^2(m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2)(-2m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2) + 2m_t^4(-3m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2)\Big) \\
&+\Big((2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 - 3m_{\tilde{t}_i}^2)(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 d_{Li} \\
&-2m_t^2(-3m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2(4m_{\tilde{g}}^4 + m_{\tilde{b}_L}^4) - m_{\tilde{t}_i}^4(2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2) + m_{\tilde{t}_i}^6) \\
&+m_t^4(d_{Lg}^2 - (m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{g}}^2)^2 + 4m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2) - 2m_t^6 m_{\tilde{b}_L}^2\Big)\Big) \\
+\quad & \frac{\ln(m_t^2)}{16 m_t^2}\Big(-2(-1)^i m_{\tilde{t}_i}^2 m_{\tilde{g}} m_t - (m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2)^2 \\
&+(m_t^2 + m_{\tilde{t}_i}^2)^2 - 4(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 - 2d_{gt}^2 + 3m_t^4 + m_{\tilde{t}_i}^4 + 4m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{b}_L}^2\Big)\Big] \\
+\quad & \frac{\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)}{4 d_{1L}^2 d_{2L}^2}\Big((-1)^{i+1} m_{\tilde{g}} m_t m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2(9m_{\tilde{b}_L}^4 - 5m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2) \\
&-2d_{L1} d_{L2}(m_{\tilde{b}_L}^2(-m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2) + m_{\tilde{g}}^2(\frac{1}{2}(-3m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2) \\
&+m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2)) + 2m_t^2 m_{\tilde{b}_L}^4 d_{Li}^2\Big) \\
+\quad & \frac{\ln^2(m_{\tilde{b}_L}^2)}{8 d_{1L}^2 d_{2L}^2 m_t^2}\Big((-1)^{i+1} m_{\tilde{g}} m_t m_{\tilde{b}_i}^2 d_{Lg}^2 d_{1L} d_{2L} \\
&+d_{gL}\Big(d_{Lg} d_{L1} d_{L2}(\frac{m_{\tilde{b}_L}^4 - m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{2} + m_{\tilde{g}}^2 d_{iL}) \\
&-mt^2(-2m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^4 + m_{\tilde{b}_L}^6 m_{\tilde{t}_i}^2 + 5m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{b}_L}^4(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& +m_{\tilde{g}}^2(-2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 + m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2)))\Big)\Big) \\
+ \quad & \frac{\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)}{8d_{iL}^2}\Big(2(-1)^i(2m_{\tilde{b}_L}^4 + 3m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_i}^4)m_{\tilde{g}}m_t \\
& +\Big(d_{Li}^2(2m_{\tilde{g}}^2 + 3m_{\tilde{t}_i}^2) + 4m_{\tilde{t}_i}^4 d_{gL} - 4m_{\tilde{b}_L}^4(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2) - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^2(m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2)\Big)\Big) \\
+ \quad & \frac{\ln^2(m_{\tilde{t}_i}^2)}{16d_{iL}^2 m_t^2}\Big(2(-1)^i(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{g}}^2)^2 d_{Li} m_{\tilde{g}} m_t + \Big(- (2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 - 3m_{\tilde{t}_i}^2) \\
& (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 d_{Li} + 2m_t^2 m_{\tilde{t}_i}^2 d_{gL}(m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 - 2m_{\tilde{t}_i}^2)\Big)\Big) \\
+ \quad & \frac{\ln(m_t^2)}{8}(2m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2 - m_t^2 - m_{\tilde{t}_i}^2) \\
+ \quad & \frac{\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)\ln(m_t^2)}{8d_{1L}^2 d_{2L}^2 m_t^2}\Big((-1)^i m_{\tilde{g}} m_t m_{\tilde{t}_i}^2\Big((d_{gL}^2 d_{L1} d_{L2} \\
& -2mt^2(m_{\tilde{b}_L}^4(-2m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{g}}^2(3m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 \\
& -2m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2))) + mt^4(5m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - 3m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)))\Big) \\
& +\Big(d_{gL} d_{L1} d_{L2}(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2}{2} + m_{\tilde{g}}^2 d_{Li}) \\
& +m_t^2(-2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{b}_L}^4 d_{Li} + m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^4 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^4) \\
& +m_{\tilde{g}}^4(3m_{\tilde{b}_L}^6 - 8m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_i}^2 - 2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{t}_i}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2(3m_{\tilde{t}_i}^4 + 4m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2))) + m_t^4 d_{L1} \\
& d_{L2}(m_{\tilde{g}}^2(2m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2) + \frac{m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}{2}) + m_t^6 m_{\tilde{b}_L}^2 d_{Li}^2)\Big) \\
+ \quad & \frac{\ln(m_{\tilde{t}_i}^2)\ln(m_t^2)}{16d_{iL}^2 m_t^2}\Big((-1)^i m_{\tilde{g}} m_t\Big(2(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 d_{iL} \\
& -4m_t^2(d_{Li}^2 + m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_i}^2 - 2m_{\tilde{b}_L}^2)) + 2m_t^4(m_{\tilde{t}_i}^2 - 3m_{\tilde{b}_L}^2)\Big) \\
& +\Big((2m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 - 3m_{\tilde{t}_i}^2)(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 d_{Li} + 2m_t^2(2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{b}_L}^4 \\
& +m_{\tilde{g}}^4(-3m_{\tilde{b}_L}^2 + 2m_{\tilde{t}_i}^2) + m_{\tilde{t}_i}^2(-3d_{Li}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_i}^2)) \\
& +m_t^4(-2m_{\tilde{g}}^2 - 3m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_i}^2)d_{iL} + 2m_t^6 m_{\tilde{b}_L}^2\Big)\Big)\Big] \qquad \text{(C.10)}
\end{aligned}
$$

C.2 Explizite Ergebnisse für Gluino–Beiträge zu $\Delta\rho$

Der Gluino–Beitrag für verschwindende Gluino–Masse:

$$\Delta\rho^{\text{SUSY}}_{1,\text{gluino}}\Big|_{m_{\tilde{g}}=0} = -\frac{\alpha_s}{\pi}\,\frac{C_F N_C G_F}{16\sqrt{2}\pi^2}\Bigg[$$

$$\text{Li}_2\left(1-\frac{m_t^2}{m_{\tilde{b}_L}^2}\right)\frac{d_{Lt}^2}{d_{L1}^2 d_{L2}^2 m_t^2}\Big(d_{L2}^2(m_{\tilde{b}_L}^4 - m_{\tilde{t}_1}^4 + 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^2)$$

$$-2s_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12}((m_{\tilde{b}_L}^2 + m_t^2)(m_{\tilde{b}_L}^2 + m_t^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2) - m_t^4 + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2)\Big)$$

$$+\text{Li}_2\left(1-\frac{m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2}\right)\frac{1}{d_{L1}^2 d_{12} m_t^2}\Big(-d_{12}(2m_{\tilde{t}_1}^6(m_{\tilde{b}_L}^2 + m_t^2 - m_{\tilde{t}_1}^2)$$

$$+2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^2(m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_1}^4 + m_t^4) - m_t^4(m_{\tilde{t}_1}^4 + 3m_{\tilde{b}_L}^4)) + s_{\tilde{t}}^2\Big(m_{\tilde{t}_1}^4(m_{\tilde{b}_L}^4 - m_{\tilde{t}_1}^4)d_{12}$$

$$+2m_t^2 m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 + 3m_{\tilde{t}_2}^2) - 2m_{\tilde{t}_2}^2(m_{\tilde{t}_1}^4 + m_{\tilde{b}_L}^4) + m_{\tilde{t}_1}^6)$$

$$+m_t^4(3m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^4)d_{21} + 2m_t^6(d_{L1}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12})\Big)$$

$$+2s_{\tilde{t}}^4 m_t^2\Big(d_{L1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^4)\Big)\Big)$$

$$+\text{Li}_2\left(1-\frac{m_t^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right)\frac{1}{d_{L2}^2 d_{12} m_t^2}\Big(m_{\tilde{t}_2}^4 d_{L2}^2 d_{12}$$

$$+s_{\tilde{t}}^2\Big(m_{\tilde{t}_2}^4(m_{\tilde{b}_L}^4 - m_{\tilde{t}_2}^4)d_{21} + 2m_t^2 m_{\tilde{t}_2}^2(m_{\tilde{t}_2}^2 m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{t}_2}^6)$$

$$+m_t^4(3m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_2}^4)d_{12} + 2m_t^6(-d_{L2}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 d_{21})\Big)$$

$$-2s_{\tilde{t}}^4 m_t^2\Big(d_{L2}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^4)\Big)\Big)$$

$$+\frac{\ln^2(m_{\tilde{b}_L}^2)}{2d_{L1}^2 d_{L2}^2}\Big(d_{L2}^2(2m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_1}^2 + 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^4$$

$$-m_t^2(3m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_1}^4) + 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^4) - 2s_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12}((m_{\tilde{b}_L}^4(m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)$$

$$-3m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2) + m_t^2(m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2 - 3m_{\tilde{b}_L}^2) + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2) + m_t^4(2m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2))\Big)$$

$$+\frac{-2\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)\ln(m_{\tilde{t}_1}^2)}{d_{L1}^2}m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^4 c_{\tilde{t}}^2 + \frac{-2\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)\ln(m_{\tilde{t}_2}^2)}{d_{L2}^2}m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 s_{\tilde{t}}^2$$

$$+\frac{-m_t^2\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)\ln(m_t^2)}{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L1} d_{L2}}\Big(m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L2}(m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_1}^4 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^2)$$

