Strahlungskorrekturen zur Chargino- und Neutralinoproduktion in e^+e^-– und Hadronkollisionen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN

von der Fakultät für Physik der Universität (TH)

Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.–Phys. Torsten Blank
aus Karlsruhe

Tag der mündlichen Prüfung:	9.6.2000
Referent:	*Prof. Dr. W. Hollik*
Korreferent:	*Prof. Dr. Th. Mannel*

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Die Teilchenphysik ist heute besonders vom Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung geprägt. Dieses Modell beschreibt alle bekannten Phänomene der elektroschwachen Kraft korrekt im Rahmen der Messgenauigkeiten an gegenwärtigen Teilchenbeschleunigern. Zunächst scheint also die Untersuchung erweiterter Modelle nur von akademischem Interesse. Allerdings deutet schon die Bezeichnung „Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung“ darauf hin, dass es sich um ein Modell handelt, das sich auf die Beschreibung einer spezifischen Gruppe von Wechselwirkungen beschränkt. Das Modell geht zurück auf Artikel von A. Salam, S.L. Glashow und S. Weinberg [1] und kann mit Hilfe der Quantenchromodynamik, die die starke Wechselwirkung zwischen Quarks beschreibt, zum sogenannten Standardmodell der Teilchenphysik (SM) erweitert werden. Allerdings fehlt in diesem Kontext eine einheitliche Beschreibung der Gravitationskraft, die als vierte fundamentale Kraft zwischen Elementarteilchen bekannt ist. Da eine Theorie, die alle messbaren Phänomene mit einigen einfachen, plausiblen Annahmen beschreibt, ihren besonderen ästhetischen Reiz hat, kann das Standardmodell der Teilchenphysik nicht als Endpunkt der Modellentwicklung betrachtet werden, sondern als ein Zwischenschritt. Das SM ist ferner nur eine mögliche Beschreibung — wenn auch eine minimale, in dem Sinn, dass es mit einer minimalen Anzahl von Freiheitsgraden auskommt —, es sind jedoch andere, nicht-minimale Beschreibungen denkbar und werden diskutiert. Letztendlich sind es besonders die experimentellen Untersuchungen, die eine Diskussion erweiterter Modelle nahelegen, nicht die gegenwärtigen, die noch das traditionelle Modell stützen, sondern zukünftige, die möglicherweise Hinweise auf Physik jenseits des Standardmodells geben könnten.

Das minimal supersymmetrisch erweiterte Standardmodell der Elementarteilchen (MSSM) ist die vielversprechendste bekannte Erweiterung des Standardmodells. Die Basis bildet das Konzept der Supersymmetrie (SUSY) [2], in deren Formulierung fermionische und bosonische Freiheitsgrade gemeinsam in einer einheitlichen Größe, dem Superfeld, dargestellt werden. Supersymmetrietransformationen vermitteln dann zwischen Fermionen und Bosonen. Neben dieser universellen Beschreibung der beiden Teilchensorten hat das MSSM noch weitere Vorzüge, die es gegenüber dem minimalen Standardmodell auszeichnen. In Kapitel 2 wird kurz auf diese und auf die innere Struktur der beiden Modelle eingegangen. An dieser Stelle soll nur erwähnt werden, dass das MSSM ein theoretisches Bindeglied sein könnte zwischen der niederenergetischen Physik, die uns gegenwärtig zugänglich ist, und der Physik einer großen vereinheitlichten Theorie (Grand Unified Theory, GUT), die alle vier fundamentalen Kräfte beschreiben wird.

Zur Realisierung der Supersymmetrie reicht der Teilcheninhalt des Standardmodells nicht aus. Zu jedem bekannten Teilchen muss es einen supersymmetrischen Partner geben. In einer erhaltenen Supersymmetrie hätte dieser die gleiche Ladung und Masse. Da in experimentellen Untersuchungen keine solchen Teilchen gefunden wurden, kann die Supersymmetrie keine erhaltene Symmetrie sein. Sie muss bei den heute zugänglichen Energien gebrochen sein. Durch die Einführung von sanften Brechungstermen erhalten die supersymmetrischen Partner der Teilchen des Standardmodells Massen, die mit den Messungen verträglich sind. Dadurch ergibt sich das Teilchenspektrum, das in Kapitel 2.2.4 und im Anhang B näher erläutert wird.

Eine der wichtigen Aufgaben zukünftiger Beschleuniger wird die Suche nach Teilchen jenseits des Standardmodells sein. Da es mit den dann erreichbaren hohen Schwerpunktsenergien möglich sein könnte, supersymmetrische Teilchen mit den typischerweise hohen Massen zu erzeugen, beschäftigt sich diese Arbeit mit der Berechnung der vollständigen SUSY-elektroschwachen Strahlungskorrekturen zur Produktion von leichten Charginos und Neutralinos in Kollisionen von Elektronen oder Quarks. Die Betrachtung von Elektronen im Anfangszustand der Produktionsprozesse trägt wesentlich zum Verständnis der Physik an zukünftigen Elektron-Positron-Beschleunigern wie dem Linearbeschleuniger TESLA bei. Daneben ist die Diskussion leichter Quarks im Anfangszustand nötig, zur quantitativen Beschreibung der Observablen an zukünftigen Hadronbeschleunigern wie dem LHC.

Neutralinos sind die fermionischen Mischungszustände der Superpartner von Photonen, Z-Bosonen und ungeladenen Higgsfeldern. Das leichteste Neutralino wäre ein Kandidat für das leichteste supersymmetrische Teilchen (LSP, Lightest Supersymmetric Particle) und wäre dann im Rahmen des minimal supersymmetrisch erweiterten Standardmodells (mit R-Paritäts-Erhaltung) stabil, was das kosmologische Rätsel der dunklen Materie lösen könnte. Charginos sind entsprechend die fermionischen Mischungszustände der Superpartner von W-Bosonen und geladenen Higgsfeldern. Die Nicht-Beobachtung der Charginos bei LEP2 lässt nur Massen oberhalb von 94.5 GeV [3] zu. Für die Physik an zukünftigen Beschleunigern sind die Charginos von besonderem Interesse, da sie als geladene Fermionen leicht zu entdecken sind.

Zur Produktion von Charginos und Neutralinos sind einige Arbeiten erschienen. So werden in [4, 5, 6] die Produktions- und Zerfallsprozesse in Bornscher Näherung untersucht und Spinkorrelationen ausgewertet. In [7] werden Strahlungskorrekturen zur Produktion von Charginos in Gluonfusionsprozessen und Photon-Photon-Streuung diskutiert. Die Korrekturen zur Charginoproduktion in e^+e^--Kollisionen aus Schleifen mit inneren Quarks und Squarks der dritten Generation wurden in [8] behandelt. Auf diese Korrekturen wird auch in der vorliegenden Arbeit in Kapitel 6 eingegangen. Allerdings konnte bei Vergleichen der Ergebnisse beider Arbeiten keine Übereinstimmung erzielt werden. Zu diesem Schluss kommen auch die Autoren von [9], die die Korrekturen zur Charginoproduktion aus Schleifen mit inneren beliebigen Quarks und Squarks berechnet haben. Eine vollständige Einschleifenrechnung, wie in dieser Arbeit diskutiert, lag bisher noch nicht vor.

In Kapitel 2 wird kurz auf die Struktur des Standardmodells eingegangen, bevor detaillierter das minimal supersymmetrisch erweiterte Standardmodell beschrieben wird. Dort können auch die Ausdrücke für die nichtdiagonalen Massenmatrizen der supersymmetrischen Teilchen gefunden werden. Kapitel 3 beschäftigt sich dann mit der Bornschen Näherung der Wirkungsquerschnitte und Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien. Für das Bornsche Matrixelement sind s-Kanal-Diagramme mit Vektorboson-Austausch und t- und u-Kanal-Diagramme mit einem Austausch von skalaren Fermionen möglich. Die Renormierung wird in Kapitel 4 behandelt. Besondere Aufmerksamkeit wird dort der Renormierung der Mischungsmatrizen von Sfermionen, Neutralinos und Charginos geschenkt. Am Ende des Kapitels sind alle Counterterme zu den Vertizes von Vektorbosonen an Leptonen oder Quarks, von Vektorbosonen an Charginos oder Neutralinos sowie von Leptonen oder Quarks an ihre supersymmetrischen Partner und an Charginos oder Neutralinos angegeben. In den analytischen Ausdrücken wurden die Fermionmassen nicht vernachlässigt, so dass diese Counterterme auch für die Quarks der dritten Generation richtig sind. In Kapitel 5 werden die Strahlungskorrekturen beschrieben, die an den Produktionsprozessen auf Einschleifenniveau beteiligt sind. Da die Diagramme mit inneren Photonen nicht in einfacher Weise vom Rest der Strahlungskorrekturen zu trennen sind, sind neben den virtuellen Korrekturen auch Bremsstrahlungsdiagramme in die Rechnungen einzubeziehen. Dafür wird die Softphotonnäherung betrachtet. Die Diskussion in Kapitel 6 befasst sich dann mit der numerischen Auswertung der Produktionsprozesse von leichten Charginos in e^+e^--, $u\bar{u}$- und $d\bar{d}$-Kollisionen sowie von leichten Neutralinos in Elektron-Positron-Vernichtungen ($e^+e^- \to \chi_1^0\chi_i^0$, $i \in \{1,2\}$). Untersucht wird das Verhalten der Strahlungskorrekturen bei Variation der verschiedenen Parameter des MSSM und der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$. Zusätzlich werden verschiedene Beiträge zu den Strahlungskorrekturen getrennt betrachtet und diskutiert.

Kapitel 2

Grundlagen

Das Minimale Supersymmetrische Standardmodell der Elementarteilchen (MSSM) stellt eine mögliche Erweiterung des Standardmodells der elektroschwachen Wechselwirkung (SM) dar. Deshalb soll im folgenden Kapitel kurz auf die Struktur des Standardmodells eingegangen werden. Da hier nur eine Übersicht über den Aufbau des Modells geboten wird, muss für tiefergehende Betrachtungen der zugrunde liegenden Quantenfeldtheorie ein Lehrbuch wie z.B. [10] oder [11] hinzugezogen werden.

2.1 Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung

Bis zum jetzigen Zeitpunkt ist das Standardmodel [1] ausreichend zur Erklärung aller gemessenen Phänomene in der Elementarteilchenphysik [12]. Gleichzeitig ist es auch minimal in dem Sinne, dass es die kleinstmögliche Anzahl freier Parameter in die Theorie einführt. Der Ausgangspunkt des Modells ist die Symmetriegruppe $\mathrm{SU}(3)_C \times \mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$, ein direktes Produkt der Gruppen, die der starken ($\mathrm{SU}(3)_C$), schwachen ($\mathrm{SU}(2)_W$) und elektromagnetischen ($\mathrm{U}(1)_{\mathrm{em}}$) Wechelwirkungen zugrunde liegen.

Im Rahmen dieser Arbeit soll allerdings nicht näher auf die starke Wechselwirkung eingegangen werden, die die Kopplungen von Hadronen an Gluonen und deren Selbstkopplungen beschreibt. Einzig ein Faktor N_C in einigen Ausdrücken zeigt, dass für jedes Quark die Quantenzahl der starken Wechselwirkung — die Farbe — N_C Werte annehmen kann. Dieser Faktor kann durch Messungen, zum Beispiel des Verzweigungsverhältnisses $R = (e^+e- \to Hadronen)/(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)$ [13] sehr genau auf 3 bestimmt werden. Das entspricht auch dem theoretischen Wert, bei dem davon ausgegangen wird, dass die Quarks die fundamentale Darstellung der $\mathrm{SU}(3)_C$ bilden.

Ausgangspunkt für die Konstruktion der Lagrangedichtefunktion des SM ist die Lagrangedichte für freie, masselose Fermionfelder

$$\mathcal{L}_F = \sum_{\text{Fermionen}} \bar{\Psi} \partial\!\!\!/ \, \Psi \quad . \tag{2.1}$$

Für eine konsistente Beschreibung der Beobachtungen lassen sich die Fermionfelder im SM — Leptonen und Quarks — in linkshändigen Dubletts und rechtshändigen Singuletts gruppieren:

$$L_L^{(i)} := \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L ; \; l_R^{(i)} := e_R \; , \; \mu_R \; , \; \tau_R$$

$$Q_L^{(i)} := \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L , \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L ; \; q_R^{(i)} := u_R \; , \; d_R \; , \; c_R \; , \; s_R \; , \; t_R \; , \; b_R \quad .$$

Rechtshändige Neutrinos fehlen, da sie bisher in Experimenten nicht direkt nachgewiesen werden konnten. Die aus der Symmetriegruppe resultierenden Quantenzahlen der Fermionen sind der schwache Isospin I, der die Darstellung charakterisiert

$$I = \begin{cases} 0 & \text{für rechtshändige Singuletts} \\ \frac{1}{2} & \text{für linkshändige Dubletts} \end{cases} \quad , \tag{2.2}$$

seine dritte Komponente I_3 und die Hyperladung Y, welches die Eigenwerte der diagonalen Generatoren der $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$-Gruppe sind und über die Gell-Mann-Nishijima-Relation

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \tag{2.3}$$

mit der elektrischen Ladung zusammenhängen. Die Hyperladungseigenwerte ergeben sich damit zu

$$Y_{L_L} = -1 \quad , \quad Y_{l_R} = -2 \quad , \quad Y_{Q_L} = \frac{1}{3} \quad , \quad Y_{(u,c,t)_R} = \frac{4}{3} \quad , \quad Y_{(d,s,b)_R} = -\frac{2}{3} \quad . \tag{2.4}$$

Die Forderung nach Invarianz der Lagrangefunktion unter lokalen $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$-Transformationen führt auf die minimale Substitution der gewöhnlichen partiellen Ortsableitung ∂_μ in (2.1) durch die kovariante Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_2 I_a W_\mu^a + ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu \quad . \tag{2.5}$$

Die Operatoren I_a sind die Generatoren der SU(2)-Gruppe ($I_a^{Dublett} = \sigma_a/2$, $I_a^{Singulett} = 0$), und $\frac{Y}{2}$ ist der Generator der $\mathrm{U}(1)_Y$-Gruppe, die eine Abelsche Untergruppe der $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$-Gruppe bildet, weshalb zwei Kopplungen g_1 und g_2 nötig sind.

Die kinetischen Terme für die Yang-Mills-Felder [14] in der kovarianten Ableitung (2.5) komplettieren die klassische Lagrangefunktion für masselose Fermionfelder

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\mathrm{SM,kl}}^{m_f=0} = & -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{\mu\nu,a} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\ & + i\bar{L}_L^{(i)} \not{D} L_L^{(i)} + + i\bar{l}_R^{(i)} \not{D} l_R^{(i)} + + i\bar{Q}_L^{(i)} \not{D} Q_L^{(i)} + + i\bar{q}_R^{(i)} \not{D} q_R^{(i)} \quad , \end{aligned} \tag{2.6}$$

die die geforderte Symmetrie schon erfüllt. Eine Erweiterung der Eichsymmetrie — also zum Beispiel die Einbeziehung der starken Wechselwirkung der Quarks — führt dann auch an dieser Stelle zu neuen Termen. Die Feldstärketensoren sind gegeben durch:

$$W^a_{\mu\nu} = \partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu + g_2\, \epsilon_{abc} W^b_\mu W^c_\nu \quad , \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad , \tag{2.7}$$

und summiert wird über alle linkshändigen Fermiondubletts und rechtshändige Singuletts und den $SU(2)_W$-Generatoren-Index a.

Da die Beobachtung verschiedene nichtverschwindende Massen für Fermion- und Vektorbosonfelder ergibt, müssen in die Theorie noch Massenterme in eichinvarianter Weise durch den Higgsmechanismus [15] eingeführt werden. Das Higgspotential wird dazu so gewählt, dass eine spontane Symmetriebrechung möglich ist:

$$V(\Phi) = -\mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 \quad \text{mit: } \mu^2, \lambda > 0 \quad . \tag{2.8}$$

Damit ergibt sich für das Higgsdublett ein nichtverschwindender Vakuumerwartungswert

$$v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}} \tag{2.9}$$

in der ungeladenen Komponente, so dass eine $U(1)_{\mathrm{em}}$-Untergruppe ungebrochen und das Photon masselos bleibt. Das Higgsfeld mit einem Hyperladungseigenwert von $Y = 1$ kann dann in folgende Form gebracht werden:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H^0(x) + i\chi(x)) \end{pmatrix} \quad . \tag{2.10}$$

Eichinvariante Massenterme für Fermionen erhält man schließlich über die Yukawa-Beiträge, so dass sich die klassische Lagrangefunktion des SMs ergibt zu

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SM,kl}} =& \mathcal{L}^{m_f=0}_{\text{SM,kl}} + (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi) \\ & - \sum_{i=\{e,\mu,\tau\}} g_l^{(i)}(\bar{L}_L^{(i)}\Phi\, l_R^{(i)} + \bar{l}_R^{(i)}\Phi^\dagger L_L^{(i)}) \\ & - \sum_{i=\{d,s,b\}} g_q^{(i)}(\bar{Q}_L^{(i)}\Phi\, q_R^{(i)} + \bar{q}_R^{(i)}\Phi^\dagger Q_L^{(i)}) \\ & - \sum_{i=\{u,c,t\}} g_q^{(i)}(\bar{Q}_L^{(i)}\Phi_c\, q_R^{(i)} + \bar{q}_R^{(i)}\Phi_c^\dagger Q_L^{(i)}) \quad , \quad \text{mit } \Phi_c = i\sigma_2\Phi^* \quad . \end{aligned} \tag{2.11}$$

In den Yukawatermen sind auch matrixwertige, nichtdiagonale, familienmischende Kopplungskonstanten statt der $g^{(i)}$ möglich. Dies führt dann zum Auftreten der Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Matrix [16] in der Wechselwirkung der Quarks mit geladenen Teilchen. Der Effekt ist jedoch klein für die in dieser Arbeit diskutierten Prozesse, da er erst in der Einschleifenordnung relevant wird, die Matrix nur wenig von der Einheitsmatrix verschieden ist und die Nichtdiagonalelemente quadratisch in die Rechnung eingehen. Es werden daher im Folgenden die familienmischenden Terme vernachlässigt.

Der nichtverschwindende Vakuumerwartungswert des Higgsfeldes führt für die neutralen Vektorbosonen W^3 und B auf eine nichtdiagonale Massenmatrix, die mit Hilfe des elektroschwachen Mischungswinkels

$$c_W := \cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} \quad , \quad s_W^2 = 1 - c_W^2 \quad , \tag{2.12}$$

diagonalisiert werden kann. Die Masseneigenzustände sind dann das Photon und das Z-Boson. Damit lassen sich die ursprünglichen Modellparameter $g_1, g_2, \lambda, \mu^2, g_f$ über die Relationen

$$\begin{aligned} e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}} \quad &, \quad M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2+g_2^2}\, v \quad , \quad M_W = M_Z\, c_W \\ M_H = \mu\sqrt{2} \quad &, \quad m_f = g_f\, \frac{v}{\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

durch die physikalisch relevanten Massen und Kopplungen e, M_W, M_Z, M_H, m_f ausdrücken.

Für die Ableitung von Feynmanregeln aus der Lagrangedichtefunktion ist es günstig, die kovariante Ableitung (2.5) mit Hilfe der $W^\pm$-, Z- und Photonfelder auszudrücken:

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + ig_2 W_\mu^+ I^+ + ig_2 W_\mu^- I^- + ieQA_\mu + ieQ' Z_\mu \\ \text{mit: } I^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1 \pm i\, I_2) \\ Q &= I_3 + \frac{Y}{2} \\ Q' &= I_3 \cot\theta_w - \frac{Y}{2}\tan\theta_w \quad . \end{aligned} \tag{2.14}$$

Die Quantisierung der Theorie erfordert es Terme zur Eichfixierung und Geistterme in die klassische Lagrangefunktion (2.11) einzuführen [17]. In der so genannten R_ξ-Eichung sind die Eichfixierterme gegeben durch

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{fix} &= -\frac{1}{2}(F_\gamma^2 + F_Z^2 + 2F_+F_-) \\ F_\pm &= \frac{1}{\sqrt{\xi^W}}(\partial^\mu W_\mu^\pm \mp iM_W \xi^W \phi^\pm) \\ F_Z &= \frac{1}{\sqrt{\xi^Z}}(\partial^\mu Z_\mu - M_Z \xi^Z \chi) \\ F_\gamma &= \frac{1}{\sqrt{\xi^\gamma}}\partial^\mu A_\mu \quad . \end{aligned} \tag{2.15}$$

Zur einfacheren Beschreibung wurde für diese Arbeit die spezielle Wahl $\xi^\gamma = \xi^Z = \xi^W = 1$ getroffen, was der Feynman-'t Hooft-Eichung entpricht. Einerseits führt das auf einen zur

Minkowski-Metrik proportionalen Vektorbosonpropagator, was die explizite Berechnung von Feynmandiagrammen vereinfacht, andererseits legt sie die Massen der unphysikalischen Higgsteilchen fest durch

$$M_{\phi^\pm} = M_W \quad , \quad M_\chi = M_Z \quad . \tag{2.16}$$

Die Faddeev-Popov-Geist-Felder $u^\pm, u^\gamma$ und u^Z erhalten über

$$\mathcal{L}_{geist} = \bar{u}^\alpha(x) \frac{\delta F^\alpha}{\delta \theta^\beta(x)} u^\beta(x) \tag{2.17}$$

gleichzeitig kinetische Terme, und Wechselwirkungsterme mit den Higgs- und Vektorbosonfeldern, was sich in entsprechende Feynmanregeln niederschlägt. Dabei legen die $\theta^\beta(x)$ lokale Eichtransformationen durch

$$U = e^{i\theta^\beta(x) X_\beta} \quad ; \quad X_\beta = I^\pm, Q, Q' \tag{2.18}$$

fest, und F^α sind die Operatoren aus (2.15). Diese Mechanismen vervollständigen die Lagrangedichtefunktion des minimalen Standardmodells zu

$$\mathcal{L}_{\mathrm{SM}} = \mathcal{L}_{\mathrm{SM,kl}} + \mathcal{L}_{\mathrm{fix}} + \mathcal{L}_{\mathrm{geist}} \quad . \tag{2.19}$$

2.2 Das minimale supersymmetrische Standardmodell

Es sind in der Vergangenheit schon viele Erweiterungen des SMs diskutiert worden. Der zur Zeit aussichtsreichste Kandidat für eine erweiterte Theorie der Elementarteilchen scheint jedoch das MSSM zu sein. Obwohl das SM alle bis heute messbaren Phänomene korrekt beschreiben kann, bleiben doch noch Fragen offen, von denen einige im Rahmen des MSSM geklärt werden können.

So können die Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, der schwachen und der starken Wechselwirkung bei niedrigen Energien berechnet und zu höheren Energien mit Hilfe von Renormierungsgruppengleichungen skaliert werden [18]. Rechnungen im MSSM zeigen dann, im Gegensatz zum SM, einen gemeinsamen Schnittpunkt, auf den die drei Kopplungen bei $M_G \simeq 10^{16}$ GeV zulaufen. Diese Eigenschaft macht es möglich, sich eine große vereinheitlichte Theorie (Grand Unified Theorie, GUT) vorzustellen, die eine größere Symmetrie besitzt. In dieser GUT könnten die drei Kräfte dann mit Hilfe nur einer Kopplungskonstanten beschrieben werden, und im Grenzfall niedriger Energie würden sich durch spontane Symmetriebrechung die Kopplungskonstanten separieren.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des MSSM ist auch, dass es im technischen Sinne, d.h. Ordnung für Ordnung in der Störungsreihe, eine Lösung für das so genannte Massenhierarchieproblem bietet [19]. Die Gleichungen (2.9) und (2.13) zeigen, dass der Vakuumerwartungswert des Higgsbosons von der gleichen Größenordnung sein muss wie die W-Masse: $v \sim M_W \sim \mathcal{O}(100)$ GeV. Das ist eine der Massenskalen in der Elementarteilchenphysik. Eine andere Massenskala ist sicherlich die Planckmasse $M_P \simeq 10^{19}$ GeV, und der Fixpunkt der Kopplungen M_G ist eine weitere. Das Problem ist, diese riesigen Größenunterschiede in der Massenhierarchie zu erklären. Berechnet man Strahlungskorrekturbeiträge zur Higgsmasse, so sind diese quadratisch divergent im UV-Cutoff Λ. Dieser liegt aber in einem Energiebereich, in dem neue Physik erwartet wird, das heißt bei einer der großen Massenskalen. Das führt dazu, dass auch die nackte Higgsmasse und ihre Strahlungskorrekturen um ein Vielfaches größer sein müssen als die physikalische Higgsmasse:

$$\Lambda \gg M_W \Rightarrow M_{H,0}^2, \delta M_H^2 \gg M_H^2 = M_{H_0}^2 + \delta M_H^2 \quad .$$

Obwohl solche Kompensationen in jeder Ordnung der Störungsentwicklung technisch möglich sind, wirken sie doch höchst unnatürlich. Eine ungebrochene supersymmetrische Theorie fordert zu jedem Boson ein Fermion und umgekehrt mit der gleichen Masse und den gleichen Kopplungen. Die jeweiligen Strahlungskorrekturen gehen dabei in die Higgsmasse mit einem unterschiedlichen Vorzeichen ein. In einer gebrochenen Supersymmetrie, wie im MSSM, sind die Massen der Teilchen und ihrer supersymmetrischen Partner immer noch von der gleichen Größenordnung, so dass sich die quadratischen Divergenzen aufheben

$$\delta M_H^2 \simeq \mathcal{O}(\frac{\alpha}{4\pi})(\Lambda^2 + m_B^2) - \mathcal{O}(\frac{\alpha}{4\pi})(\Lambda^2 + m_F^2) = \mathcal{O}(\frac{\alpha}{4\pi})(m_B^2 - m_F^2) \quad .$$

Auch das kosmologische Problem der „Dunklen Materie“ [20] könnte vom MSSM gelöst werden. Die Beobachtung der Rotationen von Galaxien gibt Hinweise auf mit heutigen Mitteln nicht sichtbare Materie. Auch für eine geschlossene, d.h. endliche Raumzeit reicht die beobachtbare Masse des Universums nicht aus. Sie macht sogar nur einen Bruchteil der benötigten kritischen Masse aus, so dass der größte Teil in Materie vorliegen muss, die gar nicht oder nur äußerst schwach mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld wechselwirkt. Das SM bietet keinen Kandidaten für ein solches Teilchen, im MSSM ist dagegen das leichteste supersymmetrische Teilchen (Lightest Supersymmetric Particle, LSP) stabil und elektrisch neutral, so dass es für dunkle Materie in Frage kommen könnte.

Im Folgenden soll vor der Einführung der Lagrangefunktion des MSSM kurz auf die mathematischen Grundlagen der Supersymmetrie eingegangen werden.

2.2.1 Supersymmetrie

Die Supersymmetrie (SUSY) [2] ist die Invarianz der Wirkung unter supersymmetrischen Transformationen. Diese Transformationen bilden ein bosonisches Feld mit ganzzahligem Spin auf ein fermionisches mit halbzahligem Spin ab und umgekehrt:

$$Q^A|\text{Fermion}\rangle = |\text{Boson}\rangle \quad , \quad Q^A|\text{Boson}\rangle = |\text{Fermion}\rangle \quad . \tag{2.20}$$

Prinzipiell kann es beliebig viele Supersymmetrieoperatoren Q_α^A geben ($A \in \{1, \ldots, N\}$), man nennt diese dann N-erweiterte Supersymmetrien. Die Grundlage des MSSM ist jedoch die einfache Supersymmetrie mit $N = 1$. Deshalb wird dieser Index im Weiteren unterdrückt.

Nach einem Theorem von Coleman und Mandula [21] ist die maximal mögliche Symmetrie der S-Matrix ein direktes Produkt einer inneren Symmetriegruppe[1] mit der Poincaré-Gruppe, falls man nur gewöhnliche Lie-Algebren zur Beschreibung der Symmetrie zulässt. Sind P_μ und $M_{\mu\nu}$ die Generatoren der Poincaré- und T_r die der inneren Gruppe, so sind deren Algebren gegeben durch

$$\begin{aligned}
&[P_\mu, P_\nu] = 0 \quad , \quad [M_{\mu\nu}, P_\rho] = i\,(\,g_{\mu\rho}\,P_\nu - g_{\nu\rho}\,P_\mu\,) \\
&[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i\,(\,g_{\mu\rho}\,M_{\nu\sigma} + g_{\nu\sigma}\,M_{\mu\rho} - g_{\nu\rho}\,M_{\mu\sigma} - g_{\mu\sigma}\,M_{\nu\rho}\,) \\
&[T_r, T_s] = i\,{c_{rs}}^t\,T_t \\
&[T_r, P_\mu] = [T_r, M_{\mu\nu}] = 0 \quad .
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Hier bezeichnet $g_{\mu\nu}$ die Minkowski-Metrik (A.1), und ${c_{rs}}^t$ sind die Strukturkonstanten der inneren Symmetriegruppe.

Die letzte Zeile in (2.21) zeigt, dass hier die innere Symmetrie nicht wirklich durch Relationen mit der Poincaré-Symmetrie verknüpft ist. Möchte man dagegen die beiden Symmetrien nichttrivial miteinander verbinden, so geht dies nach dem Haag-Łopuszánski-Sohnius-Theorem [22] nur mit Hilfe von fermionischen Generatoren, den Generatoren der Supersymmetrie Q_α und den hermitesch konjugierten Operatoren $\bar{Q}_{\dot\alpha}$ (α und $\dot\alpha$ sind Weyl-Spinor-Indizes). Die Lie-Algebra (2.21) wird dabei auf eine graduierte Lie-Algebra erweitert, die nach folgendem Schema neben den Kommutatoren auch Antikommutatoren enthalten kann:

$$\begin{aligned}
&[\mathcal{B}, \mathcal{B}] = \mathcal{B} \quad , \quad [\mathcal{B}, \mathcal{F}] = \mathcal{F} \quad , \quad \{\mathcal{F}, \mathcal{F}\} = \mathcal{B} \\
&\mathcal{B}: \text{bosonischer Generator} \quad , \quad \mathcal{F}: \text{fermionischer Generator} \quad .
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Die Super-Lie-Algebra der N=1-Supersymmetrie ist dann zusätzlich zu (2.21) gegeben durch

$$\begin{aligned}
&[M_{\mu\nu}, Q_\alpha] = -\frac{1}{2}\,{(\sigma_{\mu\nu})_\alpha}^\beta\,Q_\beta \quad , \quad [M_{\mu\nu}, \bar{Q}_{\dot\alpha}] = \frac{1}{2}\,\bar{Q}_{\dot\beta}\,{(\bar\sigma_{\mu\nu})^{\dot\beta}}_{\dot\alpha} \\
&[P_\mu\,,\,Q_\alpha] = [P_\mu\,,\,\bar{Q}^{\dot\alpha}] = 0 \\
&[T_r\,,\,Q_\alpha] = -s_r\,Q_\alpha \quad , \quad [T_r\,,\,\bar{Q}^{\dot\alpha}] = +s_r^*\,\bar{Q}^{\dot\alpha} \\
&\{Q_\alpha,\,,\,\bar{Q}_{\dot\alpha}\} = 2\,(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\alpha}\,P_\mu \quad , \quad \{Q_\alpha\,,\,Q_\beta\} = \{\bar{Q}^{\dot\alpha}\,,\,\bar{Q}^{\dot\beta}\} = 0 \quad .
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Die Definition der σ sind im Anhang A.1 wiederzufinden. Beachtlich ist, dass wegen der inneren Konsistenz und der Forderung, dass die Q_α eine Symmetrietransformation generieren ($[H\,,\,Q_\alpha] = 0\ ,\ H = P_0$), die Algebra bis auf die Strukturkonstanten s_r und ${c_{rs}}^t$ bestimmt werden kann. In einer einfachen Supersymmetrie sind diese dann frei wählbar, so

[1] zugelassen sind nur halbeinfache, kompakte Symmetriegruppen und direkte Produkte davon mit U(1)-Faktoren

dass die T_r die Symmetriegruppe $\mathrm{SU}(3)_C \times \mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$ des SMs ($s_r = 0$), aber auch noch weitere innere Symmetrien enthalten können. Für das MSSM (mit $N = 1$) ist als nichttrivialer Faktor nur eine U(1)-Symmetrie, die sogenannte R-Symmetrie, möglich, die dann durch das Hinzufügen von Majoranamassentermen für die Gauginos zu einer diskreten Symmetrie gebrochen wird, der R-Parität. In Modellen mit R-Paritätserhaltung, wie das hier untersuchte, stellt diese Restsymmetrie sicher, dass supersymmetrische Teilchen nur paarweise erzeugt werden.

Die folgenden Betrachtungen beschränken sich auf die Unteralgebra der Supersymmetrietransformationen und Translationen. Für diese kann das Gruppenelement parametrisiert werden durch

$$G(x_\mu, \theta^\alpha, \bar\theta_{\dot\alpha}) = e^{i\,(\theta Q + \bar Q \bar\theta + x_\mu P^\mu)} \quad . \tag{2.24}$$

Hier sind θ_α und $\bar\theta^{\dot\alpha}$ Elemente einer Grassmannalgebra (siehe Anhang A.2). Zusammen mit dem Vierervektor x_μ bilden sie den Superraum $z = (x, \theta, \bar\theta)$, und Funktionen $\phi(x, \theta, \bar\theta)$ auf dem Superraum heißen Superfelder. Mit Hilfe der Hausdorff-Formel ist es leicht zu zeigen, dass die Multiplikation zweier Gruppenelemente (2.24)

$$G(x_\mu, \theta^\alpha, \bar\theta_{\dot\alpha})\, G(y_\mu, \xi^\alpha, \bar\xi_{\dot\alpha}) = G(x_\mu + y_\mu + i\xi\sigma_\mu\bar\theta - i\theta\sigma_\mu\bar\xi\ ,\ (\theta+\xi)Q\ ,\ \bar Q(\bar\theta+\bar\xi)) \tag{2.25}$$

eine Translation im Parameterraum impliziert. Dies legt es nahe, eine Darstellung der Generatoren mit Hilfe der in (A.16) definierten Differentialoperatoren für Grassmannvariablen zu wählen. Die Operatoren sind dann gegeben durch

$$\begin{aligned} P_\mu &= i\,\frac{\partial}{\partial x^\mu} \equiv \partial_\mu \\ Q_\alpha &= i\,\partial_\alpha - (\sigma^\rho)_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\alpha}\partial_\rho \\ \bar Q^{\dot\alpha} &= i\,\bar\partial^{\dot\alpha} - (\bar\sigma^\rho)^{\dot\alpha\alpha}\theta_\alpha\partial_\rho \quad . \end{aligned} \tag{2.26}$$

In Analogie zu der kovarianten Ableitung der Eichgruppe definiert man hier kovariante Ableitungen bezüglich der Supersymmetriegeneratoren durch die Relationen

$$\{D_\alpha\,,\,Q_\alpha\} = \{D_\alpha\,,\,\bar Q_{\dot\alpha}\} = \{\bar D_{\dot\alpha}\,,\,Q_\alpha\} = \{\bar D_{\dot\alpha}\,,\,\bar Q_{\dot\alpha}\} = 0 \quad , \tag{2.27}$$

was auf die folgende Darstellung führt:

$$\begin{aligned} D_\alpha &= \partial_\alpha - i\,(\sigma^\mu\bar\theta)_\alpha\,\partial_\mu \\ \bar D_{\dot\alpha} &= \bar\partial_{\dot\alpha} - i\,(\bar\sigma^\mu\theta)_{\dot\alpha}\,\partial_\mu \quad . \end{aligned} \tag{2.28}$$

Die Eigenschaft der Nilpotenz von Grassmannvariablen erlaubt es nun, die Superfelder in gewöhnliche Komponentenfelder exakt zu entwickeln (siehe Gleichung (A.25)). Für das MSSM werden chirale ($\phi(z)$) und antichirale ($\bar\phi(z)$) skalare Superfelder zur Beschreibung der Higgs-, Lepton- und Quarkfelder sowie reelle Vektorsuperfelder ($V(z)$) benötigt.

Letztere können durch Wahl der Wess-Zumino-Eichung [23] als partielle Eichwahl noch vereinfacht werden. Die kovarianten Einschränkungen an die Superfelder sind gegeben durch

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\phi(z) = 0 \quad , \quad D_\alpha\bar{\phi}(z) = 0 \quad , \quad V^+(z) = V(z) \quad , \tag{2.29}$$

und die Komponentenschreibweise der Felder ist

$$\begin{aligned} \phi(z) =& A(x) - i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}(\partial_\mu A(x)) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}(-\frac{1}{4}\Box A(x)) + \theta^\alpha\sqrt{2}\psi_\alpha(x) \\ & - \frac{i}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\sigma}^\mu(\partial_\mu\sqrt{2}\psi(x)) + \theta\theta F(x) \\ V(z) =& -\theta\sigma_\mu\bar{\theta}v^\mu(x) + i\,\theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) - i\,\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x) \quad . \end{aligned} \tag{2.30}$$

$A(x)$ und $v_\mu(x)$ sind hier die bosonischen Skalar- beziehungsweise Vektorfelder, und $\psi_\alpha(x)$ und $\lambda_\alpha(x)$ sind die zugehörigen fermionischen Superpartner. Diese liegen allerdings noch nicht in vierdimensionaler Dirac-Schreibweise, sondern als zweikomponentige Weyl-Spinoren vor. Im chiralen Superfeld $\phi(z)$ ist ein linkshändiges Fermionfeld $\omega_L\Psi$, im antichiralen ein rechtshändiges $\omega_R\Psi$ enthalten. Die bosonischen Felder $F(x)$ und $D(x)$ sind Hilfsfelder. Ihre Bewegungsgleichungen enthalten keine Ableitungen, und sie können deshalb vollständig aus der Theorie entfernt werden.

2.2.2 Konstruktion einer supersymmetrischen Lagrangedichte

Interessant für die Konstruktion von supersymmetrischen Wirkungen ist, dass sich für chirale Superfelder die $\theta\theta$-Komponenten (z.B. $F(x)$ in (2.30)) und für beliebige Superfelder die $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$-Komponenten (z.B. $D(x)$ in (2.30)) unter Supersymmetrietransformationen (siehe Gleichungen (A.32) und (A.33)) wie totale Raumzeitableitungen transformieren. Ferner kann man leicht zeigen, dass Produkte von chiralen Feldern wieder chirale Felder sind:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\phi_i(z) = 0 \Rightarrow \bar{D}_{\dot{\alpha}}(\phi_1(z)\,\phi_2(z)) = 0 \quad , \tag{2.31}$$

und die Feldstärke, die Kombination aus SUSY-kovarianter Ableitung und Vektorsuperfeld

$$W_\alpha = -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}(e^{-V(z)}D_\alpha e^{V(z)}) \tag{2.32}$$

ist ebenfalls chiral.

Die Wirkung ist definiert als das Integral über die Lagrangedichtefunktion eines Modells

$$S = \int d^4x\,\mathcal{L} \quad . \tag{2.33}$$

Damit S also invariant unter einer Transformation ist, muss sich $\mathcal{L}$ unter dieser wie eine totale Ableitung transformieren, was unter Supersymmetrietransformationen gerade die

Komponentenfelder $F(x)$ beziehungsweise $D(x)$ tun. Es lässt sich daher leicht eine invariante Wirkung konstruieren durch

$$\mathcal{L} = \left(\mathbf{L}^{\text{Super}}_{\text{chiral}}\big|_{\theta\theta} + \text{h.c.} \right) \quad + \quad \mathbf{L}^{\text{Super}}_{\text{nicht chiral}}\big|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \quad , \tag{2.34}$$

wobei die $\mathbf{L}$ chirale beziehungsweise nicht-chirale Funktionen der Superfelder bezeichnen, von denen die angegebenen θ-Komponenten herausprojiziert werden. Dies kann auch mit Hilfe des Berezin-Integrals [24] und der Deltafunktion für Grassmannvariablen (siehe Anhang A.2) geschrieben werden als:

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta \, \left[(\mathbf{L}^{\text{Super}}_{\text{chiral}} \, \delta^2(\bar{\theta}) \, + \, \text{h.c.}) \, + \, \mathbf{L}^{\text{Super}}_{\text{nicht chiral}} \right] \quad . \tag{2.35}$$

Entsprechend einer gewöhnlichen Eichtransformation lässt sich für Superfelder eine Supereichtransformation definieren

$$\phi \to e^{-i2g\Lambda}\phi \quad , \quad \bar{\phi} \to \bar{\phi}\, e^{i2g\bar{\Lambda}} \quad , \quad e^{2gV} \to e^{-i2g\bar{\Lambda}} e^{2gV} e^{i2g\Lambda} \quad , \tag{2.36}$$

wobei $\Lambda = \Lambda(z)$ chirale Superfelder und g Eichkopplungen sind. Für nichtabelsche Eichgruppen sind die Generatoren durch

$$\Lambda(z) = \Lambda^a(z)\, T^a \quad \text{und} \quad V(z) = V^a(z) T^a \tag{2.37}$$

in den Gleichungen (2.32) und (2.36) enthalten, und die Feldstärke transformiert sich kovariant unter dieser Eichtransformation:

$$W_\alpha \to e^{-i2g\Lambda}\, W_\alpha \, e^{i2g\Lambda} \quad . \tag{2.38}$$

Mit Hilfe von (2.35) kann nun die eichinvariante, supersymmetrische und renormierbare Lagrangedichte für ein Materiemultiplett aus chiralen Superfeldern und ein Vektormultiplett konstruiert werden:

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta \left[\bar{\phi}\, e^{2gV} \phi \, + \, \frac{1}{16\kappa g^2} \text{Tr}(\, W^\alpha W_\alpha \, \delta^2(\bar{\theta}) \, + \, \text{h.c.}) \, + \, (\mathbf{W}[\phi]\, \delta^2(\bar{\theta}) \, + \, \text{h.c.}) \right]$$

$$\text{mit der Normierung:} \quad \text{Tr}(\, T^a \, T^b) = \kappa \, \delta^{ab} \quad . \tag{2.39}$$

Die Bedingung der Renormierbarkeit lässt für das Superpotential

$$\mathbf{W}[\phi] = \frac{m_{ij}}{2}\, \phi_i \phi_j + \frac{g_{ijk}}{3!} \phi_i \phi_j \phi_k \tag{2.40}$$

nur Polynome dritten Grades in den skalaren Superfeldern zu, und m_{ij}, g_{ijk} können als total symmetrisch angenommen werden.

Die Lagrangefunktion (2.39) kann nun in einem letzten Schritt mit Hilfe von gewöhnlichen Skalar-, Vektorboson- und Fermionfeldern, den Komponenten der Superfelder, ausgedrückt werden. Es werden dazu zuerst die Hilfsfelder mit ihren Bewegungsgleichungen, die keine kinetischen Terme enthalten, durch die übrigen Komponenten dargestellt. Danach lassen sich noch die Weylspinoren der Fermionfelder zu Diracspinoren kombinieren. Explizite Rechnungen würden an dieser Stelle den Rahmen sprengen, und ich möchte statt dessen auf [25] verweisen, wo solche Manipulationen ausführlich diskutiert sind.

2.2.3 Die Lagrangedichte des MSSM

In Analogie zur Vorgehensweise in Kapitel 2.1 lassen sich nun Superfeldmultipletts festlegen. Da das SM alle Beobachtungen sehr treffend beschreibt, sollte das MSSM mindestens dieselben Teilchen beinhalten. Darum ersetzt man die Fermiondubletts durch skalare Superfelddubletts. Da ohnehin keine Familienmischung berücksichtigt wird, kann man sich an dieser Stelle auf die Darstellung einer Lepton- und einer Quarkgeneration beschränken:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{L}} &:= \begin{pmatrix}\hat{\nu}_L\\ \hat{e}_L\end{pmatrix} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{\mathbf{L}\,,\,\tilde{\mathbf{L}}\} = \left\{\begin{pmatrix}\nu_L\\ e_L\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\tilde{\nu}_L\\ \tilde{e}_L\end{pmatrix}\right\}\\ \hat{\mathbf{Q}} &:= \begin{pmatrix}\hat{u}_L\\ \hat{d}_L\end{pmatrix} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{\mathbf{Q}\,,\,\tilde{\mathbf{Q}}\} = \left\{\begin{pmatrix}u_L\\ d_L\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\tilde{u}_L\\ \tilde{d}_L\end{pmatrix}\right\} \quad . \end{aligned} \tag{2.41}$$

Die Antiteilchen der rechtshändigen Fermionen werden durch chirale, skalare Superfelder, mit ladungskonjugierten, rechtshändigen Fermionen und deren Superpartnern als Komponenten ersetzt:

$$\begin{aligned}&\hat{E} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{E\,,\,\tilde{E}\} = \{e^c_R\,,\,\tilde{e}^*_R\}\\ &\hat{U} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{U\,,\,\tilde{U}\} = \{u^c_R\,,\,\tilde{u}^*_R\}\\ &\hat{D} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{D\,,\,\tilde{D}\} = \{d^c_R\,,\,\tilde{d}^*_R\} \quad . \end{aligned} \tag{2.42}$$

Die Superpartner der Leptonen bezeichnet man als Sleptonen, die der Quarks als Squarks.

Aus zwei Gründen muss der Higgssektor um ein Higgsdublett erweitert werden. Einerseits wäre ein Superfeld, das das Feld Φ_c aus Gleichung (2.11) als Komponente enthält, kein chirales Feld, was aber nicht mit dem Superpotential in (2.40) vereinbar wäre. Andererseits werden mit jedem Higgs-Superfeld auch neue Fermionen in die Theorie eingeführt, deren Hyperladungen sich — wie schon bei Leptonen und Quarks im SM — gegenseitig kompensieren müssen, um keine axiale Anomalien zu erzeugen. Deshalb ist es nötig, zum Super-Higgsfeld mit der Hyperladung $Y = 1$ eines mit der umgekehrten Ladung hinzuzufügen. Das Higgsfeld des SMs wird also im MSSM ersetzt durch die Superfelder

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{H}}_1 &:= \begin{pmatrix}\hat{H}^1_1\\ \hat{H}^2_1\end{pmatrix} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{\mathbf{H}_1\,,\,\tilde{\mathbf{H}}_1\} = \left\{\begin{pmatrix}H^1_1\\ H^2_1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\tilde{H}^1_1\\ \tilde{H}^2_1\end{pmatrix}\right\}\\ \hat{\mathbf{H}}_2 &:= \begin{pmatrix}\hat{H}^1_2\\ \hat{H}^2_2\end{pmatrix} \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{\mathbf{H}_2\,,\,\tilde{\mathbf{H}}_2\} = \left\{\begin{pmatrix}H^1_2\\ H^2_2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\tilde{H}^1_2\\ \tilde{H}^2_2\end{pmatrix}\right\} \quad . \end{aligned} \tag{2.43}$$

Die Superpartner der skalaren Higgsfelder heißen Higgsinos.

Als letzte Teilchenklasse müssen noch die Vektorsuperfelder betrachtet werden. Um der Eichsymmetrie $\mathrm{SU}(2)_W \times \mathrm{U}(1)_Y$ gerecht zu werden, sind die beiden Superfelder

$$\begin{aligned}&\hat{V}_B \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{B_\mu\,,\,\lambda_B\}\\ &\hat{V}_W \quad \text{mit den Komponenten} \quad \{W^i_\mu\,,\,\lambda^i_W\} \end{aligned} \tag{2.44}$$

nötig. Nach spontaner Symmetriebrechung (2.52) kombinieren die Vektorfelder W^i_μ und B_μ zu den Vektorbosonen des SMs — den Photonen und den W- und Z-Bosonen. Ihre Superpartner heißen dann Photino, Wino und Zino.

Mit Hilfe von (2.39) und (2.41) bis (2.44) ist es jetzt einfach, eine exakt supersymmetrische Lagrangedichte für das MSSM zu notieren

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm SUSY} = \int d^4\theta \Bigg\{ & \left[\left(\frac{1}{16g_1^2}\hat{B}^\alpha\hat{B}_\alpha + \frac{1}{16g_2^2}\hat{W}^{a\alpha}\hat{W}^a_\alpha\right)\delta^2(\bar\theta) + \text{h.c.}\right] \\ & + \hat{\bar{\mathbf{L}}} e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{\mathbf{L}} + \hat{\bar{E}} e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{E} \\ & + \hat{\bar{\mathbf{Q}}} e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{\mathbf{Q}} + \hat{\bar{U}} e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{U} + \hat{\bar{D}} e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{D} \\ & + \hat{\bar{\mathbf{H}}}_1 e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{\mathbf{H}}_1 + \hat{\bar{\mathbf{H}}}_2 e^{g_1V_B+2g_2V_W}\hat{\mathbf{H}}_2 \\ & + \left[\mathbf{W}[\hat{\mathbf{L}},\hat{E},\hat{\mathbf{Q}},\hat{U},\hat{D},\hat{\mathbf{H}}_1,\hat{\mathbf{H}}_2]\,\delta^2(\bar\theta) + \text{h.c.}\right]\Bigg\} \quad . \end{aligned} \tag{2.45}$$

Diese beinhaltet die kinetischen und Wechselwirkungsterme für die Vektorbosonen, für je eine Generation von Lepton- und Quarkfeldern und für die beiden Higgsdubletts. Die beiden Feldstärken hängen mit den Vektorsuperfeldern über die Relationen

$$\begin{aligned}\hat{B}_\alpha &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}(e^{-g_1\hat{V}_B}D_\alpha e^{g_1\hat{V}_B}) \equiv -\frac{g_1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha\hat{V}_B \\ \hat{W}_\alpha &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}(e^{-g_2\hat{V}_W}D_\alpha e^{g_2\hat{V}_W})\end{aligned} \tag{2.46}$$

zusammen. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Superpotential so gewählt, dass die R-Parität

$$\begin{aligned} R = (-1)^{3B+L+2S} = &\begin{cases} -1 & \text{für SUSY-Teilchen} \\ +1 & \text{sonst}\end{cases} \\ B: \text{Baryonzahl},\ &L: \text{Leptonzahl},\ S: \text{Spin}\end{aligned} \tag{2.47}$$

erhalten bleibt. Das wäre nicht unbedingt exakt nötig, allerdings dürfen die R-Paritätsverletzungen nur kleine Effekte liefern, da damit auch eine experimentell nicht beobachtete Verletzung der Lepton- und Baryonzahlerhaltung einhergeht. Das allgemeine Superpotential

$$\mathbf{W} = \epsilon^{ij}\left[f\,\hat{H}_1^i\hat{L}^j\hat{E} + f_1\,\hat{H}_1^i\hat{Q}^j\hat{D} + f_2\,\hat{H}_2^j\hat{Q}^i\hat{U} - \mu\,\hat{H}_1^i\hat{H}_2^j\right] \quad , \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0\end{pmatrix} \tag{2.48}$$

enthält dann die Yukawakopplungen f, f_1 und f_2 der Higgsbosonen an die Materiefelder sowie einen erlaubten Selbstwechselwirkungsterm der Higgsfelder.

Die Lagrangedichte in Gleichung (2.45) führt auf eine unter Supersymmetrietransformationen invariante Wirkung, woraus folgt, dass jedes Teilchen die gleichen Kopplungen und die gleiche Masse besitzt wie sein supersymmetrischer Partner. Da aber keine skalaren Teilchen mit der Masse des Elektrons und keine Fermionen mit der Masse des Z-Bosons gefunden wurden, kann die Supersymmetrie keine erhaltene Symmetrie sein. Sie muss also spontan oder explizit gebrochen sein. Eine spontane Supersymmetriebrechung kann zum Beispiel mit Hilfe des Fayet-Iliopoulos- oder des O'Raifeartaigh-Mechanismus [26] erreicht werden, allerdings führt dies nicht auf das beobachtete Teilchenspektrum, weswegen für ein realistisches Modell nur eine explizite Supersymmetriebrechung in Frage kommt. Bei der so genannten sanften Supersymmetriebrechung (Soft SUSY Breaking, SSB) werden nicht-supersymmetrische Terme explizit zu $\mathcal{L}_{\rm SUSY}$ hinzugefügt. Jedoch beschränkt man sich auf solche Terme, die bei der Berechnung von Schleifen nur zu logarithmischen Divergenzen im UV-Cutoff führen. Damit ist dann gewährleistet, dass die Massenhierarchie (siehe Seite 8) nicht wieder zum Problem wird. Alle Terme dieser Art wurden von Giradello und Grisaru [27] gefunden. Beschränkt man sich wieder auf nicht-familienübergreifende, R-Paritäts erhaltende Kopplungen so sind dies

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\rm soft} = &- m_Q^2\,(\tilde{u}_L^+\tilde{u}_L + \tilde{d}_L^+\tilde{d}_L) - m_U^2\;\tilde{u}_R^+\tilde{u}_R - m_D^2\;\tilde{d}_R^+\tilde{d}_R \\
&- m_L^2\,(\tilde{\nu}_L^+\tilde{\nu}_L + \tilde{e}_L^+\tilde{e}_L) - m_E^2\;\tilde{e}_R^+\tilde{e}_R \\
&- \tilde{m}_1^2\mathbf{H}_1^+\mathbf{H}_1 - \tilde{m}_2^2\mathbf{H}_2^+\mathbf{H}_2 + (m_3^2\mathbf{H}_1\mathbf{H}_2\; + \;\text{h.c.}) \\
&- \epsilon^{ij}(f\,A_e\,H_1^i\tilde{L}^j\tilde{E} + f_1\,A_u\,H_1^i\tilde{Q}^j\tilde{D} + f_2\,A_d\,H_2^i\tilde{Q}^j\tilde{U}\; + \;\text{h.c.}) \\
&+ \frac{1}{2}(M_1\lambda_B\lambda_B + M_2\lambda_W^a\lambda_W^a\; + \;\text{h.c.})
\end{aligned} \tag{2.49}$$

für eine Lepton- und eine Quarkfamilie. Darin enthalten sind Massenterme für die skalaren Fermionen und die fermionischen Superpartner der Vektorbosonen — die λ sind die Weylspinoren aus den Vektorsuperfeldern — sowie Massen- und Mischungsterme der beiden Higgsdubletts und zusätzliche skalare trilineare Kopplungen. Um die Anzahl der freien Parameter zu begrenzen, werden alle Parameter in den folgenden Diskussionen als reell angenommen, obwohl an dieser Stelle prinzipiell komplexe Werte möglich wären.

Die klassische Lagrangedichtefunktion des MSSM setzt sich nun aus den beiden Teilen (2.45) und (2.49) zusammen. Um aber Störungsrechnungen zu ermöglichen, ist es wie schon im SM nötig, die Eichung festzulegen. Dies geschieht wieder durch Hinzufügen der Eichfixierungs- (2.15) und Geisterterme (2.17), was auf

$$\mathcal{L}_{\rm MSSM} = \mathcal{L}_{\rm SUSY} \;+\; \mathcal{L}_{\rm soft} \;+\; \mathcal{L}_{\rm fix} \;+\; \mathcal{L}_{\rm geist} \tag{2.50}$$

als Grundlage für alle weiteren Rechnungen führt. Ausgehend von (2.50) erhält man die Lagrangefunktion in Komponentenfeldern, indem man die Zerlegungen (2.30) einsetzt und die F- und D-Hilfsfelder mit Hilfe ihrer Bewegungsgleichungen (A.34) eliminiert.

2.2.4 Symmetriebrechung und Teilchenmassen

Die Quellen für Teilchenmassen sind neben den Termen der sanften SUSY-Brechnung (2.49) die nichtverschwindenden Vakuumerwartungswerte der neutralen Higgsfelder. In Analogie zum SM erzeugen diese allein die Massen der Leptonen, der Quarks und der Vektorbosonen. Deshalb ist es unabdingbar, dass das MSSM ein Higgspotential enthält, das eine elektroschwache Symmetriebrechung auf die $\mathrm{U}(1)_{\mathrm{em}}$-Restsymmetrie ermöglicht.

Higgsfelder und Vektorbosonen

Das Higgspotential, das es zu minimieren gilt, lässt sich berechnen zu

$$\begin{aligned} V = \;& m_1^2\,|\mathbf{H}_1|^2 + m_2^2\,|\mathbf{H}_2|^2 - m_3^2\,(\epsilon^{ij} H_1^i H_2^j \;+\; \mathrm{h.c.}) \\ & + \frac{1}{8}\,({g_1}^2 + {g_2}^2)\,\left[|\mathbf{H}_1|^2 - |\mathbf{H}_2|^2\right]^2 + \frac{1}{2}\,{g_2}^2 |\mathbf{H}_1^+ \mathbf{H}_2|^2 \\ \text{mit:}\quad & m_i^2 = |\mu|^2 + \tilde{m}_i^2 \quad , \quad i = 1,2 \quad . \end{aligned} \tag{2.51}$$

Bemerkenswert ist an diesem Ausdruck, dass die Selbstwechselwirkungsterme der Higgsfelder durch die Eichkopplungen g_i bestimmt sind, während im Standardmodell (2.8) an dieser Stelle ein unbekannter Parameter λ steht. Das Potential hat ein nichttriviales Minimum, so dass sich für die Higgsdubletts folgende Struktur ergibt:

$$\mathbf{H}_1 = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\phi_1^0 - i\chi_1^0) \\ -\phi_1^- \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{H}_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\,(\phi_2^0 + i\chi_2^0) \end{pmatrix} \quad . \tag{2.52}$$

Eingesetzt ins Higgspotential lässt sich die Higgsmassenmatrix ermitteln. Ihre Einträge sind die Terme quadratisch in den Higgsfeldern. Diese Matrix ist jedoch nichtdiagonal bezüglich der Felder ϕ und χ. Die massendiagonalen Felder sind gegeben durch die Transformationen

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^\pm \\ \chi_2^\pm \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad . \end{aligned} \tag{2.53}$$

Zur Vereinfachung der Notation wurden hier zwei Mischungswinkel

$$\begin{aligned} \tan\beta = \frac{v_2}{v_1} \quad &, \quad 0 < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \tan 2\alpha = \tan 2\beta\,\frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2} \quad &, \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \end{aligned} \tag{2.54}$$

definiert. Wie im SM erhält man damit drei zur gebrochenen $\mathrm{SU}(2)_W$ korrespondierende unphysikalische Goldstone-Bosonen G^0, G^+ und G^-. Die physikalischen Higgsfelder sind die beiden neutralen Bosonen h^0 und H^0 mit $\mathcal{CP}$-Eigenwert +1 und A^0 mit Eigenwert -1 sowie die geladenen Bosonen H^+ und H^-. Ihre Massen ergeben sich zu

$$\begin{aligned} M^2_{H^0,h^0} &= \frac{1}{2}\left[M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2+M_Z^2)^2 - 4\,M_Z^2\,M_A^2\,\cos^2 2\beta}\right] \\ M^2_{H^\pm} &= M_A^2 \;+\; M_W^2 \\ M_A^2 &= m_3^2\,(\tan\beta + \cot\beta), \end{aligned} \tag{2.55}$$

und die Massen der unphysikalischen Higgsfelder in der Feynman-'t Hooft-Eichung sind $M_{G^0} = M_Z$ und $M_{G^\pm} = M_W$. Die Vektorbosonen werden in analoger Weise zum SM aus den Feldern W^i_μ und B_μ in (2.44) kombiniert, so dass ihre Massen gegeben sind durch:

$$M_W^2 = \frac{1}{2}\,{g_2}^2\,(v_1^2+v_2^2) \quad , \quad M_Z^2 = \frac{1}{2}\,({g_1}^2+{g_2}^2)\,(v_1^2+v_2^2) \quad , \quad M_\gamma = 0 \quad . \tag{2.56}$$

Aus den Relationen (2.55) lassen sich leicht die wichtigen Einschränkungen an die Higgsmassen im MSSM

$$\begin{aligned} M_{H^0} \quad &> \quad M_A, M_Z \quad > \quad M_{h^0} \\ M_{H^\pm} \quad &> \quad M_A, M_W \\ M^2_{h^0} + M^2_{H^0} \quad &= \quad M_A^2 + M_Z^2 \end{aligned} \tag{2.57}$$

ableiten. Diese gelten jedoch nur in niedrigster Ordnung der Störungsreihe und bekommen in höheren Ordnungen große Strahlungskorrekturen (siehe [28] und Referenzen darin).

Sfermionen

Der Sfermionmassen-Anteil der Lagrange-Dichte (2.50) enthält Soft-SUSY-Brechungsterme und besitzt folgende Gestalt:

$$\mathcal{L}_{f^2_{\tilde m}} = -\left(\tilde f_L^*, \tilde f_R^*\right)\mathcal{M}^2_{\tilde f}\begin{pmatrix}\tilde f_L \\ \tilde f_R\end{pmatrix} \quad , \tag{2.58}$$

wobei die Sfermionmassenmatrix gegeben ist durch

$$\mathcal{M}^2_{\tilde f} = \begin{pmatrix} m_f^2 + m^2_{\tilde F} + M_Z^2\cos 2\beta\,(I_3^f - Q_f s_W^2) & m_f(A_f - \mu\,\kappa_f) \\ m_f(A_f - \mu\,\kappa_f) & m_f^2 + m^2_{\tilde F'} + M_Z^2\cos 2\beta\, Q_f\, s_W^2 \end{pmatrix}$$

$$(\kappa_f, m^2_{\tilde F}, m^2_{\tilde F'}) = \begin{cases} (\cot\beta, m_Q^2, m_U^2) & \text{für Up-artige Squarks} \\ (\tan\beta, m_Q^2, m_D^2) & \text{für Down-artige Squarks} \\ (\cot\beta, m_L^2, 0) & \text{für Up-artige Leptonen} \\ (\tan\beta, m_L^2, m_E^2) & \text{für Down-artige Leptonen} \end{cases} \tag{2.59}$$

In vereinheitlichten SUSY-Theorien (SUSY-GUTs) gilt nun typischerweise

$$m_L^2 \approx m_E^2 \leq m_Q^2 \approx m_U^2 \approx m_D^2 \quad . \tag{2.60}$$

Deshalb werden, um die Zahl der Parameter gering zu halten, in dieser Arbeit, falls nicht anders angegeben, die Sfermionbrechungsparameter für alle Sfermionen als identisch angenommen:

$$m_Q^2 = m_U^2 = m_D^2 = m_L^2 = m_E^2 = M_{\mathrm{SUSY}}^2 \quad . \tag{2.61}$$

Da die Nichtdiagonalelemente in der Massenmatrix (2.59) proportional zu den Fermionmassen sind, ist die Matrix für die leichten Fermionen näherungsweise diagonal. Nur für die Squarks der dritten Generation ergeben sich dann gemischte Zustände

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\vartheta_{\tilde{f}} & \sin\vartheta_{\tilde{f}} \\ -\sin\vartheta_{\tilde{f}} & \cos\vartheta_{\tilde{f}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} := \mathbf{U}_{\tilde{f}} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \quad , \tag{2.62}$$

die jedoch mit der Wahl

$$A_u = \mu \cot\beta \quad , \quad A_d = \mu \tan\beta \tag{2.63}$$

wieder entmischen. Obwohl die Lagrangedichte formal auch negative Werte für die Massenparameter der sanften SUSY-Brechnung zulässt, führt diese Wahl meist zu negativen Eigenwerten der Massenmatrix, was physikalisch irrelevant ist. Aus diesem Grund werden bei den Diskussionen nur Szenarien mit positiven Massenparametern betrachtet. Weitere Formeln zur Berechnung des Sfermion-Mischungswinkels $\vartheta_{\tilde{f}}$ und analytische Ausdrücke für die Sfermionmassen können in Anhang B.1.1 gefunden werden.

Charginos

Die Superpartner der geladenen Higgsfelder bezeichnet man als Higgsinos $\tilde{H}^{\pm}$, die der geladenen Vektorbosonen als Winos $\tilde{W}^{\pm}$. Sie setzen sich aus den zweikomponentigen Weylspinoren in (2.43) und (2.44) zusammen:

$$\tilde{W}^+ = \begin{pmatrix} -i\lambda^+ \\ i\bar{\lambda}^- \end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{W}^- = \begin{pmatrix} -i\lambda^- \\ i\bar{\lambda}^+ \end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{H}^+ = \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^1 \\ \bar{\tilde{H}}_1^2 \end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{H}^- = \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^2 \\ \bar{\tilde{H}}_2^1 \end{pmatrix}$$
$$\text{mit:} \quad \lambda^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\lambda_W^1 \pm i\lambda_W^2) \quad . \tag{2.64}$$

Allerdings enthält die Lagrangedichte (2.50) auch Mischungsterme zwischen Higgsinos und Winos

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{\chi}}} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\psi^L\\ \psi^R\end{pmatrix}^T \begin{pmatrix}0 & \mathbf{X}^T\\ \mathbf{X} & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi^L\\ \psi^R\end{pmatrix} \quad + \quad \text{h.c.}$$

$$\text{mit:} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W\sin\beta \\ \sqrt{2}M_W\cos\beta & \mu\end{pmatrix}$$

$$\text{und:} \quad \psi^L \equiv \begin{pmatrix}\psi_1^L\\ \psi_2^L\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-i\lambda^+\\ \tilde{H}_2^1\end{pmatrix} \quad , \quad \psi^R \equiv \begin{pmatrix}\psi_1^R\\ \psi_2^R\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-i\lambda^-\\ \tilde{H}_1^2\end{pmatrix} \quad , \tag{2.65}$$

so dass man die physikalischen Masseneigenzustände erst durch eine Diagonalisierung erhält. Da die Massenmatrix nichtsymmetrisch ist, ist eine biunitäre Diagonalisierung nötig:

$$\chi_i^L = V_{ij}\psi_j^L \quad , \quad \chi_i^R = U_{ij}\psi_j^R \quad , \quad i,j = 1,2$$

$$\mathbf{U}^*\,\mathbf{X}\,\mathbf{V}^+ = \begin{pmatrix} m_{\tilde{\chi}_1^+} & 0\\ 0 & m_{\tilde{\chi}_2^+}\end{pmatrix} \quad . \tag{2.66}$$

Man hat genug Freiheiten in der Wahl der unitären Mischungsmatrizen, um die Massenparameter in (2.66) positiv zu wählen. Näheres zur Berechnung der Charginomischungsmatrizen **U** und **V** und der Massen findet man in Anhang B.1.2.

Der vierkomponentige Diracspinor der Charginofelder ist

$$\tilde{\chi}_i^+ = \begin{pmatrix}\chi_i^L\\ \bar{\chi}_i^R\end{pmatrix} \qquad i = 1,2 \quad . \tag{2.67}$$

Die linkshändigen Komponenten $\omega_L\tilde{\chi}_i^+$ mischen also mit der Mischungsmatrix **V**, die rechtshändigen $\omega_R\tilde{\chi}_i^+$ mit **U**, was sich dann auch in den Feynmanregeln für Charginowechselwirkungen niederschlägt. Wie man an (2.65) sieht, lassen sich die Parameter nie so wählen, dass ungemischte Charginos entstehen.

