Fermion-Paarerzeugung in e^+e^-- und Hadron-Kollisionen im Standardmodell und im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell mit expliziter $\mathcal{CP}$-Verletzung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN

von der Fakultät für Physik der Universität (TH)

Karlsruhe

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Phys. Christian Schappacher

aus Karlsruhe

Tag der mündlichen Prüfung:	08.02.2002
Referent:	Prof. Dr. W. Hollik
Korreferent:	Prof. Dr. F.R. Klinkhamer

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Politiker die die Wissenschaft auf die unmittelbaren gesellschaftlichen Bedürfnisse ausrichten möchten, vergessen dabei, daß die technischen Fortschritte, die sich auf das menschliche Leben qualitativ und quantitativ ausgewirkt haben, überwiegend auf die reine, abstrakte, von bloßer Neugier angetriebenen Forschung zurückgehen.

LEON LEDERMAN

Das Standardmodell (SM)[1] der Elementarteilchenphysik beschreibt alle fundamentalen Bausteine der Materie sowie drei der vier zwischen ihnen existierenden Kräfte: Die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft, wobei die beiden ersteren zu einer lokalen Eichtheorie der elektroschwachen Kraft zusammengefaßt werden konnten. Diese wird im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie durch den Austausch von vier Vektorbosonen beschrieben: Das masselose Photon, das neutrale Z^0 sowie die beiden geladenen $W^\pm$. Die Eichtheorie der starken Wechselwirkung benötigt dagegen acht Vektorbosonen, die sogenannten Gluonen [1, 2, 3].

Es gibt bis heute keine experimentellen Beobachtungen, die nicht mit dem SM konsistent wären. Von den Teilchen, die vom SM vorhergesagt werden, wurde bisher nur das Higgs-Boson nicht entdeckt. Dieses Boson benötigt man, um den ursprünglich masselosen Teilchen durch den Mechanismus der spontanen Symmetriebrechung ihre Masse zu geben [4]. Die untere Massenschranke des Higgs-Bosons liegt z.Z. bei ca. 112 GeV [12].

Obwohl das SM alle bisher gemessenen Größen mit hoher Genauigkeit beschreibt [5], gibt es aus theoretischer Sicht jedoch viele Anzeichen dafür, daß es eine noch vollständigere Theorie geben sollte. Das SM ist keine wirklich einheitliche Theorie, denn die laufenden Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, schwachen und starken Kraft treffen nicht genau in einem Punkt aufeinander, wie man es bei einer vereinheitlichten Theorie erwarten

[1]Alle Abkürzungen sind in Anhang A zu finden.

würde. Das SM besitzt keinen guten Kandidaten für die kalte Dunkle Materie. Ein weiteres Problem im SM ist: Wie erreicht man, daß die Higgs-Teilchen und Eichbosonen durch Korrekturen höherer Ordnung nicht wesentlich größere Massen erhalten? Diese offenen Fragen und Probleme und auch die Suche nach einer einheitlichen Theorie *aller* Kräfte, sind Motive für theoretische Überlegungen, die über das SM hinausgehen.

Supersymmetrische Theorien [6, 7, 8, 9] stellen besonders attraktive Erweiterungen des SM dar: Sie beseitigen einige der oben genannten Probleme, widersprechen bisher keinem Experiment und sind relativ einfach zu formulieren.

Die Supersymmetrie (SUSY) verallgemeinert die Eichsymmetrien, denn sie enthält eine Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen und erfordert daher, daß zu jedem bekannten Teilchen ein Superpartner mit identischen Eigenschaften bis auf den Spin, der sich um 1/2 unterscheiden soll, existiert [6, 10, 11]. Die Leptonen und Quarks erhalten Superpartner mit dem Spin $S = 0$, die skalaren Leptonen und skalaren Quarks. Die Superpartner der Bosonen haben den Spin $S = 1/2$. Nur für die Higgs-Bosonen ergibt sich ein Unterschied. SUSY-Theorien benötigen nämlich mindestens zwei Higgs-Dubletts. Als physikalische Teilchen ergeben sich damit zwei neutrale $\mathcal{CP}$-gerade Higgs-Bosonen: h^0, H^0, ein neutrales $\mathcal{CP}$-ungerades: A^0 sowie zwei geladene Higgs-Bosonen: $H^{\pm}$. Das SM ist dagegen ein minimales Modell mit nur einem neutralen Higgs-Boson H^0.

In dieser Dissertation werden im SM und im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell (MSSM) [10, 11, 13] Strahlungskorrekturen zu den Prozessen

$$pp \to e^+e^-X\ , \qquad e^+e^- \to t\bar{t}\ , \qquad p\bar{p} \to t\bar{t}X \qquad \text{und} \qquad pp \to t\bar{t}X$$

(inklusive der partonischen Prozesse $gg \to t\bar{t}$ und $q\bar{q} \to t\bar{t}$) berechnet. Die Gründe, warum dafür das MSSM gewählt wurde sind:

- Das MSSM ist die einfachste supersymmetrische Erweiterung des SM.
- Der ρ-Parameter [14], dessen experimenteller Wert nahe bei 1 liegt, ist in niederster Ordnung für Higgs-Dubletts automatisch gleich 1.
- Die Kopplungen der Higgs-Bosonen an die Fermionen, die im SM proportional zu m_f/M_W sind, können im MSSM verstärkt werden.

Die Drell-Yan Produktion im SM ($pp \to e^+e^-X$) bildet die Grundlage für Studien der neutralen Ströme am LHC. Bisher gab es zu diesem Prozeß allerdings nur QED-Korrekturen. Daher wird in dieser Arbeit eine vollständige Berechnung der elektroschwachen Strahlungskorrekturen in $\mathcal{O}(\alpha)$ durchgeführt.

Da t-Quarks sehr schwer sind (174 GeV) [12], kann der Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ nicht mit heutigen Beschleunigern experimentell überprüft werden. Erst mit einem geplanten e^+e^--Linearbeschleuniger (LC), mit einer Schwerpunktsenergie von 500 GeV oder mehr, können derartige Prozesse beobachtet werden. $t\bar{t}$-Paare können an Hochenergiebeschleunigern aber auch mit Hilfe von Hadron-Kollisionen erzeugt werden. Am TEVATRON werden dafür Protonen und Antiprotonen zur Kollision gebracht und am LHC sollen dazu Proton-Proton-Kollisionen dienen. In partonischen Streuprozessen werden $t\bar{t}$-Paare durch Paarvernichtung eines $q\bar{q}$-Paares oder durch Gluonfusion erzeugt. In dieser Dissertation werden zur $q\bar{q}$-Paarvernichtung und zur Gluonfusion die elektroschwachen MSSM-Korrekturen einschließlich der SUSY-QCD-Korrekturen in 1-Schleifenordnung berechnet.

Die $t\bar{t}$-Paarproduktion ist deshalb so interessant, weil die genaue Kenntnis der Masse des t-Quarks, die sich wesentlich genauer an e^+e^--Beschleunigern als an Hadronbeschleunigern messen läßt, für präzise theoretische Vorhersagen von Bedeutung ist und auch den Spielraum der Masse des Higgs-Bosons im SM einschränkt. Darüber hinaus ist mit dem schweren t-Quark erstmals eine Erkundung der Yukawa-Kopplungen und damit des Higgs-Sektors und der Massenerzeugung möglich.

Ein Ziel dieser Dissertation ist es daher, die Fermion-Paarproduktion aus e^+e^-- und Hadron-Kollisionen zu untersuchen, um die Auswirkungen der SUSY-Teilchen und des zweiten Higgs-Dubletts auf die zugehörigen Wirkungsquerschnitte festzustellen. Das beinhaltet auch eine Erweiterung der Computer-Algebra Programme `FeynArts` und `FormCalc` [67] auf das MSSM, um die große Anzahl von Feynman-Diagrammen zu berechnen.

Ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Berechnung von $\mathcal{CP}$-verletzenden Observablen bei der Top-Quark-Erzeugung. Die Relevanz der Analyse der $\mathcal{CP}$-verletzenden elektrischen Dipolmomente (EDM) von Elementarteilchen ist eng verbunden mit dem $\mathcal{CP}$-verletzenden Charakter der zugrunde gelegten Theorie. Das SM besitzt 19 Parameter inklusive zwei Phasen, die für $\mathcal{CP}$-Verletzung in Frage kommen: Die Phase der Cabibbo–Kobayashi–Maskawa-Matrix (CKM-Matrix) δ_{CKM} [16] und den QCD-Vakuumwinkel θ_{QCD}.[2] $\mathcal{CP}$-Verletzung wurde nur im neutralen Kaon- [18] und B-System [19] beobachtet, was den Wert dieser Phase festlegt, aber keine Erklärung für den Ursprung der $\mathcal{CP}$-Verletzung liefert. Andererseits muß $\mathcal{CP}$ verletzt sein, wenn die Materie/Antimaterie-Asymmetrie des Universums dynamisch erzeugt wurde. Denn man geht heute davon aus, daß drei Bedingungen zur Erzeugung dieser Baryonasymmetrie notwendig sind [20]:

1. Die Baryonenzahl ist keine Erhaltungsgröße.

2. $\mathcal{C}$- und $\mathcal{CP}$-Verletzung in einer der Wechselwirkungen.

3. Thermodynamisches Nichtgleichgewicht.

Das SM ist nicht in der Lage, diese Asymmetrie an der elektroschwachen Skala, d.h. bei Energien von ~ 100 GeV, zu erklären [21]. Daher ist es interessant, erweiterte Modelle zu betrachten, die mögliche Erklärungen für die $\mathcal{CP}$-Verletzung liefern. Speziell in SUSY-Modellen [22, 23] kann die $\mathcal{CP}$-Verletzung durch komplexe Soft-SUSY-Brechungsterme entstehen. Das MSSM besitzt 124 freie Parameter, darunter 45 komplexe Phasen, die zu $\mathcal{CP}$-Verletzung führen können. Im MSSM mit GUT-Relationen und Universalität bleiben nur

[2] Damit verknüpft ist das starke $\mathcal{CP}$-Problem, zu dessen Lösung bereits Vorschläge existieren [17].

zwei physikalische Phasen übrig [24], genug um die korrekte Größe der Baryonasymmetrie für bestimmte Parameter zu erzeugen [25]. Aber der signifikanteste Effekt der $\mathcal{CP}$-verletzenden Phasen in der Phänomenologie ist ihr Beitrag zu den EDM [26]. Anders als im SM, wo die Beiträge zu den EDM der Fermionen erst auf 3-Schleifenniveau auftreten [27], liefert das MSSM schon einen Beitrag auf 1-Schleifenniveau [22].

Die Messungen des Neutron-, Elektron- und Myon-EDM [28, 29] schränken die Phasen und das SUSY-Spektrum ein (SUSY $\mathcal{CP}$-Problem), so daß entweder: Die Phasen von der Ordnung $\mathcal{O}(10^{-2})$ sein müssen [22], *fine tuning* zwischen SUSY-Parametern notwendig wird oder die SUSY-Teilchen sehr schwer sein müssen (einige TeV) [30]. Sehr große Soft-SUSY-Brechungsterme sind unattraktiv, da es natürlicher erscheint, das SUSY-Spektrum an der elektroschwachen Skala zu haben. Darüber hinaus kann das SUSY-Spektrum in der TeV-Region zu unakzeptablen kosmologischen Restdichten führen [31].

Auf der anderen Seite können die experimentellen Schranken durch allgemeine universelle Soft-SUSY-Brechungsparameter und verschwindende SUSY $\mathcal{CP}$-Phasen berücksichtigt werden. In diesem Fall stammt die $\mathcal{CP}$-Verletzung aus dem SM CKM-Mechanismus und das SUSY-Spektrum beeinflußt die Observablen nur durch Strahlungskorrekturen. In diesem Szenario ist es aber schwierig, Modelle zu konstruieren, in denen die SUSY-Phasen verschwinden [32] und die gleichzeitig einige andere nicht-Standard-Mechanismen bereitstellen, die die elektroschwache Baryogenese erklären.

Es existieren auch Wege um kleine nichtverschwindende SUSY-Phasen zu erhalten, die noch genügend $\mathcal{CP}$-Verletzung für die Baryogenese erzeugen [24]. Sie führen i.a. aber zu keinen beobachtbaren Unterschieden zum SM. In Modellen mit potentiell beobachtbaren Vorhersagen muß man die Annahme der Universalität der Soft-Brechungsterme lockern.

Es wurden Versuche unternommen, die $\mathcal{CP}$-Verletzung aus der $\tilde{t}$-Mischung zu benutzen: Der trilineare komplexe Soft-SUSY-Brechungsparameter A_t würde große $\mathcal{CP}$-verletzende Effekte in Prozessen mit t-Quarks ergeben [33, 34]. Diese $\mathcal{CP}$-verletzenden nicht-SM t-Quark Kopplungen können an einem LC getestet werden [35]. Trotz der nicht-Universalität ist die Phase von A_t wegen Renormierungsgruppenrelationen durch das EDM des Neutrons eingeschränkt [36].

Man kann die experimentellen Schranken auch durch Weghebungen unter den verschiedenen Komponenten (Konstituenten-Quarks und Gluonen) des Neutron-EDM einhalten. Dabei können die SUSY-Phasen von der Ordnung $\mathcal{O}(1)$ bleiben und das SUSY-Spektrum an der elektroschwachen Skala die experimentellen Grenzen einhalten [37]. In [38, 39] wird gezeigt, daß große $\mathcal{CP}$-verletzende Phasen im MSSM mit den Schranken an das Elektron- und Neutron-EDM verträglich sind, ebenso wie mit kosmologischen Restdichten.

Angesichts all dieser Argumente wird diese Arbeit komplett allgemein gehalten und die SUSY $\mathcal{CP}$-verletzenden Phasen als freie Parameter betrachtet um Vorhersagen über Observablen zu machen.

Außerdem wurden die schwachen Dipolmomente (WDM) ausgiebig untersucht. Die WDM sind in Analogie zu den magnetischen Dipolmomenten (MDM) und EDM definiert, indem man den zugehörigen ON-SHELL chiralitätsändernden Formfaktor des Zff-Vertex nimmt. Die SM 1-Schleifenbeiträge zum anomalen schwachen magnetischen Dipolmoment (AWMDM) sind für das τ-Lepton und das b-Quark in [40, 41] berechnet worden. Das

$\mathcal{CP}$-verletzende schwache elektrische Dipolmoment (WEDM) ist im SM jedoch ein winziger 3-Schleifeneffekt. Die WDM sind eichinvariant und können direkt mit physikalischen Observablen in Verbindung gebracht werden.

Die SM-Vorhersagen sind weit jenseits der erreichbaren Sensitivität bei LEP [40], aber nicht-SM Wechselwirkungen können diese SM-Vorhersagen deutlich übertreffen (2-Higgs-Dublett-Modell (2HDM) [42], MSSM [43]), speziell für die $\mathcal{CP}$-verletzenden WEDM (2HDM [44], Leptoquark-Modelle [45], MSSM [46]). Die experimentelle Entdeckung von nichtverschwindenden AWMDM oder WEDM von schweren Fermionen bei der gegenwärtigen Sensitivität wäre eine klare Evidenz für Physik jenseits des SM.

Angesichts der nächsten Generation von Beschleunigern werden die vorangegangenen Analysen der WDM auf die $\mathcal{CP}$-verletzenden t-Quark DFF erweitert.

Da das t-Quark sehr schwer ist, wird dieses Fermion der beste Kandidat für große DFF sein. Im Kontinuum ($s > 4\,m_t^2$) erwartet man auch andere Effekte die zu den Observablen beitragen. Tatsächlich sind die DFF in allgemeinen Modellen prinzipiell eichabhängig. Eine Ausnahme sind die 1-Schleifenbeiträge des MSSM zu den $\mathcal{CP}$-verletzenden (schwachen) elektrischen Dipolformfaktoren (W)EDFF, welche keine Eichbosonen in inneren Linien besitzen. Jede $\mathcal{CP}$-ungerade Observable wird nicht nur auf die Dipolformfaktoren (DFF), sondern auf den kompletten Satz von 1-Schleifen $\mathcal{CP}$-verletzenden Diagrammen sensitiv sein, auch wenn die Beiträge eichinvariant sind.

Diese Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: Nach einem kurzen Überblick über das SM wird in Kapitel 3 der Prozeß $pp \to q\bar{q} \to e^+e^-X$ im SM berechnet und die Ergebnisse graphisch dargestellt und diskutiert. In Kapitel 4 wird das MSSM eingeführt und das Renormierungsschema erläutert. Nach einer Kurzbeschreibung der Programme `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools` [67] in Kapitel 5 werden mit ihrer Hilfe alle folgenden Prozesse berechnet. In Kapitel 6 wird die Kinematik für $e^+e^- \to f\bar{f}$ festgelegt und die Matrixelemente und Strahlungskorrekturen berechnet. Ergebnisse werden für die Prozesse $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$, $e^+e^- \to \sum_{q\neq t} q\bar{q}$ und $e^+e^- \to t\bar{t}$ präsentiert und erläutert. Im folgenden Kapitel werden die DFF und die Spin- und Impulsobservablen des t-Quarks für den Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ berechnet. Danach werden in Kapitel 8 die hadronischen Prozesse $pp \to t\bar{t}X$ für den LHC und $p\bar{p} \to t\bar{t}X$ für das TEVATRON, inklusive der partonischen Prozesse $q\bar{q} \to t\bar{t}$ und $gg \to t\bar{t}$ und eine besonders sensitive Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ des t-Quarks, berechnet und die Ergebnisse graphisch dargestellt und kommentiert. Schließlich sind im Anhang alle Abkürzungen, Konventionen, Konstanten, Tensorintegrale, 1-Schleifendiagramme, usw. angegeben, die in dieser Arbeit verwendet worden sind.

Kapitel 2

Das Standardmodell

2.1 Die Struktur des Standardmodells

Das SM ist eine Eichtheorie (Yang-Mills-Theorie [47]), die aus dem direkten Produkt der nicht-abelschen Gruppen $SU(3)$ und $SU(2)$ und der abelschen Gruppe $U(1)$ aufgebaut ist [1, 2, 3]:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \ . \tag{2.1}$$

Dabei wird die Theorie der starken Wechselwirkung, die QCD, durch die Eichgruppe $SU(3)_C$ charakterisiert. Die Eichgruppe $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ bestimmt die Struktur der zur elektroschwachen Kraft zusammengefaßten elektromagnetischen und schwachen Kräfte.

Empirisch ist folgendes bekannt: Der Teilcheninhalt des SM besteht aus Fermionen (Spin $\frac{1}{2}$), Vektorbosonen (Spin 1) und einem (noch nicht entdeckten) skalaren Boson (Spin 0). Die Fermionen sind Quarks (u, d, c, s, t, b), Leptonen $(e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau)$ und ihre Antiteilchen. Sie bilden bzgl. der $SU(2)_L$ linkshändige Dubletts und rechtshändige Singuletts. Möglicherweise existierende rechtshändige Neutrinos fehlen im SM, da sie bei hohen Energien nicht relevant sind.

Die aus der Symmetriegruppe resultierenden Quantenzahlen der Fermionen sind der schwache Isospin I, seine dritte Komponente I_3 und die schwache Hyperladung Y, welches die Eigenwerte der diagonalen Generatoren der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$-Gruppe sind, und über die Gell-Mann–Nishijima-Relation

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} \ , \tag{2.2}$$

mit der elektrischen Ladung Q zusammenhängen.

Um die lokale Eichinvarianz der Theorie zu garantieren, sind die Eichbosonen nötig. Bei einer $SU(2) \otimes U(1)$-Symmetrie sind das (nach Diagonalisierung der Massenmatrix) vier Vektorbosonen als Träger der elektroschwachen Kraft: $A_\mu(x)$, $W_\mu^+(x)$, $W_\mu^-(x)$, $Z_\mu^0(x)$. Das Photon A_μ ist hierbei das masselose Eichboson der elektromagnetischen Wechselwirkung. Die drei anderen Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung sind massiv. Dazu

SM-Teilchen		**Spin**
Quarks:	$u,\, d,\, c,\, s,\, t,\, b$	$\frac{1}{2}$
Leptonen:	$\nu_e,\, e,\, \nu_\mu,\, \mu,\, \nu_\tau,\, \tau$	$\frac{1}{2}$
Eichbosonen:	$W^\pm, Z^0, \gamma$	1
Gluonen:	G^a	1
Higgs-Boson:	H^0	0

Tab. 2.1: *Der Teilcheninhalt des Standardmodells.*

kommen die acht masselosen Vektorbosonen entsprechend den acht linear unabhängigen Erzeugenden der $SU(3)_C$. Diese sogenannten Gluonen sind die Träger der starken Kraft: $G^a_\mu(x)$, $(a = 1, \ldots, 8)$. Diese empirische Struktur ist in eine eichinvariante Feldtheorie eingebettet. Die Lagrange-Dichte $\mathcal{L}$ ist invariant unter der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ Eichtransformation [1, 2]. Diese Gesamtsymmetrie wird jedoch durch den Higgs-Mechanismus bis auf die elektromagnetische Symmetrie $U(1)_{\text{em}}$ spontan gebrochen [4], um den $W^\pm$ und dem Z^0 Masse zu geben. Dazu benötigt man ein skalares Boson, das sogenannte Higgs-Teilchen H^0. Damit ist der physikalische Teilcheninhalt des (minimalen) SM komplett und wird in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

Die grundlegende dynamische Größe ist die Lagrange-Dichte. Beim SM [1, 2] läßt sie sich schreiben als:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{Eich}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}} + \mathcal{L}_{\text{Ferm}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}} + \mathcal{L}_{\text{fix}} + \mathcal{L}_{\text{Geist}} \ . \tag{2.3}$$

Auf die einzelnen Summanden wird im folgenden eingegangen.

2.2 Eichfelder

Die $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ist eine nicht-abelsche Eichgruppe, die von den Isospinoperatoren I_1, I_2, I_3 sowie der schwachen Hyperladung Y erzeugt wird. Jede dieser Ladungen ist mit einem Vektorfeld verknüpft: Der Isospin mit dem Isotriplett W^i_μ $(i = 1, 2, 3)$ und die Hyperladung mit dem Isosingulett B_μ. Deren Feldstärke-Tensoren lauten:

$$W^i_{\mu\nu} = \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu + g_2\, \epsilon_{ijk}\, W^j_\mu\, W^k_\nu \ , \qquad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \ . \tag{2.4}$$

Hierbei bezeichnet g_2 die Kopplungskonstante, der total antisymmetrische Tensor dritter Stufe ϵ_{ijk} die Strukturkonstanten der $SU(2)_L$, und W^i_μ bzw. B_μ sind die Eichfelder der lokalen $SU(2)_L$ bzw. $U(1)_Y$.

Die Gruppe $SU(3)_C$ wird, in der Fundamentaldarstellung, von den Generatoren $T_a = \lambda_a/2$ $(a = 1, \ldots, 8)$ erzeugt, wobei λ_a die Gell-Mann-Matrizen sind. Die Feldstärke-Tensoren der Vektorfelder G^a_μ lauten:

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu + g_3\, f^a_{\ bc}\, G^b_\mu\, G^c_\nu \ . \tag{2.5}$$

Dabei ist g_3 die Kopplungskonstante und f_{abc} die Strukturkonstanten der $SU(3)_C$. Der Term quadratisch in den Gluon- und W-Feldern hat kein Analogon in der Quantenelektrodynamik (QED) und ist typisch für nicht-abelsche Eichtheorien. Er führt im SM zur Selbstwechselwirkung der Gluonen und W-Bosonen. Damit ergibt sich als Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_{\text{Eich}} = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a - \frac{1}{4} W^i_{\mu\nu} W^{\mu\nu}_i - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \ . \tag{2.6}$$

2.3 Das Higgs-Feld

Bis jetzt sind die Eichfelder noch masselos. Da jedoch die Z- und W-Eichbosonen massiv sind [12], benötigt man mindestens ein weiteres Feld, das diese Massen erzeugt. Dieses sogenannte Higgs-Feld besteht aus einem komplexen Dublett skalarer Felder mit einem Potential, das zu einem nicht verschwindenden Vakuumerwartungswert (VEV) führt.