$$- 2s_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12}(m_t^2(m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2)\Big)$$

$$- \frac{2\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)\ln(|d_{1t}|)}{m_{\tilde{t}_1}^2 d_{L1}^2} m_{\tilde{b}_L}^4 d_{1t}^2 c_{\tilde{t}}^2 - \frac{2\ln(m_{\tilde{b}_L}^2)\ln(|d_{2t}|)}{m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L2}^2} m_{\tilde{b}_L}^4 d_{2t}^2 s_{\tilde{t}}^2$$

$$+ \frac{m_{\tilde{b}_L}^2 \ln(m_{\tilde{b}_L}^2)}{d_{L1} d_{L2}}\Big((m_{\tilde{b}_L}^2 - 3m_{\tilde{t}_1}^2) d_{L2} + 2m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12} s_{\tilde{t}}^2\Big)$$

$$- \frac{c_{\tilde{t}}^2 \ln^2(m_{\tilde{t}_1}^2)}{2d_{L1}^2 d_{12}}\Big(d_{12}(2m_{\tilde{b}_L}^4 m_{\tilde{t}_1}^2 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^4 - 3m_{\tilde{b}_L}^4 m_t^2 - m_{\tilde{t}_1}^4 m_t^2$$

$$+ 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^4) + 2d_{L1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^4) s_{\tilde{t}}^2\Big)$$

$$+ \frac{c_{\tilde{t}}^2 m_t^2 \ln(m_{\tilde{t}_1}^2)\ln(m_t^2)}{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L1} d_{12}}\Big(m_{\tilde{t}_2}^2 d_{12}(m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_1}^4 - 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^2)$$

$$+ 2s_{\tilde{t}}^2 d_{L1}(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)(2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 m_t^2 - m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2)\Big)$$

$$+ \frac{2d_{1t}^2 \ln(m_{\tilde{t}_1}^2)\ln(|d_{1t}|) c_{\tilde{t}}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2 d_{L1}^2 d_{12}^2}\Big(m_{\tilde{b}_L}^4 d_{12}^2 - d_{L1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 s_{\tilde{t}}^2\Big)$$

$$+ \frac{2d_{2t}^2 \ln(m_{\tilde{t}_1}^2)\ln(|d_{2t}|)}{m_{\tilde{t}_2}^2 d_{12}^2} s_{\tilde{t}}^2 c_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{t}_1}^4$$

$$- \frac{\ln(m_{\tilde{t}_1}^2)}{2d_{L1} d_{12} m_t^2}\Big(d_{12}(m_{\tilde{t}_1}^4 d_{L1} + 4m_t^2 m_{\tilde{t}_1}^2 d_{1L} - 4m_{\tilde{b}_L}^2 m_t^4)$$

$$- 2s_{\tilde{t}}^2 m_t^2 (m_{\tilde{t}_1}^4 (m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2(2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) d_{L1} - 2m_{\tilde{t}_1}^4$$

$$+ 2m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_2}^2)) + 2s_{\tilde{t}}^4 m_t^2 d_{L1}(m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) + 2m_t^2(2m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2))\Big)$$

$$+ \frac{\ln^2(m_{\tilde{t}_2}^2) s_{\tilde{t}}^2}{2d_{L2}^2 d_{12}}\Big(2m_{\tilde{t}_2}^4 d_{1L} d_{2L} + m_t^2 d_{12}(3m_{\tilde{b}_L}^4 + m_{\tilde{t}_2}^4)$$

$$- 2m_t^4(d_{L2}^2 + m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12}) - 2s_{\tilde{t}}^2 d_{L2}^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^4)\Big)$$

$$- \frac{m_t^2 s_{\tilde{t}}^2 \ln(m_{\tilde{t}_2}^2)\ln(m_t^2)}{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L2} d_{12}}\Big(m_{\tilde{t}_2}^2(m_{\tilde{t}_1}^2(3m_{\tilde{b}_L}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{t}_2}^2(2m_{\tilde{b}_L}^2 - 3m_{\tilde{t}_2}^2 - 5m_{\tilde{t}_1}^2))$$

$$+ 2m_t^2((m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)^2 - m_{\tilde{b}_L}^2(3m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2))) - 2s_{\tilde{t}}^2 d_{L2}(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2)$$

$$(2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2))\Big)$$

$$+ \frac{2m_{\tilde{t}_2}^4 d_{1t}^2 s_{\tilde{t}}^2 c_{\tilde{t}}^2 \ln(m_{\tilde{t}_2}^2)\ln(|d_{1t}|)}{m_{\tilde{t}_1}^2 d_{12}^2}$$

$$
\begin{aligned}
&- \frac{2d_{2t}^2 s_{\tilde t}^2 \ln(m_{\tilde t_2}^2)\ln(|d_{2t}|)}{m_{\tilde t_2}^2 d_{L2}^2 d_{12}^2}\Big(m_{\tilde t_2}^2 d_{L1}(m_{\tilde b_L}^2 d_{12} + m_{\tilde t_1}^2 d_{L2}) - m_{\tilde t_1}^4 d_{L2}^2 s_{\tilde t}^2\Big)\\
&- \frac{\ln(m_{\tilde t_2}^2)}{2d_{L2}d_{12}m_t^2}\Big(m_{\tilde t_2}^2 d_{L2}d_{12}(m_{\tilde t_2}^2 - 4m_t^2) + 2s_{\tilde t}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_t^2\\
&(d_{L2}(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2) + m_t^2(6m_{\tilde b_L}^2 - 2m_{\tilde t_1}^2 - 4m_{\tilde t_2}^2))\\
&- 2s_{\tilde t}^4 d_{L2} m_t^2(m_{\tilde t_2}^2(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2) + 2m_t^2(m_{\tilde t_1}^2 + 2m_{\tilde t_2}^2))\Big)\\
&- \frac{\ln(m_t^2)}{m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 d_{L1}d_{L2}}\bigg(\Big(m_{\tilde t_2}^2 d_{L2}(m_{\tilde t_1}^2 d_{L1}(m_{\tilde b_L}^2 + 2m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2)\\
&+ m_t^2 m_{\tilde t_1}^2(m_{\tilde t_1}^2 - 3m_{\tilde b_L}^2) + m_t^4(3m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde t_1}^2))\Big) - s_{\tilde t}^2 m_{\tilde t_2}^2\Big(m_{\tilde t_1}^2 d_{1L}d_{L2}d_{21}\\
&+ 2m_t^2 m_{\tilde t_1}^2(-5m_{\tilde b_L}^4 + 4m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 + 6m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_2}^2 - 5m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2)\\
&+ m_t^4(6m_{\tilde b_L}^2(m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde t_1}^2 - m_{\tilde t_2}^2) + 2m_{\tilde t_1}^2(m_{\tilde t_1}^2 + 2m_{\tilde t_2}^2))\Big)\\
&- s_{\tilde t}^4\Big(d_{L1}d_{L2}m_t^2(10m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2 - 3m_t^2(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2))\Big)\bigg)\\
&+ \frac{d_{1t}^2\ln(|d_{1t}|)}{2m_{\tilde t_1}^2 m_t^2 d_{L1}d_{12}}\Big(d_{12}(m_{\tilde t_1}^2 d_{L1} + 2m_t^2(3m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde t_1}^2))\\
&- 4s_{\tilde t}^2 m_t^2(-d_{1L}^2 + d_{L2}^2 - m_{\tilde t_2}^2(m_{\tilde b_L}^2 - 2m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2)) + 2s_{\tilde t}^4 m_t^2 d_{L1}(m_{\tilde t_1}^2 - 3m_{\tilde t_2}^2)\Big)\\
&+ \frac{d_{2t}^2\ln(|d_{2t}|)}{2m_{\tilde t_2}^2 m_t^2 d_{L2}d_{12}}\Big(m_{\tilde t_2}^2 d_{L2}d_{12} - 4s_{\tilde t}^2 m_t^2 m_{\tilde t_2}^2 d_{L1} + 2s_{\tilde t}^4 m_t^2 d_{L2}(3m_{\tilde t_1}^2 - m_{\tilde t_2}^2)\Big)\\
&+ \frac{1}{6m_t^2}\bigg(\Big(21m_t^2(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2) + 12m_t^2 d_{L2} - \pi^2((m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_1}^2)^2 + m_{\tilde t_1}^4 + m_{\tilde t_2}^4 - 2m_{\tilde t_1}^2 m_t^2)\\
&- 6m_t^4\Big) + s_{\tilde t}^2\Big(6m_t^2(-3m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2 - 6m_t^2) + \pi^2((m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde b_L}^2)^2 - (m_{\tilde t_2}^2 + m_{\tilde b_L}^2)^2\\
&- 2m_t^2 d_{12})\Big) + 6s_{\tilde t}^4 m_t^2(m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2 + 6m_t^2)\bigg)\bigg]. \qquad \text{(C.11)}
\end{aligned}
$$