Neutralinos

Analog zu den Charginos können auch für die Neutralinos aus den Superpartnern der Higgs- und Vektorbosonfelder reine Zustände erzeugt werden, das Photino, das Zino und die Higgsinos

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix}-i\lambda_\gamma\\ i\bar{\lambda}_\gamma\end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{Z} = \begin{pmatrix}-i\lambda_Z\\ i\bar{\lambda}_Z\end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{H}_1^0 = \begin{pmatrix}\tilde{H}_1^1\\ \bar{\tilde{H}}_1^1\end{pmatrix} \quad , \quad \tilde{H}_2^0 = \begin{pmatrix}\tilde{H}_2^2\\ \bar{\tilde{H}}_2^2\end{pmatrix}$$

$$\text{mit:} \quad \lambda_\gamma = \lambda_B\,c_W + \lambda_W^3\,s_W \quad , \quad \lambda_Z = -\lambda_B\,s_W + \lambda_W^3\,c_W \quad . \tag{2.68}$$

Auch für die Neutralinos sind in der Lagrangedichtefunktion (2.50) Mischungsterme enthalten

$$\mathcal{L}_{m_{\chi^0}} = -\frac{1}{2}\psi^{0T}\,\mathbf{Y}\,\psi^0 \quad + \quad \text{h.c.}$$

$$\text{mit:} \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z\,s_W\,\cos\beta & M_Z\,s_W\,\sin\beta \\ 0 & M_2 & M_Z\,c_W\,\cos\beta & -M_Z\,c_W\,\sin\beta \\ -M_Z\,s_W\,\cos\beta & M_Z\,c_W\,\cos\beta & 0 & -\mu \\ M_Z\,s_W\,\sin\beta & -M_Z\,c_W\,\sin\beta & -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

$$\psi^{0T} = (-i\lambda_B, -i\lambda_W^3, \tilde{H}_1^1, \tilde{H}_2^2) \quad , \tag{2.69}$$

die zu einer nichtdiagonalen Massenmatrix führen. Da diese aber symmetrisch ist, reicht eine unitäre Mischungsmatrix zur Diagonalisierung:

$$\chi_i^0 = N_{ij}\,\psi_j^0 \quad , \quad i,j = 1,\ldots,4$$

$$\mathbf{N}^*\,\mathbf{Y}\,\mathbf{N}^+ = \text{diag}(m_{\tilde{\chi}_1^0},\ldots,m_{\tilde{\chi}_4^0}) \quad . \tag{2.70}$$

Diese ist jedoch nicht notwendigerweise positiv definit, so dass hier im Gegensatz zu den Charginos auch negative Masseneigenwerte auftreten können. Für das Problem gibt es mehrere Lösungsansätze. Beispielsweise lässt sich die Mischungsmatrix komplex wählen, um damit die zusätzlichen Phasen zu kompensieren, oder man führt wie in [29] Vorzeichen ϵ_i in die Definition des vierkomponentigen Spinors (2.71) ein, die dann auch in den Feynmanregeln wieder auftauchen. Die dazu äquivalente, einfachste Möglichkeit und die, die bei den Berechnungen für diese Arbeit verwendet wurde, ist aber, explizite Rechnungen mit vorzeichenbehafteten Neutralinomassen durchzuführen. Die wirklichen physikalischen Teilchenmassen sind dann die Absolutwerte dieser Massen. Die Berechnung der Matrix **N** erfolgte der Einfachheit halber mit Hilfe von [30] numerisch.

Aus der Kombination der zweidimensionalen Weylspinoren zu einem vierdimensionalen Spinor

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \bar{\chi}_i^0 \end{pmatrix} \qquad i = 1,\ldots,4 \tag{2.71}$$

ist ersichtlich, dass es sich bei den Neutralinos, aber auch bei den Photinos, Zinos oder Higgsinos in (2.68), um Majoranateilchen handelt, da der gleiche Weylspinor in der links- und rechtshändigen Komponente enthalten ist. Durch die Wahl von

$$\psi^{0\prime T} = (-i\lambda_\gamma, -i\lambda_Z, \tilde{H}_1^1, \tilde{H}_2^2) \tag{2.72}$$

als Basis ist die nichtdiagonale Massenmatrix gegeben durch

$$\mathbf{Y}' = \begin{pmatrix} c_W^2 M_1 + s_W^2 M_2 & s_W c_W (M_2 - M_1) & 0 & 0 \\ s_W c_W (M_2 - M_1) & s_W^2 M_1 + c_W^2 M_2 & M_Z\cos\beta & -M_Z\sin\beta \\ 0 & M_Z\cos\beta & 0 & -\mu \\ 0 & -M_Z\sin\beta & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{2.73}$$

Wie schon bei den Charginomassen ist sie durch keine Wahl der freien Parameter auf Diagonalgestalt zu bringen.

Parameterüberblick

Zur besseren Übersicht sollen hier noch einmal alle Input-Größen des MSSM zusammengefasst werden. Die experimentellen Werte oder Massenschranken sind im Anhang B.2 gelistet. Mit den in den letzten Abschnitten erwähnten Näherungen und Vereinfachungen und mit der GUT-Relation [31] der sanften Brechungsparameter für die Superpartner der Vektorbosonen

$$M_1 = \frac{5}{3}\frac{s_W^2}{c_W^2}\, M_2 \tag{2.74}$$

bleiben folgende Parameter übrig:

- Nicht zu variierende Parameter:

Fermionmassen	m_f
Eichbosonmassen	M_Z, M_W
Kopplungskonstante	α_{em}

- variable Parameter:

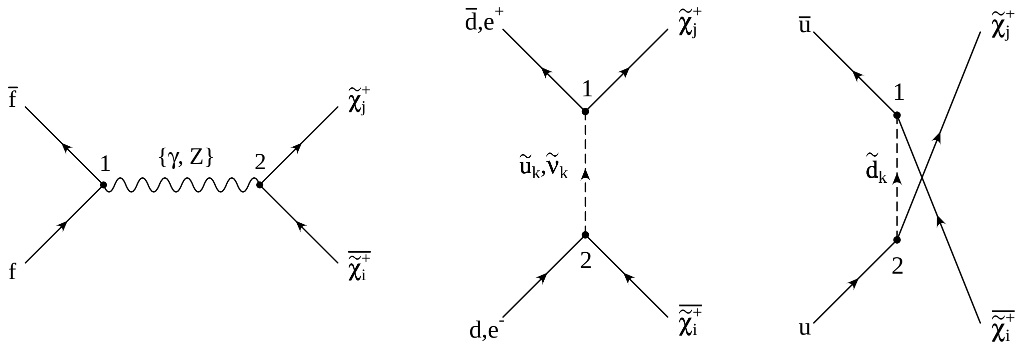
Higgsbosonmasse	M_A
Mischungswinkel aus dem Higgssektor	$\tan\beta$
Parameter aus dem Higgspotential	μ
sanfte Brechungsparameter	$M_2, m_{\{Q,U,D,L,E\}}, A_f$

Wenn nicht anders angegeben, wurden die Werte aus (B.2) für die Rechnungen verwendet.

Kapitel 3

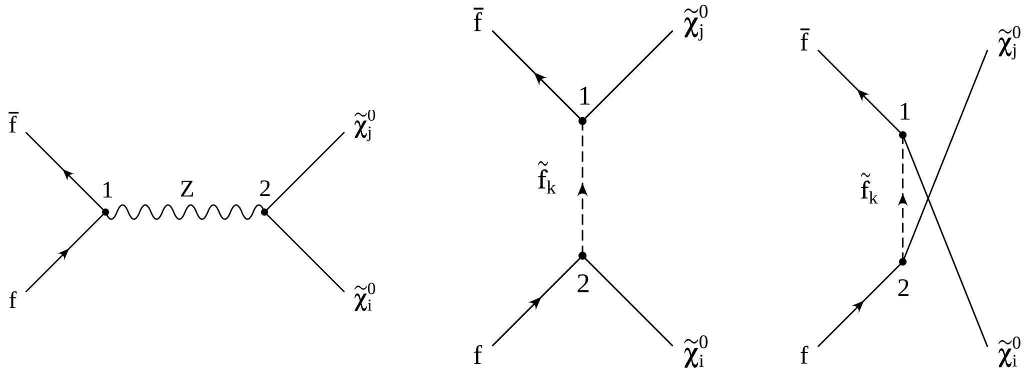
Kinematik und Bornsche Näherung

Im Folgenden soll auf die Berechnung von Observablen für die paarweise Produktion von Charginos und Neutralinos eingegangen werden. Als Ausgangszustände werden Elektronen und Positronen beziehungsweise leichte Quarks und ihre Antiteilchen betrachtet. Die erste, einfachste Näherung bei der Berechnung der Störungsreihe für Observablen ist die Bornsche Näherung. Betrachtet man die Feynmanregeln des MSSM näher (siehe Anhang C), so erkennt man, dass im Fall der Charginoproduktion neben den s-Kanal-Diagrammen auch t- und u-Kanal-Diagramme möglich sind:



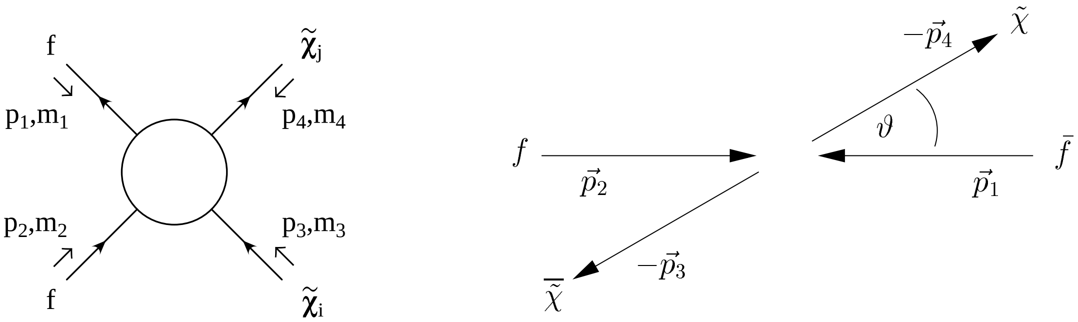
Bei e^+e^--Kollisionen sind die Produktionsteilchen Elektronen, und auch bei Hadronkollisionen sind neben den Gluonen, die in dieser Arbeit nicht betrachtet werden, die leichten Standardmodellfermionen aufgrund der Partonverteilungen begünstigt, so dass im Folgenden Elektronen, Up- und Down-Quarks auf Produktionsseite untersucht werden sollen. Dies erlaubt es oft, die Massen der Eingangsfermionen m_f — beispielsweise in Verhältnissen der Form m_f^2/M^2 — zu vernachlässigen, wobei M eine festgelegte große Masse wie M_W oder M_{H^0} ist. Nicht erlaubt ist diese Vereinfachung in IR-divergenten Termen, da dort die Fermionmassen typischerweise auch logarithmisch eingehen, was im Limes $m_f \to 0$ divergieren würde. Die Vernachlässigung kleiner Fermionmassen führt dann dazu, dass ein mögliches s-Kanal-Diagramm mit einem Austausch ungeladener Higgsteilchen bei den Rechnungen unberücksichtigt bleiben kann. Erzeugt werden können sowohl zwei gleiche Charginos ($i = j$) als auch verschiedene ($i = 1, j = 2$ oder $i = 2, j = 1$), die Diskussion in Kapitel 6 beschränkt sich jedoch auf die Paarproduktion des leichten Charginos. Als Austauschteilchen in den t- und u- Kanaldiagrammen sind prinzipiell sowohl links- als auch rechtshändige Sfermionen möglich.

Ähnlich sehen die Born-Feynmandiagramme für die Neutralinoproduktion aus, jedoch gibt es wegen der Ladungsneutralität der Neutralinos für jedes Fermion gleichzeitig t- und u-Kanal-Diagramme:



Obwohl hier die Indizes i und j bis vier laufen können, sind doch besonders die Produktionsprozesse der beiden leichtesten Neutralinos von Bedeutung.

Für alle weiteren Betrachtungen ist wesentlich, dass die 4-Impulse der externen Teilchen und ihr Streuwinkel gemäß



definiert sind und die Mandelstamvariablen gegeben sind durch

$$s = (p_1 + p_2)^2 \quad , \quad t = (p_1 + p_4)^2 \quad , \quad u = (p_1 + p_3)^2 \quad . \tag{3.1}$$

Mit dieser Definition ist s das Quadrat der Schwerpunktsenergie. Im Schwerpunktsystem der einlaufenden Teilchen können die 4-Impulse unter Berücksichtigung der Energie-Impuls-

Erhaltung dann folgendermaßen gewählt werden:

$$p_1 = (E_1, 0, 0, -\beta) \quad , \quad p_2 = (E_2, 0, 0, \beta)$$
$$p_3 = (E_3, \kappa \sin\vartheta, 0, \kappa\cos\vartheta) \quad , \quad p_4 = (E_4, -\kappa\sin\vartheta, 0, -\kappa\cos\vartheta)$$

$$\text{mit:} \quad E_1 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(m_1^2 - m_2^2 + s) \quad , \quad E_2 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(m_2^2 - m_1^2 + s)$$
$$E_3 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(m_4^2 - m_3^2 - s) \quad , \quad E_4 = \frac{1}{2\sqrt{s}}(m_3^2 - m_4^2 - s)$$
$$\beta = \frac{1}{2\sqrt{s}}\lambda(s, m_1^2, m_2^2) \quad , \quad \kappa = \frac{1}{2\sqrt{s}}\lambda(s, m_3^2, m_4^2)$$

$$\text{und:} \quad \lambda(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz} \quad . \tag{3.2}$$

Die Funktion $\lambda(s, m_3^2, m_4^2)$ ist reell für $s \geq (m_1 + m_2)^2$, was eine minimale Schwerpunktsenergie s zur Erzeugung von Charginos beziehungsweise Neutralinos festlegt. Die Streuwinkelabhängigkeit der Mandelstamvariablen ist damit gegeben durch

$$\begin{aligned} t &= (E_1 + E_4)^2 - (\kappa^2 + \beta^2 + 2\beta\kappa\ \cos\vartheta) \\ u &= (E_1 + E_3)^2 - (\kappa^2 + \beta^2 - 2\beta\kappa\ \cos\vartheta) \quad . \end{aligned} \tag{3.3}$$

Eine der wesentlichen Observablen in der Teilchenphysik ist der Wirkungsquerschnitt. Für einen Prozess von $2 \to n$ Teilchen mit den 4-Impulsen der auslaufenden Teilchen p_i' ist der differentielle Wirkungsquerschnitt die Größe

$$d\sigma_{2\to n} = \frac{1}{2\lambda(s, m_1^2, m_2^2)} \int \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{d^3 p_i'}{(2\pi)^3\, 2p_i^{0\prime}} \right) (2\pi)^4\, \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_{i=1}^{n} p_i')\ |\mathbf{M}|^2 \quad . \tag{3.4}$$

Bei einem Zwei-Teilchen-Endzustand kann jetzt die Phasenraumintegration bis auf ein Raumwinkelelement ausgeführt werden, was auf folgenden bekannten Ausdruck führt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(s,\vartheta) = \frac{1}{(2\pi)^2}\,\frac{1}{16s}\,\frac{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}\ |\mathbf{M}(s,\vartheta)|^2 \quad , \tag{3.5}$$

und der totale Wirkungsquerschnitt ergibt sich durch Integration über den verbliebenen Raumwinkel

$$\sigma_{\text{tot}}(s) = 2\pi \int_0^{\pi} d\vartheta \left[\sin\vartheta \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(s,\vartheta) \right] \quad . \tag{3.6}$$

In der Abbildung 3.1 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+ \overline{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit vom Streuwinkel ϑ für verschiedene Werte der Schwerpunktsenergie aufgetragen. Als Beispiel wurden die Parameter $M_{\text{SUSY}} = 300$ GeV, $\mu = M_2 = 200$ GeV

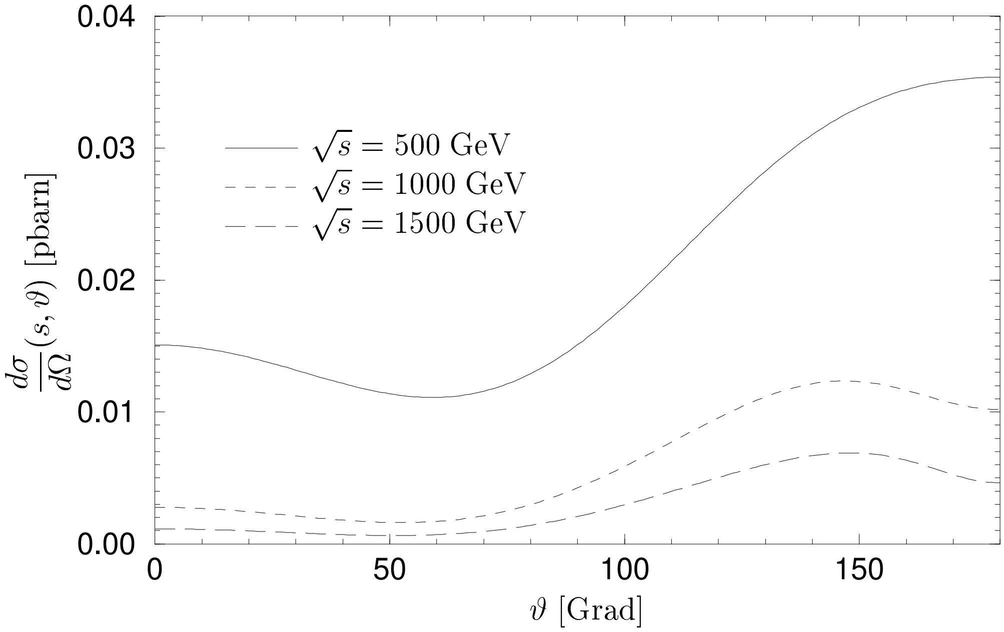


Abbildung 3.1: Bornsche Näherung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+ \overline{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit vom Streuwinkel. Die MSSM-Parameter wurden gewählt wie in Anhang B.2 angegeben.

und $\tan\beta = 10$ gewählt. Der integrierte Wirkungsquerschnitt ist in der Abbildung 3.2 über der Schwerpunktsenergie aufgetragen. Variiert wurden die Werte für die MSSM-Parameter μ und M_2, und $\tan\beta = 10$ wurde festgehalten. Die angegebenen Parameter $\mu, M_2 = \{180, 200, 220\}$ GeV entsprechen jeweils leichten Charginomassen von $\{125, 144, 164\}$ GeV.

Eine weitere interessante Observable ist die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie, deren Definition

$$A_{\mathrm{FB}}(s) = \frac{\sigma^{\mathrm{F}}(s) - \sigma^{\mathrm{B}}(s)}{\sigma^{\mathrm{F}}(s) + \sigma^{\mathrm{B}}(s)} \tag{3.7}$$

die beiden Größen

$$\sigma^{\mathrm{F}}(s) = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\vartheta \left[\sin\vartheta \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(s,\vartheta)\right] \quad , \quad \sigma^{\mathrm{B}}(s) = 2\pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} d\vartheta \left[\sin\vartheta \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}(s,\vartheta)\right] \tag{3.8}$$

in Relation setzt. In der Abbildung 3.3 ist die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie aufgetragen über der Schwerpunktsenergie für verschiedene Werte von μ und M_2 bei $\tan\beta = 10$. Die Asymmetrie ist negativ, da der differentielle Wirkungsquerschnitt in Rückwärtsrichtung größer ist als in Vorwärtsrichtung, wie die Abbildung 3.1 zeigt. Der Betrag der Asymmetrie

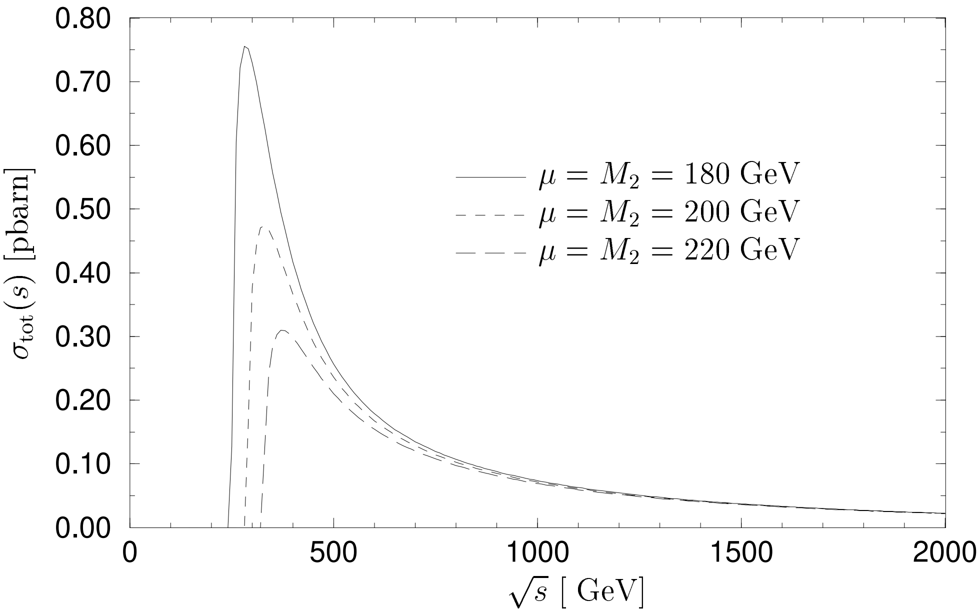


Abbildung 3.2: Bornsche Näherung des totalen Wirkungsquerschnitts für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie. Die festgehaltenen MSSM-Parameter wurden gewählt wie in Anhang B.2 angegeben.

ist groß für hohe Schwerpunktsenergien, und die Abhängigkeit von den Parametern μ und M_2, und damit auch von den Charginomassen, ist klein im Vergleich zu deren Einfluss auf den totalen Wirkungsquerschnitt.

M aus Gleichung (3.5) ist das Matrixelement für unpolarisierte, farblose Anfangs- und Endzustände. Es hängt mit dem polarisierten Matrixelement, dem Ergebnis des Feynmanregel-Formalismus, über die Beziehung

$$|\mathbf{M}(s,\vartheta)|^2 = S \sum_{\eta_i} |M(s,\vartheta,\eta_i)|^2 \tag{3.9}$$

zusammen, wobei η_i die Helizitäten der am Prozess beteiligten externen Teilchen sind. Der Wert von S hängt vom betrachteten Prozess ab

$$S = \begin{cases} \frac{1}{4} & : \; e^+e^- \to \tilde{\chi}_i^+\bar{\tilde{\chi}}_j^+ \\ \frac{1}{4N_C} & : \; q\,\bar{q} \to \tilde{\chi}_i^+\bar{\tilde{\chi}}_j^+ \\ \frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{2}\,\delta_{ij}\right) & : \; e^+e^- \to \tilde{\chi}_i^0\tilde{\chi}_j^0 \\ \frac{1}{4N_C}\left(1-\frac{1}{2}\,\delta_{ij}\right) & : \; q\,\bar{q} \to \tilde{\chi}_i^0\tilde{\chi}_j^0 \end{cases}, \tag{3.10}$$

und liefert den Faktor, der für die Spin- und Farbmittelung notwendig ist. Der zusätzliche Term $(1-\frac{1}{2}\,\delta_{ij})$ bewirkt einen Symmetriefaktor von $\frac{1}{2}$ für auslaufende identische Teilchen.

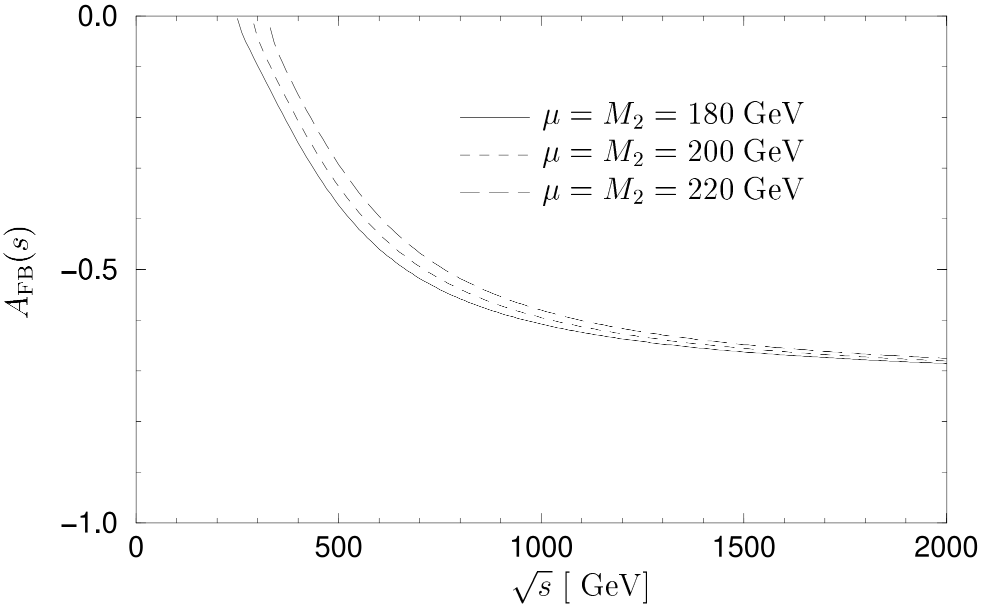


Abbildung 3.3: Bornsche Näherung der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+ \overline{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie. Die festgehaltenen MSSM-Parameter wurden gewählt wie in Anhang B.2 angegeben.

Für praktische Rechnungen ist es günstig, das polarisierte Matrixelement gemäß

$$M(s, \vartheta, \eta_i) = \sum_l F_l^{\kappa\lambda}(s, \vartheta) \cdot \mathcal{M}_l^{\kappa\lambda} \tag{3.11}$$

in eine Menge aus Standardmatrixelementen $\mathcal{M}_l^{\kappa\lambda}$, die die Polarisationen der äußeren Teilchen enthalten, und Formfaktoren $F_l^{\kappa\lambda}$, die dann unabhängig von den Polarisationen sind, zu entwickeln. Summiert wird implizit über die Indizes κ und λ, die die Projektoren ω_κ und ω_λ aus den Standardmatrixelementen kennzeichnen, und explizit über den Index l, der hier stellvertretend für eine Anzahl von Indizes steht, die die Standardmatrixelemente durchnummerieren. Für das unpolarisierte Matrixelement in Bornscher Näherung ergibt sich dann der Ausdruck

$$|\mathbf{M}_{\mathrm{Born}}(s, \vartheta)|^2 = S \sum_{l,l'} \left\{ \left((F^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},l})^* F^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},l'} \right) \left(\sum_{\eta_i} (\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},l})^+ \mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},l'} \right) \right\} \quad . \tag{3.12}$$

Die Spinsummen der Standardmatrixelemente können demnach unabhängig von den Formfaktoren berechnet werden.

Ohne Schleifenrechnungen kann die Menge der Standardmatrixelemente mit Hilfe der Spinoren

$$u_i := u(p_i, \eta_i) \quad , \quad v_i := v(p_i, \eta_i) \tag{3.13}$$

der ein- und auslaufenden Teilchen festgelegt werden durch:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},11} &= [\, \bar{v}_2\, \omega_\kappa\, u_1\,][\, \bar{v}_3\, \omega_\lambda\, u_4\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},12} &= [\, \bar{v}_2\, \gamma_\mu\, \omega_\kappa\, u_1\,][\, \bar{v}_3\, \gamma^\mu\, \omega_\lambda\, u_4\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},21} &= [\, \bar{v}_4\, \omega_\kappa\, u_1\,][\, \bar{v}_3\, \omega_\lambda\, u_2\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},22} &= [\, \bar{v}_4\, \gamma_\mu\, \omega_\kappa\, u_1\,][\, \bar{v}_3\, \gamma^\mu\, \omega_\lambda\, u_2\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},31} &= [\, \bar{v}_3\, \omega_\kappa\, u_1\,][\, \bar{v}_4\, \omega_\lambda\, u_2\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},32} &= [\, \bar{v}_3\, \gamma_\mu\, \omega_\kappa\, u_1\,][\, \bar{v}_4\, \gamma^\mu\, \omega_\lambda\, u_2\,] \quad .
\end{aligned}
\tag{3.14}
$$

Die Zahl der Standardmatrixelemente kann zwar durch Fierz-Transformationen auf eine minimal nötige Basis reduziert werden, das ist allerdings für explizite Rechnungen nicht nötig und auch im Falle von Einschleifenrechnungen oft aufwändig. Die Quadrate der Standardmatrixelemente aus (3.14) lassen sich leicht berechnen, indem man die Spinsummenformeln

$$
\sum_\eta u(p,\eta)\bar{u}(p,\eta) = \not{p} + m \quad , \quad \sum_\eta v(p,\eta)\bar{v}(p,\eta) = \not{p} - m
\tag{3.15}
$$

benutzt. Für diese Arbeit wurden die Quadrate mit *Mathematica* analytisch berechnet, sie sind dann bei Vernachlässigung kleiner Fermionmassen reelle Funktionen der Mandelstamvariablen und der Chargino- beziehungsweise Neutralinomassen.

Von den sechs möglichen Formfaktoren sind nur drei von Null verschieden, für jedes Feynmandiagramm einer:

$$
\begin{aligned}
&s\text{-Kanal:} && F^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},12} = -i\, \mathcal{F}^{(1)}_\kappa(Vff)\, \mathcal{F}^{(2)}_\lambda(V\chi\chi)\, \frac{1}{s - M_{\mathrm{V}}^2} \\
&t\text{-Kanal:} && F^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},21} = +i\, \mathcal{F}^{(1)}_\kappa(\tilde{f}f\chi)\, \mathcal{F}^{(2)}_\lambda(f\tilde{f}\chi)\, \frac{1}{t - m^2_{\tilde{f}'_i}} \\
&u\text{-Kanal:} && F^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},31} = +i\, \mathcal{F}^{(1)}_\kappa(\tilde{f}f\chi)\, \mathcal{F}^{(2)}_\lambda(f\tilde{f}\chi)\, \frac{1}{u - m^2_{\tilde{f}'_i}} \quad .
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

Die Kopplungen $\mathcal{F}_\kappa(Vff)$ von Vektorbosonen an Leptonen oder Quarks können in (C.15) wiedergefunden werden. Mit $\mathcal{F}_\kappa(V\chi\chi)$ sind die Kopplungen von Vektorbosonen an Charginos oder Neutralinos aus (C.16) und (C.17) bezeichnet, und die Kopplungen von Leptonen oder Quarks an ihre skalaren Superpartner und an Charginos oder Neutralinos $\mathcal{F}_\kappa(\tilde{f}f\chi)$ und $\mathcal{F}_\kappa(f\tilde{f}\chi)$ sind in (C.21) bis (C.24) aufgelistet. Der Index in Klammern kann in den Feynmandiagrammen am Anfang des Kapitels wiedergefunden werden und κ und λ sind Indizes für die Chiralitäten ($\kappa, \lambda \in \{L, R\}$). Neben den Kopplungen beinhalten die Born-Formfaktoren noch die Propagatoren des inneren Vektorbosons V und der Sfermionen $\tilde{f}'_i$.

Der Strich zeigt hier an, dass es sich je nach der Ladung der Endzustandsteilchen um die Superpartner der Eingangsfermionen oder deren Isospinpartner handeln kann.

Die relevanten Produkte der Standardmatrixelemente können bei Vernachlässigung der leichten Fermionmassen kompakt geschrieben werden als

$$
\begin{aligned}
\left(\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},12}\right)^+\left(\mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},12}\right) = \; & 4\,\delta_{\kappa\kappa'}\,\Big[\,\delta_{\kappa\lambda}\,\delta_{\kappa'\lambda'}\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}-t)\,(m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-t) \\
& \quad +\;(1-\delta_{\kappa\lambda})\,(1-\delta_{\kappa'\lambda'})\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}-u)\,(m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-u) \\
& \quad +\;\big(\delta_{\kappa\lambda}\,(1-\delta_{\kappa'\lambda'})+(1-\delta_{\kappa\lambda})\,\delta_{\kappa'\lambda'}\big)\cdot 4\,m_{\tilde{\chi}^+_i}m_{\tilde{\chi}^+_j}\,s\,\Big] \\
\left(\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},21}\right)^+\left(\mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},21}\right) = \; & \delta_{\kappa\kappa'}\delta_{\lambda\lambda'}\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}-t)\,(m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-t) \\
\left(\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},31}\right)^+\left(\mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},31}\right) = \; & \delta_{\kappa\kappa'}\,\delta_{\lambda\lambda'}\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}-u)\,(m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-u) \\
\left(\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},12}\right)^+\left(\mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},21}\right) = \; & -2\,(1-\delta_{\kappa'\lambda'})\,\Big[\,\delta_{\kappa\lambda}\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}-t)\,(m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-t) \\
& \quad +\;(1-\delta_{\kappa\lambda})\cdot m_{\tilde{\chi}^+_i}m_{\tilde{\chi}^+_j}\,s\Big] \\
\left(\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},12}\right)^+\left(\mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},31}\right) = \; & -2\,(1-\delta_{\kappa'\lambda'})\,\Big[\,\delta_{\kappa\lambda}\cdot m_{\tilde{\chi}^+_i}m_{\tilde{\chi}^+_j}\,s \\
& \quad +\;(1-\delta_{\kappa\lambda})\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}-u)\,(m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-u)\Big] \\
\left(\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\mathrm{Born},21}\right)^+\left(\mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\mathrm{Born},31}\right) = \; & \delta_{\kappa\kappa'}\,\Big[\,\delta_{\kappa\lambda}\delta_{\kappa'\lambda'}\cdot(m^2_{\tilde{\chi}^+_i}m^2_{\tilde{\chi}^+_j}-t\,u) \\
& \quad +\;(1-\delta_{\kappa\lambda})\,(1-\delta_{\kappa'\lambda'})\cdot m_{\tilde{\chi}^+_i}m_{\tilde{\chi}^+_j}\,s\Big]\quad .
\end{aligned}
$$

Kapitel 4

Renormierung

Einige der heute durchgeführten Experimente erreichen eine derartige Präzision bei der Bestimmung der Messwerte, dass die Genauigkeit der Bornschen Näherung nicht mehr ausreicht und höhere Ordnungen in der Störungstheorie berechnet werden müssen. Eine Störungsrechnung bedeutet zugleich auch eine Entwicklung nach der Anzahl von Schleifen in Feynmandiagrammen. Um zu höheren Genauigkeiten zu gelangen, muss also über Rechnungen auf dem Bornniveau hinausgegangen und Einschleifendiagramme betrachtet werden. Bei diesen Rechnungen treten im Allgemeinen jedoch Integrale über die Schleifenimpulse auf, die divergent sind. Diese Divergenzen werden durch die Renormierung der Felder und der ursprünglichen Parameter der Lagrangedichte, die keine direkte physikalische Bedeutung besitzen, beseitigt.

Bei dem für diese Arbeit gewähltem Renormierungsverfahren werden die Divergenzen aus den Einschleifenintegralen (siehe Anhang D) in Renormierungskonstanten absorbiert, die in einer Redefinition aller Felder ($\varphi_0 = Z_\varphi^{1/2}\varphi$), Kopplungen ($g_0 = Z_g g$), Fermionmassen ($m_0 = m + \delta m$) und Bosonmassen ($M_0^2 = M^2 + \delta M^2$) auftauchen. Die Z-Faktoren können mit

$$Z = 1 + \delta Z \tag{4.1}$$

um den Wert 1 entwickelt werden, und die Lagrangedichte (2.50) geht dadurch über in eine Summe der ursprünglichen Funktion und einer Counterterm-Lagrangedichte. Da die Renormierungskonstanten zwar alle auftretenden Divergenzen aufnehmen müssen, die endlichen Anteile jedoch nicht festgelegt sind, sind prinzipiell unendlich viele Renormierungsverfahren denkbar. Die Relationen zwischen Observablen in n-ter Ordnung unterscheiden sich in den verschiedenen Verfahren jedoch nur um Terme $(n + 1)$-ter Ordnung.

Das Verfahren, das für die folgenden Rechnungen Verwendung findet, ist das On-Shell-Verfahren, das zum Beispiel in den Referenzen [32] und [33] diskutiert wurde. Hier werden die endlichen Terme der Renormierungskonstanten so bestimmt, dass jeder Teilchenpropagator einen Pol beim Wert des Massenparameters dieses Teilchens hat, so dass der Massenparameter dann der physikalischen Masse des Teilchens entspricht. Ferner soll dort das Residuum des Propagators 1 sein und Teilchenmischungen auf der Massenschale verschwinden, was dazu führt, dass bei der Konstruktion von Amplituden keine Selbstenergiediagramme an externen Beinen einbezogen werden müssen, da deren Beiträge verschwinden.

4.1 Feld- und Massenrenormierung der Eichbosonen

Die Renormierung der Vektorbosonfelder und -massen verläuft analog zu [33], da dieser Sektor durch die Erweiterung des SMs auf das MSSM nicht verändert wurde. Gemäß der Renormierungsvorschrift werden die Vektorbosonfelder also durch renormierte Größen ersetzt:

$$
\begin{aligned}
W_\mu^\pm &\to \left(1 + \frac{1}{2}\delta Z_W\right) W_\mu^\pm \\
\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} &\to \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{ZZ} & \frac{1}{2}\delta Z_{ZA} \\ \frac{1}{2}\delta Z_{AZ} & 1 + \frac{1}{2}\delta Z_{AA} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad .
\end{aligned} \tag{4.2}
$$

Das Photon bleibt auch nach der Renormierung masselos, so dass nur die Massen für das W- und das Z-Boson ersetzt werden müssen durch

$$
M_Z^2 \to M_Z^2 + \delta M_Z^2 \quad , \quad M_W^2 \to M_W^2 + \delta M_W^2 \quad . \tag{4.3}
$$

Vergleicht man dann die renormierte Ein-Teilchen-irreduziblen Zwei-Punkt-Greenfunktion für Vektorbosonen — gekennzeichnet mit „$\wedge$“ — mit der unrenormierten

$$
\begin{aligned}
\Gamma_{\mu\nu}^W(k) &= -ig_{\mu\nu}(k^2 - M_W^2) - i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\Sigma_T^W(k^2) - i\,\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\Sigma_L^W(k^2) \\
\Gamma_{\mu\nu}^{ab}(k) &= -ig_{\mu\nu}(k^2 - M_a^2)\,\delta_{ab} - i\left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\Sigma_T^{ab}(k^2) - i\,\frac{k_\mu k_\nu}{k^2}\Sigma_L^{ab}(k^2) \\
&\text{mit:} \quad a,b \in \{A,Z\} \quad \text{und} \quad M_A^2 = 0 \quad ,
\end{aligned} \tag{4.4}
$$

so ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen den Transversalanteilen der renormierten und der unrenormierten Selbstenergien und Mischungen:

$$
\begin{aligned}
\hat{\Sigma}_W(k^2) &= \Sigma_W(k^2) + (k^2 - M_W^2)\,\delta Z_W - \delta M_W^2 \\
\hat{\Sigma}_{ZZ}(k^2) &= \Sigma_{ZZ}(k^2) + (k^2 - M_Z^2)\,\delta Z_{ZZ} - \delta M_Z^2 \\
\hat{\Sigma}_{AA}(k^2) &= \Sigma_{AA}(k^2) + k^2\,\delta Z_{AA} \\
\hat{\Sigma}_{AZ}(k^2) &= \Sigma_{AZ}(k^2) + \frac{1}{2}\,k^2\,\delta Z_{AZ} + \frac{1}{2}\,(k^2 - M_Z^2)\,\delta Z_{ZA} \\
\hat{\Sigma}_{ZA}(k^2) &= \Sigma_{ZA}(k^2) + \frac{1}{2}\,k^2\,\delta Z_{AZ} + \frac{1}{2}\,(k^2 - M_Z^2)\,\delta Z_{ZA} \quad .
\end{aligned} \tag{4.5}
$$

Da wegen der kleinen Fermionmassen im Anfangszustand der betrachteten Prozesse die longitudinalen Selbstenergieanteile Σ_L vernachlässigt werden können, wurde in den letzten Gleichungen und wird auch in allen folgenden der Index T unterdrückt.

Die sieben Renormierungskonstanten δZ_W, δZ_{ZZ}, δZ_{ZA}, δZ_{AZ}, δZ_{AA}, δM_Z^2 und δM_W^2 können dann durch sieben On-Shell-Renormierungsbedingungen

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_W(M_W^2) = 0 && \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{ZZ}(M_Z^2) = 0 \\
&\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{AZ}(M_Z^2) = 0 && \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}_{AZ}(0) = 0 \\
&\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_W(M_W^2) = 0 && \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_{ZZ}(M_Z^2) = 0 \\
&\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}'_{AA}(0) = 0 && \\
&\text{mit:}\quad \Sigma'(M^2) = \left.\frac{\partial\Sigma(k^2)}{\partial k^2}\right|_{k^2=M^2} &&
\end{aligned} \tag{4.6}$$

festgelegt werden, und die Existenz einer weiteren Gleichung $\hat{\Sigma}_{AA}(0) = 0$ ist schon durch eine Ward-Identität gesichert. Die Lösung dieser Gleichungen führt schließlich auf die Ausdrücke

$$\begin{aligned}
&\delta Z_{AA} = -\Sigma'_{AA}(0) && \delta Z_{AZ} = -\frac{2}{M_Z^2}\mathrm{Re}\,\Sigma_{AZ}(M_Z^2) \\
&\delta Z_{ZA} = \frac{2}{M_Z^2}\Sigma_{AZ}(0) && \delta Z_{ZZ} = -\mathrm{Re}\,\Sigma'_{ZZ}(M_Z^2) \\
&\delta Z_W = -\mathrm{Re}\,\Sigma'_W(M_W^2) && \\
&\delta M_W^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_W(M_W^2) && \delta M_Z^2 = \mathrm{Re}\,\Sigma_{ZZ}(M_Z^2)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

für die Renormierungskonstanten. Sie lassen sich also über die nichtrenormierten Selbstenergien an definierten Impulsen berechnen und sind wie diese abhängig von den gewählten Werten der Modellparameter.

Zur Fixierung der Kopplungen der Vektorbosonen muss nur ein Vertex renormiert werden. Üblicherweise verwendet man dafür den Elektron-Photon-Vertex aus der QED. Der Wert des Ladungsnormals e wird dann durch die Renormierungsbedingung

$$\left.\bar{u}(p)\,\hat{\Gamma}_\mu^{ee\gamma}(p,p)\,u(p)\right|_{p^2=m_e^2} = ie\,\bar{u}(p)\,\gamma_\mu\,u(p) \tag{4.8}$$

festgelegt, was bedeutet, dass im Thomson Limes der Elektron-Photon-Streuung, d.h. bei Elektronen auf der Massenschale und verschwindendem Photonimpuls, alle (endlichen) Strahlungskorrekturen verschwinden sollen. Der Zusammenhang zwischen renormiertem und unrenormiertem $ee\gamma$-Vertex kann zum Beispiel in [33] gefunden werden. An dieser Stelle soll nur die Relation

$$\delta Z_e = -\frac{1}{2}\,\delta Z_{AA} + \frac{s_W}{c_W}\,\frac{1}{2}\,\delta Z_{ZA} \quad \text{wobei:} \quad e_0 = (1+\delta Z_e)\,e \tag{4.9}$$

angegeben werden. Als hilfreiche Formeln können die Counterterme für den elektroschwachen Mischungswinkel aus der Massenrelation in den Gleichnungen (2.13) abgeleitet werden:

$$\frac{\delta c_W}{c_W} = \frac{1}{2}\left(\frac{\delta M_W^2}{M_W^2} - \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2}\right) \quad , \quad \frac{\delta s_W}{s_W} = -\frac{c_W^2}{s_W^2}\,\frac{\delta c_W}{c_W} \quad . \tag{4.10}$$

4.2 Feld- und Massenrenormierung der Leptonen und Quarks

Wie schon bei den Vektorbosonen ist die Renormierung der Leptonen und Quarks der Renomierung des Standardmodells entnommen. Auch hier werden die Fermionfelder und -massen so renormiert, dass die Pole ihrer Propagatoren mit ihren Massenparametern zusammenfallen und die Residuen zu 1 werden. Mit der Vereinfachung einer trivialen CKM-Matrix führt das dann auf die Relationen

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^L(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^S(m_f^2) = 0 \quad , \quad \mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^R(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^S(m_f^2) = 0 \\
&\mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^R(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^L(m_f^2) \\
&\qquad + 2m_f^2 \left(\mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^{R\prime}(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^{L\prime}(m_f^2) + 2\,\mathrm{Re}\,\hat\Sigma_f^{S\prime}(m_f^2)\right) = 0
\end{aligned} \tag{4.11}$$

für die renormierten Selbstenergien. Die Bedeutung der verschiedenen Komponenten ist bei Betrachtung der Ein-Teilchen-irreduziblen Zwei-Punkt-Funktionen

$$\begin{aligned}
&\Gamma^f(p) = i\,(\not p - m_f) + i\left[\not p\,\omega_L\,\Sigma_f^L(p^2) + \not p\,\omega_R\,\Sigma_f^R(p^2) + m_f\Sigma_f^S(p^2)\right] \\
&\qquad\qquad \text{oder:} \\
&\Gamma^f(p) = i\,(\not p - m_f) + i\left[\not p\,\Sigma_f^V(p^2) + \not p\,\gamma_5\,\Sigma_f^A(p^2) + m_f\Sigma_f^S(p^2)\right]
\end{aligned} \tag{4.12}$$

ersichtlich. Der Vergleich der unrenormierten Zwei-Punkt-Funktionen mit den Größen nach der multiplikativen Renormierung

$$\begin{aligned}
&\omega_L f \to (1 + \frac{1}{2}\,\delta Z_f^L)\,\omega_L f \\
&\omega_R f \to (1 + \frac{1}{2}\,\delta Z_f^R)\,\omega_R f \\
&m_f \to m_f + \delta\,m_f
\end{aligned} \tag{4.13}$$

liefert dann

$$\begin{aligned}
&\hat\Sigma_f^L(p^2) = \Sigma_f^L(p^2) + \delta Z_f^L \quad , \quad \hat\Sigma_f^R(p^2) = \Sigma_f^R(p^2) + \delta Z_f^R \\
&\hat\Sigma_f^S(p^2) = \Sigma_f^S(p^2) - \frac{1}{2}\,\delta Z_f^L - \frac{1}{2}\,\delta Z_f^R - \frac{\delta m_f}{m_f} \\
&\qquad\qquad \text{oder:} \\
&\hat\Sigma_f^V(p^2) = \Sigma_f^V(p^2) + \delta Z_f^V \quad , \quad \hat\Sigma_f^A(p^2) = \Sigma_f^A(p^2) - \delta Z_f^A \\
&\hat\Sigma_f^S(p^2) = \Sigma_f^S(p^2) - \delta Z_f^V - \frac{\delta m_f}{m_f} \quad ,
\end{aligned} \tag{4.14}$$

und durch Lösen der Gleichungen (4.11) kann man über die Relationen

$$\begin{aligned}
\delta Z_f^L &= -\mathrm{Re}\,\Sigma_f^L(m_f^2) - m_f^2\left(\mathrm{Re}\,\Sigma_f^{L\prime}(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\Sigma_f^{R\prime}(m_f^2) + 2\mathrm{Re}\,\Sigma_f^{S\prime}(m_f^2)\right)\\
\delta Z_f^R &= -\mathrm{Re}\,\Sigma_f^R(m_f^2) - m_f^2\left(\mathrm{Re}\,\Sigma_f^{L\prime}(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\Sigma_f^{R\prime}(m_f^2) + 2\mathrm{Re}\,\Sigma_f^{S\prime}(m_f^2)\right)\\
\delta m_f &= \frac{m_f}{2}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma_f^L(m_f^2) + \mathrm{Re}\,\Sigma_f^R(m_f^2) + 2\,\mathrm{Re}\,\Sigma_f^S(m_f^2)\right) \qquad (4.15)
\end{aligned}$$

die Renormierungskonstanten auf die unrenormierten Selbstenergien und ihre Ableitungen

$$\Sigma'(m^2) = \frac{\partial}{\partial k^2}\Sigma(k^2)\Big|_{k^2=m^2} \qquad (4.16)$$

zurückführen. Im Gegensatz zum On-Shell-Verfahren in [34] werden hier Renormierungskonstanten für jeden Eintrag eines linkshändigen Fermiondubletts und nicht nur für ein Dublett im Gesamten definiert. Durch diese zusätzlichen Renormierungskonstanten können dann auch alle Fermionen gleichzeitig On-Shell-renormiert werden.

4.3 Feld- und Massenrenormierung der Sfermionen

Die Schwierigkeit bei der Renormierung der Sfermionfelder und -parameter besteht darin, dass es sich dabei um Teilchen handelt, die ursprünglich nicht in Masseneigenzuständen vorliegen. Erst durch eine Rotation (2.62) erhält man die physikalischen Zustände. Da für die Rechnungen in dieser Arbeit die Nichtdiagonaleinträge der CKM-Matrix vernachlässigt und ferner auch keine familienmischende sanfte Brechungsterme berücksichtigt werden, lässt sich die Renormierung im Sfermion-Sektor an einer Sfermionfamilie ($f \in \{u, d\}$) darlegen, und die Renormierung der anderen Familien kann dann analog nachvollzogen werden. Ausgehend von der fouriertransformierten Lagrangedichtefunktion

$$\mathcal{L} \;=\; \begin{pmatrix}\tilde{f}_L\\ \tilde{f}_R\end{pmatrix}^+ k^2 \begin{pmatrix}\tilde{f}_L\\ \tilde{f}_R\end{pmatrix} \;-\; \begin{pmatrix}\tilde{f}_L\\ \tilde{f}_R\end{pmatrix}^+ \mathcal{M}_{\tilde{f}}^2 \begin{pmatrix}\tilde{f}_L\\ \tilde{f}_R\end{pmatrix} \qquad (4.17)$$

sind prinzipiell zwei Verfahren möglich: Renormierung vor der Rotation der Wechselwirkungszustände (RvR) oder Renormierung, nachdem die Wechselwirkungszustände in Masseneigenzustände rotiert wurden (RnR). Beide Verfahren führen zum Ziel, und sie sollen im Laufe der Rechnung miteinander verglichen werden. Die nichtdiagonale Matrix der Massenquadrate $\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2$ ist in Gleichung (2.59) definiert.

4.3.1 Renormierung nach Rotation (RnR)

Nach der Rotation der Sfermionfelder geht die fouriertransformierte Lagrangedichte über in die Form

$$\mathcal{L} \;=\; \begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix}^+ k^2 \begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix} \;-\; \begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix}^+ \mathbf{U}_{\tilde{f}}\,\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2\,\mathbf{U}_{\tilde{f}}^+ \begin{pmatrix}\tilde{f}_2\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix} \quad , \qquad (4.18)$$

wobei der in (2.62) definierte Rotationswinkel so festgelegt ist, dass die Massenmatrix diagonal wird:

$$\mathbf{D}_{\tilde{f}} = U_{\tilde{f}}\, \mathcal{M}^2_{\tilde{f}}\, \mathbf{U}^+_{\tilde{f}} \;=\begin{pmatrix} m^2_{\tilde{f}_1} & 0 \\ 0 & m^2_{\tilde{f}_2} \end{pmatrix} \quad . \tag{4.19}$$

Es werden dann, wie bei den neutralen Vektorbosonen, matrixwertige Feldrenormierungskonstanten und gewöhnliche Massenrenormierungskonstanten

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} &\to \begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{11} & \frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{12} \\ \frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{21} & 1+\frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \\ \mathbf{D}_{\tilde{f}} \to \mathbf{D}_{\tilde{f}} + \delta\mathbf{D}_{\tilde{f}} &= \begin{pmatrix} m^2_{\tilde{f}_1} + \delta m^2_{\tilde{f}_1} & 0 \\ 0 & m^2_{\tilde{f}_2} + \delta m^2_{\tilde{f}_2} \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{4.20}$$

angenommen. Eingesetzt in die Lagrangedichte (4.18) und entwickelt bis zur Ordnung α, also linear in den Renormierungskonstanten, führt das auf folgenden Ausdruck:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \quad \to \quad & \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix}^+ \left[k^2 + \begin{pmatrix} k^2 \delta Z^{\tilde{f}}_{11} & \frac{k^2}{2}(\delta Z^{\tilde{f}}_{12} + \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) \\ \frac{k^2}{2}(\delta Z^{\tilde{f}}_{12} + \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) & k^2 \delta Z^{\tilde{f}}_{22} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \\ - & \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix}^+ \left[\mathbf{D}_{\tilde{f}} + \begin{pmatrix} \delta m^2_{\tilde{f}_1} + m^2_{\tilde{f}_1}\, \delta Z^{\tilde{f}}_{11} & \frac{1}{2}\,(m^2_{\tilde{f}_1} \delta Z^{\tilde{f}}_{12} + m^2_{\tilde{f}_2}\, \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) \\ \frac{1}{2}\,(m^2_{\tilde{f}_1} \delta Z^{\tilde{f}}_{12} + m^2_{\tilde{f}_2}\, \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) & \delta m^2_{\tilde{f}_2} + m^2_{\tilde{f}_2} \delta Z^{\tilde{f}}_{22} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} . \end{aligned} \tag{4.21}$$

Für skalare Fermionen kann jetzt die Ein-Teilchen-irreduzible Zwei-Punkt-Funktion

$$\Gamma^{\tilde{f}}_{ij} = i\,(k^2 - m^2_{\tilde{f}_i})\,\delta_{ij} + i\,\Sigma^{\tilde{f}}_{ij}(k^2) \tag{4.22}$$

mit ihrer renormierten Form verglichen werden, was die Counterterme für die Selbstenergien und Mischungen festlegt:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{11}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{11}(k^2) + (k^2 - m^2_{\tilde{f}_1})\,\delta Z^{\tilde{f}}_{11} - \delta m^2_{\tilde{f}_1} \\ \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{22}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{22}(k^2) + (k^2 - m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta Z^{\tilde{f}}_{22} - \delta m^2_{\tilde{f}_2} \\ \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{12}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{12}(k^2) + \frac{k^2}{2}\,(\delta Z^{\tilde{f}}_{12} + \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) - \frac{1}{2}\,(m^2_{\tilde{f}_1} \delta Z^{\tilde{f}}_{12} + m^2_{\tilde{f}_2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{21}) \\ \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{21}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{21}(k^2) + \frac{k^2}{2}\,(\delta Z^{\tilde{f}}_{12} + \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) - \frac{1}{2}\,(m^2_{\tilde{f}_1} \delta Z^{\tilde{f}}_{12} + m^2_{\tilde{f}_2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{21}) \quad . \end{aligned} \tag{4.23}$$

In üblicher Weise lassen sich nun On-Shell-Renormierungsbedingungen fordern

$$\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{ij}(m^2_{\tilde{f}_i}) = 0 \quad , \quad \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{\tilde{f}\prime}_{ii}(m^2_{\tilde{f}_i}) = 0 \quad , \tag{4.24}$$

wodurch die Feld- und Massenrenormierungskonstanten mit den nichtrenormierten Selbstenergien durch die folgenden Relationen zusammenhängen:

$$\delta m^2_{\tilde f_i} = \Sigma^{\tilde f}_{ii}(m^2_{\tilde f_i}) \qquad\qquad \delta Z^{\tilde f}_{ii} = -\hat\Sigma^{\tilde f\prime}_{ii}(m^2_{\tilde f_i})$$
$$\delta Z^{\tilde f}_{12} = \frac{2}{m^2_{\tilde f_1} - m^2_{\tilde f_2}}\Sigma^{\tilde f}_{12}(m^2_{\tilde f_2}) \qquad\qquad \delta Z^{\tilde f}_{21} = \frac{2}{m^2_{\tilde f_2} - m^2_{\tilde f_1}}\Sigma^{\tilde f}_{21}(m^2_{\tilde f_1}) \quad . \tag{4.25}$$

An dieser Stelle ist noch keine Aussage über die Renormierung des Mischungswinkels $\vartheta_{\tilde f}$ gemacht. Erst bei Betrachtung eines Sfermion-Vertex kommt dieser über die matrixwertige Renormierungskonstante der Mischungsmatrix $\delta\mathbf{U}_{\tilde f}$ ins Spiel. Zur Verdeutlichung soll der Counterterm des Fermion-Sfermion-Chargino-Vertex untersucht werden. Da hier nur die Counterterme aus dem Sfermion-Sektor von Interesse sind, werden alle anderen vorübergehend unterdrückt. Den vollständigen Ausdruck findet man dann in Kapitel 4.6. Ausgangspunkt der Rechnung ist wieder ein Teil der Lagrangedichtefunktion. Diesmal allerdings ist es der Term

$$\mathcal{L} \quad = \quad (-i) \sum_{\alpha\,\in\{L,R\}} \mathrm{a}_\alpha \cdot (\overline{\tilde\chi}{}^+_1 \omega_L \hat f\, \tilde f^*_\alpha) \quad , \tag{4.26}$$

der den linkshändigen Anteil der Wechselwirkung von skalaren Quarks oder Leptonen mit ihren Superpartnern und dem leichten Chargino beschreibt. $\hat f$ bezeichnet hier den Isospinpartner des Fermions f. Der Wert des Parameters a_α kann aus den Feynmanregeln in (C.21) abgeleitet werden. Die Sfermionfelder werden nun zuerst in ihre Masseneigenzustände rotiert

$$\tilde f_\alpha = \sum_i \big(\mathbf{U}^+_{\tilde f}\big)_{\alpha i}\, \tilde f_i \qquad \text{mit:} \quad \alpha \in \{L, R\} \quad , \quad i \in \{1,2\} \tag{4.27}$$

und dann gemäß Gleichung (4.20) renormiert. Zusätzlich muss nun auch die Mischungsmatrix renormiert werden:

$$\mathbf{U}_{\tilde f} \to \mathbf{U}_{\tilde f} + \delta\mathbf{U}_{\tilde f} \quad . \tag{4.28}$$

Die lineare Entwicklung in den Renormierungskonstanten liefert dann den Ausdruck

$$\mathcal{L} \quad \to \quad (-i)\sum_{i,j} \tilde{\mathrm{a}}_j \left(\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde f}_{ji} + \big(\mathbf{U}_{\tilde f}\cdot\delta\mathbf{U}^+_{\tilde f}\big)_{ji}\right) \cdot (\overline{\tilde\chi}{}^+_1 \omega_L \hat f\, \tilde f^*_i)$$
$$\text{mit den rotierten Parametern} \qquad \tilde{\mathrm{a}}_j = \sum_{\alpha\,\in\{L,R\}} \mathrm{a}_\alpha \big(\mathbf{U}^+_{\tilde f}\big)_{\alpha j} \quad , \tag{4.29}$$

und $\delta\mathbf{U}_{\tilde f}$ kann noch über die Definition (2.62) durch die Renormierungskonstante des Mischungswinkels ausgedrückt werden, so dass sich für die Feynmanregel mit den Countertermen aus dem Sfermion-Sektor Folgendes ergibt:

$$\mathcal{F}_L(\overline{\tilde\chi}{}^+_1 \hat f\, \tilde f^*_i) \quad \to \quad \sum_j \tilde{\mathrm{a}}_j \left(\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde f}_{ji} - \big(i\sigma_2\big)_{ji} \cdot \delta\vartheta_{\tilde f}\right) \quad . \tag{4.30}$$

Es ist leicht einzusehen, dass entsprechende Rechnungen auch für die rechtshändigen Komponenten der Wechselwirkung, für das schwere Chargino oder für den Fermion-Sfermion-Neutralino-Vertex möglich sind. Der Counterterm des Mischungswinkels $\delta\vartheta_{\tilde{f}}$ ist bisher noch nicht festgelegt. Er soll durch den Vergleich des RnR- mit dem RvR-Verfahren fixiert werden, das im nächsten Kapitel diskutiert wird.

4.3.2 Renormierung vor Rotation (RvR)

Zum Vergleich werden nun die Wechselwirkungseigenzustände zunächst mit einer diagonalen Matrix renormiert

$$\begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \quad \to \quad \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\,\delta Z_L^{\tilde{f}} & 0 \\ 0 & 1 + \frac{1}{2}\,\delta Z_R^{\tilde{f}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} \quad , \tag{4.31}$$

und die Rotation in Masseneigenzustände wird erst danach durchgeführt:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \quad &\to \quad \mathbf{U}_{\tilde{f}} \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\,\delta Z_L^{\tilde{f}} & 0 \\ 0 & 1 + \frac{1}{2}\,\delta Z_R^{\tilde{f}} \end{pmatrix} \mathbf{U}_{\tilde{f}}^{+} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \\ &:= \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{2}\,\delta \tilde{Z}_{11}^{\tilde{f}} & \frac{1}{2}\,\delta \tilde{Z}_{12}^{\tilde{f}} \\ \frac{1}{2}\,\delta \tilde{Z}_{21}^{\tilde{f}} & 1 + \frac{1}{2}\,\delta \tilde{Z}_{22}^{\tilde{f}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \end{pmatrix} \quad . \end{aligned} \tag{4.32}$$

Dies definiert Feldrenormierungskonstanten $\delta\tilde{Z}_{ij}^{\tilde{f}}$, von denen aber nur die diagonalen Einträge $\delta\tilde{Z}_{ii}^{\tilde{f}}$ unabhängig sind. Die Nichtdiagonalelemente erfüllen die Relation

$$\delta\tilde{Z}_{12}^{\tilde{f}} = \delta\tilde{Z}_{21}^{\tilde{f}} = \frac{\sin\vartheta_{\tilde{f}}\,\cos\vartheta_{\tilde{f}}}{\sin^2\vartheta_{\tilde{f}} - \cos^2\vartheta_{\tilde{f}}}\,(\delta\tilde{Z}_{11}^{\tilde{f}} - \delta\tilde{Z}_{22}^{\tilde{f}}) \quad . \tag{4.33}$$

Für die Renormierung der (nichtdiagonalen) Sfermionmassenmatrix (2.59) ist es günstig, sie mit Hilfe der Massen und des Mischungswinkels darzustellen

$$\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2 = \mathbf{U}_{\tilde{f}}^{+}\mathbf{D}_{\tilde{f}}\mathbf{U}_{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} m_{\tilde{f}_1}^2\cos^2\vartheta_{\tilde{f}} + m_{\tilde{f}_1}^2\sin^2\vartheta_{\tilde{f}} & \sin\vartheta\,\cos\vartheta_{\tilde{f}}\,(m_{\tilde{f}_1}^2 - m_{\tilde{f}_2}^2) \\ \sin\vartheta_{\tilde{f}}\,\cos\vartheta_{\tilde{f}}\,(m_{\tilde{f}_1}^2 - m_{\tilde{f}_2}^2) & m_{\tilde{f}_1}^2\sin^2\vartheta_{\tilde{f}} + m_{\tilde{f}_1}^2\cos^2\vartheta_{\tilde{f}} \end{pmatrix} \quad . \tag{4.34}$$

Die Renormierungskonstanten für diese Parameter erhalten zur Unterscheidung von denen in Abschnitt 4.3.1 eine Tilde „~“:

$$\vartheta_{\tilde{f}} \to \vartheta_{\tilde{f}} + \delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \quad , \quad m_{\tilde{f}_i}^2 \to m_{\tilde{f}_i}^2 + \delta\tilde{m}_{\tilde{f}_i} \quad . \tag{4.35}$$

Die Rotation der Massencounterterme kann damit geschrieben werden als

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{\tilde{f}}\delta\mathcal{M}_{\tilde{f}}^2\mathbf{U}_{\tilde{f}}^{+} &= \left(\mathbf{U}_{\tilde{f}}\,\delta\mathbf{U}_{\tilde{f}}^{+}\right)\cdot\mathbf{D}_{\tilde{f}} + \delta\mathbf{D}_{\tilde{f}} + \mathbf{D}_{\tilde{f}}\cdot\left(\delta\mathbf{U}_{\tilde{f}}\,\mathbf{U}_{\tilde{f}}^{+}\right) \\ &= \begin{pmatrix} \delta\tilde{m}_{\tilde{f}_1}^2 & (m_{\tilde{f}_1}^2 - m_{\tilde{f}_2}^2)\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \\ (m_{\tilde{f}_1}^2 - m_{\tilde{f}_2}^2)\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} & \delta\tilde{m}_{\tilde{f}_2}^2 \end{pmatrix} \quad , \end{aligned} \tag{4.36}$$

wodurch die renormierte Lagrangefunktion übergeht in den Ausdruck

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \quad \rightarrow \quad & \begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix}^{+}\left[k^2+\begin{pmatrix}k^2\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{11} & \frac{k^2}{2}(\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21})\\ \frac{k^2}{2}(\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21}) & k^2\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{22}\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix} \\ -&\begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix}^{+}\left[\mathbf{D}_{\tilde{f}}+\begin{pmatrix}\delta\tilde{m}^2_{\tilde{f}_1}+m^2_{\tilde{f}_1}\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{11} & m^2_{\tilde{f}_2}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+(m^2_{\tilde{f}_1}-m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}}\\ m^2_{\tilde{f}_1}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21}+(m^2_{\tilde{f}_1}-m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} & \delta\tilde{m}^2_{\tilde{f}_2}+m^2_{\tilde{f}_2}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{22}\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\tilde{f}_1\\ \tilde{f}_2\end{pmatrix}.\end{aligned} \tag{4.37}$$

Daraus lassen sich dann die Relationen für die renormierten Selbstenergien ableiten:

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{11}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{11}(k^2)+(k^2-m^2_{\tilde{f}_1})\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{11}-\delta\tilde{m}^2_{\tilde{f}_1}\\ \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{22}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{22}(k^2)+(k^2-m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{22}-\delta\tilde{m}^2_{\tilde{f}_1}\\ \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{12}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{12}(k^2)+\frac{k^2}{2}\,(\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21})-\frac{1}{2}\,(m^2_{\tilde{f}_1}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+m^2_{\tilde{f}_2}\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21})-(m^2_{\tilde{f}_1}-m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}}\\ \hat{\Sigma}^{\tilde{f}}_{21}(k^2) &= \Sigma^{\tilde{f}}_{21}(k^2)+\frac{k^2}{2}\,(\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21})-\frac{1}{2}\,(m^2_{\tilde{f}_1}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+m^2_{\tilde{f}_2}\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21})-(m^2_{\tilde{f}_1}-m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \quad .\end{aligned} \tag{4.38}$$

In ähnlicher Weise wie bei der RnR kann jetzt wieder der Wechselwirkungsteil der Lagrangedichte (4.26) betrachtet werden. Da hier die Renormierung jedoch schon vor der Rotation der Sfermionzustände erfolgt, taucht die Renormierungskonstante des Mischungswinkels nicht in der Feynmanregel auf:

$$\mathcal{F}_L(\overline{\tilde{\chi}}{}^+_1\,\hat{f}\;\tilde{f}^*_i) \quad \rightarrow \quad \sum_j \tilde{a}_j\,\left(\delta_{ji}+\frac{1}{2}\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{ji}\right) \quad . \tag{4.39}$$

4.3.3 Vergleich von RnR und RvR

Zur Fixierung der Renormierungskonstanten $\delta\vartheta_{\tilde{f}}$ aus Gleichung (4.30) sollen jetzt in einem nächsten Schritt die beiden in den letzten Kapiteln eingeführten Renormierungsverfahren miteinander verglichen werden. Dafür ist es hilfreich, ein neues Symbol „$\overset{\epsilon}{=}$“ zu definieren, das nur die divergenten Anteile — bei dimensionaler Regularisierung oder Reduktion also die Terme $\sim \frac{1}{\epsilon}$ — miteinander vergleicht. Für eine renormierte Größe $\hat{A}$ gilt dann insbesondere $\hat{A} \overset{\epsilon}{=} 0$. Da die nichtrenormierten Selbstenergien unabhängig vom gewählten Renormierungsverfahren sind, können leicht die Feld- und Massenrenormierungskonstanten der beiden Verfahren in Relation gesetzt werden

$$\begin{aligned}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{ii} &\overset{\epsilon}{=} \delta Z^{\tilde{f}}_{ii}\\ \delta\tilde{m}^2_{\tilde{f}_i} &\overset{\epsilon}{=} \delta m^2_{\tilde{f}_i}\\ \delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21} &\overset{\epsilon}{=} \delta Z^{\tilde{f}}_{12}+\delta Z^{\tilde{f}}_{21}\\ (m^2_{\tilde{f}_1}\delta Z^{\tilde{f}}_{12}+m^2_{\tilde{f}_2}\delta Z^{\tilde{f}}_{21}) &\overset{\epsilon}{=} (m^2_{\tilde{f}_1}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12}+m^2_{\tilde{f}_2}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21})+2\,(m^2_{\tilde{f}_1}-m^2_{\tilde{f}_2})\,\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \quad ,\end{aligned} \tag{4.40}$$

indem man die Gleichungen (4.23) und (4.38) miteinander vergleicht. Die letzten beiden Gleichungen sind von besonderem Interesse. Sie können leicht umgeformt werden zu

$$\frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{12} \overset{\epsilon}{=} \frac{1}{2}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{12} + \delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \quad , \quad \frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{21} \overset{\epsilon}{=} \frac{1}{2}\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{21} - \delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \tag{4.41}$$

und setzen damit den Counterterm des Mischungswinkels von RvR mit den Feldrenormierungskonstanten von RnR in Beziehung:

$$\delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}} \overset{\epsilon}{=} \frac{1}{4}(\delta Z^{\tilde{f}}_{12} - \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) \quad . \tag{4.42}$$

Auf der anderen Seite müssen auch die divergenten Anteile aus den Wechselwirkungstermen in den Gleichungen (4.30) und (4.39) gleich sein, da die nichtrenormierte Vertexkorrektur vom Renormierungsverfahren unabhängig ist. Das liefert eine weitere Relation

$$\frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{ij} - \left(i\sigma_2\right)_{ij} \cdot \delta\vartheta_{\tilde{f}} = \frac{1}{2}\,\delta\tilde{Z}^{\tilde{f}}_{ij} \quad , \tag{4.43}$$

und mit (4.41) zeigt dies, dass die divergenten Teile der Mischungswinkelcounterterme gleich sein müssen ($\delta\vartheta_{\tilde{f}} \overset{\epsilon}{=} \delta\tilde{\vartheta}_{\tilde{f}}$) und der Mischungswinkel im RnR-Verfahren, das in den folgenden Rechnungen dann verwendet werden soll, kann durch

$$\delta\vartheta_{\tilde{f}} = \frac{1}{4}(\delta Z^{\tilde{f}}_{12} - \delta Z^{\tilde{f}}_{21}) \tag{4.44}$$

fixiert werden. Zusammen mit den Gleichungen (4.25) können dadurch alle Renormierungskonstanten im Sfermion-Sektor auf die unrenormierten Selbstenergien zurückgeführt werden.