Dadurch ist der Grundzustand (das Vakuum) nicht mehr invariant unter $SU(2) \otimes U(1)$-Tranformation und führt zu einer spontanen Brechung der Eichsymmetrie. Allerdings wird die spontane Symmetriebrechung so durchgeführt, daß der Grundzustand invariant unter der $U(1)_{\text{em}}$-Symmetrie der QED ist. Daher werden von den vier Eichfeldern der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ nur 3 massiv, wohingegen das vierte Austauschteilchen, das Photon, masselos bleibt. Die Farbgruppe $SU(3)_C$ bleibt ungebrochen, da das Higgs-Feld als Farbsingulett betrachtet wird. Daher bleiben die Gluonen ebenfalls masselos. Diesen Zusammenhang kann man wie folgt schematisch darstellen:

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{M_Z \simeq 100 \ \text{GeV}} SU(3)_C \otimes U(1)_{\text{em}} \ .$$

Im SM gibt es nur ein skalares Dublett $\Phi(x)$ mit der schwachen Hyperladung $Y_\Phi = +1$. Es wird über die kovariante Ableitung

$$D_\mu = \partial_\mu + \mathrm{i}\, g_3\, T_a\, G^a_\mu + \mathrm{i}\, g_2\, I_j\, W^j_\mu + \mathrm{i}\, g_1\, \frac{Y}{2}\, B_\mu \tag{2.7}$$

gemäß

$$|D_\mu \Phi|^2 = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) \tag{2.8}$$

an die Eichfelder gekoppelt. Dabei bezeichnet g_1 die Kopplungskonstante der $U(1)_Y$. Die Operatoren I_j ($j = 1, 2, 3$) in Gl. (2.7) sind die Generatoren der $SU(2)_L$-Gruppe mit (σ_j sind die Pauli-Matrizen)

$$I_j = \begin{cases} 0 & \text{für rechtshändige Singuletts,} \\ \frac{1}{2}\,\sigma_j & \text{für linkshändige Dubletts} \end{cases} \tag{2.9}$$

und Y ist der Generator der $U(1)_Y$-Gruppe, die eine abelsche Untergruppe der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$-Gruppe bildet, weshalb zwei Kopplungen g_1 und g_2 nötig sind.

Der Selbstwechselwirkungsanteil wird durch das Higgs-Potential

$$V(\Phi) = -\mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \frac{\lambda}{4}(\Phi^\dagger\Phi)^2 \tag{2.10}$$

beschrieben. Hierbei werden die Koeffizienten μ und λ so gewählt ($\mu^2 > 0$, $\lambda > 0$), daß spontane Symmetriebrechung auftritt. Daraus ergibt sich der nichtverschwindende VEV $\langle 0|\Phi_0|0\rangle$ aus der Bedingung

$$V'(\langle\Phi_0\rangle) = 0 \qquad \text{mit} \qquad \langle\Phi_0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} , \qquad v = \frac{2\mu}{\sqrt{\lambda}} , \tag{2.11}$$

so daß das Higgs-Dublett um den VEV entwickelt werden kann:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} G^+(x) \\ \left[v + H^0(x) + \mathrm{i}\, G^0(x)\right]/\sqrt{2} \end{pmatrix} . \tag{2.12}$$

Die hier auftretenden Felder G^+, H^0, G^0 haben den VEV null. Das physikalische neutrale Higgs-Boson wird durch $H^0(x)$ beschrieben, es hat die Masse $M_H = \sqrt{2}\,\mu$. Die unphysikalischen Felder G^+ und G^0 können immer durch eine lokale Eichtransformation in die unitäre Eichung zum Verschwinden gebracht werden und sind deshalb unphysikalische Freiheitsgrade. Insgesamt ergibt sich als Lagrange-Dichte des Higgs-Sektors:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi) . \tag{2.13}$$

Alle Teilchenmassen resultieren aus der Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld und der spontanen Symmetriebrechung, und hängen nur ab von der Stärke der Kopplungen und von den Parametern des Higgs-Potentials (2.10).

Die Massenmatrix der Vektorbosonen, die ihren Ursprung im kinetischen Teil der Lagrange-Dichte des Higgs-Sektors (2.13) hat muß noch diagonalisiert werden. Dies erreicht man durch die Rotation

$$A_\mu = c_w\, B_\mu + s_w\, W_\mu^3 , \qquad Z_\mu = c_w\, W_\mu^3 - s_w\, B_\mu , \qquad W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp \mathrm{i}\, W_\mu^2}{\sqrt{2}} . \tag{2.14}$$

Dabei ist der elektroschwache Mischungswinkel θ_w definiert durch:

$$c_w := \cos\theta_w = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = \frac{M_W}{M_Z} , \qquad s_w := \sin\theta_w = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = \sqrt{1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2}} . \tag{2.15}$$

Daraus ergibt sich der folgende Massenterm:

$$M_W^2\, W_\mu^+\, W^{\mu -} + \frac{1}{2}\,(A_\mu, Z_\mu) \begin{pmatrix} m_\gamma^2 & 0 \\ 0 & M_Z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} , \tag{2.16}$$

mit den Vektorbosonmassen

$$m_\gamma = 0 \ , \qquad M_Z = \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}\, v \ , \qquad M_W = \frac{1}{2}\, g_2\, v \ . \tag{2.17}$$

Die elektrische Ladung $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ führt man in das SM ein, indem man das masselose Feld A_μ mit dem Photonfeld identifiziert. Die Kopplung an das Elektron ist dann gegeben durch

$$e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = g_1\, c_w = g_2\, s_w \tag{2.18}$$

und erlaubt es, die kovariante Ableitung (2.7) durch die neuen Felder

$$D_\mu = \partial_\mu + \mathrm{i}\sqrt{4\pi\alpha_s}\, T_a\, G_\mu^a + \mathrm{i}\,\frac{e}{s_w}\, I_+\, W_\mu^+ + \mathrm{i}\,\frac{e}{s_w}\, I_-\, W_\mu^- + \mathrm{i}\, e\, Q\, A_\mu + \mathrm{i}\, e\, \frac{I_3 - s_w^2 Q}{c_w s_w}\, Z_\mu \tag{2.19}$$

auszudrücken, wobei die Operatoren $I_\pm$ und Q in den Gln. (2.31) angegeben sind. Daran kann man auch erkennen, daß rechtshändige Fermionen nicht an die geladenen Eichbosonen koppeln, da in der $SU(2)_L$-Singulettdarstellung $I_\pm^{\text{Singulett}} = 0$ gilt.

Durch diese Relationen lassen sich die ursprünglichen Parameter im SM durch Parameter mit direkter physikalischer Bedeutung ausdrücken:

$$(g_1,\ g_2,\ g_3,\ \lambda,\ \mu^2,\ g_f) \quad \longrightarrow \quad (\alpha,\ \alpha_s,\ M_Z,\ M_W,\ M_H,\ m_f)\ .$$

2.4 Fermionfelder

Die Fermion-Lagrange-Dichte setzt sich aus einem kinetischen und einem Yukawa-Anteil zusammen. Die linkshändigen Fermionen stehen in $SU(2)_L$-Dubletts

$$L_L^f := \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu_L \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau_L \end{pmatrix}, \qquad Q_L^f := \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, \tag{2.20}$$

die rechtshändigen in Singuletts

$$l_R^f := e_R\ ,\ \mu_R\ ,\ \tau_R\ , \qquad u_R^f := u_R\ ,\ c_R\ ,\ t_R\ , \qquad d_R^f := d_R\ ,\ s_R\ ,\ b_R\ , \tag{2.21}$$

wobei ein eventueller Farbindex unterdrückt wurde.

Lepton- und Quark-Dubletts und Singuletts sind Eigenzustände zu den beiden diagonalen Generatoren Y und I_3, besitzen aber aufgrund von Gl. (2.2) und wegen der unterschiedlichen Ladungen der Komponenten auch unterschiedliche Hyperladungseigenwerte:

$$Y_L = -1\ , \qquad Y_l = -2\ , \qquad Y_Q = \frac{1}{3}\ , \qquad Y_u = \frac{4}{3}\ , \qquad Y_d = -\frac{2}{3}\ . \tag{2.22}$$

Die kovariante Ableitung (2.7) erzeugt die Fermion-Eichboson-Wechselwirkung. Als kinetischer Teil der Lagrange-Dichte ergibt sich damit (wobei $\not{D} := \gamma^\mu D_\mu$)

$$\mathcal{L}_{\text{Ferm}} = \sum_{f=u,c,t} \mathrm{i} \left(\bar{Q}_L^f \not{D}\, Q_L^f + \bar{u}_R^f \not{D}\, u_R^f \right) + \sum_{f=d,s,b} \mathrm{i}\, \bar{d}_R^f \not{D}\, d_R^f + \sum_{f=e,\mu,\tau} \mathrm{i} \left(\bar{L}_L^f \not{D}\, L_L^f + \bar{l}_R^f \not{D}\, l_R^f \right) . \tag{2.23}$$

Die Fermionfelder sind diagonal bzgl. der Wechselwirkung mit den Eichbosonen, besitzen aber i.a. eine nichtdiagonale Massenmatrix. In dieser Arbeit wird die CKM-Matrix [16] jedoch näherungsweise als Einheitsmatrix betrachtet, da die Effekte der Quarkmischung zwischen den verschiedenen Familien in den hier betrachteten Größen vernachlässigbar sind. $\mathcal{CP}$-Verletzung durch die Phase der CKM-Matrix δ_{CKM} [16] wird in dieser Arbeit nicht betrachtet, da die Beiträge zu den EDM der Fermionen erst auf dem 3-Schleifenniveau auftreten [27].

Durch das skalare Higgs-Feld erreicht man auch, daß die Fermionen eine Masse erhalten, obwohl ein expliziter Massenterm durch die $SU(2)_L$-Symmetrie verboten ist, da rechts- und linkshändige Fermionen sich in unterschiedlichen Darstellungen (Singuletts und Dubletts) befinden (s. Abschnitt 2.4).

Die eichinvarianten Massenterme für die Fermionen erhält man über die Yukawa-Kopplungen

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{f=u,c,t} g_f \left(\bar{Q}_L^f\, \Phi_c\, u_R^f + \bar{u}_R^f\, \Phi_c^\dagger\, Q_L^f \right) - \sum_{f=d,s,b} g_f \left(\bar{Q}_L^f\, \Phi\, d_R^f + \bar{d}_R^f\, \Phi^\dagger\, Q_L^f \right) - \sum_{f=e,\mu,\tau} g_f \left(\bar{L}_L^f\, \Phi\, l_R^f + \bar{l}_R^f\, \Phi^\dagger\, L_L^f \right) , \tag{2.24}$$

mit $\Phi_c = \mathrm{i}\,\sigma_2 \Phi^*$ und über die Wahl von $Y_\Phi = 1$ ($Y_{\Phi_c} = -1$) für das Higgs-Dublett. Die Yukawa-Kopplungskonstanten g_f sind mit den Fermionmassen durch $m_f = g_f\, v/\sqrt{2}$ verknüpft. Zusätzlich liefert Gl. (2.24) auch eine Reihe von Fermion–Higgs-Boson-Kopplungen.

Man erkennt, daß beim Diagonalisieren der Massenmatrizen für die Fermionen gleichzeitig auch die Wechselwirkungsmatrizen mit den neutralen Higgs-Bosonen diagonalisiert werden, so daß auch im Higgs-Sektor des SM keine Flavour-ändernden neutrale Ströme (FCNC) auftreten. Diese Eigenschaft ist insofern wichtig, da die FCNC empirisch stark unterdrückt sind und deshalb nur in höheren Ordnungen auftreten sollten.

2.5 Eichfixierung und Geistfelder

Bis jetzt wurde die lokale Eichinvarianz der Lagrange-Dichte nicht angetastet. Will man allerdings die Lagrange-Dichte quantisieren, Feynman-Regeln aufstellen und höhere Ordnungen berechnen, so muß man eine bestimmte Eichung festlegen. Analog zur Lorentz-Eichung in der QED wird in dieser Arbeit die R_ξ-Eichung ('t Hooft-Eichung) verwendet, deren Eichbedingung in quantisierter Form

$$F_A \,|\text{physikalische Zustände}\rangle = 0 \;, \qquad A \in \{\gamma, g, Z, \pm\} \tag{2.25}$$

lautet, wobei die Operatoren F_A gegeben sind durch ($\xi^\gamma, \xi^g, \xi^Z, \xi^W$ beliebig):

$$\begin{aligned} F_\gamma &= \frac{1}{\sqrt{\xi^\gamma}}\,\partial^\mu A_\mu \;, & F_Z &= \frac{1}{\sqrt{\xi^Z}}\,\left(\partial^\mu Z_\mu - M_Z \xi^Z G^0\right) \;, \\ F_g^a &= \frac{1}{\sqrt{\xi^g}}\,\partial^\mu G_\mu^a \;, & F_\pm &= \frac{1}{\sqrt{\xi^W}}\,\left(\partial^\mu W_\mu^\pm \mp \mathrm{i}\, M_W \xi^W G^\pm\right) \;. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Dabei bezeichnen $G^0(x)$ und $G^\pm(x)$ die unphysikalischen Goldstone-Bosonen. Diese spezielle Eichung ist, im Gegensatz zur unitären Eichung, manifest renormierbar. Sie wird eingeführt, indem man zur eichinvarianten Lagrange-Dichte einen zusätzlichen Teil

$$\mathcal{L}_{\text{fix}} = -\frac{1}{2}\left[F_\gamma^2 + (F_g^a)^2 + F_Z^2 + 2\,F_+ F_-\right] \tag{2.27}$$

addiert. Die Eichfixierung wurde ferner so gewählt, daß ein Term

$$-\mathrm{i}\, g^{\mu\nu}\,\frac{g_2\, v}{2}\left[W_\nu^+(\partial_\mu G^-) - W_\nu^-(\partial_\mu G^+)\right] + \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}\; v\; Z_\mu(\partial^\mu G^0) \tag{2.28}$$

im kinetischen Teil der Higgs-Feld-Lagrange-Dichte (2.13), der einen $W^\pm$-$G^\pm$- und einen Z^0-G^0-Übergang beschreiben würde, gerade durch einen entsprechenden Term in $\mathcal{L}_{\text{fix}}$ aufgehoben wird. Um zu einfacheren Ausdrücken zu gelangen, wird im folgenden eine noch speziellere Eichung – die 't Hooft–Feynman-Eichung – verwendet, bei der $\xi^\gamma = \xi^g = \xi^Z = \xi^W = 1$ ist.

Da im Gegensatz zur QED im SM keine abelsche Symmetrie vorliegt, kommt zum Ausgleich der unerwünschten Effekte in den unphysikalischen Komponenten noch ein Term zur Lagrange-Dichte hinzu – der Faddeev–Popov-Geist-Term [48]:

$$\mathcal{L}_{\text{Geist}} = \bar{u}_A(x)\,\frac{\delta F^A}{\delta\theta^B(x)}\,u_B(x) \;. \tag{2.29}$$

Die hier eingeführten Faddeev-Popov-Geister u_γ, u_g, u_Z und $u_\pm$ sind antikommutierende skalare Felder (Grassmann-Felder), und die $\theta^B(x)$ legen eine lokale Eichtransformation

$$U = e^{\mathrm{i}\,\theta^B(x) X_B} \;, \qquad X_B = I_\pm \;,\; Q \;,\; Q' \tag{2.30}$$

fest, wobei die Operatoren $I_\pm$, Q und Q' mit den Generatoren der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$-Gruppe zusammenhängen über

$$I_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(I_1 \pm \mathrm{i}\, I_2) \;, \qquad Q = I_3 + \frac{Y}{2} \;, \qquad Q' = I_3 \cot\theta_w - \frac{Y}{2}\tan\theta_w \;. \tag{2.31}$$

Aus Gl. (2.29) resultieren dann Kopplungen der Geister an Eich- und Goldstone-Bosonen. Gl. (2.27) liefert diagonale Massenterme für die unphysikalischen Felder $G^\pm$ und G^0 die, genauso wie die Faddeev–Popov-Geister u_γ, u_g, u_Z und $u_\pm$, in der 't Hooft–Feynman-Eichung die gleichen Massen bekommen wie die zugehörigen Eichbosonen:

$$m_{u_\gamma} = m_\gamma = 0 \;, \quad m_{u_g} = m_g = 0 \;, \quad m_{G^0} = m_{u_Z} = M_Z \;, \quad m_{G^\pm} = m_{u_\pm} = M_W \;. \tag{2.32}$$

2.6 Partonmodell und perturbative QCD

2.6.1 Das Partonmodell

Experimentelle Hinweise, auf die partonische Struktur der Hadronen erhielt man vor allem durch die tief inelastische Lepton-Streuung. Die vermessenen Strukturfunktionen $F_i(x, Q^2)$ der Nukleonen zeigten fast keine Abhängigkeit vom Quadrat des 4-Impulsübertrages Q. Ein solches Verhalten entspricht der elastischen Streuung von Punktteilchen.

Feynman und Bjorken [49] führten zur Beschreibung dieser Streureaktionen mit großem Q^2 das Partonmodell ein. Man nimmt dabei an, daß ein hochenergetisches Hadron mit 4-Impuls p_μ aus einem Satz von Partonen in verschiedenen virtuellen Zuständen mit Impulsanteilen $x_i\, p_\mu$ mit $0 \le x_i \le 1$ aufgebaut ist. Die Partonen, die mit den Quarks und Gluonen identifiziert werden können, bewegen sich hauptsächlich in der Bewegungsrichtung des Hadrons mit einem begrenzten Transversalimpuls und teilen sich den Dreierimpuls des Hadrons.

Die Begründung des Partonmodells basiert darauf, daß die Wechselwirkungszeit τ der Partonen – bei großem Q^2 – wesentlich kleiner ist als die Zeitskala der Bindungseffekte im Anfangszustand ($\tau_A \gg \tau$) und die Zeitskala der Fragmentierung im Endzustand ($\tau_F \gg \tau$) [50]. Die Lebensdauer eines virtuellen Partonzustands im Anfangszustand ist $\tau_A \sim Q/m^2$ ($m \sim 300$ MeV). Während einer Zeit $\tau \sim 1/\sqrt{Q^2}$ findet der Streuprozeß der Partonen statt. Die erzeugten Partonen c und d fragmentieren dann in die Zustände C und D mit einer Zeitdauer $\tau_F \sim 1/\Lambda_{\mathrm{QCD}}$ (Λ_{QCD} ist die QCD-Skala) und bilden Hadronenjets[1]:

$$A + B \xrightarrow{\tau_A} n + m + X \xrightarrow{\tau} c + d + X \xrightarrow{\tau_F} C + D + X \ . \tag{2.33}$$

Die Endzustände X entstehen aus den nicht streuenden Partonen der Hadronen A und B. Die Partonstreuung kann somit als unabhängiger Stoßprozeß angesehen werden. Bei Streuprozessen mit großem Q^2 und den damit verbundenen kleinen Abständen ist aber außerdem $\alpha_s(Q^2)$ klein, so daß der partonische Streuprozeß im Rahmen der Störungstheorie berechnet werden kann. Der Wirkungsquerschnitt (WQ) der Hadronstreuung in die Endzustände c und d wird dann aus dem partonischen WQ $\hat{\sigma}_{nm\to cd}(x_A P_A, x_B P_B, \alpha_s(\mu_R))$ und einer Verteilungsfunktion, die die Wahrscheinlichkeit angibt, ein Parton mit einem bestimmten Impuls im Hadron zu finden, berechnet.

2.6.2 Faktorisierung und Partonverteilungsfunktionen

Ist ein Hadron A mit dem 4-Impuls P_A aus Partonen aufgebaut, dann besitzt ein Parton n dieses Hadrons den Impulsanteil $x_A P_A$ mit $0 \le x_A \le 1$ am Gesamtimpuls und seine Verteilungsfunktion ist $f_{n/A}(x_A, \mu_F)$ (Die Faktorisierungsskala μ_F wird weiter unten behandelt). Genauer gesagt gibt $f_{n/A}(x_A, \mu_F)\, \mathrm{d}x_A$ die Anzahl der Partonen des Typs n ($n = q, \bar{q}, g$) mit einem Impuls im Intervall zwischen $x_A P_A$ und $(x_A + \mathrm{d}x_A) P_A$ an. Die Partonverteilungs-

[1] Bei Leptonen findet diese Fragmentierung nicht statt.

funktion muß demzufolge die Impulssummenregel

$$\sum_n \int_0^1 \mathrm{d}x_A\, x_A\, f_{n/A}(x_A, \mu_F) = 1 \tag{2.34}$$

erfüllen, wobei $\sum_n$ die Summe über alle Partonen darstellt. Gl. (2.34) entspricht der oben formulierten Annahme im Partonmodell, daß die Partonen sich den Dreierimpuls des Hadrons teilen. Entsprechendes soll für ein Hadron B im Anfangszustand gelten.

Es sei m ein beliebiges Parton des Hadrons B mit Impulsanteil $x_B P_B$ und der Verteilungsfunktion $f_{m/B}(x_B, \mu_F)$. Der hadronische WQ $\sigma(AB \to cd + X)$ der Streuung in die Endzustände c und d ist durch den partonischen WQ $\hat{\sigma}_{nm\to cd}(x_A P_A, x_B P_B, \alpha_s(\mu_R))$, die Partonverteilungsfunktionen und die Summation über alle möglichen Paare von Partonkombinationen $(n,\, m)$ gegeben:

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) = \sum_{n,m} \int_0^1 \mathrm{d}x_A \int_0^1 \mathrm{d}x_B\, f_{n/A}(x_A, \mu_F) f_{m/B}(x_B, \mu_F)\, \times \\ \hat{\sigma}_{nm\to cd}(x_A P_A, x_B P_B, \alpha_s(\mu_R)) \ .\end{aligned} \tag{2.35}$$

Diese Gleichung beinhaltet das Faktorisierungstheorem, denn anders als im einfachen Partonmodell, in dem jedes Hadron aus einer festen Anzahl von Partonen besteht, kann jedes Parton weitere Partonen abstrahlen. Die Eigenschaft der Faktorisierung besagt, daß Beiträge einer Partonemission mit kleinem 4-Impulsquadrat $k^2 \ll Q^2$ als höhere Korrekturen der Partonverteilung und Beiträge mit $k^2 \sim Q^2$ als höhere Korrekturen des partonischen Wirkungsquerschnitts $\hat{\sigma}$ behandelt werden können. Die weiche Gluon-Bremsstrahlung ist somit ein Teil von $f(x, \mu_F)$, die harte Gluon-Bremsstrahlung eine Korrektur zu $\hat{\sigma}$. Das ausrechnen der Feynman-Diagramme führt auf IR-divergente Integrale, die regularisiert werden müssen, womit die Skala μ_F in die Strukturfunktion $f(x, \mu_F)$ eingeführt wird. Da die physikalischen Observablen unabhängig von der Faktorisierungssskala μ_F sein müssen, kann man eine Renormierungsgruppengleichung definieren, die sogenannte Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi Gleichung [51], welche die μ_F-Abhängigkeit beschreibt:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\ln \mu_F} f_{n/A}(x, \mu_F) = \sum_m \int_x^1 \frac{\mathrm{d}\xi}{\xi} P_{nm}\Big(\frac{x}{\xi}, \alpha_s(\mu_F)\Big) f_{m/A}(\xi, \mu_F) \ . \tag{2.36}$$

Die Summe $\sum_m$ läuft über alle Typen von Partonen, und die Verzweigungsfunktion P_{nm} beschreibt die Teilung des Partons m in die Partonen nm. Die Funktion P_{nm} kann als Störungsreihe entwickelt werden:

$$P_{nm}(\frac{x}{\xi}, \alpha_s(\mu_F)) = P_{nm}^{(1)}(\frac{x}{\xi}) \frac{\alpha_s(\mu_F)}{\pi} + P_{nm}^{(2)}(\frac{x}{\xi}) \left(\frac{\alpha_s(\mu_F)}{\pi}\right)^2 + \dots \ . \tag{2.37}$$

Die ersten beiden Terme dieser Entwicklung sind bekannt und werden typischerweise für eine numerische Lösung der Gl. (2.36) benutzt. Als Ergebnis muß man die Partonverteilungsfunktion nur für eine bestimmte Skala μ in einem Bereich $x \leq x' \leq 1$ aus dem

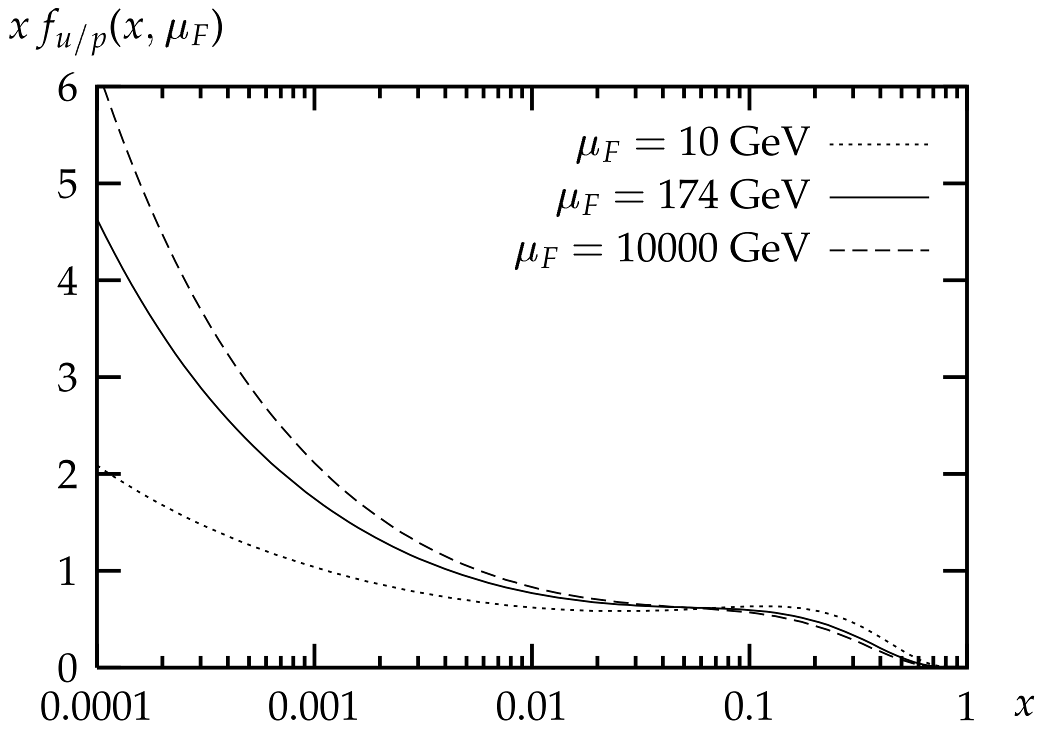


Abb. 2.1: *Abhängigkeit von $x\, f_{u/p}(x, \mu_F)$ vom Impulsanteil x für ein u-Quark. Es sind Werte dreier verschiedener Faktorisierungsskalen μ_F für die Partonverteilung MRS(G) [52] dargestellt.*

Experiment bestimmen. Daraus kann man mit Hilfe der Gl. (2.36) die Verteilung an einer höheren Skala μ' mit $\mu' \geq \mu$ für $x \leq x' \leq 1$ berechnen. Dies ist aus Gl. (2.36) ersichtlich, da die Integration nur in dem Bereich von x bis 1 erfolgt. Die Skalen μ und μ' müssen nur genügend groß gewählt werden, so daß $\alpha_s(\mu)$ und $\alpha_s(\mu')$ noch ausreichend klein sind, um die Störungstheorie anwenden zu können.