Der Gluino–Beitrag als Reihenentwicklung in $1/m_{\tilde g}$:

$$
\begin{aligned}
\Delta\rho_{1,\text{gluino}}^{\text{SUSY}} = &\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{C_F N_C G_F}{16\sqrt{2}\pi^2}\Bigg\{\\
&- 2\,\frac{m_t}{m_{\tilde g}}\,\frac{s_{\tilde t}\,c_{\tilde t}\,(1-2s_{\tilde t}^2)}{d_{L1}\,d_{L2}\,d_{12}}\Bigg[d_{L1}d_{L2}d_{12}\left(m_{\tilde t_1}^2 c_{\tilde t}^2 - m_{\tilde t_2}^2 s_{\tilde t}^2\right) - m_{\tilde b_L}^4 d_{12}^2\ln m_{\tilde b_L}^2\\
&+ m_{\tilde t_1}^2 d_{L2}\ln m_{\tilde t_1}^2\left(m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 - 2c_{\tilde t}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_{\tilde b_L}^2 + (1-2s_{\tilde t}^2)m_{\tilde t_1}^2 m_{\tilde t_2}^2\right)
\end{aligned}
$$

$$+ m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L1} \ln m_{\tilde{t}_2}^2 \left(m_{\tilde{b}_L}^2 (m_{\tilde{t}_2}^2 - 2 s_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{t}_1}^2) - (1 - 2 s_{\tilde{t}}^2) m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 \right) \Bigg]$$

$$+ \frac{1}{m_{\tilde{g}}^2} \frac{1}{3 d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}} \Bigg[2\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12} \Big[d_{L1}^2 - s_{\tilde{t}}^2 (d_{12}^2 c_{\tilde{t}}^2 + d_{1L}^2 - d_{2L}^2)$$

$$+ 3 m_t^2 \left(-m_{\tilde{t}_1}^2 (1 + 2 s_{\tilde{t}}^2) + 2 m_{\tilde{b}_L}^2 - 4 m_{\tilde{t}_2}^2 s_{\tilde{t}}^2 + 3 s_{\tilde{t}}^4 (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) \right) \Big]$$

$$- 6\, m_{\tilde{b}_L}^4\, d_{12}\, m_t^2 \ln m_{\tilde{b}_L}^2 \left(d_{L2} - s_{\tilde{t}}^2 d_{12} \right)$$

$$+ 6\, m_{\tilde{t}_1}^2\, d_{L2} m_t^2 c_{\tilde{t}}^2 \ln m_{\tilde{t}_1}^2 \left(d_{12} \,(2 m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2) + 6\, s_{\tilde{t}}^2\, d_{L1}\, m_{\tilde{t}_2}^2 \right)$$

$$+ 6\, m_{\tilde{t}_2}^2\, d_{L1}\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2\, \ln m_{\tilde{t}_2}^2 \left(m_{\tilde{t}_2}^4 - 4 m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 - 2 m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 + 5 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 + 6\, s_{\tilde{t}}^2\, d_{L2}\, m_{\tilde{t}_1}^2 \right)$$

$$+ 3\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}\, m_t^2\, \ln m_t^2 \left(m_{\tilde{b}_L}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2 - 2 m_t^2 - s_{\tilde{t}}^2 (5 m_{\tilde{t}_1}^2 + 3 m_{\tilde{t}_2}^2) + 4 s_{\tilde{t}}^4 (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) \right)$$

$$- 6\, m_{\tilde{b}_L}^2\, d_{12}\, m_t^2 \ln m_{\tilde{b}_L}^2\, \ln(m_t^2/m_{\tilde{g}}^2) \left(m_{\tilde{t}_1}^2 d_{L2} - s_{\tilde{t}}^2\, m_{\tilde{b}_L}^2\, d_{12} \right)$$

$$+ 6\, m_{\tilde{t}_1}^2\, d_{L2} m_t^2 c_{\tilde{t}}^2 \ln m_{\tilde{t}_1}^2\, \ln(m_t^2/m_{\tilde{g}}^2) \left(m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12} + 4 s_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{t}_2}^2 d_{L1} \right)$$

$$+ 6\, d_{L1}\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2\, \ln m_{\tilde{t}_2}^2\, \ln(m_t^2/m_{\tilde{g}}^2) \left(m_{\tilde{b}_L}^2 d_{12} + 4 c_{\tilde{t}}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 d_{2L} \right)$$

$$+ 3\, m_t^2\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}\, \ln m_{\tilde{g}}^2 \left(m_{\tilde{b}_L}^2 - 3 m_{\tilde{t}_1}^2 + 2 m_t^2 + 4 s_{\tilde{t}}^2 c_{\tilde{t}}^2 (m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2) + 3 s_{\tilde{t}}^2 d_{12}) \right) \Bigg]$$

$$+ \frac{m_t}{m_{\tilde{g}}^3} \frac{s_{\tilde{t}}\, c_{\tilde{t}}}{6\, d_{12}\, d_{L1}\, d_{L2}} \Bigg[12\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}^2\, m_t^2\, \pi^2 + 36\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}^2\, m_t^2 \ln^2 m_{\tilde{g}}^2$$

$$- d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12} \Big(4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2 + 4\, m_{\tilde{t}_1}^4 - 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 4\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 57\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2 - 21\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2$$

$$- 20\, m_{\tilde{t}_1}^4\, s_{\tilde{t}}^2 - 16\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 4\, m_{\tilde{t}_2}^4\, s_{\tilde{t}}^2 - 108\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 36\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 16\, m_{\tilde{t}_1}^4\, s_{\tilde{t}}^4$$

$$+ 16\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 + 72\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^4 + 72\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^4 \Big)$$

$$- 24\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}\, m_t^2 \ln m_{\tilde{g}}^2 \left(3\, m_{\tilde{t}_1}^2 - 4\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 3\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^4 - 2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 \right)$$

$$+ 4\, d_{12}^2\, m_{\tilde{b}_L}^4\, \ln m_{\tilde{b}_L}^2 \left(2\, m_{\tilde{t}_1}^2 + 15\, m_t^2 - 4\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 18\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 \right)$$

$$- 4\, d_{L2}\, m_{\tilde{t}_1}^2\, \ln m_{\tilde{t}_1}^2 \Big(2\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^4 - 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 2\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 3\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2 + 12\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_t^2$$

$$- 12\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2 - 3\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2 - 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^4\, s_{\tilde{t}}^2 + 12\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 8\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2$$

$$- 18\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 54\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 36\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 8\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4$$

$$+ 8\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 - 36\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^4 + 36\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^4 \Big)$$

$$
\begin{aligned}
&+ 4\, d_{L1}\, m_{\tilde{t}_2}^2\, \ln m_{\tilde{t}_2}^2 \Big(- 2\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 2\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_{\tilde{t}_2}^2 - 6\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2 - 3\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2 \\
&+ 21\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2 - 12\, m_{\tilde{t}_2}^4\, m_t^2 + 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^4\, s_{\tilde{t}}^2 + 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 8\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 \\
&+ 18\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 18\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 36\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^2 - 8\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^4\, s_{\tilde{t}}^4 + 8\, m_{\tilde{t}_1}^4\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 \\
&- 36\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^4 + 36\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, s_{\tilde{t}}^4 \Big) \\
&- 24\, d_{L1}\, d_{L2}\, d_{12}\, m_t^2\, \ln m_t^2 \Big(- m_{\tilde{t}_1}^2 + 2\, m_{\tilde{t}_2}^2 - 3\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^4 + 2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 \Big) \\
&- 36\, d_{L1}\, d_{L2}\, {d_{12}}^2\, m_t^2\, \ln m_{\tilde{g}}^2\, \ln m_t^2 + 12\, d_{12}^2\, m_{\tilde{b}_L}^4\, m_t^2\, \ln m_{\tilde{b}_L}^2\, \ln(m_t^2/m_{\tilde{g}}^2) \Big(3 - 4\, s_{\tilde{t}}^2 \Big) \\
&+ 12\, d_{L2}\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_t^2\, \ln m_{\tilde{t}_1}^2\, \ln(m_t^2/m_{\tilde{g}}^2) \Big(- 3\, m_{\tilde{t}_1}^4 + 2\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^2 \\
&- 12\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 8\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 8\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 - 8\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 \Big) \\
&- 12\, d_{L1}\, m_{\tilde{t}_2}^2\, m_t^2\, \ln m_{\tilde{t}_2}^2\, \ln(m_t^2/m_{\tilde{g}}^2) \Big(2\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2 - 5\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2 + 3\, m_{\tilde{t}_2}^4 - 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^2 \\
&- 4\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 8\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^2 + 8\, m_{\tilde{b}_L}^2\, m_{\tilde{t}_1}^2\, s_{\tilde{t}}^4 - 8\, m_{\tilde{t}_1}^2\, m_{\tilde{t}_2}^2\, s_{\tilde{t}}^4 \Big) \Big] \Big\} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m_{\tilde{g}}^4} \right) . \qquad \text{(C.12)}
\end{aligned}
$$