4.4 Feld- und Massenrenormierung der Charginos

Charginofelder liegen in der ursprünglichen Lagrangedichtefunktion nicht als Masseneigenzustände vor, sondern müssen erst durch eine biunitäre Transformation in diese rotiert werden (siehe Kapitel 2.2.4). Für die folgenden Rechnungen wurden reelle Mischungsmatrizen und Renormierungskonstanten angenommen. Ausgangspunkt für die Renormierung ist hier wieder die unrenormierte, fouriertransformierte Lagrangedichte mit den unrotierten Feldern. Der relevante Teil für die Feld- und Parameterrenormierung lautet dann, geschrieben mit den Komponenten aus Gleichung (2.65),

$$\mathcal{L} \quad = \quad (\psi^{R^T}\sigma^\mu k_\mu\bar{\psi}^R + \psi^{L^T}\bar{\sigma}^\mu k_\mu\bar{\psi}^L) - (\psi^{R^T}\mathbf{X}\,\psi^L \;+\; \text{h.c.}) \quad . \tag{4.45}$$

Die Vorgehensweise für die Renormierung der Mischungswinkel-Counterterme ist hier analog zur Renormierung des Sfermionmischungswinkels zu sehen. Das heißt, es wird das Verfahren der Renormierung nach der Rotation (RnR) mit dem Verfahren der Renormierung vor der Rotation (RvR) verglichen und daraus eine Relation zwischen den Renormierungskonstanten der Mischungsmatrizen $\delta\mathbf{U}$ und $\delta\mathbf{V}$ und den Feldrenormierungskonstanten abgeleitet, so dass dann alle Counterterme auf unrenormierte Selbstenergien an spezifischen Impulsen zurückgeführt werden können.

Beim RnR-Formalismus werden in Analogie zur Renormierung der Sfermionfelder in Kapitel 4.3.1 nach der Rotation matrixwertige Renormierungskonstanten für die Felder und die diagonale Massenmatrix $\mathbf{D}$ eingeführt

$$\begin{aligned} \chi^{L/R} &\to (\mathbb{1} + \frac{1}{2}\delta\mathbf{Z}_+^{L/R})\,\chi^{L/R} \quad , \quad \mathbf{D} \to \mathbf{D} + \delta\mathbf{D} \quad , \\ \chi^{L/R} &= \begin{pmatrix} \chi_1^{L/R} \\ \chi_2^{L/R} \end{pmatrix} \quad \text{(siehe auch Gleichung (2.66))} \quad , \end{aligned} \tag{4.46}$$

was die Lagrangedichtefunktion transformiert zu

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \quad \to \quad \overline{\tilde{\chi}}^+ \Big\{ & \not{k} \cdot \Big[\mathbb{1} + \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T} + \delta\mathbf{Z}_+^R)\,\omega_R + \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{L^T} + \delta\mathbf{Z}_+^L)\,\omega_L \Big] \\ & - \Big[\mathbf{D} + \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \delta\mathbf{Z}_+^L)\omega_L + \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \delta\mathbf{Z}_+^L)^T \omega_R \Big] \\ & - \Big[\delta\mathbf{D}\,\omega_L + \delta\mathbf{D}^T\,\omega_R \Big] \Big\} \tilde{\chi}^+ \quad . \end{aligned} \tag{4.47}$$

Die links- und rechtshändigen Komponenten der Masseneigenzustände sind hier schon zu den Dirac-Spinoren der Charginos $\tilde{\chi}^+ = (\tilde{\chi}_1^+, \tilde{\chi}_2^+)^T$ kombiniert. Die Counterterme der Selbstenergien ergeben sich dann mit Hilfe der kovarianten Entwicklung

$$\Sigma_{+,ij}(k) = \not{k}\omega_L\,\Sigma_{+,ij}^L(k^2) + \not{k}\omega_R\,\Sigma_{+,ij}^R(k^2) + \omega_L\,\Sigma_{+,ij}^{SL}(k^2) + \omega_R\,\Sigma_{+,ij}^{SR}(k^2) \tag{4.48}$$

zu

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{+,ij}^{L/R}(k^2) &= \Sigma_{+,ij}^{L/R}(k^2) + \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{L/R^T} + \delta\mathbf{Z}_+^{L/R})_{ij} \\ \hat{\Sigma}_{+,ij}^{SL}(k^2) &= \Sigma_{+,ij}^{SL}(k^2) - \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \delta\mathbf{Z}_+^L)_{ij} - \delta\mathbf{D}_{ij} \\ \hat{\Sigma}_{+,ij}^{SR}(k^2) &= \Sigma_{+,ij}^{SR}(k^2) - \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \delta\mathbf{Z}_+^L)_{ji} - \delta\mathbf{D}_{ji} \quad . \end{aligned} \tag{4.49}$$

Entsprechend lauten die Counterterme im RvR-Formalismus

$$\hat{\Sigma}_{+,ij}^{L/R}(k^2) = \Sigma_{+,ij}^{L/R}(k^2) + \frac{1}{2}\,(\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{L/R^T} + \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{L/R})_{ij} \tag{4.50a}$$

$$\hat{\Sigma}_{+,ij}^{SL}(k^2) = \Sigma_{+,ij}^{SL}(k^2) - \frac{1}{2}\,(\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{R^T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^L)_{ij} - (\mathbf{U}\,\delta\mathbf{X}\,\mathbf{V}^T)_{ij} \tag{4.50b}$$

$$\hat{\Sigma}_{+,ij}^{SR}(k^2) = \Sigma_{+,ij}^{SR}(k^2) - \frac{1}{2}\,(\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{R^T} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{D} \cdot \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^L)_{ji} - (\mathbf{U}\,\delta\mathbf{X}\,\mathbf{V}^T)_{ji} \quad , \tag{4.50c}$$

wo die Renormierung vor der Rotation der Zustände erfolgt. Gemäß (4.32) wurden hier die unrotierten Charginofelder mit einer diagonalen Matrix renormiert, und die matrixwertigen Feldrenormierungskonstanten $\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+$ hängen mit dieser über die Relationen

$$\begin{aligned} 1\!\!1 + \frac{1}{2}\,\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^L &= \mathbf{V}\begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\,\delta Z_1^L & 0 \\ 0 & 1+\frac{1}{2}\,\delta Z_2^L \end{pmatrix}\mathbf{V}^T \\ 1\!\!1 + \frac{1}{2}\,\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^R &= \mathbf{U}\begin{pmatrix} 1+\frac{1}{2}\,\delta Z_1^R & 0 \\ 0 & 1+\frac{1}{2}\,\delta Z_2^R \end{pmatrix}\mathbf{U}^T \\ \Rightarrow \quad \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{L/R^T} &= \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{L/R} \end{aligned} \tag{4.51}$$

zusammen. Die Matrix $\mathbf{X}$ lässt sich wegen $\mathbf{X} = \mathbf{U}^T\mathbf{D}\,\mathbf{V}$ auch durch die beiden Massen $m_{\tilde{\chi}_1^+}$, $m_{\tilde{\chi}_2^+}$ aus $\mathbf{D}$ und die beiden Mischungswinkel ϕ_U, ϕ_V aus $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ darstellen. Dadurch kann man den letzten Summanden in den Gleichungen (4.50b) und (4.50c) schreiben als

$$\mathbf{U}\,\delta\mathbf{X}\,\mathbf{V}^T = (\mathbf{U}\,\delta\tilde{\mathbf{U}}^T)\cdot\mathbf{D} \;+\; \mathbf{D}\cdot(\delta\tilde{\mathbf{V}}\,\mathbf{V}^T) \;+\; \delta\tilde{\mathbf{D}} \quad . \tag{4.52}$$

Mit Hilfe des in Kapitel 4.3.3 definierten Symbols „$\stackrel{\epsilon}{=}$“ erhält man dann die Relationen

$$\begin{aligned} \delta\mathbf{Z}_+^{L/R^T} + \delta\mathbf{Z}_+^{L/R} &\stackrel{\epsilon}{=} \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{L/R^T} + \delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{L/R} \\ \frac{1}{2}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T}\cdot\mathbf{D} + \mathbf{D}\cdot\delta\mathbf{Z}_+^L) + \delta\mathbf{D} &\stackrel{\epsilon}{=} \frac{1}{2}\,(\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^{R^T}\cdot\mathbf{D} + \mathbf{D}\cdot\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^L) + (\mathbf{U}\,\delta\mathbf{X}\,\mathbf{V}^T) \quad , \end{aligned} \tag{4.53}$$

mit denen die Counterterme der Selbstenergien in den beiden Verfahren RnR und RvR verglichen werden. Daraus lässt sich leicht die folgende Gleichung ableiten:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T}\,\mathbf{D} - \delta\mathbf{Z}_+^R\,\mathbf{D}) + \frac{1}{4}\,(\mathbf{D}\,\delta\mathbf{Z}_+^L - \mathbf{D}\,\delta\mathbf{Z}_+^{L^T}) \\ -(\mathbf{U}\,\delta\tilde{\mathbf{U}}^T)\,\mathbf{D} - \mathbf{D}\,(\delta\tilde{\mathbf{V}}\,\mathbf{V}^T) \quad &\stackrel{\epsilon}{=} \quad (\delta\tilde{\mathbf{D}} - \delta\mathbf{D}) \quad . \end{aligned} \tag{4.54}$$

Wegen der Unitarität von $\mathbf{U} + \delta\tilde{\mathbf{U}}$ beziehungsweise $\mathbf{V} + \delta\tilde{\mathbf{V}}$ verschwinden die Diagonalelemente der linken Seite dieser Gleichung, und die Nichtdiagonalelemente der rechten Seite sind ebenfalls 0:

$$\delta\tilde{\mathbf{D}}_{ij} \;\stackrel{\epsilon}{=}\; \delta\mathbf{D}_{ij} \text{ für } i = j \quad \Rightarrow \quad \delta\tilde{m}_{\tilde{\chi}_i^+} \;\stackrel{\epsilon}{=}\; \delta m_{\tilde{\chi}_i^+} \tag{4.55}$$

$$\frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^{R^T} - \delta\mathbf{Z}_+^R)\,\mathbf{D} + \frac{1}{4}\,\mathbf{D}\,(\delta\mathbf{Z}_+^L - \;\delta\mathbf{Z}_+^{L^T}) \stackrel{\epsilon}{=} (\mathbf{U}\,\delta\tilde{\mathbf{U}}^T)\,\mathbf{D} + \mathbf{D}\,(\delta\tilde{\mathbf{V}}\,\mathbf{V}^T) \quad . \tag{4.56}$$

Die offensichtliche Lösung der Gleichung (4.56) ist damit

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\mathbf{U}} \quad &\stackrel{\epsilon}{=} \quad \frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^R - \delta\mathbf{Z}_+^{R^T})\,\mathbf{U} \\ \delta\tilde{\mathbf{V}} \quad &\stackrel{\epsilon}{=} \quad \frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^L - \delta\mathbf{Z}_+^{L^T})\,\mathbf{V} \quad . \end{aligned} \tag{4.57}$$

Das liefert eine Beziehung zwischen den divergenten Teilen der Feldrenormierungskonstanten im RnR-Verfahren und den durch (4.52) definierten Countertermen der Mischungsmatrizen im RvR-Verfahren.

Um aber eine Aussage über die divergenten Anteile von $\delta\mathbf{U}$ und $\delta\mathbf{V}$ machen zu können, muss man wie im Fall der Sfermionen eine Wechselwirkung betrachten, da nur dort die Mischungsmatrizen explizit eingehen. Gewählt wurde hier der Teil der Lagrangedichte, der die Kopplung von linkshändigen Charginos $\omega_L\,\tilde{\chi}^+ = \omega_L\,(\tilde{\chi}_1^+, \tilde{\chi}_2^+)^T$ an ein Up-Quark und ein linkshändiges skalares Down-Quark beschreibt. Mit einem matrixwertigen Kopplungsparameter $\mathbf{A}$ lautet die relevante Lagrangedichtefunktion in den nicht-rotierten Feldern $\psi^L = (\psi_1^L, \psi_2^L)^T$

$$\mathcal{L} \quad = \quad \mathbf{A} \cdot (\bar{u}\,\psi^L\,\tilde{d}_L) \quad . \tag{4.58}$$

Rotation der Charginofelder und Renormierung von Feldern und Mischungsmatrizen führt nun je nach Reihenfolge auf die Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &\xrightarrow{RnR} \mathbf{A} \cdot (\mathbf{V}^T + \frac{1}{2}\,\mathbf{V}^T\,\delta\mathbf{Z}_+^L + \delta\mathbf{V}^T)\,(\bar{u}\,\omega_L\tilde{\chi}^+\,\tilde{d}_L) \\ \mathcal{L} &\xrightarrow{RvR} \mathbf{A} \cdot (\mathbf{V}^T + \frac{1}{2}\,\mathbf{V}^T\,\delta\tilde{\mathbf{Z}}_+^L)\,(\bar{u}\,\omega_L\tilde{\chi}^+\,\tilde{d}_L) \quad . \end{aligned} \tag{4.59}$$

Hier wurden nur diejenigen Counterterme berücksichtigt, die sich in den beiden Formalismen unterscheiden. Wegen der Übereinstimmung der divergenten Terme lässt sich dann zusammen mit den Gleichungen (4.51) und (4.53) die Relation

$$\delta\tilde{\mathbf{V}} \stackrel{\epsilon}{=} \delta\mathbf{V} \stackrel{\epsilon}{=} \frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^L - \delta\mathbf{Z}_+^{L\,T})\,\mathbf{V} \tag{4.60}$$

ableiten, die es erlaubt, den Counterterm der Mischungsmatrix durch die Renormierungsbedingung

$$\delta\mathbf{V} = \frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^L - \delta\mathbf{Z}_+^{L\,T})\,\mathbf{V} \quad \Rightarrow \quad \delta V_{ij} = \frac{1}{4}\sum_k (\delta Z_{+,ik}^L - \delta Z_{+,ki}^L)\,V_{kj} \tag{4.61}$$

zu fixieren. Eine analoge Gleichung

$$\delta\mathbf{U} = \frac{1}{4}\,(\delta\mathbf{Z}_+^R - \delta\mathbf{Z}_+^{R\,T})\,\mathbf{U} \quad \Rightarrow \quad \delta U_{ij} = \frac{1}{4}\sum_k (\delta Z_{+,ik}^R - \delta Z_{+,ki}^R)\,U_{kj} \tag{4.62}$$

kann auf die gleiche Weise bestimmt werden, wodurch auch der Counterterm der zweiten Mischungsmatrix durch die Feldrenormierungskonstanten festgelegt ist. Das entspricht formal dem Ergebnis für die Sfermionmischung in Gleichung (4.44).

Um andererseits die Feldrenormierungskonstanten festzulegen, fordert man in üblicher Weise On-Shell-Bedingungen für die Charginofelder

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}\;\hat{\Gamma}_{ij}^+(p)\,u_j(p)\Big|_{p^2=m^2_{\tilde{\chi}_i^+}} &= 0 \quad \forall\, i,j \\ \lim_{p^2\to m^2_{\tilde{\chi}_i^+}} \frac{\not{p} + m_{\tilde{\chi}_i^+}}{p^2 - m^2_{\tilde{\chi}_i^+}}\,\mathrm{Re}\,\hat{\Gamma}_{ii}^+(p)\;u_i(p) &= \;u_i(p) \quad \forall\, i \quad . \end{aligned} \tag{4.63}$$

u_j ist hier der Dirac-Spinor für das Chargino $\tilde{\chi}_j^+$ und Γ_{ij}^+ die Ein-Teilchen-irreduzible Zwei-Punkt-Funktion

$$\Gamma_{ij}^+(p) = i\,(\not{p} - m_{\tilde{\chi}_i^+})\,\delta_{ij} + i\big[\not{p}\,\omega_L\,\Sigma^L_{+,ij}(p^2) + \not{p}\,\omega_R\,\Sigma^R_{+,ij}(p^2) + \omega_L\,\Sigma^{SL}_{+,ij}(p^2) + \omega_R\,\Sigma^{SR}_{+,ij}(p^2)\big] \quad . \tag{4.64}$$

Die renormierten Selbstenergien erfüllen dann folgende Relationen:

$$\begin{aligned} m_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^R_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) + \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{SL}_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) &= 0 \\ m_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^L_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) + \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{SR}_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) &= 0 \\ \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^R_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) - \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^L_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) &= 0 \\ \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^L_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^R_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + 2m^2_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{L\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{R\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right) & \\ + 2m_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{SL\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\hat{\Sigma}^{SR\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right) &= 0 \quad , \end{aligned} \tag{4.65}$$

und durch Lösen erhält man den Zusammenhang der Feldrenormierungskonstanten mit den unrenormierten Selbstenergien

$$\begin{aligned} \delta Z^L_{+,ii} =& -\Big[\mathrm{Re}\,\Sigma^L_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + m^2_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma^{L\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\Sigma^{R\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right) \\ &+ m_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma^{SL\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\Sigma^{SR\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right)\Big] \\ \delta Z^R_{+,ii} =& -\Big[\mathrm{Re}\,\Sigma^R_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + m^2_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma^{L\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\Sigma^{R\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right) \\ &+ m_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma^{SL\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\Sigma^{SR\prime}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right)\Big] \\ \delta m_{\tilde{\chi}_i^+} =& \frac{1}{2}\,m_{\tilde{\chi}_i^+}\left(\mathrm{Re}\,\Sigma^L_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) + \mathrm{Re}\,\Sigma^R_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+})\right) + \mathrm{Re}\,\Sigma^{SL}_{+,ii}(m^2_{\tilde{\chi}_i^+}) \\ \delta Z^L_{+,ij} =& \frac{2}{m^2_{\tilde{\chi}_i^+} - m^2_{\tilde{\chi}_j^+}}\Big(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^L_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) + m_{\tilde{\chi}_i^+}m_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^R_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) \\ &+ m_{\tilde{\chi}_i^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^{SL}_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) + m_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^{SR}_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+})\Big)\,, \quad \text{für } i \neq j \\ \delta Z^R_{+,ij} =& \frac{2}{m^2_{\tilde{\chi}_i^+} - m^2_{\tilde{\chi}_j^+}}\Big(m_{\tilde{\chi}_i^+}m_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^L_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) + m^2_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^R_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) \\ &+ m_{\tilde{\chi}_j^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^{SL}_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+}) + m_{\tilde{\chi}_i^+}\,\mathrm{Re}\,\Sigma^{SR}_{+,ij}(m^2_{\tilde{\chi}_j^+})\Big)\,, \quad \text{für } i \neq j\,. \end{aligned} \tag{4.66}$$

Zusammen mit (4.61) und (4.62) sind dadurch alle Counterterme aus dem Chargino-Sektor festgelegt.

4.5 Feld- und Massenrenormierung der Neutralinos

In den Gleichungen des Kapitels 4.4 über die Renormierung der Chargino-Selbstenergien wurde, außer in der Gleichung (4.51), an keiner Stelle explizit auf die Anzahl der zu diagonalisierenden Felder eingegangen. Die Gleichung (4.51) lässt sich außerdem leicht auf vier Dimensionen erweitern, so dass man eine entsprechende Herleitung auch für Neutralinos erhält, indem man überall in der Indizierung „+“ durch „0“ ersetzt. Da es sich bei den Neutralinos jedoch um Majorana-Fermionen handelt, ist nur eine Mischungsmatrix **N** (siehe Gleichung (2.70)) und dadurch auch nur eine matrixwertige Renormierungskonstante nötig. Diese kann dann wieder auf die Feldrenormierungskonstanten zurückgeführt werden:

$$\delta\mathbf{N} = \frac{1}{4}\left(\delta\mathbf{Z}_0^R - \delta\mathbf{Z}_0^{R^T}\right)\mathbf{N} \quad \Rightarrow \quad \delta N_{ij} = \frac{1}{4}\sum_k \left(\delta Z^R_{0,ik} - \delta Z^R_{0,ki}\right) N_{kj} \quad . \tag{4.67}$$

Daneben sind die für die Renormierung im Neutralino-Sektor relevanten Gleichungen analog zu (4.4) und (4.66).

4.6 Counterterme der Vertizes

Die Counterterme zur Renormierung der Vertexkorrekturen erhält man, indem man die Renormierungskonstanten für die Felder und Parameter in die Lagrangedichte einsetzt und diese dann linear in den Renormierungskonstanten entwickelt. Neben den in den letzten Abschnitten diskutierten Renormierungskonstanten wird im Folgenden noch δt_β, der Counterterm von $\tan\beta$, benötigt[1]. Wie in [35] gezeigt wurde, gilt die Gleichung

$$\frac{\delta v_1}{v_1} \stackrel{\epsilon}{=} \frac{\delta v_2}{v_2} \quad , \tag{4.68}$$

die die divergenten Anteile der Renormierungskonstanten der Higgsfeld-Vakuumerwartungswerte in Relation setzt. In der dort verwendeten Parametrisierung ergibt sich für die Renormierungskonstanten von $\tan\beta$

$$\frac{\delta t_\beta}{\tan\beta} = \frac{1}{2}(\delta Z_{H_2} - \delta Z_{H_1}) + \left(\frac{\delta v_1}{v_1} - \frac{\delta v_2}{v_2}\right) \quad . \tag{4.69}$$

Für den divergenten Anteil ist dann die folgende Relation erfüllt:

$$\frac{\delta t_\beta}{\tan\beta} \stackrel{\epsilon}{=} \frac{1}{2}(\delta Z_{H_2} - \delta Z_{H_1}) \quad . \tag{4.70}$$

Da man für den Counterterm der A^0-Z-Mischung

$$\hat{\Sigma}_{A^0 Z}(k^2) = \Sigma_{A^0 Z}(k^2) + i\,\sin\beta\,\cos\beta\,M_Z\big[(\delta Z_{H_2} - \delta Z_{H_1})\big] \tag{4.71}$$

[1] Dieser Counterterm geht nur über die Renormierung des Fermion-Sfermion-Chargino- (4.81) oder -Neutralino-Vertex (4.84) in die Rechnung ein. Vernachlässigt man dort und in den Kopplungen die leichten Fermionmassen, so kann auf die Renormierung von $\tan\beta$ verzichtet werden.

erhält, und die renormierten Größen endlich sind, kann man die Renormierungskonstante von $\tan\beta$ zur unrenormierten A^0-Z-Mischung in Beziehung setzen:

$$0 \stackrel{\epsilon}{=} \hat{\Sigma}_{A^0 Z}(M_A^2) \stackrel{\epsilon}{=} \Sigma_{A^0 Z}(k^2) + 2\,i\,\sin\beta\,\cos\beta\,M_Z\,\frac{\delta t_\beta}{\tan\beta} \quad . \tag{4.72}$$

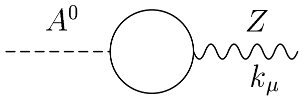
Diese Gleichung zeigt, dass es möglich ist, die endlichen Anteile von δt_β durch die Renormierungsbedingung

$$\mathrm{Im}\,\hat{\Sigma}_{A^0 Z}(M_A^2) = 0 \tag{4.73}$$

festzulegen. Für den Counterterm des Higgsfeld-Mischungswinkels gilt dann

$$\frac{\delta t_\beta}{\tan\beta} = -\frac{1}{2M_Z \sin\beta\,\cos\beta}\,\mathrm{Im}\,\Sigma_{A^0 Z}(M_A^2) \quad . \tag{4.74}$$

Die Fixierung über den Imaginärteil der Mischung ist konsistent mit der Konvention

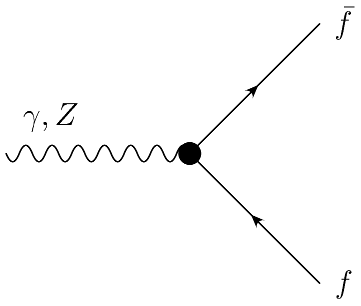


$$= \left(\frac{i}{k^2 - M_A^2}\right)\,(ik_\mu\,\Sigma_{A^0 Z}(k^2))\,\left(\frac{-ig^{\mu\nu}}{k^2 - M_Z^2}\right)$$

der unrenormierten A^0-Z-Mischung.

Der Vektorboson-Fermion-Vertex

Die Counterterme für die Wechselwirkungen von Vektorbosonen mit Leptonen und Quarks können zum Beispiel in [33] gefunden werden. Es ist jedoch zu beachten, dass dort eine andere Konvention für die kovariante Ableitung (2.5) verwendet wird, wodurch einige Vorzeichen angepasst werden müssen[2]. Zusammen mit dem Born-Vertex (C.15) lauten die Ausdrücke für ungeladene Vektobosonen



$$= \quad C^L_{V_0 ff}\,\gamma_\mu\omega_L + C^R_{V_0 ff}\,\gamma_\mu\omega_R$$

[2] Als Regel gilt, dass sich für jeden Faktor s_W und jedes Higgsfeld im Vertex das Vorzeichen einmal umkehrt.

$$
\begin{aligned}
C^{L/R}_{\gamma ff} &= -ie\,Q_f\,\left[1+\delta Z_e+\frac{1}{2}\,\delta Z_{AA}+\delta Z^{L/R}_f\right]-ie\,g^{L/R}_f\,\frac{1}{2}\delta Z_{ZA}\\
C^{L/R}_{Zff} &= -ie\,g^{L/R}_f\,\left[1+\frac{\delta g^{L/R}_f}{g^{L/R}_f}+\frac{1}{2}\,\delta Z_{ZZ}+\delta Z^{L/R}_f\right]-ie\,Q_f\,\frac{1}{2}\,\delta Z_{AZ}\quad,
\end{aligned}
\tag{4.75}
$$

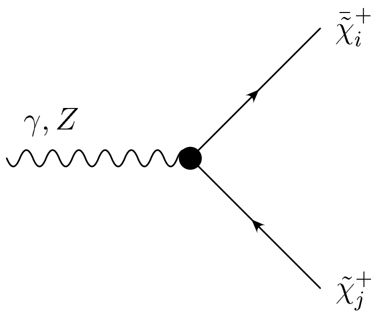
$$
\begin{aligned}
\text{mit:}\quad \delta g^R_f &= \left(-\frac{s_W}{c_W}\right)\,Q_f\,\left(\delta Z_e+\frac{1}{c_W^2}\,\frac{\delta s_W}{s_W}\right)\quad,\\
\delta g^L_f &= \left(\frac{1}{s_W c_W}\right)\,I^f_3\,\left(\delta Z_e+\frac{s_W^2-c_W^2}{c_W^2}\,\frac{\delta s_W}{s_W}\right)+\delta g^R_f\quad.
\end{aligned}
$$

Der Vektorboson-Chargino-Vertex

In den Countertermen für die Wechselwirkungen von Vektorbosonen mit Charginos tauchen über den Counterterm der Born-Kopplung

$$
\begin{aligned}
\delta {O'}^L_{ij} &= -\,\delta V_{i1}\,V^*_{j1}-V_{i1}\,\delta V^*_{j1}-\frac{1}{2}\,\delta V_{i2}\,V^*_{j2}-\frac{1}{2}\,V_{i2}\,\delta V^*_{j2}+\delta_{ij}\,\delta s^2_W\\
\delta {O'}^R_{ij} &= -\,\delta U^*_{i1}\,U_{j1}-U^*_{i1}\,\delta U_{j1}-\frac{1}{2}\,\delta U^*_{i2}\,U_{j2}-\frac{1}{2}\,U^*_{i2}\,\delta U_{j2}+\delta_{ij}\,\delta s^2_W
\end{aligned}
\tag{4.76}
$$

auch die Renormierungskonstanten der Mischungsmatrizen auf. Born-Vertex und Counterterme können damit geschrieben werden als:



$$
= \quad C^L_{V_0\tilde{\chi}^+_i\tilde{\chi}^+_j}\,\gamma_\mu\omega_L+C^R_{V_0\tilde{\chi}^+_i\tilde{\chi}^+_j}\,\gamma_\mu\omega_R
$$

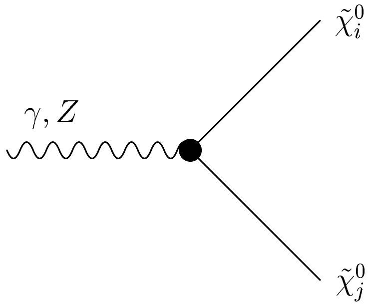
$$
\begin{aligned}
C^{L/R}_{\gamma\tilde{\chi}^+_i\tilde{\chi}^+_j} =&(-ie)\,\left[\delta_{ij}\,(1+\delta Z_e+\frac{1}{2}\,\delta Z_{AA})+\frac{1}{2}\,\delta Z^{L/R}_{+,ij}+\frac{1}{2}\,\delta Z^{L/R}_{+,ji}\right]\\
&+\left(\frac{ie}{s_W c_W}\right)\,\left[\frac{1}{2}\,\delta Z_{ZA}\,{O'}^{L/R}_{ij}\right]\\
C^{L/R}_{Z\tilde{\chi}^+_i\tilde{\chi}^+_j} =&\left(\frac{ie}{s_W c_W}\right)\,\left[{O'}^{L/R}_{ij}\,\left(1+\delta Z_e-\frac{\delta s_W}{s_W}-\frac{\delta c_W}{c_W}+\frac{1}{2}\,\delta Z_{ZZ}\right)+\delta {O'}^{L/R}_{ij}\right.\\
&\left.+\sum_{k=1}^{2}\,\frac{1}{2}\,\left({O'}^{L/R}_{ik}\,\delta Z^{L/R}_{+,kj}+\delta Z^{L/R}_{+,ki}\,{O'}^{L/R}_{kj}\right)\right]-ie\,\delta_{ij}\,\frac{1}{2}\,\delta Z_{AZ}\quad.
\end{aligned}
\tag{4.77}
$$

Der Vektorboson-Neutralino-Vertex

In analoger Weise lässt sich der Ausdruck für Neutralinos herleiten. Die Counterterme der Born-Kopplung beinhalten wieder die Renormierungskonstanten der Mischungsmatrizen

$$\delta O''^{L}_{ij} = -\frac{1}{2}\,\delta N_{i3}\,N_{j3} - \frac{1}{2}\,N_{i3}\,\delta N_{j3} + \frac{1}{2}\,\delta N_{i4}\,N_{j4} + \frac{1}{2}\,N_{i4}\,\delta N_{j4} \quad , \tag{4.78}$$

so dass die Counterterme des Vertex zusammen mit dem Born-Term gegeben sind durch



$$= \quad C^{L}_{V_0\tilde{\chi}^0_i\tilde{\chi}^0_j}\,\gamma_\mu\omega_L + C^{R}_{V_0\tilde{\chi}^0_i\tilde{\chi}^0_j}\,\gamma_\mu\omega_R$$

$$\begin{aligned}
C^{L/R}_{\gamma\tilde{\chi}^0_i\tilde{\chi}^0_j} &= \left(\frac{ie}{s_W c_W}\right)\left[\frac{1}{2}\,\delta Z_{ZA}\,O''^{L/R}_{ij}\right] \\
C^{L/R}_{Z\tilde{\chi}^0_i\tilde{\chi}^0_j} &= \left(\frac{ie}{s_W c_W}\right)\left[O''^{L/R}_{ij}\left(1 + \delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W} + \frac{1}{2}\,\delta Z_{ZZ}\right) + \delta O''^{L/R}_{ij}\right. \\
&\qquad \left. + \sum_{k=1}^{4}\frac{1}{2}\left(O''^{L/R}_{ik}\,\delta Z^{L/R}_{0,kj} + \delta Z^{L/R}_{0,ki}\,O''^{L/R}_{kj}\right)\right] \quad .
\end{aligned} \tag{4.79}$$

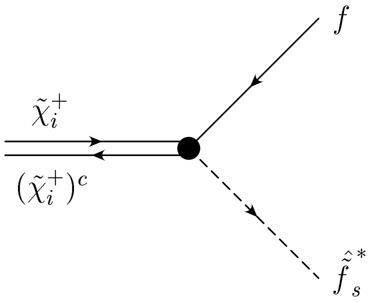
Im Fall des Photons existiert also ein Counterterm, und auch die entsprechenden Strahlungskorrekturen müssen berücksichtigt werden, obwohl die Born-Kopplungen des Photons an die Neutralinos verschwinden.

Der Fermion-Sfermion-Chargino-Vertex

In den Kopplungen von Fermionen an Sfermionen und an Charginos können Fermionzahl-verletzende Wechselwirkungen[3] auftreten. Die Behandlung dieser Terme erfolgt nach dem Verfahren aus [36], was darauf hinausläuft, dass die Kopplungen bezüglich eines festgelegten Fermionflusses definiert werden. Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich alle Kopplungen in dieser Arbeit auf einen Fermionfluss in Richtung der Leptonen oder Quarks, falls vorhanden, und in Richtung der positiv geladenen Charginos, falls nicht (siehe Anhang C).

Bezeichnet man mit $F^{L/R}_{+,\alpha i}(f)$ die Feynmanregel für den Fermion-Sfermion-Chargino-Vertex in der L/R-Basis der Sfermionen ($\alpha \in \{L, R\}$) aus (C.21) und mit $\tilde{F}^{L/R}_{+,si}(f)$ die Feynmanregel in der 1/2-Basis ($s \in \{1, 2\}$), so können die Counterterme zusammen mit dem Born-Vertex wie folgt geschrieben werden:

[3] Zu erkennen an kollidierenden Fermion-Pfeilen.



$$= \quad C^L_{f\hat{\tilde{f}}_s\tilde{\chi}_i^+}\,\gamma_\mu\omega_L + C^R_{f\hat{\tilde{f}}_s\tilde{\chi}_i^+}\,\gamma_\mu\omega_R$$

$$I_3^f = +\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad C^{L/R}_{f\hat{\tilde{f}}_s\tilde{\chi}_i^+} = \sum_{j=1}^{2} \tilde{F}^{L/R}_{+,sj}(f)\,\left(\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z_f^{L/R}\,\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z^{R/L}_{+,ji}\right)$$
$$+ \sum_{t=1}^{2} \tilde{F}^{L/R}_{+,ti}(f)\,\left(\frac{1}{2}\,\delta Z^{\hat{\tilde{f}}}_{ts} - (i\sigma_2)_{ts}\cdot\delta\vartheta_{\hat{\tilde{f}}}\right)$$
$$+ \sum_{\alpha\in\{L,R\}} (\mathbf{U}_{\hat{\tilde{f}}})_{s\alpha}\cdot\delta F^{L/R}_{+,\alpha i}(f)$$

$$I_3^f = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad C^{L/R}_{f\hat{\tilde{f}}_s\tilde{\chi}_i^+} = \sum_{j=1}^{2} \tilde{F}^{L/R}_{+,sj}(f)\,\left(\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z_f^{L/R}\,\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z^{L/R}_{+,ji}\right)$$
$$+ \sum_{t=1}^{2} \tilde{F}^{L/R}_{+,ti}(f)\,\left(\frac{1}{2}\,\delta Z^{\hat{\tilde{f}}}_{ts} - (i\sigma_2)_{ts}\cdot\delta\vartheta_{\hat{\tilde{f}}}\right)$$
$$+ \sum_{\alpha\in\{L,R\}} (\mathbf{U}_{\hat{\tilde{f}}})_{s\alpha}\cdot\delta F^{L/R}_{+,\alpha i}(f) \quad . \tag{4.80}$$

Gemäß der Ladungserhaltung ist das einlaufende Chargino ladungskonjugiert, wenn das SM-Fermion Up-artig ist. In den Gleichungen ist ferner $\hat{\tilde{f}}$ der Isospin-Partner zum Sfermion $\tilde{f}$, und $\mathbf{U}_{\tilde{f}}$ ist die Sfermionmischungsmatrix. Die Counterterme zu den Kopplungen erhält man durch lineare Entwicklung in den Renormierungskonstanten. Im Folgenden sind die Ausdrücke für ein Up-artiges und ein Down-artiges Fermion aufgelistet:

$$\delta F^L_{+,Li}(u) = \left(-\frac{ie}{s_W}\right)\,\left[U_{i1}\,\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W}\right) + \delta U_{i1}\right]$$

$$\delta F^R_{+,Li}(u) = \left(\frac{ie}{s_W}\right)\,\left(\frac{m_u}{\sqrt{2}\,M_W s_\beta}\right)\,\left[V_{i2}\,\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} + \frac{\delta m_u}{m_u} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta s_\beta}{s_\beta}\right) + \delta V_{i2}\right]$$

$$\delta F^L_{+,Ri}(u) = \left(\frac{ie}{s_W}\right)\,\left(\frac{m_d}{\sqrt{2}\,M_W c_\beta}\right)\,\left[U_{i2}\,\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} + \frac{\delta m_d}{m_d} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta c_\beta}{c_\beta}\right) + \delta U_{i2}\right]$$

$$\delta F^R_{+,Ri}(u) = 0$$

$$\delta F^L_{+,Li}(d) = \left(-\frac{ie}{s_W}\right)\,\left[V_{i1}\,\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W}\right) + \delta V_{i1}\right]$$

$$\delta F^R_{+,Li}(d) = \left(\frac{ie}{s_W}\right)\left(\frac{m_d}{\sqrt{2}\,M_W c_\beta}\right)\left[U_{i2}\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} + \frac{\delta m_d}{m_d} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta c_\beta}{c_\beta}\right) + \delta U_{i2}\right]$$

$$\delta F^L_{+,Ri}(d) = \left(\frac{ie}{s_W}\right)\left(\frac{m_u}{\sqrt{2}\,M_W s_\beta}\right)\left[V_{i2}\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} + \frac{\delta m_u}{m_u} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta s_\beta}{s_\beta}\right) + \delta V_{i2}\right]$$

$$\delta F^R_{+,Ri}(d) = 0 \quad , \tag{4.81}$$

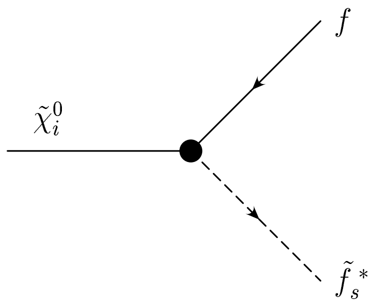
$$\text{mit:} \quad s_\beta = \sin\beta \quad , \quad c_\beta = \cos\beta \quad \Rightarrow \quad \delta s_\beta = {c_\beta}^3\,\delta t_\beta \quad , \quad \delta c_\beta = -s_\beta {c_\beta}^2\,\delta t_\beta \quad .$$

Die Relationen mit umgekehrten Pfeilrichtungen — inklusive Fermionfluss — erhält man durch die Vertauschung

$$C^L_{f\hat{\tilde{f}}_s\tilde{\chi}^+_i} \quad \longleftrightarrow \quad C^R_{f\hat{\tilde{f}}_s\tilde{\chi}^+_i} \quad . \tag{4.82}$$

Der Fermion-Sfermion-Neutralino-Vertex

Die Kopplung von Fermionen an ihre skalaren Superpartner und an Neutralinos wird in analoger Weise zu den Charginos behandelt. Hier ist $F^{L/R}_{0,\alpha i}(f)$ die Born-Feynmanregel für den Fermion-Sfermion-Neutralino-Vertex in der L/R-Basis der Sfermionen aus (C.23) und $\tilde{F}^{L/R}_{0,si}(f)$ die Feynmanregel in der 1/2-Basis. Die Summe aus Born-Vertex und Counterterme lautet dann:



$$= \quad C^L_{f\tilde{f}_s\tilde{\chi}^0_i}\,\gamma_\mu\omega_L + C^R_{f\tilde{f}_s\tilde{\chi}^0_i}\,\gamma_\mu\omega_R$$

$$\begin{aligned} C^{L/R}_{f\tilde{f}_s\tilde{\chi}^0_i} = & \sum_{j=1}^{4} \tilde{F}^{L/R}_{0,sj}(f)\,\left(\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z^{L/R}_f\,\delta_{ji} + \frac{1}{2}\,\delta Z^{L/R}_{0,ji}\right) \\ & + \sum_{t=1}^{2} \tilde{F}^{L/R}_{0,ti}(f)\,\left(\frac{1}{2}\,\delta Z^{\tilde{f}}_{ts} - (i\sigma_2)_{ts}\,\delta\vartheta_{\tilde{f}}\right) \\ & + \sum_{\alpha\in\{L,R\}} \left(\mathbf{U}_{\tilde{f}}\right)_{s\alpha}\,\delta F^{L/R}_{0,\alpha i}(f) \quad . \end{aligned} \tag{4.83}$$

Die Counterterme aus den Kopplungen sind hier gegeben durch die folgenden Ausdrücke für Up- beziehungsweise Down-artige Leptonen und Quarks:

$$
\begin{aligned}
\delta F^L_{0,Li}(u) &= \left(-i\sqrt{2}\, e\, Q_u\right) \left[N'_{i1}\delta Z_e + \delta N'_{i1}\right] \\
&+ \left(-\frac{ie}{\sqrt{2}\, s_W\, c_W}\right) \left[N'_{i2}\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W}\right) + \delta N'_{i2}\right] \\
&+ \left(\frac{i\sqrt{2}\, Q_u\, e\, s_W}{c_W}\right) \left[N'_{i2}\left(\delta Z_e + \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W}\right) + \delta N'_{i2}\right] \\
\delta F^R_{0,Li}(u) &= \left(-\frac{ie\, m_u}{\sqrt{2}\, s_W\, M_W\, s_\beta}\right) \left[N_{i4}\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} + \frac{\delta m_u}{m_u} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta s_\beta}{s_\beta}\right) + \delta N_{i4}\right] \\
\delta F^L_{0,Ri}(u) &= \left(-\frac{ie\, m_u}{\sqrt{2}\, s_W\, M_W\, s_\beta}\right) \left[N_{i4}\left(\delta Z_e + \frac{\delta m_u}{m_u} - \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta s_\beta}{s_\beta}\right) + \delta N_{i4}\right] \\
\delta F^R_{0,Ri}(u) &= \left(i\sqrt{2}\, e\, Q_u\right) \left[N'_{i1}\, \delta Z_e + \delta N'_{i1}\right] \\
&+ \left(-\frac{i\sqrt{2}\, e\, Q_u\, s_W}{c_W}\right) \left[N'_{i2}\left(\delta Z_e + \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W}\right) + \delta N'_{i2}\right] \\
\delta F^L_{0,Li}(d) &= \left(-i\sqrt{2}\, Q_d\, e\right) \left[N'_{i1}\, \delta Z_e + \delta N'_{i1}\right] \\
&+ \left(\frac{ie}{\sqrt{2}\, s_W\, c_W}\right) \left[N'_{j2}\left(\delta Z_e - \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W}\right) + \delta N'_{i2}\right] \\
&+ \left(\frac{i\sqrt{2}\, e\, Q_d\, s_W}{c_W}\right) \left[N'_{i2}\left(\delta Z_e + \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W}\right) + \delta N'_{i2}\right] \\
\delta F^R_{0,Li}(d) &= \left(-\frac{ie\, m_d}{\sqrt{2}\, s_W\, M_W\, c_\beta}\right) \left[N_{i3}\left(\delta Z_e + \frac{\delta m_d}{m_d} - \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta c_\beta}{c_\beta}\right) + \delta N_{i3}\right] \\
\delta F^L_{0,Ri}(d) &= \left(-\frac{ie\, m_d}{\sqrt{2}\, s_W\, M_W\, c_\beta}\right) \left[N_{j3}\left(\delta Z_e + \frac{\delta m_d}{m_d} - \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta M_W}{M_W} - \frac{\delta c_\beta}{c_\beta}\right) + \delta N_{i3}\right] \\
\delta F^R_{0,Ri}(d) &= \left(i\sqrt{2}\, Q_d\, e\right) [N'_{i1}\, \delta Z_e + \delta N'_{i1}] \\
&+ \left(-\frac{i\sqrt{2}\, e\, Q_d\, s_W}{c_W}\right) \left[N'_{i2}\left(\delta Z_e + \frac{\delta s_W}{s_W} - \frac{\delta c_W}{c_W}\right) + \delta N'_{i2}\right]
\end{aligned}
\tag{4.84}
$$

$$\text{mit:} \quad N'_{i1} = N_{i1}\, c_W + N_{i2}\, s_W \quad , \quad N'_{i2} = -N_{i1}\, s_W + N_{i2}\, c_W$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} \delta N'_{i1} = \delta c_W \, N_{i1} + c_W \, \delta N_{i1} + \delta s_W N_{i2} + s_W \, \delta N_{i2} \\ \delta N'_{i2} = -\, \delta s_W \, N_{i1} - s_W \, \delta N_{i1} + \delta c_W N_{i2} + c_W \, \delta N_{i2} \end{cases} \quad .$$

Auch hier erhält man die Terme für die umgekehrten Pfeilrichtungen, das heißt einem auslaufenden SM-Fermion, durch die Transformation

$$C^L_{f\tilde{f}_s\tilde{\chi}^0_i} \quad \longleftrightarrow \quad C^R_{f\tilde{f}_s\tilde{\chi}^0_i} \quad . \tag{4.85}$$

Kapitel 5

Strahlungskorrekturen

In diesem Kapitel soll näher auf die Berechnung von Strahlungskorrekturen für die Prozesse e^+e^-, $q\bar{q} \to \tilde{\bar{\chi}}_i^+ \tilde{\chi}_j^+$, $\tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ eingegangen werden. Zwei Quellen für Strahlungskorrekturen werden hier betrachtet. Zum einen führen Diagramme mit einer Schleife zu Beiträgen zum Wirkungsquerschnitt der Ordnung $\alpha_{\rm em}^3$, zum anderen erhält man auch Beiträge der gleichen Ordnung für Prozesse mit einem zusätzlichen Photon im Anfangs- oder Endzustand. Von diesen Bremsstrahlungsdiagrammen wird die Softphotonnäherung untersucht.

5.1 Einschleifenkorrekturen

Um virtuelle Einschleifenkorrekturen für die in Kapitel 3 vorgestellten Observablen berechnen zu können, ist es zunächst notwenig, alle Diagramme zu betrachten, die nicht vernachlässigbare Beiträge liefern. Die Summe dieser Diagramme ergibt dann das Matrixelement, von dem physikalische Messgrößen abgeleitet werden können. Das Quadrat des Matrixelementes (3.12) geht in der Einschleifennäherung über in

$$|\mathbf{M}(s,\vartheta)|^2 = |\mathbf{M}_{\rm Born}(s,\vartheta)|^2 + S \sum_{l,\tilde{l}} 2\,{\rm Re}\,\left\{ \left((F^{\kappa\lambda}_{{\rm Born},l})^* F^{\kappa'\lambda'}_{\tilde{l}} \right) \left(\sum_{\eta_i} (\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{{\rm Born},l})^+ \mathcal{M}^{\kappa'\lambda'}_{\tilde{l}} \right) \right\} \quad . \tag{5.1}$$

Mit „Born“ gekennzeichnet sind die in Kapitel 3 eingeführten Größen, und $F^{\kappa\lambda}_{\tilde{l}}$ und $\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{\tilde{l}}$ sind die Formfaktoren und Standardmatrixelemente in der Entwicklung (3.9) der Einschleifendiagramme. Über die Indizes κ, λ, κ' und λ' wird implizit summiert. η_i sind die Helizitäten der äußeren Teilchen. Wieder kann, wie bei der Bornschen Näherung, die Spinsumme unabhängig von den Formfaktoren durchgeführt werden. Die Liste der verwendeten Standardmatrixelemente ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{0,i} &= [\,\bar{v}_1\,\Lambda^\kappa_{a,i}\,u_2\,][\,\bar{v}_4\,\Lambda^\lambda_{b,i}\,u_3\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{1,i} &= [\,\bar{v}_1\,\Lambda^\kappa_{a,i}\,u_4\,][\,\bar{v}_2\,\Lambda^\lambda_{b,i}\,u_3\,] \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{2,i} &= [\,\bar{v}_1\,\Lambda^\kappa_{a,i}\,u_3\,][\,\bar{v}_2\,\Lambda^\lambda_{b,i}\,u_4\,] \quad .
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Der Zusammenhang der Größen Λ mit dem Index i kann folgender Tabelle entnommen werden:

$$
\begin{array}{c|c|c}
i & \Lambda^{\kappa}_{a,i} & \Lambda^{\lambda}_{b,i} \\
\hline
0 & \omega_\kappa & \omega_\lambda \\
1 & \omega_\kappa & \not{P}_b\,\omega_\lambda \\
2 & \not{P}_a\,\omega_\kappa & \omega_\lambda \\
3 & \not{P}_a\,\omega_\kappa & \not{P}_b\,\omega_\lambda
\end{array}
\qquad
\begin{array}{c|c|c}
i & \Lambda^{\kappa}_{a,i} & \Lambda^{\lambda}_{b,i} \\
\hline
4 & \gamma_\mu\,\omega_\kappa & \gamma^\mu\,\omega_\lambda \\
5 & \gamma_\mu\,\omega_\kappa & \not{P}_b\,\gamma^\mu\,\omega_\lambda \\
6 & \not{P}_a\,\gamma_\mu\,\omega_\kappa & \gamma^\mu\,\omega_\lambda \\
7 & \not{P}_a\,\gamma_\mu\,\omega_\kappa & \not{P}_b\,\gamma^\mu\,\omega_\lambda \\
8 & \gamma_\mu\,\gamma_\nu\,\omega_\kappa & \gamma^\mu\,\gamma^\nu\,\omega_\lambda
\end{array}
\tag{5.3}
$$

wobei je nach Topologie die Impulse $\not{P}$ gegeben sind durch

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{0,i}: &\quad (\not{P}_a = \not{p}_4 \quad \not{P}_b = \not{p}_1) \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{1,i}: &\quad (\not{P}_a = \not{p}_2 \quad \not{P}_b = \not{p}_1) \\
\mathcal{M}^{\kappa\lambda}_{2,i}: &\quad (\not{P}_a = \not{p}_4 \quad \not{P}_b = \not{p}_1) \quad .
\end{aligned}
\tag{5.4}
$$

Die Konventionen für die Spinoren und die Impulse sind in Kapitel 3 dargestellt.

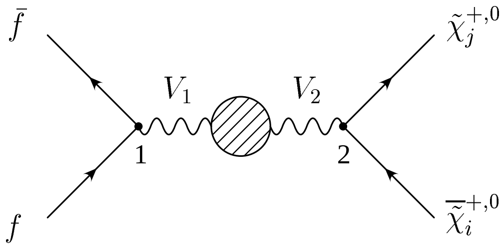
Die relevanten Diagramme für die Chargino- und Neutralinoproduktionsprozesse lassen sich in Ein-Teilchen-irreduzible Unterdiagramme zerlegen oder sind selbst irreduzibel wie die Born- oder Boxdiagramme. Die irreduziblen Diagramme können in die Klassen der Selbstenergien, Vertex-, Box- und Borndiagramme eingeteilt werden. Tadpole-Diagramme tragen in den Rechnungen nicht bei, da diese Strahlungskorrekturen T durch entsprechende Counterterme kompensiert werden, wenn man als Renormierungsbedingung $\hat{T} = 0$ fordert. Zur Regularisierung der UV-Divergenzen von virtuellen Korrekturen wurde die Dimensionale Reduktion verwendet (siehe hierzu Kapitel D.2).

Selbstenergien

Zu den Selbstenergien tragen irreduzible Ein- und Zwei-Punkt-Funktionen bei. Da alle externen Teilchen On-Shell-renormiert wurden, müssen für explizite Rechnungen nur (renormierte) Selbstenergiediagramme an inneren Propagatoren berücksichtigt werden. An den Borndiagrammen in Kapitel 3 erkennt man leicht, dass dafür Photon- Z-Boson- und Sfermionselbstenergien und -mischungen betrachtet werden müssen. Die Selbstenergien der äußeren Teilchen, der Fermionen, Charginos und Neutralinos, werden jedoch auch benötigt. Sie tragen über die Feldrenormierung zum renormierten Vertex bei.

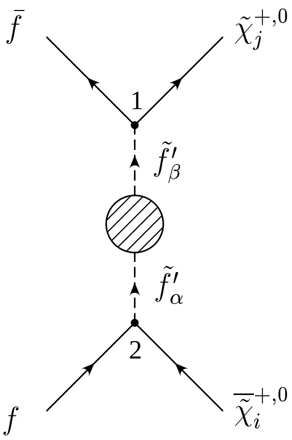
Im Folgenden sind die Formfaktoren der Diagramme mit inneren strahlungskorrigierten Propagatoren gegeben. Die Kopplungen $\mathcal{F}_\kappa(Vff)$ von Vektorbosonen an Leptonen oder Quarks können in (C.15) wiedergefunden werden. Mit $\mathcal{F}_\kappa(V\chi\chi)$ sind die Kopplungen von Vektorbosonen an Charginos oder Neutralinos aus (C.16) und (C.17) bezeichnet, und die Kopplungen von Leptonen oder Quarks an ihre skalaren Superpartner und an

Charginos oder Neutralinos $\mathcal{F}_\kappa(\tilde{f}f\chi)$ und $\mathcal{F}_\kappa(f\tilde{f}\chi)$ sind in (C.21) bis (C.24) aufgelistet. Die Indizes κ und λ bezeichnen die Chiralitäten, und die Indizes in Klammern können in den Feynmandiagrammen an den Kopplungen wiedergefunden werden. Die Korrektur des Photon-Z-Propagators führt auf den folgenden Formfaktor:

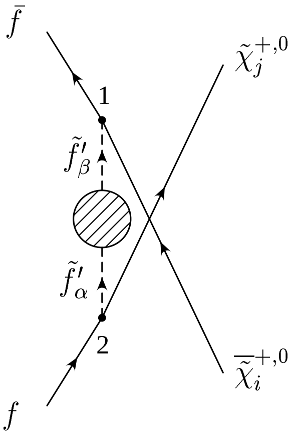


$$F_{0,4}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\kappa^{(1)}(Vff)\,\mathcal{F}_\lambda^{(2)}(V\chi\chi)\,\frac{i\,\hat{\Sigma}_{V_1V_2}(s)}{(s-M_{V_1}^2)(s-M_{V_2}^2)}$$

Die t- und u-Kanal-Diagramme mit den strahlungskorrigierten Sfermionpropagatoren ergeben die Formfaktoren



$$F_{1,0}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\kappa^{(1)}(\tilde{f}f\chi)\,\mathcal{F}_\lambda^{(2)}(f\tilde{f}\chi)\,\frac{(-i)\,\hat{\Sigma}_{\alpha\beta}^{\tilde{f}'}(t)}{(t-m_{\tilde{f}'_\alpha}^2)(t-m_{\tilde{f}'_\beta}^2)}$$



$$F_{2,0}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\kappa^{(1)}(\tilde{f} f \chi)\, \mathcal{F}_\lambda^{(2)}(f \tilde{f} \chi)\, \frac{(-i)\,\hat{\Sigma}_{\alpha\beta}^{\tilde{f}'}(u)}{(u - m_{\tilde{f}'_\alpha}^2)(u - m_{\tilde{f}'_\beta}^2)}$$

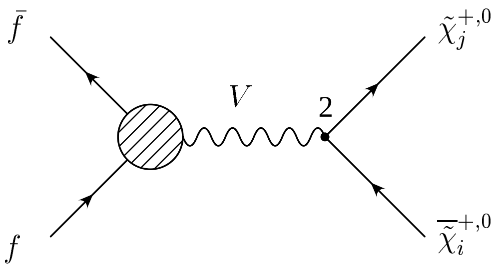
Hier bezeichnet $\tilde{f}'$ den Superpartner des Fermions aus dem Anfangszustand, wenn Neutralinos im Endzustand betrachtet werden, beziehungsweise den Isospin-Partner des skalaren Fermions für Charginos im Endzustand. Ferner ist wegen der Ladungserhaltung für die Charginoproduktion bei einlaufenden Up-artigen Fermionen nur das u-Diagramm, für Down-artige nur das t-Diagramm möglich. Die Renormierung der Selbstenergien ist in Kapitel 4 dargestellt. Die nichtrenormierten, generischen Selbstenergiediagramme wurden analytisch mit Hilfe der *Mathematica*-Pakete FeynArts [37] und FeynCalc [38] berechnet und dann in einem C++-Programm implementiert.

Vertexkorrekturen

Als Vertexkorrekturen tauchen nur irreduzible Drei-Punkt-Funktionen auf. Im Falle der Kopplung der Fermionen im Anfangszustand an neutrale Vektorbosonen können die Strahlungskorrekturen in folgender Weise

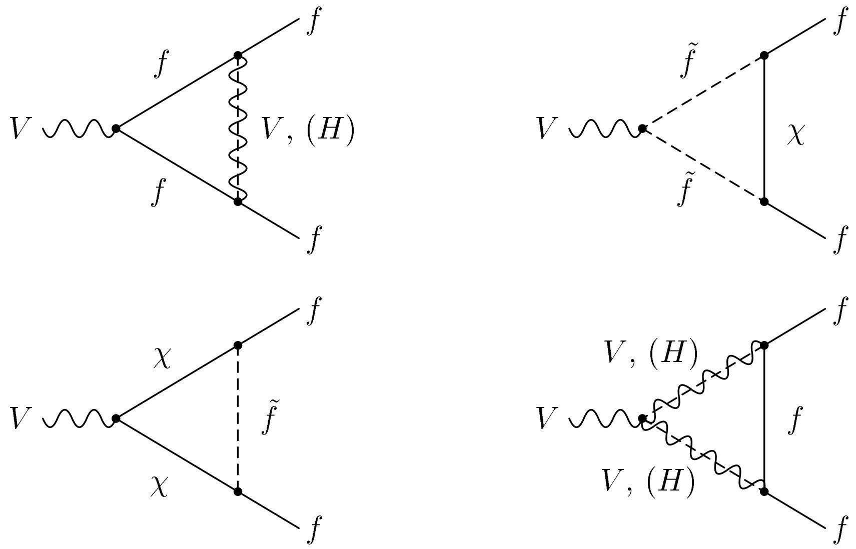
$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu\, \omega_\kappa\, A_\kappa + \frac{1}{2}\,(p_2 - p_1)_\mu\, \omega_\kappa\, B_\kappa + \frac{1}{2}\,(p_2 + p_1)_\mu\, \omega_\kappa\, C_\kappa \tag{5.5}$$

nach Lorentzkovarianten entwickelt werden. Wie die explizite Berechnung zeigt, sind die Koeffizienten B_κ und C_κ in diesem Fall proportional zu den leichten Fermionmassen und können deshalb vernachlässigt werden. Dann geht nur der renormierte Koeffizient $\hat{A}_\kappa$ in den Formfaktor für diese Korrektur ein:



$$F_{0,4}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(2)}(V \chi\chi)\, \frac{-i\hat{A}_\kappa}{s - M_V^2}$$

Die Counterterme zur Renormierung können dem Kapitel 4.6 entnommen werden. Die Teilcheneinsetzungen sind schematisch gegeben durch



Hier, und in den folgenden Feynmandiagrammen, bezeichnen V Vektorbosonen, H Higgsfelder, f Leptonen oder Quarks, $\tilde{f}$ skalare Fermionen und χ Charginos oder Neutralinos. Ist das Higgsfeld eingeklammert, so kann das entsprechende Diagramm, wegen den leichten äußeren Fermionen, vernachlässigt werden.