Analysen einer solchen Referenzverteilung $f(x, \mu)$ wurden z.B. von der Gruppe MRS [52] vorgenommen. In Abb. 2.1 sind die Verteilung $x\, f_{u/p}(x, \mu_F)$ für ein u-Quark in einem Proton p und drei verschiedene Werte μ_F für die Partonverteilung MRS(G) [52] aufgetragen. Wie Abb. 2.1 zeigt, wird $f_{u/p}(x, \mu_F)$ für große x mit zunehmenden Werten von μ_F kleiner. Bei kleinen Werten von x steigt die Verteilungsfunktion für größer werdende μ_F an.

2.6.3 Der hadronische Wirkungsquerschnitt

Der hadronische (inklusive) WQ wird durch zweifache Integration des partonischen WQ gemäß Gl. (2.35) berechnet. Diese numerische Berechnung ist mit hohem Rechenaufwand verbunden. Deshalb ist es von Vorteil Gl. (2.35) so umzuschreiben, daß nur *eine* Integration über den Partonwirkungsquerschnitt mit einer universellen Gewichtsfunktion nötig ist.

Bei hochenergetischen Streuprozessen, die Voraussetzung für die Anwendbarkeit des

Partonmodells sind, kann man die Massen der Hadronen im Anfangszustand im Vergleich zur Schwerpunktsenergie (CMS-Energie) $\sqrt{S}$ der Hadronen vernachlässigen und erhält mit den Näherungen $S \gg P_A^2$ und $S \gg P_B^2$ die CMS-Energie $\sqrt{\hat{s}}$ des partonischen Streuprozesses aus der hadronischen CMS-Energie $\sqrt{S}$:

$$\sqrt{\hat{s}} = \sqrt{x_A\,x_B\,S + x_A(x_A - x_B)P_A^2 + x_B(x_B - x_A)P_B^2} \simeq \sqrt{x_A\,x_B\,S}\ . \tag{2.38}$$

Der partonische WQ hängt jetzt nur noch von der CMS-Energie $\sqrt{\hat{s}}$ der Partonen ab und ist, solange $\sqrt{\hat{s}}$ konstant ist, unempfindlich dafür, ob das Parton n bzw. m Teil des Hadrons A oder B war. Deshalb kann man zur weiteren Reduzierung des Rechenaufwands die Summe über die geordneten Paare (n, m) in eine Summe über die ungeordneten Paare $\{n, m\}$ umschreiben.

Ist man an einer Streuung in bestimmte Endzustände (c, d) interessiert, muß zu deren Produktion $\hat{s}$ die Schwelle $(m_c + m_d)^2$ überschreiten, da darunter eine Produktion der Zustände c und d nicht möglich ist, d.h. der WQ in diesen Zuständen ist null. Sei $\tau_0 = (m_c + m_d)^2/S$ diese Grenze, so gilt für den totalen hadronischen WQ:

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) = \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^{1} \mathrm{d}x_A \int_{\frac{\tau_0}{x_A}}^{1} \mathrm{d}x_B\, \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big[& f_{n/A}(x_A, \mu_F) f_{m/B}(x_B, \mu_F) \\ & + f_{m/A}(x_A, \mu_F) f_{n/B}(x_B, \mu_F)\Big]\, \hat{\sigma}_{nm\to cd}(x_A x_B S, \alpha_s(\mu_R))\ ,\end{aligned} \tag{2.39}$$

wobei δ_{nm} eine doppelte Zählung bei gleichartigen Partonen verhindert.

Mit der Substitution von $x = x_A$ und $\tau = x_A x_B = \hat{s}/S$ ist der partonische WQ $\hat{\sigma}$ nur noch von der Variable τ und der CMS-Energie S abhängig:

$$\begin{aligned}\sigma(AB \to cd + X) = \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^{1} \mathrm{d}\tau \int_{\tau}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x} \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big[& f_{n/A}(x, \mu_F) f_{m/B}(\frac{\tau}{x}, \mu_F) \\ & + f_{m/A}(x, \mu_F) f_{n/B}(\frac{\tau}{x}, \mu_F)\Big]\, \hat{\sigma}_{nm\to cd}(\tau S, \alpha_s(\mu_R))\ .\end{aligned} \tag{2.40}$$

Die Partonluminosität definiert man, universell und unabhängig von $\hat{\sigma}$, gemäß

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}_{nm}^{AB}}{\mathrm{d}\tau} = \int_{\tau}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x} \frac{1}{1+\delta_{nm}} \Big[f_{n/A}(x, \mu_F) f_{m/B}(\frac{\tau}{x}, \mu_F) + f_{m/A}(x, \mu_F) f_{n/B}(\frac{\tau}{x}, \mu_F)\Big]\ , \tag{2.41}$$

und erhält daraus eine kompaktere Form der Abhängigkeit des hadronischen Wirkungsquerschnitts $\sigma(S)$ vom partonischen WQ $\hat{\sigma}(\hat{s})$:

$$\sigma(AB \to cd + X) = \sum_{\{n,m\}} \int_{\tau_0}^{1} \mathrm{d}\tau \Big[\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}_{nm}^{AB}}{\mathrm{d}\tau}\Big]\, \hat{\sigma}_{nm\to cd}(\tau S, \alpha_s(\mu_R))\ . \tag{2.42}$$

Kapitel 3

Der Prozeß $pp \to q\bar{q} \to e^+e^-X$ im SM

Die Drell-Yan Produktion in Hadron-Kollisionen bildet die Grundlage für Studien der neutralen Ströme am TEVATRON und am LHC. Sie ist sensitiv auf die Partonverteilungsfunktionen bei kleinen Werten von x [53]. Die Messung der Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie, in der Nähe des Z-Pols, ermöglicht es den effektiven Mischungswinkel genau zu bestimmen [54]. Außerdem kann damit, weit oberhalb der Z-Resonanz, nach schweren zusätzlichen Z'-Bosonen [55], extra Dimensionen [56] oder Quarks und Leptonen mit Substruktur [57] gesucht werden.

Am LHC beträgt die erwartete statistische Unsicherheit im Wirkungsquerschnitt (WQ), bei 10 fb^{-1}, ungefähr 0.05% pro Lepton-Kanal. Die erwarteten elektroschwachen Korrekturen sind aber $\mathcal{O}(1\%)$. Bei der erwarteten Luminosität von 100 fb^{-1} am LHC ist es daher notwendig auch die höheren Ordnungen der elektroschwachen Korrekturen zu verstehen und zu berechnen. Bisher gab es zu diesem Prozeß allerdings nur QED-Korrekturen [58]. Daher soll nun eine vollständige Berechnung der elektroschwachen Strahlungskorrekturen in $\mathcal{O}(\alpha)$ für den LHC durchgeführt werden.[1]

3.1 Der partonische Prozeß $q\bar{q} \to e^+e^-$

3.1.1 Wirkungsquerschnitt und Helizitätsamplituden

Zuerst werden die Notationen für den partonischen Prozeß $q\bar{q} \to e^+e^-$ $(q = u, d, c, s, b)$ gegeben. Die Impulse und Helizitäten des einlaufenden Quarks q und Antiquarks $\bar{q}$ werden mit p, κ und $\bar{p}$, $\bar{\kappa}$ bezeichnet. Analog werden k, η und $\bar{k}$, $\bar{\eta}$ für das auslaufende Elektron e^- und Positron e^+ benutzt. Die Zeichen '+' und '−' der Variablen κ, $\bar{\kappa}$ und η, $\bar{\eta}$ beziehen sich auf die Helizitäten $+\frac{1}{2}$ und $-\frac{1}{2}$. Die Mandelstam-Variablen sind definiert durch

$$\hat{s} = (p+\bar{p})^2 = (k+\bar{k})^2\ , \quad \hat{t} = (p-k)^2 = (\bar{p}-\bar{k})^2\ , \quad \hat{u} = (p-\bar{k})^2 = (\bar{p}-k)^2\ , \tag{3.1}$$

sie befriedigen die ON-SHELL-Relation

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 2\,m_e^2 + 2\,m_q^2 \approx 0\ . \tag{3.2}$$

[1]Dieses Kapitel ist Teil der Veröffentlichungen [59, 60].

Die Masse der auslaufenden Elektronen und der einlaufenden Quarks wird, wann immer möglich, vernachlässigt. Da die Helizitätsamplitude für $q\bar{q} \to e^+e^-$ im Limes $m_q \to 0$ für $\bar{\kappa} = \kappa$ verschwindet, kann man die nichtverschwindende Amplitude wie folgt schreiben:

$$\mathcal{M}(\kappa, \bar{\kappa} = -\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t}) = \mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t}) \ . \tag{3.3}$$

Nach der Summation über die Endzustandshelizitäten, bei festgehaltenem κ, erhält man folgenden differentiellen WQ für polarisierte Anfangszustände:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(\kappa, \hat{s}, \hat{t}) = \frac{1}{16\,\pi\,\hat{s}^2}\,\frac{1}{N_C}\sum_{\eta,\bar{\eta}} \tag{3.4}$$

wobei der Farbfaktor $N_C = 3$ ist. Der WQ für unpolarisierte q, $\bar{q}$ im Anfangszustand ist gegeben durch

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) = \frac{1}{4}\left[\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(+; \hat{s}, \hat{t}) + \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(-; \hat{s}, \hat{t})\right] \ . \tag{3.5}$$

Außer dem unpolarisierten integrierten Wirkungsquerschnitt

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \int_{-\hat{s}}^{0} \mathrm{d}\hat{t}\ \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) \tag{3.6}$$

ist noch die (partonische) Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie von Interesse

$$A_{FB} = \frac{\hat{\sigma}^F(\hat{s}) - \hat{\sigma}^B(\hat{s})}{\hat{\sigma}^F(\hat{s}) + \hat{\sigma}^B(\hat{s})} \ , \qquad \hat{\sigma}^{F\,(B)}(\hat{s}) = \int_{-\hat{s}/2\,(-\hat{s})}^{0\,(-\hat{s}/2)} \mathrm{d}\hat{t}\ \frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}) \ . \tag{3.7}$$

In der Praxis ist es nützlich, die Helizitätsamplitude $\mathcal{M}$ in ein Set von Basismatrixelementen $\mathcal{M}_i^{\kappa\lambda}$ und den zugehörigen invarianten Funktionen $L_i^{\kappa\lambda}$ zu zerlegen, gemäß:

$$\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t}) = \sum_{i,\lambda} \mathcal{M}_i^{\kappa\lambda} L_i^{\kappa\lambda} \tag{3.8}$$

mit ($\bar{\kappa} = -\kappa$):

$$\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p}, \bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p, \kappa)\,\overline{u}(k, \eta)\,\gamma^\mu\,\omega^\lambda\,v(\bar{k}, \bar{\eta}) \ , \tag{3.9a}$$

$$\mathcal{M}_2^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p}, \bar{\kappa})(\not{k} - \not{\bar{k}})\,\omega^\kappa\,u(p, \kappa)\,\overline{u}(k, \eta)(\not{\bar{p}} - \not{p})\,\omega^\lambda\,v(\bar{k}, \bar{\eta}) \ , \tag{3.9b}$$

$$\mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p}, \bar{\kappa})(\not{k} - \not{\bar{k}})\,\omega^\kappa\,u(p, \kappa)\,\overline{u}(k, \eta)\,\omega^\lambda\,v(\bar{k}, \bar{\eta}) \ , \tag{3.9c}$$

$$\mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p}, \bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p, \kappa)\,\overline{u}(k, \eta)(\not{\bar{p}}\gamma^\mu + \gamma^\mu\not{p})\,\omega^\lambda\,v(\bar{k}, \bar{\eta}) \ . \tag{3.9d}$$

Die $\omega^{\kappa,\lambda}$ ($\kappa, \lambda \in \{+,-\}$) bezeichnen die Chiralitätsprojektoren (A.9).

Da die Elektron-Higgs-Kopplung vernachlässigbar ist, sind nur die beiden Diagramme in Abb. 3.1 relevant. Daher trägt nur (3.9a) zur Amplitude $\mathcal{M}^{(0)}$ in niedrigster Ordnung bei:

$$\mathcal{M}^{(0)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t}) = \sum_{\lambda} \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} L_1^{(0)\kappa\lambda} \tag{3.10}$$

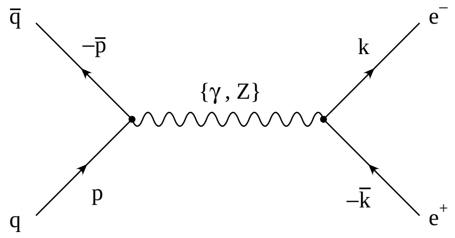


Abb. 3.1: *Born-Diagramme zum Prozeß $q\bar{q} \to e^+e^-$.*

mit

$$L_1^{(0)\kappa\lambda} = ie^2 \left(\frac{Q_q Q_e}{\hat{s}} + \frac{g_q^\kappa g_e^\lambda}{\hat{s} - M_Z^2 + \mathrm{i}\,\hat{s}\,\Gamma_Z/M_Z} \right) . \tag{3.11}$$

Q_q (Q_e) bezeichnen die Ladung des Quarks (Elektrons) und die Kopplungen g_q^κ und g_e^λ lauten:

$$g_{q(e)}^+ = -\frac{s_w}{c_w}\, Q_{q(e)} \;, \qquad g_{q(e)}^- = \frac{I_3^{q(e)} - s_w^2\, Q_{q(e)}}{s_w\, c_w} \;. \tag{3.12}$$

Die Berechnung der Z-Bosonbreite Γ_Z wird in Abschnitt 3.2 durchgeführt.

Da die invarianten Funktionen $L_i^{\kappa\lambda}$ von den Polarisationen der Endzustandsfermionen unabhängig sind, kann die Summation über diese Polarisationen für das Produkt der Basismatrixelemente direkt ausgeführt werden[2]

$$\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 4\,\delta_{\lambda'}^{\lambda} \left[\delta_\kappa^\lambda\, \hat{u}^2 + \delta_{-\kappa}^\lambda\, \hat{t}^2\right] \;, \qquad \sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* \approx 0 \;, \tag{3.13}$$

$$\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_2^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* = 8\,\hat{u}\,\hat{t}\,\delta_{\lambda'}^{\lambda} \left[\delta_\kappa^\lambda\, \hat{u} - \delta_{-\kappa}^\lambda\, \hat{t}\right] \;, \qquad \sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} \left(\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda'}\right)^* \approx 0 \;. \tag{3.14}$$

3.1.2 Beiträge höherer Ordnung

Die Helizitätsamplitude $\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t})$ (3.8), beinhaltet die Photon- und Z-Selbstenergien und Photon- und Z-Vertexkorrekturen zusammen mit der äußeren Wellenfunktionsrenormierung und die Boxdiagrammen:

$$\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t}) = \mathcal{M}_S + \mathcal{M}_{qV} + \mathcal{M}_{eV} + \mathcal{M}_B \;. \tag{3.15}$$

Der vollständige Satz von Vertex- und Boxdiagrammkorrekturen umfaßt auch die QED- und QCD-Korrekturen mit virtuellen Photonen und Gluonen. Um zu einem endlichen Resultat zu gelangen, braucht man dazu reale Photon- und Gluonbremsstrahlung. Die eichinvarianten Unterklassen der "Standard-QED" und "Standard-QCD" Korrekturen sind

[2] Man beachte, daß die Quark- und Elektronmasse dabei vernachlässigt wurde.

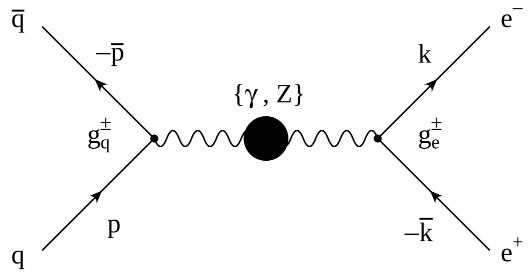


Abb. 3.2: *Diagramme für $q\bar{q} \to e^+e^-$ mit den führenden Logarithmen zu allen Ordnungen aufsummiert; Der schwarze Punkt bedeutet, daß alle diagonalen 1-Teilchen-irreduziblen Beiträge zu den γ- und Z-Propagatoren berücksichtigt wurden.*

in der Literatur erhältlich [58, 61]. Daher sollen in dieser Arbeit nur die restlichen, modellabhängigen und IR-endlichen, virtuellen Korrekturen betrachtet werden, welche zu (3.15) gehören, ohne Diagramme mit virtuellen Photonen und Gluonen.

Die konkrete Berechnung wurde in der 't Hooft-Feynman Eichung durchgeführt. Dabei wurde die dimensionale Regularisierung (DREG) im ON-SHELL-Renormierungsschema für das SM benutzt [62].

Der differentielle WQ in $\mathcal{O}(\alpha)$ und der führenden Ordnung $\mathcal{O}(\alpha^2)$ ist gegeben durch

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}}(\kappa, \hat{s}, \hat{t}) = \frac{1}{16\,\pi\,\hat{s}^2}\,\frac{1}{N_C}\sum_{\eta,\bar{\eta}}\left\{|\mathcal{M}_S + \mathcal{M}_{qV} + \mathcal{M}_{eV}|^2 + 2\,\Re\mathrm{e}\left[\mathcal{M}_B\mathcal{M}^{(0)*}\right]\right\}\,. \tag{3.16}$$

Selbstenergie und Vertexkorrekturen

Die führenden Logarithmen der Terme mit leichten Fermionen werden aufsummiert.[3]

$\mathcal{M}_S$ erscheint in der Summe (3.15) als Term (s. Abb. 3.2)

$$\mathcal{M}_S = \mathrm{i}\,e^2\left(\frac{Q_q Q_e}{\hat{s} + \Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(\hat{s})} + \frac{\bar{g}_q^\kappa \bar{g}_e^\lambda}{(1+\hat{\Pi}^Z(\hat{s}))\,(\hat{s} - M_Z^2 + \mathrm{i}\,\hat{s}\,\Gamma_Z/M_Z)}\right)\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \tag{3.17}$$

mit $\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda}$ aus (3.9a), und die Kopplungen $\bar{g}_q^\kappa$ und $\bar{g}_e^\lambda$ lauten:

$$\bar{g}_{q(e)}^{+} = -\frac{\bar{s}_w^2}{s_w\,c_w}\,Q_{q(e)}\;, \qquad \bar{g}_{q(e)}^{-} = \frac{I_3^{q(e)} - \bar{s}_w^2 Q_{q(e)}}{s_w\,c_w} \tag{3.18}$$

mit

$$\bar{s}_w^2 = s_w^2 - s_w\,c_w\frac{\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(\hat{s})}{\hat{s} + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(\hat{s})}\;. \tag{3.19}$$

[3]Details der Beiträge höherer Ordnung, die wichtig für die Z-Physik sind, findet man in [63, 64].

Die renormierten Selbstenergien $\hat{\Sigma}(\hat{s})$ der Vektorbosonen lauten:

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(\hat{s}) &= \Sigma^{\gamma\gamma}(\hat{s}) - \hat{s}\,\Sigma'^{\gamma\gamma}(0)\ , \qquad \Sigma'^{\gamma\gamma}(0) \equiv \frac{\partial}{\partial q^2}\Sigma^{\gamma\gamma}(q^2)\Big|_{q^2=0}\ ,\\
\hat{\Sigma}^{ZZ}(\hat{s}) &= \Sigma^{ZZ}(\hat{s}) - \Re\mathrm{e}\,\Sigma^{Z}(M_Z^2) + (\hat{s}-M_Z^2)\Big\{ -\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - 2\,\frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w c_w}\,\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2}\\
&\quad + \frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w^2}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{Z}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\Big\}\ ,\\
\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(\hat{s}) &= \Sigma^{\gamma Z}(\hat{s}) + \Big(\frac{2\hat{s}}{M_Z^2} - 1\Big)\Sigma^{\gamma Z}(0) - \hat{s}\,\frac{c_w}{s_w}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{Z}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\ ,\\
\hat{\Sigma}^{WW}(\hat{s}) &= \Sigma^{WW}(\hat{s}) - \Re\mathrm{e}\,\Sigma^{WW}(M_W^2) + (\hat{s}-M_W^2)\Big(-\Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - 2\,\frac{c_w}{s_w}\,\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2}\\
&\quad + \frac{c_w^2}{s_w^2}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{Z}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\Big)\ ,
\end{aligned} \tag{3.20}$$

mit

$$\Sigma^{Z}(M_Z^2) = \Sigma^{ZZ}(M_Z^2) - \frac{(\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(M_Z^2))^2}{M_Z^2 + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(M_Z^2)}\ , \tag{3.21}$$

dabei wurde $\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(M_Z^2)$ per Iteration ausgerechnet. Die Größe $\hat{\Pi}^{Z}(\hat{s})$ ist wie folgt definiert:

$$\hat{\Pi}^{Z}(\hat{s}) = \frac{\Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}^{Z}(\hat{s})}{\hat{s} - M_Z^2}\ , \qquad \hat{\Pi}^{Z}(M_Z^2) = \Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}'^{Z}(M_Z^2)\ , \tag{3.22}$$

mit

$$\hat{\Sigma}^{Z}(\hat{s}) = \hat{\Sigma}^{ZZ}(\hat{s}) - \frac{(\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(\hat{s}))^2}{\hat{s} + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(\hat{s})}\ . \tag{3.23}$$

Darüber hinaus benötigt man noch die Ableitungen

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}'^{Z}(M_Z^2) &= \hat{\Sigma}'^{ZZ}(M_Z^2)\\
&\quad - \frac{2\,\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(M_Z^2)\,\hat{\Sigma}'^{\gamma Z}(M_Z^2)(M_Z^2 + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(M_Z^2)) - (\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(M_Z^2))^2(1 + \hat{\Sigma}'^{\gamma\gamma}(M_Z^2))}{(M_Z^2 + \hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(M_Z^2))^2}\ ,\\
\hat{\Sigma}'^{\gamma\gamma}(M_Z^2) &= \Sigma'^{\gamma\gamma}(M_Z^2) - \Sigma'^{\gamma\gamma}(0)\ ,\\
\hat{\Sigma}'^{ZZ}(M_Z^2) &= \Sigma'^{ZZ}(M_Z^2) - \Sigma'^{\gamma\gamma}(0) - 2\,\frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w c_w}\,\frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2}\\
&\quad + \frac{c_w^2 - s_w^2}{s_w^2}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{Z}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\ ,\\
\hat{\Sigma}'^{\gamma Z}(M_Z^2) &= \Sigma'^{\gamma Z}(M_Z^2) + \frac{2}{M_Z^2}\Sigma^{\gamma Z}(0) - \frac{c_w}{s_w}\,\Re\mathrm{e}\Big[\frac{\Sigma^{Z}(M_Z^2)}{M_Z^2} - \frac{\Sigma^{WW}(M_W^2)}{M_W^2}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{3.24}$$

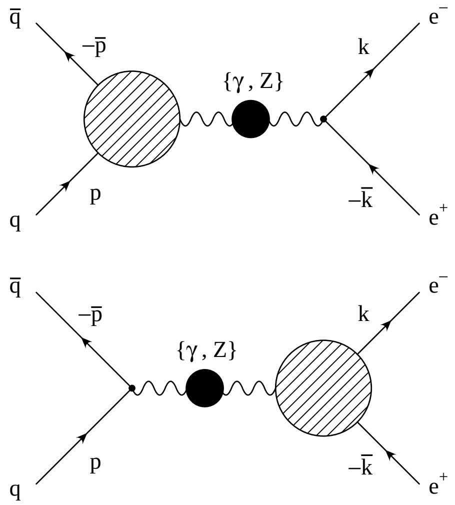


Abb. 3.3: *Die Quark-Vertexkorrekturen (oben) und die Elektron-Vertexkorrekturen (unten) für $q\bar{q} \to e^+e^-$ mit den führenden Logarithmen zu allen Ordnungen aufsummiert; Der schwarze Punkt bedeutet, daß alle diagonalen 1-Teilchen-irreduziblen Beiträge zu den γ- und Z-Propagatoren berücksichtigt worden sind und der schraffierte Kreis steht für den renormierten Vertex.*

$\Sigma^{ab}(q^2)$ $(a, b = \gamma, Z, W)$ bezeichnet die transversalen unrenormierten Selbstenergien in der Entwicklung

$$\Sigma^{ab}_{\mu\nu}(q) = -g_{\mu\nu}\Sigma^{ab}(q^2) + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\left[\Sigma^{ab}(q^2) - \Sigma^{ab}_\ell(q^2)\right] \ . \tag{3.25}$$

Sie können Anhang B entnommen werden. Die $q_\mu q_\nu$-Terme erhalten in den ON-SHELL-Amplituden nur Beiträge $\propto m_e^2$ und verschwinden daher im Limes $m_e \to 0$.