Der Gluino–Beitrag für den Fall verschwindender Mischung:

$$
\begin{aligned}
\Delta\rho^{\rm SUSY}_{1,\rm gluino}\Big|_{M_t^{LR}=0} &= \frac{\alpha_s}{\pi}\, \frac{C_F N_C G_F}{16\sqrt{2}\pi^2} \Bigg\{ \\
& 13 m_{\tilde{g}}^2 - 4 m_{\tilde{b}_L}^2 - \frac{9}{2} m_{\tilde{t}_1}^2 - \frac{1}{2} m_{\tilde{t}_2}^2 - \frac{(m_{\tilde{t}_1}^2 - 5 m_{\tilde{b}_L}^2)\, m_t^2}{d_{L1}} \\
& + \frac{1}{2} \sum_{i=1,2} \Big(m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2 + m_t^2 \Big)\, B_0^{\rm fin}(m_t^2, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_i}) \\
& - \frac{m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 + m_t^2}{d_{L1}^2} B_0^{\rm fin}(m_{\tilde{t}_1}^2, m_{\tilde{g}}, m_t) \left(3 m_{\tilde{b}_L}^4 - 4 m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_1}^4 - 2 m_{\tilde{b}_L}^4 \ln \frac{m_{\tilde{b}_L}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} \right) \\
& - \frac{d_{gL}}{d_{L1}^2} B_0^{\rm fin}(m_{\tilde{b}_L}^2, m_{\tilde{g}}, 0) \left(m_{\tilde{b}_L}^4 - 4 m_{\tilde{b}_L}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 + 3 m_{\tilde{t}_1}^4 - 2 m_{\tilde{t}_1}^4 \ln \frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{b}_L}^2} \right) \\
& - \frac{d_{gL}}{d_{1L}^2\, m_t^2} {\rm Li}_2 \left(1 - \frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{b}_L}^2} \right) \Big(d_{gL} d_{1L} (m_{\tilde{b}_L}^2 - 2 m_{\tilde{g}}^2 + m_{\tilde{t}_1}^2) + 2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_t^2 (2 m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{g}}^2) \Big) \\
& - \frac{2 d_{g1}^2}{d_{1L}^2\, m_t^2} {\rm Li}_2 \left(1 - \frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{t}_1}^2} \right) \Big(m_{\tilde{g}}^2 d_{1L} + m_{\tilde{t}_1}^2 (m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2 + m_t^2) \Big) + \frac{d_{2g}^2}{m_t^2} {\rm Li}_2 \left(1 - \frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2} \right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+ \left(3\, m_{\tilde g}^2 + \sum_{i=1,2} \frac{m_{\tilde g}^6 - 2\, m_{\tilde g}^4\, m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde g}^2\, m_{\tilde t_i}^4 - m_{\tilde g}^4\, m_t^2 - m_{\tilde g}^2\, m_{\tilde t_i}^2\, m_t^2}{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_i}^2)} \right) \ln m_{\tilde g}^2 \\
&- \frac{2}{d_{L1}^2} \Big(d_{L1} (m_{\tilde g}^2 (3 m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_1}^2) - 2 m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2) + 2 m_{\tilde b_L}^4 m_t^2 \Big) \ln m_{\tilde b_L}^2 \\
&+ \Bigg(\frac{4\, m_{\tilde g}^2 (m_{\tilde b_L}^2 + 3 m_{\tilde t_1}^2) - 11 m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 + 3 m_{\tilde t_1}^4}{2\, d_{L1}} \\
&+ \frac{2 m_{\tilde b_L}^2 (m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_1}^2) m_t^2}{d_{L1}^2} - \frac{2\, m_{\tilde g}^2\, m_{\tilde t_1}^2\, m_t^2}{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_1}^2)} \Bigg) \ln m_{\tilde t_1}^2 \\
&- \left(\frac{3\, m_{\tilde t_2}^2}{2} + \frac{2 m_{\tilde g}^2 m_{\tilde t_2}^2 m_t^2}{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_2}^2)} \right) \ln m_{\tilde t_2}^2 + \frac{d_{g2}^2}{2 m_t^2} \ln m_{\tilde t_2}^2 \left(\ln \frac{m_{\tilde t_2}^2}{m_{\tilde g}^2} - \ln m_t^2 \right) \\
&+ \left(-2 m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde b_L}^2 + 2 m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde t_2}^2 + \sum_{i=1,2} \frac{m_{\tilde g}^2 \left(m_t^2 (3 m_{\tilde t_i}^2 + m_{\tilde g}^2) - d_{gi}^2 \right)}{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_i}^2)} \right) \ln m_t^2 \\
&+ \frac{d_{g1}^2}{d_{L1}^2\, m_t^2} \Big(m_{\tilde g}^2\, d_{L1} - m_{\tilde t_1}^2 (d_{L1} + m_t^2) \Big) \ln^2 m_{\tilde t_1}^2 \\
&- \frac{d_{gL}}{2 d_{L1}^2 m_t^2} \Big(d_{L1}\, d_{Lg}\, (m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde t_1}^2 - 2 m_{\tilde g}^2) + 2\, m_{\tilde t_1}^2 m_t^2 (2 m_{\tilde t_1}^2 - m_{\tilde b_L}^2 - m_{\tilde g}^2) \Big) \ln^2 m_{\tilde b_L}^2 \\
&- \Bigg[\frac{m_t^2}{2} + \frac{1}{d_{L1}^2 m_t^2} \Big(m_t^2 (m_{\tilde g}^4 (3 m_{\tilde b_L}^2 - 4 m_{\tilde t_1}^2) - m_{\tilde t_1}^2\, d_{L1}^2 + m_{\tilde t_1}^4 (2 m_{\tilde g}^2 - m_{\tilde b_L}^2)) + d_{g1}^3 d_{L1} \\
&+ m_t^4 (m_{\tilde b_L}^2 (m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde b_L}^2) - m_{\tilde g}^2 d_{L1}) - m_t^6 m_{\tilde b_L}^2 \Big) \Bigg] \ln m_{\tilde t_1}^2\, \ln m_{\tilde g}^2 \\
&- \frac{1}{2\, d_{L1}^2 m_t^2} \Big(d_{gL}^2 (d_{g1} + d_{gL}) d_{1L} + 2 m_t^2 (m_{\tilde g}^4 (-3 m_{\tilde b_L}^2 + 4 m_{\tilde t_1}^2) + m_{\tilde t_1}^4 (m_{\tilde b_L}^2 - 2 m_{\tilde g}^2)) \\
&+ m_t^4 ((m_{\tilde b_L}^2 + m_{\tilde g}^2)^2 - (m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde g}^2)^2 - 4 m_{\tilde b_L}^4) + 2 m_t^6 m_{\tilde b_L}^2 \Big) \ln m_{\tilde g}^2 \ln m_{\tilde b_L}^2 \\
&+ \Big(5\, d_{g1}^2 + d_{g2}^2 - 4\, d_{g1}\, d_{L1} + d_{L1}^2 - 2 m_{\tilde t_1}^2 m_t^2 \Big) (\ln m_{\tilde g}^2 \ln m_t^2)/(2\, m_t^2) \\
&+ \Big(d_{gL}^2 (d_{g1} + d_{gL}) d_{L1} - 2 m_t^2 (m_{\tilde g}^2 m_{\tilde b_L}^2 (3 m_{\tilde g}^2 - 2 m_{\tilde b_L}^2) - 2 m_{\tilde g}^4 m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^4) \\
&+ m_t^4 d_{L1} (2 m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde b_L}^2) + 2 m_t^6 m_{\tilde b_L}^2 \Big) \frac{\ln m_{\tilde b_L}^2\, \ln m_t^2}{2\, m_t^2 d_{L1}^2} \\
&+ \Bigg[\frac{m_t^2}{2} - m_{\tilde t_1}^2 - \frac{1}{d_{L1}^2\, m_t^2} \Big(d_{g1}^3 d_{L1} + m_t^2 d_{g1} (2 d_{1L}^2 + m_{\tilde b_L}^2 m_{\tilde t_1}^2 + m_{\tilde g}^2 (2 m_{\tilde t_1}^2 - 3\, m_{\tilde b_L}^2)) \\
&+ m_t^4 (m_{\tilde g}^2 + m_{\tilde b_L}^2) d_{L1} + m_t^6 m_{\tilde b_L}^2 \Big) \Bigg] \ln m_t^2 \ln m_{\tilde t_1}^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&- \frac{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde b_L}^2)}{2m_t^2 m_{\tilde b_L}^2\, d_{L1}^2} \Big[m_t^2 (m_{\tilde t_1}^2 (m_{\tilde t_1}^2 + 2m_{\tilde g}^2) + m_{\tilde b_L}^2 (m_{\tilde b_L}^2 - 2m_t^2 - 4m_{\tilde g}^2)) \\
&+ d_{gL} d_{L1} (d_{gL} + d_{g1}) \Big] \,\Phi(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde b_L}^2) \\
&+ \left(\frac{d_{g2}^3 + d_{g2}^2 m_t^2 - 2m_{\tilde g}^4 m_t^2}{2\, m_t^2\, m_{\tilde t_2}^2} + \frac{m_{\tilde g}^2 (d_{g2}^2 + d_{g2} m_t^2 - 4m_{\tilde g}^2 m_t^2)}{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_2}^2)} \right) \Phi(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_2}^2) \\
&+ \Bigg[\frac{d_{g1}^2 m_{\tilde g}^2 + d_{g1} m_{\tilde g}^2 m_t^2 - 4m_{\tilde g}^4 m_t^2}{\lambda^2(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_1}^2)} \\
&+ \frac{1}{2\, m_t^2 m_{\tilde t_1}^2\, d_{L1}^2} \big(2\, d_{g1}^4 (d_{L1} + m_t^2) + 2 d_{g1}^3 m_t^2 (3m_t^2 - m_{\tilde g}^2) + 2 d_{L1} m_t^4 (4 d_{g1} m_{\tilde g}^2 \\
&+ 4m_{\tilde g}^4 - 4 d_{g1} m_t^2 + 4m_{\tilde g}^2 m_t^2 - m_t^4) + 2 d_{g1}^2 m_t^2 (d_{L1}^2 - 4 d_{L1} m_{\tilde g}^2 - 4 d_{L1} m_t^2 \\
&- 7 m_{\tilde g}^2 m_t^2 + 3m_t^4) + d_{L1}^2 m_t^2 (4 d_{g1} m_{\tilde g}^2 - 2m_{\tilde g}^4 + 5 d_{g1} m_t^2 - 4 m_{\tilde g}^2 m_t^2 + 3m_t^4) \\
&+ \; 2m_t^4 (4 d_{g1} m_{\tilde g}^4 - 7 d_{g1} m_{\tilde g}^2 m_t^2 + 4 m_{\tilde g}^4 m_t^2 + d_{g1} m_t^4 - m_{\tilde g}^2 m_t^4)) \Big] \,\Phi(m_{\tilde g}^2, m_t^2, m_{\tilde t_1}^2) \Bigg\}. \qquad \text{(C.13)}
\end{aligned}
$$