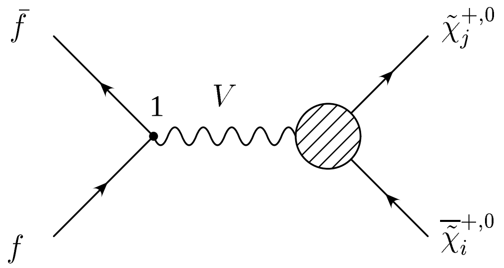
In entsprechender Weise sind auch die Strahlungskorrekturen des Chargino-Vektorboson-Vertex beziehungsweise des Neutralino-Vektorboson-Vertex gemäß

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu \, \omega_\kappa \, A_\kappa + \frac{1}{2} \, (p_3 - p_4)_\mu \, \omega_\kappa \, B_\kappa + \frac{1}{2} \, (p_3 + p_4)_\mu \, \omega_\kappa \, C_\kappa \tag{5.6}$$

nach Lorentzkovarianten entwickelbar. Der letzte Summand $\sim C_\kappa$ liefert wegen der Impulserhaltung des gesamten Diagramms $(p_3 + p_4 = -(p_1 + p_2))$ auf der Produktionsseite einen Beitrag proportional zu den leichten Fermionmassen, der wieder vernachlässigt werden kann. So bleibt in der Entwicklung nur

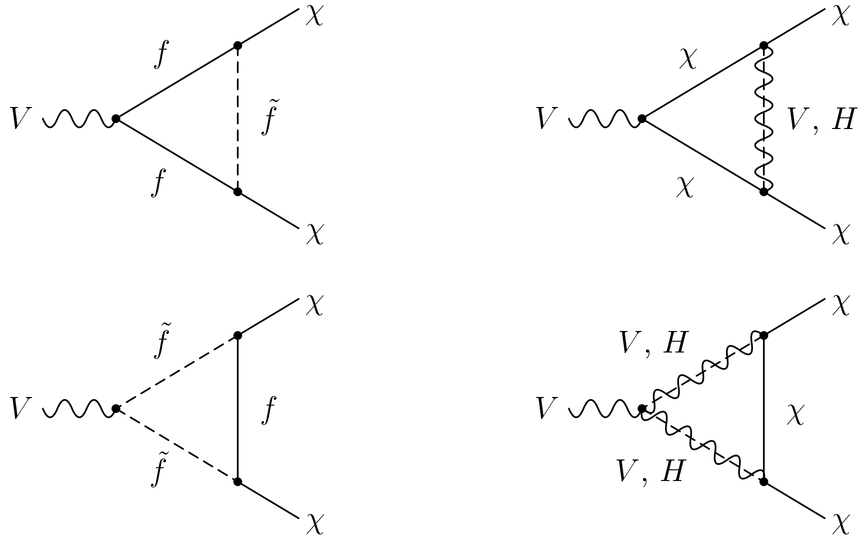
$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu \, \omega_\kappa \, A_\kappa - p_{4\mu} \, \omega_\kappa \, B_\kappa \tag{5.7}$$

übrig. Die nicht verschwindenden Formfaktoren sind



$$F_{0,4}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(1)}(Vff)\,\frac{-i\hat{A}_\kappa}{s - M_V^2} \quad , \quad F_{0,1}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(1)}(Vff)\frac{i\hat{B}_\kappa}{s - M_V^2}$$

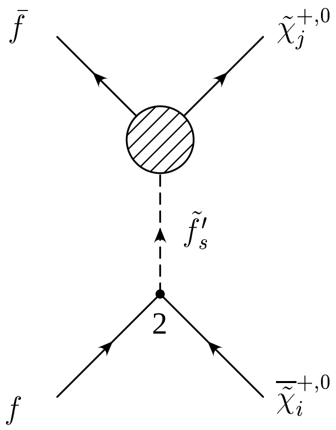
Die Renormierung des Koeffizienten A_κ kann wieder dem Kapitel 4.6 entnommen werden. Der Koeffizient B_κ ist schon endlich, so dass $B_\kappa = \hat{B}_\kappa$ gilt. Die möglichen Teilcheneinsetzungen für diese Vertexkorrektur sind gegeben durch



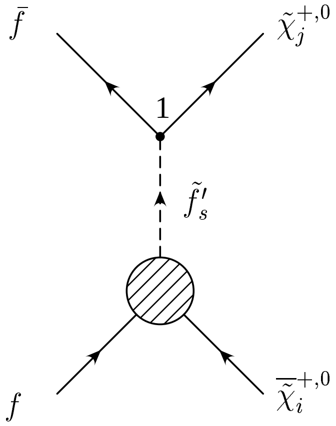
Im Fall der Kopplungen von Skalare an Fermionen ist die Entwicklung der Strahlungskorrekturen nach Lorentzkovarianten einfach:

$$\Gamma = \omega_\kappa A_\kappa \quad . \tag{5.8}$$

Die beiden t-Kanal-Diagramme, die aus der Strahlungskorrektur der beiden Vertizes im t-Kanal-Born-Diagramm resultieren, führen auf die nicht verschwindenden Formfaktoren

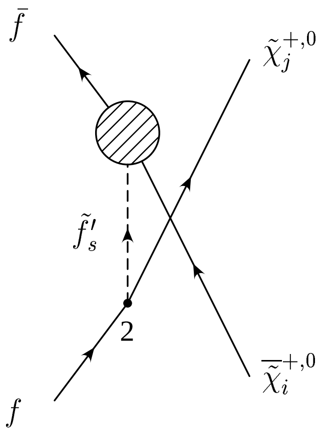


$$F_{1,0}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(2)}(f\tilde{f}\chi)\,\frac{i\hat{A}_\kappa}{t - m_{\tilde{f}'_s}^2}$$

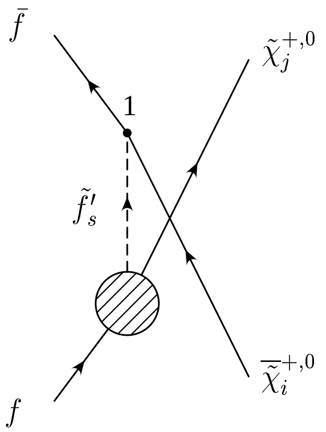


$$F_{1,0}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(1)}(\tilde{f}f\chi)\,\frac{i\hat{A}_\kappa}{t - m_{\tilde{f}'_s}^2}$$

Auch die Strahlungskorrekturen zu den u-Kanal-Diagrammen können gemäß Gleichung (5.8) entwickelt werden, so dass die resultierenden Formfaktoren gegeben sind durch

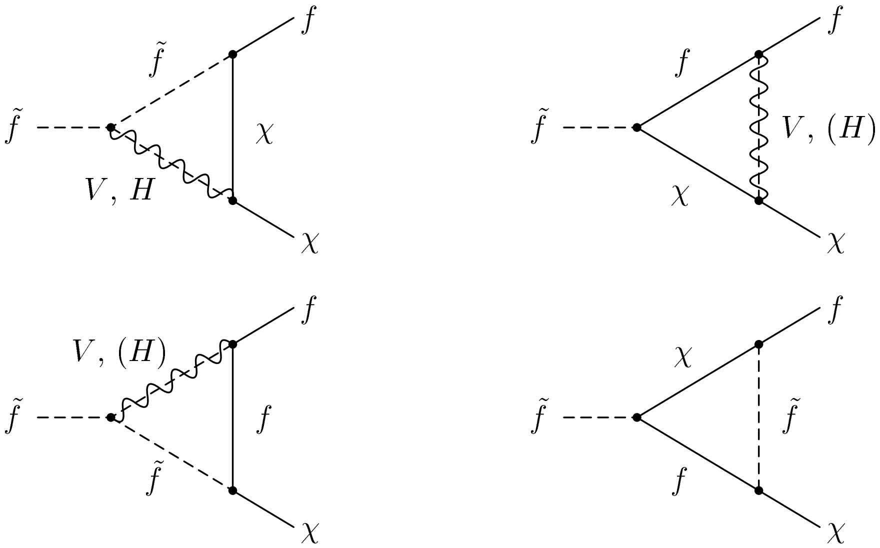


$$F_{2,0}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(2)}(f\tilde{f}\chi)\,\frac{i\hat{A}_\kappa}{u - m_{\tilde{f}'_s}^2}$$



$$F_{2,0}^{\kappa\lambda} = \mathcal{F}_\lambda^{(1)}(\tilde{f} f \chi)\, \frac{i\hat{A}_\kappa}{u - m^2_{\tilde{f}'_s}}$$

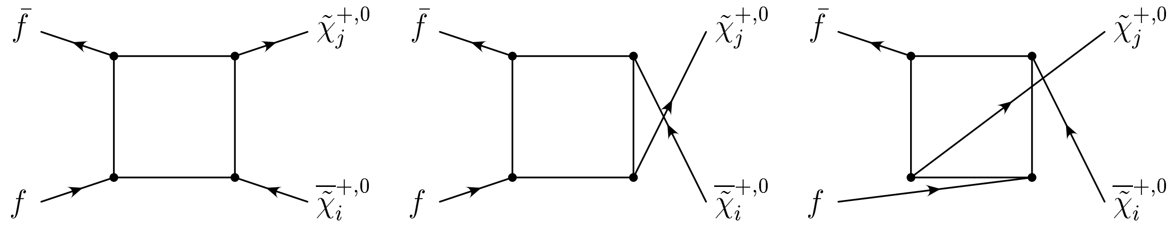
Die skalaren Fermionen $\tilde{f}'_s$ sind je nach der Ladung der auslaufenden Teilchen entweder die Superpartner der Fermionen im Anfangszustand oder deren Isospinpartner. Wie im Fall der Borndiagramme sind auch hier für auslaufende Charginos wegen der Ladungserhaltung nicht alle angegebenen Diagramme erlaubt. Die analytischen Ausdrücke der generischen Diagramme zur Berechnung der Koeffizienten A und B wurden, wie schon die Selbstenergiebeiträge, mit FeynArts [37] und FeynCalc [38] hergeleitet. Die Teilcheneinsetzungen sind gegeben durch



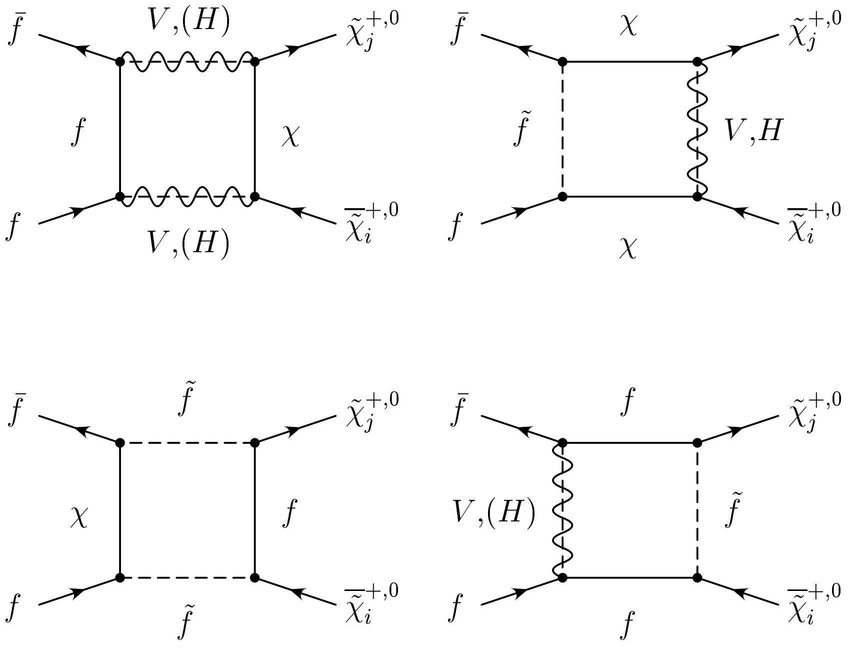
und wurden in einem C++-Programm implementiert.

Boxdiagramme

Für die Boxdiagramme sind drei Topologien — eine ungekreuzte und zwei gekreuzte Boxgraphen — möglich:



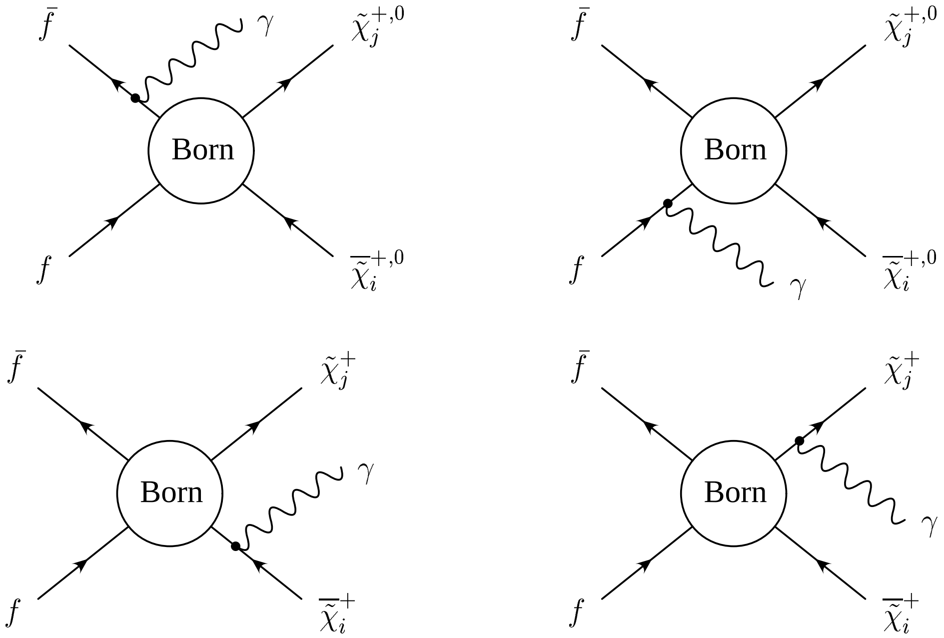
Die Berechnung der Diagramme mit Hilfe der *Mathematica*-Pakete führt auf Formfaktoren zu jedem der gewählten Standardmatrixelemente (5.2). Als Beispiel sind in den folgenden Diagrammen die Teilcheneinsetzungen für die erste Box-Topologie dargestellt:



5.2 Softphoton-Bremsstrahlung

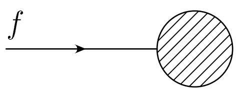
Virtuelle Korrekturen mit inneren Photonen führen aufgrund der verschwindenden Photonmasse zu Divergenzen bei kleinen Photon-Impulsen, den IR-Divergenzen. Oft werden deshalb bei der Berechnung von Strahlungskorrekturen die QED-Beiträge zunächst von den übrigen Beiträgen separiert und dann gesondert betrachtet. Im Fall der Produktion von Charginos oder Neutralinos ist diese Vorgehensweise jedoch nicht möglich. Im Allgemeinen sind virtuelle Korrekturen divergent für große Impulse der Teilchen in der Schleife. Zur Kompensation dieser UV-Divergenzen durch die Renormierung (siehe Kapitel 4) wäre es aber nötig, mit den QED-Diagrammen ebenfalls Diagramme mit inneren Photinos, den Superpartnern der Photonen, zu separieren. Da Photinos jedoch nicht als physikalische Einteilchenzustände auftreten, sondern zusammen mit den Higgsinos mischen und die Neutralinos bilden, lässt sich solch eine Trennung nicht durchführen. Also müssen Bremsstrahlungskorrekturen berechnet werden, da diese nach einem Theorem von Bloch und Nordsieck [39] die IR-Divergenzen aus den virtuellen QED-Korrekturen Ordnung für Ordnung in der Störungsentwicklung kompensieren können.

Die einfachste Möglichkeit, Bremstrahlungskorrekturen in die Rechnung zu integrieren, ist die Softphotonnäherung. In Referenz [33] wird diese ausführlich diskutiert. Bremsstrahlungskorrekturen enthalten im Vergleich zu den Borndiagrammen zusätzliche Photonen im Anfangs- oder Endzustand. Zur Subtraktion der IR-Divergenzen von Einschleifendiagrammen ist ein zusätzliches äußeres Photon ausreichend:



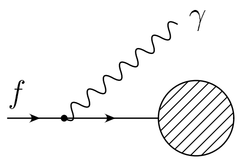
Da Neutralinos keine elektrische Ladung haben, existieren die unteren beiden Diagramme nur für auslaufende Charginos. Hinter dem mit „Born“ bezeichneten Kreis verbergen sich jeweils die Borndiagramme aus Kapitel 3.

Zur Berechnung der Softphotonkorrektur eines Matrixelementes betrachtet man zunächst ein einlaufendes Fermion mit Impuls p ohne Bremsstrahlungsphoton. Das Bornmatrixelement lässt sich dann durch



$$= \quad \mathcal{M}_{\text{Born}} \quad = \quad A(p)\, u(p)$$

ausdrücken, wobei $u(p)$ der Diracspinor des Fermions ist und $A(p)$ das gesamte restliche Matrixelement beinhaltet. Mit einem zusätzlichen Photon geht dieser Ausdruck über in



$$= \quad \mathcal{M}_{\text{Brems}} \quad = \quad A(p-k)\,\frac{i\,(\not{p}-\not{k}+m_f)}{(p-k)^2-m_f^2}(-ie\,Q_f)\,\not{\varepsilon}\,u(p) \quad .$$

Das abgestrahlte Photon hat den Impuls k, und sein Polarisationsvektor ist ε_μ. In der Softphotonnäherung vernachlässigt man den Photonimpuls im Zähler des Ausdrucks:

$$\mathcal{M}_{\text{Soft}} = -e\,Q_f\,\frac{\varepsilon p}{kp}\cdot\mathcal{M}_{\text{Born}} \quad . \tag{5.9}$$

Der Nenner ist für die IR-Divergenz verantwortlich. Für ein auslaufendes Fermion ergibt sich entsprechend

$$\mathcal{M}_{\text{Soft}} = +e\,Q_f\,\frac{\varepsilon p}{kp}\cdot\mathcal{M}_{\text{Born}} \quad . \tag{5.10}$$

Summiert über alle möglichen äußeren Fermionen lautet das Matrixelement dann

$$\begin{aligned} &\mathcal{M}_{\text{Soft}} = -e\,\mathcal{M}_{\text{Born}}\sum_{l=1}^{4}\xi_l\,Q_l\,\frac{\varepsilon p_l}{kp_l} \\ &\text{mit:}\quad \xi_l = \begin{cases} +1 & \text{für ein einlaufendes Teilchen} \\ -1 & \text{für ein auslaufendes Teilchen} \end{cases} \quad . \end{aligned} \tag{5.11}$$

Q_l und p_l sind die Ladungen und Impulse der Fermionen. Für die Chargino- und Neutralinoproduktionsprozesse ergeben sich damit folgende Werte für ξ_l und Q_l:

l	ξ_l	Q_l
1	-1	Q_f
2	$+1$	Q_f
3	$+1$	$Q_{\tilde{\chi}_i^{+,0}}$
4	-1	$Q_{\tilde{\chi}_j^{+,0}}$

Quadrieren des Matrixelementes, Summieren über die Photonpolarisationen und Integrieren über den Phasenraum des Photons führt auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Bremsstrahlungskorrektur in der Softphotonnäherung:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Soft}} = -\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Born}}\frac{e^2}{(2\pi)^3}\sum_{l,m=1}^{4}\xi_l\,\xi_m\,Q_l\,Q_m\,\frac{1}{2}\,I_{lm} \\ &\text{mit:}\quad I_{lm} = \int\limits_{|k|\,\le\,\delta_{\text{Soft}}\,\frac{\sqrt{s}}{2}}\frac{d^3k}{2\,\omega_k}\,\frac{2\,p_l\,p_m}{(p_l\,k)\,(p_m\,k)} \quad , \quad \omega_k = \sqrt{k^2+\lambda^2} \quad . \end{aligned} \tag{5.12}$$

Die künstlich eingeführte Photonmasse λ spielt die Rolle eines IR-Regulators. Sie tritt auch in den virtuellen QED-Korrekturen auf und kann nach der Addition der Wirkungsquerschitte aus den Bremsstrahlungs- und Einschleifenrechnungen auf 0 gesetzt werden. Die maximale abgestrahlte Energie eines Softphotons wird über δ_{Soft} angegeben. Ein Wert von $\delta_{\mathrm{Soft}} = 0.1$ bedeutet, dass bis zu 10% der Energie eines Fermions aus dem Anfangszustand vom Detektor unentdeckt in einem Bremsstrahlungsphoton abgestrahlt werden kann. Die Berechnung der Integrale I_{lm} wurden zum Beispiel von 't Hooft und Veltman [40] diskutiert. Für $l = m$ ist das Ergebnis gegeben durch

$$I_{ll} = 2\pi \left(\log \frac{\delta^2_{\mathrm{Soft}}\, s}{\lambda^2} + \frac{p_{l0}}{|\vec{p}_l|} \log \frac{p_{l0} - |\vec{p}_l|}{p_{l0} + |\vec{p}_l|} \right) \tag{5.13}$$

und für $l \neq m$ durch

$$\begin{aligned} I_{lm} = \; & 4\pi \, \frac{\alpha\, p_l\, p_m}{(\alpha\, p_l)^2 - p_m^2} \left\{ \frac{1}{2} \log \frac{(\alpha p_l)^2}{p_m^2} \log \frac{\delta^2_{\mathrm{Soft}} s}{\lambda^2} \right. \\ & \left. + \left[\frac{1}{4} \log^2 \frac{u_0 - |\vec{u}|}{u_0 + |\vec{u}|} + \mathrm{Li}_2 \left(1 - \frac{u_0 + |\vec{u}|}{v} \right) + \mathrm{Li}_2 \left(1 - \frac{u_0 - |\vec{u}|}{v} \right) \right]_{u = p_m}^{u = \alpha p_l} \right\} \quad , \end{aligned} \tag{5.14}$$

wobei v und α bestimmt werden aus den Relationen

$$\begin{aligned} v &= \frac{(\alpha\, p_l)^2 - p_m^2}{2\, (\alpha\, p_{l0} - p_{m0})} \quad , \\ \alpha^2 p_l^2 - 2\, \alpha\, p_l\, p_m + p_m^2 &= 0 \quad , \quad \frac{\alpha\, p_{l0} - p_{m0}}{p_{m0}} > 0 \quad . \end{aligned} \tag{5.15}$$

Die virtuellen Korrekturen zusammen mit den Bremsstrahlungskorrekturen ergeben mit Hilfe der Renormierung schließlich IR- und UV-endliche Observablen, die im Folgenden diskutiert werden sollen.

Kapitel 6

Numerische Auswertung und Diskussion der Ergebnisse

Im Folgenden sollen die numerischen Resultate für die in Kapitel 3 diskutierten Observablen der Produktionsprozesse von Charginos und Neutralinos analysiert werden. Es wird der Einfluss verschiedenartiger Strahlungskorrekturen und die Abhängigkeiten von Parametern untersucht, die nicht schon durch Messungen festgelegt sind. Der Parameterraum des MSSM wurde durch zusätzliche Annahmen weiter eingeschränkt. Diese Vereinfachungen sind in Kapitel 2.2 näher erläutert. Im Anfangszustand der Prozesse werden Elektronen für die Anwendung der Ergebnisse auf Messungen an e^+e^--Beschleunigern, beziehungsweise Up- oder Down-Quarks für die Auswertung von Messungen an Hadronbeschleunigern betrachtet.

Die Werte der festgehaltenen Parameter, wie sie auch ins SM eingehen, sind in (B.11) aufgelistet. Wenn im Text nicht anders angegeben, haben die variablen SUSY-Parameter die Referenzzahlenwerte aus (B.12). Diese Werte wurden so festgelegt, dass sich Massen für die Teilchen des MSSM ergeben, die einerseits mit den experimentellen Massenschranken aus den Relationen (B.14) verträglich sind und andererseits keine allzuhohen Schwerpunktsenergien zur Erzeugung der Endzustandsteilchen erfordern.

Das Renormierungsverfahren aus Kapitel 4 und die Strahlungskorrekturen, wie sie in Kapitel 5 beschrieben sind, wurden in einem C++-Programm implementiert. Zur Überprüfung der Rechnungen und des Programmcodes konnten einige Tests durchgeführt werden. So wurden die Feynmanregeln aus Anhang C numerisch mit einer unabhängigen Implementierung von Kraft [41] verglichen. Ebenfalls mit Kraft und mit Schappacher [42] wurden die generischen Ausdrücke der Selbstenergien und einiger Vertexkorrekturen analytisch verglichen. Ferner konnten die nichtrenormierten Selbstenergien und Vertexkorrekturen mit den Resultaten überprüft werden, die die *Mathematica*-Pakete FeynArts [37] und FormCalc [43] mit Hilfe der im Aufbau befindlichen MSSM-Kodierung der Feynmanregeln liefern. Dies entspricht einem unabhängigen Test, da die Teilcheneinsetzungen dann, im Gegensatz zur eigenen Rechnung, automatisiert vorgenommen werden. Die UV-Endlichkeit der renormierten Selbstenergien und Vertizes ist gleichbedeutend mit der Unabhängigkeit der Größen von der Renormierungsskala μ aus Gleichung (D.1). Das wurde durch einen

Vergleich der Ergebnisse für unterschiedliche Werte der Renormierungsskala numerisch überprüft. Für einen Test der IR-Endlichkeit wurden die Ergebnisse für unterschiedliche Werte der Photonmasse λ miteinander verglichen. In Stichproben konnten auch analytische Tests durchgeführt werden, indem die λ-abhängigen Terme von zueinander korrespondierenden virtuellen QED- und Bremsstrahlungskorrekturen berechnet wurden. Ferner konnte numerisch und analytisch nachgewiesen werden, dass auf die Feldrenormierung der inneren Teilchen verzichtet werden kann.

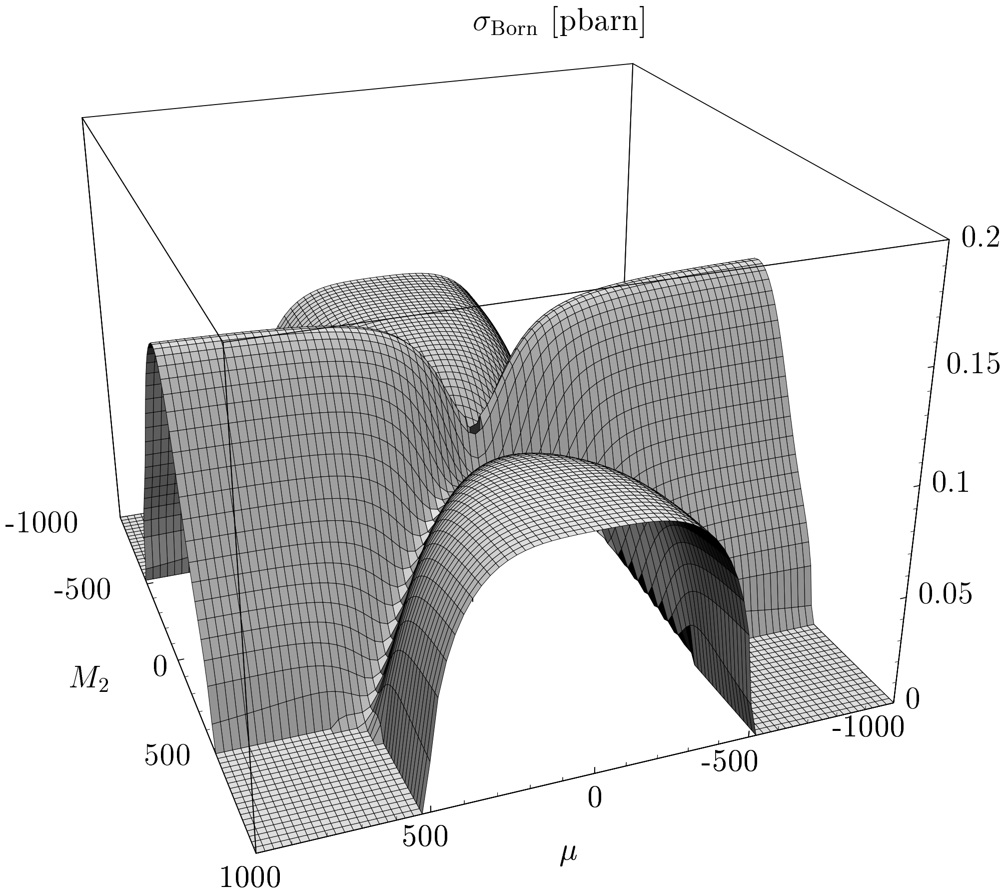


Abbildung 6.1: Bornscher Wirkungsquerschnitt für den Prozess $e^+e^- \to \overline{\tilde{\chi}}_1^+ \tilde{\chi}_1^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

Als Überblick ist in der Abbildung 6.1 die Bornsche Näherung des integrierten Wirkungsquerschnitts für die Produktion von leichten Charginos in e^+e^--Kollisionen und in der Abbildung 6.2 der Wirkungsquerschnitt, inklusive aller berechneten virtuellen Korrekturen und Bremsstrahlungskorrekturen, bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV dargestellt. Verändert wurden hier die Parameter μ und M_2 und darüber auch die Massen der Charginos. Für die übrigen Parameter wurden die Referenzwerte aus (B.12) verwendet.

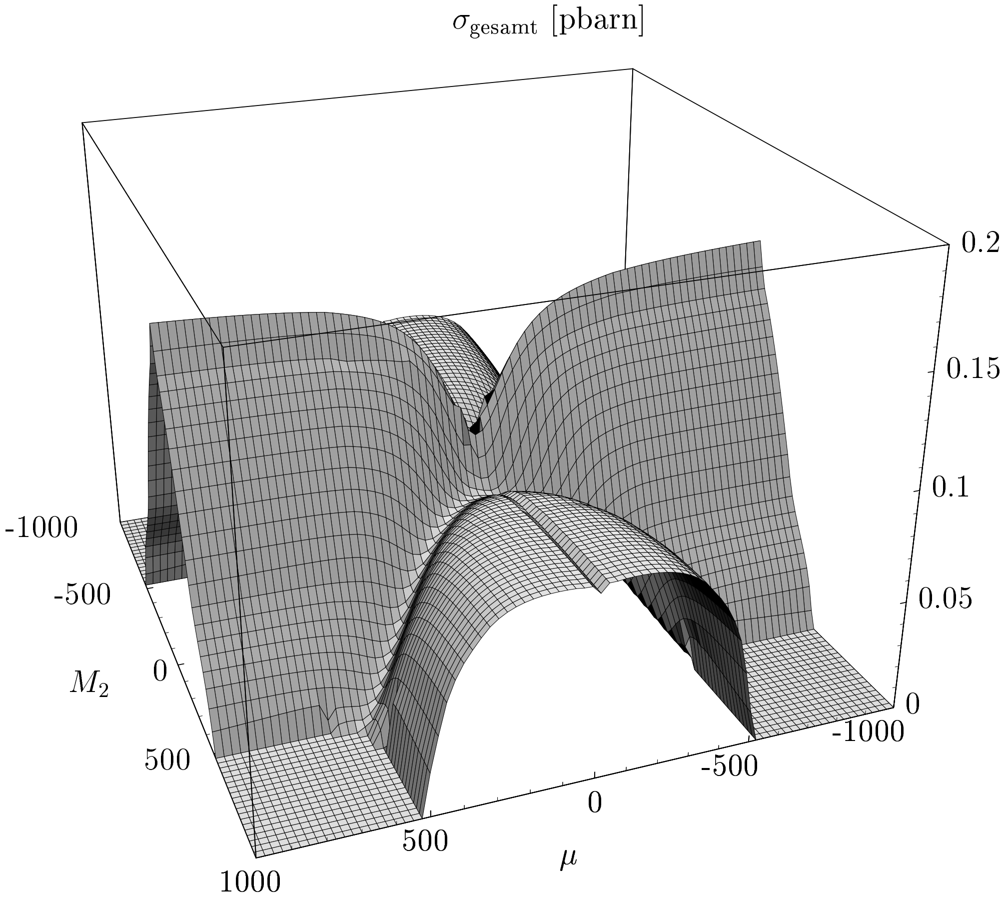


Abbildung 6.2: Wirkungsquerschnitt mit allen Strahlungskorrekturen für den Prozess $e^+e^- \to \bar{\tilde{\chi}}_1^+ \tilde{\chi}_1^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

Der über die Softphoton-Näherung eingeführte Parameter wurde mit $\delta_{\text{Soft}} = 0.1$ festgelegt (siehe dazu Kapitel 5.2). Die kreuzartige Form der Flächen ergibt sich aus der Abhängigkeit der Charginomasse von den beiden variierten Parametern, wie sie in der Abbildung B.1 erkennbar ist. Je größer die Masse des leichten Charginos wird, desto kleiner wird der Produktionsquerschnitt (siehe dazu auch Abbildung 3.2). Ab einer Masse von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV ist der Prozess für die gewählte Schwerpunktsenergie kinematisch verboten.

Der Einfluss der Strahlungskorrekturen lässt sich besser einschätzen, wenn man statt des korrigierten Wirkungsquerschnitts die Größe

$$\Delta = \frac{\sigma_{\text{gesamt}} - \sigma_{\text{Born}}}{\sigma_{\text{Born}}} \tag{6.1}$$

betrachtet. Diese setzt die Strahlungskorrekturen an einem Punkt im Parameterraum ins Verhältnis zur Bornschen Näherung.

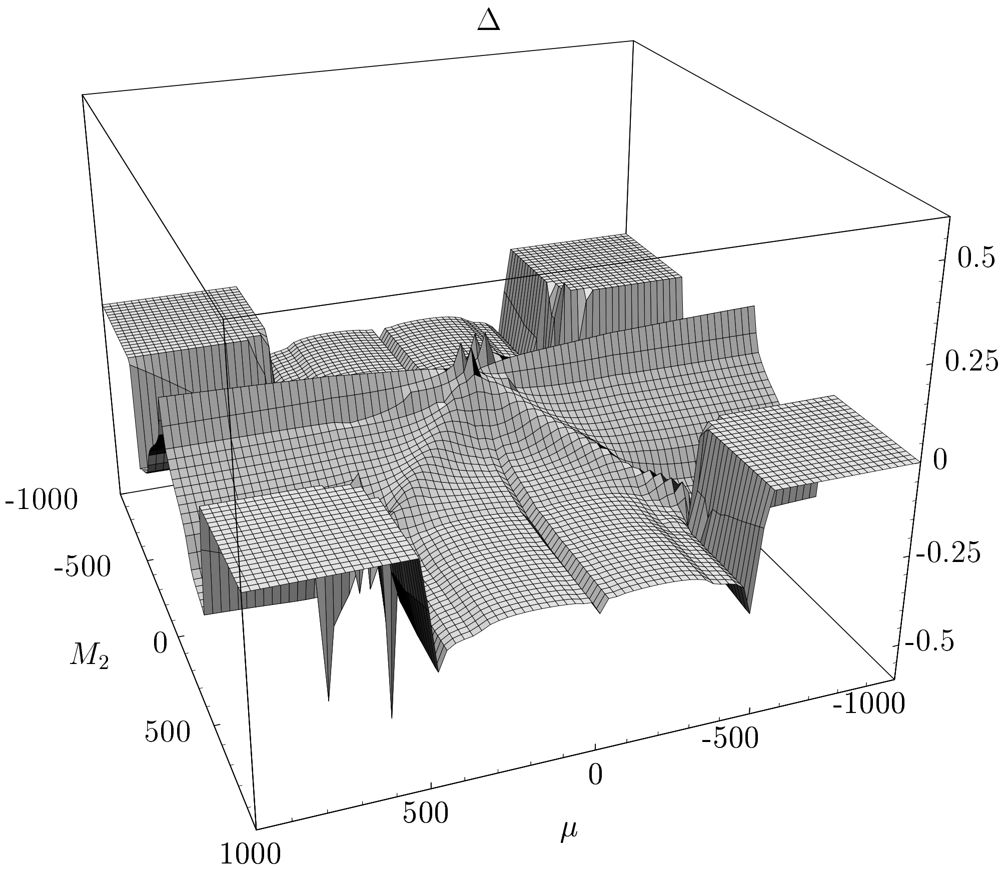


Abbildung 6.3: Abweichung des Gesamtwirkungsquerschnitts zur Bornschen Näherung für den Prozesses $e^+e^- \to \overline{\tilde{\chi}}_1^+ \tilde{\chi}_1^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

Die Abbildung 6.3 zeigt den Verlauf dieser Größe mit μ und M_2 für die Referenzwerte bei $\sqrt{s} = 1$ TeV. Die Spitzen am Rand des kinematisch erlaubten Bereichs sind numerische Instabilitäten. Dort wird der Born-Querschnitt sehr klein. Ebenfalls instabil verhalten sich die Korrekturen bei $\mu \approx 0$ beziehungsweise $M_2 \approx 0$. Diese Bereiche sind jedoch ohnehin experimentell ausgeschlossen (siehe Abbildung B.1). Abbildung 6.4 zeigt zur Verdeutlichung noch einmal die Größe Δ, nun aber in einem Dichteplot. Dunkle Stellen kennzeichnen niedrige, helle hohe Werte. Gut zu erkennen sind hier ebenfalls die instabilen Bereiche. Auffallend ist, dass auch im numerisch stabilen Bereich die Strahlungskorrekturen überall vom Betrag sehr groß und negativ sind. Sie können dort 30% des Bornschen Wirkungsquerschnitts ausmachen. Dieser Effekt ist auf die QED-Korrektur des Anfangszustands zurückzuführen und soll im Folgenden näher erläutert werden.

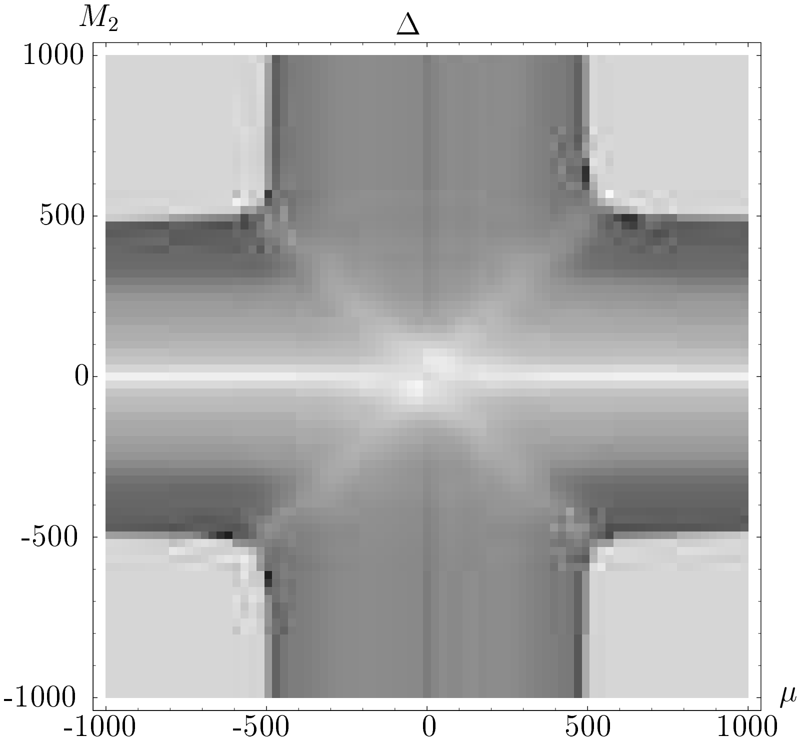


Abbildung 6.4: Abweichung des Gesamtwirkungsquerschnitts zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \overline{\tilde{\chi}}_1^+\tilde{\chi}_1^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

6.1 QED-Korrektur des Anfangszustands

Die vollständigen Strahlungskorrekturen enthalten, wie in Kapitel 5.2 diskutiert, sowohl Photonaustausch- als auch Bremsstrahlungsdiagramme. Diese lassen sich nicht in einfacher Weise von den übrigen virtuellen Korrekturen separieren. Ihre Beiträge enthalten zudem typischerweise, neben dem über die Softphotonnäherung eingeführten Parameter δ_{Soft}, Logarithmen von externen Teilchenmassen M in der Form $\log\left(\frac{s}{M}\right)$. Diese werden für die kleinen Fermionmassen des Anfangszustands vom Betrag sehr groß und führen zu den im letzten Abschnitt beschriebenen großen negativen Strahlungskorrekturen.

Wie die Abbildung 6.5 zeigt, hängen die physikalischen Observablen dadurch auch sehr stark von der Wahl des Parameters δ_{Soft} ab. Dort ist die Größe Δ aus (6.1) für die Prozesse $e^+e^- \to \overline{\tilde{\chi}}_1^+\tilde{\chi}_1^+$ und $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$ über δ_{Soft} aufgetragen. Für die Modellparameter wurden die Werte $\mu = M_2 = 400$ GeV, $\tan\beta = 10$ und $M_{\text{SUSY}} = 300$ GeV verwendet. Für die Schwerpunktsenergie wurde $\sqrt{s} = 1$ TeV gewählt. Die großen Beiträge von den QED-Korrekturen des Anfangszustands (Initial State Radiation, ISR) lassen sich nun durch einen universellen Faktor beschreiben und auf diese Weise vom Rest des Wirkungsquerschnitts

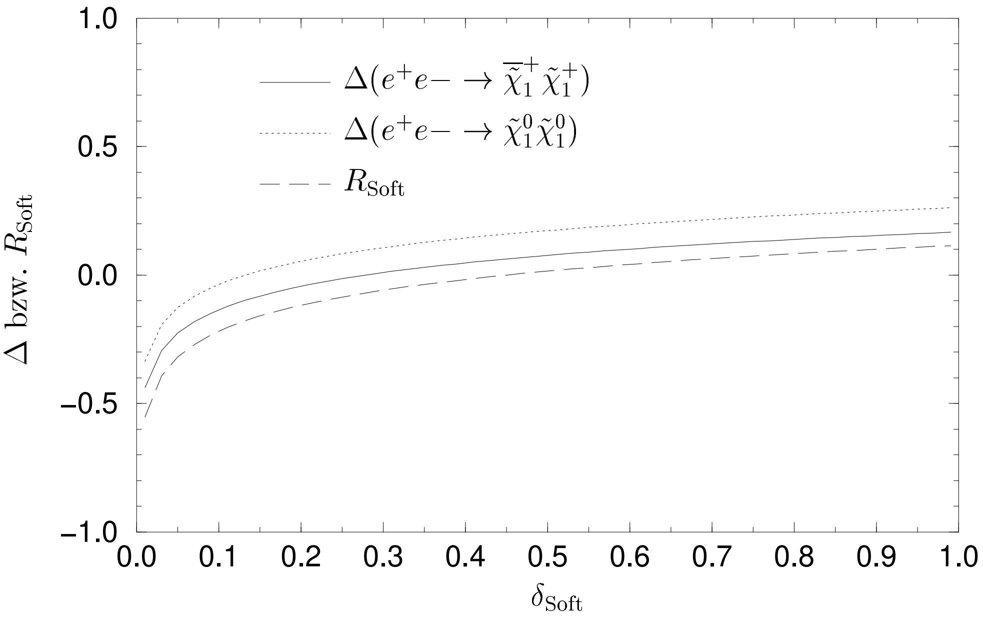


Abbildung 6.5: Abweichung des Gesamtwirkungsquerschnitts zur Bornschen Näherung und Radiatorfunktion R_{Soft} über dem Softphotonparameter δ_{Soft} bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV. Für die Parameter wurden die Werte $\mu = M_2 = 400$ GeV, $\tan\beta = 10$ und $M_{\mathrm{SUSY}} = 300$ GeV verwendet.

trennen (siehe dazu [44, 45] und die Referenzen darin). Im Fall der Einschleifenrechnung in Softphotonnäherung erhält man für den Anteil des Wirkungsquerschnitts aus der ISR

$$\sigma_{\mathrm{ISR}}(\delta_{\mathrm{Soft}}) = R_{\mathrm{Soft}}(\delta_{\mathrm{Soft}}) \cdot \sigma_{\mathrm{Born}}$$

$$\text{mit:} \quad R_{\mathrm{Soft}} = \frac{\alpha_{\mathrm{em}}}{4\pi} Q_f^2 \left\{ 8 \log\left(\frac{s}{m_f^2}\right) \log(\delta_{\mathrm{Soft}}) - 8 \log(\delta_{\mathrm{Soft}}) + 6 \log\left(\frac{s}{m_f^2}\right) + \frac{4\pi^2}{3} - 8 \right\} \quad , \tag{6.2}$$

wenn f das Fermion im Anfangszustand bezeichnet.

Im QED-Formfaktor R_{Soft} sind die großen logarithmischen Beiträge aus den virtuellen Photonaustauschdiagrammen der Boxgraphen und Vertizes sowie aus den Bremsstrahlungskorrekturen enthalten. Der vollständige Wirkungsquerschnitt kann in verschiedene Beiträge zerlegt werden:

$$\sigma(\delta_{\mathrm{Soft}}) = \sigma_{\mathrm{Born}} + \sigma_{\mathrm{ISR}}(\delta_{\mathrm{Soft}}) + \sigma_{\mathrm{Rest}}(\delta_{\mathrm{Soft}}) \quad . \tag{6.3}$$

Die Abhängigkeit von δ_{Soft} sollte dann für σ_{Rest} wegen der großen Massen der auslaufenden Teilchen nur noch klein sein. Zur Verdeutlichung ist deshalb in Abbildung 6.5 zusätzlich der QED-Formfaktor eingezeichnet. Es lässt sich daran erkennen, dass das Verhalten des vollständigen Wirkungsquerschnitts bei Variation von δ_{Soft} sehr gut durch R_{Soft} beschrieben wird. Die Differenz der Kurven für Δ und R_{Soft} entspricht dann dem Rest der Strahlungskorrekturen σ_{Rest}, normiert auf den Bornschen Wirkungsquerschnitt. Für Up- und Down-Quarks im Anfangszustand kann man in analoger Weise vorgehen.

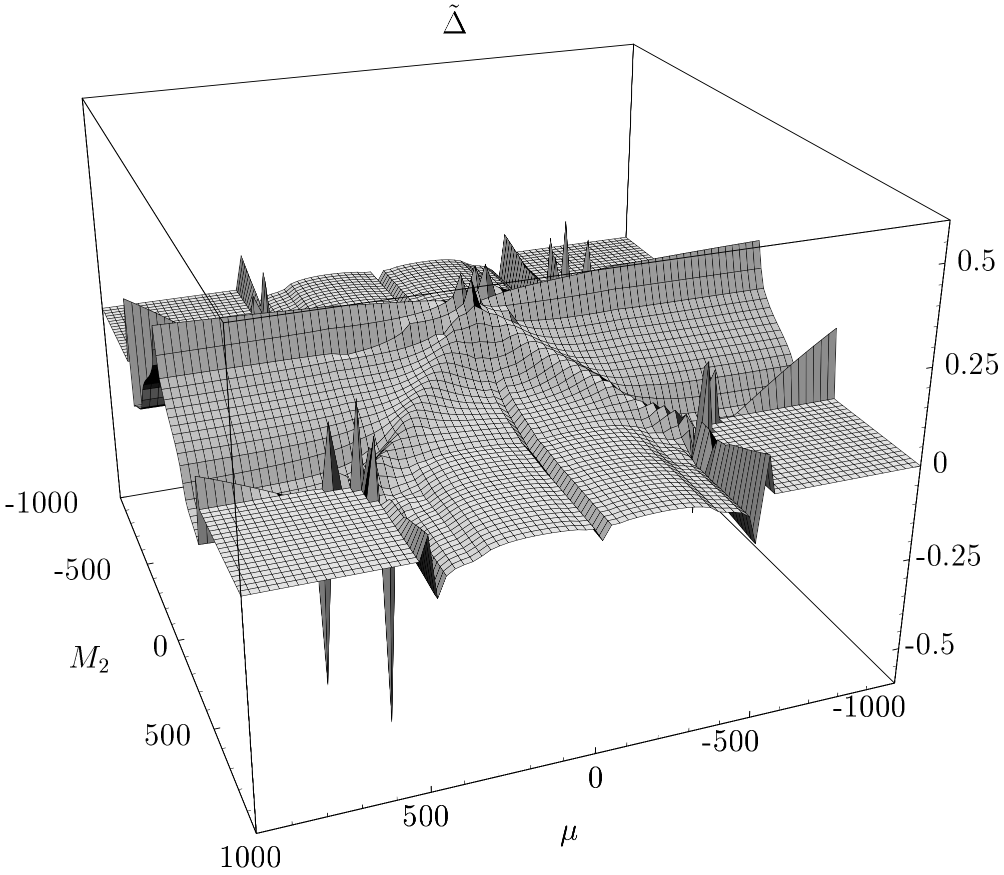


Abbildung 6.6: Abweichung des Gesamtwirkungsquerschnitts ohne ISR-Anteil zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \overline{\tilde{\chi}}_1^+ \tilde{\chi}_1^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

In der Abbildung 6.6 ist noch einmal, wie in der Abbildung 6.3, die Abweichung des Wirkungsquerschnitts zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \overline{\tilde{\chi}}_1^+ \tilde{\chi}_1^+$ aufgetragen. Nun wurde aber vom Gesamtwirkungsquerschnitt zuvor der QED-Anteil des Anfangszustands subtrahiert. Dargestellt ist hier also die Größe

$$\tilde{\Delta} = \frac{\sigma_{\text{gesamt}} - \sigma_{\text{ISR}} - \sigma_{\text{Born}}}{\sigma_{\text{Born}}} = \frac{\sigma_{\text{Rest}}}{\sigma_{\text{Born}}} \tag{6.4}$$

bei den Parameterwerten aus (B.12) und $\sqrt{s} = 1$ TeV. Wie gut zu erkennen ist, erscheint im Vergleich zur Abbildung 6.3 die kinematisch erlaubte Fläche etwa um einen konstanten

Wert angehoben. Ihre Form ist aber nahezu gleich geblieben. Trotz der Abspaltung des ISR-Anteils können die Strahlungskorrekturen in den numerisch stabilen Bereichen immer noch bis über 10% des Bornschen Wirkungsquerschnitts ausmachen. Sie sollen in den folgenden Abschnitten näher untersucht werden.

6.2 Strahlungskorrekturen zur Charginoproduktion

Der totale Wirkungsquerschnitt

Zur weiteren Diskussion der Strahlungskorrekturen der Produktionprozesse von leichten Charginos sind in den Abbildungen 6.7 verschiedene Beiträge zu $\tilde{\Delta}$ für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ aufgetragen. Es wurden zwei Werte für die Schwerpunktsenergien (500 GeV und 1000 GeV) und für $\tan\beta$ (2 und 40) gewählt. In diesen Diagrammen wird jeweils der Parameter μ aus dem Higgspotential zwischen -1000 GeV und 1000 GeV verändert und dabei die Masse des leichten Charginos bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV festgehalten, wofür die Bornrelationen (B.9) verwendet wurden. Als weitere Einschränkung wurde $M_2 > 0$ gewählt. Da die beiden Charginomassen aus den Parametern μ, M_2 und $\tan\beta$ berechnet werden, variieren entlang der Kurven die schwere Charginomasse $m_{\tilde{\chi}_2^+}$ und der Gauginomassenparameter M_2. Der freigelassene Bereich bei $|\mu| \lesssim 175$ GeV kommt zustande, da es dort nicht möglich ist, einen Wert für M_2 zu finden, so dass sich als leichte Charginomasse $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV ergibt.

Neben der Kurve für den vollständigen Einschleifenbeitrag ohne ISR-Korrekturen (siehe Kapitel 6.1) wurden in die Diagramme noch die Ergebnisse dreier Teilrechnungen eingezeichnet. Die mit „(S)Top/(S)Bottom-Schleifen“ bezeichnete Kurve erhält man, wenn man nur Schleifendiagramme in die Rechnung einfließen lässt, in denen ein Quark oder Squark der dritten Generation umläuft. Analog zeigt die Kurve mit der Bezeichnung „(S)Fermion-Schleifen“ das Ergebnis unter ausschließlicher Berücksichtigung von beliebigen Fermion/Sfermion-Schleifen. Diese Strahlungskorrekturen gehen nur in die Vektorboson- und Charginoselbstenergien sowie in den Vektorboson-Chargino-Vertex ein. Mit „SM-Fermion-Schleifen“ ist schließlich die Kurve bezeichnet, die sich ergibt, wenn nur die Quark- und Leptonschleifen in der Vektorboson-Selbstenergie mitgenommen werden. Diese Rechnung entspricht im Wesentlichen der Korrektur des Photon-Z-Propagators wie sie auch in der QED berechnet wird.

Die Diagramme in der Abbildung 6.8 zeigen als weitere Beispiele die entsprechenden Beiträge zur Charginoproduktion für Up-Quarks im Anfangszustand. Diese unterscheiden sich nicht signifikant von den Kurven für e^+e^--Kollisionen. Bei der Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 500$ GeV (1000 GeV) ergeben sich große positive Strahlungskorrekturen von über 12% (7%) des Bornquerschnitts in den Bereichen großer Beträge von μ. Die Zusammensetzung der Strahlungskorrekturen kann den drei Kurven für die Teilrechnungen entnommen werden. Der Beitrag aus den (S)Top/(S)Bottom-Schleifen ist recht groß und negativ, nimmt man jedoch die restlichen (S)Fermion-Schleifen hinzu, so wird dieser überkompensiert, und es ergibt sich ein großer positiver Beitrag. Für kleine Schwerpunksenergien wächst dieser durch die Hinzunahme der übrigen Korrekturen noch einmal an, für große

Schwerpunktsenergien wird er statt dessen verkleinert. Der große Beitrag der (S)Fermion-Schleifen-Korrekturen kann zum Teil durch die QED-Korrektur des Photon-Z-Propagators erklärt werden.

Für die Korrekturen aufgrund der (S)Top/(S)Bottom-Schleifen spielen zwei Beiträge bei dieser Schwerpunksenergie eine wesentliche Rolle. Zum einen sind das die Korrekturen über die Selbstenergien der Vektorbosonen, zum anderen die Korrekturen des Vektorboson-Chargino-Vertex. Wegen den fermionmassenabhängigen Yukawakopplungsbeiträgen in den Feynmanregeln für den Fermion-Sfermion-Chargino-Vertex werden letztere groß für innere Top-Quarks. Die Selbstenergien der Vektorbosonen liefern dagegen große Beiträge mit umgekehrten Vorzeichen. Diese sind durch leichte Fermionen und ihre Superpartner in inneren Linien bestimmt. Der Beitrag, den die übrigen Schleifen ergeben, ist die Differenz der gepunkteten und lang-gestrichelten Kurve. Er liegt bei der Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 500\,\text{GeV}$ ($1000\,\text{GeV}$) bei etwa $+4\%$ (-2%) des Bornquerschnitts im Fall der Elektronen und bei etwa $+2\%$ (-4%) im Fall der Up-Quarks.

Der Parameter μ geht über zwei Mechanismen in die Strahlungskorrekturen ein. Zum einen explizit über die Kopplungen der Higgsfelder an Sfermionen. Dieser Beitrag ist unterdrückt durch die Massen der externen, leichten Fermionen. Zum anderen ändern sich bei Variation von μ die Mischungsmatrizen der Charginos, die in alle Charginokopplungen eingehen. Dieser Effekt wird besonders groß bei kleinen Beträgen von μ, was den nichtlinearen Verlauf der Kurven in diesem Bereich erklärt. Interessant ist ferner, dass das Vorzeichen von μ für große Werte von $\tan\beta$ keine Rolle spielt.

Die Abbildung 6.9 gibt noch einmal die Strahlungskorrekturen aus der Abbildung 6.7 wieder, nun aber normiert auf einen Bornquerschnitt σ'_{Born}, der mit einer laufenden Kopplungskonstanten $\alpha = \alpha(s)$ berechnet wurde. Dargestellt ist die Größe

$$\tilde{\Delta}' = \frac{\sigma_{\text{gesamt}} - \sigma_{\text{ISR}} - \sigma'_{\text{Born}}}{\sigma'_{\text{Born}}} \quad . \tag{6.5}$$

In σ'_{Born} sind die führenden Logarithmen von leichten Fermionen im Photon-Propagator in allen Ordnungen aufsummiert. Berechnet wird dieser Wirkungsquerschnitt in Bornscher Näherung, indem man in den Born-Kopplungen (C.15),(C.16), (C.21) und (C.22) die Ersetzungen

$$e \to \sqrt{4\pi\,\alpha(s)} \quad \text{und} \quad g_2 \to \sqrt{\frac{G_\mu\, 8\, M_W^2}{\sqrt{2}}} \tag{6.6}$$

vornimmt. Der Wert der Fermikonstanten G_μ kann in (B.11) gefunden werden. Die laufende Kopplungskonstante hängt mit der renormierten Photon-Selbstenergie über

$$\alpha(s) = \frac{\alpha_{\text{em}}}{1 + \hat{\Pi}^{\gamma}_{\text{ferm}}(s)} \tag{6.7}$$

zusammen. Für die Photon-Selbstenergie wurde der Ausdruck

$$\hat{\Pi}^{\gamma}_{\text{ferm}}(s) = -0.0593 - \frac{40\alpha_{\text{em}}}{18\pi}\,\log\frac{s}{M_Z^2} + i\,\frac{\alpha}{3}\sum_{f\neq t} Q_f^2 N_C^f \tag{6.8}$$

aus [46] verwendet.

Da die großen Korrekturen von leichten Fermionen im Photon-Propagator nun schon im Bornquerschnitt σ'_{Born} enthalten sind, liegen die entsprechenden Kurven — in der Abbildung mit „SM-Fermion-Schleifen“ bezeichnet — besonders für kleine Schwerpunktsenergien sehr nahe bei Null. Die anderen Kurven erscheinen im Vergleich zur Abbildung 6.7 um einen konstanten Beitrag, den der SM-Fermionen, nach unten verschoben. Auf diese Weise lassen sich die Strahlungskorrekturen betrachten, die keine großen Beiträge aus den bekannten QED- und ISR-Korrekturen mehr enthalten. Für diesen Rest ergeben sich bei den gewählten Parametern positive Korrekturen von etwa +2 bis +5%. Eine Rechnung wie in [8], bei der nur Quarks und Squarks der dritten Fermiongeneration in die Einschleifenrechnung einbezogen werden, liefert ein falsches Bild. Hierfür ergeben sich große negative Korrekturen im Bereich von −18%. Besser ist die Näherung, bei der alle SM-Fermionen und ihre Superpartner in der Rechnung berücksichtigt werden. Allerdings liegt das Ergebnis dann immer noch etwa 7% neben dem vollständigen Einschleifenergebnis.

Die Abbildung 6.10 zeigt die relativen Strahlungskorrekturen ohne ISR-Beiträge für die Produktionsprozesse von leichten Charginos in e^+e^--Kollisionen aufgetragen über die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$. Die nicht angegebenen Parameter wurden durch die Relationen (B.12) festgelegt. Insbesondere sind in diesen Plots die Sfermionmassenmatrizen diagonal gewählt. In den Abbildungen 6.11 und 6.12 sind die Korrekturen für Up- beziehungsweise Down-Quarks dargestellt. Die verschiedenen Kurven korrespondieren zu Werten von $\tan\beta$ zwischen 2 und 80, und in den einzelnen Diagrammen wurden verschiedene Werte für die leichte Charginomasse ($m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150, 500$ GeV) und für den universellen Sfermionmassenparameter ($M_{\text{SUSY}} = 300, 1000$ GeV) angenommen. Der Gauginomassenparameter wurde für eine Masse des leichten Charginos von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150(500)$ GeV bei $M_2 = 200(800)$ GeV festgehalten. Die Schwerpunktsenergie wurde von der Produktionsschwelle der Charginos bis zu 2 TeV variiert.

Auffällig sind zunächst einige Spitzen der Kurven bei verschiedenen Schwerpunktsenergien. Diese entsprechen Schwellen aus Beiträgen einzelner Feynmandiagramme. Am Beispiel des Diagramms für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV und $M_{\text{SUSY}} = 300$ GeV in der Abbildung 6.10 sollen die Schwellen näher erläutert werden. Der Ursprung der Spitze bei $\sqrt{s} \approx 1640$ GeV liegt in der Vektorboson-Chargino-Vertexkorrektur. Da die Masse des schweren Charginos bei dieser Parameterwahl $m_{\tilde{\chi}_2^+} \approx 820$ GeV ergibt, werden in der Vertexkorrektur mit zwei inneren, schweren Charginos diese gerade auf ihrer Massenschale erzeugt. Dadurch ist die skalare Drei-Punkt-Funktion an dieser Stelle nicht differenzierbar. Genauso führt die Vektorboson-Chargino-Vertexkorrektur mit einem leichten und einem schweren inneren Chargino auf den Knick bei $\sqrt{s} \approx 1320$ GeV. Dort gilt dann $\sqrt{s} = m_{\tilde{\chi}_1^+} + m_{\tilde{\chi}_2^+}$. Bei $\sqrt{s} \approx 1190$ GeV ist — besonders bei der Kurve für $\tan\beta = 2$ — eine Schwelle zu erkennen, die auf die Vektorboson-Chargino-Vertexkorrektur mit zwei inneren Neutralinos ($\tilde{\chi}_1^0$ und $\tilde{\chi}_4^0$) zurückgeführt werden kann. Weitere Beiträge zu diesen drei Schwellen liefern Boxdiagramme, in denen die inneren Charginos beziehungsweise Neutralinos zwischen dem Anfangs- und Endzustand ausgetauscht werden. Die Spitze bei $\sqrt{s} \approx 1246$ GeV wird schließlich von Beiträgen aus Boxdiagrammen erzeugt, mit zwei inneren Neutralinos ($\tilde{\chi}_1^0$

und $\tilde{\chi}_4^0$), einem Selektron und einem W-Boson. Die Singularitäten und Unstetigkeiten an den Schwellen würden behoben, wenn man bei den Rechnungen die Breite der instabilen Teilchen berücksichtigen würde, und haben daher keine physikalische Bedeutung.

Die Kurven in den Abbildung 6.10, 6.11 und 6.12 für eine Charginomasse von $m_{\tilde{\chi}_1^+} =$ 150 GeV zeigen einen qualitativ ähnlichen Verlauf für Elektronen, Up- und Down-Quarks im Anfangszustand. Für leichte Sfermionmassen ($M_{\rm SUSY} = 300$ GeV) ergibt sich ein relatives Maximum der Korrekturen bei $\sqrt{s} \approx 700$ GeV. Der genaue Ort des Maximums hängt vom Wert von $\tan\beta$ ab. Hier erreichen die Korrekturen über 12% des Bornquerschnitts und sind positiv. Für schwere Sfermionmassen ($M_{\rm SUSY} = 1$ TeV) ist der Extremwert bei größeren Energien von $\sqrt{s} \approx 2$ TeV zu finden, und es ergeben sich dort positive Korrekturen von über 10% des Bornqueschnitts. Wie sich zeigt ist nicht ein spezieller Beitrag der Strahlungskorrekturen für diesen Verlauf verantwortlich, sondern erst das Zusammenspiel aller Feynmandiagramme erzeugt dieses Maximum.

Für größere Werte der leichten Charginomasse ($m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV) ergibt sich ein etwas anderes Bild. Es ist nun kein lokales Extremum zu erkennen, und auch bei noch größeren Energien kann keines ausgemacht werden. Der Verlauf ist in erster Näherung linear, wobei die Korrekturen in der Richtung Elektronen $\rightarrow$ Up-Quarks $\rightarrow$ Down-Quarks immer größere negative Beiträge enthalten. Darüber hinaus sind die Plots wieder qualitativ ähnlich für Elektronen, Up- und Down-Quarks. Für große Sfermionmassen ($M_{\rm SUSY} = 1$ TeV) liegen die größten Korrekturen für Elektronen im Anfangszustand bei Impulsen nahe der Schwelle. Sie machen dort etwa +6% des Wirkungsquerschnitts in Bornscher Näherung aus. Für Up- und Down-Quarks sind die Korrekturen negativ und erreichen bei einer Energie von $\sqrt{s} = 2$ TeV eine Größe von -6% beziehungsweise -11%.

Wieder zeigen sich große Abhängigkeiten vom Parameter $\tan\beta$ für kleine Sfermionmassen ($M_{\rm SUSY} = 300$ GeV). So variieren hier die Strahlungskorrekturen bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 2$ TeV für den Prozess $e^+e^- \rightarrow \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ zwischen -4% bei $\tan\beta = 10$ und -26% bei $\tan\beta = 80$. Die ausschlaggebenden Beiträge für große Werte von $\tan\beta$ liefern hier die Diagramme mit inneren Quarks und Squarks der dritten Generation in der Korrektur des Vektorboson-Chargino-Vertex. In diese Diagramme gehen die Chargino-Quark-Squark-Kopplungen ein (siehe (C.21) und (C.22)), die Yukawakopplungsanteile $\sim 1/c_\beta$ enthalten. Diese Beiträge werden für steigende Werte von $\tan\beta$ groß, wie folgendes Zahlenbeispiel zeigt:

$$\left.\frac{m_b}{\sqrt{2}\,M_W\,c_\beta}\right|_{\tan\beta=2} \approx 0.089 \quad , \quad \left.\frac{m_b}{\sqrt{2}\,M_W\,c_\beta}\right|_{\tan\beta=80} \approx 3.167 \quad . \tag{6.9}$$

Dass dieser Effekt für $M_{\rm SUSY} = 1$ TeV verschwindet, liegt an der Entkopplung schwerer Teilchen aus der Rechnung. Für diesen Wert des universellen Sfermionmassenparameters liefern die skalaren Drei-Punkt-Funktionen aus den Diagrammen mit inneren Sfermionen nur noch kleine Zahlenwerte, wodurch die Diagramme, die bei leichten Sfermionmassen zu großen $\tan\beta$-Abhängigkeiten führen, stark unterdrückt werden.

Die Abbildungen 6.13 und 6.14 zeigen die Abhängigkeit der Einschleifenkorrekturen für den Produktionsquerschnitt von leichten Charginos in e^+e^--Kollisionen vom Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder. Aufgetragen ist die Größe $\tilde{\Delta}$ aus Gleichung (6.4) über $\tan\beta$ in einer einfach-logarithmischen Skala. Die einzelnen Kurven entsprechen verschiedenen Werten von $M_{\rm SUSY}$. Dieser Parameter legt nahezu vollständig die Masse der Superpartner der Leptonen und leichten Quarks fest. In den Diagrammen der Abbildung 6.13 wurde eine leichte Charginomasse von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV bei einem Wert für die $SU(2)_W$-Gauginomasse von $M_2 = 200$ GeV gewählt. Die Schwerpunktsenergie wurde hier bei $\sqrt{s} = 500$ GeV fixiert. Die Plots in 6.14 zeigen die relativen Korrekturen, wenn man eine Charginomasse von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bei $M_2 = 800$ GeV annimmt. Die Schwerpunktsenergie wurde dort durch $\sqrt{s} = 2$ TeV festgelegt. In beiden Fällen zeigen die beiden Diagramme auf der linken Seite den Verlauf für $\mu < 0$, die auf der rechten Seite den Verlauf für $\mu > 0$. In den oberen beiden Diagrammen wurden mit Hilfe der Relationen (2.63) die Squark- und Slepton-Massenmatrizen aller Generationen diagonal gewählt. In den unteren beiden wurde durch $A_f = M_{\rm SUSY}$ eine starke Mischung, besonders in der dritten Squarkgeneration, eingestellt. Diese Mischung ist auch dafür verantwortlich, dass sich die Kurven für $M_{\rm SUSY} = 200$ GeV und $M_{\rm SUSY} = 500$ GeV nicht über den gesamten Wertebereich von $\tan\beta$ erstrecken. In den freigelassenen Bereichen führt die Parameterwahl bei einigen Sfermionen auf eine nicht positiv definite Massenmatrix. Da der Übergang von positiven zu negativen Massenquadraten kontinuierlich erfolgt, ist an den Rändern dieser Kurven eine Sfermionmasse sehr klein. Am rechten Rand gilt $m_{\tilde{b}_1} \approx 0$ und am linken Rand $m_{\tilde{t}_1} \approx 0$. Dies ist deutlich am Verlauf der Kurve für $M_{\rm SUSY} = 200$ GeV im Vergleich zur entsprechenden Kurve für ungemischte Sfermionen zu erkennen. Zur besseren Illustration ist ein großer Wertebereich für $\tan\beta$ von 0.1 bis 100 gewählt worden, obwohl die Bereiche $\tan\beta \lesssim 0.5$ und $\tan\beta \gtrsim 60$ physikalisch nicht sinnvoll sind, da dort einige Kopplungen sehr groß werden und Störungstheorie dann nicht mehr möglich ist.

Zunächst fallen in den Diagrammen mit nichtdiagonalen Sfermionmassenmatrizen wieder einige Spitzen auf. Bei den Unstetigkeiten in den Plots für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bei $\tan\beta \approx 60$ handelt es sich um eine Schwelle in der Chargino-Selbstenergie. Hier ist beim Austausch eines Top-Quarks und eines skalaren Bottom-Quarks die Relation $m_t + m_{\tilde{b}_2} = m_{\tilde{\chi}_1^+}$ erfüllt. An dieser Stelle ist dann die Ableitung der skalaren Zwei-Punkt-Funktion unstetig. Weitere Schwellen sind in den Kurven für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV und $M_{\rm SUSY} = 200$ GeV beziehungsweise $M_{\rm SUSY} = 500$ GeV sichtbar. Diese sind ebenfalls auf die Chargino-Selbstenergie zurückzuführen, nun aber auf den Austausch eines Bottom-Quarks und eines skalaren Top-Quarks $\tilde{t}_2$. Diese Spitzen sind unphysikalisch. Sie resultieren aus der expliziten Näherungsrechnung und würden geglättet, wenn man die endliche Breite der Charginos berücksichtigen würde.