Die renormierten Anfangs- und Endzustandsvertexkorrekturen inklusive der Aufsummation der führenden Logarithmen und äußerer Wellenfunktionsrenormierung sind dargestellt durch die Beiträge $\mathcal{M}_{qV}$ und $\mathcal{M}_{eV}$ zu $\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t})$ in (3.15) (s. Abb. 3.3):

$$\mathcal{M}_{qV} = \mathrm{i}\,\alpha^2 \sum_\lambda \Big(- \frac{Q_e\, A^\kappa_{q\gamma}}{\hat{s} + \Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(\hat{s})} + \frac{\bar{g}^\lambda_e\, A^\kappa_{qZ}}{(1 + \hat{\Pi}^Z(\hat{s}))\,(\hat{s} - M_Z^2 + \mathrm{i}\,\hat{s}\,\Gamma_Z/M_Z)} \Big) \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \tag{3.26}$$

$$\mathcal{M}_{eV} = \mathrm{i}\,\alpha^2 \sum_\lambda \Big(- \frac{Q_q\, A^\lambda_{e\gamma}}{\hat{s} + \Re\mathrm{e}\,\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(\hat{s})} + \frac{\bar{g}^\kappa_q\, A^\lambda_{eZ}}{(1 + \hat{\Pi}^Z(\hat{s}))\,(\hat{s} - M_Z^2 + \mathrm{i}\,\hat{s}\,\Gamma_Z/M_Z)} \Big) \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \ . \tag{3.27}$$

Die Koeffizienten A^λ sind durch die folgenden Kombinationen gegeben $(V = \gamma, Z)$:

$$A^\kappa_{qV} = \left[A^\kappa_{\mathrm{I}} + A^\kappa_{\mathrm{II}}\right]_{qV} + \delta C^\kappa_{qV} \ , \qquad A^\lambda_{eV} = \left[A^\lambda_{\mathrm{I}} + A^\lambda_{\mathrm{II}}\right]_{eV} + \delta C^\lambda_{eV} \ . \tag{3.28}$$

Die Größen in Klammern sind in Anhang B aufgeführt. Sie sind die Formfaktoren der Vertexklassen I und II, summiert über alle individuellen Beiträge in jeder Klasse. Man beachte, daß Vertizes mit Higgs-Bosonaustausch vernachlässigt wurden.

Die Counterterme für $F = e, u, d, c, s, b$ lauten:

$$\delta C^-_{F\gamma} = \frac{4\pi}{\alpha} \frac{I_3^F}{s_w c_w} \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2} + \frac{4\pi\, Q_F}{\alpha} \delta Z_F^{(-)} , \qquad \delta C^+_{F\gamma} = \frac{4\pi\, Q_F}{\alpha} \delta Z_F^{(+)} . \tag{3.29}$$

Für den Zff-Vertex sind die Counterterme gegeben durch

$$\delta C^-_{FZ} = -\frac{4\pi}{\alpha} \frac{I_3^F\, \Sigma^{\gamma Z}(0)}{s_w^2\, M_Z^2} - \frac{4\pi}{\alpha} \frac{I_3^F - s_w^2 Q_F}{s_w c_w} \delta Z_F^{(-)} , \qquad \delta C^+_{FZ} = \frac{4\pi\, Q_F}{\alpha} \frac{s_w}{c_w} \delta Z_F^{(+)} , \tag{3.30}$$

dabei sind die Fermion-Feldrenormierungskonstanten

$$\delta Z_F^{(\pm)} = \Re\mathrm{e}\, \Sigma_V^F(m_F^2) + 2m_F^2\, \Re\mathrm{e} \left[\Sigma_V'^F(m_F^2) + \Sigma_S'^F(m_F^2)\right] \pm \Re\mathrm{e}\, \Sigma_A^F(m_F^2) . \tag{3.31}$$

Die Fermion-Selbstenergien $\Sigma^F_{S,V,A}$ können Anhang B entnommen werden.

Die Boxdiagramme

Für den Prozeß $q\bar{q} \to e^+e^-$ gibt es zwei verschiedene Boxdiagrammtopologien, welche mit 'direkte' und 'gekreuzte' Boxdiagramme bezeichnet werden. Die zugehörigen Beiträge zu den 1-Schleifenmatrixelementen sind jeweils mit D und C bezeichnet.

Da der Higgs-Bosonaustausch vernachlässigt wird, müssen nur Boxdiagramme mit Z- und $W^\pm$-Austausch betrachtet werden. Für $I_3 = -1/2$ existiert nur das direkte Boxdiagramm und für $I_3 = +1/2$ nur das gekreuzte Boxdiagramm mit $W^\pm$ Austausch.

Daher kann der Boxdiagrammbeitrag zur Helizitätsamplitude (3.15) wie folgt zerlegt werden:

$$\mathcal{M}_B = \sum_{V=Z,W} \left(\mathcal{M}_D^V + \mathcal{M}_C^V\right) . \tag{3.32}$$

Es werden folgende Abkürzungen für Kombinationen von 4-Punkt-Tensorintegralen D_{ij} und das skalare Integral C_0 benutzt:

$$\begin{aligned} P_1 &= 4i\alpha^2 D_{20} , \\ P_2 &= 2i\alpha^2 \left[2C_0 + (D_{11} + D_{12} - D_{13}) \begin{cases} \hat{t} & \text{direkte Box} \\ \hat{u} & \text{gekreuzte Box} \end{cases}\right] , \\ P_3 &= i\alpha^2 (D_{11} + D_{24} - D_{25}) . \end{aligned} \tag{3.33}$$

Die Argumente der C- und D-Funktionen in P_1, P_2 und P_3 für jedes Boxdiagramm können, zusammen mit weiteren Spezifikationen, in Anhang B gefunden werden.

Mit diesen Abkürzungen und den Matrixelementen (3.9) ist das Ergebnis des direkten Vektorboson-Boxdiagramms gegeben durch

$$\mathcal{M}_D^V = \mathcal{M}_1^{\kappa\kappa}\, P_1\, \lambda_\kappa^+ + \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa}\, P_2\, \lambda_\kappa^- + \mathcal{M}_2^{\kappa\kappa}\, P_3\, \lambda_\kappa^+ , \tag{3.34}$$

und für das gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm

$$\mathcal{M}_C^V = -\mathcal{M}_1^{\kappa\kappa} P_2 \lambda_\kappa^+ - \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa} P_1 \lambda_\kappa^- + \mathcal{M}_2^{\kappa-\kappa} P_3 \lambda_\kappa^- \ . \tag{3.35}$$

Die folgenden Abkürzungen für Produkte von Kopplungen $g^\kappa_{1,2,3,4}$ aus den Tabellen von Anhang B wurden in den Ausdrücken (3.34) und (3.35) benutzt

$$\lambda_\kappa^\pm = g_1^\kappa \, g_2^\kappa \, g_3^{\pm\kappa} \, g_4^{\pm\kappa} \ . \tag{3.36}$$

3.2 Z-Breite und Partialbreiten

Die totale Z-Breite Γ_Z kann aus der Summe der Partialbreiten berechnet werden:

$$\Gamma_Z = \sum_{f \neq t} \Gamma_{f\bar{f}} \ .$$

Die fermionische Zerfallsbreite ausgedrückt durch die effektiven Kopplungskonstanten g_V^f und g_A^f, lautet

$$\Gamma_{f\bar{f}} = \Gamma_0^f \sqrt{1-\mu_f} \Big[(1+\frac{\mu_f}{2}) \, |g_V^f|^2 + (1-\mu_f) \, |g_A^f|^2 \Big] (1+\delta^f_{\mathrm{QED}}) \, (1+\frac{N_C^f - 1}{2} \, \delta_{\mathrm{QCD}}) \tag{3.37}$$

mit $\Gamma_0^f = \sqrt{2} \, N_C^f \, G_\mu \, M_Z^3/(12\,\pi)$ und $\mu_f = 4\, m_f^2/M_Z^2$. Dabei bezeichnet G_μ die Fermi-Konstante (A.13). Die QED-Korrektur

$$\delta^f_{\mathrm{QED}} = \frac{3\,\alpha\, Q_f^2}{4\,\pi} \tag{3.38}$$

ist sehr klein, maximal 0.17% für geladene Leptonen. Die QCD-Korrektur für masselose hadronische Endzustände ist gegeben durch [65, 66]

$$\delta_{\mathrm{QCD}} = \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right) + 1.405 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 - 12.8 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3 - \frac{Q_f^2}{4} \, \frac{\alpha\,\alpha_s}{\pi^2} \ , \tag{3.39}$$

einschließlich des QED-QCD Mischterms $\propto \mathcal{O}(\alpha\,\alpha_s)$.

Aufgrund der nichtverschwindenden b-Massenterme und der t-Quark abhängigen 2-Schleifendiagramme für den axialen Teil lauten die QCD-Korrekturen für b-Quarks:

$$\Gamma_{b\bar{b}} = \Gamma_0^b \left[(|g_V^b|^2 + |g_A^b|^2) \, (1+\delta^b_{\mathrm{QED}}) \, (1+\delta_{\mathrm{QCD}}) + \Delta_b \right] \ . \tag{3.40}$$

Δ_b enthält neben den speziellen b-Quark QCD-Korrekturen [65] auch die führenden 2-Schleifenbeiträge in $\mathcal{O}(\alpha\,\alpha_s)$ [63, 64] und die b-Masseneffekte.

$$\Delta_b = \Delta_b^{(\alpha\,\alpha_s)} + R_V \, |g_V^d|^2 + R_A \, |g_A^d|^2 \tag{3.41}$$

mit

$$\begin{aligned}
\Delta_b^{(\alpha\,\alpha_s)} &= \frac{G_\mu\, m_t^2}{4\sqrt{2}\,\pi^2}\,\frac{\pi^2-3}{3}\left(1-\frac{2}{3}\,\sin^2\theta^d_{\text{eff}}\right)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)\\
R_V &= 12\,\frac{m_b^2}{M_Z^2}\left[\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)+(6.07-2l)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2+(2.38-24.29l+0.083l^2)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3\right]\\
R_A &= 6\,\frac{m_b^2}{M_Z^2}\left[-1+(2l-1)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)+(17.96+\ln\frac{m_t^2}{M_Z^2}+14.14l-0.083l^2)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2\right]\\
&\quad+\frac{1}{3}\,I\left(\frac{M_Z^2}{4\,m_t^2}\right)\left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2\ , \qquad (3.42)
\end{aligned}$$

wobei $I(x) = -9.25 + 1.037x + 0.632x^2 + 6\ln(2\sqrt{x})$ und $l = \ln(M_Z^2/m_b^2)$. Der Effekt von $m_b \neq 0$ ist in dem α_s-unabhängigen Teil von R_A enthalten mit der kompletten m_b Abhängigkeit (gemäß Gl. (3.37)) bis zur Ordnung $(m_b/M_Z)^2$ entwickelt.

Der flavour-abhängige effektive Mischungswinkel $\sin^2\theta^f_{\text{eff}}$ ist durch die effektiven Kopplungen an der Z-Resonanz definiert:

$$\sin^2\theta^f_{\text{eff}} = \frac{1}{4\,|Q_f|}\left(1-\frac{\Re\mathrm{e}\,g_V^f}{\Re\mathrm{e}\,g_A^f}\right)\ . \qquad (3.43)$$

Die effektiven Kopplungen lauten:

$$\begin{aligned}
g_V^f &= \sqrt{\frac{1-\Delta r}{1+\hat{\Pi}^Z(M_Z^2)}}\,\Big(\frac{I_3^f-2\,s_w^2\,Q_f}{2\,s_w\,c_w}+Q_f\,\frac{\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(M_Z^2)}{M_Z^2+\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(M_Z^2)}+\frac{\alpha}{4\,\pi}\,\frac{A^+_{fZ}+A^-_{fZ}}{2}\Big)\\
g_A^f &= \sqrt{\frac{1-\Delta r}{1+\hat{\Pi}^Z(M_Z^2)}}\,\Big(\frac{I_3^f}{2\,s_w\,c_w}+\frac{\alpha}{4\,\pi}\,\frac{A^-_{fZ}-A^+_{fZ}}{2}\Big)\ . \qquad (3.44)
\end{aligned}$$

Die Größen $A^\pm_{fZ}$ sind durch die Gln. (3.28) gegeben und

$$\Delta r = \frac{\hat{\Sigma}^{WW}(0)}{M_W^2}+\frac{\alpha}{4\,\pi\,s_w^2}\Big(6+\frac{7-4\,s_w^2}{2\,s_w^2}\ln c_w^2\Big) \qquad (3.45)$$

ist die elektroschwache 1-Schleifenkorrektur zur μ-Lebensdauer, die wegen der Verwendung der Fermi-Konstante G_μ hier ins Spiel kommt.

3.3 Numerische Auswertung

In diesem Abschnitt werden die numerischen Effekte der elektroschwachen Korrekturen für den Prozeß $q\bar{q} \to e^+e^-$ $(q = u, d, c, s, b)$ diskutiert.

Das FORTRAN-Programm wurde numerisch mit `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools` [67] getestet und der Vergleich erbrachte eine perfekte Übereinstimmung (s. Kapitel 5). Die Diskussion in diesem Abschnitt umfaßt eine vollständige (elektroschwache)

1-Schleifenrechnung und die führenden höheren Ordnungen an der Z-Resonanz. Für die numerische Analyse wurden die SM Parameter aus [5, 12] benutzt. Des weiteren wurde eine t-Masse von $m_t = 174$ GeV gewählt.

Ein effektiver Born-WQ ergibt sich durch die Benutzung der G_μ-Darstellung für die Z-Kopplungen und einem laufenden α beim Photonaustausch. Diese Approximation zum 1-Schleifenergebnis ist äquivalent zur Implementierung der folgenden Änderungen in Gl. (3.11):

$$e^2 \to 4\,\pi\,\alpha(\hat{s}) = \frac{4\,\pi\,\alpha}{1 - \Delta\alpha(\hat{s})} \;, \tag{3.46}$$

mit

$$\Delta\alpha(\hat{s}) = 0.059461 + \frac{20}{9}\,\frac{\alpha}{\pi}\,\ln\left(\frac{\hat{s}}{M_Z^2}\right) \tag{3.47}$$

und

$$\begin{aligned} g_q^+ &\to -\sqrt{\frac{\sqrt{2}\,G_\mu\,M_Z^2}{\pi\,\alpha(\hat{s})}}\,\sin^2\theta_{\text{eff}}\,Q_q \;, \qquad g_q^- \to \sqrt{\frac{\sqrt{2}\,G_\mu\,M_Z^2}{\pi\,\alpha(\hat{s})}}\,(I_3^q - \sin^2\theta_{\text{eff}}\,Q_q) \;, \\ g_e^+ &\to -\sqrt{\frac{\sqrt{2}\,G_\mu\,M_Z^2}{\pi\,\alpha(\hat{s})}}\,\sin^2\theta_{\text{eff}}\,Q_e \;, \qquad g_e^- \to \sqrt{\frac{\sqrt{2}\,G_\mu\,M_Z^2}{\pi\,\alpha(\hat{s})}}\,(I_3^e - \sin^2\theta_{\text{eff}}\,Q_e) \;. \end{aligned} \tag{3.48}$$

$\sin^2\theta_{\text{eff}} = 0.23151$ bezeichnet dabei den effektiven (leptonischen) Mischungswinkel auf der Z-Resonanz, wie er bei LEP und SLC gemessen wurde [5].

An der Z-Resonanz liefert die oben angegebene Formel eine gute Beschreibung, wenn $\sin^2\theta_{\text{eff}}$ in höheren Ordnungen gemäß Gl. (3.43) berechnet wird.

Da die W-Bosonmasse und die Higgs-Bosonmasse durch Schleifenkorrekturen in Zusammenhang stehen wird folgende Parametrisierung aus Ref. [68] benutzt:

$$\begin{aligned} M_W = \Bigg[&80.3805 - 0.0581\,\ln\left(\frac{m_H}{100\ \text{GeV}}\right) - 0.0078\,\ln^2\left(\frac{m_H}{100\ \text{GeV}}\right) - 0.518\left(\frac{\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}}{0.0280} - 1\right) \\ &+ 0.537\left(\left(\frac{m_t}{175\ \text{GeV}}\right)^2 - 1\right) - 0.085\left(\frac{\alpha_s(M_Z)}{0.118} - 1\right)\Bigg]\ \text{GeV} \;. \end{aligned} \tag{3.49}$$

Diese Parametrisierung reproduziert bis auf 0.2 MeV genau die $\mathcal{O}(g_2^4\,m_t^2/M_W^2)$-Korrekturen für $75\ \text{GeV} < m_H < 350\ \text{GeV}$ und wurde bei der Analyse der LEP-Daten benutzt.

Nachfolgend werden quantitative numerische Studien über die Größe der virtuellen SM-Effekte für die Lepton-Paarerzeugung bei LHC-Energien durchgeführt. Die Diskussion umfaßt den totalen partonischen WQ, und die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie, die die elektroschwachen Details enthalten, und den hadronischen WQ.

3.3.1 Der totale partonische Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}(\hat{s})$

Die Higgs-Masse wird in diesem Abschnitt durchgehend auf $m_H = 100$ GeV gesetzt, da im nächsten Abschnitt gezeigt wird, daß die Vorhersagen praktisch unabhängig von der Higgs-Masse ist.

In Abb. 3.4 wird die Energieabhängigkeit des totalen partonischen Wirkungsquerschnitts $\hat{\sigma}(\hat{s})$ für die Prozesse $u\bar{u} \to e^+e^-$ und $d\bar{d} \to e^+e^-$ bei Energien zwischen 5 GeV und 1000 GeV gezeigt.

Die Energieabhängigkeit des totalen partonischen Wirkungsquerschnitts $\hat{\sigma}(\hat{s})$ für den Prozeß $u\bar{u} \to e^+e^-$ ist in Abb. 3.5 (oben) für Energien von 1000 GeV bis 10000 GeV illustriert. Die starke Abweichung des effektiven Born-Wirkungsquerschnitts (üblicherweise durch G_μ parametrisiert) vom 1-Schleifenergebnis wird durch die Boxdiagrammbeiträge, die nicht in effektive Kopplungen absorbiert werden können, und die Tatsache verursacht, daß die effektiven Kopplungen nicht statisch sind, sondern wie Funktionen von $\hat{s}$ anwachsen. Man beachte, daß es für u-artige Quarks nur gekreuzte W-Boxdiagramme und für d-artige Quarks nur direkte W-Boxdiagramme neben denen mit Z-Austausch gibt (vgl. Anhang B).

In Abb. 3.5 (unten) wird für den Prozeß $d\bar{d} \to e^+e^-$ die Energieabhängigkeit von $\hat{\sigma}(\hat{s})$ für Energien von 1000 GeV bis 10000 GeV gezeigt. Die Abweichung vom G_μ-Born-WQ ist nicht so groß wie bei $u\bar{u} \to e^+e^-$ (s. Abb. 3.5). Da die leichten Quarkmassen vernachlässigt wurden, kommt dieses unterschiedliche Verhalten nur daher, daß für u-artige Quarks nur gekreuzte und für d-artige Quarks nur direkte W-Boxdiagramme existieren. Da die direkten Boxdiagramme (3.34) und die gekreuzten Boxdiagramme (3.35) jedoch unterschiedliche Strukturen besitzen, tragen sie auch numerisch unterschiedlich zum partonischen WQ bei.

Wie man aus den Abbildungen sehen kann, sind die Boxdiagramme in der Nähe der Z-Resonanz vernachlässigbar, aber sie wachsen stark mit steigender Energie und tragen daher für große invariante Lepton-Paarmassen merklich bei. Eine Beschreibung durch einen effektiven Born-WQ bei höheren Schwerpunktsenergien (~ 1 TeV) ist daher aus den oben genannten Gründen nicht mehr ausreichend.

3.3.2 Die Vorwärts-Rückwärts Asymmetrie A_{FB}

In Abb. 3.6 (oben) wird die Energieabhängigkeit von A_{FB} für $u\bar{u} \to e^+e^-$ um die Z-Resonanz gezeigt. Es gibt praktisch keinen beobachtbaren Unterschied zwischen dem G_μ-Born und dem 1-Schleifenergebnis, da die Boxdiagrammbeiträge bei der Z-Resonanz unwichtig sind.

In Abb. 3.6 (unten) wird die Energieabhängigkeit von A_{FB} für $d\bar{d} \to e^+e^-$ um die Z-Resonanz gezeigt. Auch hier gibt es praktisch keinen Unterschied zwischen dem G_μ-Born und dem 1-Schleifenergebnis, aus den oben genannten Gründen.