C.3 Explizite Ergebnisse für Higgs–Selbstenergien

Um die Ergebnisse so kompakt wie möglich auszudrücken, werden folgende Abkürzungen eingeführt:

$$
\begin{aligned}
\tilde\Phi(m_1, m_2, m_3) \;&=\; \frac{1}{2} m_3^2 \tilde\lambda \left(\frac{m_1^2}{m_3^2}, \frac{m_2^2}{m_3^2} \right) \\
&\left(2 \ln(\alpha_1(m_1,m_2,m_3)) \ln(\alpha_2(m_1,m_2,m_3)) - \ln\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}\right) \ln\left(\frac{m_2^2}{m_3^2}\right) \right. \\
&\left. -2\mathrm{Li}_2(\alpha_1(m_1,m_2,m_3)) - 2\mathrm{Li}_2(\alpha_2(m_1,m_2,m_3)) + \frac{\pi^2}{3} \right) \qquad \text{(C.14)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\tilde\lambda(x,y) \;&=\; \sqrt{1 + x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2xy} \qquad \text{(C.15)} \\
\alpha_i(m_1,m_2,m_3) \;&=\; \frac{1}{2} \Big(1 - (-1)^i \frac{m_1^2}{m_3^2} + (-1)^i \frac{m_2^2}{m_3^2} - \tilde\lambda\left(\frac{m_1^2}{m_3^2}, \frac{m_2^2}{m_3^2} \right) \Big) \qquad \text{(C.16)}
\end{aligned}
$$

Die renormierten ϕ_i–Selbstenergien für den Fall verschwindender Mischung, jedoch mit $\mu \neq 0$ lauten:

$$
\hat\Sigma^{(2)}_{\phi_1}(0) \;=\; 0 \qquad \text{(C.17)}
$$

$$
\hat\Sigma^{(2)}_{\phi_2}(0) \;=\; C_F \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{192\, s_W^2 \sin^2\beta} \frac{m_t^2}{M_W^2} \Bigg\{
$$

$$288\,\mu\cot\beta\ \ln\left(\frac{m_{\tilde t_1}^2}{m_{\tilde t_2}^2}\right)\ln\left(\frac{m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_1}^2+m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_1}^2+m_t^2)^2}}{2m_{\tilde g}m_t}\right)$$

$$\frac{m_{\tilde g}m_t^2\left(m_{\tilde g}^4+m_{\tilde g}^2(-2m_{\tilde t_1}^2-2m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_1}^2+m_t^2)^2})\right)}{m_{\tilde t_1}^2(m_{\tilde t_1}^2-m_{\tilde t_2}^2)(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_1}^2+m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_1}^2+m_t^2)})}$$

$$+\quad\sum_{i=1,2}\Bigg[72\ \mathrm{Re}\ \ln\left(\frac{m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2)^2}}{2m_{\tilde g}m_t}\right)$$

$$\frac{m_t^2(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2)}{m_{\tilde t_i}^4(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2)^2})}$$

$$\Big(m_{\tilde g}^4+m_{\tilde g}^2(-2m_{\tilde t_i}^2-2m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2)^2})$$

$$+(m_t^2-m_{\tilde t_i}^2)(m_t^2-m_{\tilde t_i}^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_t^2+(m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2)^2})\Big)$$

$$-72\ \mathrm{Re}\ \ln\left(\frac{m_{\tilde g}^2+m_{\tilde t_i}^2-m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_{\tilde t_i}^2+(m_{\tilde g}^2+m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)^2}}{2m_{\tilde g}m_{\tilde t_i}}\right)$$

$$\left(\ln\left(\frac{m_{\tilde t_1}^2m_{\tilde t_2}^2}{m_t^4}\right)-1\right)\frac{m_{\tilde g}^2-m_{\tilde t_i}^2+m_t^2}{m_t^2(m_{\tilde g}^2+m_{\tilde t_i}^2-m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_{\tilde t_i}^2+(m_{\tilde g}^2+m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)^2})}$$

$$\Big(m_{\tilde g}^4+m_{\tilde g}^2(-2m_{\tilde t_i}^2-2m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_{\tilde t_i}^2+(m_{\tilde g}^2+m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)^2})$$

$$+(m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)(m_{\tilde t_i}^2-m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde g}^2m_{\tilde t_i}^2+(m_{\tilde g}^2+m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)^2})\Big)$$

$$+\frac{36\ln(m_{\tilde t_i}^2)}{(m_{\tilde t_i}^2-m_{\tilde t_{i'}}^2)m_t^2((m_{\tilde g}-m_{\tilde t_i})^2-m_t^2)((m_{\tilde g}+m_{\tilde t_i})^2-m_t^2)\sin\beta}$$

$$\Big(m_{\tilde g}^8(m_{\tilde t_i}^2-m_{\tilde t_{i'}}^2)\sin\beta\ -2m_{\tilde g}^6(m_{\tilde t_i}^2-m_{\tilde t_{i'}}^2)(2m_{\tilde t_i}^2+3m_t^2)\sin\beta$$

$$+2m_{\tilde g}^4(3m_{\tilde t_i}^6-m_{\tilde t_{i'}}^2m_t^2(m_{\tilde t_{i'}}^2+3m_t^2)+m_{\tilde t_i}^4(-3m_{\tilde t_{i'}}^2+5m_t^2)$$

$$+m_{\tilde t_i}^2(-4m_{\tilde t_{i'}}^2m_t^2+3m_t^4))\sin\beta\ +(m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)^2(m_{\tilde t_i}^6-m_{\tilde t_i}^4m_{\tilde t_{i'}}^2-2m_{\tilde t_{i'}}^4m_t^2-5m_{\tilde t_{i'}}^2m_t^4$$

$$+m_{\tilde t_i}^2(2m_{\tilde t_{i'}}^2m_t^2+5m_t^4))\sin\beta\ -2m_{\tilde g}^2(2m_{\tilde t_i}^8-2m_{\tilde t_{i'}}^4m_t^4-7m_{\tilde t_{i'}}^2m_t^6$$

$$+m_{\tilde t_i}^6(-2m_{\tilde t_{i'}}^2+m_t^2)+m_{\tilde t_i}^4m_t^2(m_{\tilde t_{i'}}^2+2m_t^2)+m_{\tilde t_i}^2(-2m_{\tilde t_{i'}}^4m_t^2+7m_t^6))\sin\beta$$

$$+8m_{\tilde g}^5m_t^4\mu\cos\beta\ +8m_{\tilde g}m_t^4(m_{\tilde t_i}^2-m_t^2)^2\mu\cos\beta\ -16m_{\tilde g}^3m_t^4(m_{\tilde t_i}^2+m_t^2)\mu\cos\beta\Big)$$

$$+\frac{36\ln(m_{\tilde g}^2)\ln(m_{\tilde t_i}^2)}{m_{\tilde t_1}^2(m_{\tilde t_1}^2-m_{\tilde t_2}^2)m_t^2\sin\beta}\Big(2m_{\tilde g}^4m_{\tilde t_1}^2(m_{\tilde t_1}^2-m_{\tilde t_2}^2)\sin\beta\ +2m_{\tilde g}^2m_{\tilde t_1}^2(m_{\tilde t_2}^4-m_{\tilde t_1}^4)\sin\beta$$

$$+m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)(m_{\tilde{t}_1}^4 + m_{\tilde{t}_2}^4 - 2m_t^2(m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2))\sin\beta$$

$$+(-1)^i 4\,\mu\, m_{\tilde{g}}^4 m_t^4 \cos\beta - (-1)^i 4\,\mu\, m_{\tilde{g}} m_t^4 (m_t^2 - m_{\tilde{t}_1}^2)\cos\beta\Bigg)$$

$$-\frac{36}{m_t^2}\Big(((m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{t}_i}^2)^2 - 2m_{\tilde{t}_i}^2 m_t^2 - 3m_t^4)\ln\left(m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2\right)\ln\left(m_{\tilde{t}_i}^2\right)$$

$$+2m_t^4\ln\left(m_{\tilde{t}_1}^2\right)\ln\left(m_{\tilde{t}_2}^2\right)\Big)$$

$$+\frac{72\ln\left(m_{\tilde{t}_i}^2\right)\ln\left(m_t^2\right)}{m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)m_t^2\sin\beta}\Bigg(m_{\tilde{g}}^4 m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)\sin\beta + 2m_{\tilde{g}}^2 m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_i}^2(m_{\tilde{t}_2}^2 - m_{\tilde{t}_1}^2)\sin\beta$$

$$+m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_{\tilde{t}_2}^2)(m_{\tilde{t}_i}^2 - 2m_{\tilde{t}_i}^2 m_t^2 - 5m_t^4)\sin\beta - (-1)^i\, 2\,\mu m_{\tilde{g}}^3 m_t^4\cos\beta$$

$$-(-1)^i\, 2\,\mu m_{\tilde{g}} m_t^4(m_{\tilde{t}_1}^2 - m_t^2)\cos\beta\Bigg)$$