Sieht man einmal von den Randbereichen der Kurven für kleine Werte von $M_{\rm SUSY}$ ab, so sieht man für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV keinen wesentlichen Unterschied zwischen den Kurven für diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen. Für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV sind solche Unterschiede nur für sehr große oder kleine Werte von $\tan\beta$ zu erkennen ($\tan\beta \lesssim 1$ oder $\tan\beta \gtrsim 40$). Das Vorzeichen des Parameters μ aus dem Higgspotential spielt ebenfalls nur eine untergeordnete Rolle, besonders für hohe Werte von $M_{\rm SUSY}$. Nur im Bereich von $\tan\beta \approx 1$ für ein leichtes $\tilde{\chi}_1^+$ sieht man dann noch Abweichungen von $\mu < 0$ zu $\mu > 0$.

Für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV sind die relativen Strahlungskorrekturen im Bereich ab etwa

$\tan\beta = 2$ nahezu konstant. Eine Ausnahme ist lediglich die Kurve für $M_{\text{SUSY}} = 200$ GeV, die, wie schon erwähnt, für nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen bei $\tan\beta \approx 45$ abbricht. Die Größe der Korrekturen bewegt sich in diesem Bereich von ungefähr $+1\%$ für $M_{\text{SUSY}} = 2$ TeV bis zu $+12\%$ bei $M_{\text{SUSY}} = 200$ GeV. Für extrem kleine Werte von $\tan\beta$ zeigen alle dargestellten Kurven einen Verlauf zu sehr großen, positiven Werten.

Für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV ergibt sich ein ähnliches Verhalten. Allerdings tendieren nun die relativen Strahlungskorrekturen auch für große $\tan\beta$ zu betragsmäßig großen Werten. Dies gilt besonders für leichte Sfermionmassen. Im Bereich von $\tan\beta \approx 2$ bis $\tan\beta \approx 30$ sind die Korrekturen, falls definiert, wieder unabhängig von $\tan\beta$, allerdings sind sie nun betragsmäßig am größten für $M_{\text{SUSY}} = 500$ GeV. Die Korrekturen erreichen dort etwa -6% des Bornquerschnitts. Für sehr große Sfermionmassen verschwinden die relativen Korrekturen in diesem Bereich fast vollständig.

Für die Interpretation der Kurven bei großen und kleinen Werten für $\tan\beta$ sind die Beiträge zu den Strahlungskorrekturen durch Fermion/Sfermion-Schleifen in der Chargino-Selbstenergie und der Chargino-Vektorboson-Vertexkorrektur von besonderer Bedeutung. In diese gehen die Kopplungen von Fermionen an Sfermionen und Charginos und damit Yukawakopplungen $\sim m_b/c_\beta$ oder $\sim m_t/s_\beta$ ein. Erstere werden für große Werte von $\tan\beta$ groß, letztere für kleine. Die Chargino-Selbstenergien liefern dann für solche Extremwerte von $\tan\beta$ einen großen positiven Beitrag zu den Strahlungskorrekturen, der Chargino-Vektorboson-Vertex einen großen negativen. Welcher dieser Beiträge der ausschlaggebende ist, wird vom Wert des Sfermionmassenparameters M_{SUSY} bestimmt. Sind die Sfermionmassen klein, so gewinnt der Beitrag der Vertexkorrektur ($M_{\text{SUSY}} < 2$ TeV bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV), sind sie groß, so ist die Charginoselbstenergie maßgebend.

Die Abbildung 6.15 zeigt die Strahlungskorrekturen zur Charginoproduktion in e^+e^--Kollisionen, aufgeschlüsselt nach verschiedenen Schleifenbeiträgen in den Feynmandiagrammen bei einem universellen Sfermionmassenparameter $M_{\text{SUSY}} = 500$ GeV. Dargestellt sind die Korrekturen, normiert auf den Bornquerschnitt mit laufender Kopplungskonstanten $\alpha = \alpha(s)$, wie sie in (6.5) definiert sind. Durch diese Normierung sind im Bornquerschnitt schon die Korrekturen von leichten Fermionen im Photon-Propagator enthalten. Dadurch werden, wie schon bei der Diskussion der Abbildung 6.9, die mit „SM-Fermion-Schleifen“ bezeichneten relativen Korrekturen sehr klein. Die Strahlungskorrekturen, die nicht von (S)Fermion-Schleifen kommen, können an den Diagrammen als Differenz der gepunkteten und der lang-gestrichelten Kurven abgelesen werden. Da die Beiträge von den (S)Top/(S)Bottom-Schleifen auch in den (S)Fermion-Schleifenbeiträgen enthalten sind, läßt sich anhand der Kurven nachvollziehen, dass der starke Anstieg der Korrekturen für kleine und große Werte von $\tan\beta$ seinen Ursprung in den Schleifen von Top- und Bottom-Quarks und ihren skalaren Superpartnern hat.

Auch aus diesen Diagrammen kann wieder der Schluss gezogen werden, dass eine Rechnung unter ausschließlicher Einbeziehung von (S)Fermion-Schleifen nur eine unbefriedigende Näherung darstellt. Das Ergebnis dieser Rechnung liegt bis zu 12% neben dem Ergebnis der vollständigen Einschleifenrechnung.

In der Abbildung 6.16 ist die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to$

$\tilde{\chi}_1^+ \bar{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit vom Squarkmassenparameter $M_{\tilde{q}} = m_Q = m_U = m_D$ aufgetragen. Es wurden diagonale Sfermionmischungsmatrizen und $\tan\beta = 10$ gewählt. Die Massenparameter $M_{\tilde{l}} = m_E = m_L$, die im Wesentlichen die Sleptonmassen festlegen, wurden bei unterschiedlichen Werten festgehalten. Zusätzlich wurde die Kurve eingezeichnet, die sich ergibt, wenn man für den Sfermionsektor einen universellen Brechungsparameter $M_{\mathrm{SUSY}} = M_{\tilde{q}} = M_{\tilde{l}}$ annimmt.

Für das Diagramm mit $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV ($M_2 = 200$ GeV, $\sqrt{s} = 500$ GeV) sind die Schnittpunkte der Kurven mit universellem und nicht-universellem Sfermionmassenparameter markiert, für die dann $M_{\tilde{l}} = M_{\tilde{q}}$ gilt. Man erkennt hier eine starke Abhängigkeit der Strahlungskorrekturen von der Sleptonmasse, wogegen die Masse der Squarks ab $M_{\tilde{q}} \approx 500$ GeV nur eine untergeordnete Rolle spielt. Nur für große Slepton- und Squarkmassen verschwinden die Korrekturen, was an den relativen Strahlungskorrekturen bei $M_{\tilde{q}} = 2$ TeV abgelesen werden kann. Für leichte Sleptonmassen ($M_{\tilde{l}} \leq 200$ GeV) können die Korrekturen bei $M_{\tilde{q}} = 2$ TeV dagegen etwa 13% des Bornquerschnitts ausmachen und sie sind positiv. Zur Kompensation der Strahlungskorrekturen bei großen Werten von M_{SUSY} sind zwei Arten von Diagrammen mit inneren Sfermionen nötig. Die Diagramme mit inneren geschlossenen Fermion/Sfermion-Schleifen liefern dazu die positiven Korrekturen, während die Diagramme mit inneren Selektronen und Sneutrinos aus der Elektron-Selbstenergie und dem Elektron-Vektorboson-Vertex mit negativem Vorzeichen in die Rechnung eingehen. Im Zusammenspiel erzeugen diese Korrekturen dann auch das Maximum der Kurve für einen universellen Sfermionmassenparameter von $M_{\mathrm{SUSY}} \approx 250$ GeV.

Für eine leichte Charginomasse von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV ($M_2 = 800$ GeV, $\sqrt{s} = 2$ TeV) ergibt sich ein ganz anderes Bild. Zunächst sieht man bei $M_{\tilde{q}} \approx 320$ GeV eine Schwelle, deren Ursprung im Chargino-Selbstenergie-Diagramm mit einem inneren linkshändigen Sbottom- und einem Top-Quark zu finden ist. Im Gegensatz zum Diagramm mit $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV ist hier auch die Sleptonmassenabhängigkeit klein. Durch Variation des Sleptonmassenparameters $M_{\tilde{l}}$ ändern sich die Korrekturen maximal um etwa 1.5%. Trotz der kleinen Änderung lässt sich jedoch auch aus diesem Beispiel leicht ablesen, dass sich die Strahlungskorrekturen für große Squark- und Sleptonmassen gerade kompensieren. Die größten Strahlungskorrekturen sind für diese Parameterwerte bei $M_{\tilde{q}} \lesssim 700$ GeV zu finden. Sie können dort, in genügendem Abstand von der Schwelle, etwa −6% des Bornquerschnitts ausmachen.

In der Abbildung 6.17 wird abschließend noch die Abhängigkeit der Strahlungskorrekturen für die Paarproduktion von leichten Charginos in e^+e^--Kollisionen von der Masse des Higgsbosons A^0 gezeigt. Es werden wieder die beiden Fälle $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV ($M_2 = 200$ GeV) und $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV ($M_2 = 800$ GeV) betrachtet, wobei eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 500$ GeV beziehungsweise $\sqrt{s} = 2$ TeV gewählt wurde. Gezeigt ist die Größe $\tilde{\Delta}$. Die verschiedenen Kurven entsprechen unterschiedlichen Werten von $\tan\beta$, und es sind die Resultate für zwei verschiedene universelle Sfermionmassenparameter M_{SUSY} aufgetragen.

Für alle dargestellten Parameterwerte verhalten sich die Strahlungskorrekturen unempfindlich gegenüber einer Änderung der Higgsmasse M_A. Nur bei sehr kleinen Massen zeigt sich eine leichte Abhängigkeit. Diese Massen sind allerdings durch experimentelle Schranken ausgeschlossen. Die großen Korrekturen bei kleinen Werten für M_{SUSY} und die starke Abhängigkeit von $\tan\beta$ im Fall $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV entsprechen dem, was schon aus den Abbildungen 6.13 und 6.14 abgelesen werden konnte.

Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie

In den Abbildungen 6.18 und 6.19 ist analog zu 6.13 und 6.14 die $\tan\beta$-Abhängigkeit der Strahlungskorrekturen der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie für den Paarproduktionsprozess leichter Charginos in e^+e^--Kollisionen dargestellt. Aufgetragen ist die Größe

$$\Delta A_{\text{FB}} = A_{\text{FB}} - A_{\text{FB}}^{\text{Born}} \quad , \tag{6.10}$$

wie im Fall der Wirkungsquerschnitte für verschiedene Werte des universellen Sfermionmassenparameters M_{SUSY}, für $\mu > 0$ und $\mu < 0$ sowie für diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen $\mathcal{M}^2_{\tilde{f}}$. Bei der Rechnung für nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen wurden die Sfermionmischungsparameter durch $A_f = M_{\text{SUSY}}$ fixiert. In der Abbildung 6.18 ist die Masse des leichten Charginos bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV festgehalten. Als Wert für den Gauginomassenparameter wurde in diesem Fall $M_2 = 200$ GeV bei einer Schwerpunktsenergie von 500 GeV gewählt. In der Abbildung 6.19 wurde eine Masse von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bei $M_2 = 800$ GeV und $\sqrt{s} = 2$ TeV angenommen.

Zur Diskussion der Kurven für die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie ist ein Vergleich mit den entsprechenden Kurven für den Wirkungsquerschnitt hilfreich, da die Strahlungskorrekturen einen ähnlichen Verlauf zeigen. So sind die im letzten Kapitel diskutierten Schwellen in den Diagrammen mit nichtdiagonalen Sfermionmassenmatrizen auch hier sichtbar. Genauso sind die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien für leichte Sfermionmassen nicht über dem gesamten Wertebereich von $\tan\beta$ definiert, da die Sfermionmassenmatrizen (2.59) positiv definit sein müssen.

Bis auf die undefinierten Bereiche und die Schwellen ist der Verlauf der Kurven für diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen nahezu gleich. Nur in den Diagrammen für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV sind Unterschiede für sehr große oder kleine Werte von $\tan\beta$ zu erkennen. Die Unterschiede zwischen $\mu > 0$ und $\mu < 0$ sind nur im Bereich $\tan\beta \approx 1$ relevant. Die Abhängigkeit von $\tan\beta$ ist ab etwa $\tan\beta = 2$ nur noch sehr klein. Lediglich bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV zeigt sich noch einmal ein starker Anstieg bei sehr großen Werten für $\tan\beta$. Die starke $\tan\beta$-Abhängigkeit für kleine und große Werte von $\tan\beta$ ist wie bei den Wirkungsquerschnitten auf die konkurrierenden Beiträge in den Strahlungskorrekturen des Chargino-Vektorboson-Vertex und der Chargino-Selbstenergie mit Fermion/Sfermion-Schleifen zurückzuführen. Diese enthalten Kopplungen mit Beiträgen $\sim m_b/c_\beta$ und $\sim m_t/s_\beta$, die für große beziehungsweise kleine Werte von $\tan\beta$ stark anwachsen. Welche der beiden Strahlungskorrekturen die betragsmäßig größere ist, entscheidet der universelle Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. So ist im Diagramm mit diagonalen Sfermionmassenmatrizen und $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV, in der Abbildung 6.19, für kleine Werte von $\tan\beta$ der positive Beitrag aus der Chargino-Selbstenergie für $M_{\text{SUSY}} = 2$ TeV dominant, wogegen für $M_{\mathrm{SUSY}} \leq 1$ TeV die Strahlungskorrekturen aus dem Chargino-Vektorboson-Vertex gewinnen.

Interessant für die Beurteilung der Strahlungskorrekturen zur Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie ist auch ein Vergleich mit der Bornschen Näherung dieser Größe. Wie der Abbildung 3.3 zu entnehmen ist, bewegt sich A_{FB} für $\sqrt{s} = 500$ GeV im Bereich um -0.4 und für $\sqrt{s} = 2$ TeV im Bereich um -0.7. Die Strahlungskorrekturen von typischerweise $\Delta A_{\mathrm{FB}} = -0.08$ für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150\,\mathrm{GeV}$ und $\Delta A_{\mathrm{FB}} = -0.14$ für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500\,\mathrm{GeV}$ machen also etwa 20% der Bornschen Näherung aus, und sind damit so groß, dass sie für weitere Analysen nicht vernachlässigt werden dürfen. Wenn es zukünftig möglich sein wird Chargino-Produktionsquerschnitte und -Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien genau zu vermessen, und damit Einschränkungen an den Parameterraum des MSSM abzuleiten, würde eine Rechnung auf Bornniveau irreführende Ergebnisse liefern.

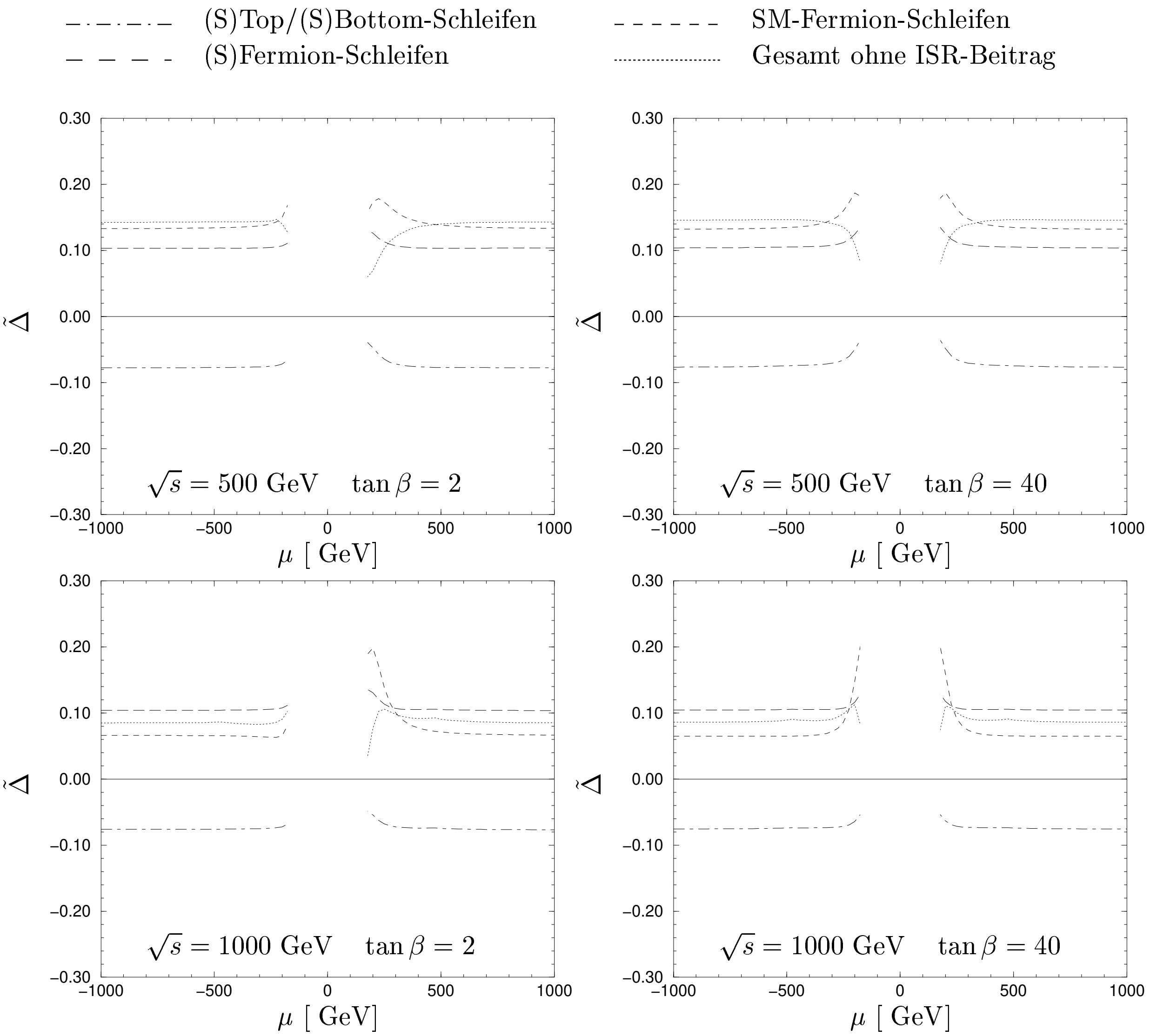


Abbildung 6.7: Verschiedene Beiträge zur relativen Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$. Die leichte Charginomasse wurde bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV für $M_2 > 0$ festgehalten.

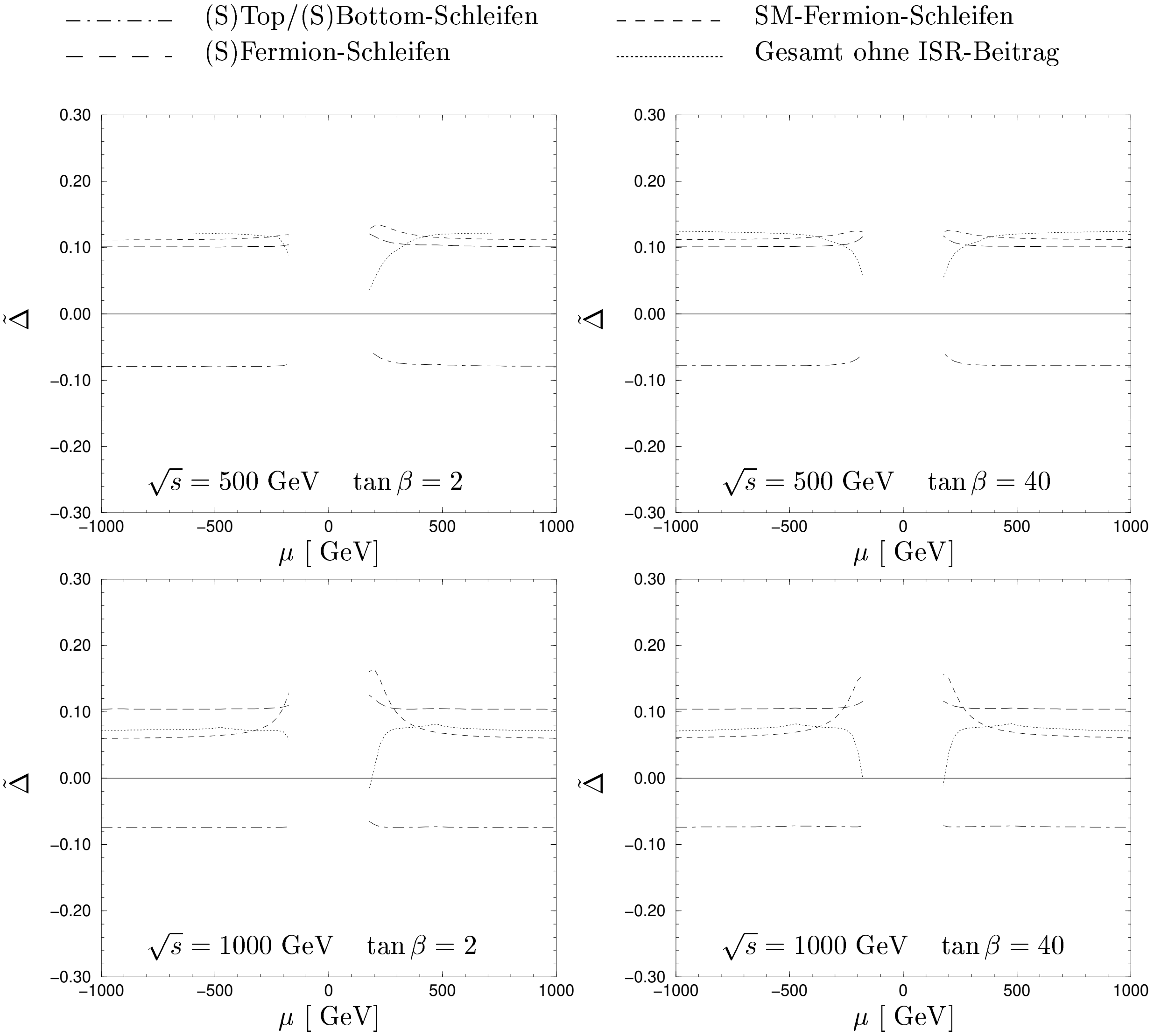


Abbildung 6.8: Verschiedene Beiträge zur relativen Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $u\,\bar{u} \to \tilde{\chi}_1^+ \bar{\tilde{\chi}}_1^+$. Die leichte Charginomasse wurde bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV für $M_2 > 0$ festgehalten.

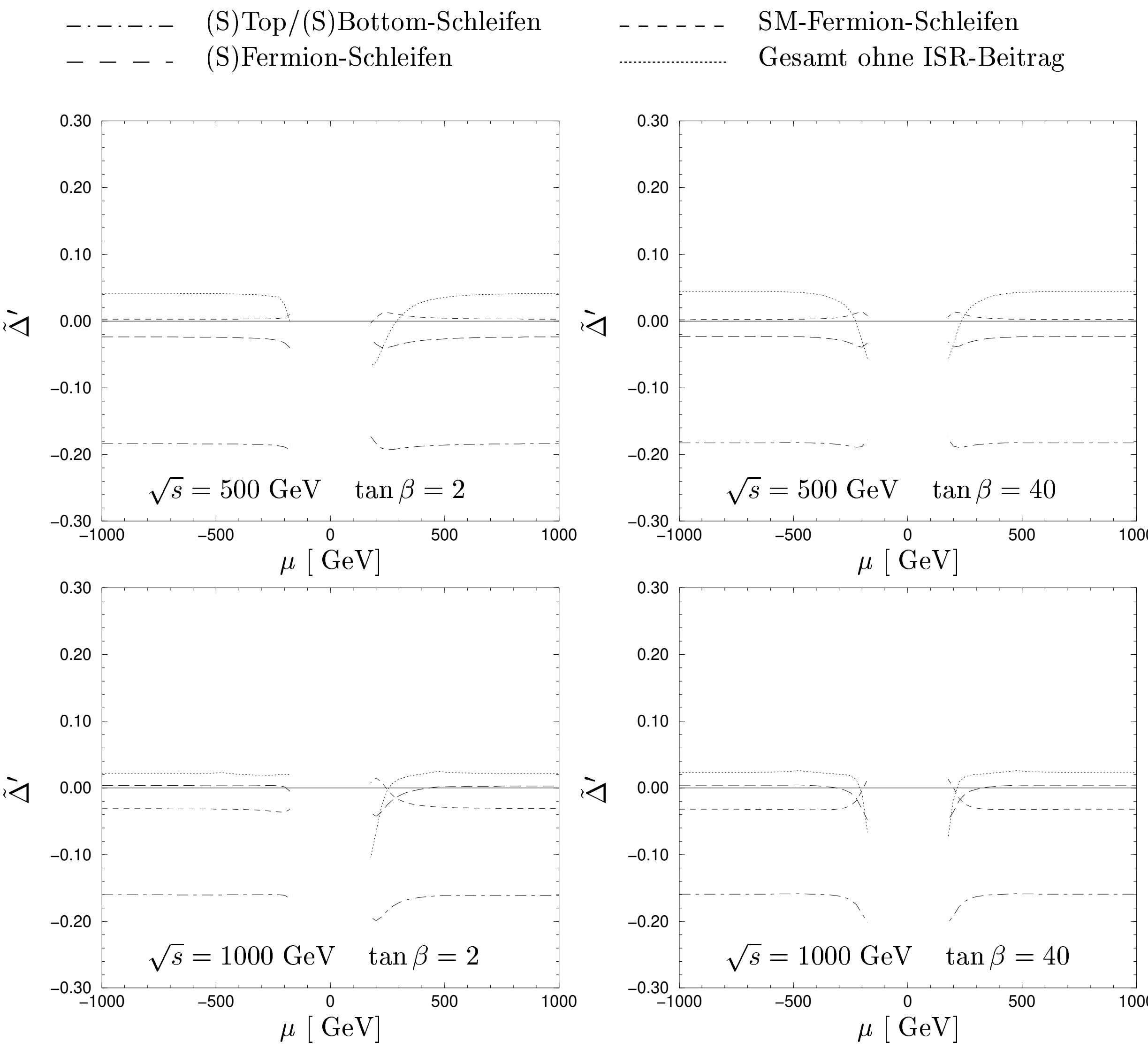


Abbildung 6.9: Verschiedene Beiträge zur relativen Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung mit laufender Kopplungskonstanten $\alpha = \alpha(s)$ für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$. Die leichte Charginomasse wurde bei $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV für $M_2 > 0$ festgehalten.

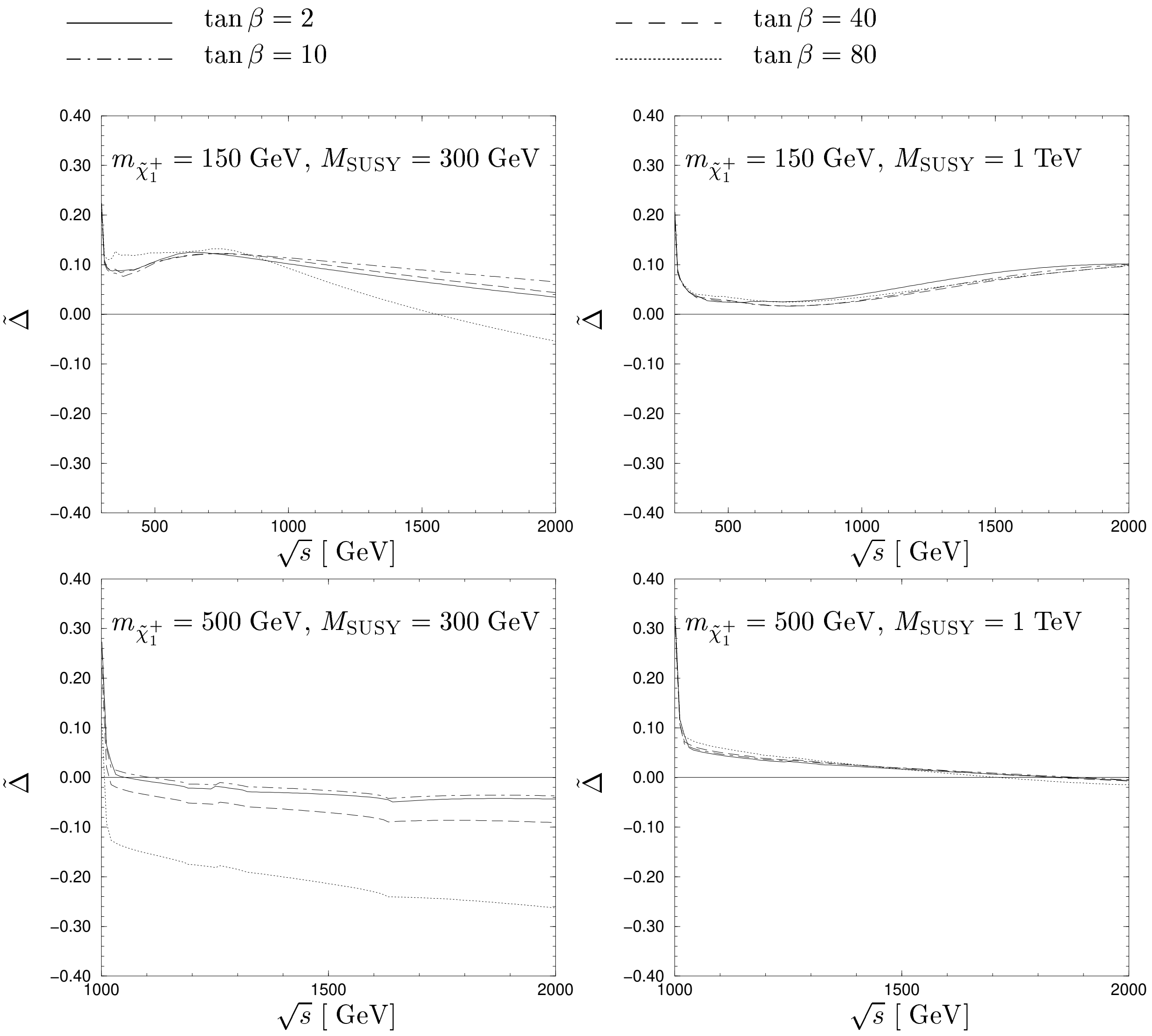


Abbildung 6.10: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ bei verschiedenen Werten für $\tan\beta$, $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ und für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Bei einer Charginomasse von 150 GeV (500 GeV) wurde $M_2 = 200$ GeV (800 GeV) und $\mu > 0$ gewählt.

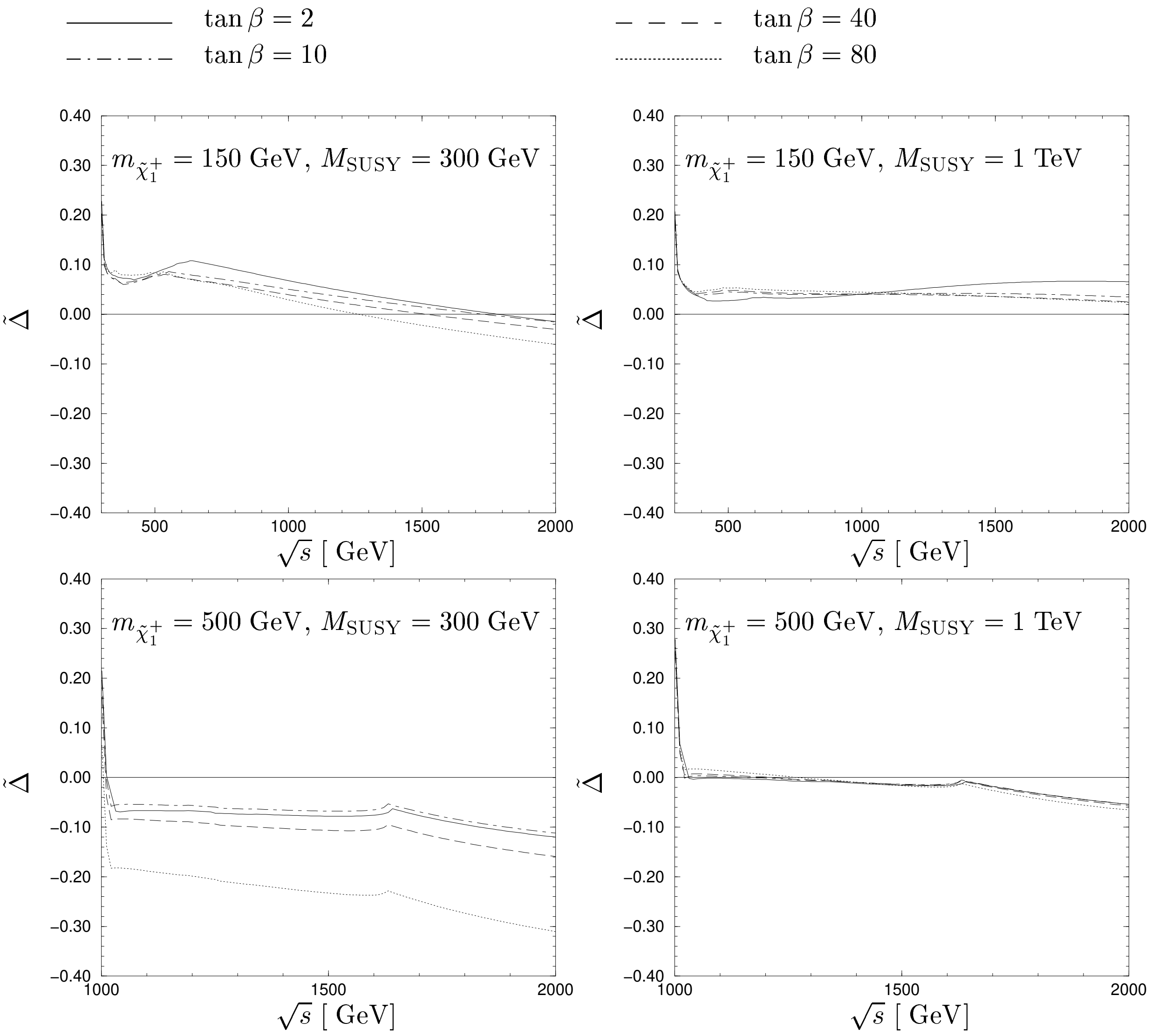


Abbildung 6.11: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $\bar{u}\,u \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ bei verschiedenen Werten für $\tan\beta$, $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ und für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Bei einer Charginomasse von 150 GeV (500 GeV) wurde $M_2 = 200$ GeV (800 GeV) und $\mu > 0$ gewählt.

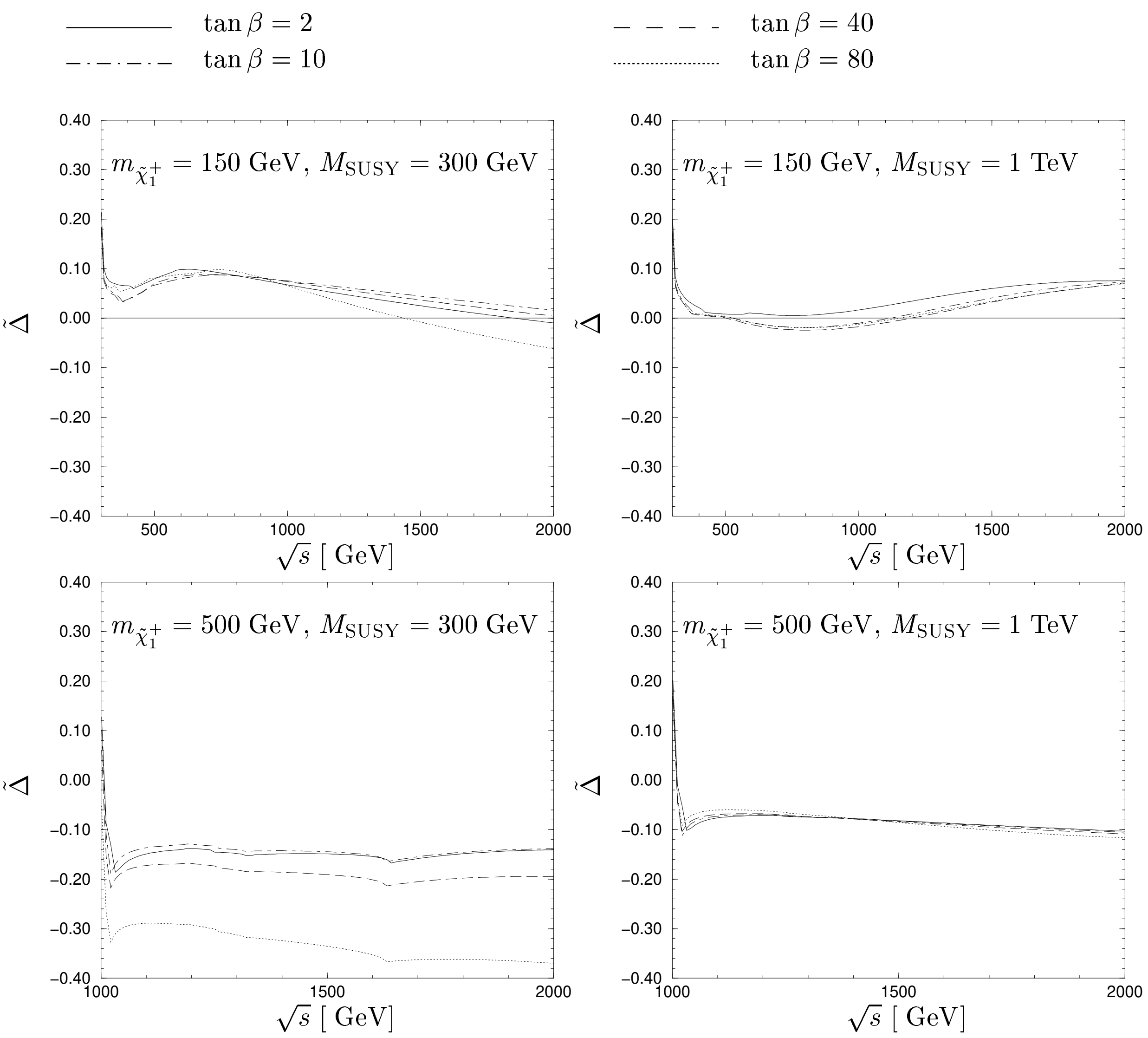


Abbildung 6.12: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $\bar{d}\,d \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ bei verschiedenen Werten für $\tan\beta$, $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ und für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Bei einer Charginomasse von 150 GeV (500 GeV) wurde $M_2 = 200$ GeV (800 GeV) und $\mu > 0$ gewählt.

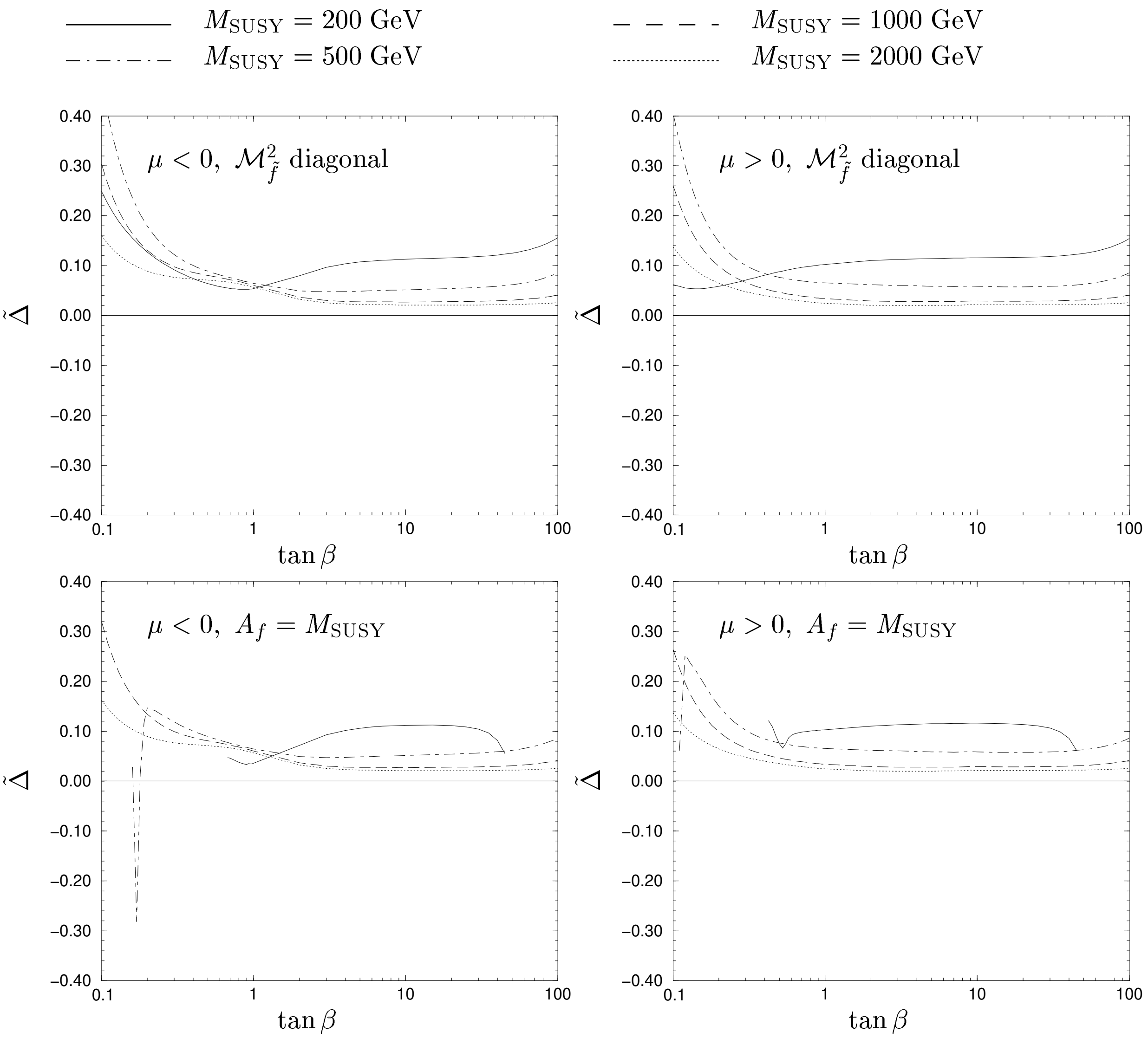


Abbildung 6.13: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$, in Abhängigkeit von $\tan\beta$ bei einer Masse des leichten Charginos von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV und $M_2 = 200$ GeV. Die Schwerpunktsenergie wurde durch $\sqrt{s} = 500$ GeV festgelegt. Die unterschiedlichen Kurven in den einzelnen Diagrammen entsprechen verschiedenen Werten für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ und es wurden diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen betrachtet.

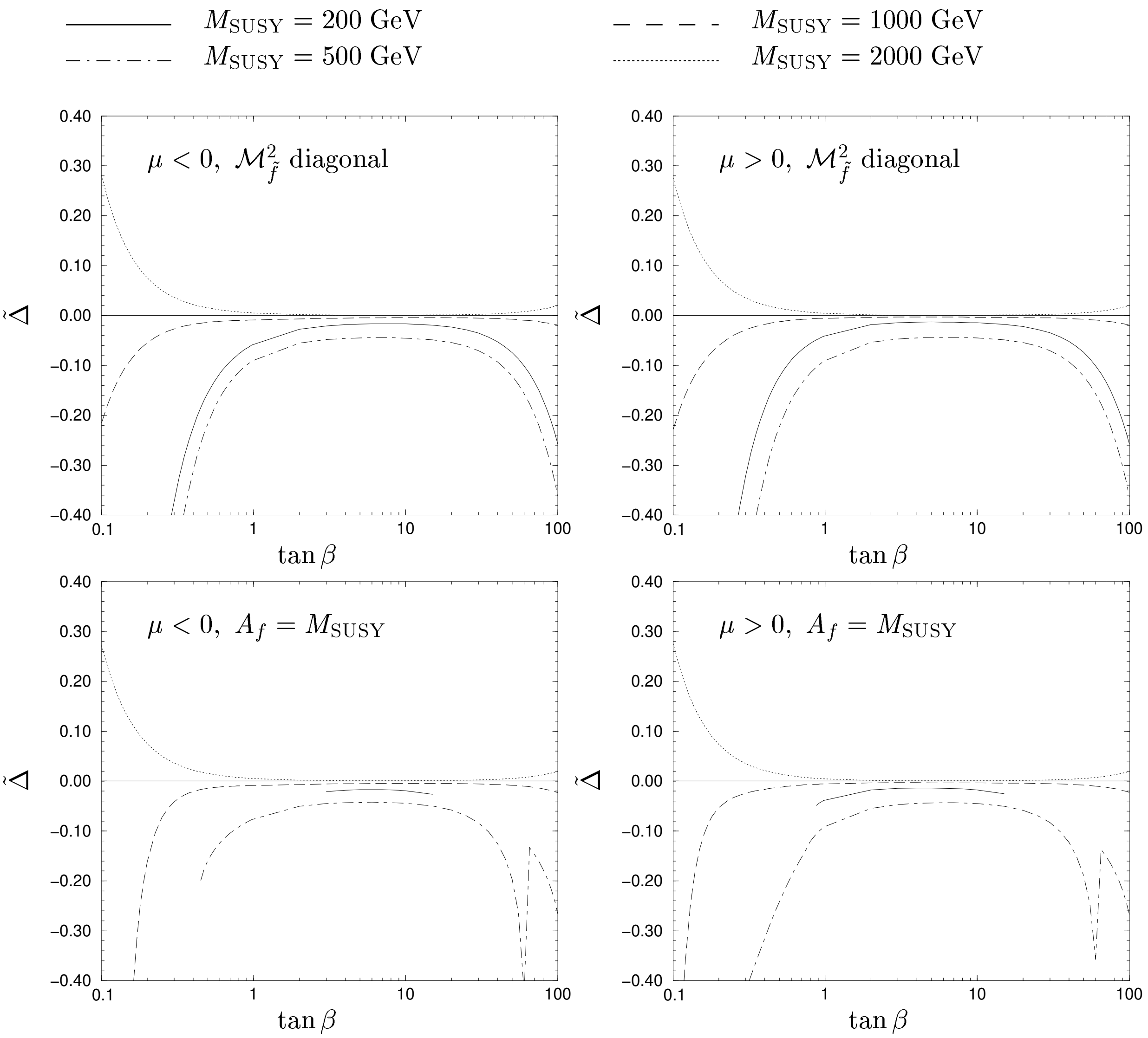


Abbildung 6.14: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$, in Abhängigkeit von $\tan\beta$ bei einer Masse des leichten Charginos von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV und $M_2 = 800$ GeV. Die Schwerpunktsenergie wurde durch $\sqrt{s} = 2$ TeV festgelegt. Die unterschiedlichen Kurven in den einzelnen Diagrammen entsprechen verschiedenen Werten für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ und es wurden diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen betrachtet.

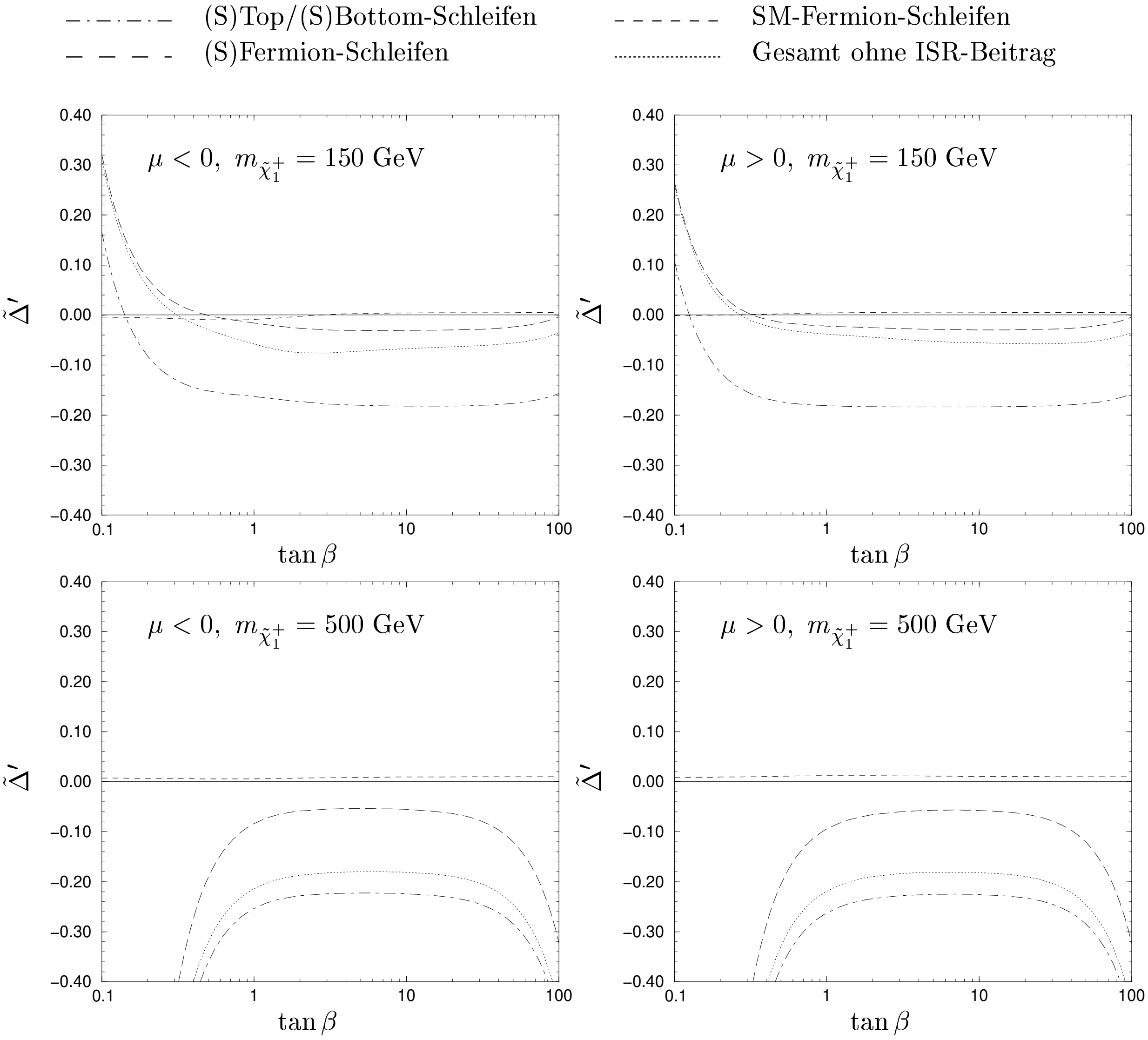


Abbildung 6.15: Verschiedene Beiträge zur relativen Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung mit laufender Kopplungskonstanten $\alpha = \alpha(s)$ für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$, in Abhängigkeit von $\tan\beta$. Der universelle Sfermionmassenparameter wurde durch $M_{\mathrm{SUSY}} = 500$ GeV festgelegt. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ und es wurden verschiedene Charginomassen gewählt. Der Parameter M_2 wurde fixiert wie in den Darstellungen der Abbildungen 6.13 und 6.14.

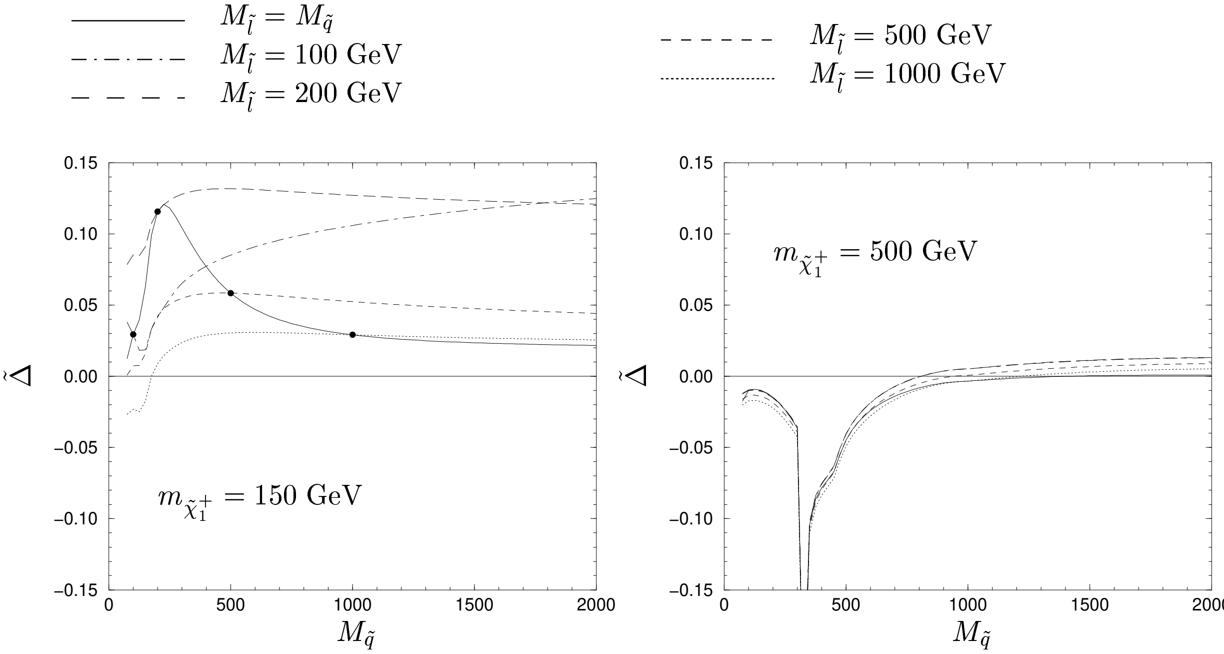


Abbildung 6.16: Die Größe $\tilde{\Delta}$ aus Gleichung (6.4) für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit vom Squarkmassenparameter $M_{\tilde{q}} = m_Q = m_U = m_D$ für verschiedene Sleptonmassenparameter $M_{\tilde{l}} = m_E = m_L$. Links ist die leichte Charginomasse $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV bei $M_2 = 200$ GeV und rechts ist $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bei $M_2 = 800$ GeV. Als Schwerpunktsenergie wurde links $\sqrt{s} = 500$ GeV und rechts $\sqrt{s} = 2$ TeV gewählt.

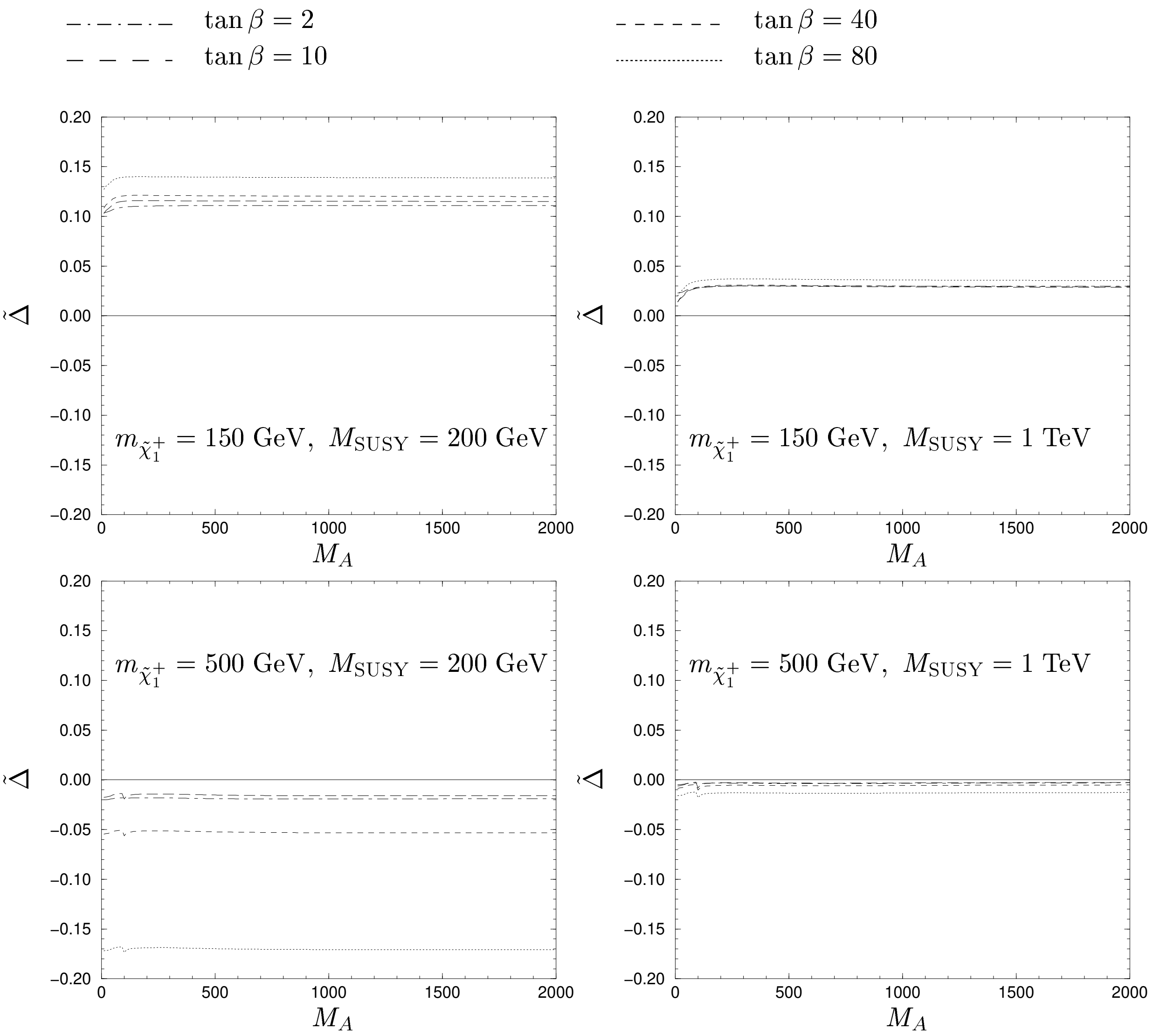


Abbildung 6.17: Die Größe $\tilde{\Delta}$ aus Gleichung (6.4) für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit von der Masse des pseudoskalaren Higgsbosons A^0 für verschiedene Werte von $\tan\beta$ und $M_{\rm SUSY}$. Oben ist die leichte Charginomasse $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV bei $M_2 = 200$ GeV und unten ist $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bei $M_2 = 800$ GeV. Als Schwerpunktsenergie wurde oben $\sqrt{s} = 500$ GeV und unten $\sqrt{s} = 2$ TeV gewählt.

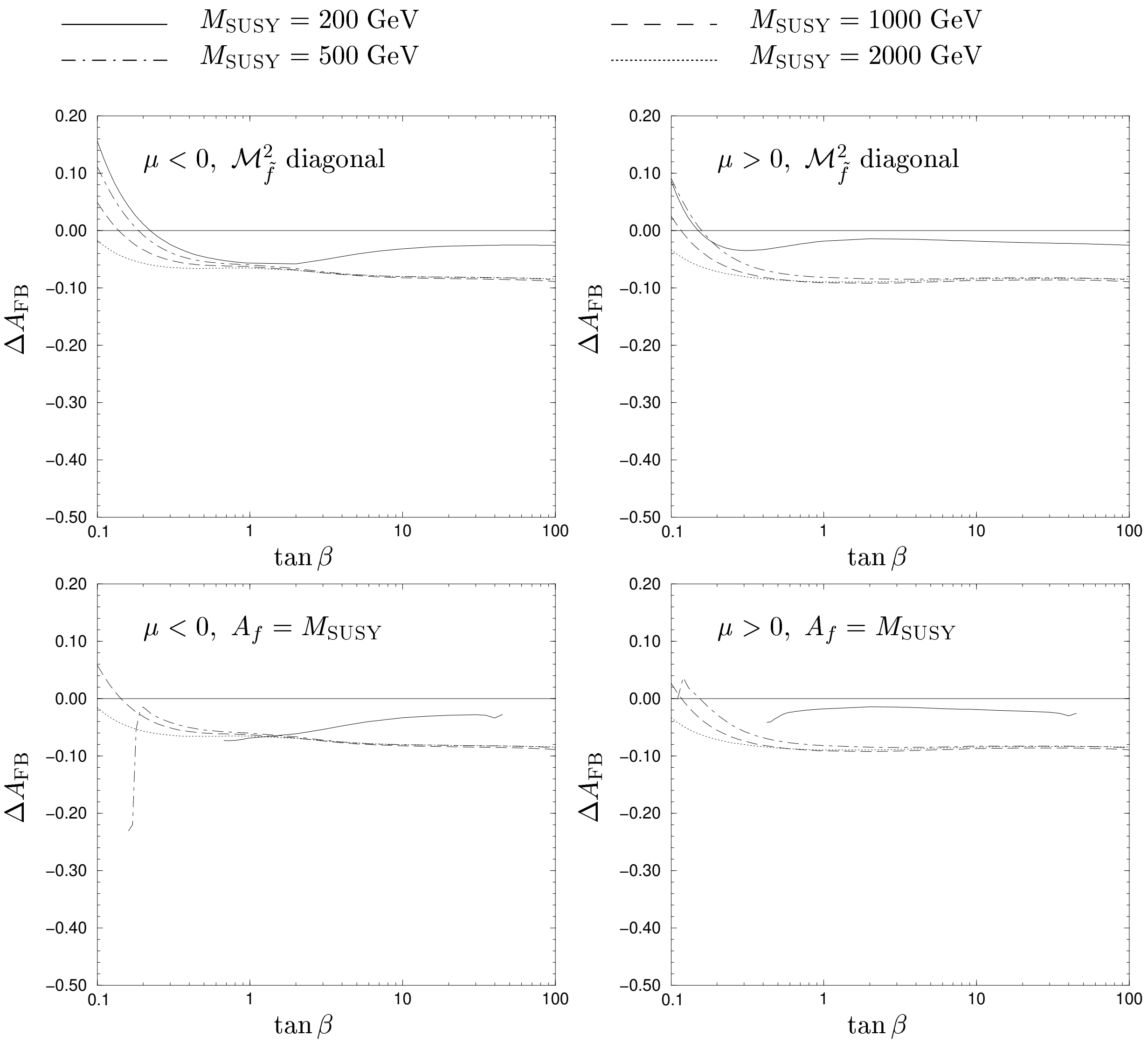


Abbildung 6.18: Die Strahlungskorrekturen zur Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^+\bar{\tilde{\chi}}_1^+$ in Abhängigkeit von $\tan\beta$ bei einer Masse des leichten Charginos von $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV und $M_2 = 200$ GeV. Die Schwerpunktsenergie wurde durch $\sqrt{s} = 500$ GeV festgelegt. Die unterschiedlichen Kurven in den einzelnen Diagrammen entsprechen verschiedenen Werten für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ, und es wurden diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen betrachtet.

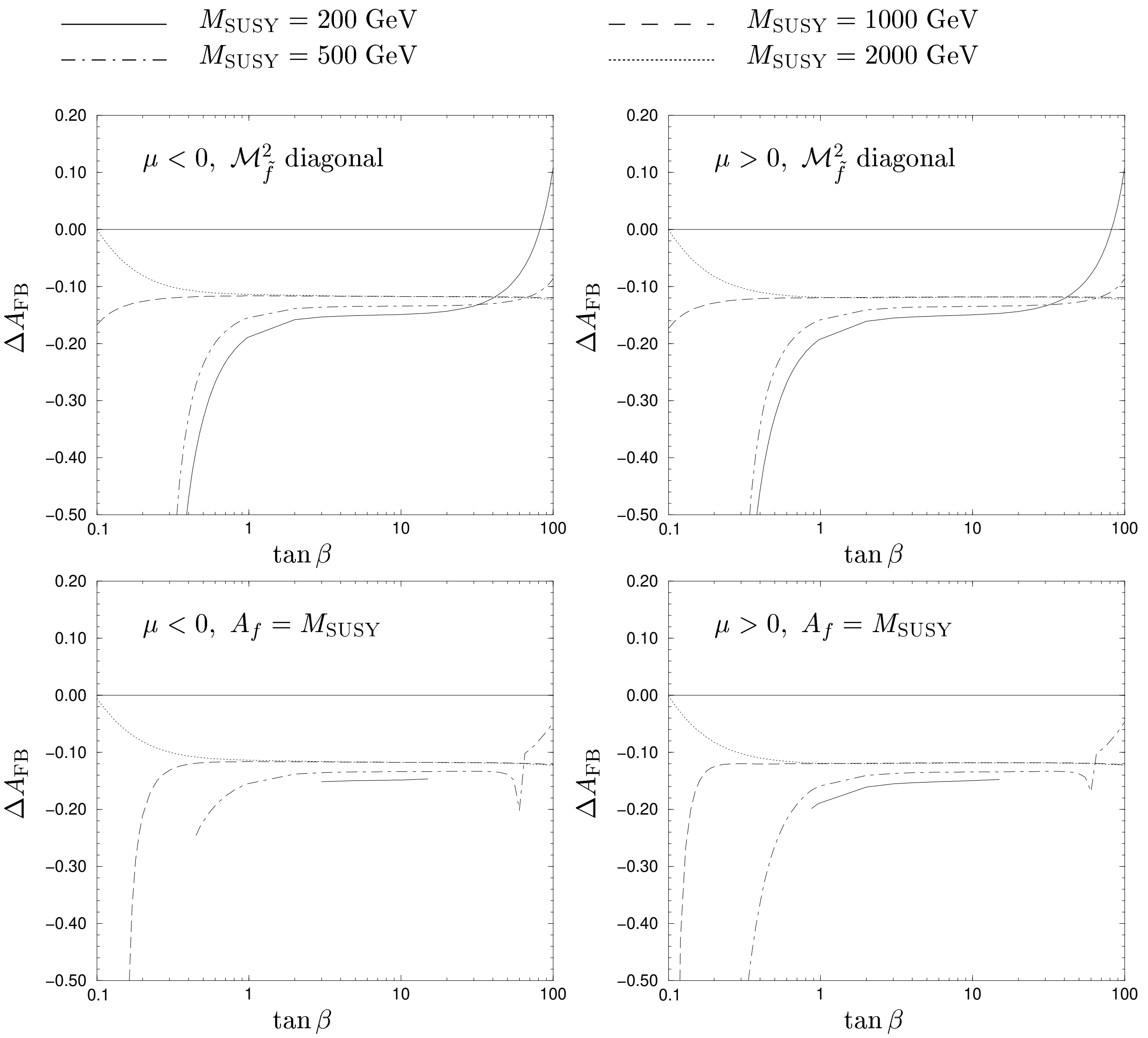


Abbildung 6.19: Die Strahlungskorrekturen zur Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie für den Prozess $e^+e^- \to \tilde\chi_1^+\bar{\tilde\chi}_1^+$ in Abhängigkeit von $\tan\beta$ bei einer Masse des leichten Charginos von $m_{\tilde\chi_1^+} = 500$ GeV und $M_2 = 800$ GeV. Die Schwerpunktsenergie wurde durch $\sqrt{s} = 2$ TeV festgelegt. Die unterschiedlichen Kurven in den einzelnen Diagrammen entsprechen verschiedenen Werten für den universellen Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ, und es wurden diagonale und nichtdiagonale Sfermionmassenmatrizen betrachtet.