In Abb. 3.7 (oben) wird die Energieabhängigkeit von A_{FB} für $u\bar{u} \to e^+e^-$ gezeigt. Zu Demonstrationszwecken sind die Effekte der Boxdiagramme separat aufgeführt. Es gibt fast keinen Unterschied zwischen einer Higgs-Masse von $m_H = 100$ GeV und $m_H = 1000$ GeV, aber eine mit steigender Energie wachsende Differenz vom G_μ-Born. Der Grund dafür sind

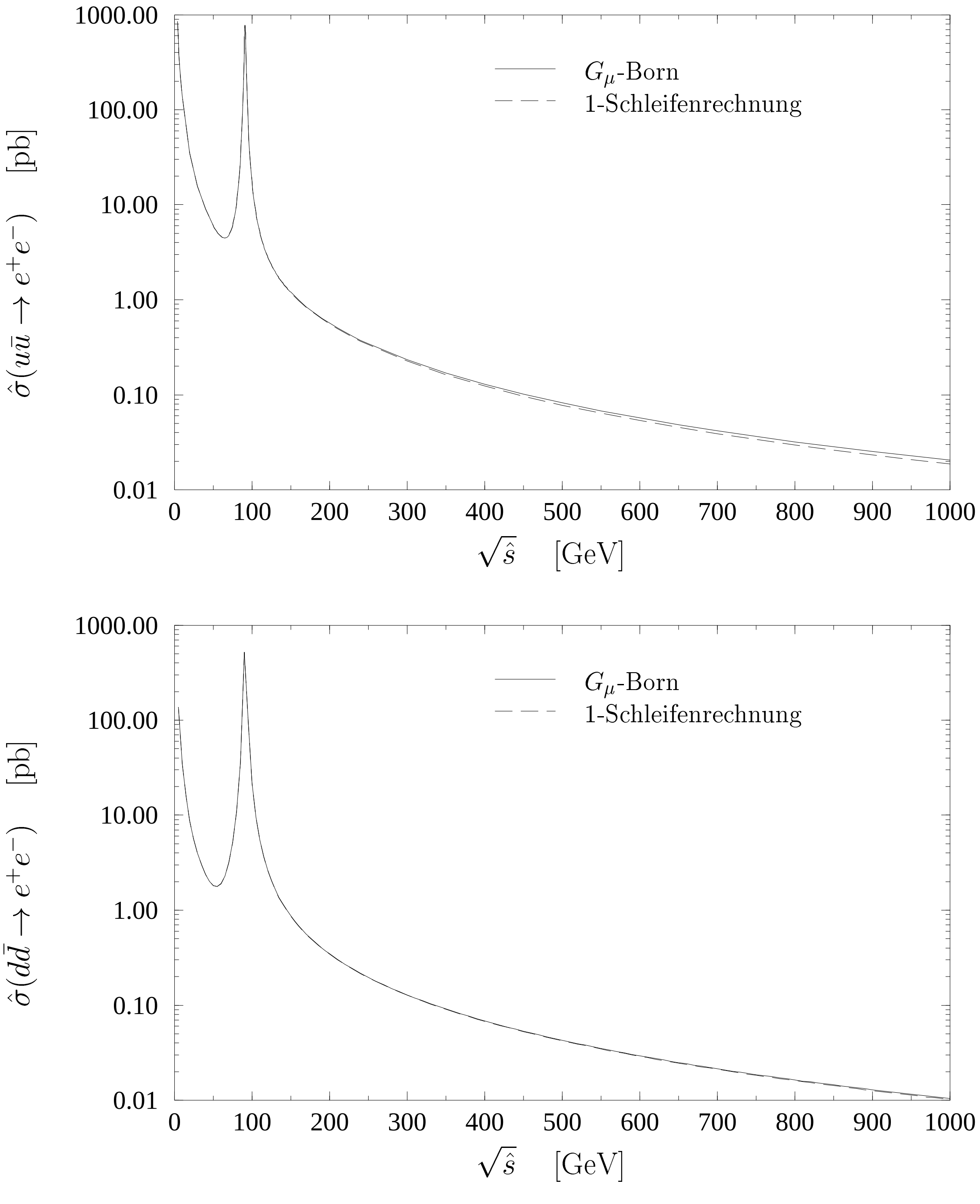


Abb. 3.4: *$u\bar{u} \to e^+e^-$ (oben) und $d\bar{d} \to e^+e^-$ (unten). Energieabhängigkeit von $\hat{\sigma}$ für* $m_H = 100$ GeV *und* $m_t = 174$ GeV.

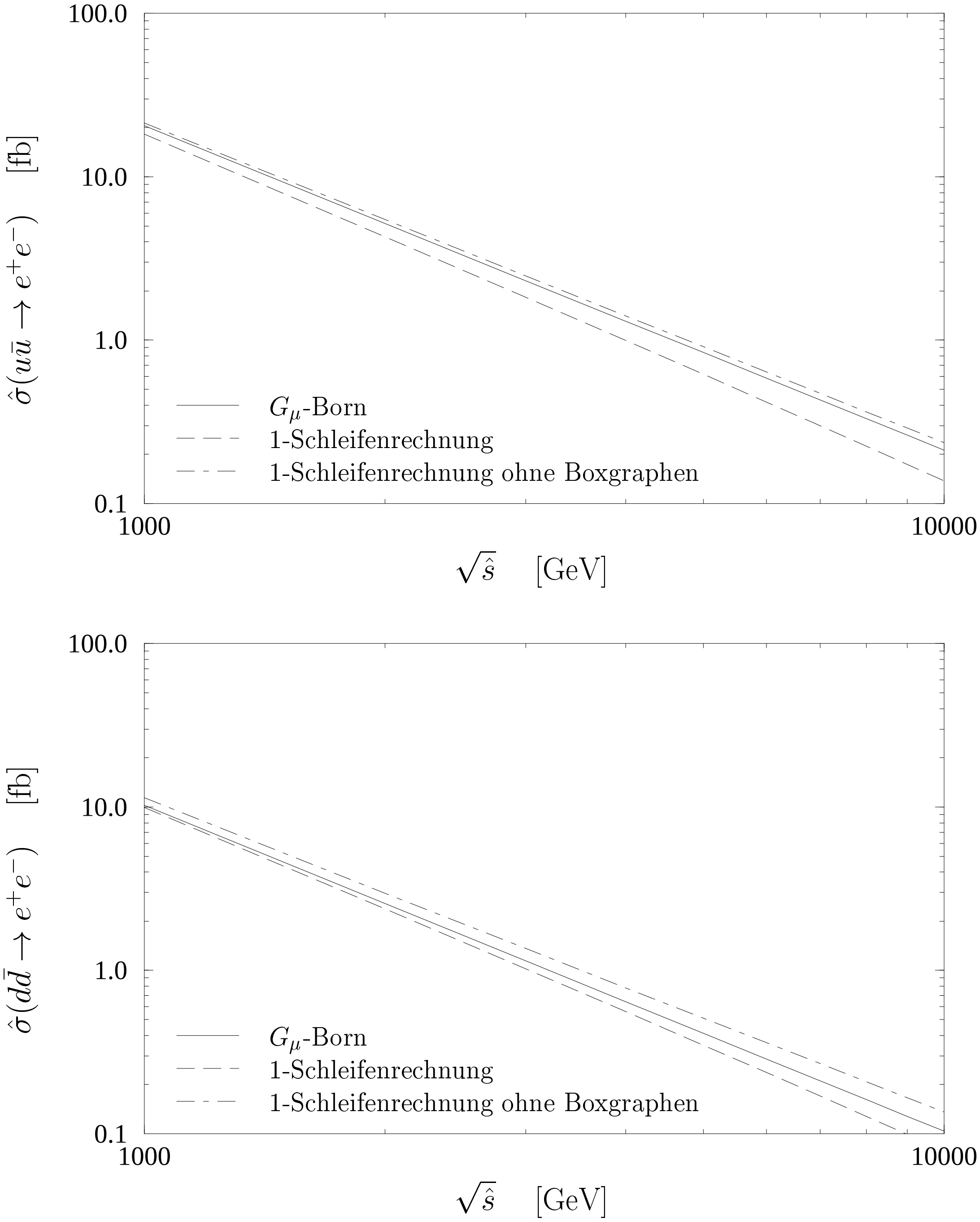


Abb. 3.5: *$u\bar{u} \to e^+e^-$ (oben) und $d\bar{d} \to e^+e^-$ (unten). Energieabhängigkeit von $\hat{\sigma}$ für $m_H = 100$ GeV und $m_t = 174$ GeV.*

wieder die großen Boxdiagrammbeiträge und daß die effektiven Kopplungen nicht statisch sind.

In Abb. 3.7 (unten) wird die Energieabhängigkeit von A_{FB} für $d\bar{d} \to e^+e^-$ gezeigt. Die Effekte der Boxdiagramme sind wieder separat aufgeführt. Es gibt nur einen sehr kleinen Unterschied zwischen einer Higgs-Masse von $m_H = 100$ GeV und $m_H = 1000$ GeV, aber eine mit steigender Energie wachsende Differenz vom G_μ-Born. Hier sind die Boxdiagrammbeiträge nicht so groß wie für u-artige Quarks. Aus den gleichen, schon im vorherigen Abschnitt genannten Gründen liegt das an den unterschiedlichen Beiträgen der W-Boxdiagramme.

3.3.3 Der hadronische Prozeß $pp \to e^+e^-X$

Der hadronische WQ für e^+e^--Paarproduktion aus der $q\bar{q}$-Annihilation in pp-Kollisionen bei einer CMS-Energie $\sqrt{S}$ kann als Faltung geschrieben werden [69]

$$\sigma(pp \to e^+e^-X) = \sum_{q\neq t} \int_{\tau_0(q)}^{1} \mathrm{d}\tau \left[\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}^{pp}_{q\bar{q}}}{\mathrm{d}\tau}\right] \hat{\sigma}_{q\bar{q}\to e^+e^-}(\tau S, \alpha_s(\mu_R)) \tag{3.50}$$

mit der Gluonluminosität

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{L}^{pp}_{q\bar{q}}}{\mathrm{d}\tau} = \int_{\tau}^{1} \frac{\mathrm{d}x}{x} \left[f_{q/p}(x,\mu_F) f_{\bar{q}/p}(\frac{\tau}{x},\mu_F) + f_{\bar{q}/p}(x,\mu_F) f_{q/p}(\frac{\tau}{x},\mu_F)\right] , \tag{3.51}$$

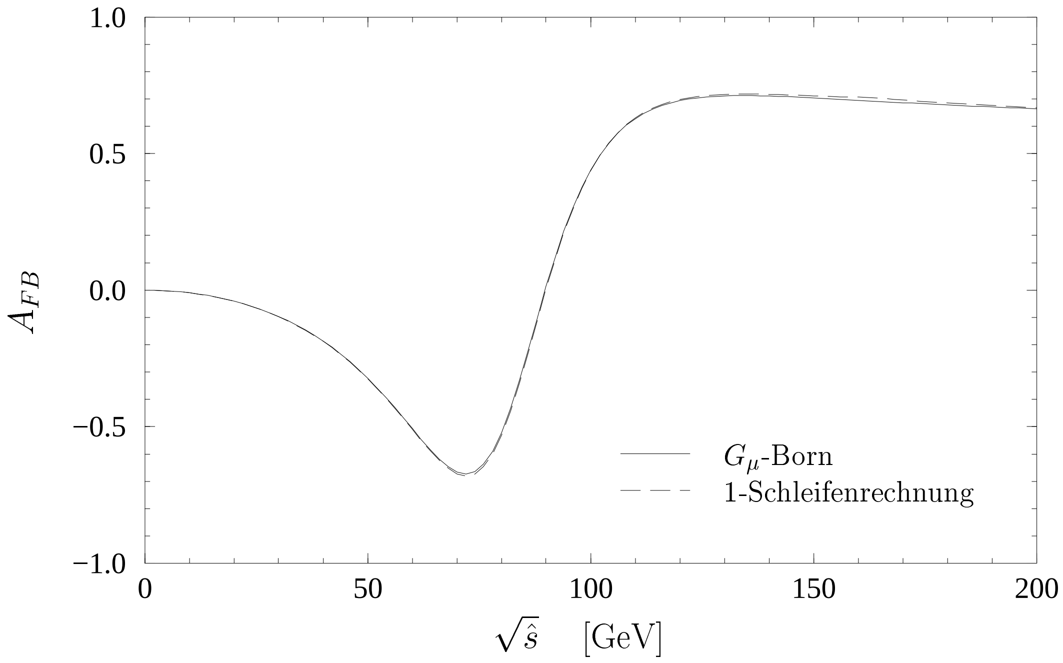
dabei bezeichnet $f_{q(\bar{q})/p}(x, \mu_F)$ die Dichte der Quarks q (Antiquarks $\bar{q}$) im Proton, die den Bruchteil x des Protonimpulses bei der Skala μ_F trägt. $\tau_0(q) = 4m_q^2/S$ ist die Produktionsschwelle für e^+e^--Paare bei $q\bar{q}$-Annihilation.

Die numerische Berechnung wurde mit Hilfe der MRS(G) Partonverteilungsfunktionen [52] ausgeführt, wobei die Renormierungs- und Faktorisierungsskalen auf $\mu_R = \mu_F = \sqrt{\hat{s}}$ gesetzt wurden. Darüber hinaus wurde die Integration über die invariante Masse $\sqrt{\hat{s}}$ der e^+e^--Paare auf einige Energieintervalle beschränkt, um mit den dafür geschätzten experimentellen Fehlern zu Vergleichen (s. Tabelle 3.1).

In allen Berechnungen unterliegt der WQ der weiteren Beschränkung, daß die CMS-Energie der e^+e^--Paare einen minimalen Wert E_{cut} übersteigen muß. Dies wird erreicht, indem man die τ-Integration in Gl. (3.50) bei $\tau_{\mathrm{cut}} = E^2_{\mathrm{cut}}/S$ statt bei τ_0 starten läßt.

Der Vergleich in Tabelle 3.1 zeigt, daß bei großen invarianten Massen die Strahlungskorrekturen ziemlich groß bleiben und daher bei Studien mit hohen Schwerpunktsenergien berücksichtigt werden sollten. Beispielsweise bei der Suche nach schweren zusätzlichen Z'-Bosonen.

Die hier vorgestellten Formeln wurden auch in ein Monte-Carlo Programm integriert. Damit wurde dann eine wesentlich detailliertere Untersuchung des hadronischen WQ und der hadronischen Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie durchgeführt, die z.B. auch experimentelle Schnitte beinhaltet. Diese Ergebnisse sind in [60] veröffentlicht worden.



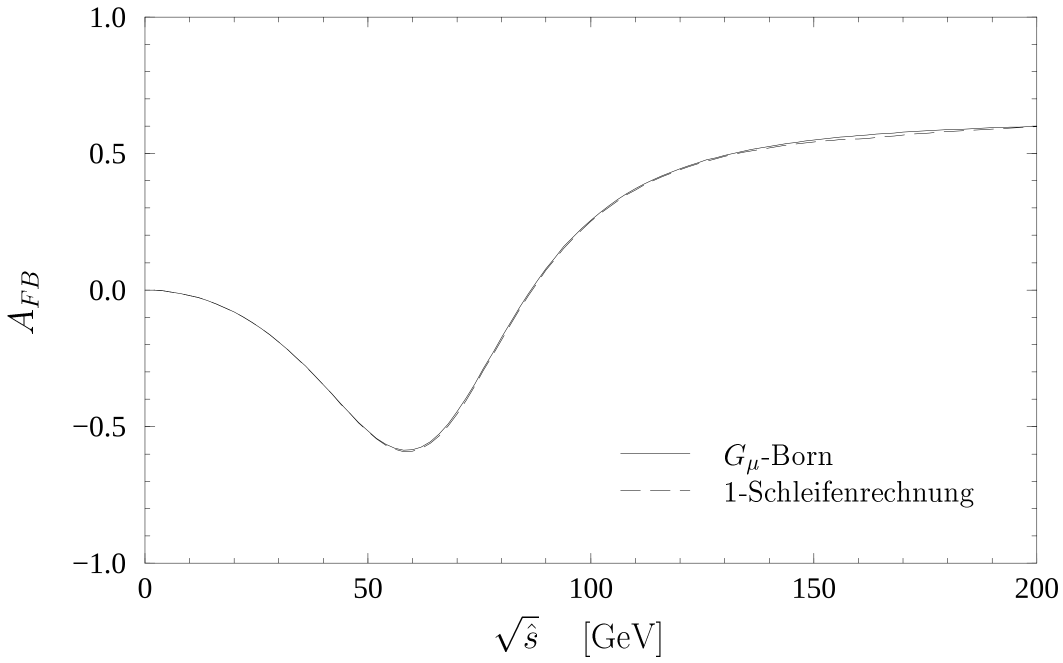


Abb. 3.6: *$u\bar{u} \to e^+e^-$ (oben) und $d\bar{d} \to e^+e^-$ (unten). Energieabhängigkeit von A_{FB} für $m_H = 100$ GeV und $m_t = 174$ GeV.*

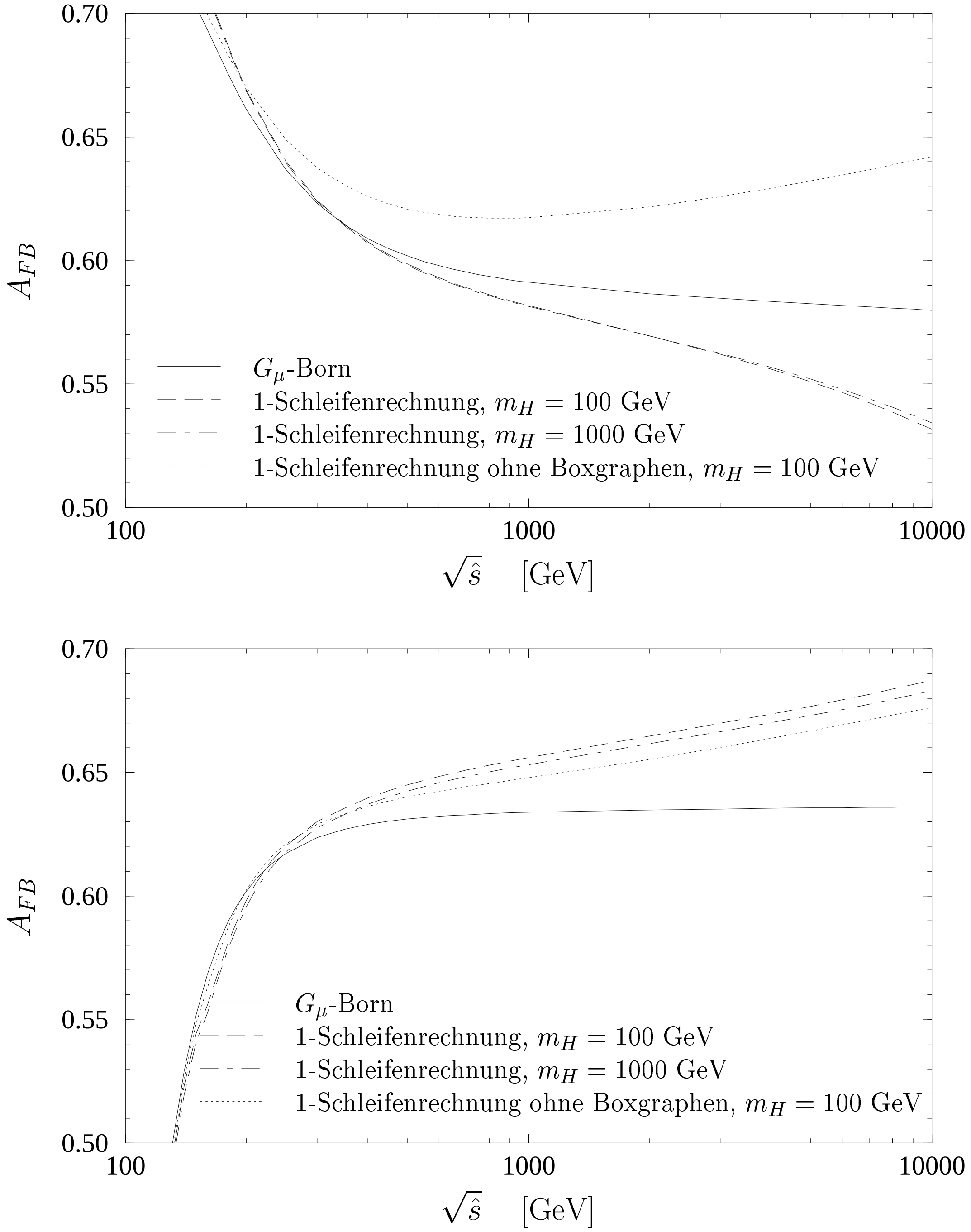


Abb. 3.7: *$u\bar{u} \to e^+e^-$ (oben) und $d\bar{d} \to e^+e^-$ (unten). Energieabhängigkeit von A_{FB} für $m_t = 174$ GeV und verschiedene Werte der Higgs-Masse.*

Energiebereich [TeV] (für e^+e^- Paare)	G_μ-Born σ [fb]	1-Schleifenrechnung σ [fb]	rel. Korrektur zum G_μ-Born [%]	rel. exp. Fehler [%]
0.90 - 1.10	6.22990	5.65240	-9.3	3.0
1.10 - 1.50	3.52050	3.14910	-11.0	4.0
1.50 - 1.75	0.60760	0.53170	-12.5	9.5
1.75 - 2.00	0.26810	0.23140	-13.7	14.0
2.00 - 2.50	0.18860	0.15900	-15.7	17.0
2.50 - 3.00	0.04895	0.04031	-17.7	30.0
3.00 - 4.00	0.01837	0.01464	-20.3	50.0

Tab. 3.1: *Hadronischer Wirkungsquerschnitt für e^+e^--Paare mit invarianter Masse in verschiedenen Energiebereichen. Die zweite und dritte Spalte zeigen die Vorhersage des Wirkungsquerschnitts des G_μ-Born und das 1-Schleifenergebnis. Spalte vier und fünf zeigen die relative Korrektur der 1-Schleifenrechnung zum G_μ-Born und den geschätzten experimentellen Fehler bei der Vorhersage des Wirkungsquerschnitts.*

Kapitel 4

Das MSSM

4.1 Supersymmetrie

4.1.1 Motivation

Das SM befindet sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment [5, 70]. Dennoch gibt es einige offene Fragen, die durch eine supersymmetrische Erweiterung des SM möglicherweise gelöst werden:

1. Im SM gibt es keine Vorhersage für die Massen der Higgs-Teilchen. Die Masse des leichtesten skalaren Higgs-Teilchens h^0 wird in SUSY-Modellen vorhergesagt, die Einschränkung liegt numerisch bei $m_h \lesssim 200$ GeV und im MSSM bei $m_h \lesssim 130$ GeV.

2. Hierarchie-Problem: In den Strahlungskorrekturen zur SM-Higgs-Masse $M_H = \sqrt{2}\,\mu$, erhält der Parameter μ einen Beitrag von der Higgs-Selbstkopplung, der in 1-Schleifenordnung quadratisch von dem Abschneideparameter Λ abhängt: $\delta\mu^2 = \lambda\Lambda^2$. Sollte das SM bis zu Energien der GUT-Skala $M_X \simeq 10^{15}$ GeV oder sogar der Planck-Skala $M_P \simeq 10^{19}$ GeV gültig sein, so würde diese Skala einen natürlichen Wert für Λ festlegen, wobei das Problem auftritt, den relativ kleinen Wert[1] von M_H gegenüber dem großen Wert von $\delta\mu^2$ zu verstehen. In SUSY-Theorien verschwindet das Problem der quadratischen Divergenzen [6]: SUSY-Teilchen liefern einen zusätzlichen Beitrag zu den 1-Schleifenkorrekturen, die die quadratisch divergenten Anteile genau kompensieren.

3. Die laufenden Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, schwachen und starken Kraft treffen im SM nicht genau in einem Punkt aufeinander, wie man es bei einer vereinheitlichten Theorie erwarten würde. Die zusätzlichen SUSY-Teilchen liefern ein anderes Verhalten der laufenden Kopplungskonstanten, so daß sie sich dann bei $M_X \simeq 10^{16}$ GeV treffen [71].

[1] Aus Konsistenzgründen in der Störungstheorie muß im SM $M_H \lesssim 1$ TeV sein.

4. Die Lebensdauer des Protons ist länger als diejenige, die von der $SU(5)$, der einfachsten Erweiterung der $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, vorhergesagt wurde. In SUSY-GUTs liegt die Lebensdauer über der bisher gemessenen unteren Grenze.

5. Die Gravitation als vierte Kraft konnte bisher nicht in GUTs mit einbezogen werden. Die globalen SUSY-Transformationen können jedoch zu lokalen SUSY-Transformationen erweitert werden [6, 8, 9]. Diese lokale Eichsymmetrie erfordert die Einbeziehung allgemeiner Koordinatentransformationen und damit der Allgemeinen Relativitätstheorie. Daher nennt man die lokale SUSY auch Supergravitation (SUGRA).

6. Das SM besitzt nur das Neutrino als Kandidat für die heiße Dunkle Materie. Im MSSM ist das Neutralino ein sehr guter Kandidat für die kalte Dunkle Materie.

In einer realistischen Theorie muß die SUSY gebrochen sein, da die Massen der Fermionen und der dazugehörigen Bosonen nicht entartet sind. In diesem Fall heben sich die (logarithmisch) divergenten Anteile nicht mehr exakt gegenseitig auf. Da aber die Massenkorrektur der Higgs-Teilchen kleiner als die ursprüngliche Masse sein soll, kann eine Obergrenze der Superpartner von ~ 1 TeV angegeben werden. Daher bietet SUSY nicht nur einen Ausweg aus dem Hierarchie-Problem, sondern gibt auch zugleich eine obere Schranke für die Massen der Superpartner an.

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist, daß SUSY-Modelle experimentelle Ergebnisse von Präzisionsexperimenten bisher ebensogut wie das SM beschreiben können. Außerdem ergeben sich auch richtige Werte von $\sin^2\theta_w$ und m_b/m_τ und aus Superstring-Theorien erhält man im niederenergetischen Limes näherungsweise SUSY-Theorien.