$$-\frac{288 m_{\tilde{g}}^3 m_t^2\tilde{\Phi}(m_t, m_{\tilde{t}_i}, m_{\tilde{g}})}{(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)(m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_i} - m_t)^2(m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}_i} + m_t)^2(-m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_i} + m_t)^2}$$

$$\frac{1}{(m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_i} + m_t)^2\sin\beta}\Bigg(m_{\tilde{g}}^3(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)\sin\beta - m_{\tilde{g}}(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_{\tilde{t}_{i'}}^2)(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_t^2)\sin\beta$$

$$+2m_{\tilde{g}}^4\mu\,\cos\beta + 2(m_{\tilde{t}_i}^2 - m_t^2)^2\mu\,\cos\beta - 4m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_i}^2 + m_t^2)\,\mu\,\cos\beta\Bigg)\Bigg]$$

$$+\quad\frac{72}{m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^2}\left(-(m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^2) + m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + m_{\tilde{t}_1}^2(-m_{\tilde{t}_2}^4 + m_t^4) + m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + m_{\tilde{t}_1}^2(2m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2))\right)$$

$$-\quad\frac{36\ln\left(m_{\tilde{g}}^2\right)}{m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_1})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}_1})^2 - m_t^2)}$$

$$\frac{1}{((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_2})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}_2})^2 - m_t^2)}\Bigg((m_{\tilde{t}_1}^2 - m_t^2)^2(m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2)^2$$

$$(m_{\tilde{t}_1}^8 m_{\tilde{t}_2}^4 - 2m_{\tilde{t}_1}^6 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + 2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6 - m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8 + m_{\tilde{t}_1}^4(m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2)^3(m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2))$$

$$+m_{\tilde{g}}^{12}(m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 + m_{\tilde{t}_1}^4(2m_{\tilde{t}_2}^4 + m_t^4)) - 2m_{\tilde{g}}^{10}(2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 + m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4(m_{\tilde{t}_2}^2 + 2m_t^2)$$

$$+m_{\tilde{t}_1}^6(3m_{\tilde{t}_2}^4 + m_t^4) + m_{\tilde{t}_1}^4(3m_{\tilde{t}_2}^6 + 4m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + 2m_t^6))$$

$$-2m_{\tilde{g}}^6(2m_{\tilde{t}_1}^{10} m_{\tilde{t}_2}^4 + m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^6(m_{\tilde{t}_2}^2 - 2m_t^2) + 2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4(m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2)^2$$

$$+m_{\tilde{t}_1}^8(8m_{\tilde{t}_2}^6 + 4m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + m_t^6)$$

$$+2m_{\tilde{t}_1}^6(4m_{\tilde{t}_2}^8 - 4m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^2 - 4m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 - 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^6 - m_t^8)$$

$$+2m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^2 (m_{\tilde{t}_2}^8 + 2m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^2 - 4m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 - m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^6 + m_t^8))$$
$$+m_{\tilde{g}}^8 (8m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 (m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2) + m_{\tilde{t}_1}^8 (7m_{\tilde{t}_2}^4 + m_t^4) + m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 (m_{\tilde{t}_2}^4 + 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + 5m_t^4)$$
$$+2m_{\tilde{t}_1}^6 (8m_{\tilde{t}_2}^6 + 5m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + 4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + m_t^6)$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^4 (7m_{\tilde{t}_2}^8 + 10m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^2 - 2m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 + 8m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^6 + 5m_t^8))$$
$$+m_{\tilde{g}}^4 (m_{\tilde{t}_1}^{12} m_{\tilde{t}_2}^4 + 4m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^{10} + 4m_{\tilde{t}_1}^{10} m_{\tilde{t}_2}^4 (2m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2) - m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^{10} (4m_{\tilde{t}_2}^2 + 5m_t^2)$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^8 m_{\tilde{t}_2}^4 (12m_{\tilde{t}_2}^4 - 24m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 - 7m_t^4)$$
$$+4m_{\tilde{t}_1}^6 (2m_{\tilde{t}_2}^{10} - 6m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^2 - 4m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^4 + 5m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6 - m_t^{10})$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^4 (m_{\tilde{t}_2}^{12} + 4m_{\tilde{t}_2}^{10} m_t^2 - 7m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^4 + 20m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^6 + 10m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8 + 4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^{10} - 5m_t^{12}))$$
$$-2m_{\tilde{g}}^2 (m_{\tilde{t}_1}^{12} m_{\tilde{t}_2}^4 (m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2) + 4m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^{10} (m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2)$$
$$+2m_{\tilde{t}_1}^{10} m_{\tilde{t}_2}^4 (m_{\tilde{t}_2}^4 - 4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 - m_t^4) - m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^{10} (m_{\tilde{t}_2}^4 - m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + 2m_t^4)$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^6 (m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2)^2 (m_{\tilde{t}_2}^8 - 6m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^2 - 4m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 + 6m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^6 + m_t^8)$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^8 (2m_{\tilde{t}_2}^{10} - 6m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^2 + 9m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^4 + 6m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6 - m_t^{10})$$
$$\left.+m_{\tilde{t}_1}^4 m_t^2 (m_{\tilde{t}_2}^1 2 - 2m_{\tilde{t}_2}^{10} m_t^2 + 6m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^4 - 15m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^6 - 2m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8 + 4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^{10} - 2m_t^{12}))\right)$$
$$+ \quad \frac{36 \ln\left(m_t^2\right)}{m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^4 ((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_1})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}_1})^2 - m_t^2)}$$
$$\frac{1}{((m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{t}_2})^2 - m_t^2)((m_{\tilde{g}} - m_{\tilde{t}_2})^2 - m_t^2)} \left(m_{\tilde{g}}^{12} (m_{\tilde{t}_1}^4 + m_{\tilde{t}_2}^4) m_t^2 \right.$$
$$-2m_{\tilde{g}}^{10} (m_{\tilde{t}_1}^6 m_t^2 + 2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 (m_{\tilde{t}_2}^2 + 2m_t^2)$$
$$+2m_{\tilde{t}_1}^4 (-2m_{\tilde{t}_2}^4 + m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + m_t^4)) - (m_{\tilde{t}_1}^2 - m_t^2)^2 (m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2)^2 (4m_{\tilde{t}_1}^6 m_{\tilde{t}_2}^4 - 2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4$$
$$+m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6 + m_{\tilde{t}_1}^4 (4m_{\tilde{t}_2}^6 + 10m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 - 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + m_t^6)) + 2m_{\tilde{g}}^6 (-(m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^4 (m_{\tilde{t}_2}^2 - 2m_t^2))$$
$$-2m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 (m_{\tilde{t}_2}^2 - m_t^2)^2 + m_{\tilde{t}_1}^8 (8m_{\tilde{t}_2}^4 - 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 - m_t^4) + 2m_{\tilde{t}_1}^4 m_{\tilde{t}_2}^2 (4m_{\tilde{t}_2}^6 + 13m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2$$
$$+17m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 - m_t^6) + 2m_{\tilde{t}_1}^6 (12m_{\tilde{t}_2}^6 + 13m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + m_t^6))$$
$$+m_{\tilde{g}}^8 (m_{\tilde{t}_1}^8 m_t^2 + 8m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 (m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2) + 2m_{\tilde{t}_1}^6 (-10m_{\tilde{t}_2}^4 + 4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + m_t^4)$$
$$+m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 (m_{\tilde{t}_2}^4 + 2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + 5m_t^4) + m_{\tilde{t}_1}^4 (-20m_{\tilde{t}_2}^6 - 40m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2 + 8m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^4 + 5m_t^6))$$
$$+2m_{\tilde{g}}^2 (4m_{\tilde{t}_1}^{10} m_{\tilde{t}_2}^4 (m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2) - 4m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8 (m_{\tilde{t}_2}^2 + m_t^2) + m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8 (m_{\tilde{t}_2}^4 - m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2 + 2m_t^4)$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^8 (12m_{\tilde{t}_2}^8 - 9m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^2 + 6m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4 + m_t^8)$$
$$+m_{\tilde{t}_1}^6 (4m_{\tilde{t}_2}^{10} - 9m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^2 - 40m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^4 + 2m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6 - 4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^8 - m_t^{10})$$

$$
\begin{aligned}
&+2m_{\tilde{t}_1}^4 m_t^2(2m_{\tilde{t}_2}^{10}+3m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^2+m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^4+13m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6-2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^8+m_t^{10}))\\
&-m_{\tilde{g}}^4(4m_{\tilde{t}_1}^{10} m_{\tilde{t}_2}^4-4m_{\tilde{t}_1}^2 m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8+m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^8(4m_{\tilde{t}_2}^2+5m_t^2)+m_{\tilde{t}_1}^8(36m_{\tilde{t}_2}^6+33m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^2)\\
&+4m_{\tilde{t}_1}^6(9m_{\tilde{t}_2}^8+4m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^4+m_t^8)+m_{\tilde{t}_1}^4(4m_{\tilde{t}_2}^{10}+33m_{\tilde{t}_2}^8 m_t^2+16m_{\tilde{t}_2}^6 m_t^4\\
&+68m_{\tilde{t}_2}^4 m_t^6-4m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^8+5m_t^{10}))\Bigg)\\
-\;&\frac{72\ln\left(m_{\tilde{g}}^2\right)\ln\left(m_t^2\right)}{m_t^2}\Big(2m_{\tilde{g}}^4+m_{\tilde{t}_1}^4+m_{\tilde{t}_2}^4-2m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_1}^2+m_{\tilde{t}_2}^2)-2m_{\tilde{t}_1}^2 m_t^2\\
&-2m_{\tilde{t}_2}^2 m_t^2+2m_t^4\Big)\\
+\;&432m_t^2\ln^2\left(m_t^2\right)\Bigg\}
\end{aligned}
$$