6.3 Strahlungskorrekturen zur Neutralinoproduktion

Im folgenden Kapitel soll auf die Strahlungskorrekturen von Produktionsquerschnitten der beiden leichtesten Neutralinos eingegangen werden. Als Überblick sind in den Abbildungen 6.20 und 6.21 die Wirkungsquerschnitte für die Prozesse $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_1^0$ und $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_2^0$ inklusive aller Strahlungskorrekturen dargestellt. Variiert wurden die Parameter μ und

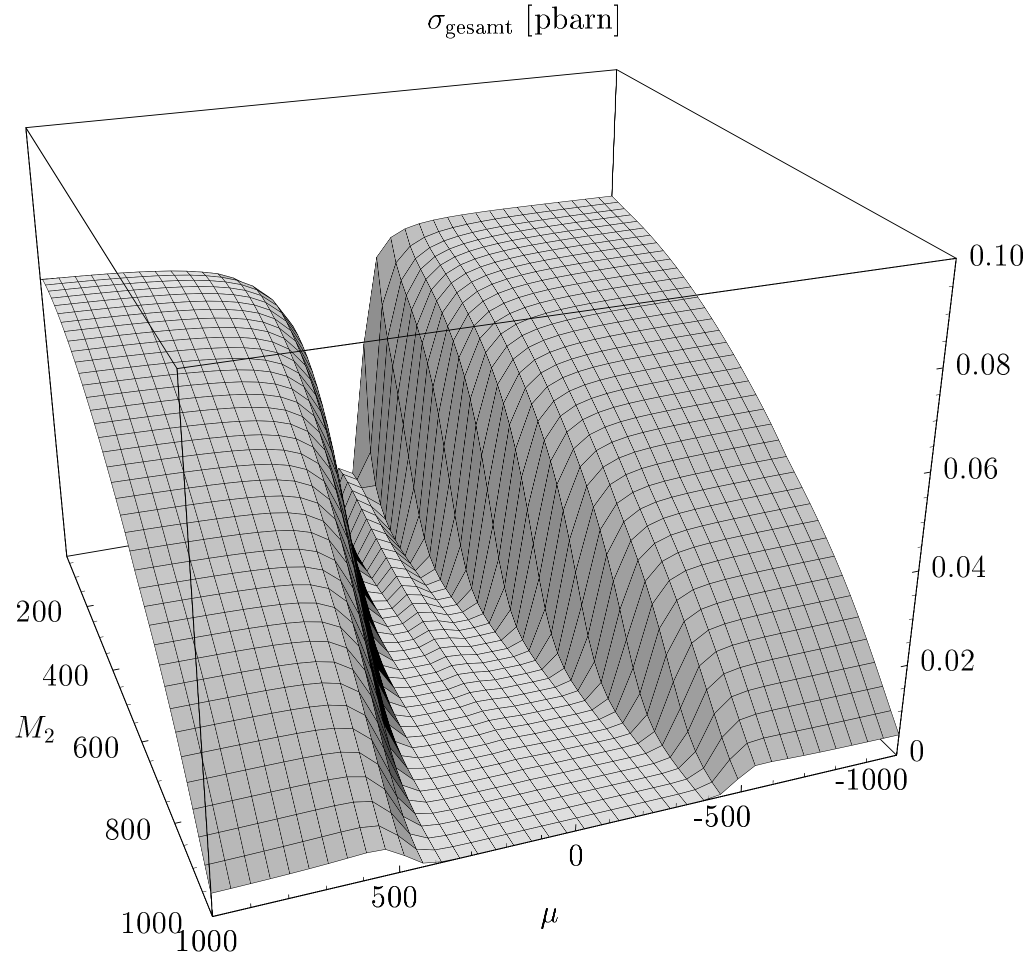


Abbildung 6.20: Wirkungsquerschnitt mit allen Strahlungskorrekturen für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

M_2 bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV. Für die übrigen Parameter wurden die Werte gewählt, wie sie in (B.12) zu finden sind.

Während die Abbildung 6.21 in Analogie zur Charginoproduktion bei kleinen Werten von μ große Wirkungsquerschnitte zeigt, verschwinden die Wirkungsquerschnitte in der Abbildung 6.20 dort vollständig. In diesem Gebiet — bei der gegebenen Parameterwahl bei $|\mu| \lesssim \frac{1}{2}M_2$ — verhalten sich die leichten Neutralinos Higgsino-artig. Die Kopplung eines Higgsinos an ein Elektron ist aber so groß, wie die Kopplung eines Higgsfelds an ein

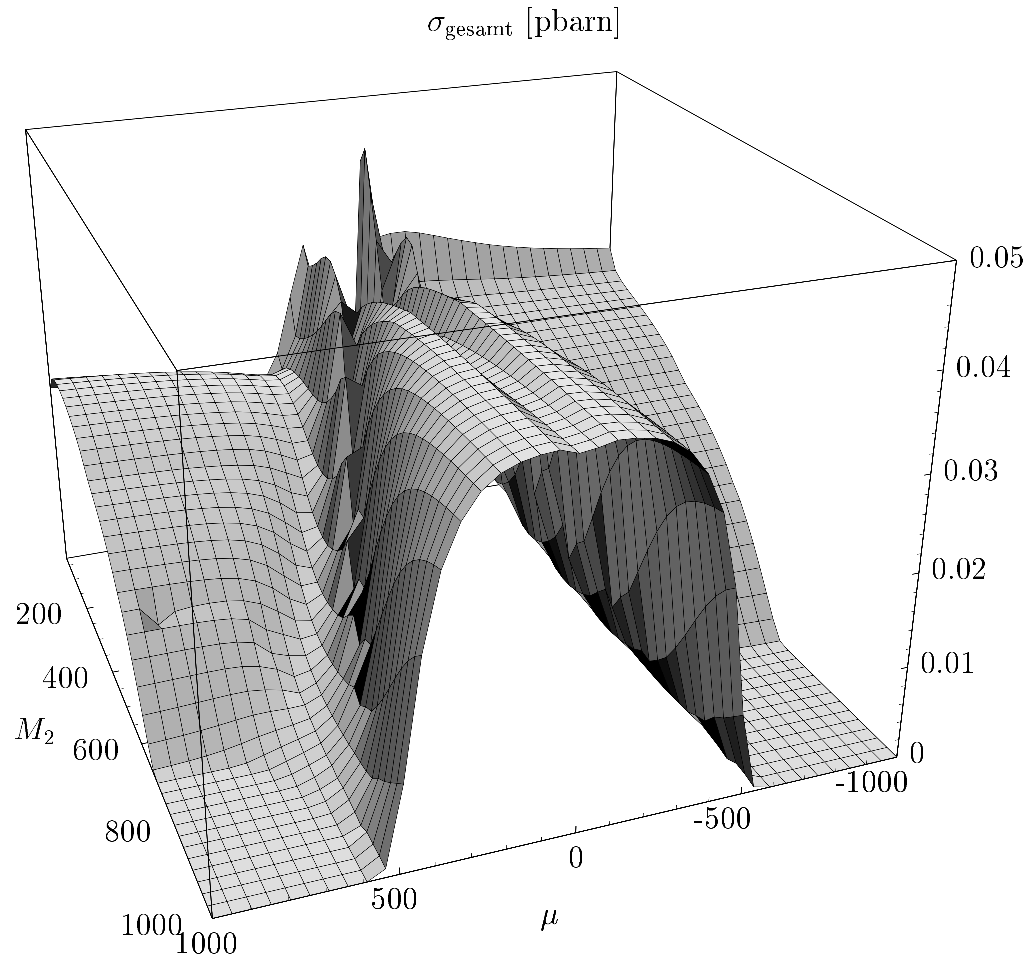


Abbildung 6.21: Wirkungsquerschnitt mit allen Strahlungskorrekturen für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ als Funktion von μ und M_2 in GeV bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1$ TeV.

Elektron, und damit proportional zur Elektronmasse. Deshalb sind dort die Kopplungen in den t- und u-Kanal-Born-Diagrammen klein. Für den Paarproduktionsprozess leichter Neutralinos liefert das Z-Austauschdiagramm in diesem Bereich ebenfalls nur einen vernachlässigbaren Beitrag.

Bei der Entwicklung des Amplitudenquadrats in Gleichung (5.1) geht man davon aus, dass die Strahlungskorrekturen betragsmäßig viel kleiner sind, als der Beitrag aus der Bornschen Näherung. Diese Gleichung stellt dann im Bereich kleiner Beträge von μ für den Prozess $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_1^0$ keine gute Näherung dar. Der Gesamtwirkungsquerschnitt kann dort sogar negativ werden, durch einen großen negativen Beitrag von den Strahlungskorrekturen. Dieser Bereich muss deshalb aus der folgenden Diskussion ausgeschlossen werden.

Die Abbildung 6.22 illustriert die Abhängigkeit des Paarproduktionsquerschnitts leichter Neutralinos vom Verhältnis der Vakuumerwartungswerte der Higgsfelder $\tan\beta$. In den oberen Diagrammen wurde die Masse des leichtesten Neutralinos durch $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 75$ GeV festgelegt, wobei $|\mu| = 400$ GeV und $\sqrt{s} = 500$ GeV gewählt wurde. In den unteren beiden Diagrammen ist $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 200$ GeV bei $|\mu| = 800$ GeV und $\sqrt{s} = 1$ TeV. In allen Plots sind die Sfermionmassenmatrizen diagonal. Es sind die numerischen Ergebnisse für $\mu > 0$ und $\mu < 0$ sowie für unterschiedliche Werte des universellen Sfermionmassenparameters M_{SUSY} aufgetragen.

Im Gegensatz zur Charginoproduktion zeigt der Wirkungsquerschnitt in der Abbildung 6.22 für alle gewählten Parameterwerte nahezu keine Abhängigkeit von $\tan\beta$. Auch für sehr kleine und sehr große Werte von $\tan\beta$ ist nur schwach eine Abweichung vom horizontalen Verlauf erkennbar. Obwohl, analog zur Diskussion der Charginos, die Kopplungen von SM-Fermionen an ihre Superpartner und an Neutralinos in diesen Bereichen wegen den Yukawakopplungen groß werden, kompensieren sich die Beiträge von den (S)Fermion-Schleifen im strahlungskorrigierten Vektorboson-Neutralino-Vertex und in der Neutralino-Selbstenergie gerade. Die Variation des universellen Sfermionmassenparameters M_{SUSY} ergibt Änderungen der relativen Strahlungskorrekturen im Bereich von etwa 4 bis 7%. Insgesamt liegen die Korrekturen dadurch bei +15 bis +20%.

Zur genaueren Analyse der Strahlungskorrekturen für die Produktion leichter Neutralinos in e^+e^--Kollisionen sind in der Abbildung 6.23 verschiedene Beiträge über dem Parameter $\tan\beta$ bei einem universellen Sfermionmassenparameter $M_{\text{SUSY}} = 500$ GeV aufgetragen. Dargestellt sind die Beiträge von (S)Top/(S)Bottom-Schleifen, von Schleifen mit beliebigen inneren Leptonen oder Quarks oder ihren skalaren Superpartnern, die Gesamtbeiträge ohne ISR-Korrekturen sowie die Gesamtbeiträge ohne ISR-Korrekturen und ohne Diagramme mit (S)Fermion-Schleifen. Zur Vollständigkeit ist auch der Beitrag von den Korrekturen des renormierten Photon-Z-Propagators mit inneren SM-Fermionen eingezeichnet. Dieser Anteil ist jedoch vernachlässigbar klein.

Ebenfalls sehr klein, etwa im Bereich von 1%, sind die Korrekturen ohne die Diagramme mit inneren (S)Fermion-Schleifen. Die Näherungsrechnung, bei der nur Diagramme betrachtet werden, mit inneren SM-Fermionen oder ihren Superpartnern ist hier also, im Gegensatz zur Charginoproduktion gut. Falsch wäre es hingegen in die Rechnung nur die Quarks und Squarks der dritten Generation einzubeziehen. Dies führt nur auf relative Korrekturen von etwa 3%. Ein großer Teil der Strahlungskorrekturen resultiert aus den Diagrammen, in denen SM-Fermionen mit leichten Massen und ihre Superpartner in inneren Linien auftreten.

In Analogie zur Abbildung 6.22 zeigt die Abbildung 6.24 die $\tan\beta$-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts für den Prozess $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_2^0$. Wieder wurde die Masse des leichtesten Neutralinos in den oberen Diagrammen bei $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 75$ GeV ($|\mu| = 400$ GeV, $\sqrt{s} = 500$ GeV) und in den unteren Diagrammen bei $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 200$ GeV ($|\mu| = 800$ GeV, $\sqrt{s} = 1$ TeV) festgelegt. Es sind die Resultate für $\mu > 0$ und $\mu < 0$ sowie für unterschiedliche Werte des universellen Sfermionmassenparameters M_{SUSY} aufgetragen. Zu beachten ist der im Vergleich zur Neutralino-Paarproduktion veränderte Maßstab der Plots.

Hier ist eine größere $\tan\beta$-Abhängigkeit zu erkennen, als bei der Paarproduktion der Neutralinos. Die Beträge der Strahlungskorrekturen haben ein lokales Maximum im Bereich von $\tan\beta \approx 0.7$. Dieses Maximum lässt sich über die Boxdiagramme mit dem Austausch zweier Z- oder W-Bosonen im s-Kanal auf die Kopplungen von Vektorbosonen an Charginos und Neutralinos (siehe (C.17) und (C.18)) zurückführen, die im Bereich $\tan\beta \approx 1$ betragsmäßig anwachsen. Besonders ausgeprägt ist der Extremwert des Wirkungsquerschnitts für große universelle Sfermionmassenparameter M_{SUSY}. Allerdings ist zu beachten, dass dann der Bornsche Wirkungsquerschnitt bei $\sqrt{s} = 500$ GeV aufgrund des Sfermionpropagators in den t- und u-Kanal-Diagrammen sehr klein wird. Man befindet sich dort am Rand des Gebiets, das sich mit den vorgestellten Mitteln störungstheoretisch beschreiben lässt.

Um die Zusammensetzung der Strahlungskorrekturen für den Prozess $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_2^0$ zu illustrieren, sind in der Abbildung 6.25 analog zur Abbildung 6.23 die numerischen Ergebnisse aus verschiedenen Teilrechnungen sowie das Gesamtergebnis ohne ISR-Korrektur aufgetragen.

Wie im Fall der Paarproduktion der Neutralinos spielt die Korrektur durch die SM-Fermion-Schleifen im Photon-Z-Propagator keine Rolle. Anders verhält es sich jetzt aber mit den Korrekturen ohne (S)Fermion-Schleifen. Diese sind negativ, und können 10% des Bornquerschnitts und mehr ausmachen. Groß und positiv sind wieder die Korrekturen aus den Diagrammen mit inneren (S)Fermion-Schleifen, wozu nicht nur die (S)Quarks der dritten Generation, sondern alle Quarkgenerationen und die Leptonen einen Beitrag liefern. Für die Produktion der Neutralinos gilt also analog zur Charginoproduktion, daß eine vollständige Einschleifenrechnung nötig ist, um die Größe von Strahlungskorrekturen sicher abschätzen zu können.

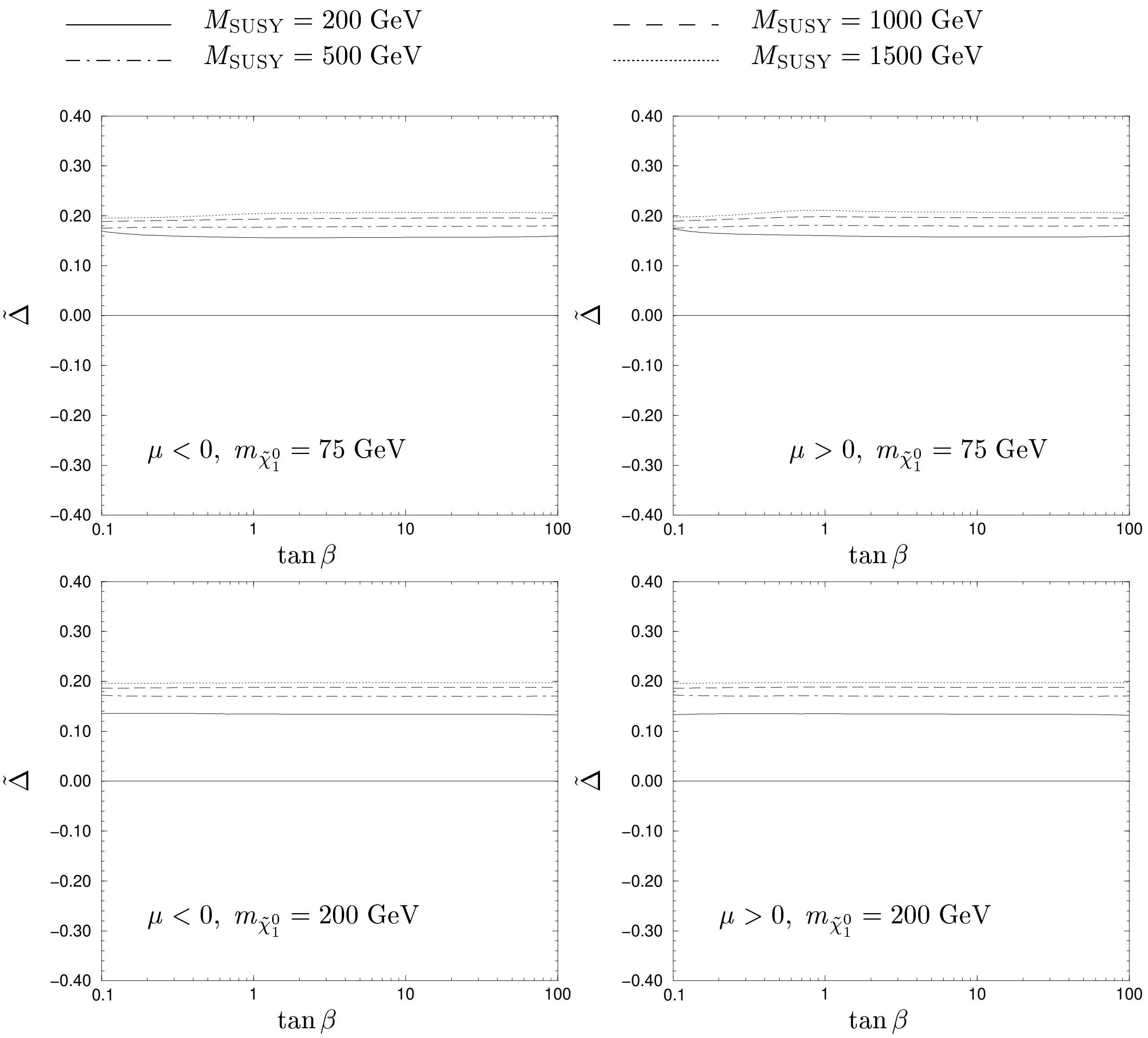


Abbildung 6.22: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$ in Abhängigkeit von $\tan\beta$. Für eine Neutralinomasse von $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 75$ GeV wurde $|\mu|$ bei 400 GeV fixiert und für die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 500$ GeV gewählt, bei $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 200$ GeV ist $|\mu| = 800$ GeV und $\sqrt{s} = 1$ TeV.

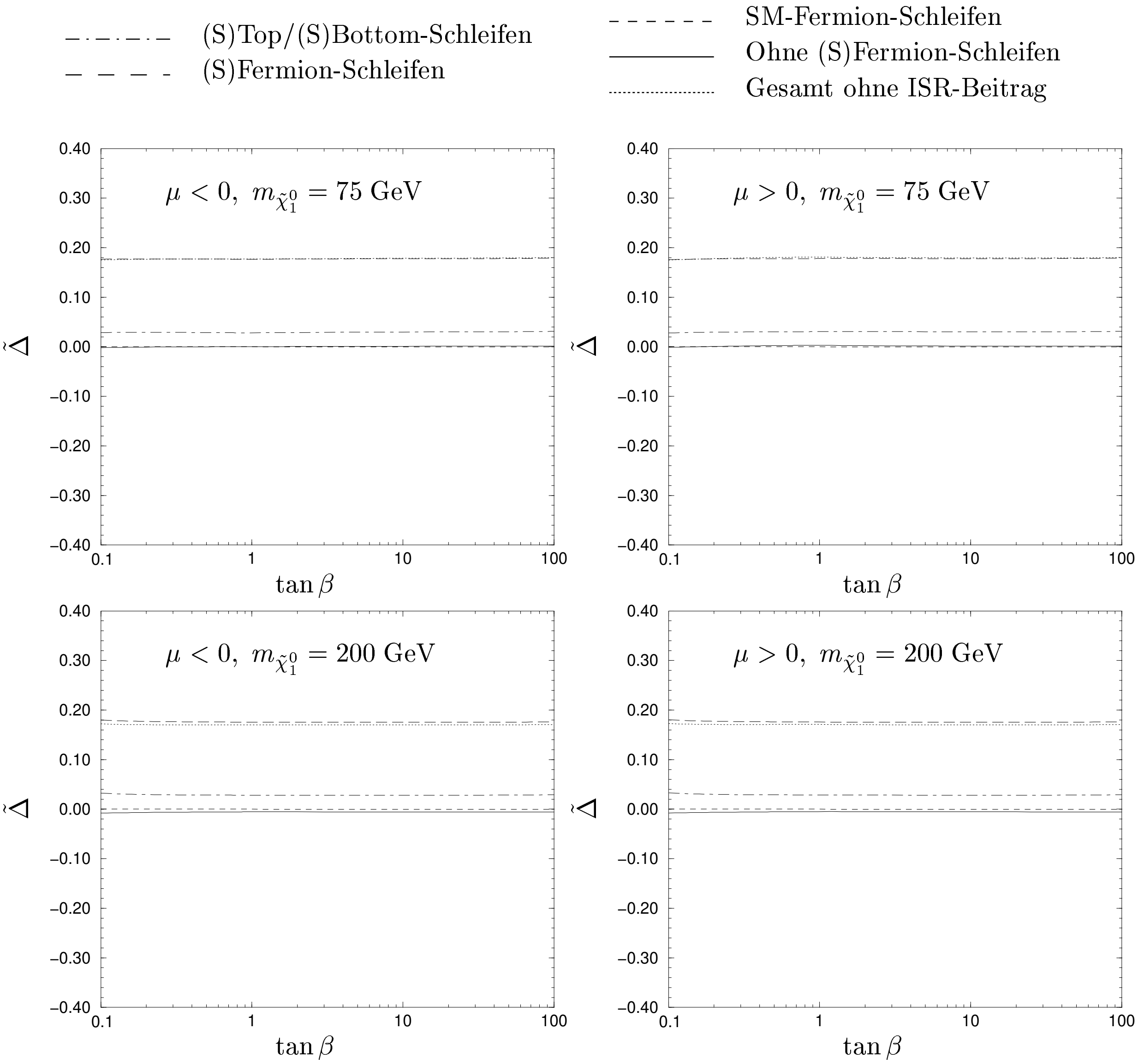


Abbildung 6.23: Verschiedene Beiträge zur relativen Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_1^0$, in Abhängigkeit von $\tan\beta$. Der universelle Sfermionmassenparameter wurde durch $M_{\mathrm{SUSY}} = 500$ GeV festgelegt. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ und es wurden verschiedene Neutralinomassen $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ gewählt. Der Parameter μ wurde fixiert wie in den Darstellungen der Abbildung 6.22.

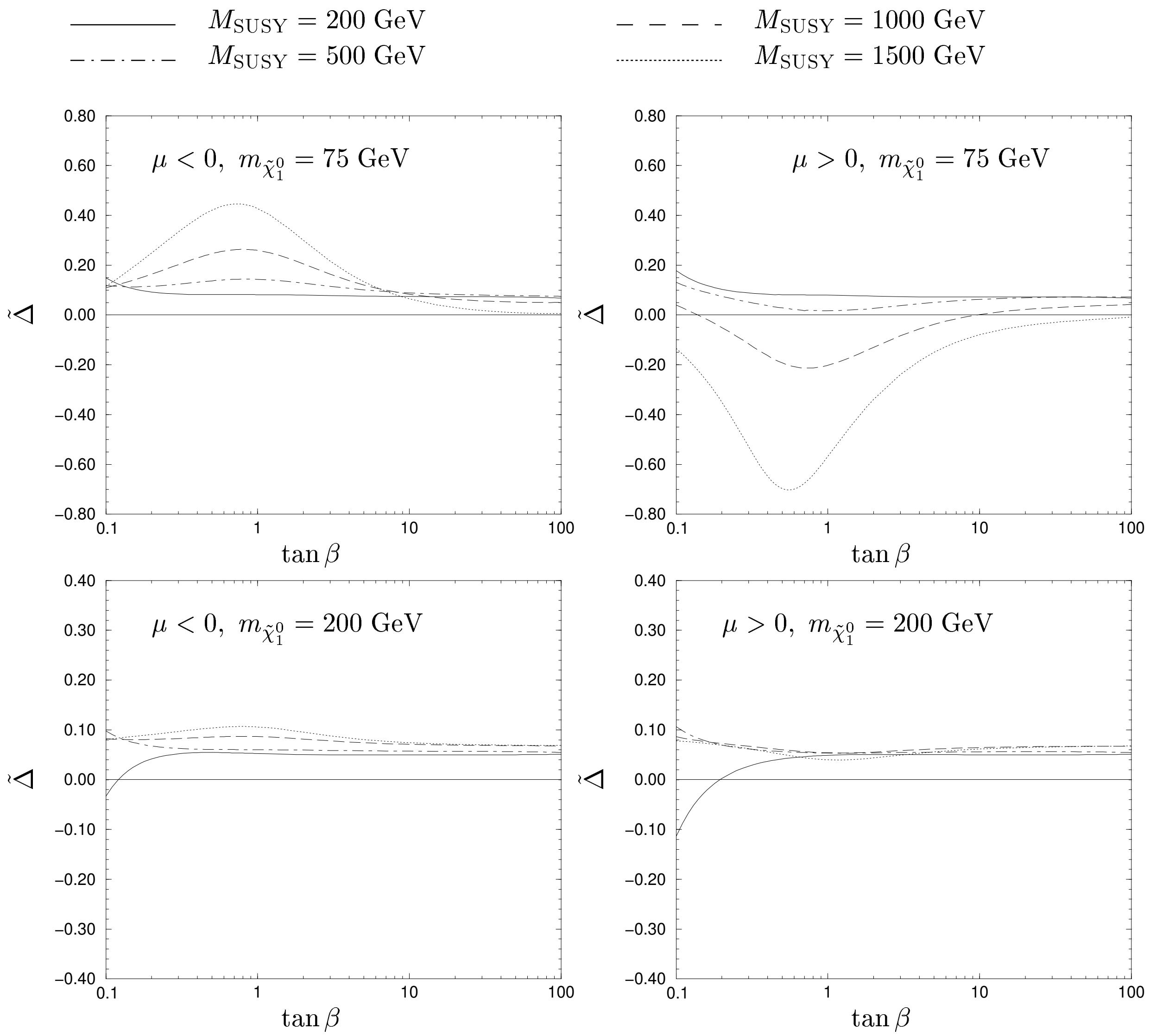


Abbildung 6.24: Die relative Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ in Abhängigkeit von $\tan\beta$. Für eine Neutralinomasse von $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 75\,\text{GeV}$ wurde $|\mu|$ bei 400 GeV fixiert und für die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 500$ GeV gewählt, bei $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 200$ GeV ist $|\mu| = 800$ GeV und $\sqrt{s} = 1$ TeV.

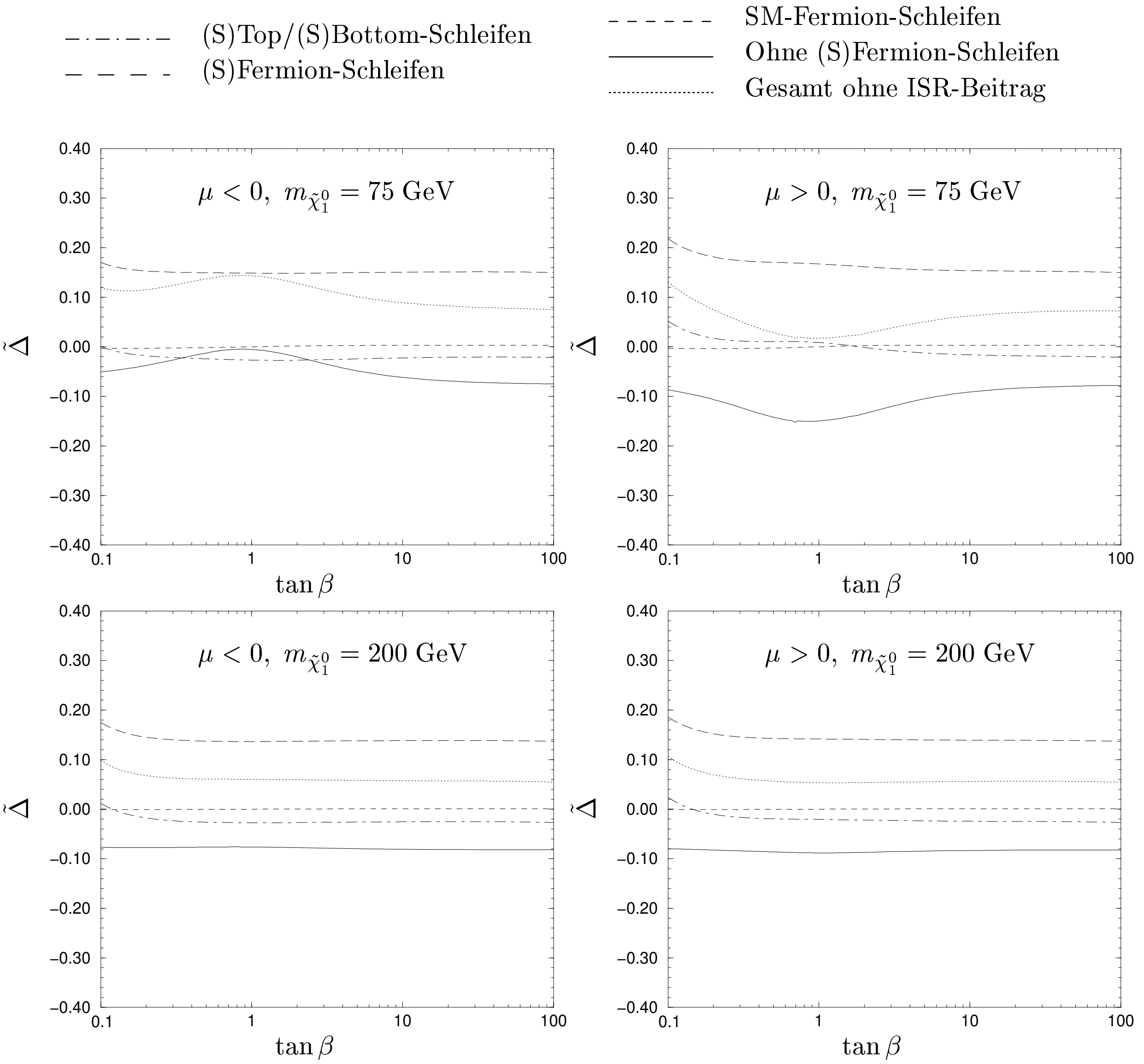


Abbildung 6.25: Verschiedene Beiträge zur relativen Abweichung des Wirkungsquerschnitts in der Einschleifenvorhersage (ohne ISR-Beitrag) zur Bornschen Näherung für den Prozess $e^+e^- \to \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$, in Abhängigkeit von $\tan\beta$. Der universelle Sfermionmassenparameter wurde durch $M_{\mathrm{SUSY}} = 500$ GeV festgelegt. Die Diagramme unterscheiden sich im Vorzeichen von μ und es wurden verschiedene Neutralinomassen $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ gewählt. Der Parameter μ wurde fixiert wie in den Darstellungen der Abbildung 6.24.

Kapitel 7

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die Einschleifenkorrekturen der Produktionsprozesse von Charginos $\tilde{\chi}_i^+$ und Neutralinos $\tilde{\chi}_i^0$ in Elektron-Positron- und Quark-Antiquark-Vernichtungen berechnet. Grundlage der Berechnungen war das minimal supersymmetrisch erweiterte Standardmodell der Elementarteilchen. Die Berechnung der Chargino- und Neutralino-Produktionsprozesse mit Elektronen im Anfangszustand ist wesentlich für das Verständnis der Physik an zukünftigen Elektron-Positron-Beschleunigern wie dem Linearbeschleuniger TESLA, wo durch die hohe Schwerpunktsenergie und Luminosität die Entdeckung neuer Physik jenseits des Standardmodells erwartet wird. Daneben sind die Ergebnisse der Rechnungen mit Quarks im Anfangszustand nötig für die Diskussion der Partonprozesse an zukünftigen Hadronbeschleunigern wie dem LHC.

Obwohl sich die Diskussion in Kapitel 6 auf die Produktion der leichten Charginos und Neutralinos beschränkt, sind alle analytischen Ausdrücke für beliebige Prozesse der Form $f\bar{f} \to \tilde{\chi}_i^+ \bar{\tilde{\chi}}_j^+$ beziehungsweise $f\bar{f} \to \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0$ und für leichte Fermionen f gültig. Insbesondere wurden alle, zur Berechnung dieser Prozesse nötigen Counterterme angegeben und zum Teil auch hergeleitet. Die Renormierung der Mischungsmatrizen der Chargino-, Neutralino- und Sfermionfelder wurde tiefergehend behandelt, da sie bisher noch nicht im Detail untersucht wurde. Es konnte gezeigt werden, dass die Counterterme der Mischungsmatrizen durch Kombinationen der Feldrenormierungskonstanten gegeben sind. Dadurch war dann, was die Behandlung der UV-Divergenzen angeht, die Renormierung der ursprünglichen, ungemischten Felder äquivalent zur Renormierung der rotierten Felder.

Schematisch wurden die Strahlungskorrekturen beschrieben, die zu den Produktionsprozessen beitragen. Diese gliedern sich in Selbstenergien, Vertexkorrekturen, Box- und Bremsstrahlungsdiagramme. Es wurden die Selbstenergien der externen Teilchen sowie der strahlungskorrigierte Photon-Z-Propagator und die Sfermion-Selbstenergien und -Übergänge berechnet. Zur Renormierung von $\tan\beta$, wie sie für diese Arbeit gewählt wurde, war es zusätzlich nötig, die A^0-Z-Mischung zu berechnen. Für die s-Kanal-Diagramme wurden die Strahlungskorrekturen zu den Lepton-, Quark-, Chargino- und Neutralino-Vektorboson-Vertizes berechnet. Für die t- und u-Kanal-Diagramme wurden die Korrekturen zu den Kopplungen von Leptonen oder Quarks an Charginos oder Neutralinos und Sleptonen oder Squarks benötigt. Zu den Boxdiagrammen gab es drei Topologien, eine ungekreuzte und zwei gekreuzte Boxgraphen. Da es sich bei den Neutralinofeldern um gemischte Zustände handelt, in die die fermionischen Superpartner der Photonen eingehen, war es nicht möglich, die Diagramme mit virtuellen Photonen zu separieren. Da diese QED-Beiträge IR-Divergenzen enthalten, war es nötig auch IR-divergente Bremsstrahlung in die Rechnung einzubeziehen. Dazu wurden Bremsstrahlungsdiagramme in der Softphotonnäherung berechnet.

Zur Berechnung totaler Wirkungsquerschnitte wurden die Borndiagramme, die Strahlungskorrekturen und die Renormierung in einem C++-Programm implementiert. Teilrechnungen konnten mit anderen Arbeiten [41, 42] und mit Resultaten der *Mathematica*-Pakete FeynArts und FormCalc [37, 43] verglichen werden.

Bei der Diskussion der Wirkungsquerschnitte wurde gezeigt, dass ein großer Teil der Strahlungskorrekturen auf die QED-Korrekturen der Elektronen und leichten Quarks in den Anfangszuständen der Prozesse zurückgeführt werden kann. Diese Korrekturen ließen sich in einem Faktor an den Bornwirkungsquerschnitt zusammenfassen und dadurch separat zu den übrigen Strahlungskorrekturen behandeln.

Anhand der Paarproduktionsquerschnitte von leichten Charginos wurde zunächst die Zusammensetzung der Strahlungskorrekturen untersucht. Es konnten verschiedene Untermengen von Einschleifendiagrammen getrennt betrachtet werden. Dabei zeigte sich, dass Diagramme mit inneren Top- und Bottom-Quarks und ihren Superpartnern, aufgrund der Yukawakopplungen, große Beiträge liefern, die jedoch überkompensiert werden, wenn bei der Rechnung auch die leichten Fermionen und ihre Superpartner hinzugenommen werden. Einen großen Teil davon konnte man auf die SM-Fermion-Schleifen (SM = Standardmodell) im Photon-Z-Propagator des s-Kanal-Diagramms zurückführen. Eine Rechnung unter ausschließlicher Berücksichtigung von Quarks und Squarks der dritten Generation stellt deshalb keine gute Näherung dar. Die Gesamtkorrekturen, ohne den Anteil der QED-Korrektur des Anfangszustands, lagen für die gewählten Parameter im Bereich bis 15% des Bornquerschnitts.

Mit Hilfe der laufenden Kopplungskonstanten $\alpha = \alpha(s)$ konnten die bekannten Beiträge von den leichten Fermionen im Photon-Propagator in einen neuen Bornquerschnitt integriert werden. Die resultierenden Korrekturen waren dann typischerweise in der Größenordnung von 5% relativ zu dieser Bornschen Näherung. In einigen Bereichen konnten jedoch durchaus auch wesentlich höhere Korrekturen auftreten. Dies zeigte eine genauere Analyse des Parameterraums. Dazu wurden exemplarisch zwei Werte für die Masse des leichten Charginos $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV und $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s} = 500$ GeV und $\sqrt{s} = 2$ TeV betrachtet. Es zeigten sich große Korrekturen des totalen Wirkungsquerschnitts besonders bei sehr großen und sehr kleinen Werten von $\tan\beta$, die hauptsächlich auf das starke Anwachsen der Faktoren m_b/c_β und m_t/s_β in den Kopplungen von SM-Fermionen an ihre supersymmetrischen Partner und an Charginos oder Neutralinos zurückzuführen waren. Bei Werten von $\tan\beta$ im Bereich von etwa 2 bis 30 ergab sich ein flacher Verlauf. Die Korrekturen lagen dort typischerweise bei -5% für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 150$ GeV und bei -20% für $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 500$ GeV bezogen auf den Bornquerschnitt mit laufender Kopplungskonstanten. Nahezu völlig unempfindlich reagierten die Strahlungskorrekturen auf Variation der Higgsmasse M_A. Für eine kleine Charginomasse waren außerdem die Strahlungskorrekturen hauptsächlich durch den Wert des Sleptonmassenparameters $M_{\tilde{l}}$ bestimmt, wogegen der Squarkmassenparameter $M_{\tilde{q}}$ nur eine untergeordnete Rolle spielte.

Die Analyse der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie bestätigte die Resultate bei den Wirkungsquerschnitten. Die Korrekturen lagen dort bei etwa 20% der Bornschen Näherung. Da ferner, unter Berücksichtigung der Ergebnisse bei den Wirkungsquerschnitten, angenommen werden kann, dass keine dort diskutierte Näherung befriedigende Ergebnisse liefert (nur (S)Fermion-Schleifen, nur (S)Top/(S)Bottom-Schleifen), wird zur Analyse der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien bei Chargino- und Neutralino-Produktionsprozessen an zukünftigen Teilchenbeschleunigern die in dieser Arbeit vorgestellte vollständige Einschleifenrechnung zwingend benötigt.

Für die Neutralinoproduktion wurde gezeigt, dass es Bereiche im Parameterraum des Modells gibt, in dem die Wirkungsquerschnitte in der Bornschen Näherung so klein werden, dass die Strahlungskorrekturen vergleichbar groß sind. Diese Bereiche wurden aus der Diskussion ausgeklammert. Um sie diskutieren zu können, müssten Korrekturen höherer Ordnung hinzugezogen werden.

Es wurde der Querschnitt für die Produktion von zwei Neutralinos in Elektron-Positron- und Quark-Antiquark-Kollisionen berechnet. Zur Illustration wurde der Paarproduktionsprozess $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_1^0$ sowie der Prozess $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_2^0$ bei verschiedenen Werten der freien Parameter betrachtet. Exemplarisch wurden dazu die beiden Fälle $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 75$ GeV und $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 200$ GeV bei Schwerpunktsenergien von $\sqrt{s} = 500$ GeV und $\sqrt{s} = 1$ TeV unterschieden.

Es ergab sich für die Paarproduktion der Neutralinos ein nahezu flacher Verlauf mit $\tan\beta$. Die Korrekturen konnten abhängig vom Wert für den universellen Sfermionmassenparameter bis 20% des Bornquerschnitts ausmachen. Diese Korrekturen resultieren fast vollständig aus den Diagrammen mit inneren SM-Fermionen und ihren Superpartnern. Alle anderen Beiträge sind vernachlässigbar klein. Allerdings stellte es keine gute Näherung dar, nur die Quarks und (S)Quarks der dritten Generation in die Rechnung einzubeziehen.

Die Rechnung des Produktionsquerschnitts für den Prozess $e^+e^- \to \chi_1^0\chi_2^0$ zeigte im Gegensatz zur Paarproduktion von leichten Neutralinos relativ große Korrekturen aus den Diagrammen ohne innere (S)Fermion-Schleifen. Sie lagen typischerweise bei -8% und konnten in manchen Parameterbereichen bis -16% des Bornquerschnitts ausmachen. Hier lohnte sich die vollständige Einschleifenrechnung. Eine Rechnung, in die nur Diagramme mit inneren SM-Fermionen und ihren Superpartnern einbezogen wurden, lieferte dagegen keine gute Näherung.

Insgesamt sind mit der vorliegenden Arbeit die elektroschwachen Strahlungskorrekturen für die Untersuchung von Chargino- und Neutralino-Produktionsprozessen an zukünftigen Generationen von Hochenergiebeschleunigern bereitgestellt.

Anhang A

Supersymmetrie

Wenn nicht anders angegeben, wird in allen Ausdrücken die Einsteinsche Summenkonvention verwendet. Die Minkowski-Metrik hat dabei folgende Gestalt:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \tag{A.1}$$

A.1 Spinoralgebra

Die Pauli-Matrizen sind gegeben durch

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad , \tag{A.2}$$

und zusätzlich kann man noch eine vierte Matrix definieren

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \tag{A.3}$$

so dass diese eine Basis zur Darstellung beliebiger 2×2-Matrizen bilden. Die Matrizen erfüllen die folgenden Relationen:

$$[\sigma^i, \sigma^j] = 2\, i\, \epsilon^{ijk} \sigma^k \quad , \quad \{\sigma^i, \sigma^j\} = 2\, \delta_{ij} \quad , \quad (\sigma^\mu)^2 = \mathbb{1} \quad , \quad (\sigma^\mu)^+ = \sigma^\mu \tag{A.4}$$

und lassen sich zu einer kovarianten Größe σ^μ zusammenfassen:

$$(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\alpha}} = (\mathbb{1}, \sigma^k)_{\alpha\dot{\alpha}} \quad , \quad (\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\alpha}\alpha} = \varepsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \varepsilon^{\alpha\beta} (\sigma^\mu)_{\beta\dot{\beta}} = (\mathbb{1}, -\sigma^k)^{\dot{\alpha}\alpha} \quad . \tag{A.5}$$

Die Indizes beziehen sich auf die Darstellungen der Weylspinoren ψ_α, $\overline{\psi}^{\dot\alpha}$ und lassen sich mit den total antisymmetrischen Tensoren heben und senken

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_{\alpha\beta} = -\varepsilon_{\beta\alpha} \quad , \quad \varepsilon_{12} = 1 \\
&\varepsilon_{\dot\alpha\dot\beta} = -\varepsilon_{\dot\beta\dot\alpha} \quad , \quad \varepsilon_{\dot1\dot2} = 1 \\
&\varepsilon^{\alpha\beta}\varepsilon_{\beta\gamma} = \delta^\alpha{}_\gamma \quad \Rightarrow \quad \varepsilon^{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta} \\
&\varepsilon^{\dot\alpha\dot\beta}\varepsilon_{\dot\beta\dot\gamma} = \delta^{\dot\alpha}{}_{\dot\gamma} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon^{\dot\alpha\dot\beta} = \varepsilon_{\dot\alpha\dot\beta} \quad .
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Die Skalarprodukte zweier Spinoren sind definiert über

$$\begin{aligned}
\psi\chi &:= \psi^\alpha\chi_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta}\,\psi^\alpha\chi^\beta = (-1)^2\,\varepsilon_{\beta\alpha}\,\chi^\beta\psi^\alpha = \chi\psi \\
\overline{\psi}\overline{\chi} &:= \overline{\psi}_{\dot\alpha}\overline{\chi}^{\dot\alpha} = \varepsilon^{\dot\alpha\dot\beta}\,\overline{\psi}_{\dot\alpha}\overline{\chi}_{\dot\beta} = (-1)^2\,\varepsilon^{\dot\beta\dot\alpha}\,\chi_{\dot\beta}\psi_{\dot\alpha} = \overline{\chi}\overline{\psi} \quad ,
\end{aligned} \tag{A.7}$$

und sind invariant unter Lorentztransformationen. Die Generatoren der zur Lorentzgruppe lokal isomorphen Gruppe SL(2,$\mathbb{C}$), die auf dem Raum der Spinoren ψ_α und $\bar\psi^{\dot\alpha}$ wirkt, setzen sich aus den Paulimatrizen wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}(\sigma^{\mu\nu})_\alpha{}^\beta &= \frac{i}{4}\,[(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\gamma}(\bar\sigma^\nu)^{\dot\gamma\beta} \;-\; (\sigma^\nu)_{\alpha\dot\gamma}(\bar\sigma^\mu)^{\dot\gamma\beta}] \\
\frac{1}{2}(\bar\sigma^{\mu\nu})^{\dot\alpha}{}_{\dot\beta} &= \frac{i}{4}\,[(\bar\sigma^\mu)^{\dot\alpha\gamma}(\sigma^\nu)_{\gamma\dot\beta} \;-\; (\bar\sigma^\nu)^{\dot\alpha\gamma}(\sigma^\mu)_{\gamma\dot\beta}] \quad .
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Zur kompakteren Beschreibung lassen sich vierdimensionale Spinoren definieren. Ihr Zusammenhang mit den zweidimensionalen Weylspinoren ist durch

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \overline{\chi}^{\dot\alpha} \end{pmatrix} \quad , \quad \overline{\Psi} = \begin{pmatrix} \chi^\alpha & \overline{\psi}_{\dot\alpha} \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

gegeben, und den ladungskonjugierten vierdimensionalen Spinor definiert man mit Hilfe der Ladungskonjugationsmatrix:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} i\sigma^2 & 0 \\ 0 & -i\sigma^2 \end{pmatrix} \quad \text{als} \quad \Psi^C = \mathbf{C}\,\bar\Psi^T = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \overline{\psi}^{\dot\alpha} \end{pmatrix} \quad , \quad \overline{\Psi}^C = \begin{pmatrix} \psi^\alpha & \overline{\chi}_{\dot\alpha} \end{pmatrix} \quad . \tag{A.10}$$

In dieser chiralen Darstellung haben γ-Matrizen in vier Dimensionen die Gestalt

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \overline{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^5 = i\,\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -\frac{i}{4!}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\,\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.11}$$

und erfüllen neben der Clifford-Algebra

$$\{\gamma^\mu,\gamma^\nu\} = 2\,g^{\mu\nu}\,\mathbb{1} \quad , \quad \mathrm{Tr}\,\mathbb{1} = 4 \tag{A.12}$$

die Relationen

$$\{\gamma^\mu,\gamma^5\} = 0 \quad , \quad (\gamma^5)^2 = \mathbb{1} \quad , \quad \frac{i}{2}\,[\gamma^\mu,\gamma^\nu] = \begin{pmatrix} \sigma^{\mu\nu} & 0 \\ 0 & \overline{\sigma}^{\mu\nu} \end{pmatrix} \quad . \tag{A.13}$$

Schließlich ist es zur Beschreibung von rechts- und linkshändigen Zuständen noch hilfreich, die Projektoren

$$\begin{aligned}
&\text{linkshändig:} \quad \omega_L = \frac{\mathbb{1}-\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \omega_L \Psi = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \\
&\text{rechtshändig:} \quad \omega_R = \frac{\mathbb{1}+\gamma^5}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \omega_R \Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \overline{\chi}^{\dot\alpha} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{A.14}$$

zu definieren.

A.2 Grassmannvariablen

Grassmannvariablen sind antivertauschende Elemente θ^α und $\bar\theta^{\dot\beta}$ $(\alpha, \dot\beta \in \{1,2\})$ einer Grassmann-Algebra

$$\left\{\theta^\alpha, \theta^\beta\right\} = \left\{\bar\theta^{\dot\alpha}, \bar\theta^{\dot\beta}\right\} = \left\{\theta^\alpha, \bar\theta^{\dot\beta}\right\} = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta^1\theta^1 = \theta^2\theta^2 = 0 \quad . \tag{A.15}$$

Formal lassen sich Ableitungen nach Grassmannvariablen definieren:

$$\begin{aligned}
\partial^\alpha \theta_\beta &:= \delta^\alpha{}_\beta \quad , \quad \partial_\alpha \theta^\beta := \delta_\alpha{}^\beta \\
\bar\partial \bar\theta^{\dot\beta} &:= \delta_{\dot\alpha}{}^{\dot\beta} \quad , \quad \bar\partial^{\dot\alpha} \bar\theta_{\dot\beta} := \delta^{\dot\alpha}{}_{\dot\beta} \quad ,
\end{aligned} \tag{A.16}$$

die dann ebenfalls Antikommutatorrelationen

$$\begin{aligned}
&\left\{\partial_\alpha, \partial_\beta\right\} = \left\{\bar\partial_{\dot\alpha}, \bar\partial_{\dot\beta}\right\} = \left\{\partial_\alpha, \bar\partial_{\dot\beta}\right\} = 0 \\
&\left\{\partial^\alpha, \theta_\beta\right\} = \delta^\alpha{}_\beta \quad , \quad \left\{\bar\partial_{\dot\alpha}, \bar\theta^{\dot\beta}\right\} = \delta^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha} \\
&\left\{\partial_\alpha, \bar\theta^{\dot\beta}\right\} = \left\{\bar\partial_{\dot\alpha}, \theta^\beta\right\} = 0
\end{aligned} \tag{A.17}$$

erfüllen. Diese führen dann zum Beispiel auf eine ungewöhnliche Produktregel mit Minuszeichen:

$$\partial_\alpha(\theta_\beta\theta_\gamma) = (\partial_\alpha\theta_\beta)\,\theta_\gamma - \theta_\beta\,(\partial_\alpha\theta_\gamma) = \delta^\alpha{}_\beta\theta_\gamma - \theta_\beta\delta^\alpha{}_\gamma \quad . \tag{A.18}$$

Entsprechend formal lässt sich nach Berezin [24] eine Integration

$$\int d\theta^\alpha = 0 \quad , \quad \int d\theta^\alpha\, \theta^\alpha = 1 \qquad \text{(keine Summation)} \tag{A.19}$$

definieren, und die Einführung von mehrdimensionalen Integralen

$$\begin{aligned}
d^2\theta &= -\frac{1}{4} d\theta^\alpha\, d\theta_\alpha = -\varepsilon_{\alpha\beta}\,\frac{1}{4}\, d\theta^\alpha\, d\theta^\beta \\
d^2\bar\theta &= -\frac{1}{4} d\bar\theta_{\dot\alpha}\, d\bar\theta^{\dot\alpha} = -\varepsilon^{\dot\alpha\dot\beta}\,\frac{1}{4}\, d\bar\theta_{\dot\alpha}\, d\bar\theta_{\dot\beta} \\
d^4\theta &= d^2\theta\, d^2\bar\theta
\end{aligned} \tag{A.20}$$

führt auf Volumenelemente des antikommutierenden Teils des Superraums. Damit ist leicht zu zeigen, dass folgende Relationen für die Berezin-Integrale gelten:

$$\begin{aligned}\int d^2\theta &= \int d^2\bar{\theta} = 0 \\ \int d^2\theta\,\theta^\alpha &= \int d^2\bar{\theta}\,\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} = 0 \\ \int d^2\theta\,\theta\theta &= \int d^2\bar{\theta}\,\bar{\theta}\bar{\theta} = \int d^4\theta\,\theta\theta\,\bar{\theta}\bar{\theta} = 1 \quad .\end{aligned} \tag{A.21}$$

Über die Gleichungen

$$\begin{aligned}\int d^2\theta\,f(\theta)\,\delta^2(\theta) &= f(0) \\ \int d^2\bar{\theta}\,g(\bar{\theta})\,\delta^2(\bar{\theta}) &= g(0) \\ \int d^4\theta\,h(\theta,\bar{\theta})\,\delta^4(\theta,\bar{\theta}) &= h(0,0)\end{aligned} \tag{A.22}$$

lassen sich noch die Deltafunktionen $\delta^2(\theta)$, $\delta^2(\bar{\theta})$ und $\delta^4(\theta,\bar{\theta})$ definieren, da eine beliebige Funktion $f(\theta)$ geschrieben werden kann als[1]

$$f(\theta) = f(0) + \theta^\alpha f^{(1)}_\alpha + \theta\theta\,f^{(2)} \quad . \tag{A.23}$$

Dies ergibt dann folgende einfache Ausdrücke für die Deltafunktionen:

$$\delta^2(\theta) = \theta\theta \quad , \quad \delta^2(\bar{\theta}) = \bar{\theta}\bar{\theta} \quad , \quad \delta^4(\theta,\bar{\theta}) = \theta\theta\,\bar{\theta}\bar{\theta} \quad , \tag{A.24}$$

die es zusammen mit den Integraldefinitionen erlauben, bestimmte θ-Komponenten aus Superfeldern zu extrahieren (siehe Anhang A.3).

A.3 Superfelder

Superfelder sind Funktionen des Superraums, der vom Lorentz-Vektor x_μ sowie von den Grassmannvariablen θ^α und $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ aufgespannt wird. Wegen der Nilpotenz der Grassmannobjekte bricht die Entwicklung der Superfelder nach endlich vielen Termen ab (siehe auch Gleichung (A.23)). Die Komponenten der Entwicklung sind gewöhnliche komplexwertige Funktionen der Raumzeitvektoren. Die Entwicklung eines beliebigen komplexen Superfeldes

$$\begin{aligned}\Phi(z) =& A(x) + \theta\,\chi(x) + \bar{\theta}\,\bar{\lambda}(x) + i\,\theta\theta\,N(x) + i\,\bar{\theta}\bar{\theta}\,M(x) \\ &+ \theta\sigma^\mu\bar{\theta}\,v_\mu(x) + \theta\theta\,\bar{\theta}\bar{\mu}(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}\,\theta\xi(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\,\bar{\theta}\bar{\theta}\,D(x)\end{aligned} \tag{A.25}$$

[1] Entsprechendes gilt für $g(\bar{\theta})$ und $h(\theta,\bar{\theta})$

hat 16 bosonische und 16 fermionische reelle Freiheitsgrade. Beschränkt man sich jedoch mit $V^+(z) = V(z)$ auf reelle Superfelder

$$
\begin{aligned}
V(z) =& A(x) + \theta\,\chi(x) + \bar\theta\,\bar\chi(x) + i\,\theta\theta N(x) - i\,\bar\theta\bar\theta\,N^+(x) \\
&+ \theta\sigma^\mu\bar\theta\,V_\mu(x) + \theta\theta\,\bar\theta\bar\mu + \bar\theta\bar\theta\,\theta\mu + \frac{1}{2}\theta\theta\,\bar\theta\bar\theta\,D(x) \\
\text{mit:}\quad & A^+(x) = A(x) \quad , \quad V_\mu^+(x) = V_\mu(x) \quad , \quad D^+(x) = D(x) \quad ,
\end{aligned}
\tag{A.26}
$$

so bleiben noch 8 bosonische und 8 fermionische Freiheitsgrade übrig. Diese Superfelder beschreiben Vektorfelder und ihre Superpartner. In der Wess-Zumino-Eichung [23] können noch die Felder A, χ und N zum Verschwinden gebracht werden, so dass die Entwicklung in Gleichung (2.30) resultiert. Eine andere Einschränkung an Superfelder ist die Forderung nach (Anti)-Chiralität (siehe Gleichung (2.29)). Ein chirales Superfeld lässt sich kompakt ausdrücken durch

$$
\phi(z) = e^{-i\,\theta\sigma^\mu\bar\theta\,\partial_\mu}\ \Big(A(x) + \sqrt{2}\,\theta\,\chi(x) + \theta\theta\,F(x)\Big) \quad , \tag{A.27}
$$

oder vollständig entwickelt:

$$
\begin{aligned}
\phi(z) =& A(x) + \sqrt{2}\,\theta\,\chi(x) + \theta\theta\,F(x) - i\,\theta\sigma^\mu\bar\theta\ (\partial_\mu A(x)) \\
&- \frac{i}{\sqrt{2}}\,\theta\theta\,\bar\theta\bar\sigma^\mu\,(\partial_\mu\chi(x)) + \theta\theta\,\bar\theta\bar\theta\left(-\frac{1}{4}\Box A(x)\right) \quad .
\end{aligned}
\tag{A.28}
$$

Die Entwicklung eines antichiralen Superfeldes lautet entsprechend

$$
\begin{aligned}
\bar\phi(z) =& A^+(x) + \sqrt{2}\,\bar\theta\,\bar\chi(x) + \bar\theta\bar\theta\,F^+(x) + i\,\theta\sigma^\mu\bar\theta\ \big(\partial_\mu A^+(x)\big) \\
&- \frac{i}{\sqrt{2}}\,\bar\theta\bar\theta\,\theta\sigma^\mu\,(\partial_\mu\bar\chi(x)) + \theta\theta\,\bar\theta\bar\theta\left(-\frac{1}{4}\Box A^+(x)\right) \quad .
\end{aligned}
\tag{A.29}
$$

Diese Felder benötigt man zur Beschreibung der Higgs- und Materiefelder und ihre Superpartner. Sie haben nur noch vier bosonische und vier fermionische reelle Freiheitsgrade.

Die Supersymmetrietransformation eines beliebigen komplexen Superfeldes

$$
G(y_\mu, \xi^\alpha, \bar\xi_{\dot\alpha})\ \phi(x_\mu, \theta^\alpha, \bar\theta_{\dot\alpha}) \tag{A.30}
$$

ist definiert über das Gruppenelement der Supersymmetrie G (siehe Gleichung(2.24)). Infinitessimal bedeutet das

$$
\delta_\xi\phi(z) = \left[\xi^\alpha\partial_\alpha + \bar\xi_{\dot\alpha}\partial^{\dot\alpha} - i(\xi\sigma_\mu\bar\theta - \theta\sigma_\mu\bar\xi)\partial^\mu\right]\phi(z) \quad . \tag{A.31}
$$

Daraus lässt sich die Transformation der Komponentenfelder ableiten. Für abelsche Vektorsuperfelder in Wess-Zumino-Eichung gilt dann

$$\begin{aligned}
\delta_\xi v_\mu &= i\,\xi\sigma_\mu\,\bar\lambda + i\,\bar\xi\sigma_\mu\,\lambda \\
\delta_\xi \lambda &= \xi\sigma^{\mu\nu}\,v_{\mu\nu} + \bar\xi\,D \\
\delta_\xi \bar\lambda &= \bar\xi\bar\sigma^{\mu\nu}\,v_{\mu\nu} + \xi\,D \\
\delta_\xi D &= -\xi\sigma^\mu(\partial_\mu\bar\lambda) + \bar\xi\sigma^\mu(\partial_\mu\lambda) \\
\text{mit:}\quad v_{\mu\nu} &= \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu \quad ,
\end{aligned} \tag{A.32}$$

und die Komponenten eines chiralen Superfeldes transformieren sich gemäß

$$\begin{aligned}
&\delta_\xi A = \sqrt{2}\,\xi\,\chi \\
&\delta_\xi \chi = \sqrt{2}\,\xi\,F + \sqrt{2}\,i\,\sigma^\mu\bar\xi(\partial_\mu A) \\
&\delta_\xi F = -i\sqrt{2}\,(\partial_\mu\chi)\,\sigma^\mu\bar\xi \quad .
\end{aligned} \tag{A.33}$$

Die Hilfsfelder F beziehungsweise D transformieren sich also mit einer totalen Ableitung unter Supersymmetrietransformationen, was die Konstruktion von supersymmetrischen Wirkungen wesentlich vereinfacht (siehe Kapitel 2.2.2). Da die Bewegungsgleichungen der Hilfsfelder zudem keine Ableitungsterme enthalten, können sie vollständig aus der Lagrangefunktion eliminiert werden. Für das MSSM ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}
&F_1^{i\,+} = \varepsilon^{ij}\left(\mu\,H_2^j - f\,\tilde L^j\tilde E - f_1\,\tilde Q^j\tilde D\right) \quad , \quad F_2^{i\,+} = \varepsilon^{ij}\left(-\mu\,H_1^i + f_2\,\tilde Q^j\tilde U\right) \\
&{F_L^i}^{+} = \varepsilon^{ij}\left(f\,H_1^j\tilde E\right) \quad , \quad {F_Q^i}^{+} = \varepsilon^{ij}\left(f_1\,H_1^j\tilde D - f_2 H_2^j\tilde U\right) \\
&{F_E}^{+} = \varepsilon^{ij}\left(-f\,H_1^i\tilde L^j\right) \quad , \quad {F_U}^{+} = \varepsilon^{ij}\left(f_2\,H_2^i\tilde Q^j\right) \quad , \quad {F_D}^{+} = \varepsilon^{ij}\left(-f_1\,H_1^i\tilde Q^j\right) \\
&D' = -g_1\left[\sum_\Phi \Phi^+\,\frac{Y}{2}\,\Phi\right] \quad , \quad D^a = -g_2\left[\sum_\Phi \Phi^+\,I^a\,\Phi\right] \quad , \\
&\text{wobei:}\quad \Phi\,\in\,\{\tilde{\mathbf{L}},\tilde{\mathbf{Q}},\tilde E,\tilde U,\tilde D,\mathbf{H}_1,\mathbf{H}_2\} \quad .
\end{aligned} \tag{A.34}$$

Das führt dann auf Kopplungen, wie die Vier-Sfermion-Kopplung oder die Selbstwechselwirkung der Higgsfelder, die vollständig durch die F- und D-Terme gegeben sind. An dieser Stelle sind zur einfacheren Darstellung nur eine Lepton- und eine Quarkfamilie berücksichtigt, und F_i sind die Hilfsfelder der Higgs-, $F_{\{L,Q,E,U,D\}}$ die der Lepton- und Quark- und D die der Vektorboson-Superfelder.

Anhang B

Parameter

B.1 Diagonalisierung von Massenmatrizen

Im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell treten bei den Sfermionen, Charginos und Neutralinos Massenmatrizen auf, die geeignet diagonalisiert werden müssen. Im Gegensatz zu den Neutralinomassen wurde die Diagonalisierung der Chargino- und Sfermionmassen analytisch durchgeführt, so dass in diesem Abschnitt exakte Ausdrücke für Massen und Mischungsmatrizen angegeben werden können.

B.1.1 Sfermionmassen

Die Sfermionmassenmatrix aus Gleichung (2.59) ist eine reelle symmetrische 2×2-Matrix. Sie hat also die Form

$$\mathcal{M}^2_{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} a & b \\ b & d \end{pmatrix} \quad , \quad a, b, d \in \mathbb{R} \quad . \tag{B.1}$$

Die Sfermionmassenquadrate sind die Eigenwerte dieser Matrix. Sie lassen sich einfach schreiben als

$$m^2_{\tilde{f}_1} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{T}_{\tilde{f}} + \Delta_{\tilde{f}}\sqrt{\mathcal{T}^2_{\tilde{f}} - 4\mathcal{D}_{\tilde{f}}}\right) \quad , \quad m^2_{\tilde{f}_2} = \frac{1}{2}\left(\mathcal{T}_{\tilde{f}} - \Delta_{\tilde{f}}\sqrt{\mathcal{T}^2_{\tilde{f}} - 4\mathcal{D}_{\tilde{f}}}\right)$$
$$\text{mit:} \quad \mathcal{T}_{\tilde{f}} = \mathrm{Tr}(\mathcal{M}^2_{\tilde{f}}) \quad , \quad \mathcal{D}_{\tilde{f}} = \det(\mathcal{M}^2_{\tilde{f}}) \quad , \quad \Delta_{\tilde{f}} = \mathrm{sign}(a - d) \quad . \tag{B.2}$$

Die Nummerierung wurde hier so gewählt, dass im Grenzübergang kleiner Fermionmassen, das heißt $b \to 0$, $m^2_{\tilde{f}_1}$ zu a wird, also zur Masse des linkshändigen Sfermions. Deshalb ist aber im Allgemeinen $m_{\tilde{f}_1} \not\leq m_{\tilde{f}_2}$. Im Übrigen muss man beachten, dass Gleichung (B.2) die Massenquadrate bestimmt, die positiv sein müssen, weswegen nicht alle Werte für die Parameter a, b und d erlaubt sind. Die Mischungsmatrix aus Gleichung (2.62), die $\mathcal{M}^2_{\tilde{f}}$ durch

$$\mathbf{U}_{\tilde{f}}\, \mathcal{M}^2_{\tilde{f}}\, \mathbf{U}^+_{\tilde{f}} \;=\; \mathrm{diag}(m^2_{\tilde{f}_1}, m^2_{\tilde{f}_2}) \tag{B.3}$$

auf Diagonalgestalt bringt, ist schließlich gegeben durch

$$\mathbf{U}_{\tilde{f}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \begin{pmatrix} 1 & x \\ -x & 1 \end{pmatrix} \quad , \quad \text{wobei:} \quad x = \frac{b}{m^2_{\tilde{f}_1} - d} \quad . \tag{B.4}$$

Sie taucht ebenfalls in den Wechselwirkungen auf und rotiert dort die Feynmanregeln von der L/R- in die 1/2-Basis. Für eine Feynmanregel $\kappa'_{s_1 \dots s_n}$ mit n Sfermionen $\tilde{f}^{(1)}$ bis $\tilde{f}^{(n)}$ in der L/R-Basis ($s_\lambda \in \{L, R\}$) geschieht das durch

$$\kappa_{i_1 \dots i_n} \;=\; \left(\mathbf{U}_{\tilde{f}^{(1)}}\right)_{i_1 s_1} \dots \left(\mathbf{U}_{\tilde{f}^{(n)}}\right)_{i_n s_n} \cdot \kappa'_{s_1 \dots s_n} \quad . \tag{B.5}$$

$\kappa_{i_1 \dots i_n}$ ist dann die rotierte Feynmanregel in der 1/2- Basis ($i_\lambda \in \{1, 2\}$).