4.1.2 Supersymmetrische Modelle

SUSY ist eine Symmetrie, welche Bosonen und Fermionen im gleichen SUSY-Multiplett anordnet. Es existiert also ein SUSY-Operator Q_α, der fermionische Zustände $|F\rangle$ in bosonische Zustände $|B\rangle$ umwandelt und umgekehrt:

$$Q_\alpha|F\rangle = |B\rangle \ , \qquad Q_\alpha|B\rangle = |F\rangle \ . \tag{4.1}$$

Nach dem Haag-Łopuszánski-Sohnius-Theorem [72] ist SUSY die einzige Möglichkeit, im Rahmen einer relativistischen Quantenfeldtheorie die Raumzeit-Symmetrien der Poincaré-Gruppe (mit bosonischen Generatoren P_μ und $M_{\mu\nu}$) zu erweitern. Um das *No-Go-Theorem* von Coleman und Mandula [73] zu umgehen, müssen die Generatoren Q^A_α ($A = 1, \ldots, N$; dabei ist N die maximale Anzahl der Supersymmetrien) der SUSY fermionisch, d.h. antikommutierend sein. Unter einer Lorentz-Transformation verhalten sie sich wie linkshändige Weyl-Spinoren und transformieren daher nach der $(\frac{1}{2}, 0)$-Darstellung der Lorentz-Gruppe. Hermitisch konjugiert dazu sind die rechtshändigen Generatoren $\bar{Q}^A_{\dot\alpha}$. Die $\alpha, \dot\alpha = 1, 2$ sind die Indizes der links- bzw. rechtshändigen Spinor-Darstellungen der Gruppe $SL(2, \mathbb{C})$.

Die Algebra der $N = 1$ SUSY ist:

$$
\begin{aligned}
\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\beta}\} &= 2(\sigma^\mu)_{\alpha\dot\beta} P_\mu \ , & [Q_\alpha, M_{\mu\nu}] &= \frac{1}{2}(\sigma_{\mu\nu})_\alpha{}^\beta Q_\beta \\
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &= \{\bar{Q}_{\dot\alpha}, \bar{Q}_{\dot\beta}\} = 0 \ , & [\bar{Q}_{\dot\alpha}, M_{\mu\nu}] &= -\frac{1}{2}\bar{Q}_{\dot\beta}(\bar\sigma_{\mu\nu})^{\dot\beta}{}_{\dot\alpha} \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= [\bar{Q}_{\dot\alpha}, P_\mu] = 0 \ . & &
\end{aligned} \tag{4.2}
$$

Hierbei bezeichnen $\sigma^\mu = (\mathbb{1}\,, \sigma^i)$ und $\bar\sigma^\mu = (\mathbb{1}\,, -\sigma^i)$ die Pauli-Matrizen, P_μ den Energie-Impuls-Operator, $M_{\mu\nu}$ den antisymmetrischen Drehimpuls-Operator (Matrixtensor), $\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{4}(\sigma_\mu\bar\sigma_\nu - \sigma_\nu\bar\sigma_\mu)$, und der hermitisch konjugierte Generator $\bar{Q}_{\dot\beta} = (Q_\beta)^\dagger$ transformiert sich als rechtshändiger Weyl-Spinor. Allgemein gilt:

$$
[B, B] = B \ , \qquad [B, F] = F \ , \qquad \{F, F\} = B \ . \tag{4.3}
$$

Aus der SUSY-Algebra läßt sich ableiten, daß alle Energiezustände positiv semidefinit sind. Für die Energie des Vakuumzustandes $|0\rangle$ einer ungebrochenen SUSY gilt:

$$
E_{vac} = \langle 0|H|0\rangle = 0 \ , \quad \text{genau dann, wenn} \quad Q_\alpha|0\rangle = 0 \quad \text{und} \quad \bar{Q}_{\dot\alpha}|0\rangle = 0 \ , \tag{4.4}
$$

wobei

$$
H = \sum_{\alpha=1}^{2} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\alpha}\} = 2\,\mathrm{Tr}\,(\sigma^\mu P_\mu) = P_0 \tag{4.5}
$$

den zugehörigen Hamilton-Operator bezeichnet. Aus $E_{vac} \neq 0$ folgt sofort, daß die SUSY spontan gebrochen ist. In diesem Fall erhält man ein Analogon zum Goldstone-Theorem. Denn nun ist

$$
Q_\alpha|0\rangle = |\Psi_\alpha\rangle \neq 0 \qquad \text{und/oder} \qquad \bar{Q}_{\dot\alpha}|0\rangle = |\Psi_\alpha\rangle \neq 0 \ . \tag{4.6}
$$

$|\Psi_\alpha\rangle$ ist ein Zustand mit ungerader Fermionzahl und er ist, wegen $[Q, H] = 0$, mit dem Vakuum entartet. Ein Zustand mit solchen Eigenschaften beschreibt ein einzelnes, masseloses Fermion. Deshalb verlangt spontane Symmetriebrechung die Existenz eines masselosen Fermions, dem sogenannten Goldstone-Fermion oder Goldstino.

Darstellungen der SUSY-Algebra durch 1-Teilchenzustände enthalten stets die gleiche Anzahl von Fermion- und Bosonzuständen. Fermionen und Bosonen besitzen identische Massen, falls die SUSY ungebrochen ist. Man unterscheidet zwischen masselosen und massiven 1-Teilchenzuständen [8].

Nach Einführung antivertauschender Parameter θ^α und $\bar\theta^{\dot\beta}$ $(\alpha, \dot\beta = 1, 2)$, die eine Grassmann-Algebra bilden

$$
\{\theta^\alpha, \theta^\beta\} = \{\bar\theta^{\dot\alpha}, \bar\theta^{\dot\beta}\} = \{\theta^\alpha, \bar\theta^{\dot\beta}\} = 0 \ , \qquad \theta^1\theta^1 = \theta^2\theta^2 = 0 \ , \tag{4.7}
$$

kann die SUSY-Algebra allein durch Kommutatoren ausgedrückt werden:

$$
[\theta Q, \bar{Q}\bar\theta] = 2\theta\sigma_\mu\bar\theta P^\mu \ , \qquad [\theta Q, \theta Q] = [\bar{Q}\bar\theta, \bar{Q}\bar\theta] = 0 \ , \tag{4.8}
$$

wobei die Indizes unterdrückt wurden ($\theta Q := \theta^\alpha Q_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}\theta^\alpha Q^\beta$, $\bar{Q}\bar{\theta} := \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}} = -\epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}\bar{Q}^{\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}$ mit $\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon^{\alpha\beta}$ und $\epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ antisymmetrisch und $\epsilon_{12} = +1$).

Gemeinsam mit den Elementen x_μ des Minkowski-Raums bilden die Parameter den Superraum mit Elementen $z = (x, \theta, \bar{\theta})$ [74]. Funktionen $\Phi(x, \theta, \bar{\theta})$ auf dem Superraum heißen Superfelder. Eine SUSY-Transformation von $\Phi(z)$, bewirkt durch ein Gruppenelement

$$G(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{\mathrm{i}\,(\theta Q + \bar{Q}\bar{\theta} - x_\mu P^\mu)} , \tag{4.9}$$

verursacht eine Verschiebung des Feldes im Superraum (ξ erfüllt ebenfalls Gl. (4.7)):

$$G(y, \xi, \bar{\xi})\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \Phi(x + y - \mathrm{i}\,\xi\sigma_\mu\bar{\theta} + \mathrm{i}\,\theta\sigma_\mu\bar{\xi}, \theta + \xi, \bar{\theta} + \bar{\xi}) . \tag{4.10}$$

Vergleicht man dies mit den infinitesimalen SUSY-Transformationen

$$\delta_S\Phi(z) = \left[\xi\frac{\partial}{\partial\theta} + \bar{\xi}\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}} - \mathrm{i}\,(\xi\sigma_\mu\bar{\theta} - \theta\sigma_\mu\bar{\xi})\partial^\mu\right]\Phi(z) , \tag{4.11}$$

dann kann man die Generatoren durch Differentialoperatoren ausdrücken:

$$P_\mu = \mathrm{i}\,\partial_\mu , \qquad Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - \mathrm{i}\,(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\partial_\mu , \qquad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} + \mathrm{i}\,\theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}}\partial_\mu . \tag{4.12}$$

Analog dazu werden die kovarianten Ableitungen für die Superfelder definiert:

$$D_\alpha\Phi = \left(\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + \mathrm{i}\,(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\partial_\mu\right)\Phi , \qquad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = \left(-\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - \mathrm{i}\,\theta^\beta(\sigma^\mu)_{\beta\dot{\alpha}}\partial_\mu\right)\Phi . \tag{4.13}$$

Spezielle Randbedingungen definieren spezielle Superfelder. Chirale (skalare) Superfelder erfüllen:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}}\phi(z) = 0 : &\qquad \textit{Chirales (linkshändiges) Superfeld,} \\ D_\alpha\phi^*(z) = 0 : &\qquad \textit{Antichirales (rechtshändiges) Superfeld} . \end{aligned} \tag{4.14}$$

Für Vektorsuperfelder gilt dagegen die Realitätsbedingung:

$$V(z) = V^*(z) . \tag{4.15}$$

Ein chirales (skalares) Superfeld beinhaltet Spin-0-Bosonen und Spin-$\frac{1}{2}$-Fermionen. Ein Vektorsuperfeld beinhaltet Spin-1-Bosonen und Spin-$\frac{1}{2}$-Fermionen.

In der Entwicklung des chiralen Superfeldes in seine Komponentenfelder [75]

$$\phi(z) = A(u) + \theta\psi(u) + \theta\theta F(u) , \tag{4.16}$$

mit $u = x_\mu + \mathrm{i}\,\theta\sigma_\mu\bar{\theta}$, beschreiben A und F komplexe skalare Felder, und ψ ist ein linkshändiger Weyl-Spinor. Betrachtet man die infinitesimalen SUSY-Transformationen, definiert durch

$$\delta\phi(z) = \left(\xi\frac{\partial}{\partial\theta} + \bar{\xi}\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}} + 2\,\mathrm{i}\,\theta\sigma^\mu\bar{\xi}\partial_\mu\right)\phi(z) , \tag{4.17}$$

der Komponentenfelder

$$\delta A = \xi\psi \ , \qquad \delta\psi = 2\xi F + 2\,\mathrm{i}\,\sigma^\mu\bar{\xi}(\partial_\mu A) \ , \qquad \delta F = -\mathrm{i}\,(\partial_\mu\psi)\sigma^\mu\bar{\xi} \ , \tag{4.18}$$

so sieht man, daß sich die Komponente $F(x)$ wie eine totale Ableitung transformiert.

Das Vektorsuperfeld ($V = V^*$), hier zur Vereinfachung in der Wess-Zumino-Eichung [76], kann ebenfalls in seine Komponenten zerlegt werden:

$$V_{WZ}(z) = \theta\sigma^\mu\bar{\theta}v_\mu(x) + \mathrm{i}\,\theta\theta\bar{\theta}\,\bar{\lambda}(x) - \mathrm{i}\,\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\,\lambda(x) + \frac{1}{2}\,\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\,D(x) \ . \tag{4.19}$$

Es ist die SUSY Verallgemeinerung des Yang-Mills-Feldes. Die Komponente $v^\mu(x)$ des Vektorsuperfeldes beschreibt Spin-1-Felder, $\lambda(x)$ und $\bar{\lambda}(x)$ sind Weyl-Spinoren mit Spin $\frac{1}{2}$, und $D(x)$ ist ein reelles, unphysikalisches Hilfsfeld mit Spin 0. Die dazugehörigen Transformationen bekommt man analog zu Gl. (4.11); sie lauten

$$\delta v_\mu = \mathrm{i}\,\xi\sigma_\mu\bar{\lambda} + \mathrm{i}\,\bar{\xi}\sigma_\mu\lambda \ , \qquad \delta\lambda = \xi\sigma^{\mu\nu}v_{\mu\nu} + \bar{\xi}D \tag{4.20}$$

$$\delta D = -\xi\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda} + \bar{\xi}\sigma^\mu\partial_\mu\lambda \ , \qquad \delta\bar{\lambda} = \bar{\xi}\bar{\sigma}^{\mu\nu}v_{\mu\nu} + \xi D \ , \tag{4.21}$$

mit $v_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu$. Man sieht, daß sich hier die D-Komponente wie eine totale Ableitung transformiert.

Eine Lagrange-Dichte muß sich wie eine totale Ableitung transformieren, damit $\int \mathrm{d}^4x\,\mathcal{L}$ invariant bleibt und damit konstant ist unter SUSY-Transformationen. Also wird die SUSY-Lagrange-Dichte aus den höchsten Komponenten, den F-Termen eines chiralen Superfeldes und den D-Termen eines Vektorsuperfeldes aufgebaut:

$$S = \int \mathrm{d}^4x\,\mathcal{L} = \int \mathrm{d}^4x\,\left(\mathcal{L}_{\mathrm{skalar}}|_F + \mathcal{L}_{\mathrm{vektor}}|_D\right) \ , \tag{4.22}$$

Dabei ist

$$\mathcal{L}_{\mathrm{skalar}}|_F := \int \mathrm{d}^2\theta\,\mathcal{L}_{\mathrm{skalar}} \ , \qquad \mathcal{L}_{\mathrm{vektor}}|_D := \int \mathrm{d}^2\theta \mathrm{d}^2\bar{\theta}\,\mathcal{L}_{\mathrm{vektor}} \ . \tag{4.23}$$

Die höchsten Komponenten $\theta\theta F$ und $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D$ der Superfelder bekommt man mit Hilfe des sogenannten Berezin-Integrals [77], denn damit gilt

$$\int \mathrm{d}^2\theta\ \theta\theta = 1 \ , \qquad \int \mathrm{d}^2\bar{\theta}\ \bar{\theta}\bar{\theta} = 1 \ , \qquad \int \mathrm{d}^2\theta d^2\bar{\theta}\ \theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta} = 1 \ . \tag{4.24}$$

Durch ein Superpotential W werden Massenterme und Wechselwirkungen erzeugt. In renormierbaren Theorien sind aber für das Superpotential in den Feldern keine höheren als dritte Potenzen zugelassen. Weiterhin gilt, daß wenn ϕ ein chirales Superfeld ist, dann auch ϕ^2 und ϕ^3. Dagegen bildet $(\phi\phi^*)$ ein Vektorsuperfeld. Also setzt man für die Lagrange-Dichte eines skalaren Superfeldes an:

$$\mathcal{L} = (\phi\phi^*)|_D + (W + W^*)|_F = (\phi\phi^*)|_D + m(\phi^2 + \phi^{*2})|_F + \lambda(\phi^3 + \phi^{*3})|_F \ . \tag{4.25}$$

Dabei sind hier m und λ Konstanten mit den Massendimensionen 1 bzw. 0. In Komponenten ausgeschrieben lautet dies (bis auf eine totale Ableitung)

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= (\partial_\mu A)(\partial^\mu A^*) + \frac{\mathrm{i}}{2}\psi\sigma_\mu\partial^\mu\bar{\psi} + FF^* + m\Big[2AF - \frac{1}{2}(\psi\psi) + \text{h.c.}\Big] \\ &\quad + \lambda\Big[3A^2F - \frac{3}{2}(\psi\psi)A + \text{h.c.}\Big] \ . \end{aligned} \tag{4.26}$$

Dies führt zu den Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned}\partial^\mu\partial_\mu A &= 2mF^* - \frac{3}{2}(\bar{\psi}\bar{\psi}) + 6\lambda A^* F^* \\ \mathrm{i}\,\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi} &= 2m\psi + 3\lambda A\psi \\ F^* &= -2mA - 3\lambda A^2 \ , \end{aligned} \tag{4.27}$$

(zusammen mit den komplex konjugierten Gleichungen). Aus den Bewegungsgleichungen erhält man $F = -2mA^* - 3\lambda A^{*2}$. F ist also ein unphysikalisches Hilfsfeld, das eliminiert werden kann. (Die so erhaltene Lagrange-Dichte beschreibt die Wechselwirkung eines komplexen Skalarfeldes mit einem Weyl-Spinor.) Im allgemeinen ist das Hilfsfeld $F(x)$ eine Ableitung des Superpotentials $W(A)$ (hier ist: $W(A) = m\phi^2 + \lambda\phi^3$)

$$F^* = -\frac{\partial W(A)}{\partial A} \ . \tag{4.28}$$

Man kann nun das skalare Potential $\mathcal{V}$ des Modells schreiben als

$$\mathcal{V} = FF^* = \left|\frac{\partial W(A)}{\partial A}\right|^2 . \tag{4.29}$$

Dieses skalare Potential benötigt man später (s. Abschnitt 4.2), um den Squarks und Sleptonen ihre Masse zu geben.

Eine SUSY Yang-Mills-Lagrange-Dichte kann aus dem Vektorsuperfeld konstruiert werden. Hierzu muß man ein neues chirales Superfeld einführen [76, 78]:

$$W_\alpha = \bar{D}\bar{D}[e^{-gV}D_\alpha e^{gV}] \ , \tag{4.30}$$

mit einer Eich-Kopplungskonstanten g und $V = T^a_{ij}V^a$, wobei die T^a_{ij} die Erzeugenden der nicht-abelschen Eichgruppe sind. Man erhält als Lagrange-Dichte

$$\mathcal{L} = \frac{1}{32g^2}(W^\alpha W_\alpha)|_F + (\phi^* e^{2gV}\phi)|_D \ . \tag{4.31}$$

Sie beschreibt den eichkinetischen Term und die Wechselwirkung mit dem Materiefeld ψ. In Komponenten:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}G^{\mu\nu}G_{\mu\nu} - \frac{\mathrm{i}}{2}\Big\{\lambda\sigma_\mu(\partial^\mu\bar{\lambda} + \mathrm{i}\,g\,[v^\mu,\bar{\lambda}]) - (\partial^\mu\bar{\lambda} + \mathrm{i}\,g\,[v^\mu,\bar{\lambda}])\sigma_\mu\lambda\Big\} + \mathcal{V} \\ &\quad + (D_\mu A)(D^\mu A)^* - \frac{\mathrm{i}}{2}\bar{\psi}\sigma_\mu D^\mu\psi + gA^*DA + \mathrm{i}\,g\Big[A^*(\lambda\psi) - (\bar{\lambda}\bar{\psi})A\Big] \ . \end{aligned} \tag{4.32}$$

Dabei ist $G_{\mu\nu} = \partial_\mu v_\nu - \partial_\nu v_\mu + \mathrm{i}\, g\, [v_\mu, v_\nu]$ der Feldstärke-Tensor, $\mathcal{V} = FF^* + \frac{1}{2}D^2$ das allgemeine Potential und $D_\mu = \partial_\mu + \mathrm{i}\, g v_\mu$ die kovariante Ableitung, welche die Kopplung der Eichbosonen an die Materiefelder bewirkt. Wiederum ist $D(x)$ ein unphysikalisches Hilfsfeld.

In SUSY-Modellen treten neben den fermionischen Materieteilchen $\psi(x)$ zusätzlich bosonische Teilchen $A(x)$ (Sfermionen) auf. Der Eichsektor besteht jetzt aus den Spin-1-Vektorfeldern v_μ und deren fermionischen Superpartnern $\lambda(x)$ (Gauginos). Die Masseneigenwerte für Bosonen und Fermionen eines Multipletts sind bei *ungebrochener* SUSY entartet, d.h. die Massen der Teilchen und der dazugehörigen SUSY-Teilchen wären gleich. Da bis heute kein SUSY-Teilchen experimentell gefunden wurde, kann SUSY keine erhaltene Symmetrie sein. Dadurch ist das *Nichtrenormierungstheorem* [79] nicht mehr erfüllt. Dieses Theorem besagt, daß die Parameter des Superpotentials nicht renormiert werden müssen, weil sich bei Schleifenkorrekturen bosonische und fermionische Teile gegenseitig kompensieren.

SUSY muß, wie oben schon gesagt, also gebrochen sein. Eine globale, spontane SUSY-Brechung kann z.B. mit Hilfe des Fayet-Iliopoulos- oder des O'Raifeartaigh-Mechanismus [80] erreicht werden, allerdings führt dies nicht auf das beobachtete Teilchenspektrum.

Die explizite SUSY-Brechung entsteht durch Hinzufügen von Termen in die Lagrange-Dichte, die aber bei Schleifenrechnungen nur zu logarithmischen Divergenzen führen. Diese *Soft-SUSY-Brechungsterme* fügen also keine neuen quadratischen Divergenzen zur unrenormierten Theorie hinzu. Alle Terme dieser Art wurden von Giradello und Grisaru gefunden [81].

Jetzt ist die theoretische Grundlage für eine supersymmetrische Erweiterung des SM im groben geschaffen. Und mit der minimalen Version dieser Erweiterung des SM befassen sich die folgenden sechs Abschnitte.

4.2 Der Teilcheninhalt

In dieser Arbeit wird die einfachste supersymmetrische Erweiterung des SM, das MSSM betrachtet.[2]

Im MSSM ist $N = 1$, die Anzahl der fermionischen Generatoren also so gering wie möglich. Da das Teilchenspektrum des SM nicht supersymmetrisch ist, müssen neue Teilchen hinzugefügt werden [6, 10, 11]: Quarks und Leptonen erhalten skalare Partner, die Squarks und Sleptonen. Das skalare Higgs-Boson erhält einen Spin-$\frac{1}{2}$-Partner, das Higgsino. Diese Teilchen werden durch chirale Superfelder ϕ beschrieben. Die Eichbosonen und Gluonen erhalten ebenfalls Spin-$\frac{1}{2}$-Partner, die Gauginos bzw. die Gluinos, welche durch masselose Vektorsuperfelder V dargestellt werden. Damit die Theorie anomaliefrei bleibt und die Fermionen Masse erhalten, muß nach Glashow und Weinberg ein zweites Higgs-Dublett eingeführt werden [84]. Im MSSM besitzen die beiden Higgs-Dubletts entgegengesetzte schwache Hyperladungen (s. Abschnitt 4.4). Dagegen können im 2HDM [13, 85] die

[2] Eine ausführliche Darstellung des elektroschwachen MSSM findet sich z.B. in [82]. Diese Arbeit hält sich im weiteren jedoch an [10, 11, 13, 83].

Superfeld	**Fermionfeld**	**Bosonfeld**	$SU(3)_C$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
$\hat{Q} = \begin{pmatrix} \hat{Q}^1 \\ \hat{Q}^2 \end{pmatrix}$	$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\tilde{Q}_L = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$	3	2	$\frac{1}{3}$
$\hat{U}$	$\bar{u}_R$	$\tilde{u}^*_R$	3^*	1	$-\frac{4}{3}$
$\hat{D}$	$\bar{d}_R$	$\tilde{d}^*_R$	3^*	1	$\frac{2}{3}$
$\hat{L} = \begin{pmatrix} \hat{L}^1 \\ \hat{L}^2 \end{pmatrix}$	$L_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix}$	$\tilde{L}_L = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$	1	2	-1
$\hat{E}$	$\bar{e}_R$	$\tilde{e}^*_R$	1	1	2
$\hat{H}_1 = \begin{pmatrix} \hat{H}_1^1 \\ \hat{H}_1^2 \end{pmatrix}$	$\tilde{H}_1 = \begin{pmatrix} \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_1^- \end{pmatrix}$	$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix}$	1	2	-1
$\hat{H}_2 = \begin{pmatrix} \hat{H}_2^1 \\ \hat{H}_2^2 \end{pmatrix}$	$\tilde{H}_2 = \begin{pmatrix} \tilde{H}_2^+ \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix}$	$H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix}$	1	2	1
$\hat{W}$	$\tilde{W}^i$	W^i	1	3	0
$\hat{B}$	$\tilde{B}^0$	B^0	1	1	0
$\hat{G}^a$	$\tilde{g}^a$	G^a	8	1	0

Tab. 4.1: *Superfelder, Komponentenfelder und Ladungen des MSSM. Die Generatoren der 3^*-Darstellung der $SU(3)_C$ sind $(\lambda^a)^*/2 = (\lambda^a)^T/2$.*

beiden schwachen Hyperladungen auch gleich sein.[3] Das Higgs-Dublett H_1 verleiht dann den d-artigen Fermionen die Masse und H_2 verleiht den u-artigen Fermionen die Masse.[4] Die zusätzlichen Higgs-Bosonen erhalten natürlich auch SUSY-Partner. Damit ergibt sich für das MSSM das in Tabelle 4.1 zusammengefaßte Teilchenspektrum, wobei hier der Familienindex unterdrückt wird und $\bar{q}_R$, $\bar{l}_R$ ($\tilde{q}^*_R$, $\tilde{l}^*_R$) ein rechtshändiges Antiquark, Antilepton (Antisquark, Antislepton) bezeichnet.