$$
m_{\tilde{t}_{i'}}=\begin{cases} m_{\tilde{t}_2} & : \quad i=1\\ m_{\tilde{t}_1} & : \quad i=2\end{cases}
$$

$$
\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^{(2)}_{\phi_1\phi_2}(0) \;=\;& C_F\frac{\alpha_s}{\pi}\frac{\alpha}{\pi}\frac{1}{192\,s_W^2\sin^2\beta}\frac{m_t^2}{M_W^2}\mu\Bigg\{\\
&\ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2}{m_{\tilde{t}_2}^2}\right)\Bigg[-144\ \mathrm{Re}\ \ln\left(\frac{m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2+(m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2)^2}}{2m_{\tilde{g}}m_t}\right)\\
&\frac{m_{\tilde{g}}m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2-m_{\tilde{t}_2}^2)(m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2+(m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2)})}\\
&\Big(m_{\tilde{g}}^4+m_{\tilde{g}}^2(-2m_{\tilde{t}_1}^2-2m_t^2+\sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2+(m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2)^2})\\
&+(m_t^2-m_{\tilde{t}_1}^2)(m_t^2-m_{\tilde{t}_1}^2+\sqrt{-4m_{\tilde{g}}^2 m_t^2+(m_{\tilde{g}}^2-m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2)^2})\Big)\\
-\;&\frac{144\,m_{\tilde{g}}\,m_t^2}{m_{\tilde{t}_1}^2-m_{\tilde{t}_2}^2}+\frac{72m_{\tilde{g}}\,m_t^2(m_{\tilde{g}}^2+m_{\tilde{t}_1}^2-m_t^2)}{m_{\tilde{t}_1}^2(m_{\tilde{t}_1}^2-m_{\tilde{t}_2}^2)}\ln\left(\frac{m_{\tilde{g}}^2}{m_t^2}\right)\Bigg]\\
+\;&\frac{288\,m_{\tilde{g}}^3\,m_t^2}{(m_{\tilde{t}_1}^2-m_{\tilde{t}_2}^2)((m_{\tilde{g}}+m_{\tilde{t}_1})^2-m_t^2)((m_{\tilde{g}}-m_{\tilde{t}_1})^2-m_t^2)}\\
&\frac{1}{((m_{\tilde{g}}+m_{\tilde{t}_2})^2-m_t^2)((m_{\tilde{g}}-m_{\tilde{t}_2})^2-m_t^2)}\Big((m_{\tilde{g}}^4+(m_{\tilde{t}_2}^2-m_t^2)^2\\
&-2m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_2}^2+m_t^2))\tilde{\Phi}(m_t,m_{\tilde{t}_1},m_{\tilde{g}})-(m_{\tilde{g}}^4+(m_{\tilde{t}_1}^2-m_t^2)^2-2m_{\tilde{g}}^2(m_{\tilde{t}_1}^2+m_t^2))\\
&\tilde{\Phi}(m_t,m_{\tilde{t}_2},m_{\tilde{g}})\Big)\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{C.18}
$$

Literaturverzeichnis

[1] W. de Boer et al., *Z. Phys.* **C 71** (1996) 415.

[2] P. Janot, Int. Europhysics Conf. on High Energy Physics, Jerusalem (1997), erscheint in den Proceedings

[3] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 19;
A. Salam, in: *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, Editor N. Svartholm, Stockholm, 1968.

[4] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL and the LEP Electroweak Working Group, *A Combination of Preliminary LEP and SLD Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, 1996, CERN-PPE/96-183.

[5] E. Witten, *Nucl. Phys.* **B 188** (1981) 513.

[6] H. P. Nilles, *Phys. Rep.* **110** (1984) 1.

[7] R. Haag, J.T. Łopuszánski, M. Sohnius, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 257.

[8] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmerty and Supergravity*, 2.nd Edition, Princeton Series in Physics, 1992.

[9] U. Amaldi, W. de Boer, H. Fürstenau, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.

[10] J. Ellis, Rapporteur Talk beim *"International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies"*, Beijing 1995, hep-ph/9512335.

[11] G. G. Ross und R. G. Roberts, *Nucl. Phys.* B 377 (1992) 571.

[12] S. Coleman, J. Mandula, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251.

[13] H.P. Nilles, "The Supersymmetric Standard Model" in: *Phenomenological Aspects of Supersymmetry*, W. Hollik, R. Rückl, J. Wess (Eds.), Lecture Notes in Physics 405, Springer-Verlag, 1992.

[14] M.F. Sohnius, *Phys. Rep.* **128** (1985) 39.

[15] J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* **49B** (1974) 52.

[16] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.* **B76** (1974) 477;
S. Ferrara, J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 239.

[17] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 39;
B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B89** (1975) 535.

[18] F.A. Berezin, *The Method of Second Quantization*, Academic Press, New York, 1966.

[19] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B78** (1974) 1.

[20] S. Ferrara, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B79** (1974) 413.

[21] M. T. Grisaru, W. Siegel, M. Roček, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 429.

[22] L. O'Raifeartaigh, *Nucl. Phys.* **B96** (1975) 331;
P. Fayet, J. Iliopoulos, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 461.

[23] L. Giradello, M.T. Grisaru, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[24] T.–P. Cheng und L.–F. Li, *"Gauge theory of elementary particle physics"* (Oxford University Press, New York, 1989.

[25] S. L. Glashow und S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D 15** (1977) 1958.

[26] H.E. Haber, G. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1985) 75.

[27] J.F. Gunion, H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 1.

[28] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Frontiers in Physics Vol. 80, Addison-Wesley, 1990.

[29] P. Fayet, *Nucl. Phys.* **B90** (1975) 104.

[30] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.* **B87** (1975) 85.

[31] R.D. Peccei, H.R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 1440;
R.D. Peccei, H.R. Quinn,*Phys. Rev.* **D16** (1977) 1791.

[32] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 223;
F.A. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 279.

[33] T. Appelquist und J. Carazzone, *Phys. Rev.* **D 11** (1975) 2856;
A. Dobado, M. J. Herrero, S. Peãranda, hep-ph/9710313.

[34] A. Djouadi und C. Verzegnassi, *Phys. Lett.* **B 195** (1987) 265;
A. Djouadi, *Nuovo Cim.* **A 100** (1988) 357.

[35] *"Reports of the Working Group on Precision Calculations for the Z–Resonance"*, CERN Yellow Report, CERN 95–03, Ed. D. Bardin, W. Hollik und G. Passario

[36] A. Sirlin, *Phys. Rev.* **D 29** (1984) 343.

[37] D. Y. Bardin, A. V. Chizhov, Dubna Preprint E2–89–525 (1989);
B. A. Kniehl, *Nucl. Phys.* **B 347** (1990) 86;
F. Halzen, B. A. Kniehl, *Nucl. Phys.* **B 353** (1991) 567;
B. A. Kniehl, J. H. Kühn und R. G. Stuart, *Phys. Lett.* **B 214** (1988) 621;
B. A. Kniehl und A. Sirlin, *Nucl. Phys.* **B 371** (1992) 141; *Phys. Rev.* **D 47** (1993) 883;
S. Fanchiotti, B. A. Kniehl und A. Sirlin, *Phys. Rev.* **D 48** (1993) 307.

[38] G. Degrassi, P. Gambino und A. Vicini, *Phys. Lett.* **B 383** (1996) 219;
G. Degrassi, P. Gambino und A. Sirlin, *Phys. Lett.* **B 394** (1997) 188;
G. Degrassi, P. Gambino, M. Passera und A. Sirlin, hep-ph/9708311.

[39] A. Czarnecki und J. H. Kühn, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 3955.

[40] A. Djouadi und P. Gambino, *Phys. Rev.* **D 49** (1994) 3499.

[41] L. Avdeev et. al., *Phys. Lett.* **B 336** (1994) 560; E: *Phys. Lett.* **B 349** (1995) 597;
K. Chetyrkin, J. H. Kühn und M. Steinhauser, *Phys. Lett.* **B 351** (1995) 331;

[42] K. Chetyrkin, J. H. Kühn und M. Steinhauser, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 3394.

[43] P. Chankowski, A. Dabelstein, W. Hollik, W. Mösle, S. Pokorski und J. Rosiek, *Nucl. Phys.* **B 417** (1994) 101;
D. Garcia und J. Solà, *Mod. Phys. Lett.* **A 9** (1994) 211.

[44] W. de Boer, A. Dabelstein, W. Hollik, W. Mösle und U. Schwickerath, *Z. Phys.* **C 75** (1997) 627.

[45] G. Weiglein, R. Scharf und M. Böhm, *Nucl. Phys.* **B 416** (1994) 606.

[46] G. Passarino, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 151.

[47] G. Weiglein, R. Mertig, R. Scharf und M. Böhm, in *New Computing Techniques in Physics Research 2*, Ed. D. Perret–Gallix (World Scientific, Singapur, 1992), S. 617

[48] A. Davydychev und J. B. Tausk, *Nucl. Phys.* **B397** (1993) 123;
F. Berends und J. B. Tausk, *Nucl. Phys.* **B 421** (1994) 606.

[49] R. Scharf, Diplomarbeit Universität Würzburg, 1991.