B.1.2 Charginomassen

Die Charginomassenmatrix ist in Gleichung (2.65) definiert. Mit der für diese Arbeit verwendeten Einschränkungen an die Modellparameter ist sie eine reelle nichtsymmetrische 2×2-Matrix

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad , \quad a, b, c, d \;\in\; \mathbb{R} \quad . \tag{B.6}$$

Sie kann durch zwei ebenfalls reelle Matrizen mit

$$\mathbf{U}\;\mathbf{X}\;\mathbf{V}^T = \mathrm{diag}(m_{\tilde{\chi}^+_1}, m_{\tilde{\chi}^+_2}) \tag{B.7}$$

auf Diagonalgestalt gebracht werden. Die unitären Mischungsmatrizen lassen sich dann mit Hilfe zweier Winkel $\phi_{\{U,V\}}$ und zweier reeller Phasen Δ_i wie folgt darstellen:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \cos\phi_U & \sin\phi_U \\ -\sin\phi_U & \cos\phi_U \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \Delta_1 \cos\phi_V & \Delta_1 \sin\phi_V \\ -\Delta_2 \sin\phi_V & \Delta_2 \cos\phi_V \end{pmatrix} \quad . \tag{B.8}$$

Die Parameter können nun so bestimmt werden, dass die Positivität der Massenparameter garantiert ist. Diese sind gegeben durch

$$\begin{aligned} m_{\tilde{\chi}^+_1} &= \sqrt{\frac{1}{2}\left(q - \sqrt{q^2 - 4\,\mathcal{D}^2_{\tilde{\chi}^+}}\right)} \quad , \quad m_{\tilde{\chi}^+_2} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(q + \sqrt{q^2 - 4\,\mathcal{D}^2_{\tilde{\chi}^+}}\right)} \\ \text{mit:} \quad q &= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \quad , \quad \mathcal{D}_{\tilde{\chi}^+} = \det(\mathbf{X}) \quad , \end{aligned} \tag{B.9}$$

und die Ausdrücke für die Mischungswinkel und die Phasen lauten

$$\begin{aligned} \tan\phi_V &= \frac{b\, m_{\tilde{\chi}^+_2} + \mathrm{sign}(\mathcal{D}_{\tilde{\chi}^+})\; c\, m_{\tilde{\chi}^+_1}}{a\, m_{\tilde{\chi}^+_2} - \mathrm{sign}(\mathcal{D}_{\tilde{\chi}^+})\; d\, m_{\tilde{\chi}^+_1}} \quad , \quad \tan\phi_U = \frac{d\, m_{\tilde{\chi}^+_2} - \mathrm{sign}(\mathcal{D}_{\tilde{\chi}^+})\; a\, m_{\tilde{\chi}^+_1}}{b\, m_{\tilde{\chi}^+_2} + \mathrm{sign}(\mathcal{D}_{\tilde{\chi}^+})\; c\, m_{\tilde{\chi}^+_1}} \\ \Delta_1 &= \mathrm{sign}\Big[\sin\phi_V\,(a \sin\phi_U - c\cos\phi_U) + \cos\phi_V\,(-b\sin\phi_U + d\cos\phi_U)\Big] \\ \Delta_2 &= \mathrm{sign}\Big[\cos\phi_V\,(a \cos\phi_U + c\sin\phi_U) + \sin\phi_V\,(b\cos\phi_U + d\sin\phi_U)\Big] \quad . \end{aligned} \tag{B.10}$$

Wie mit Gleichung (B.9) leicht einzusehen ist, wurde im Gegensatz zu den Sfermionen hier die Reihenfolge der Massen so gewählt, dass das leichtere Chargino immer $\tilde{\chi}_1^+$ ist. Die Mischungsmatrizen **U** und **V** finden sich auch in den Feynmanregeln in der Literatur [29, 47, 48] oder im Anhang C wieder.

B.2 Eingabeparameter und Massenschranken

Für die Eingabeparameter des Modells wurden zur Berechnung von Observablen folgende Werte angenommen (siehe Referenzen [49] und [12]):

$$\begin{array}{cccc} & (\hbar c)^2 = 0.389379292\ \mathrm{GeV}^2\mathrm{mbarn} & & \\ & \alpha_{\mathrm{em}}^{-1} = 137.03599976 & G_\mu = 1.16639 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{GeV}^{-2} & \\ & M_Z = 91.1871\ \mathrm{GeV} & M_W = {}^{1}80.394\ \mathrm{GeV} & \\ m_{\nu_e} = 0 & m_e = 0.51099902 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{GeV} & m_u = 0.0464\ \mathrm{GeV} & m_d = 0.0465\ \mathrm{GeV} \\ m_{\nu_\mu} = 0 & m_\mu = 0.105658389\ \mathrm{GeV} & m_c = 1.5\ \mathrm{GeV} & m_s = 0.15\ \mathrm{GeV} \\ m_{\nu_\tau} = 0 & m_\tau = 1.77705\ \mathrm{GeV} & m_t = 174.3\ \mathrm{GeV} & m_b = 4.5\ \mathrm{GeV} \quad . \end{array} \tag{B.11}$$

Da Quarks nur in gebundenen Zuständen auftreten, ist deren Massenbestimmung sehr ungenau. Man verwendet deshalb für Rechnungen formale Massenparameter, deren Werte so gewählt sind, dass sie die besser bekannte Vakuumpolarisation des Photons [50] reproduzieren. Die anderen Parameter sind der Referenz [49] entnommen.

Falls nicht explizit anders angegeben, haben die nicht durch Messungen festgelegten Parameter die Referenzwerte:

$$\begin{aligned} & M_A = 150\ \mathrm{GeV} \qquad \mu = 200\ \mathrm{GeV} \qquad M_2 = 200\ \mathrm{GeV} \qquad \tan\beta = 10 \\ & M_{\mathrm{SUSY}} = m_{\{Q,U,D,L,E\}} = 300\ \mathrm{GeV} \\ & A_f = \mu\,\{\cot\beta, \tan\beta\} \qquad \text{für \{Up,Down\}-artige Leptonen und Quarks} \quad . \end{aligned} \tag{B.12}$$

Es liegen dann reine links- und rechtshändige Sfermionzustände vor. Durch diese Wahl der SUSY-Parameter zusammen mit der GUT-Relation (2.74) ergeben sich die Born-Massen der SUSY-Teilchen zu

$$\begin{aligned} & m_{\tilde{\chi}_i^+} = \{\,144\,,\,269\,\}\ \mathrm{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\chi}_i^0} = \{\,86\,,\,149\,,\,209\,,\,269\,\}\ \mathrm{GeV} \quad , \\ & m_{\tilde{f}_i} \approx 300\ \mathrm{GeV} \quad \text{für } f \neq t \quad , \quad m_{\tilde{t}_i} = \{\,342\,,\,345\,\}\ \mathrm{GeV} \quad , \\ & M_A = 150\ \mathrm{GeV} \quad , \quad M_{H^\pm} = 170\ \mathrm{GeV} \quad , \quad M_{h^0} = 88\ \mathrm{GeV} \quad , \quad M_{H^0} = 152\ \mathrm{GeV}. \end{aligned} \tag{B.13}$$

Im Fall des leichten neutralen Higgsteilchens ergeben sich bei der Berechnung höherer Ordnungen große Korrekturen der Masse. Mit Hilfe einer Zweischleifenrechnung (siehe dazu [28]) kann sie für die gewählten Parameterwerte zu $M_{h^0} = 99$ GeV bestimmt werden.

[1]Weltmittelwert aus Messungen bei LEP2 und Hadronbeschleunigern

Da mit heutigen experimentellen Mitteln noch keine Superpartner von SM-Teilchen gefunden wurden, können für diese auch keine Zentralwerte für Massen angegeben werden. Jedoch sind durch die direkte Teilchensuche und indirekt mit Hilfe von theoretischen Vorhersagen im MSSM einige Ausschlussbereiche bekannt. An dieser Stelle sollen nur die unteren Schranken an die Teilchenmassen angegeben werden. In der Literatur findet man dann ausführlichere Diskussionen, zum Beispiel in den Referenzen [49, 51, 52, 53].

Die Teilchenmassen können mit den folgenden Relationen aus experimentellen Untersuchungen abgeschätzt werden:

- Higgsbosonen:

$$M_{H^0} > M_{h^0} >^2 80.7\ \text{GeV} \quad , \quad M_A >^2 80.9\ \text{GeV} \quad , \quad M_{H^\pm} >^2 77.3\ \text{GeV}$$

- Sleptonen:

$$m_{\tilde{e}} >^2 89\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\mu}} >^2 84\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\tau}} >^2 71\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\nu}} >^3 44.4\ \text{GeV}$$

- Squarks:

$$m_{\{\tilde{u},\tilde{d},\tilde{c},\tilde{s}\}} >^3 176\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{b}} >^2 81\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{t}} >^2 90\ \text{GeV}$$

- Neutralinos:

$$m_{\tilde{\chi}_1^0} \gtrsim^4 32\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\chi}_2^0} >^3 44\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\chi}_3^0} >^3 103\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\chi}_4^0} >^3 127\ \text{GeV}$$

- Charginos:

$$m_{\tilde{\chi}_1} >^5 94.5\ \text{GeV} \quad , \quad m_{\tilde{\chi}_2} >^5 94.5\ \text{GeV} \quad . \tag{B.14}$$

Da als Relation für die Massenparameter der Gauginos aus der sanften Supersymmetriebrechung die GUT-Gleichung (2.74) vorausgesetzt wurde, sind die Massen der Charginos und Neutralinos nur von den Parametern μ, M_2 und $\tan\beta$ abhängig. Zur Verdeutlichung der Massenrelationen zeigen die Abbildungen B.1 und B.3 die Massen der beiden Charginos in der (M_2, μ)-Ebene für $\tan\beta = 2$ zusammen mit den Ebenen, die durch die unteren Massenschranken gegeben sind. In den Abbildungen B.2 und B.4 sind die Massen der beiden Charginos noch einmal als Konturplot für $\tan\beta = 2$ und $\tan\beta = 40$ aufgetragen. In den Diagrammen für das leichte Chargino entspricht die innere Linie der unteren Massenschranke des Charginos, so dass der weiße Bereich experimentell ausgeschlossen ist. Bei jeder weiteren Konturlinie ist die Charginomasse um 100 GeV höher. Für das schwere Chargino ist kein Bereich ausgeschlossen. Die innere Konturlinie entspricht hier einer Masse von $m_{\tilde{\chi}_2^+} = 194.5$ GeV. Die Abhängigkeit der Teilchenmassen vom Winkel β ist nur schwach. Sie werden weitgehend durch M_2 und μ bestimmt.

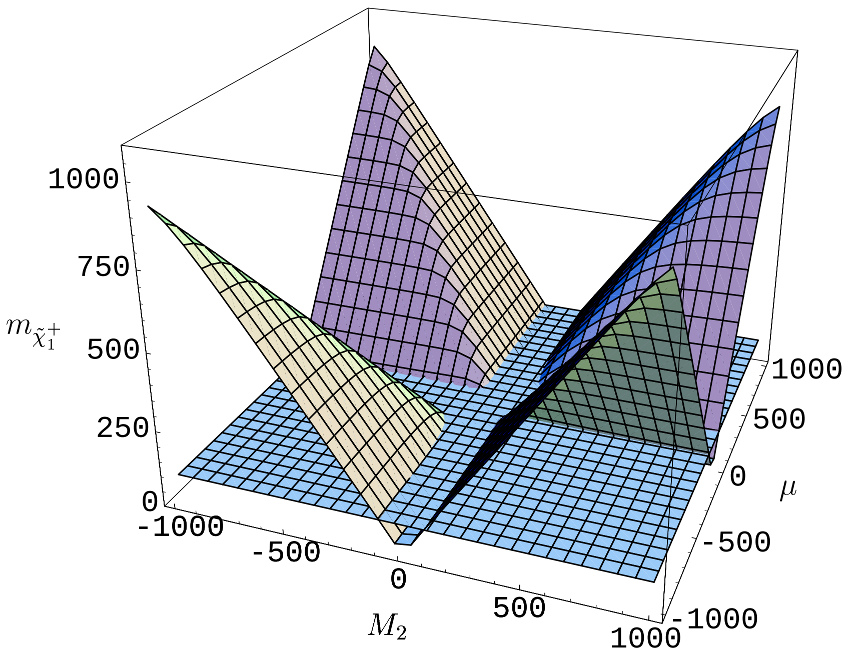


Abbildung B.1: Masse des leichten Charginos $\tilde{\chi}_1^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ zusammen mit der Ebene, die durch $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 94.5$ GeV gegeben ist.

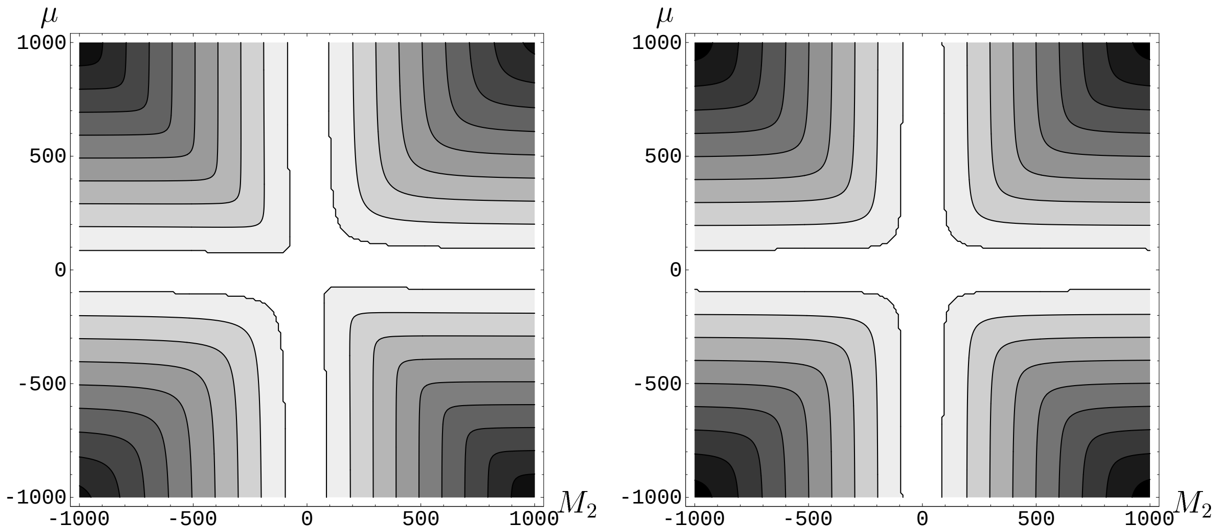


Abbildung B.2: Konturplot der Masse des leichten Charginos als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ (links) und $\tan\beta = 40$ (rechts). Die innere Linie entspricht $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 94.5$ GeV.

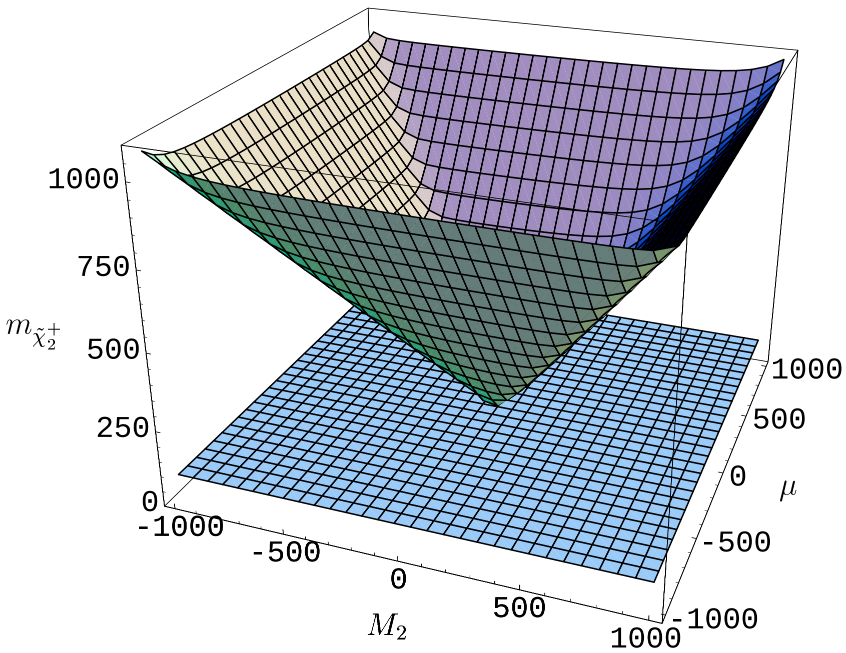


Abbildung B.3: Masse des schweren Charginos $\tilde{\chi}_2^+$ als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ zusammen mit der Ebene, die durch $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 94.5$ GeV gegeben ist.

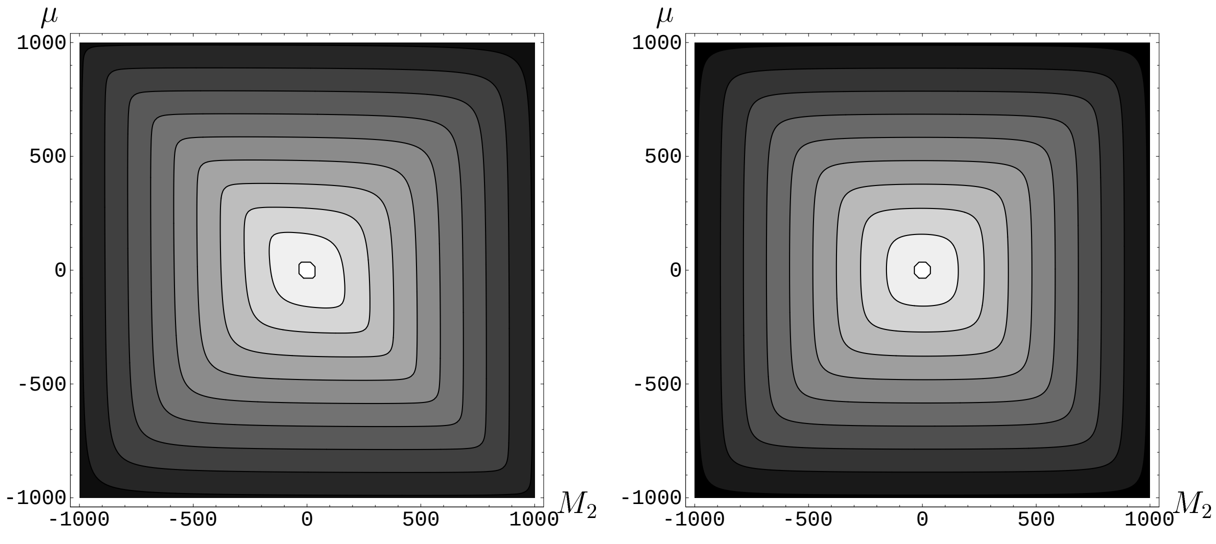


Abbildung B.4: Konturplot der Masse des schweren Charginos als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ (links) und $\tan\beta = 40$ (rechts). Die innere Linie entspricht $m_{\tilde{\chi}_2^+} = 194.5$ GeV.

Analog zu den Charginos sind die Massen der zwei leichtesten Neutralinos in den Diagrammen B.5 und B.7 als 3D-Plot dargestellt für $\tan\beta = 2$. Die Abbildungen B.6 und B.8 zeigen die Massen als Konturplots für $\tan\beta = 2$ und 40. Die innere Kontur korrespondiert hier zu den Massen $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 32$ GeV beziehungsweise $m_{\tilde{\chi}_2^0} = 44$ GeV, und bei jeder Linie ändert sich die Neutralinomasse um 100 GeV. Wie schon bei den Charginos ist die Abhängigkeit der Teilchenmassen von $\tan\beta$ sehr schwach.

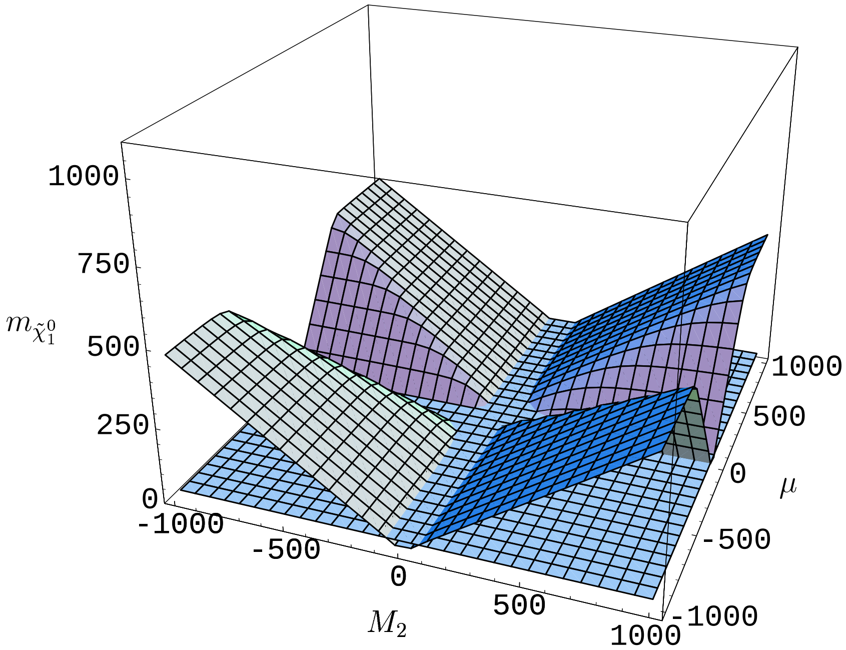


Abbildung B.5: Masse des leichtesten Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0$ als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ zusammen mit der Ebene, die durch $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 32$ GeV gegeben ist.

Für die Massen der skalaren Fermionen spielen die Massen ihrer Superpartner, der Leptonen und Quarks, eine große Rolle. So kann für alle leichten Fermionen die Mischung der entsprechenden Sfermionen vernachlässigt werden. Die Sfermionmassen hängen dann, mit der Vereinfachung identischer Massenparameter aus der sanften SUSY-Brechung, nur noch von $\tan\beta$ und M_{SUSY} ab. Die Diagramme in der Abbildung B.9 zeigen als Beispiele die Massen der skalaren Up- und Down-Quarks in Abhängigkeit von $\tan\beta$ bei verschiedenen Werten für M_{SUSY}. Man sieht, dass die Abhängigkeit von $\tan\beta$ nur für kleine Werte relevant ist. Im Wesentlichen ist die Masse der Squarks durch den Wert von M_{SUSY} gegeben. Die Massenaufspaltung zwischen links- und rechtshändigen Sfermionen ist ebenfalls gering.

[2]Die Werte sind der Referenz [53] entnommen.

[3]Die Werte sind der Referenz [49] entnommen.

[4]Die Werte sind der Referenz [53] entnommen. Die Massenschranken der Neutralinos resultieren aus Experimenten an Beschleunigern. Verwendet man statt dessen kosmologische Einschränkungen, so liegt die Massenschranke des leichtesten Neutralinos bei 42 GeV (siehe [49]).

[5]Die Werte sind der Referenz [3] entnommen.

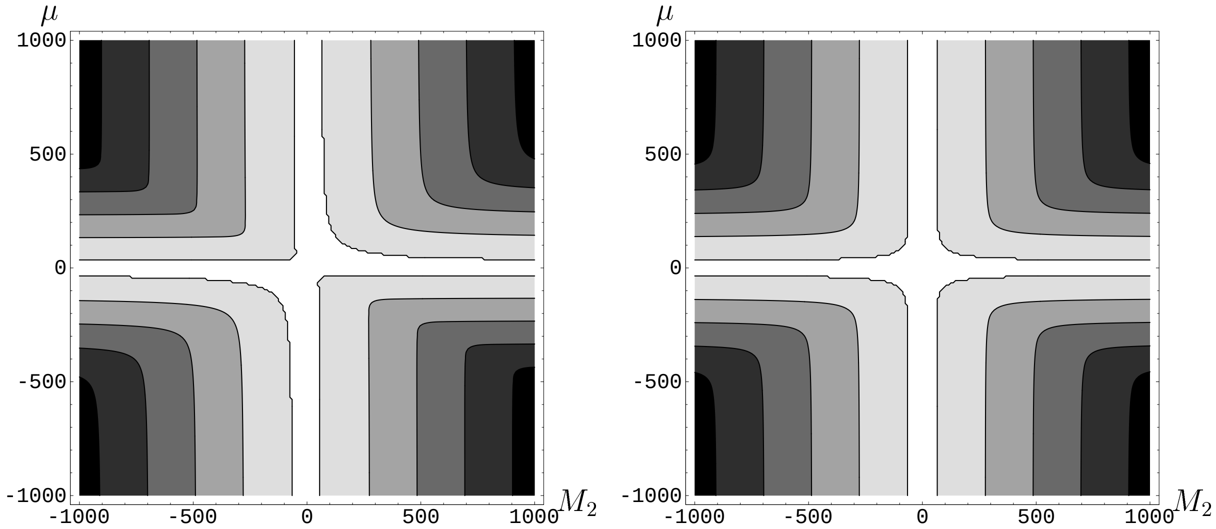


Abbildung B.6: Konturplot der Masse des leichtesten Neutralinos als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ (links) und $\tan\beta = 40$ (rechts). Die innere Linie entspricht $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 32$ GeV.

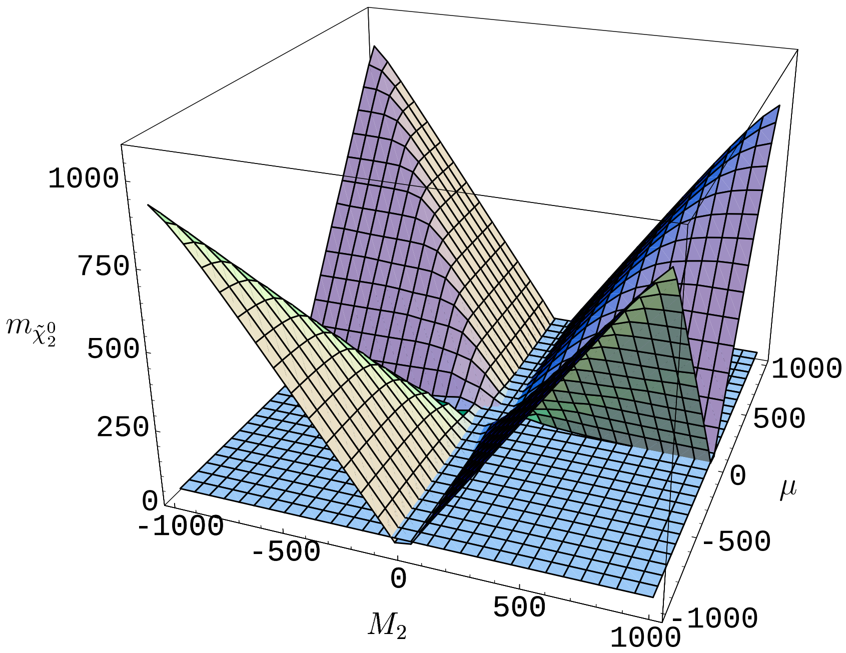


Abbildung B.7: Masse des zweitleichtesten Neutralinos $\tilde{\chi}_2^0$ als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ zusammen mit der Ebene, die durch $m_{\tilde{\chi}_2^0} = 44$ GeV gegeben ist.

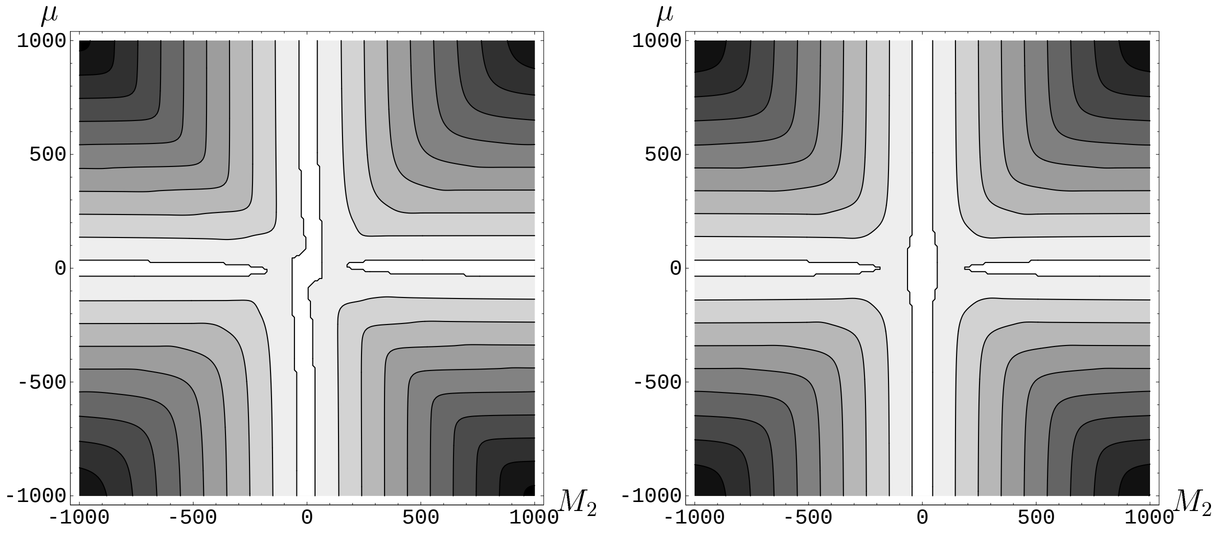


Abbildung B.8: Konturplot der Masse des zweitleichtesten Neutralinos als Funktion von μ und M_2 in GeV für einen Mischungswinkel von $\tan\beta = 2$ (links) und $\tan\beta = 40$ (rechts). Die innere Linie entspricht $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 44$ GeV.

Ein anderes Bild zeigt die Abbildung B.10. Hier sind die Massen der Top-Squarks gegen den Parameter μ aufgetragen. Es ergibt sich wegen der großen Topmasse eine starke Abhängigkeit vom Brechungsparameter A_t und für kleine Werte von $\tan\beta$ auch eine Abhängigkeit von μ. Der Knick in den Diagrammen für $\tan\beta = 2$ bei $A_t = 200\,\text{GeV}$ resultiert aus der speziellen Nummerierung der Sfermionzustände (siehe Anhang B.1.1).

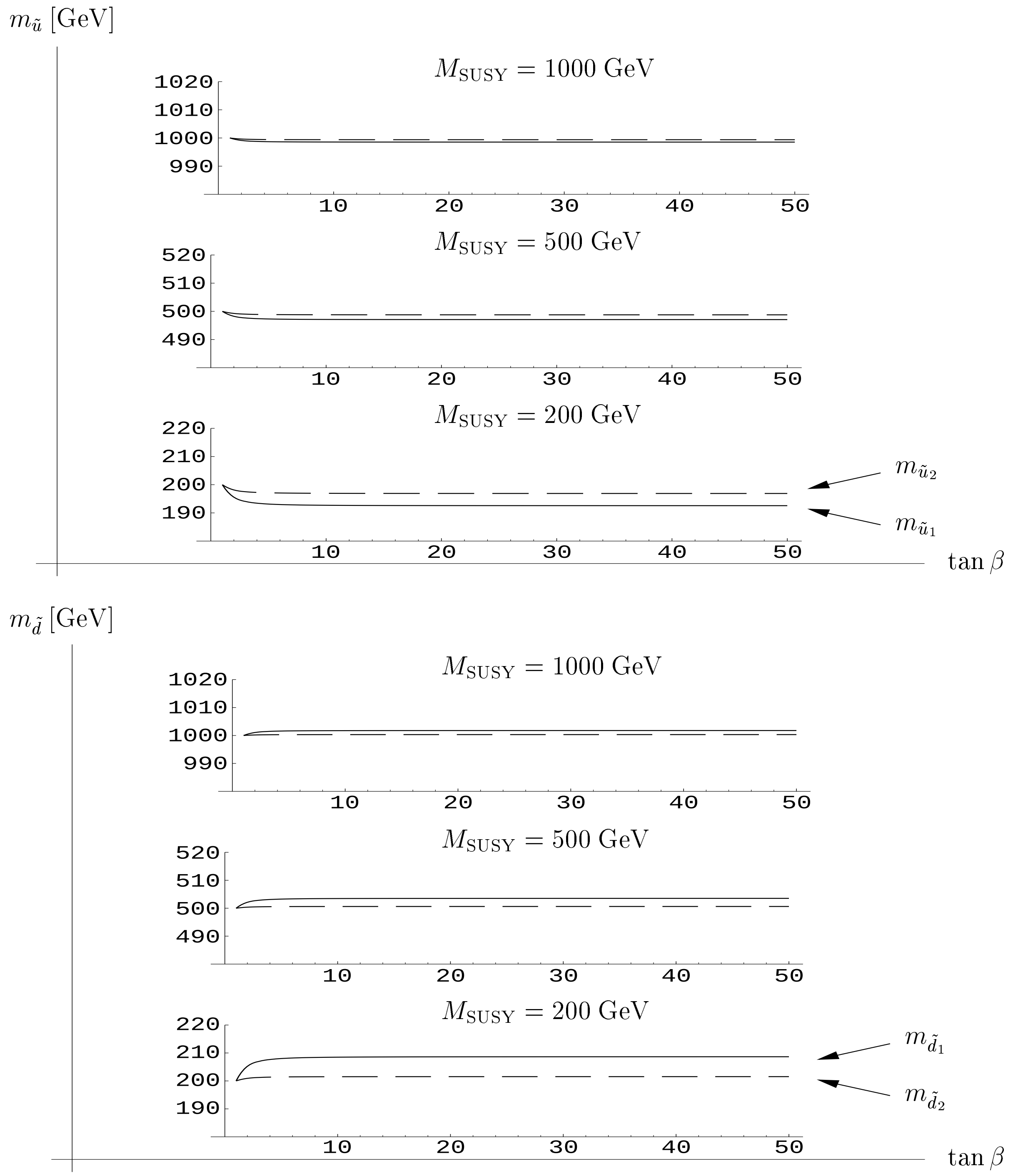


Abbildung B.9: Squarkmassen in Abhängigkeit von $\tan\beta$ und dem SUSY-Brechungsparameter M_{SUSY} (oben für die Up-, unten für das Down-Squark-Massen). Die durchgezogene Linie zeigt die Masse des linkshändigen, die gestrichelte die des rechtshändigen Squarks.

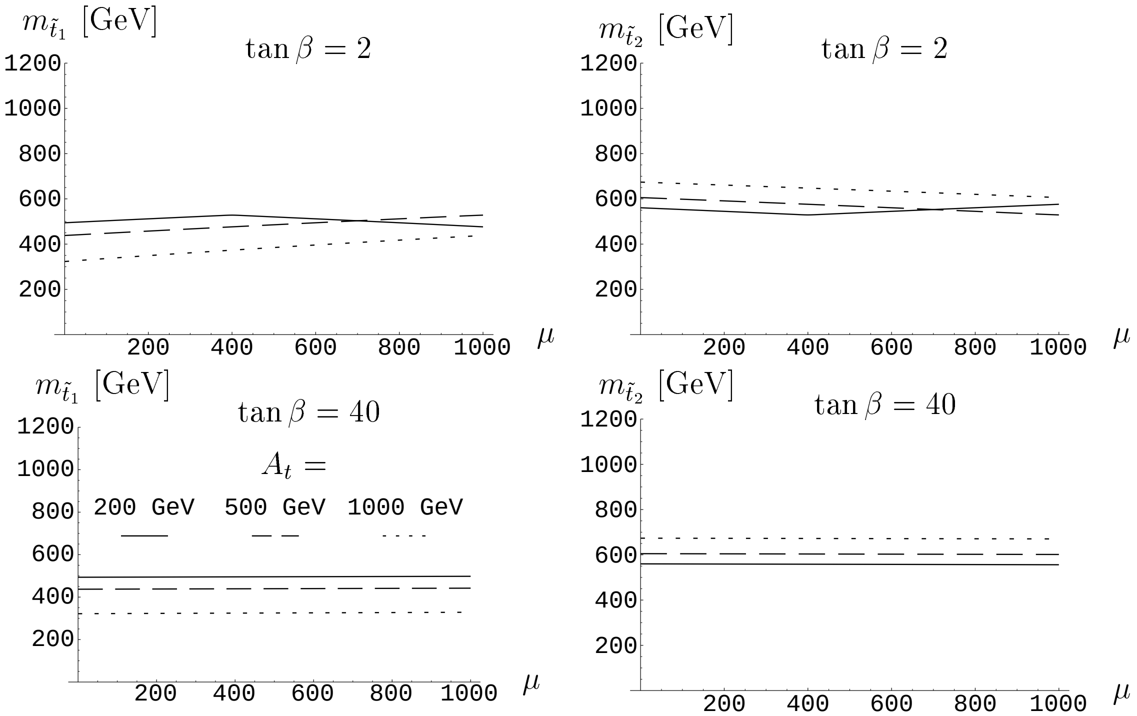


Abbildung B.10: Stopmassen für $\tan\beta = 2$ und 40 aufgetragen über den Parameter μ in GeV für verschieden Werte des Softbrechungsparameters A_t. M_{SUSY} ist hier 500 GeV.

Anhang C

Feynmanregeln

In diesem Anhang soll kurz auf die bei den Rechnungen verwendeten Feynmanregeln für die Vertizes des MSSM eingegangen werden. Bis auf die Vier-Higgs-Kopplungen und die Higgs-Geist-Kopplungen gibt die Liste vollständig die SUSY-elektroschwachen Kopplungen des MSSM wieder. Lediglich bei den Vier-Sfermion-Kopplungen wurden nur die Vertizes berücksichtigt, die für die Berechnung der Sfermion-Schleife in der Sfermion-Selbstenergie benötigt wurden. Es gilt die einheitliche Konvention, dass alle Teilchen im Argument von $\mathcal{F}$ in den Vertex einlaufen. Genauso sind auch alle Impulse zum Vertex gerichtet. Falls die kinematische Struktur von einer einfachen Konstante abweicht, ist sie bei den einzelnen Vertextypen angegeben. Die Kopplungen enthalten schon die Symmetriefaktoren für identische Teilchen.

Zur einfacheren Notation wurden die folgenden Abkürzungen für die Mischungswinkel α und β des Higgsfeldes und den elektroschwachen Mischungswinkel θ_W eingeführt:

$$\begin{aligned}
s_\alpha &= \sin\alpha \quad , \quad c_\alpha = \cos\alpha \quad , \quad s_\beta = \sin\beta \quad , \quad c_\beta = \cos\beta \quad , \quad t_\beta = \tan\beta \quad , \\
s_{2\alpha} &= \sin 2\alpha \quad , \quad c_{2\alpha} = \cos 2\alpha \quad , \quad s_{2\beta} = \sin 2\beta \quad , \quad c_{2\beta} = \cos 2\beta \quad , \\
s_{\beta+\alpha} &= \sin(\beta+\alpha) \quad , \quad c_{\beta+\alpha} = \cos(\beta+\alpha) \quad , \\
s_{\beta-\alpha} &= \sin(\beta-\alpha) \quad , \quad c_{\beta-\alpha} = \cos(\beta-\alpha) \quad , \\
c_{2W} &= \cos 2\theta_W \quad .
\end{aligned} \tag{C.1}$$

Gemäß den Referenzen [29], [47] und [48] lassen sich noch Hilfsgrößen aus den Mischungsmatrizen der Charginos und Neutralinos kombinieren:

$$\begin{aligned}
Q_{ij} &= \frac{1}{\sqrt{2}} V_{i1} U_{j2} \quad , \quad S_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{i2} U_{j1} \quad , \\
Q_{ij}^{L\prime} &= N_{i4} V_{j1} + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(N_{i2} + N_{i1} \frac{s_W}{c_W} \right) V_{j2} \quad , \\
Q_{ij}^{R\prime} &= N_{i3} U_{j1} - \frac{1}{\sqrt{2}} \left(N_{i2} + N_{i1} \frac{s_W}{c_W} \right) U_{j2} \quad , \\
Q_{ij}^{\prime\prime} &= \frac{1}{2} \left[N_{i3} \left(N_{j2} - N_{j1} \frac{s_W}{c_W} \right) + N_{j3} \left(N_{i2} - N_{i1} \frac{s_W}{c_W} \right) \right] \quad ,
\end{aligned}$$

$$S''_{ij} = \frac{1}{2}\left[N_{i4}\left(N_{j2} - N_{j1}\frac{s_W}{c_W}\right) + N_{j4}\left(N_{i2} - N_{i1}\frac{s_W}{c_W}\right)\right] \quad ,$$
$$O^L_{ij} = -\frac{1}{\sqrt{2}}N_{i4}V_{j2} + N_{i2}V_{j1} \quad , \quad O^R_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}}N_{i3}U_{j2} + N_{i2}U_{j1} \quad ,$$
$$O^{L\prime}_{ij} = -V_{i1}V_{j1} - \frac{1}{2}V_{i2}V_{j2} + \delta_{ij}\, s^2_W \quad , \quad O^{R\prime}_{ij} = -U_{i1}U_{j1} - \frac{1}{2}U_{i2}U_{j2} + \delta_{ij}\, s^2_W \quad ,$$
$$O^{L\prime\prime}_{ij} = -\frac{1}{2}N_{i3}N_{j3} + \frac{1}{2}N_{i4}N_{j4} \quad , \quad O^{R\prime\prime}_{ij} = O^{L\prime\prime}_{ij} \quad ,$$
$$N'_{j1} = N_{j1}\, c_W + N_{j2}\, s_W \quad , \quad N'_{j2} = -N_{j1}\, s_W + N_{j2}\, s_W \quad . \tag{C.2}$$

Schließlich tauchen in den Feynmanregeln zwei weitere Größen auf:

$$\lambda^f_\alpha = \begin{cases} I^f_3 & \text{für} \quad \alpha = L \\ 0 & \text{für} \quad \alpha = R \end{cases} \quad , \quad \kappa_\alpha = \begin{cases} -1 & \text{für} \quad \alpha = L \\ +1 & \text{für} \quad \alpha = R \end{cases} \quad , \tag{C.3}$$

und der Zusammenhang der elektroschwachen Kopplungen ist gegeben durch

$$e = \sqrt{4\pi\,\alpha_{\text{em}}} \quad , \quad g_2 = \frac{e}{s_W} \quad , \quad g_1 = \frac{e}{c_W} \quad . \tag{C.4}$$

Fermionzahl verletzende Wechselwirkungen wurden in dieser Arbeit nach dem Verfahren aus [36] behandelt. Dieses erfordert das Festlegen eines Fermionflusses für jedes Diagramm und jeden Vertex mit Fermionen. Die hier angegebenen Feynmanregeln beziehen sich auf einen Fermionfluss in Richtung der Leptonen und Quarks, falls vorhanden, und in Richtung der positiv geladenen Charginos, falls nicht. Verlangt die Berechnung eines expliziten Diagramms die Umkehrung des Fermionflusses, so ändert sich nur die Feynmanregel für die Kopplung von Fermionen an Verktorbosonen gemäß der Transformation $\mathcal{F}_{L/R} \to -\mathcal{F}_{R/L}$, alle anderen Kopplungen bleiben gleich.

Kopplungen eines Higgsbosons an SM-Fermionen:

Kinematische Struktur: $\omega_R\,\mathcal{F}_R + \omega_L\,\mathcal{F}_L$

$$\mathcal{F}_R(H^0, u, \bar{u}) = -ig_2\,\frac{m_u\, s_\alpha}{2M_W s_\beta} \qquad \mathcal{F}_L(H^0, u, \bar{u}) = -ig_2\,\frac{m_u\, s_\alpha}{2M_W s_\beta}$$

$$\mathcal{F}_R(H^0, d, \bar{d}) = -ig_2\,\frac{m_d\, c_\alpha}{2M_W c_\beta} \qquad \mathcal{F}_L(H^0, d, \bar{d}) = -ig_2\,\frac{m_d\, c_\alpha}{2M_W c_\beta}$$

$$\mathcal{F}_R(h^0, u, \bar{u}) = -ig_2\,\frac{m_u\, c_\alpha}{2M_W s_\beta} \qquad \mathcal{F}_L(h^0, u, \bar{u}) = -ig_2\,\frac{m_u\, c_\alpha}{2M_W s_\beta}$$

$$\mathcal{F}_R(h^0, d, \bar{d}) = ig_2\,\frac{m_d\, s_\alpha}{2M_W c_\beta} \qquad \mathcal{F}_L(h^0, d, \bar{d}) = ig_2\,\frac{m_d\, s_\alpha}{2M_W c_\beta}$$

$$\mathcal{F}_R(A^0, u, \bar{u}) = -g_2\,\frac{m_u}{2M_W t_\beta} \qquad \mathcal{F}_L(A^0, u, \bar{u}) = g_2\,\frac{m_u}{2M_W\, t_\beta}$$

$$\mathcal{F}_R(A^0,d,\bar{d}) = -g_2\,\frac{m_d\,t_\beta}{2M_W} \qquad \mathcal{F}_L(A^0,d,\bar{d}) = g_2\,\frac{m_d\,t_\beta}{2M_W}$$
$$\mathcal{F}_R(G^0,u,\bar{u}) = -g_2\,\frac{m_u}{2M_W} \qquad \mathcal{F}_L(G^0,u,\bar{u}) = g_2\,\frac{m_u}{2M_W}$$
$$\mathcal{F}_R(G^0,d,\bar{d}) = g_2\,\frac{m_d}{2M_W} \qquad \mathcal{F}_L(G^0,d,\bar{d}) = -g_2\,\frac{m_d}{2M_W}$$
$$\mathcal{F}_R(H^+,d,\bar{u}) = ig_2\,\frac{m_d\,t_\beta}{\sqrt{2}M_W} \qquad \mathcal{F}_L(H^+,d,\bar{u}) = ig_2\,\frac{m_u}{\sqrt{2}M_W t_\beta}$$
$$\mathcal{F}_R(H^-,u,\bar{d}) = ig_2\,\frac{m_u}{\sqrt{2}M_W t_\beta} \qquad \mathcal{F}_L(H^-,u,\bar{d}) = ig_2\,\frac{m_d\,t_\beta}{\sqrt{2}M_W}$$
$$\mathcal{F}_R(G^+,d,\bar{u}) = -ig_2\,\frac{m_d}{\sqrt{2}M_W} \qquad \mathcal{F}_L(G^+,d,\bar{u}) = ig_2\,\frac{m_u}{\sqrt{2}M_W}$$
$$\mathcal{F}_R(G^-,u,\bar{d}) = ig_2\,\frac{m_u}{\sqrt{2}M_W} \qquad \mathcal{F}_L(G^-,u,\bar{d}) = -ig_2\,\frac{m_d}{\sqrt{2}M_W} \tag{C.5}$$

Kopplungen eines Higgsbosons an Charginos und/oder Neutralinos:

Kinematische Struktur: $\omega_R\,\mathcal{F}_R + \omega_L\,\mathcal{F}_L$

$$\mathcal{F}_R(H^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = -ig_2\,(Q_{ij}\,c_\alpha + S_{ij}\,s_\alpha) \qquad \mathcal{F}_L(H^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = -ig_2\,(Q_{ji}\,c_\alpha + S_{ji}\,s_\alpha)$$
$$\mathcal{F}_R(h^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = ig_2\,(Q_{ij}\,s_\alpha - S_{ij}\,c_\alpha) \qquad \mathcal{F}_L(h^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = ig_2\,(Q_{ji}\,s_\alpha - S_{ji}\,c_\alpha)$$
$$\mathcal{F}_R(A^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = g_2\,(Q_{ij}\,s_\beta + S_{ij}\,c_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(A^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = -g_2\,(Q_{ji}\,s_\beta + S_{ji}\,c_\beta)$$
$$\mathcal{F}_R(G^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = -g_2\,(Q_{ij}\,c_\beta - S_{ij}\,s_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(G^0,\tilde{\chi}_j^+,\bar{\tilde{\chi}}_i^+) = g_2\,(Q_{ji}\,c_\beta - S_{ji}\,s_\beta) \tag{C.6}$$

$$\mathcal{F}_R(H^-,\tilde{\chi}_j^+,\tilde{\chi}_i^0) = -ig_2\,(Q^{R\prime}_{ij}\,s_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(H^-,\tilde{\chi}_j^+,\tilde{\chi}_i^0) = -ig_2\,(Q^{L\prime}_{ij}\,c_\beta)$$
$$\mathcal{F}_R(G^-,\tilde{\chi}_j^+,\tilde{\chi}_i^0) = ig_2\,(Q^{R\prime}_{ij}\,c_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(G^-,\tilde{\chi}_j^+,\tilde{\chi}_i^0) = -ig_2\,(Q^{L\prime}_{ij}\,s_\beta) \tag{C.7}$$

$$\mathcal{F}_R(H^+,\tilde{\chi}_i^0,\bar{\tilde{\chi}}_j^+) = -ig_2\,(Q^{L\prime}_{ij}\,c_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(H^+,\tilde{\chi}_i^0,\bar{\tilde{\chi}}_j^+) = -ig_2\,(Q^{R\prime}_{ij}\,s_\beta)$$
$$\mathcal{F}_R(G^+,\tilde{\chi}_i^0,\bar{\tilde{\chi}}_j^+) = -ig_2\,(Q^{L\prime}_{ij}\,s_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(G^+,\tilde{\chi}_i^0,\bar{\tilde{\chi}}_j^+) = ig_2\,(Q^{R\prime}_{ij}\,c_\beta) \tag{C.8}$$

$$\mathcal{F}_R(H^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = -ig_2\,(Q''_{ij}\,c_\alpha - S''_{ij}\,s_\alpha) \qquad \mathcal{F}_L(H^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = -ig_2\,(Q''_{ji}\,c_\alpha - S''_{ji}\,s_\alpha)$$
$$\mathcal{F}_R(h^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = ig_2\,(Q''_{ij}\,s_\alpha + S''_{ij}\,c_\alpha) \qquad \mathcal{F}_L(h^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = ig_2\,(Q''_{ji}\,s_\alpha + S''_{ji}\,c_\alpha)$$
$$\mathcal{F}_R(A^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = g_2\,(Q''_{ij}\,s_\beta - S''_{ij}\,c_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(A^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = -g_2\,(Q''_{ji}\,s_\beta - S''_{ji}\,c_\beta)$$
$$\mathcal{F}_R(G^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = -g_2\,(Q''_{ij}\,c_\beta + S''_{ij}\,s_\beta) \qquad \mathcal{F}_L(G^0,\tilde{\chi}_j^0,\tilde{\chi}_i^0) = g_2\,(Q''_{ji}\,c_\beta + S''_{ji}\,s_\beta) \tag{C.9}$$

Kopplungen zweier Higgsbosonen an ein Eichboson:

Kinematische Struktur: $(p_1 - p_2)_\mu \, \mathcal{F}$

p_i ist der Impuls des i-ten Higgsbosons im Argument von $\mathcal{F}$.

$$\mathcal{F}(H^0, H^+, W^-) = -ig_2 \, \frac{1}{2} \, s_{\beta-\alpha} \qquad \mathcal{F}(H^+, H^0, W^-) = ig_2 \, \frac{1}{2} \, s_{\beta-\alpha}$$

$$\mathcal{F}(H^0, H^-, W^+) = -\mathcal{F}(H^0, H^+, W^-) \qquad \mathcal{F}(H^-, H^0, W^+) = -\mathcal{F}(H^+, H^0, W^-)$$

$$\mathcal{F}(h^0, H^+, W^-) = ig_2 \, \frac{1}{2} \, c_{\beta-\alpha} \qquad \mathcal{F}(H^+, h^0, W^-) = -ig_2 \, \frac{1}{2} \, c_{\beta-\alpha}$$

$$\mathcal{F}(h^0, H^-, W^+) = -\mathcal{F}(h^0, H^+, W^-) \qquad \mathcal{F}(H^-, h^0, W^+) = -\mathcal{F}(H^+, h^0, W^-)$$

$$\mathcal{F}(A^0, H^+, W^-) = g_2 \, \frac{1}{2} \qquad \mathcal{F}(H^+, A^0, W^-) = -g_2 \, \frac{1}{2}$$

$$\mathcal{F}(A^0, H^-, W^+) = \mathcal{F}(A^0, H^+, W^-) \qquad \mathcal{F}(H^-, A^0, W^+) = \mathcal{F}(H^+, A^0, W^-)$$

$$\mathcal{F}(H^0, G^+, W^-) = ig_2 \, \frac{1}{2} \, c_{\beta-\alpha} \qquad \mathcal{F}(G^+, H^0, W^-) = -ig_2 \, \frac{1}{2} \, c_{\beta-\alpha}$$

$$\mathcal{F}(H^0, G^-, W^+) = -\mathcal{F}(H^0, G^+, W^-) \qquad \mathcal{F}(G^-, H^0, W^+) = -\mathcal{F}(G^+, H^0, W^-)$$

$$\mathcal{F}(h^0, G^+, W^-) = ig_2 \, \frac{1}{2} \, s_{\beta-\alpha} \qquad \mathcal{F}(G^+, h^0, W^-) = -ig_2 \, \frac{1}{2} \, s_{\beta-\alpha}$$

$$\mathcal{F}(h^0, G^-, W^+) = -\mathcal{F}(h^0, G^+, W^-) \qquad \mathcal{F}(G^-, h^0, W^+) = -\mathcal{F}(G^+, h^0, W^-)$$

$$\mathcal{F}(G^0, G^+, W^-) = g_2 \, \frac{1}{2} \qquad \mathcal{F}(G^+, G^0, W^-) = -\mathcal{F}(G^0, G^+, W^-)$$

$$\mathcal{F}(G^0, G^-, W^+) = \mathcal{F}(G^0, G^+, W^-) \qquad \mathcal{F}(G^-, G^0, W^+) = \mathcal{F}(G^+, G^0, W^-)$$

$$\mathcal{F}(H^0, A^0, Z^0) = -g_2 \, \frac{s_{\beta-\alpha}}{2 \, c_W} \qquad \mathcal{F}(A^0, H^0, Z^0) = -\mathcal{F}(H^0, A^0, Z^0)$$

$$\mathcal{F}(h^0, A^0, Z^0) = g_2 \, \frac{c_{\beta-\alpha}}{2 \, c_W} \qquad \mathcal{F}(A^0, h^0, Z^0) = -\mathcal{F}(h^0, A^0, Z^0)$$

$$\mathcal{F}(H^+, H^-, Z^0) = -ig_2 \, \frac{c_{2W}}{2 \, c_W} \qquad \mathcal{F}(H^-, H^+, Z^0) = -\mathcal{F}(H^+, H^-, Z^0)$$

$$\mathcal{F}(H^+, H^-, \gamma) = -ig_2 \, s_W \qquad \mathcal{F}(H^-, H^+, \gamma) = -\mathcal{F}(H^+, H^-, \gamma)$$

$$\mathcal{F}(H^0,G^0,Z^0) = g_2\,\frac{c_{\beta-\alpha}}{2\,c_W} \qquad \mathcal{F}(G^0,H^0,Z^0) = -\mathcal{F}(H^0,G^0,Z^0)$$

$$\mathcal{F}(h^0,G^0,Z^0) = g_2\,\frac{s_{\beta-\alpha}}{2\,c_W} \qquad \mathcal{F}(G^0,h^0,Z^0) = -\mathcal{F}(h^0,G^0,Z^0)$$

$$\mathcal{F}(G^+,G^-,Z^0) = -ig_2\,\frac{c_{2W}}{2\,c_W} \qquad \mathcal{F}(G^-,G^+,Z^0) = -\mathcal{F}(G^+,G^-,Z^0)$$

$$\mathcal{F}(G^+,G^-,\gamma) = -ig_2\,s_W \qquad \mathcal{F}(G^-,G^+,\gamma) = -\mathcal{F}(G^+,G^-,\gamma) \tag{C.10}$$

Kopplungen eines Higgsbosons an zwei Eichbosonen:

Kinematische Struktur: $g_{\mu\nu}\,\mathcal{F}$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^0,W^+,W^-) &= \mathcal{F}(H^0,W^-,W^+) = i\,g_2\,M_W\,c_{\beta-\alpha}\\
\mathcal{F}(h^0,W^+,W^-) &= \mathcal{F}(h^0,W^-,W^+) = i\,g_2\,M_W\,s_{\beta-\alpha}\\
\mathcal{F}(H^0,Z^0,Z^0) &= i\,g_2\,\frac{M_Z\,c_{\beta-\alpha}}{c_W}\\
\mathcal{F}(h^0,Z^0,Z^0) &= i\,g_2\,\frac{M_Z\,s_{\beta-\alpha}}{c_W}\\
\mathcal{F}(G^+,\gamma,W^-) &= \mathcal{F}(G^-,\gamma,W^+) = \mathcal{F}(G^+,W^-,\gamma)\\
&= \mathcal{F}(G^-,W^+,\gamma) = i\,g_2\,s_W\,M_W\\
\mathcal{F}(G^+,Z^0,W^-) &= \mathcal{F}(G^-,Z^0,W^+) = \mathcal{F}(G^+,W^-,Z^0)\\
&= \mathcal{F}(G^-,W^+,Z^0) = -i\,g_2\,M_Z\,{s_W}^2
\end{aligned} \tag{C.11}$$

Kopplungen zweier Higgs- an zwei Eichbosonen:

Kinematische Struktur: $g_{\mu\nu}\,\mathcal{F}$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(h^0,h^0,W^+,W^-) &= \mathcal{F}(h^0,h^0,W^-,W^+) = \mathcal{F}(H^0,H^0,W^+,W^-)\\
&= \mathcal{F}(H^0,H^0,W^-,W^+) = \mathcal{F}(A^0,A^0,W^+,W^-)\\
&= \mathcal{F}(A^0,A^0,W^-,W^+) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}
\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(H^-,H^+,W^+,W^-) = \mathcal{F}(H^+,H^-,W^+,W^-) = \mathcal{F}(H^-,H^+,W^-,W^+)$$

$$= \mathcal{F}(H^+, H^-, W^-, W^+) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}$$

$$\mathcal{F}(h^0, h^0, Z^0, Z^0) = \mathcal{F}(H^0, H^0, Z^0, Z^0) = \mathcal{F}(A^0, A^0, Z^0, Z^0) = i\,\frac{{g_2}^2}{2\,{c_W}^2}$$

$$\mathcal{F}(H^+, H^-, Z^0, Z^0) = \mathcal{F}(H^-, H^+, Z^0, Z^0) = i{g_2}^2\,\frac{{c_{2W}}^2}{2\,{c_W}^2}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(H^0, H^-, Z^0, W^+) &= \mathcal{F}(H^-, H^0, Z^0, W^+) = \mathcal{F}(H^0, H^+, Z^0, W^-)\\ &= \mathcal{F}(H^+, H^0, Z^0, W^-) = \mathcal{F}(H^0, H^-, W^+, Z^0)\\ &= \mathcal{F}(H^-, H^0, W^+, Z^0) = \mathcal{F}(H^0, H^+, W^-, Z^0)\\ &= \mathcal{F}(H^+, H^0, W^-, Z^0) = i{g_2}^2\,\frac{{s_W}^2\,s_{\beta-\alpha}}{2\,c_W}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(h^0, H^-, Z^0, W^+) &= \mathcal{F}(H^-, h^0, Z^0, W^+) = \mathcal{F}(h^0, H^+, Z^0, W^-)\\ &= \mathcal{F}(H^+, h^0, Z^0, W^-) = \mathcal{F}(h^0, H^-, W^+, Z^0)\\ &= \mathcal{F}(H^-, h^0, W^+, Z^0) = \mathcal{F}(h^0, H^+, W^-, Z^0)\\ &= \mathcal{F}(H^+, h^0, W^-, Z^0) = -i{g_2}^2\,\frac{{s_W}^2\,c_{\beta-\alpha}}{2\,c_W}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(A^0, H^-, Z^0, W^+) &= \mathcal{F}(H^-, A^0, Z^0, W^+) = \mathcal{F}(A^0, H^-, W^+, Z^0)\\ &= \mathcal{F}(H^-, A^0, W^+, Z^0) = {g_2}^2\,\frac{{s_W}^2}{2\,c_W}\\ \mathcal{F}(A^0, H^+, Z^0, W^-) &= \mathcal{F}(H^+, A^0, Z^0, W^-) = \mathcal{F}(A^0, H^+, W^-, Z^0)\\ &= \mathcal{F}(H^+, A^0, W^-, Z^0) = -{g_2}^2\,\frac{{s_W}^2}{2\,c_W}\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(H^+, H^-, \gamma, \gamma) = \mathcal{F}(H^-, H^+, \gamma, \gamma) = i{g_2}^2\,2{s_W}^2$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(H^+, H^-, \gamma, Z^0) &= \mathcal{F}(H^-, H^+, \gamma, Z^0) = \mathcal{F}(H^+, H^-, Z^0, \gamma)\\ &= \mathcal{F}(H^-, H^+, Z^0, \gamma) = i{g_2}^2\,\frac{s_W\,c_{2W}}{c_W}\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(H^0, H^-, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(H^0, H^-, W^+, \gamma) = \mathcal{F}(H^-, H^0, \gamma, W^+)$$

$$
\begin{aligned}
&= \mathcal{F}(H^-, H^0, W^+, \gamma) = \mathcal{F}(H^0, H^+, \gamma, W^-) \\
&= \mathcal{F}(H^0, H^+, W^-, \gamma) = \mathcal{F}(H^+, H^0, \gamma, W^-) \\
&= \mathcal{F}(H^+, H^0, W^-, \gamma) = -i{g_2}^2 \, \frac{s_W \, s_{\beta-\alpha}}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(h^0, H^-, W^+, \gamma) &= \mathcal{F}(h^0, H^-, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(H^-, h^0, W^+, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(H^-, h^0, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(h^0, H^+, W^-, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(h^0, H^+, \gamma, W^-) = \mathcal{F}(H^+, h^0, W^-, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(H^+, h^0, \gamma, W^-) = i{g_2}^2 \, \frac{s_W \, c_{\beta-\alpha}}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(A^0, H^-, \gamma, W^+) &= \mathcal{F}(H^-, A^0, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(A^0, H^-, W^+, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(H^-, A^0, W^+, \gamma) = -{g_2}^2 \, \frac{s_W}{2} \\
\mathcal{F}(A^0, H^+, \gamma, W^-) &= \mathcal{F}(H^+, A^0, \gamma, W^-) = \mathcal{F}(A^0, H^+, W^-, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(H^+, A^0, W^-, \gamma) = {g_2}^2 \, \frac{s_W}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\mathcal{F}(G^0, G^0, W^+, W^-) = \mathcal{F}(G^0, G^0, W^-, W^+) = i \, \frac{{g_2}^2}{2}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(G^+, G^-, W^+, W^-) &= \mathcal{F}(G^+, G^-, W^-, W^+) = \mathcal{F}(G^-, G^+, W^+, W^-) \\
&= \mathcal{F}(G^-, G^+, W^-, W^+) = i \, \frac{{g_2}^2}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\mathcal{F}(G^0, G^0, Z^0, Z^0) = i \, \frac{{g_2}^2}{2 \, {c_W}^2}
$$

$$
\mathcal{F}(G^+, G^-, Z^0, Z^0) = \mathcal{F}(G^-, G^+, Z^0, Z^0) = i{g_2}^2 \, \frac{{c_{2W}}^2}{2 \, {c_W}^2}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^0, G^+, Z^0, W^-) &= \mathcal{F}(H^0, G^+, W^-, Z^0) = \mathcal{F}(G^+, H^0, Z^0, W^-) \\
&= \mathcal{F}(G^+, H^0, W^-, Z^0) = \mathcal{F}(H^0, G^-, Z^0, W^+) \\
&= \mathcal{F}(H^0, G^-, W^+, Z^0) = \mathcal{F}(G^-, H^0, Z^0, W^+) \\
&= \mathcal{F}(G^-, H^0, W^+, Z^0) = -i \, {g_2}^2 \, \frac{{s_W}^2 \, c_{\beta-\alpha}}{2 \, c_W}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(h^0, G^+, Z^0, W^-) &= \mathcal{F}(h^0, G^+, W^-, Z^0) = \mathcal{F}(G^+, h^0, Z^0, W^-) \\
&= \mathcal{F}(G^+, h^0, W^-, Z^0) = \mathcal{F}(h^0, G^-, Z^0, W^+) \\
&= \mathcal{F}(h^0, G^-, W^+, Z^0) = \mathcal{F}(G^-, h^0, Z^0, W^+) \\
&= \mathcal{F}(G^-, h^0, W^+, Z^0) = -i{g_2}^2 \, \frac{{s_W}^2 \, s_{\beta-\alpha}}{2 \, c_W}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(G^0, G^-, Z^0, W^+) &= \mathcal{F}(G^0, G^-, W^+, Z^0) = \mathcal{F}(G^-, G^0, Z^0, W^+) \\
&= \mathcal{F}(G^-, G^0, W^+, Z^0) = {g_2}^2 \, \frac{{s_W}^2}{2 \, c_W} \\
\mathcal{F}(G^0, G^+, Z^0, W^-) &= \mathcal{F}(G^0, G^+, W^-, Z^0) = \mathcal{F}(G^+, G^0, Z^0, W^-) \\
&= \mathcal{F}(G^+, G^0, W^-, Z^0) = -{g_2}^2 \, \frac{{s_W}^2}{2 \, c_W}
\end{aligned}
$$

$$
\mathcal{F}(G^+, G^-, \gamma, \gamma) = \mathcal{F}(G^-, G^+, \gamma, \gamma) = i{g_2}^2 \, 2{s_W}^2
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(G^+, G^-, \gamma, Z^0) &= \mathcal{F}(G^-, G^+, \gamma, Z^0) = \mathcal{F}(G^+, G^-, Z^0, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(G^-, G^+, Z^0, \gamma) = i{g_2}^2 \, \frac{s_W \, c_{2W}}{c_W}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^0, G^-, \gamma, W^+) &= \mathcal{F}(G^-, H^0, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(H^0, G^+, \gamma, W^-) \\
&= \mathcal{F}(G^+, H^0, \gamma, W^-) = \mathcal{F}(H^0, G^-, W^+, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(G^-, H^0, W^+, \gamma) = \mathcal{F}(H^0, G^+, W^-, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(G^+, H^0, W^-, \gamma) = i{g_2}^2 \, \frac{s_W \, c_{\beta-\alpha}}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(h^0, G^-, \gamma, W^+) &= \mathcal{F}(G^-, h^0, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(h^0, G^+, \gamma, W^-) \\
&= \mathcal{F}(G^+, h^0, \gamma, W^-) = \mathcal{F}(h^0, G^-, W^+, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(G^-, h^0, W^+, \gamma) = \mathcal{F}(h^0, G^+, W^-, \gamma) \\
&= \mathcal{F}(G^+, h^0, W^-, \gamma) = i{g_2}^2 \, \frac{s_W \, s_{\beta-\alpha}}{2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(G^0, G^-, \gamma, W^+) &= \mathcal{F}(G^0, G^-, W^+, \gamma) = \mathcal{F}(G^-, G^0, \gamma, W^+) \\
&= \mathcal{F}(G^-, G^0, W^+, \gamma) = -{g_2}^2 \, \frac{s_W}{2} \\
\mathcal{F}(G^0, G^+, \gamma, W^-) &= \mathcal{F}(G^0, G^+, W^-, \gamma) = \mathcal{F}(G^+, G^0, \gamma, W^-)
\end{aligned}
$$

$$= \mathcal{F}(G^+, G^0, W^-, \gamma) = {g_2}^2\,\frac{s_W}{2} \tag{C.12}$$

Kopplungen eines Eichbosons an Sfermionen:

Kinematische Struktur: $(p_1 - p_2)_\mu\,\mathcal{F}$
p_1 (p_2) ist der Impuls des einlaufenden (Anti)Sfermions

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(\gamma, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) &= -ig_2\, s_W\, Q_f & \mathcal{F}(\gamma, \tilde{f}_R, \tilde{f}_R^*) &= -ig_2\, s_W\, Q_f \\
\mathcal{F}(Z^0, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) &= -i\,\frac{g_2}{c_W}\,(I_3^f - {s_W}^2\, Q_f) & \mathcal{F}(Z^0, \tilde{f}_R, \tilde{f}_R^*) &= -i\,\frac{g_2}{c_W}\,(-{s_W}^2\, Q_f) \\
\mathcal{F}(W^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) &= -i\,\frac{g_2}{\sqrt{2}} & \mathcal{F}(W^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) &= -i\,\frac{g_2}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{C.13}$$

Kopplungen zweier Eichbosonen an Sfermionen:

Kinematische Struktur: $g_{\mu\nu}\,\mathcal{F}$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(\gamma, \gamma, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) = \mathcal{F}(\gamma, \gamma, \tilde{f}_R, \tilde{f}_R^*) &= i\,{g_2}^2\, 2{s_W}^2\, Q_f^2 \\
\mathcal{F}(Z^0, Z^0, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) &= i{g_2}^2\,\frac{2}{{c_W}^2}\,(I_3^f - Q_f\, {s_W}^2)^2 \\
\mathcal{F}(Z^0, Z^0, \tilde{f}_R, \tilde{f}_R^*) &= i{g_2}^2\,\frac{2}{{c_W}^2}\,(-Q_f\, {s_W}^2)^2 \\
\mathcal{F}(Z^0, \gamma, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) = \mathcal{F}(\gamma, Z^0, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) &= i{g_2}^2\,\frac{2\, s_W\, Q_f}{c_W}\,(I_3^f - Q_f\, {s_W}^2) \\
\mathcal{F}(Z^0, \gamma, \tilde{f}_R, \tilde{f}_R^*) = \mathcal{F}(\gamma, Z^0, \tilde{f}_R, \tilde{f}_R^*) &= i{g_2}^2\,\frac{2\, s_W * Q_f}{c_W}\,(-Q_f\, {s_W}^2) \\
\\
\mathcal{F}(W^-, W^+, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) = \mathcal{F}(W^+, W^-, \tilde{f}_L, \tilde{f}_L^*) &= i{g_2}^2\,\frac{1}{2} \\
\\
\mathcal{F}(W^-, \gamma, \tilde{u}_L, \tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(\gamma, W^-, \tilde{u}_L, \tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(W^+, \gamma, \tilde{d}_L, \tilde{d}_L^*) \\
&= \mathcal{F}(\gamma, W^+, \tilde{d}_L, \tilde{d}_L^*) = i{g_2}^2\, s_W\,\frac{Q_u + Q_d}{\sqrt{2}} \\
\mathcal{F}(W^-, Z^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(Z^0, W^-, \tilde{u}_L, \tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(W^+, Z^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_L^*) \\
&= \mathcal{F}(Z^0, W^+, \tilde{d}_L, \tilde{d}_L^*) = -i{g_2}^2\,\frac{{s_W}^2}{c_W}\,\frac{Q_u + Q_d}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{C.14}$$

Kopplungen eines Eichbosons an Fermionen:

Kinematische Struktur: $\gamma_\mu \omega_R \, \mathcal{F}_R + \gamma_\mu \omega_L \, \mathcal{F}_L$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}_R(\gamma, f, \bar{f}) &= -ie\, Q_f & \mathcal{F}_L(\gamma, f, \bar{f}) &= -ie\, Q_f \\
\mathcal{F}_R(Z^0, f, \bar{f}) &= -ig_2 \, \frac{1}{c_W} \, (-Q_f \, {s_W}^2) & \mathcal{F}_L(Z^0, f, \bar{f}) &= -ig_2 \, \frac{1}{c_W} \, (I_3^f - Q_f \, {s_W}^2) \\
\mathcal{F}_L(W^-, u, \bar{d}) &= -ig_2 \, \frac{1}{\sqrt{2}} & \mathcal{F}_L(W^+, d, \bar{u}) &= -ig_2 \, \frac{1}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
\tag{C.15}
$$

Kopplungen eines Eichbosons an Charginos und/oder Neutralinos:

Kinematische Struktur: $\gamma_\mu \, \omega_R \, \mathcal{F}_R + \gamma_\mu \, \omega_L \, \mathcal{F}_L$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}_R(\gamma, \tilde{\chi}_j^+, \bar{\tilde{\chi}}_j^+) &= -ie & \mathcal{F}_L(\gamma, \tilde{\chi}_j^+, \bar{\tilde{\chi}}_j^+) &= -ie \\
\mathcal{F}_R(Z^0, \tilde{\chi}_j^+, \bar{\tilde{\chi}}_i^+) &= ig_2 \, \frac{1}{c_W} \, O_{ij}^{R\prime} & \mathcal{F}_L(Z^0, \tilde{\chi}_j^+, \bar{\tilde{\chi}}_i^+) &= ig_2 \, \frac{1}{c_W} \, O_{ij}^{L\prime}
\end{aligned}
\tag{C.16}
$$

$$
\mathcal{F}_R(Z^0, \tilde{\chi}_j^0, \tilde{\chi}_i^0) = ig_2 \, \frac{1}{c_W} \, O_{ij}^{R\prime\prime} \qquad \mathcal{F}_L(Z^0, \tilde{\chi}_j^0, \tilde{\chi}_i^0) = ig_2 \, \frac{1}{c_W} \, O_{ij}^{L\prime\prime}
\tag{C.17}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}_R(W^-, \tilde{\chi}_j^+, \tilde{\chi}_i^0) &= ig_2 \, O_{ij}^R & \mathcal{F}_L(W^-, \tilde{\chi}_j^+, \tilde{\chi}_i^0) &= ig_2 \, O_{ij}^L \\
\mathcal{F}_R(W^+, \tilde{\chi}_i^0, \bar{\tilde{\chi}}_j^+) &= ig_2 \, O_{ij}^R & \mathcal{F}_L(W^+, \tilde{\chi}_i^0, \bar{\tilde{\chi}}_j^+) &= ig_2 \, O_{ij}^L
\end{aligned}
\tag{C.18}
$$

Drei-Eichboson-Kopplungen:

Kinematische Struktur: $[g_{\mu\nu} \, (p_2 - p_1)_\rho + g_{\nu\rho} \, (p_3 - p_2)_\mu + g_{\rho\mu} \, (p_1 - p_3)_\nu] \; \mathcal{F}$
p_i ist der Impuls des i-ten einlaufenden Teilchens im Argument von $\mathcal{F}$.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(\gamma, W^+, W^-) = \mathcal{F}(W^-, \gamma, W^+) = \mathcal{F}(W^+, W^-, \gamma) &= -ig_2 \, s_W \\
\mathcal{F}(\gamma, W^-, W^+) = \mathcal{F}(W^+, \gamma, W^-) = \mathcal{F}(W^-, W^+, \gamma) &= ig_2 \, s_W \\
\mathcal{F}(Z^0, W^+, W^-) = \mathcal{F}(W^-, Z^0, W^+) = \mathcal{F}(W^+, W^-, Z^0) &= -ig_2 \, c_W \\
\mathcal{F}(Z^0, W^-, W^+) = \mathcal{F}(W^+, Z^0, W^-) = \mathcal{F}(W^-, W^+, Z^0) &= ig_2 \, c_W
\end{aligned}
\tag{C.19}
$$

Kopplungen eines Eichbosons an Geistfelder:

Kinematische Struktur: $p_{3\mu}\,\mathcal{F}$
p_3 ist der Impuls des einlaufenden Antigeistes.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(\gamma, \eta_{W^+}, \bar\eta_{W^+}) &= i g_2\, s_W & \mathcal{F}(\gamma, \eta_{W^-}, \bar\eta_{W^-}) &= -i g_2\, s_W \\
\mathcal{F}(Z^0, \eta_{W^+}, \bar\eta_{W^+}) &= i g_2\, c_W & \mathcal{F}(Z^0, \eta_{W^-}, \bar\eta_{W^-}) &= -i g_2\, c_W \\
\mathcal{F}(W^+, \eta_Z, \bar\eta_{W^+}) &= -i g_2\, c_W & \mathcal{F}(W^-, \eta_Z, \bar\eta_{W^-}) &= i g_2\, c_W \\
\mathcal{F}(W^+, \eta_{W^-}, \bar\eta_Z) &= i g_2\, c_W & \mathcal{F}(W^-, \eta_{W^+}, \bar\eta_Z) &= -i g_2\, c_W \\
\mathcal{F}(W^+, \eta_\gamma, \bar\eta_{W^+}) &= -i g_2\, s_W & \mathcal{F}(W^-, \eta_\gamma, \bar\eta_{W^-}) &= i g_2\, s_W \\
\mathcal{F}(W^+, \eta_{W^-}, \bar\eta_\gamma) &= i g_2\, s_W & \mathcal{F}(W^-, \eta_{W^+}, \bar\eta_\gamma) &= -i g_2\, s_W
\end{aligned}
\tag{C.20}
$$

Kopplungen eines Quarks oder Leptons an seinen SUSY-Partner und an Charginos oder Neutralinos:

Kinematische Struktur: $\omega_R\,\mathcal{F}_R + \omega_L\,\mathcal{F}_L$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}_R(u, \tilde d_L^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= i g_2 \frac{m_u}{\sqrt2\, M_W\, s_\beta} V_{j2} & \mathcal{F}_L(u, \tilde d_L^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= -i g_2\, U_{j1} \\
\mathcal{F}_R(u, \tilde d_R^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= 0 & \mathcal{F}_L(u, \tilde d_R^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= i g_2 \frac{m_d}{\sqrt2\, M_W\, c_\beta} U_{j2} \\
\mathcal{F}_R(d, \tilde u_L^*, \tilde\chi_j^+) &= i g_2 \frac{m_d}{\sqrt2\, M_W\, c_\beta} U_{j2} & \mathcal{F}_L(d, \tilde u_L^*, \tilde\chi_j^+) &= -i g_2\, V_{j1} \\
\mathcal{F}_R(d, \tilde u_R^*, \tilde\chi_j^+) &= 0 & \mathcal{F}_L(d, \tilde u_R^*, \tilde\chi_j^+) &= i g_2 \frac{m_u}{\sqrt2\, M_W\, s_\beta} V_{j2}
\end{aligned}
\tag{C.21}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}_R(\tilde d_L, \bar u, \tilde\chi_j^+) &= \mathcal{F}_L(u, \tilde d_L^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) & \mathcal{F}_L(\tilde d_L, \bar u, \tilde\chi_j^+) &= \mathcal{F}_R(u, \tilde d_L^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) \\
\mathcal{F}_R(\tilde d_R, \bar u, \tilde\chi_j^+) &= \mathcal{F}_L(u, \tilde d_R^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) & \mathcal{F}_L(\tilde d_R, \bar u, \tilde\chi_j^+) &= \mathcal{F}_R(u, \tilde d_R^*, \bar{\tilde\chi}_j^+) \\
\mathcal{F}_R(\tilde u_L, \bar d, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= \mathcal{F}_L(d, \tilde u_L^*, \tilde\chi_j^+) & \mathcal{F}_L(\tilde u_L, \bar d, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= \mathcal{F}_R(d, \tilde u_L^*, \tilde\chi_j^+) \\
\mathcal{F}_R(\tilde u_R, \bar d, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= \mathcal{F}_L(d, \tilde u_R^*, \tilde\chi_j^+) & \mathcal{F}_L(\tilde u_R, \bar d, \bar{\tilde\chi}_j^+) &= \mathcal{F}_R(d, \tilde u_R^*, \tilde\chi_j^+)
\end{aligned}
\tag{C.22}
$$

$$\mathcal{F}_R(u, \tilde{u}_L^*, \tilde{\chi}_j^0) = -ig_2 \,\frac{m_u}{\sqrt{2}\, M_W\, s_\beta}\, N_{j4}$$
$$\mathcal{F}_L(u, \tilde{u}_L^*, \tilde{\chi}_j^0) = -ig_2 \,\sqrt{2}\left(Q_u\, s_W\, N'_{j1} + \frac{\frac{1}{2} - Q_u\, {s_W}^2}{c_W}\, N'_{j2}\right)$$

$$\mathcal{F}_R(u, \tilde{u}_R^*, \tilde{\chi}_j^0) = ig_2 \,\sqrt{2}\left(Q_u\, s_W\, N'_{j1} + \frac{Q_u\, {s_W}^2}{c_W}\, N'_{j2}\right)$$
$$\mathcal{F}_L(u, \tilde{u}_R^*, \tilde{\chi}_j^0) = -ig_2 \,\frac{m_u}{\sqrt{2}\, M_W\, s_\beta}\, N_{j4}$$

$$\mathcal{F}_R(d, \tilde{d}_L^*, \tilde{\chi}_j^0) = -ig_2 \,\frac{m_d}{\sqrt{2}\, M_W\, c_\beta}\, N_{j3}$$
$$\mathcal{F}_L(d, \tilde{d}_L^*, \tilde{\chi}_j^0) = -ig_2 \,\sqrt{2}\left(Q_d\, s_W\, N'_{j1} - \frac{\frac{1}{2} + Q_d\, {s_W}^2}{c_W}\, N'_{j2}\right)$$

$$\mathcal{F}_R(d, \tilde{d}_R^*, \tilde{\chi}_j^0) = ig_2 \,\sqrt{2}\left(Q_d\, s_W\, N'_{j1} + \frac{Q_d\, {s_W}^2}{c_W}\, N'_{j2}\right)$$
$$\mathcal{F}_L(d, \tilde{d}_R^*, \tilde{\chi}_j^0) = -ig_2 \,\frac{m_d}{\sqrt{2}\, M_W\, c_\beta}\, N_{j3} \tag{C.23}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_R(\tilde{u}_L, \bar{u}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_L(u, \tilde{u}_L^*, \tilde{\chi}_j^0) & \mathcal{F}_L(\tilde{u}_L, \bar{u}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_R(u, \tilde{u}_L^*, \tilde{\chi}_j^0)\\
\mathcal{F}_R(\tilde{u}_R, \bar{u}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_L(u, \tilde{u}_R^*, \tilde{\chi}_j^0) & \mathcal{F}_L(\tilde{u}_R, \bar{u}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_R(u, \tilde{u}_R^*, \tilde{\chi}_j^0)\\
\mathcal{F}_R(\tilde{d}_L, \bar{d}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_L(d, \tilde{d}_L^*, \tilde{\chi}_j^0) & \mathcal{F}_L(\tilde{d}_L, \bar{d}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_R(d, \tilde{d}_L^*, \tilde{\chi}_j^0)\\
\mathcal{F}_R(\tilde{d}_R, \bar{d}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_L(d, \tilde{d}_R^*, \tilde{\chi}_j^0) & \mathcal{F}_L(\tilde{d}_R, \bar{d}, \tilde{\chi}_j^0) &= \mathcal{F}_R(d, \tilde{d}_R^*, \tilde{\chi}_j^0)
\end{aligned} \tag{C.24}$$

Drei-Higgsboson-Kopplungen:

Das Permutieren der Higgsfelder im Argument von $\mathcal{F}$ führt auf die gleichen Kopplungen.

$$\mathcal{F}(H^0, H^-, H^+) = -ig_2\left(M_W\, c_{\beta-\alpha} - \frac{M_Z}{2\, c_W}\, c_{2\beta}\, c_{\beta+\alpha}\right)$$
$$\mathcal{F}(h^0, H^-, H^+) = -ig_2\left(M_W\, s_{\beta-\alpha} + \frac{M_Z}{2\, c_W}\, c_{2\beta}\, s_{\beta+\alpha}\right)$$
$$\mathcal{F}(H^0, H^0, H^0) = -ig_2\,\frac{3\, M_Z}{2\, c_W}\, c_{2\alpha}\, c_{\beta+\alpha}$$
$$\mathcal{F}(h^0, h^0, h^0) = -ig_2\,\frac{3\, M_Z}{2\, c_W}\, c_{2\alpha}\, s_{\beta+\alpha}$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^0,h^0,h^0) &= -ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,\Big(2\,s_{2\alpha}\,s_{\beta+\alpha}-c_{\beta+\alpha}\,c_{2\alpha}\Big)\\
\mathcal{F}(H^0,A^0,A^0) &= ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,c_{2\beta}\,c_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(h^0,H^0,H^0) &= ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,\Big(2\,s_{2\alpha}\,c_{\beta+\alpha}+s_{\beta+\alpha}\,c_{2\alpha}\Big)\\
\mathcal{F}(h^0,A^0,A^0) &= -ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,c_{2\beta}\,s_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(H^0,G^-,G^+) &= -ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,c_{2\beta}\,c_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(h^0,G^-,G^+) &= ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,c_{2\beta}\,s_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(H^0,G^0,G^0) &= -ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,c_{2\beta}\,c_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(h^0,G^0,G^0) &= ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,c_{2\beta}\,s_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(H^0,A^0,G^0) &= ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,s_{2\beta}\,c_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(h^0,A^0,G^0) &= -ig_2\,\frac{M_Z}{2\,c_W}\,s_{2\beta}\,s_{\beta+\alpha}\\
\mathcal{F}(H^0,H^-,G^+) &= -ig_2\,\frac{1}{2}\,\Big(M_W\,s_{\beta-\alpha}-\frac{M_Z}{c_W}s_{2\beta}\,c_{\beta+\alpha}\Big)\\
\mathcal{F}(H^0,H^+,G^-) &= \mathcal{F}(H^0,H^-,G^+)\\
\mathcal{F}(h^0,H^-,G^+) &= ig_2\,\frac{1}{2}\,\Big(M_W\,c_{\beta-\alpha}-\frac{M_Z}{c_W}\,s_{2\beta}\,s_{\beta+\alpha}\Big)\\
\mathcal{F}(h^0,H^+,G^-) &= \mathcal{F}(h^0,H^-,G^+)\\
\mathcal{F}(A^0,H^+,G^-) &= g_2\,\frac{M_W}{2}\\
\mathcal{F}(A^0,H^-,G^+) &= -g_2\,\frac{M_W}{2}
\end{aligned}
\tag{C.25}
$$

Kopplungen eines Higgsbosons an Sfermionen:

$$
\mathcal{F}(H^0,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*) = -ig_2\,\Big(\frac{M_Z}{c_W}\,(\frac{1}{2}-Q_u\,{s_W}^2)\,c_{\beta+\alpha}+\frac{m_u^2}{M_W\,s_\beta}\,s_\alpha\Big)
$$

$$\mathcal{F}(H^0, \tilde{u}_R, \tilde{u}_R^*) = -i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (Q_u \, {s_W}^2) \, c_{\beta+\alpha} + \frac{m_u^2}{M_W \, s_\beta} \, s_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(H^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}_R^*) = \mathcal{F}(H^0, \tilde{u}_R, \tilde{u}_L^*) = -i g_2 \, \frac{m_u}{2 \, M_W \, s_\beta} \, (-\mu \, c_\alpha + A_u \, s_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(h^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}_L^*) = i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (\frac{1}{2} - Q_u \, {s_W}^2) \, s_{\beta+\alpha} - \frac{m_u^2}{M_W \, s_\beta} \, c_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(h^0, \tilde{u}_R, \tilde{u}_R^*) = i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (Q_u \, {s_W}^2) \, s_{\beta+\alpha} - \frac{m_u^2}{M_W \, s_\beta} \, c_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(h^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}_R^*) = \mathcal{F}(h^0, \tilde{u}_R, \tilde{u}_L^*) = i g_2 \, \frac{m_u}{2 \, M_W \, s_\beta} (-\mu \, s_\alpha - A_u \, c_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(H^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_L^*) = -i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (-\frac{1}{2} - Q_d \, {s_W}^2) \, c_{\beta+\alpha} + \frac{m_d^2}{M_W \, c_\beta} \, c_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(H^0, \tilde{d}_R, \tilde{d}_R^*) = -i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (Q_d \, {s_W}^2) \, c_{\beta+\alpha} + \frac{m_d^2}{M_W \, c_\beta} \, c_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(H^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_R^*) = \mathcal{F}(H^0, \tilde{d}_R, \tilde{d}_L^*) = -i g_2 \, \frac{m_d}{2 \, M_W \, c_\beta} \, (-\mu \, s_\alpha + A_d \, c_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(h^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_L^*) = i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (-\frac{1}{2} - Q_d \, {s_W}^2) \, s_{\beta+\alpha} + \frac{m_d^2}{M_W \, c_\beta} \, s_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(h^0, \tilde{d}_R, \tilde{d}_R^*) = i g_2 \left(\frac{M_Z}{c_W} \, (Q_d \, {s_W}^2) \, s_{\beta+\alpha} + \frac{m_d^2}{M_W \, c_\beta} \, s_\alpha \right)$$

$$\mathcal{F}(h^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_R^*) = \mathcal{F}(h^0, \tilde{d}_R, \tilde{d}_L^*) = -i g_2 \, \frac{m_d}{2 \, M_W \, c_\beta} \, (-\mu \, c_\alpha - A_d \, s_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(A^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}_R^*) = -g_2 \, \frac{m_u}{2 \, M_W} \, (-\mu - A_u \, \frac{1}{t_\beta})$$

$$\mathcal{F}(A^0, \tilde{u}_R, \tilde{u}_L^*) = -\mathcal{F}(A^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}_R^*);$$

$$\mathcal{F}(A^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_R^*) = -g_2 \, \frac{m_d}{2 \, M_W} \, (-\mu - A_d \, t_\beta)$$

$$\mathcal{F}(A^0, \tilde{d}_R, \tilde{d}_L^*) = -\mathcal{F}(A^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}_R^*);$$

$$\mathcal{F}(G^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}^*_R) = g_2 \frac{m_u}{2\,M_W} (-\mu \frac{1}{t_\beta} + A_u)$$
$$\mathcal{F}(G^0, \tilde{u}_R, \tilde{u}^*_L) = -\mathcal{F}(G^0, \tilde{u}_L, \tilde{u}^*_R);$$
$$\mathcal{F}(G^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}^*_R) = -g_2 \frac{m_d}{2\,M_W} (-\mu\, t_\beta + A_d)$$
$$\mathcal{F}(G^0, \tilde{d}_R, \tilde{d}^*_L) = -\mathcal{F}(G^0, \tilde{d}_L, \tilde{d}^*_R)$$

$$\mathcal{F}(H^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) = -ig_2 \frac{M_W}{\sqrt{2}} \Big(s_{2\beta} - \frac{1}{M_W^2} \big(m_d^2\, t_\beta + m_u^2 \frac{1}{t_\beta}\big)\Big)$$
$$\mathcal{F}(H^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) = ig_2 \frac{m_u\, m_d}{\sqrt{2}\, M_W} \big(t_\beta + \frac{1}{t_\beta}\big)$$
$$\mathcal{F}(H^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_R) = -i\, g_2 \frac{m_d}{\sqrt{2}\, M_W} \big(-\mu - A_d\, t_\beta\big)$$
$$\mathcal{F}(H^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_L) = -ig_2 \frac{m_u}{\sqrt{2}\, M_W} \big(-\mu - A_u \frac{1}{t_\beta}\big)$$

$$\mathcal{F}(G^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(G^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) = ig_2 \frac{M_W}{\sqrt{2}} \Big(c_{2\beta} + \frac{m_u^2 - m_d^2}{{M_W}^2}\Big)$$
$$\mathcal{F}(G^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(G^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) = 0$$
$$\mathcal{F}(G^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(G^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_R) = -ig_2 \frac{m_d}{\sqrt{2}\, M_W} \big(-\mu\, t_\beta + A_d\big)$$
$$\mathcal{F}(G^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(G^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_L) = ig_2 \frac{m_u}{\sqrt{2}\, M_W} \big(-\mu \frac{1}{t_\beta} + A_u\big) \tag{C.26}$$

Kopplungen zweier Higgsbosonen an Sfermionen:

$$\mathcal{F}(H^0, H^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = i\, \frac{{g_2}^2}{2} \Big(\frac{\lambda^d_\alpha + \kappa_\alpha\, Q_d\, {s_W}^2}{{c_W}^2} (-c_{2\alpha}) - \frac{m_d^2}{{M_W}^2} \frac{{c_\alpha}^2}{{c_\beta}^2}\Big)$$
$$\mathcal{F}(h^0, h^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = i\, \frac{{g_2}^2}{2} \Big(\frac{\lambda^d_\alpha + \kappa_\alpha\, Q_d\, {s_W}^2}{{c_W}^2} c_{2\alpha} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2} \frac{{s_\alpha}^2}{{c_\beta}^2}\Big)$$
$$\mathcal{F}(A^0, A^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = i\, \frac{{g_2}^2}{2} \Big(\frac{\lambda^d_\alpha + \kappa_\alpha\, Q_d\, {s_W}^2}{{c_W}^2} c_{2\beta} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2} \frac{{s_\beta}^2}{{c_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(G^0, G^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\Big(\frac{\lambda^d_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_d\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\,(-c_{2\beta}) - \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(H^0, H^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\Big(\frac{\lambda^u_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\,(-c_{2\alpha}) - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{{s_\alpha}^2}{{s_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(h^0, h^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\Big(\frac{\lambda^u_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\,c_{2\alpha} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{{c_\alpha}^2}{{s_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(A^0, A^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\Big(\frac{\lambda^u_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\,c_{2\beta} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{{c_\beta}^2}{{s_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(G^0, G^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\Big(\frac{\lambda^u_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\,(-c_{2\beta}) - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(h^0, H^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,s_{2\alpha}\,\Big(\frac{\lambda^d_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_d\,{s_W}^2}{{c_W}^2} + \frac{m_d^2}{2\,{M_W}^2\,{c_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(H^0, h^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = \mathcal{F}(h^0, H^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(h^0, H^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,s_{2\alpha}\,\Big(\frac{\lambda^u_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2} - \frac{m_u^2}{2\,{M_W}^2\,{s_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(H^0, h^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = \mathcal{F}(h^0, H^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(A^0, G^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,s_{2\beta}\,\Big(\frac{\lambda^d_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_d\,{s_W}^2}{{c_W}^2} + \frac{m_d^2}{2\,{M_W}^2\,{c_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(G^0, A^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha) = \mathcal{F}(A^0, G^0, \tilde{d}_\alpha, \tilde{d}^*_\alpha)$$

$$\mathcal{F}(A^0, G^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,s_{2\beta}\,\Big(\frac{\lambda^u_\alpha + \kappa_\alpha\,Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2} - \frac{m_u^2}{2\,{M_W}^2\,{s_\beta}^2}\Big)$$

$$\mathcal{F}(G^0, A^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha) = \mathcal{F}(A^0, G^0, \tilde{u}_\alpha, \tilde{u}^*_\alpha)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(H^+, H^-, \tilde{d}_L, \tilde{d}^*_L) &= \mathcal{F}(H^-, H^+, \tilde{d}_L, \tilde{d}^*_L)\\ &= i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\left(c_{2\beta}\,\Big(1 + \frac{-\frac{1}{2} - Q_d\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\Big) - \frac{m_u^2\,{c_\beta}^2}{M_W^2\,{s_\beta}^2}\right)\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(H^+, H^-, \tilde{u}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^-, H^+, \tilde{u}_L, \tilde{u}^*_L)$$

$$= i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\left(-1+\frac{\frac{1}{2}-Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\right)-\frac{m_d^2\,{s_\beta}^2}{M_W^2\,{c_\beta}^2}\right)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^+,H^-,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*) &= \mathcal{F}(H^-,H^+,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*)\\
&= i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\,Q_d\,\frac{{s_W}^2}{{c_W}^2}-\frac{m_d^2\,{s_\beta}^2}{{M_W}^2\,{c_\beta}^2}\right)\\
\mathcal{F}(H^+,H^-,\tilde{u}_R,\tilde{u}_R^*) &= \mathcal{F}(H^-,H^+,\tilde{u}_R,\tilde{u}_R^*)\\
&= i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\,Q_u\,\frac{{s_W}^2}{{c_W}^2}-\frac{m_u^2\,{c_\beta}^2}{{M_W}^2\,{s_\beta}^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(G^+,G^-,\tilde{d}_L,\tilde{d}_L^*) &= \mathcal{F}(G^-,G^+,\tilde{d}_L,\tilde{d}_L^*)\\
&= -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\left(1+\frac{-\frac{1}{2}-Q_d\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\right)+\frac{m_u^2}{M_W^2}\right)\\
\mathcal{F}(G^+,G^-,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(G^-,G^+,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*)\\
&= -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\left(-1+\frac{\frac{1}{2}-Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\right)+\frac{m_d^2}{M_W^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(G^+,G^-,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*) &= \mathcal{F}(G^-,G^+,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*)\\
&= -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\,Q_d\,\frac{{s_W}^2}{{c_W}^2}+\frac{m_d^2}{{M_W}^2}\right)\\
\mathcal{F}(G^+,G^-,\tilde{u}_R,\tilde{u}_R^*) &= \mathcal{F}(G^-,G^+,\tilde{u}_R,\tilde{u}_R^*)\\
&= -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(c_{2\beta}\,Q_u\,\frac{{s_W}^2}{{c_W}^2}+\frac{m_u^2}{{M_W}^2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^-,G^+,\tilde{d}_L,\tilde{d}_L^*) &= \mathcal{F}(G^+,H^-,\tilde{d}_L,\tilde{d}_L^*) = \mathcal{F}(H^+,G^-,\tilde{d}_L,\tilde{d}_L^*) =\\
\mathcal{F}(G^-,H^+,\tilde{d}_L,\tilde{d}_L^*) &= i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(s_{2\beta}\left(1+\frac{-\frac{1}{2}-Q_d\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\right)-\frac{m_u^2\,c_\beta}{M_W^2\,s_\beta}\right)\\
\mathcal{F}(H^-,G^+,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(G^+,H^-,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(H^+,G^-,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*) =\\
\mathcal{F}(G^-,H^+,\tilde{u}_L,\tilde{u}_L^*) &= i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(s_{2\beta}\left(-1+\frac{\frac{1}{2}-Q_u\,{s_W}^2}{{c_W}^2}\right)+\frac{m_d^2\,s_\beta}{M_W^2\,c_\beta}\right)
\end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(H^-,G^+,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*) = \mathcal{F}(G^+,H^-,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*) = \mathcal{F}(H^+,G^-,\tilde{d}_R,\tilde{d}_R^*) =$$

$$\mathcal{F}(G^-, H^+, \tilde{d}_R, \tilde{d}^*_R) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(s_{2\beta}\,Q_d\,\frac{{s_W}^2}{{c_W}^2} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,(-t_\beta)\right)$$

$$\mathcal{F}(H^-, G^+, \tilde{u}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(G^+, H^-, \tilde{u}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^+, G^-, \tilde{u}_R, \tilde{u}^*_R) =$$

$$\mathcal{F}(G^-, H^+, \tilde{u}_R, \tilde{u}^*_R) = i\,\frac{{g_2}^2}{2}\left(s_{2\beta}\,Q_u\,\frac{{s_W}^2}{{c_W}^2} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,(\frac{1}{t_\beta})\right)$$

$$\mathcal{F}(H^0, H^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^+, H^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^0, H^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, H^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) = -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(s_{\beta+\alpha} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{s_\alpha\,c_\beta}{{s_\beta}^2} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,\frac{c_\alpha\,s_\beta}{{c_\beta}^2}\right)$$

$$\mathcal{F}(h^0, H^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^+, h^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(h^0, H^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, h^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) = -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(c_{\beta+\alpha} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{c_\alpha\,c_\beta}{{s_\beta}^2} + \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,\frac{s_\alpha\,s_\beta}{{c_\beta}^2}\right)$$

$$\mathcal{F}(A^0, H^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^+, A^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(A^0, H^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, A^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) = \frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(c_{2\beta} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{{c_\beta}^2}{{s_\beta}^2} + \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,\frac{{s_\beta}^2}{{c_\beta}^2}\right)$$

$$\mathcal{F}(G^0, H^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(H^+, G^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}^*_L) = \mathcal{F}(G^0, H^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, G^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}^*_L) = \frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\left(s_{2\beta} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{1}{t_\beta} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,t_\beta\right)$$

$$\mathcal{F}(H^0, H^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^+, H^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^0, H^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, H^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) = i\,{g_2}^2\,\frac{m_d\,m_u}{\sqrt{2}\,{M_W}^2\,s_{2\beta}}\,c_{\beta-\alpha}$$

$$\mathcal{F}(h^0, H^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^+, h^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(h^0, H^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, h^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) = i\,{g_2}^2\,\frac{m_d\,m_u}{\sqrt{2}\,{M_W}^2\,s_{2\beta}}\,s_{\beta-\alpha}$$

$$\mathcal{F}(A^0, H^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^+, A^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(A^0, H^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, A^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) = 0$$

$$\mathcal{F}(G^0, H^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(H^+, G^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}^*_R) = \mathcal{F}(G^0, H^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) =$$

$$\mathcal{F}(H^-, G^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}^*_R) = -{g_2}^2\,\frac{m_d\,m_u}{\sqrt{2}\,{M_W}^2\,s_{2\beta}}$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^0, G^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(G^+, H^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(H^0, G^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, H^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) &= -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(-c_{\beta+\alpha} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{s_\alpha}{s_\beta} + \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,\frac{c_\alpha}{c_\beta}\Big) \\
\mathcal{F}(h^0, G^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(G^+, h^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(h^0, G^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, h^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) &= -i\,\frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(s_{\beta+\alpha} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{c_\alpha}{s_\beta} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,\frac{s_\alpha}{c_\beta}\Big) \\
\mathcal{F}(A^0, G^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(G^+, A^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(A^0, G^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, A^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) &= \frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(s_{2\beta} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2}\,\frac{1}{t_\beta} - \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\,t_\beta\Big) \\
\mathcal{F}(G^0, G^+, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) &= \mathcal{F}(G^+, G^0, \tilde{d}_L, \tilde{u}_L^*) = \mathcal{F}(G^0, G^-, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, G^0, \tilde{u}_L, \tilde{d}_L^*) &= \frac{{g_2}^2}{2}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\Big(-c_{2\beta} - \frac{m_u^2}{{M_W}^2} + \frac{m_d^2}{{M_W}^2}\Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(H^0, G^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) &= \mathcal{F}(G^+, H^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) = \mathcal{F}(H^0, G^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, H^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) &= i\,{g_2}^2\,\frac{m_d\,m_u}{\sqrt{2}\,{M_W}^2\,s_{2\beta}}\,s_{\beta-\alpha} \\
\mathcal{F}(h^0, G^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) &= \mathcal{F}(G^+, h^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) = \mathcal{F}(h^0, G^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, h^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) &= i\,{g_2}^2\,\frac{m_d\,m_u}{\sqrt{2}\,{M_W}^2\,s_{2\beta}}\,(-c_{\beta-\alpha}) \\
\mathcal{F}(A^0, G^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) &= \mathcal{F}(G^+, A^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) = \mathcal{F}(A^0, G^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, A^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) &= {g_2}^2\,\frac{m_d\,m_u}{\sqrt{2}\,{M_W}^2\,s_{2\beta}} \\
\mathcal{F}(G^0, G^+, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) &= \mathcal{F}(G^+, G^0, \tilde{d}_R, \tilde{u}_R^*) = \mathcal{F}(G^0, G^-, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) = \\
\mathcal{F}(G^-, G^0, \tilde{u}_R, \tilde{d}_R^*) &= 0 \qquad\qquad (\mathrm{C.27})
\end{aligned}
$$

Vier-Sfermion-Kopplungen:

Von den Vier-Sfermion-Kopplungen sind nur diejenigen aufgeführt, die zur Berechnung der Sfermion-Schleife in der Sfermion-Selbstenergie notwendig sind. Die massenunabhängigen Terme der Kopplungen ergeben sich durch Einsetzen der Identitäten (A.34) in die kinetischen Terme der Hilfsfelder D der Vektorsuperfelder. Auf die gleiche Weise erhält man die massenabhängigen Terme über die Hilfsfelder F der Superfelder von Leptonen, Quarks und Higgsbosonen. Die Indizes i, j nummerieren die Lepton- und Quarkfamilien durch, $\alpha, \beta, \alpha', \beta' \in \{L, R\}$ die Chiralität der (unrotierten) Sfermionzustände und a, b, a', b'

ihre Farb-Eigenwerte. Obwohl keine $\mathrm{SU}(3)_C$-Eichgruppe betrachtet wird, spielt hier der Freiheitsgrad der Farbwechselwirkung aus Symmetriegründen eine Rolle. Zwei Teilchen sind nur identisch, wenn auch ihre Farbquantenzahlen übereinstimmen, und Vertizes mit identischen Teilchen bekommen Symmetriefaktoren. Da diese Symmetriefaktoren in den aufgeführten Kopplungen schon enthalten sind, muss man sie für explizite Rechnungen vor der Rotation der Sfermionen in ihre Masseneigenzustände entfernen und nach der Rotation wieder hinzufügen.

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(\tilde{u}^{(i)}_{\alpha,a},\tilde{u}^{(i)*}_{\alpha',a'},\tilde{u}^{(j)}_{\beta,b},\tilde{u}^{(j)*}_{\beta',b'}) &= \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}\delta_{aa'}\delta_{bb'}\,(-1)^{\delta_{\alpha\beta}}\,\left(\frac{ig_2{}^2}{4\,c_W^2}\right)\cdot \\
&\Big[\big(1+\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta'}\delta_{ab'}\big)\,\big(\delta_{\alpha L}\delta_{\beta L}+4s_W^2\,(Q_{u^{(i)}}Q_{u^{(j)}}-\frac{1}{2}\,Q_{u^{(j)}}\delta_{\alpha L}-\frac{1}{2}\,Q_{u^{(i)}}\delta_{\beta L})\big)\Big] \\
&+\delta_{aa'}\delta_{bb'}\,\left(\frac{-ig_2{}^2\,m_{u^{(i)}}\,m_{u^{(j)}}}{2\,M_W^2\,s_\beta{}^2}\right)\big(\delta_{\alpha R}\delta_{\alpha' L}\delta_{\beta L}\delta_{\beta' R}+\delta_{\alpha L}\delta_{\alpha' R}\delta_{\beta R}\delta_{\beta' L}\big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(\tilde{d}^{(i)}_{\alpha,a},\tilde{d}^{(i)*}_{\alpha',a'},\tilde{d}^{(j)}_{\beta,b},\tilde{d}^{(j)*}_{\beta',b'}) &= \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}\delta_{aa'}\delta_{bb'}\,(-1)^{\delta_{\alpha\beta}}\,\left(\frac{ig_2{}^2}{4\,c_W^2}\right)\cdot \\
&\Big[\big(1+\delta_{ij}\delta_{\alpha\beta'}\delta_{ab'}\big)\,\big(\delta_{\alpha L}\delta_{\beta L}+4s_W^2\,(Q_{d^{(i)}}Q_{d^{(j)}}+\frac{1}{2}\,Q_{d^{(j)}}\delta_{\alpha L}+\frac{1}{2}\,Q_{d^{(i)}}\delta_{\beta L})\big)\Big] \\
&+\delta_{aa'}\delta_{bb'}\,\left(\frac{-ig_2{}^2\,m_{d^{(i)}}\,m_{d^{(j)}}}{2\,M_W^2\,c_\beta{}^2}\right)\big(\delta_{\alpha R}\delta_{\alpha' L}\delta_{\beta L}\delta_{\beta' R}+\delta_{\alpha L}\delta_{\alpha' R}\delta_{\beta R}\delta_{\beta' L}\big)
\end{aligned}
$$

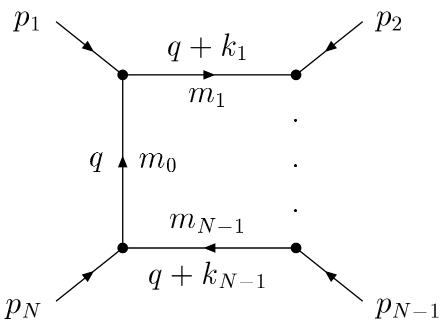
$$
\begin{aligned}
\mathcal{F}(\tilde{u}^{(i)}_{\alpha,a},\tilde{u}^{(i')*}_{\alpha',a'},\tilde{d}^{(j)}_{\beta,b},\tilde{d}^{(j')*}_{\beta',b'}) &= \delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'}\delta_{aa'}\delta_{bb'}\delta_{ii'}\delta_{jj'}\,(-1)^{\delta_{\alpha\beta}}\,\left(\frac{ig_2{}^2}{4c_W^2}\right)\cdot \\
&\Big[-\delta_{\alpha L}\delta_{\beta L}+4s_W^2\,\big(Q_{u^{(i)}}\,Q_{d^{(j)}}+\frac{1}{2}\,Q_{u^{(i)}}\,\delta_{\beta L}-\frac{1}{2}\,Q_{d^{(j)}}\,\delta_{\alpha L}\big)\Big] \\
&+\delta_{\alpha\beta'}\delta_{\alpha'\beta}\delta_{ab'}\delta_{a'b}\delta_{ij'}\delta_{i'j}\,(-1)^{\delta_{\alpha\beta'}}\,\left(\frac{ig_2{}^2}{4c_W^2}\right)\,\big(2-2s_W^2\big)\,\delta_{\alpha L}\delta_{\alpha' L} \\
&+\ \delta_{aa'}\delta_{bb'}\delta_{ij}\delta_{ii'}\delta_{jj'}\Big[\left(\frac{-ig_2{}^2\,m_{d^{(j)}}^2}{2\,M_W^2\,c_\beta{}^2}\right)\,\big(\delta_{\alpha L}\delta_{\alpha' L}\delta_{\beta R}\delta_{\beta' R}\big) \\
&\qquad+\left(\frac{-ig_2{}^2\,m_{u^{(i)}}^2}{2\,M_W^2\,s_\beta{}^2}\right)\,\big(\delta_{\alpha R}\delta_{\alpha' R}\delta_{\beta L}\delta_{\beta' L}\big)\Big]
\end{aligned}
\qquad (C.28)
$$

Anhang D

Einschleifenintegrale

D.1 Tensorintegrale

Die Integrale, die bei Einschleifenrechnungen typischerweise auftreten, können leicht verallgemeinert werden. Die hier verwendete Konvention entspricht der Konvention in [33]. Die folgende Abbildung verdeutlicht die Bezeichnung der 4-Impulse und der Massen der inneren Teilchen:



Das generelle Einschleifenintegral ergibt sich durch dimensionale Regularisierung oder dimensionale Reduktion (siehe hierzu Kapitel D.2) zu

$$T^N_{\mu_1 \ldots \mu_P}(k_1, \ldots, k_{N-1}, m_0^2, \ldots, m_{N-1}^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \, \frac{q_{\mu_1} \ldots q_{\mu_P}}{\mathrm{D}_0 \ldots \mathrm{D}_{N-1}} \quad . \tag{D.1}$$

Es ist ein Tensor P-ter Stufe. Als Abkürzungen wurden im Nenner $\mathrm{D}_i = (q + k_i)^2 - m_i^2$ eingeführt. Die inneren Impulse k_i sind definiert über die Relationen

$$p_{i+1} = k_{i+1} - k_i \quad , \quad k_j = \sum_{i=1}^{j} p_i \quad , \quad i, j \in \{0, \ldots, N-1\} \quad \text{und} \quad k_0 = 0 \quad . \tag{D.2}$$

μ ist die Renormierungsskala und stellt die Massendimension des Integrals in D Raumzeit-Dimensionen richtig. Die Quellen der Impulse im Nenner des Ausdrucks (D.1) sind die

Propagatoren der Teilchen in der Schleife. Die Impulse im Zähler resultieren aus inneren Fermionpropagatoren oder impulsabhängigen Kopplungen.

Die Schleifenintegrale werden nach der Anzahl N der Nenner D_i mit Großbuchstaben bezeichnet. So kürzt man $T^1_{\dots}$ mit $A_{\dots}$, $T^2_{\dots}$ mit $B_{\dots}$ usw. ab. Tritt im Zähler von (D.1) kein Integrationsimpuls auf, ist also $P = 0$, so sind die Integrale Lorentz-Skalare und werden mit A_0, B_0 usw. bezeichnet. Für $P = 1$ sind sie Lorentz-Vektoren, für $P > 1$ entsprechend Lorentz-Tensoren.

Die Funktionen $A_{\dots}$, $B_{\dots}$ usw. hängen nur noch von den Quadraten $k_{ij}^2 := (k_i - k_j)^2$ ab. Bis zu den Vier-Punkt-Funktionen ergeben sich dann folgende Identitäten:

$$A_{\dots}(m_0^2) = T^1_{\dots}(m_0^2) \ , \tag{D.3}$$

$$B_{\dots}(k_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = T^2_{\dots}(k_1, m_0^2, m_1^2) \ , \tag{D.4}$$

$$C_{\dots}(k_{10}^2, k_{12}^2, k_{20}^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) = T^3_{\dots}(k_1, k_2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) \ , \tag{D.5}$$

$$D_{\dots}(k_{10}^2, k_{12}^2, k_{23}^2, k_{30}^2, k_{13}^2, k_{20}^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2, m_3^2) = T^4_{\dots}(k_1, k_2, k_3, m_0^2, m_1^2, m_2^2, m_3^2) \ . \tag{D.6}$$

Die Lorentz-Kovarianz erlaubt es, die tensoriellen Größen zu entwickeln. Für die Einschleifenrechnungen in dieser Arbeit werden maximal Tensorfunktionen zweiter Ordnung benötigt. Ihre Entwicklung ist gegeben durch

$$\begin{aligned} B_\mu &= k_{1\mu}\, B_1 & B_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}\, B_{00} + k_{1\mu} k_{1\nu}\, B_{11} \\ C_\mu &= \sum_{i=1}^{2} k_{i\mu}\, C_i & C_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}\, C_{00} + \sum_{i,j=1}^{2} k_{i\mu} k_{j\nu}\, C_{ij} \\ D_\mu &= \sum_{i=1}^{3} k_{i\mu}\, D_i & D_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}\, D_{00} + \sum_{i,j=1}^{3} k_{i\mu} k_{j\nu}\, D_{ij} \quad . \end{aligned} \tag{D.7}$$

Die Koeffizientenfunktionen sind dadurch total symmetrisch in ihren Indizes.

Durch Multiplikation der Gleichungen in (D.7) mit den äußeren Impulsen $k_{i\mu}$ und dem metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ erhält man Gleichungssysteme, mit denen man die Koeffizientenintegrale auf die skalaren Integrale reduzieren kann [54]. Die Berechnung der skalaren Integrale in [40] führt dann auf Ausdrücke mit Logarithmen und Dilogarithmen der Lorentz-Skalare.

Die Tensorintegrale sind divergent für den Grenzübergang $D \to 4$. Mit der Definition $D = 4 - \epsilon$ tauchen diese Divergenzen als Terme $\sim 1/\epsilon$ in den Koeffizientenintegralen auf und können durch Multiplikation mit ϵ und anschließender Grenzwertbildung $\epsilon \to 0$ herausprojiziert werden:

$$\begin{aligned} &\epsilon A_0(m_0^2) = 2m_0^2 \\ &\epsilon B_0(k_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = 2 \\ &\epsilon B_1(k_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = -1 \\ &\epsilon B_{00}(k_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = -\frac{1}{6}(k_{10}^2 - 3m_0^2 - 3m_1^2) \end{aligned}$$

$$\epsilon B_{11}(k_{10}^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{2}{3}$$

$$\epsilon C_{00} = \frac{1}{2}$$
$$\epsilon C_{ij} = 0 \qquad \forall\, i,j \in \{1,2\}$$

$$\epsilon D_0 = \epsilon D_{00} = \epsilon D_i = \epsilon D_{ij} = 0 \qquad \forall\, i,j \in \{1,2,3\} \quad . \tag{D.8}$$

D.2 Regularisierung

Für eine mathematische Behandlung der Einschleifenintegrale ist es nötig, ihre Divergenzen zu regularisieren. Ein Regularisierungsparameter wird dabei in die Definition der Integrale eingeführt, und durch eine Grenzwertbildung gehen diese dann in die ursprünglichen Ausdrücke der Einschleifenintegrale ohne Regularisierungsparameter über. Vor der Grenzwertbildung sind die Integrale konvergent und haben für explizite Rechnungen einen endlichen Wert.

Ein mögliches Regularisierungsverfahren für Einschleifenrechnungen im SM ist die Dimensionale Regularisierung (DREG). Hier wird die vierdimensionale Raumzeit ersetzt durch eine D-dimensionale. Die Impulsintegration transformiert sich dann wie

$$\frac{d^4k}{(2\pi)^4} \quad \to \quad \mu^{4-D} \int \frac{d^Dk}{(2\pi)^D} \quad \text{(siehe Gleichung (D.1))} \quad . \tag{D.9}$$

Die Metrik wird in allen Ausdrücken als $D > 4$ angenommen und erhält zur Unterscheidung von der vierdimensionalen eine Tilde:

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = \tilde{g}_{\nu\mu} \quad , \quad \tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{g}_{\nu}{}^{\lambda} = \tilde{g}^{\mu\lambda} \quad , \quad \tilde{g}^{\mu\nu}\tilde{g}_{\mu\nu} = D > 4 \quad . \tag{D.10}$$

In der DREG erfüllen die γ-Matrizen die Clifford-Algebra (A.12) bezüglich dieser Metrik.

Die Gruppe der Supersymmetrie ist in nichttrivialer Weise mit der Lorentzgruppe verknüpft. Deshalb ist die in Kapitel 2.2 konstruierte Wirkung nur für einige Werte für die Raumzeit-Dimension invariant unter Supersymmetrietransformationen. Diese Brechung der Supersymmetrie führt dazu, dass kein kontinuierlicher Grenzübergang $D \to 4$ vorgenommen werden kann. Zur Regularisierung von supersymmetrischen Theorien ist deshalb die dimensionale Reduktion (DRED) günstiger. Das erste Mal dargestellt wurde dieses Regularisierungsverfahren in [55] (für weitere Diskussionen siehe [56]). Obwohl die DRED noch einige Fragen der mathematischen Konsistenz offen lässt [57], scheint sie doch für Einschleifenrechnungen ausreichend zu sein, und sie soll daher für die Regularisierung der Strahlungskorrekturen in dieser Arbeit verwendet werden.

Bei diesem Verfahren geht man davon aus, dass alle Feldvariablen nur von D Dimensionen abhängen, alles andere wird in 4 Dimensionen behandelt. Zusätzlich nimmt man an, dass im Gegensatz zur DREG hier $D < 4$ gilt. Wie bei der DREG geht die Impulsintegration dann über in den rechten Ausdruck in Gleichung (D.9). Für die gewöhnliche vierdimensionale Minkowski-Metrik gelten die Relationen

$$g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu} \quad , \quad g^{\mu\nu}\, g_\nu{}^\lambda = g^{\mu\lambda} \quad , \quad g^{\mu\nu}\, g_{\mu\nu} = 4 \quad , \tag{D.11}$$

und die γ-Matrizen erfüllen die Clifford-Algebra (A.12) bezüglich dieser Metrik. Zur Beschreibung der D-dimensionalen Größen ist es hilfreich, eine weitere vierdimensionale Metrik $\hat{g}_{\mu\nu}$ zu definieren:

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \hat{g}_{\nu\mu} \quad , \quad \hat{g}_{\mu\nu}\, g_\nu{}^\lambda = \hat{g}^{\mu\lambda} \quad , \quad \hat{g}^{\mu\nu}\, \hat{g}_{\mu\nu} = D < 4 \quad , \tag{D.12}$$

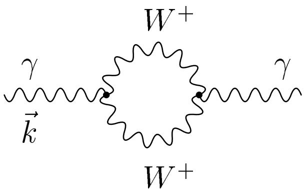
die nur in D Dimensionen von 0 verschiedene Einträge besitzt. Die Spur dieser Metrik taucht in der Berechnung expliziter Diagramme nur im Zusammenhang mit den D-dimensionalen Impulsen aus den Fermionpropagatoren oder den impulsabhängigen Kopplungen auf, wie eine Beispielrechnung zeigt:

$$\mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q^2}{D_0\, D_1} = \hat{g}^{\mu\nu}\, \mu^{4-D} \int \frac{d^D q}{(2\pi)^D} \frac{q_\mu\, q_\nu}{D_0\, D_1} = \left(\frac{i}{16\pi^2}\right) \hat{g}^{\mu\nu}\, B_{\mu\nu}$$

$$\left(\frac{i}{16\pi^2}\right) \hat{g}^{\mu\nu}\, (g_{\mu\nu} B_{00} + k_\mu k_\nu\, B_{11}) = \left(\frac{i}{16\pi^2}\right) (D\, B_{00} + k^2 B_{11}) \quad . \tag{D.13}$$

Die Spurbildung der Metrik aus den Vektorboson-Propagatoren oder aus den Kopplungen ergibt dagegen 4 aufgrund der Gleichungen (D.11).

Die Strahlungskorrekturen in der DREG und DRED unterscheiden sich in endlichen Termen. Die Renormierung ist davon also nicht betroffen. So gilt beispielsweise für den Beitrag aus der Photon-Selbstenergie



$$: \quad \Sigma_{(\mathrm{DRED})} - \Sigma_{(\mathrm{DREG})} = \left(-\frac{\alpha}{4\pi}\right) \frac{2}{3} (k^2 - 6\, M_W^2) \quad .$$

Die γ_5-Matrix lässt sich in den beiden Regularisierungsverfahren für Einschleifenrechnungen über die Relation mit den γ-Matrizen

$$\{\gamma_5, \gamma_\mu\} = 0 \tag{D.14}$$

definieren.

Literaturverzeichnis

[1] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264;
A. Salam, in *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, Ed N. Svartholm, Stockholm, 1968.

[2] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*, Princeton University Press, Princeton NJ 1992.

[3] The L3 Collaboration, *Search for Charginos with a small mass difference to the lightest supersymmetric particle at* $\sqrt{s} = 189$ GeV, 2000, CERN-EP/2000-018, eingereicht bei *Phys. Lett.* **B**.

[4] G. Moortgat-Pick, H. Fraas, A. Bartl, W. Majerotto, *Eur. Phys. J.* **C7** (1999) 113;
G. Moortgat-Pick, H. Fraas, *Acta Phys. Polon.* **B30** (1999) 1999.

[5] G. Moortgat-Pick, H. Fraas, A. Bartl, W. Majerotto, *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 521, Erratum: *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 549.

[6] S.Y. Choi, A. Djouadi, H. Dreiner, J. Kalinowski, P.M. Zerwas, *Eur. Phys. J.* **C7** (1999) 123;
S.Y. Choi, A. Djouadi, H.S. Song, P.M. Zerwas, *Eur. Phys. J.* **C8** (1999) 669;
S.Y. Choi, A. Djouadi, M. Guchait, J. Kalinowski, H.S. Song, P.M. Zerwas, *Reconstructing the Chargino System at* e^+e^- *Linear Colliders*, hep-ph/0002033.

[7] Z. Mian-Lai, M. Wen-Gan, H. Liang, J. Yi, Z. Hong, *J. Phys.* **G25** (1999) 1641;
M. Wen-Gan, D. Fei, Z. Mian-Lai, J. Yi, H. Liang, Z. Hong, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 115009.

[8] M.A. Diaz, S.F. King, D.A. Ross, *Nucl. Phys.* **B529** (1998) 23.

[9] S. Kiyoura, M.M. Nojiri, D.M. Pierce, Y. Yamada *Phys. Rev.* **D58** (1998) 075002.

[10] C. Itzykson, J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York 1980.

[11] Michio Kaku, *Quantum Field Theory*, Oxford University Press, New York 1993.

[12] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, the Elektroweak Working Group and the SLD Heavy Flavour and Electroweak Groups, *A Combination of Preliminary LEP Elektroweak Measurements and Constraints on the Standard Model*, 1999, CERN-EP-2000-016.

[13] Particle Data Group, *Rev. Mod. Phys.* **52** (1980) 52.

[14] C.N. Yang, R.L. Mills, *Phys. Rev.* **96** (1954) 191.

[15] P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132;
P.W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 508;
P.W. Higgs, *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156;
R. Brout, F. Englert *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321;
T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* **155** (1967) 1554.

[16] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531;
M. Kobayashi, T. Maskawa, *Prog. theor. Phys.* **49** (1973) 652.

[17] L.D. Faddeev, V.N. Popov, *Phys. Lett.* **B25** (1967) 29;
C. Becchi, A. Rouet, R. Stora, *Phys. Lett.* **B52** (1974) 344;
C. Becchi, A. Rouet, R. Stora, *Comm. Math. Phys.* **42** (1975) 127.

[18] U. Amaldi, W. de Boer, H. Fürstenau, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.

[19] E. Witten, *Nucl. Phys.* **B188** (1981) 513.

[20] V. Trimble, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **25** (1987) 425;
J. Primack, D. Seckel, B. Sadulet, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38** (1988) 751;
Dark Matter, ed. M. Srednicki, North-Holland, Amsterdam 1989.

[21] S. Coleman, J. Mandula, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251.

[22] R. Haag, J.T. Łopuszánski, M. Sohnius, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 257.

[23] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B78** (1974) 1.

[24] F.A. Berezin, *The Method of Second Quantization*, Academic Press, New York, 1966.

[25] I. Simonsen, *A Review of Minimal Supersymmetric Electroweak Theory*, hep-ph/9506369.

[26] P. Fayet, J. Iliopoulos, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 461;
L. O'Raifeartaigh, *Nucl. Phys.* **B96** (1975) 331.

[27] L. Giradello, M.T. Grisaru, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[28] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, *Eur. Phys. Jour.* **C9** (1999) 343;
J. Casas, J. Espinosa, M. Quirós, A. Riotto, *Nucl. Phys.* **B436** (1995) 3, Erratum: *Nucl. Phys* **B439** (1995) 466;
M. Carena, M. Quirós, C.E.M. Wagner, *Nucl. Phys.* **B461** (1996) 407;
H. Haber, R. Hempfling, A. Hoang, *Z. Phys.* **C75** (1997) 539;
R.-J. Zhang, *Phys. Lett.* **B447** (1999) 89.

[29] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Frontiers in Physics Vol. 80, Addison-Wesley, 1990.

[30] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, *Numerical Recipies in C*, Cambridge University Press, Cambridge 1996.

[31] H.E. Haber, „Introductory Low-Energy Supersymmetry“, in *Proc. of the 1992 Theoretical Advanced Study Institute in Particle Physics*, ed. J. Harvey and J. Polchinski, World Scientific, Singapore, 1993, S. 583.
M.E. Peskin, „Beyond the Standard Model“, in *Carry-le-rouet 1996, High-energy physics* S. 49.

[32] D.A. Ross, J.C. Taylor, *Nucl. Phys.* **B51** (1973) 125;
A. Sirlin, *Phys. Rev.* **D22** (1980) 971;
K.I. Aoki, Z. Hioki, R. Kawabe, M. Konuma, T. Muta, *Suppl. Prog. theor. Phys.* **73** (1982) 1;
M. Böhm, W. Hollik, H. Spiesberger, *Fortschr. Phys.* **34** (1986) 687.

[33] A. Denner, *Fortschr. Phys.* **41** (1993) 307.

[34] W.Hollik, Renormalization of the Standard Model, in: *Precision Tests of the Standard Model. Advanced Series on Directions in High Energie Physics*, ed. Paul Langacker, World Scientific Publishing Co. 1995.

[35] A. Dabelstein, *Z. Phys.***C 67**(1995) 495-512.

[36] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, J. Küblbeck, *Nucl. Phys.* **B387** (1992) 467.

[37] J. Küblbeck, M. Böhm, A. Denner, *Comp. Phys. Commun.* **60** (1991) 165;
T. Hahn, *FeynArts 2.2 user's guide*, erhältlich über `http://www.feynarts.de`.

[38] R. Mertig, M. Böhm, A. Denner, *Comp. Phys. Commun.* **64** (1991) 345.

[39] F. Bloch, A. Nordsieck, *Phys. Rev.* **52** (1937) 54.

[40] G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B153** (1979) 365.

[41] A. Kraft, Dissertation, Karlsruhe 1999.

[42] C. Schappacher, Diplomarbeit, Karlsruhe 1996.

[43] T. Hahn, *FormCalc and LoopTools Users's Guide*, erhältlich über `http://www-itp.physik.uni-karlsruhe.de/formcalc`.

[44] W. Hollik, Predictions for e^+e^- Processes, in: *Precision Tests of the Standard Model. Advanced Series on Directions in High Energie Physics*, ed. Paul Langacker, World Scientific Publishing Co. 1995.

[45] D. Wackeroth, W. Hollik, *Phys.Rev.* **D55** (1997) 6788.

[46] W. Hollik, G. Duckeck, *Electroweak Precision Tests at LEP*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2000.

[47] J.F. Gunion, H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 1.

[48] H.E. Haber, G.L. Kane, *Phys. Rep.* **117**, Nos. 2-4 (1985) 75.

[49] Particle Data Group et al., *Eur. Phys. J.* **C3** (1998) 1, Update erhältlich über `http://pdg.lbl.gov`.

[50] F. Jegerlehner, *Nucl. Phs. Proc. Suppl.* **C51** (1996) 131.

[51] A. Sopczak, *Acta Phys. Polon.* **B30** (1999) 3229.

[52] R.D. Peccei, erscheint in den *proceedings of Inner Space/ Outer Space II, a Symposium in memory of David Schramm*, Fermilab, May 1999.

[53] V. Ruhlmann-Kleider, Vortrag bei *LEPTON-PHOTON '99, XIX International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies*, Stanford University, 19. bis 4. August 1999;
V. Ruhlmann-Kleider, *New particle searches*, hep-ex/0001061;
E. Gross, Vortrag bei *HEP99, International Europhysics Conference on High Energy Physics*, Tampere, Finnland, 15. bis 21. Juli 1999.

[54] G. Passarino, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 151.

[55] W. Siegel, *Phys. Lett.* **B84** (1979) 193.

[56] I. Jack, D.R.T Jones, „Regularisation of Supersymmetric Theories“, in *Perspectives on supersymmetry*, ed. G.L. Kane, World Scientific, Singapore, 1998, S.149.

[57] W. Siegel, *Phys. Lett.* **B94** (1980) 37.

Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. W. Hollik für die Zeit bedanken, die er geopfert hat, um mir beratend zur Seite zu stehen. Bei Herrn Prof. Dr. T. Mannel bedanke ich mich für die bereitwillige Übernahme des Korreferates.

Den Mitgliedern des Instituts für theoretische Teilchenphysik und des Instituts für theoretische Physik möchte ich für die angenehme, amüsante Zeit danken. Dieser Dank gilt besonders meinem Zimmerkollegen Gerrit Jahn, mit dem ich begleitend zur Promotion die künstlerische Gestaltung unserer Arbeitsumgebung ausgearbeitet habe.

Vielen meiner Arbeitskollegen bin ich zu Dank verpflichtet für inspirierende, lehrreiche Diskussionen. Stellvertretend möchte ich hier Dominik Stöckinger, Georg Weiglein und Arnd Kraft hervorheben, die vermutlich am Meisten unter meinem Wissensdrang zu leiden hatten.

Meinen Freunden und Sportkollegen danke ich für ihre moralische Unterstützung. Es war sehr wichtig für mich, dass sie mir während der Zeit meiner Promotion den Rücken gestärkt haben.

Ebenfalls moralisch und auch finanziell unterstützt haben mich meine Eltern Alfons und Anita Blank und meine Oma Greta Rastedter, denen ich dafür an dieser Stelle meinen Dank zum Ausdruck bringen möchte.

Ein besonderes Anliegen ist es mir schließlich, meiner Lebensgefährtin Ulrike Tilleczek und meinem Sohn David Tilleczek herzlich dafür zu danken, dass sie all die Jahre meine Launen ertragen haben. Gerade während dem obligatorischen Endspurt war ein Zusammenleben mit mir vermutlich nicht ganz einfach. Ihre fürsorgliche Unterstützung hat mir die Kraft gegeben, die zahlreichen Tiefpunkte meiner Arbeitszeit zu überwinden.

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name:	Torsten Blank
Adresse:	Gluckstraße 21 76185 Karlsruhe
Geburtstag:	15. März 1967
Geburtsort:	Karlsruhe
Staatsangehörigkeit:	deutsch
Familienstand:	ledig

Ausbildung:

09/73 – 06/77	Uhland-Grundschule, Karlsruhe
09/77 – 06/86	Goethegymnasium, Karlsruhe
10.06.86	Abitur
27.09.1988	Beginn des Physikstudiums an der Universität Karlsruhe
23.10.1990	Vordiplom in Physik
04/94 - 10/95	Diplomarbeit am Institut für theoretische Physik über das Thema „Präzisionsobservablen in SU(2)×U(1)-Modellen mit zusätzlichem Higgstriplett“
11/95 - 02/96	Diplomprüfungen an der Universität Karlsruhe
20.02.1996	Hauptdiplom in Physik
11.03.1996	Beginn der Promotion am Institut für theoretische Physik über das Thema „Strahlungskorrekturen zur Chargino- und Neutralinoproduktion in e^+e^-– und Hadronkollisionen“