Dabei ist zu beachten, daß die physikalischen Masseneigenzustände der Gauginos und Higgsinos Linearkombinationen dieser Felder sind. Diese werden als Charginos und Neutralinos bezeichnet. Auch die rechts- und linkshändigen Squarks und Sleptonen können mischen und erhalten dann die Indizes $1, 2$ statt L, R. In Tabelle 4.2 sind alle physikalischen Teilchen des MSSM zu finden. Die Massenformeln und Mischungen der einzelnen Teilchen sind Abschnitt 4.4 und 4.5 zu entnehmen.

Das skalare Potential $\mathcal{V}$ wird aus den D- und F-Termen berechnet zu

$$\mathcal{V} = F_i^* F_i + \frac{1}{2} \left[D^a D^a + (D')^2 \right] , \tag{4.33}$$

[3]Der Teilcheninhalt des 2HDM umfaßt die SM-Teilchen *einschließlich* der MSSM-Higgs-Bosonen.

[4]Mit u-artig werden Fermionen mit schwachem Isospin $+1/2$, mit d-artig solche mit schwachem Isospin $-1/2$ bezeichnet.

2HDM-Teilchen		Spin	**SUSY-Teilchen**		Spin
Quarks:	q	$\frac{1}{2}$	Squarks:	$\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$	0
Leptonen:	l	$\frac{1}{2}$	Sleptonen:	$\tilde{l}_1, \tilde{l}_2$	0
Gluonen:	G^a	1	Gluinos:	$\tilde{g}^a$	$\frac{1}{2}$
Eichbosonen:	$W^\pm, Z^0, \gamma$	1	Neutralinos:	$\tilde{\chi}_1^0,\ \tilde{\chi}_2^0,\ \tilde{\chi}_3^0,\ \tilde{\chi}_4^0$	$\frac{1}{2}$
Higgs-Bosonen:	$h^0, H^0, A^0, H^\pm$	0	Charginos:	$\tilde{\chi}_1^\pm,\ \tilde{\chi}_2^\pm$	$\frac{1}{2}$

Tab. 4.2: *Der physikalische Teilcheninhalt des MSSM.*

mit

$$F_i = \frac{\partial W(A_i)}{\partial A_i} \ , \qquad D^a = \frac{1}{2}\, g_2\, A_i^* \, (\sigma^a)_{ij}\, A_j \ , \qquad D^{'} = \frac{1}{2}\, g_1\, Y_i\, A_i^*\, A_i + \xi \ . \tag{4.34}$$

Dabei ist W das Superpotential (4.36) und die A_i sind die skalaren Felder. D^a, $D^{'}$ sind die D-Terme der $SU(2)$- bzw. $U(1)$-Eichgruppe, und Y_i ist die $U(1)$-Quantenzahl (Hyperladung) des Materiefeldes. Der Fayet-Iliopoulos-Term ξ wird hier vernachlässigt ($\xi = 0$).

Das allgemeinste Superpotential, das die R-Parität (s. Abschnitt 4.3)

$$R = (-1)^{3B+L+2S} = \begin{cases} +1 & \text{für 2HDM-Teilchen} \\ -1 & \text{für SUSY-Teilchen} \end{cases} \tag{4.35}$$

erhält (wobei B die Baryonzahl, L die Leptonzahl und S der Spin eines Teilchens ist), lautet für eine Generation [86, 87]:

$$W = \epsilon_{ij} \left[\lambda_u \hat{H}_2^j \hat{Q}^i \hat{U} + \lambda_d \hat{H}_1^i \hat{Q}^j \hat{D} + \lambda_e \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{E} - \mu \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j \right] \ . \tag{4.36}$$

Es ist $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1$. Die Higgs-Superfelder sind $\hat{H}_1$ und $\hat{H}_2$. $\hat{Q}$, $\hat{L}$ sind die schwachen $SU(2)$-Dublett Quark- und Lepton-Superfelder, $\hat{U}$, $\hat{D}$ die schwachen $SU(2)$-Singulett Quark-Superfelder und $\hat{E}$ die schwachen $SU(2)$-Singulett Lepton-Superfelder. Die Yukawa-Kopplungskonstanten für eine Generation werden mit λ_u, λ_d, λ_e eingeführt.[5] Der Massenparameter $\mu \neq 0$ vermeidet eine zusätzliche Peccei-Quinn-Symmetrie [17], welche auf ein Weinberg-Wilczek-Axion [88] führen würde. Inzwischen ist im MSSM $\mu = 0$ experimentell ausgeschlossen (vgl. Abb. A.2). Des weiteren muß das Superpotential in SUSY-Theorien eine holomorphe Funktion der Felder sein, was das Auftreten von H_1^* und H_2^* in Gl. (4.36) verbietet. Wegen Eichinvarianz (in diesem Fall die Hyperladung), ist eine $\hat{H}_1 \hat{Q} \hat{U}$ Kopplung verboten; daher kann ohne $\hat{H}_2$ keine u-artige Quarkmasse erzeugt werden. Zusätzlich sei noch vermerkt, daß wegen der Erhaltung der R-Parität (s. Abschnitt 4.3) im Superpotential (4.36) keine baryon- und leptonzahlverletzenden Terme auftauchen.

[5] $\boldsymbol{\lambda}_U$, $\boldsymbol{\lambda}_D$ und $\boldsymbol{\lambda}_E$, sind i.a. komplexe (3×3)-Yukawa-Kopplungsmatrizen.

Die allgemeinste renormierbare Lagrange-Dichte lautet[6]:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{MSSM}} &= \mathcal{L}_{\text{SUSY}} + \mathcal{L}_{\text{soft}} + \mathcal{L}_{\text{fix}} + \mathcal{L}_{\text{Geist}} \\
\mathcal{L}_{\text{SUSY}} &= \int \mathrm{d}^4\theta \Bigg\{ \Big[\Big(\frac{1}{16g_1^2} B^\alpha B_\alpha + \frac{1}{16g_2^2} W^{i\alpha} W^i_\alpha + \frac{1}{16g_3^2} W^{a\alpha}_s W^a_{s\alpha} \Big) \delta^2(\bar\theta) + \text{h.c.} \Big] \\
&\quad + \bar{\hat{Q}} e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2 + 2g_3 V_3} \hat{Q} + \bar{\hat{U}} e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2 - 2g_3 V_3^T} \hat{U} + \bar{\hat{D}} e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2 - 2g_3 V_3^T} \hat{D} \\
&\quad + \bar{\hat{L}} e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2} \hat{L} + \bar{\hat{E}} e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2} \hat{E} \\
&\quad + \bar{\hat{H}}_1 e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2} \hat{H}_1 + \bar{\hat{H}}_2 e^{g_1 V_1 + 2g_2 V_2} \hat{H}_2 \\
&\quad + \Big[\epsilon_{ij} \Big(\lambda_u \hat{H}_2^j \hat{Q}^i \hat{U} + \lambda_d \hat{H}_1^i \hat{Q}^j \hat{D} + \lambda_e \hat{H}_1^i \hat{L}^j \hat{E} - \mu \hat{H}_1^i \hat{H}_2^j \Big) \delta^2(\bar\theta) + \text{h.c.} \Big] \Bigg\} , \\
\mathcal{L}_{\text{soft}} &= -M^2_{\tilde{u}L} |\tilde{Q}_L|^2 - M^2_{\tilde{u}R} |\tilde{u}_R|^2 - M^2_{\tilde{d}R} |\tilde{d}_R|^2 - M^2_{\tilde{e}L} |\tilde{L}_L|^2 - M^2_{\tilde{e}R} |\tilde{e}_R|^2 \\
&\quad - \Big(\lambda_u A_u H_2 \tilde{Q}_L \tilde{u}_R^\dagger + \lambda_d A_d H_1 \tilde{Q}_L \tilde{d}_R^\dagger + \lambda_e A_e H_1 \tilde{Q}_L \tilde{e}_R^\dagger - m_{12}^2 H_1 H_2 + \text{h.c.} \Big) \\
&\quad - m_1^2 |H_1|^2 - m_2^2 |H_2|^2 + \frac{1}{2} \Big(M_1 \lambda' \lambda' + M_2 \lambda^i \lambda^i + M_3 \lambda_s^a \lambda_s^a + \text{h.c.} \Big) \ . \qquad (4.37)
\end{aligned}
$$

$\mathcal{L}_{\text{fix}}$ und $\mathcal{L}_{\text{Geist}}$ sind analog zum SM den Gln. (2.27) und (2.29) zu entnehmen. Die Feldstärken B_α, W^i_α und $W^a_{s\alpha}$ in $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$ sind definiert durch

$$
\begin{aligned}
B_\alpha &:= -\frac{1}{4} \bar{D}\bar{D} [e^{-g_1 V_1} D_\alpha e^{g_1 V_1}] \ , \qquad && \text{mit} \quad V_1 = Y\, \hat{B}^0 \\
W^i_\alpha &:= -\frac{1}{4} \bar{D}\bar{D} [e^{-2g_2 V_2} D_\alpha e^{2g_2 V_2}] \ , && \text{mit} \quad V_2 = \frac{\sigma^i}{2} \hat{W}^i \\
W^a_{s\alpha} &:= -\frac{1}{4} \bar{D}\bar{D} [e^{-2g_3 V_3} D_\alpha e^{2g_3 V_3}] \ , && \text{mit} \quad V_3 = \frac{\lambda^a}{2} \hat{G}^a \ . \qquad (4.38)
\end{aligned}
$$

$\mathcal{L}_{\text{soft}}$ enthält alle von Girardello und Grisaru gefundenen Terme [81], die eichinvariant sind und die R-Parität erhalten. Dies sind Sfermion-Massenterme ($M_{\tilde{u}L,\tilde{u}R,\tilde{d}R,\tilde{e}L,\tilde{e}R}$), Massenterme für die Higgs-Bosonen ($m_{1,2,12}$), trilineare Kopplungen $A_{u,d,e}$ und Gaugino-Massenterme ($M_{1,2,3}$). Die möglichen Wechselwirkungsterme sind durch die R-Paritätserhaltung eingeschränkt.

Zur Beschränkung auf eine einfachere Situation soll keine Mischung zwischen Sfermionen von verschiedenen Generationen betrachten werden. Daher sind die hermitischen (3×3)-Matrizen $\mathbf{M}^2_{\tilde{Q},\tilde{U},\tilde{D},\tilde{L},\tilde{E}}$ und die komplexen (3×3)-Matrizen $\mathbf{A}_{U,D,L}$ diagonal gewählt:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{M}^2_{\tilde{Q}} &= \mathbf{diag}(M^2_{\tilde{u}L}, M^2_{\tilde{c}L}, M^2_{\tilde{t}L}) \qquad & \mathbf{A}_U &= \mathbf{diag}(A_u, A_c, A_t) \\
\mathbf{M}^2_{\tilde{U}} &= \mathbf{diag}(M^2_{\tilde{u}R}, M^2_{\tilde{c}R}, M^2_{\tilde{t}R}) & \mathbf{A}_D &= \mathbf{diag}(A_d, A_s, A_b) \\
\mathbf{M}^2_{\tilde{D}} &= \mathbf{diag}(M^2_{\tilde{d}R}, M^2_{\tilde{s}R}, M^2_{\tilde{b}R}) & \mathbf{A}_L &= \mathbf{diag}(A_e, A_\mu, A_\tau) \\
\mathbf{M}^2_{\tilde{L}} &= \mathbf{diag}(M^2_{\tilde{e}L}, M^2_{\tilde{\mu}L}, M^2_{\tilde{\tau}L}) \\
\mathbf{M}^2_{\tilde{E}} &= \mathbf{diag}(M^2_{\tilde{e}R}, M^2_{\tilde{\mu}R}, M^2_{\tilde{\tau}R}) \ . \qquad (4.39)
\end{aligned}
$$

[6]Hier nur für eine Generation von Quarks und Leptonen.

Um FCNCs zu verhindern und um die Anzahl der Parameter weiter zu verringern werden im weiteren nur noch die folgenden Vereinfachungen benutzen:

$$\mathbf{M}^2_{\tilde{Q}} = M^2_{\tilde{Q}}\,\mathbb{1}\ , \quad \mathbf{M}^2_{\tilde{U}} = M^2_{\tilde{U}}\,\mathbb{1}\ , \quad \mathbf{M}^2_{\tilde{D}} = M^2_{\tilde{D}}\,\mathbb{1}\ , \quad \mathbf{M}^2_{\tilde{L}} = M^2_{\tilde{L}}\,\mathbb{1}\ , \quad \mathbf{M}^2_{\tilde{E}} = M^2_{\tilde{E}}\,\mathbb{1}\ . \tag{4.40}$$

4.3 R-Symmetrie und R-Parität

Prinzipiell kann es bei einer N-fachen SUSY höchstens eine innere U(N)-Symmetrie (R-Symmetrie) geben, die nicht mit der SUSY vertauscht. Im MSSM ist das also eine U(1)-Symmetrie, bei der die θ-Variablen in den Argumenten der Superfelder mittransformiert werden. Jedem chiralen Superfeld ϕ weist man einen R-Charakter n zu und definiert damit:

$$\begin{gathered}\phi(x,\theta,\bar{\theta}) \xrightarrow{R} e^{\mathrm{i}\,n\,\alpha}\phi(x, e^{-\mathrm{i}\,\alpha}\theta, e^{\mathrm{i}\,\alpha}\bar{\theta}) \\ \left.\begin{matrix} A \\ \psi \\ F \end{matrix}\right\} \xrightarrow{R} \left\{\begin{matrix} e^{\mathrm{i}\,n\alpha}A \\ e^{\mathrm{i}\,(n-1)\alpha}\psi \\ e^{\mathrm{i}\,(n-2)\alpha}F \end{matrix}\right. \quad .\end{gathered} \tag{4.41}$$

Für Vektorsuperfelder V definiert man

$$\begin{gathered}V(x,\theta,\bar{\theta}) \xrightarrow{R} V(x, e^{-\mathrm{i}\,\alpha}\theta, e^{\mathrm{i}\,\alpha}\bar{\theta}) \\ \left.\begin{matrix} v^j_\mu \\ \lambda^j \\ D^j \end{matrix}\right\} \xrightarrow{R} \left\{\begin{matrix} v^j_\mu \\ e^{\mathrm{i}\,\alpha}\lambda^j \\ D^j \end{matrix}\right. \quad .\end{gathered} \tag{4.42}$$

Setzt man als R-Charaktere für die Quark- und Leptonsuperfelder $n_{\tilde{Q}} = n_{\tilde{U}} = n_{\tilde{D}} = n_{\tilde{L}} = n_{\tilde{E}} = 1$, für die Higgs-Superfelder $n_{H_1} = n_{H_2} = 0$ und $\alpha = \pi$, dann erhält man aus der R-Symmetrie die R-Parität (Z_2-Symmetrie). Weil die verschiedenen Komponenten der Superfelder verschieden transformieren, vertauscht die R-Symmetrie nicht mit der SUSY. Daraus folgt, daß von einem beliebigen Produkt chiraler Superfelder nicht gleichzeitig die niedrigste Komponente und die $\theta\theta$-Komponente R-invariant sein können. Hier sind die m^2_{12}- und $\lambda_{u,d,e}$-Terme invariant unter der R-Symmetrie, nicht aber die μ- und $A_{u,d,e}$-Terme. Unabhängig von der Wahl der R-Charaktere können die μ- und m^2_{12}-Terme und ebenso die $\lambda_{u,d,e}$- und $A_{u,d,e}$-Terme niemals gleichzeitig R-invariant sein, denn sie sind jeweils die $\theta\theta$- bzw. die niedrigste Komponente derselben Superfeldprodukte. m^2_{12} und die $\lambda_{u,d,e}$-Terme sind aber für die Quark- und Leptonmassen und die VEVs notwendig. Außerdem sind Gaugino-Massenterme $M_{1,2,3} \neq 0$ nicht invariant unter der R-Symmetrie. Also kann die R-Symmetrie keine fundamentale Symmetrie des MSSM sein. Aber mit ihrer Hilfe können die unphysikalischen Phasen des MSSM eliminiert werden (s. Abschnitt 4.6).

4.4 Der MSSM Higgs-Sektor

Die beiden Higgs-Dubletts H_1, H_2 besitzen entgegengesetzte Hyperladungen $Y_1 = -1$, $Y_2 = +1$. Beide besitzen nicht verschwindende VEVs

$$\langle H_1 \rangle = \begin{pmatrix} v_1 \\ 0 \end{pmatrix} , \qquad \langle H_2 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} , \tag{4.43}$$

so daß sich folgende Struktur ergibt:

$$H_1 = \begin{pmatrix} H_1^0 \\ H_1^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1^0 - \mathrm{i}\,\chi_1^0) \\ -\phi_1^- \end{pmatrix} , \quad H_2 = \begin{pmatrix} H_2^+ \\ H_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_2^0 + \mathrm{i}\,\chi_2^0) \end{pmatrix} . \tag{4.44}$$

Der Quotient der VEVs definiert den Winkel β gemäß

$$\tan\beta \equiv \frac{v_2}{v_1} , \qquad 0 < \beta < \pi/2 . \tag{4.45}$$

Das Higgs-Potential mit allen expliziten Soft-Brechungstermen lautet [13]:

$$\begin{aligned} V = {} & (m_1^2 + |\mu|^2)^2\,|H_1|^2 + (m_2^2 + |\mu|^2)^2\,|H_2|^2 - m_{12}^2(\epsilon_{ij} H_1^i H_2^j + \text{h.c.}) \\ & + \frac{1}{8}({g_1}^2 + {g_2}^2)\left[|H_1|^2 - |H_2|^2\right]^2 + \frac{1}{2}{g_2}^2 |H_1^\dagger H_2|^2 . \end{aligned} \tag{4.46}$$

Die Kopplungskonstanten der Higgs-Selbstwechselwirkung werden, im Gegensatz zum SM, durch die Eichkopplungskonstanten g_1, g_2 bestimmt.

Die Massenmatrix der Komponenten der Higgs-Felder, in der folgenden Formel alle mit η_i bezeichnet, ergibt sich aus

$$M_{ij}^2 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial\eta_i \partial\eta_j}\bigg|_{\langle 0|\eta_i|0\rangle = 0} . \tag{4.47}$$

In Diagonalgestalt werden die physikalischen Higgs-Bosonen mit h^0, H^0, A^0, $H^\pm$, die unphysikalischen Goldstone-Bosonen mit G^0, $G^\pm$ bezeichnet. A^0 und G^0 sind $\mathcal{CP}$-ungerade ($\mathcal{CP} = -1$, "pseudoskalar"), die restlichen neutralen Higgs-Bosonen sind $\mathcal{CP}$-gerade ($\mathcal{CP} = +1$, "skalar"). Die Diagonalisierung der Massenmatrix wird durch folgende Transformation erreicht:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^0 \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^0 \\ \chi_2^0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix} , \end{aligned} \tag{4.48}$$

mit β aus Gl. (4.45). Der Mischungswinkel α ist bestimmt durch

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \, \frac{M_A^2 + M_Z^2}{M_A^2 - M_Z^2} \ , \qquad -\frac{\pi}{2} < \alpha < 0 \ . \tag{4.49}$$

Die Higgs-Dubletts sehen nun wie folgt aus:

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{pmatrix} v_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}(H^0 \cos\alpha \ - h^0 \sin\alpha \ + \mathrm{i}\, A^0 \sin\beta \ - \mathrm{i}\, G^0 \cos\beta\ ) \\ H^- \sin\beta \ - G^- \cos\beta \end{pmatrix} \\ H_2 &= \begin{pmatrix} H^+ \cos\beta \ + G^+ \sin\beta \\ v_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}(H^0 \sin\alpha \ + h^0 \cos\alpha \ + \mathrm{i}\, A^0 \cos\beta \ + \mathrm{i}\, G^0 \sin\beta\ ) \end{pmatrix} . \end{aligned} \tag{4.50}$$

Die Massen der intermediären Vektorbosonen sind in analoger Weise zum SM gegeben,

$$M_W^2 = \frac{1}{2} g_2^2 (v_1^2 + v_2^2) \ , \qquad M_Z^2 = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)(v_1^2 + v_2^2) \ , \qquad m_\gamma = 0 \ . \tag{4.51}$$

Die freien Parameter des Higgs-Potentials kann man durch äquivalente physikalische Größen ausdrücken:

$$(m_{12},\ g_1,\ g_2,\ v_1,\ v_2) \quad \longrightarrow \quad (e,\ M_W,\ M_Z,\ M_A,\ \tan\beta\ ) \ ,$$

wobei e, M_W und M_Z aus dem Experiment bekannt sind. Sie stellen zusammen mit M_A und $\tan\beta$ eine geeignete Parametrisierung des Higgs-Sektors dar. Für die Masse des A^0-Bosons gilt dabei (wenn die Tadpoles gleich null gesetzt werden)

$$M_A^2 = m_{12}^2 \, (\tan\beta \ + \cot\beta\ ) \ . \tag{4.52}$$

Die Massen der übrigen physikalischen Higgs-Teilchen können nun durch M_A, M_Z und β dargestellt werden:

$$\begin{aligned} m_{H,h}^2 &= \frac{1}{2} \left[M_A^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_A^2 + M_Z^2)^2 - 4\, M_Z^2\, M_A^2\, \cos^2 2\beta} \right] \\ m_{H^\pm}^2 &= M_A^2 + M_W^2 \ . \end{aligned} \tag{4.53}$$

Diese Massenrelationen gelten jedoch nur in der niedrigsten Ordnung der Störungstheorie. Hier liegen dann auch folgende Einschränkungen an die Massen vor:

$$m_H > M_A, M_Z > m_h \ , \qquad m_{H^\pm} > M_A, M_W \ , \qquad m_h^2 + m_H^2 = M_A^2 + M_Z^2 \ . \tag{4.54}$$

Im Grenzfall einer sehr schweren, pseudoskalaren Higgs-Masse $M_A \to \infty$ beträgt die leichte Higgs-Masse

$$m_h = M_Z \left| \frac{1 - \tan^2\beta}{1 + \tan^2\beta} \right| \tag{4.55}$$

und erreicht für große $\tan\beta$ -Werte die obere Massenschranke M_Z. Alle anderen MSSM-Higgs-Bosonen H^0, $H^\pm$ sind in diesem Limes schwer ($m_H, m_{H^\pm} \to \infty$), d.h. sie entkoppeln und gleichzeitig werden die Kopplungen von h^0 an die Eichbosonen und Fermionen identisch zu denen des Higgs-Bosons im SM, d.h. das leichte MSSM-Higgs-Boson h^0 entspricht dann dem SM-Higgs-Boson [13]. Die experimentellen unteren Schranken für die Higgs-Massen sind ebenfalls in Anhang A aufgeführt.