[50] C. Bollini, J. Giambiagi, *Nuovo Cim.* **12B** (1972) 20;
J. Ashmore, *Nuovo Cim. Lett.* **4** (1972) 289;
G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189.

[51] W. Siegel, *Phys. Lett.* **B 84** (1979) 193;
D. M. Capper, D.R.T. Jones, P. van Nieuwenhuizen, *Nucl. Phys.* **B 167** (1980) 479.

[52] I. Jack, D. Jones and K. Roberts, *Z. Phys.* **C 63** (1994) 151.

[53] R. Hempfling und A. Hoang, *Phys. Lett.* **B 331** (1994) 99.

[54] I. Jack und D. R. T. Jones, hep-ph/9707278.

[55] G. 't Hooft, *Nucl. Phys.* **B 33** (1971) 173, **B 35** (1971) 167.

[56] A. Denner, *Fortschr. Phys.* **41** (1993) 307.

[57] J. Küblbeck, M. Böhm und A. Denner, *Comp. Phys. Comm.* **60** (1990) 165,
H. Eck, *FeynArts 2.0, Users guide*, Würzburg (1995).

[58] R.M. Barnett et al., Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D54** (1996) 1.

[59] F. Abe et al., CDF Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2626;
S. Abachi et al., D0 Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 2632.

[60] S. Bertolini et al., *Nucl. Phys.* **B 353** (1991), 591;
R. Barbieri und G. Giudice, *Phys. Lett.* **B 309** (1993), 86.

[61] A. Djouadi, G. Girardi, W. Hollik, F. Renard und C. Verzegnassi, *Nucl. Phys.* **B 349** (1991) 48;
M. Boulware und D. Finnell, *Phys. Rev.* **D 44** (1991) 2054.

[62] D. A. Ross, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B 95** (1975) 135.

[63] M. Peskin und T. Takeuchi, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 964; *Phys. Rev.* **D 46** (1992) 381.

[64] G. Altarelli und R. Barbieri, *Phys. Lett.* **B 253** (1990) 161;
G. Altarelli, R. Barbieri und S. Jadach, *Nucl. Phys.* **B 369** (1992) 3.

[65] G. Altarelli, Vortrag beim XVIII Int. Symposium on Lepton–Photon Interactions, Hamburg 1997, erschienen in den Proceedings.

[66] M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B 123** (1977) 89.

[67] R. Barbieri et. al., *Nucl. Phys.* **B 224** (1983) 32;
M. Drees und K. Hagiwara, *Phys. Rev.* **D 42** (1990) 1709;
P. Chankowski et. al., *Nucl. Phys.* **B 417** (1994) 101.

[68] V. Barger, M. Berger, P. Ohmann, hep-ph/9409342;
W. de Boer, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **33** (1994) 201.

[69] A. Djouadi, P. Gambino, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. Jünger und G. Weiglein, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3626.

[70] A. Djouadi, P. Gambino, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. Jünger und G. Weiglein, akzeptiert zur Veröffentlichung bei *Phys. Rev.* **D**.

[71] B. Kniehl, *Int. J. Mod. Phys.* **A 10** (1995) 443.

[72] M. Consoli, W. Hollik, F. Jegerlehner, *Phys. Lett.* **B 227** (1989) 167.

[73] W. J. Marciano, *Phys. Rev.* **D 20** (1979) 274.

[74] W. Hollik, Fortschr. Phys. **38** (1990) 165.

[75] R. Barbieri, M. Frigeni, F. Giuliani und H. E. Haber, *Nucl. Phys.* **B 341** (1990) 309.

[76] A. Akhundov et al., *Nucl. Phys.* **B 267** (1986) 1;
D. Bardin, *Z. Phys.* **C 44** (1989) 493;
S. Fanchiotti, A. Sirlin, Preprint NYU–TH–91/02/04 (1991).

[77] S. Heinemeyer, Vortrag beim Workshop *"Quantum Effects in the MSSM"*, erscheint in den Proceedings, Ed. J. Solà (World Scientific, Singapur, 1997), KA-TP-18-1997.

[78] Die LEP Collaborationen ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, und die LEP Electroweak Working Group; J. Timmermans, XVIII Int. Symposion on Lepton–Photon Interactions, Hamburg 1997;

[79] H. E. Haber und R. Hempfling, *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) 1815;
Y. Okada, M. Yamaguchi und T. Yanagida, *Prog. Theor. Phys.* **85** (1991) 1;
J. Ellis, G. Ridolfi und F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B 257** (1991) 83.

[80] M. Carena, M. Quiros und C. Wagner, *Nucl. Phys.* **B 461** (1996) 407.

[81] P. H. Chankowski, S. Pokorski und J. Rosiek, *Phys. Lett.* **B 274** (1992) 191 und *Nucl. Phys.* **B 423** (1994) 437;
A. Dabelstein, *Z. Phys.* **C 67** (1995) 495;
J. Rosiek und A. Sopczak, *Phys. Lett.* **B 341** (1994) 419.

[82] J. Ellis, G. Ridolfi und F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B 262** (1991) 177;
R. Barbieri und M. Frigeni, *Phys. Lett.* **B 258** (1991) 395;
A. Brignole, J. Ellis, G. Ridolfi und F. Zwirner, *Phys. Lett.* **B 271** (1991) 123.

[83] A. Dabelstein, *Nucl. Phys.* **B 456** (1995) 25.

[84] S. Abachi et al., D0 Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 2222.

[85] P. Breitenlohner und D. Maison, *Comm. Math. Phys.* **52** (1977) 11, 39, 55;
M. Chanowitz, M. Furman und I. Hinchliffe, *Nucl. Phys.* **B 159** (1979) 225.

[86] H. Eberl, Doktorarbeit, Wien 1998.

[87] K. Chetyrkin und F. V. Tkachov, *Nucl. Phys.* **B 192** (1981) 159.

Danksagung

An dieser Stelle ist es sowohl üblich als auch eine große Freude für mich, einigen Personen meine Dankbarkeit auszusprechen:

- Der erste Dank gebührt meinem Doktorvater Prof. W. Hollik, der mir ein überaus interessantes Thema zur Verfügung stellte und mich während der mehr als drei Jahre immer gut betreute. Außerdem hielt er mich öfter davon ab, zuviel zu wollen und brachte mich dazu, mich auf das Mögliche zu konzentrieren.

- Der zweite Dank geht an Dr. Georg Weiglein, von dem ich viel über 2–Schleifen–Selbstenergien lernte, mit dessen Programm *TwoCalc* die Ergebnisse dieser Arbeit erzielt wurden und mit dem nicht nur die Zusammenarbeit immer sehr viel Spaß gemacht hat.

- Mein weiterer Dank gilt Dr. Abdelhak Djouadi, von dem ich nicht nur in der Physik einiges gelernt habe.

- Des weiteren danke ich meinen bisher noch nicht namentlich erwähnten Kollaborateuren Dr. P. Gambino und Dr. C. Jünger für ihre Zusammenarbeit bei den Korrekturen zum ρ–Parameter.

- Ohne einzelne herauszugreifen, danke ich den Mitgliedern des TP, die mir sowohl bei physikalischen Fragen Hilfe leisteten, für die ausreichende Computerpower sorgten, als auch ganz allgemein eine hervorragenden Arbeitsatmosphäre schafften.

- Prof. J. Kühn danke ich für die Übernahme des Korreferates, besonders, da es zum Schluß sehr schnell gehen mußte.

- Dem Graduiertenkolleg "Elementarteilchenphysik an Beschleunigern" gilt mein Dank für finanzielle Unterstützung.

- Dank des mit meinem Freund Dr. C. Weiser geteilten Leides hat sogar die Prüfungsvorbereitung ein wenig Spaß gemacht.

- Für das Korrekturlesen dieser Arbeit danke ich Marion Appinger, Harald Philipps und Dr. Georg Weiglein.

- Zum Schluß bin ich auch noch den "guten Geistern" des 12. Stocks, W. Wyborowa und W. Belvédère zu großem Dank verpflichtet für ihre stete, nie endenwollende Ermutigung.

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name:	Sven Heinemeyer
Adresse:	Essenweinstr. 32 76131 Karlsruhe
Geburtstag:	31. 12. 1968
Geburtsort:	Bremen
Staatsangehörigkeit:	deutsch
Familienstand:	ledig

Ausbildung:

Sept. 1975 – Juni 1979	Grundschule in Bremen
Sept. 1979 – Juni 1981	Schulzentrum Lerchenstraße in Bremen
Sept. 1981 – Juni 1988	Altes Gymnasium in Bremen
Juni 1988	Abitur (Abschlußnote: 1.0)
Juli 1988 – Sept. 1989	Wehrdienst in Schwanewede bei Bremen
Okt. 1989 – Sept. 1991	Grundstudium Physik an der Universität Karlsruhe (TH)
Apr. 1991	Vordiplom (Gesamtnote “sehr gut”)
Okt. 1991 – Sept. 1994	Hauptstudium Physik in Karlsruhe
März 1993 – Sept. 1994	Diplomarbeit am Institut für theoretische Physik bei Prof. W. Hollik, Thema: “Der Zerfall $h^0 \to A^0 A^0$: Strahlungskorrekturen zum Higgssektor im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell”
Sept. 1994	Diplom (Gesamtnote: sehr gut (mit Auszeichnung))
Seit Okt. 1994	Promotion am Institut für theoretische Physik bei Prof. W. Hollik, Thema: “Zwei–Schleifen–Rechnungen im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell”

Sonstiges:

Okt. 1989 – Sep. 1994	Mitglied der Studienstiftung des deutschen Volkes