4.5 SUSY-Teilchen des MSSM

4.5.1 Sfermionen

Der Sfermion-Massenanteil der Lagrange-Dichte enthält die Soft-SUSY-Brechungsterme und besitzt damit folgende Gestalt:

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{f}}} = -\left(\tilde{f}_L^*, \tilde{f}_R^*\right) \mathbf{Z} \begin{pmatrix} \tilde{f}_L \\ \tilde{f}_R \end{pmatrix} . \tag{4.56}$$

Hier ist

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} M_f^{LL} + m_f^2 & m_f \, (M_f^{LR})^* \\ m_f \, M_f^{LR} & M_f^{RR} + m_f^2 \end{pmatrix} . \tag{4.57}$$

wobei

$$M_f^{LL} = M_Z^2 \, (I_3^f - Q_f s_w^2) \, \cos 2\beta \; + \begin{cases} M_{\tilde{Q}}^2 & \text{für linkshändige Squarks} \\ M_{\tilde{L}}^2 & \text{für linkshändige Sleptonen} \end{cases} \tag{4.58}$$

$$M_f^{RR} = M_Z^2 \, (Q_f s_w^2) \, \cos 2\beta \; + \begin{cases} M_{\tilde{U}}^2 & \text{für rechtshändige, } u\text{-artige Squarks} \\ M_{\tilde{D}}^2 & \text{für rechtshändige, } d\text{-artige Squarks} \\ M_{\tilde{E}}^2 & \text{für rechtshändige Sleptonen} \end{cases} \tag{4.59}$$

$$M_f^{LR} = A_f - \mu^* \begin{cases} \cot\beta & \text{für } u\text{-artige Sfermionen} \\ \tan\beta & \text{für } d\text{-artige Sfermionen.} \end{cases} \tag{4.60}$$

Diese Massenmatrix ist hermitisch und wird von der unitären Matrix $\mathbf{U}_{\tilde{f}}$ diagonalisiert:

$$\mathbf{U}_{\tilde{f}} \; \mathbf{Z} \; \mathbf{U}_{\tilde{f}}^\dagger = \mathbf{diag}(m_{\tilde{f}_1}^2, m_{\tilde{f}_2}^2) \; . \tag{4.61}$$

Im allgemeinen ist M_f^{LR} eine komplexe Zahl und $\mathbf{U}_{\tilde{f}}$ lautet

$$\mathbf{U}_{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} U_{11}^f & U_{12}^f \\ U_{21}^f & U_{22}^f \end{pmatrix} \; , \tag{4.62}$$

und aus der Unitarität von $\mathbf{U}_{\tilde{f}}$ folgt:

$$\begin{gathered} |U_{11}^f|^2 + |U_{12}^f|^2 = 1 = |U_{21}^f|^2 + |U_{22}^f|^2 \\ U_{11}^f \, U_{21}^{f*} + U_{12}^f \, U_{22}^{f*} = 0 = U_{21}^f \, U_{11}^{f*} + U_{22}^f \, U_{12}^{f*} \; . \end{gathered} \tag{4.63}$$

In SUSY-GUTs gilt typischerweise

$$M_{\tilde{L}} \approx M_{\tilde{E}} \leq M_{\tilde{Q}} \approx M_{\tilde{U}} \approx M_{\tilde{D}} \; , \tag{4.64}$$

wobei die Squarkmassen dann ungefähr 1-3 mal größer sind als die Sleptonmassen. Um die Zahl der Parameter gering zu halten, wurden hier die Sfermion-Brechungsparameter wie folgt gewählt:

$$M_{\tilde{Q}} = M_{\tilde{U}} = M_{\tilde{D}} = M_{\mathrm{SUSY}} \;, \qquad M_{\tilde{L}} = M_{\tilde{E}} = \frac{1}{2} M_{\mathrm{SUSY}} \;. \tag{4.65}$$

Um die Anzahl der Soft-SUSY-Brechungsparameter noch weiter zu verringern, fordert man noch zusätzlich für die sogenannten A-Parameter

$$A_u = A_c = A_t \;, \qquad A_d = A_s = A_b = A_e = A_\mu = A_\tau \;. \tag{4.66}$$

Die ungemischten Zustände ergeben sich somit aus:

$$A_u = \mu^* \cot\beta \;\;, \qquad A_d = \mu^* \tan\beta \;\;. \tag{4.67}$$

Damit erhält man folgende ungemischte Sfermionmassen:

$$\begin{aligned} m^2_{\tilde{f}_L} &= M_f^{LL} + m_f^2 = M^2_{\mathrm{SUSY}} + M_Z^2 \cos 2\beta \, (I_3^f - Q_f s_w^2) + m_f^2 \\ m^2_{\tilde{f}_R} &= M_f^{RR} + m_f^2 = M^2_{\mathrm{SUSY}} + M_Z^2 \cos 2\beta \, (Q_f s_w^2) + m_f^2 \;. \end{aligned} \tag{4.68}$$

Im Fall gemischter Sfermionen müssen die links- und rechtshändigen Sfermionen durch die Masseneigenzustände der Sfermion-Massenmatrix (4.57) ersetzt werden. Die Sfermion-Masseneigenzustände zu dem Fermion f sind dann

$$\tilde{f}_1 = U^f_{11} \, \tilde{f}_L + U^f_{12} \, \tilde{f}_R \;, \qquad \tilde{f}_2 = U^f_{21} \, \tilde{f}_L + U^f_{22} \, \tilde{f}_R \;, \tag{4.69}$$

und die Umkehrung

$$\tilde{f}_L = U^{f*}_{11} \, \tilde{f}_1 + U^{f*}_{21} \, \tilde{f}_2 \;, \qquad \tilde{f}_R = U^{f*}_{12} \, \tilde{f}_1 + U^{f*}_{22} \, \tilde{f}_2 \;. \tag{4.70}$$

Als gemischte Masseneigenzustände von Gl. (4.57) erhält man nun

$$m^2_{\tilde{f}_{1,2}} = m_f^2 + \frac{1}{2}\Big\{ M_f^{LL} + M_f^{RR} \mp \sqrt{(M_f^{LL} - M_f^{RR})^2 + 4\, m_f^2 \, |M_f^{LR}|^2} \Big\} \;. \tag{4.71}$$

Aus Gl. (4.71) ist abzulesen, da die nichtdiagonalen Elemente von Gl. (4.57) proportional der Fermionmasse sind, daß für $m_f \ll M_{\mathrm{SUSY}}$ die Sfermionmischung nur für Top-Squarks ($\tilde{t}$), und im Fall $\tan\beta \gg 1$ auch für Bottom-Squarks ($\tilde{b}$), relevant ist. Dabei bezeichnet M_{SUSY} die Skala der Soft-SUSY-Brechungsterme.

Obwohl die Lagrange-Dichte (4.37) auch negative Werte für die Parameter $M^2_{\tilde{F}}$ und $M^2_{\tilde{F}'}$ der Soft-SUSY-Brechung zuläßt, führt diese Wahl meistens zu negativen Eigenwerten der Massenmatrix (4.57). Aus diesem Grund werden bei der Diskussion nur Szenarien mit $M_{\tilde{F}}, M_{\tilde{F}'} > 0$ betrachtet.

Für die numerische Diagonalisierung wurde die Routine ZHEEV aus der LAPACK-Bibliothek [90] verwendet.

$i,j/\alpha,\beta$	L,L	R,R	L,R	R,L
$1,1$	$U_{11}^{f*}\,U_{11}^{f'}$	$U_{12}^{f*}\,U_{12}^{f'}$	$U_{11}^{f*}\,U_{12}^{f'}$	$U_{12}^{f*}\,U_{11}^{f'}$
$1,2$	$U_{11}^{f*}\,U_{21}^{f'}$	$U_{12}^{f*}\,U_{22}^{f'}$	$U_{11}^{f*}\,U_{22}^{f'}$	$U_{12}^{f*}\,U_{21}^{f'}$
$2,1$	$U_{21}^{f*}\,U_{11}^{f'}$	$U_{22}^{f*}\,U_{12}^{f'}$	$U_{21}^{f*}\,U_{12}^{f'}$	$U_{22}^{f*}\,U_{11}^{f'}$
$2,2$	$U_{21}^{f*}\,U_{21}^{f'}$	$U_{22}^{f*}\,U_{22}^{f'}$	$U_{21}^{f*}\,U_{22}^{f'}$	$U_{22}^{f*}\,U_{21}^{f'}$

Tab. 4.3: *Konversions-Koeffizienten* $T_{ij\alpha\beta}$.

Die Feynman-Regeln für einen Vertex des Typs $X\tilde{f}_i\tilde{f}_j'^*$, wobei $i,j=1,2$ die Masseneigenzustände bezeichnen, kann man aus denjenigen für die Vertizes $X\tilde{f}_\alpha\tilde{f}_\beta'^*$ (mit $\alpha,\beta=L,R$) durch die Relation

$$V(X\tilde{f}_i\tilde{f}_j'^*) = \sum_{\alpha,\beta=L,R} T_{ij\alpha\beta}(X\tilde{f}_\alpha\tilde{f}_\beta'^*) \tag{4.72}$$

gewinnen. Die Koeffizienten $T_{ij\alpha\beta}$ sind dabei der Tabelle 4.3 zu entnehmen.

4.5.2 Charginos

Die Charginos $\tilde{\chi}_i^+$ $(i=1,2)$ sind 4-komponentige Dirac-Fermionen. Sie sind Mischungen aus den Winos $\tilde{W}^\pm$ und den geladenen Higgsinos $\tilde{H}_1^-$, $\tilde{H}_2^+$ mit

$$\tilde{W}^+ = \begin{pmatrix} -\mathrm{i}\,\lambda^+ \\ \mathrm{i}\,\bar{\lambda}^- \end{pmatrix}, \qquad \tilde{W}^- = \begin{pmatrix} -\mathrm{i}\,\lambda^- \\ \mathrm{i}\,\bar{\lambda}^+ \end{pmatrix}, \qquad \tilde{H}_2^+ = \begin{pmatrix} \psi_{H_2}^+ \\ \bar{\psi}_{H_1}^- \end{pmatrix}, \qquad \tilde{H}_1^- = \begin{pmatrix} \psi_{H_1}^- \\ \bar{\psi}_{H_2}^+ \end{pmatrix}. \tag{4.73}$$

Die Charginomassen sind als Eigenwerte der diagonalisierten Chargino-Massenmatrix in der Lagrange-Dichte definiert

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{\chi}^+}} = -\frac{1}{2}\,(\psi^+,\psi^-)\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + \mathrm{h.c.}\,, \tag{4.74}$$

mit den 2-komponentigen Fermionfeldern

$$\psi^+ = (-\mathrm{i}\,\lambda^+, \psi_{H_2}^+)^T\,, \qquad \psi^- = (-\mathrm{i}\,\lambda^-, \psi_{H_1}^-)^T \tag{4.75}$$

und $\mathbf{X}$ ist gegeben durch:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}\,M_W\,\sin\beta \\ \sqrt{2}\,M_W\,\cos\beta & \mu \end{pmatrix}. \tag{4.76}$$

In der Massenmatrix ist M_2 ein Soft-Brechungsparameter für den Majorana-Massenterm, μ ist der Higgs-Dublett-Mischungsparameter aus dem Superpotential.

Die physikalischen (2-komponentigen) Masseneigenzustände erhält man mit Hilfe der unitären (2×2)-Matrizen $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$:

$$\chi_i^+ = V_{ij}\,\psi_j^+ \,, \qquad \chi_i^- = U_{ij}\,\psi_j^- \qquad (i,j = 1,2)\;. \tag{4.77}$$

Damit erhält man den 4-komponentigen Dirac-Spinor

$$\tilde{\chi}_i^+ = (\chi_i^+, \bar{\chi}_i^-)^T \qquad (i = 1,2)\;. \tag{4.78}$$

Die Eigenwerte $m_{\tilde{\chi}_1^+}$ und $m_{\tilde{\chi}_2^+}$ erhält man aus der diagonalisierten Chargino-Massenmatrix:

$$\mathbf{diag}(m_{\tilde{\chi}_1^+}, m_{\tilde{\chi}_2^+}) = \mathbf{U}^*\,\mathbf{X}\,\mathbf{V}^\dagger \,, \tag{4.79}$$

sie sind gegeben durch

$$m^2_{\tilde{\chi}^+_{1,2}} = M_W^2 + \frac{M_2^2 + |\mu|^2}{2} \mp \left[\frac{(M_2^2 + |\mu|^2 + 2M_W^2)^2}{4} - |M_W^2 \sin 2\beta \, - \mu\, M_2|^2\right]^{\frac{1}{2}} . \tag{4.80}$$

Für die numerische Diagonalisierung wurde die Routine ZGESVD aus der LAPACK-Bibliothek [90] verwendet.

Die experimentellen unteren Schranken für die Charginomassen sind in Anhang A aufgeführt. Die 1-Schleifenkorrekturen zu den Charginomassen liegen im Prozentbereich [91] und werden deshalb hier vernachlässigt.

4.5.3 Neutralinos

Neutralinos $\tilde{\chi}_i^0$ $(i = 1,2,3,4)$ sind 4-komponentige Majorana-Fermionen. Sie sind Mischungszustände aus dem Photino $\tilde{\gamma}$, dem Zino $\tilde{Z}$ und den neutralen Higgsinos $\tilde{H}_1^0$ und $\tilde{H}_2^0$ mit

$$\tilde{\gamma} = \begin{pmatrix} -\mathrm{i}\,\lambda_\gamma \\ \mathrm{i}\,\bar{\lambda}_\gamma \end{pmatrix}, \qquad \tilde{Z} = \begin{pmatrix} -\mathrm{i}\,\lambda_Z \\ \mathrm{i}\,\bar{\lambda}_Z \end{pmatrix}, \qquad \tilde{H}_1^0 = \begin{pmatrix} \psi^0_{H_1} \\ \bar{\psi}^0_{H_1} \end{pmatrix}, \qquad \tilde{H}_2^0 = \begin{pmatrix} \psi^0_{H_2} \\ \bar{\psi}^0_{H_2} \end{pmatrix}. \tag{4.81}$$

Dabei ist zu beachten, daß analog zum SM, das Photino und Zino Mischungen aus dem Bino ($\tilde{B}$) und neutralen Wino ($\tilde{W}^3$) sind:

$$\tilde{B} = \mathrm{i}\,(-\lambda', \bar{\lambda}')^T \,, \qquad \tilde{W}^3 = \mathrm{i}\,(-\lambda^3, \bar{\lambda}^3)^T \;. \tag{4.82}$$

Der Zusammenhang zwischen Photino, Zino und neutralem Wino und Bino ist gegeben durch

$$\tilde{\gamma} = \tilde{W}^3\, s_w + \tilde{B}\, c_w \,, \qquad \tilde{Z} = \tilde{W}^3\, c_w - \tilde{B}\, s_w \,, \tag{4.83}$$

bzw. in 2-komponentiger Schreibweise:

$$\lambda_\gamma = \lambda^3\, s_w + \lambda'\, c_w \,, \qquad \lambda_Z = \lambda^3\, c_w - \lambda'\, s_w \;. \tag{4.84}$$

Der Massenterm der Lagrange-Dichte ist gegeben durch

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{\chi}^0}} = -\frac{1}{2}(\psi^0)^T \,\mathbf{Y}\, \psi^0 + \text{h.c.}\ , \tag{4.85}$$

mit den 2-komponentigen Fermionfeldern

$$\psi^0 = (-\mathrm{i}\,\lambda', -\mathrm{i}\,\lambda^3, \psi^0_{H_1}, \psi^0_{H_2})^T\ . \tag{4.86}$$

Die Massenmatrix $\mathbf{Y}$ hat dabei die folgende Gestalt:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -M_Z s_w \cos\beta & M_Z s_w \sin\beta \\ 0 & M_2 & M_Z c_w \cos\beta & -M_Z c_w \sin\beta \\ -M_Z s_w \cos\beta & M_Z c_w \cos\beta & 0 & -\mu \\ M_Z s_w \sin\beta & -M_Z c_w \sin\beta & -\mu & 0 \end{pmatrix}\ . \tag{4.87}$$

Um die Anzahl der Parameter gering zu halten, wurde in der gesamten Arbeit M_1 durch die SUSY-GUT-Relation (4.94) festgelegt.

Die physikalischen Neutralino-Masseneigenzustände erhält man mit Hilfe der Transformationsmatrix $\mathbf{N}$,

$$\chi^0_i = N_{ij}\, \psi^0_j \qquad (i,j = 1,\ldots,4) \tag{4.88}$$

und damit den 4-komponentigen Majorana-Spinor

$$\tilde{\chi}^0_i = (\chi^0_i, \bar{\chi}^0_i)^T \qquad (i = 1,\ldots,4)\ . \tag{4.89}$$

Dabei ist $\mathbf{N}$ eine unitäre Mischungsmatrix und die diagonale Massenmatrix ist gegeben durch

$$\mathbf{diag}(m_{\tilde{\chi}^0_1}, m_{\tilde{\chi}^0_2}, m_{\tilde{\chi}^0_3}, m_{\tilde{\chi}^0_4}) = \mathbf{N}^* \,\mathbf{Y}\, \mathbf{N}^\dagger\ . \tag{4.90}$$

Für die numerische Diagonalisierung der Neutralino-Massenmatrix wurde ebenfalls die Routine ZGESVD aus der LAPACK-Bibliothek [90] verwendet.

Die experimentellen unteren Schranken für die Neutralinomassen sind in Anhang A angegeben. Die 1-Schleifenkorrekturen zu den Neutralinomassen liegen ebenfalls nur im Prozentbereich [91] und werden deshalb hier vernachlässigt.

4.5.4 Gluinos

Das Gluino ist der Spin-$\frac{1}{2}$-Superpartner (Majorana-Fermion) des Gluons. Es gibt acht Gluinos entsprechend den acht linear unabhängigen Erzeugenden der $SU(3)_C$ (Farb-Oktett)

$$\tilde{g} = \frac{\lambda^a}{2}\tilde{g}^a\ , \qquad \text{mit} \quad \tilde{g}^a = \mathrm{i}\begin{pmatrix} -\lambda^a_s \\ \bar{\lambda}^a_s \end{pmatrix} \qquad (a = 1,\ldots,8)\ . \tag{4.91}$$

Damit lautet der Massenterm

$$\mathcal{L}_{m_{\tilde{g}}} = \frac{1}{2} M_3\, \lambda_s^a \lambda_s^a + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} m_{\tilde{g}}\, \bar{\tilde{g}}^a \tilde{g}^a \ . \tag{4.92}$$

Sie alle unterliegen nur der starken Wechselwirkung und haben eine Majorana-Masse

$$m_{\tilde{g}} = |M_3| \ . \tag{4.93}$$

In SUSY-GUTs sind M_2 und M_3 keine unabhängigen Größen, sondern durch die SUSY-GUT-Relation (4.95) verknüpft. Um die Anzahl der Parameter gering zu halten wurde diese Relation, wenn nicht anders angegeben, in der gesamten Arbeit angenommen. Die experimentellen unteren Schranken für die Gluinomassen sind wiederum in Anhang A angegeben.

4.6 Komplexe Parameter und physikalische Phasen

Im MSSM sind die folgenden Parameter i.a. komplex: Die Yukawa-Kopplungen $\lambda_{u,\ldots}$, der Higgs-Parameter μ, die Soft-SUSY-Brechungsparameter m_{12}^2, $M_{1,2,3}$ und die A_f-Parameter. Daher läßt man in diesen Parametern beliebige komplexe Phasen zu. Aber nicht alle Kombinationen dieser Phasen führen zu unterschiedlichen physikalischen Ergebnissen, weil zwei davon durch Umdefinitionen der Felder absorbiert werden können. Es wird nun ein Verfahren angegeben, mit dem alle unphysikalischen Phasen eliminiert werden.

Analog zur Herleitung der CKM-Matrix im SM können die Yukawa-Kopplungen durch Umdefinition der Quarksuperfelder so geändert werden, daß bei drei Generationen höchstens noch eine komplexe Phase δ_{CKM} übrig bleibt [89]. Die übrigen komplexen Parameter sind dann noch μ, m_{12}^2, $M_{1,2,3}$ und A_f. Setzt man die SUSY-GUT Relationen

$$M_1 = \frac{5}{3} \frac{s_w^2}{c_w^2}\, M_2 \tag{4.94}$$

$$M_3 = \frac{g_s^2(s)}{g^2(s)}\, M_2 = \frac{\alpha_s(s)}{\alpha(s)}\, s_w^2\, M_2 \tag{4.95}$$

voraus, so folgt daraus, daß alle M_i $(i = 1, 2, 3)$ eine einheitliche Phase haben.

Nach [24] werden zwei U(1)-Transformationen PQ und R_1 betrachtet, die $\mathcal{L}_{\text{MSSM}}$ invariant lassen, aber nicht nur die Felder, sondern auch die Parameter ändern. In Tabelle 4.4 sind die Ladungen n_i angegeben, mit denen die Lagrange-Dichte unter der Multiplikation der einzelnen Größen mit $e^{\mathrm{i}\,\alpha n_i}$ invariant ist. Die erste Transformation entspricht der Peccei-Quinn-Symmetrie $U(1)_{PQ}$ [17]. Es ist eine chirale Transformation, bei der beide Higgs-Felder mit derselben Ladung transformieren und die für $\mu = 0$ eine Symmetrie des MSSM darstellt, d.h. $\mathcal{L}_{\text{SUSY}}$ mit $\mu = 0$ ist unter $U(1)_{PQ}$ invariant:

$$\begin{aligned} \phi(x,\theta,\bar{\theta}) &\xrightarrow{PQ} e^{\mathrm{i}\,n\,\alpha}\phi(x,\theta,\bar{\theta}) \\ V(x,\theta,\bar{\theta}) &\xrightarrow{PQ} V(x,\theta,\bar{\theta}) \ . \end{aligned} \tag{4.96}$$

$U(1)$	M_i	A	m_{12}^2	μ	$\hat{H}_1$	$\hat{H}_2$	$\hat{Q}\hat{U}$	$\hat{Q}\hat{D}$	$\hat{L}\hat{E}$	θ
PQ	0	0	-1	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
R_1	-1	-1	0	1	0	0	1	1	1	-1
R_2	-1	-1	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1

Tab. 4.4: *Die Ladungen n_i für drei $U(1)$-Transformationen, unter denen das MSSM invariant ist.*

Die Transformation R_1 ist die R-Transformation aus Abschnitt 4.3, bei der auch die θ-Variablen, die in den chiralen und Vektorsuperfeldern als Argumente auftauchen, transformiert werden. Diese beiden Transformationen sind für die Elimination der Phasen günstig, da sie jeweils verschiedene Soft-SUSY-Brechungsparameter invariant lassen.[7] Da $\mathcal{L}_{\rm MSSM}$ unter diesen Transformationen invariant ist, sind auch alle physikalischen Observablen invariant. Haben die Parameter M_i, A_f, m_{12}^2 und μ zunächst die Phasen φ_M, φ_{A_f}, $\varphi_{m_{12}^2}$ und φ_μ, dann wendet man zunächst die Transformation R_1 mit dem Winkel φ_M, dann die Transformation PQ mit dem Winkel $\varphi_{m_{12}^2}$ an, und erhält für eine beliebige Observable:

$$\begin{aligned}\sigma(\varphi_\mu, \varphi_{A_f}, \varphi_M, \varphi_{m_{12}^2}) &\xrightarrow{R_1} \sigma(\varphi_\mu + \varphi_M, \varphi_{A_f} - \varphi_M, 0, \varphi_{m_{12}^2}) \\ &\xrightarrow{PQ} \sigma(\varphi_\mu + \varphi_M - \varphi_{m_{12}^2}, \varphi_{A_f} - \varphi_M, 0, 0) \ . \end{aligned} \tag{4.97}$$

Damit gilt einerseits: Das MSSM hängt nur von den Beträgen aller Parameter und den Phasen

$$\phi_1 = \arg(\mu\, M_i\, m_{12}^{2*}) \ , \qquad \phi_2 = \arg(A_f\, M_i^*) \tag{4.98}$$

ab. Andererseits kann jede Parameterwahl durch eine äquivalente ersetzt werden, bei der nur μ und die A_f-Parameter komplex sind:

$$\mu = e^{\varphi_\mu}\, |\mu| \ , \qquad A_f = e^{\varphi_{A_f}}\, |A_f| \ . \tag{4.99}$$

Das SM besitzt 19 reelle Parameter:

6	Quarkmassen:	m_u, m_d, m_c, m_s, m_t, m_b
3	Leptonmassen:	m_e, m_μ, m_τ
1	Higgs-Bosonmasse:	M_H
2	Eichbosonmassen:	M_Z, M_W
2	Kopplungskonstanten:	α, α_s
4	Parameter der CKM-Matrix:	ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, $\delta_{\rm CKM}$
1	QCD-Vakuumwinkel:	$\theta_{\rm QCD}$.

[7] Alternativ könnte aber auch die Hintereinanderausführung $R_2 = PQ \circ R_1$ benutzt werden, unter der die Parameter der SUSY-Lagrange-Dichte $\mathcal{L}_{\rm SUSY}$ invariant sind.

Die allgemeinste Version des MSSM besitzt dagegen insgesamt 124 reelle Parameter (also 105 neue Parameter):

$$\begin{array}{rl} 6+3: & m_{12}^2,\ \tan\beta,\ M_3,\ |M_1|,\ |M_2|,\ |\mu|,\ \varphi_\mu,\ \varphi_{M_1},\ \varphi_{M_2} \\ 69+41{:}^{8} & \boldsymbol{\lambda}_U,\ \boldsymbol{\lambda}_D,\ \boldsymbol{\lambda}_E,\ \mathbf{M}^2_{\tilde{Q}},\ \mathbf{M}^2_{\tilde{U}},\ \mathbf{M}^2_{\tilde{D}},\ \mathbf{M}^2_{\tilde{L}},\ \mathbf{M}^2_{\tilde{E}},\ \mathbf{A}_U,\ \mathbf{A}_D,\ \mathbf{A}_L \\ 4+1: & \alpha,\ \alpha_s,\ M_Z,\ M_W,\ \theta_{\text{QCD}}\ . \end{array}$$

Die $\boldsymbol{\lambda}_{U,D,E}$ sind komplexe (3×3)-Yukawa-Kopplungsmatrizen. Die $\mathbf{M}^2_{\tilde{Q},\ldots}$ sind hermitische (3×3)-Matrizen. Die $\mathbf{A}_{U,D,L}$ sind komplexe (3×3) trilineare Higgs-Sfermion-Kopplungsmatrizen.

Um die Anzahl der Parameter zu verringern, wurde in dieser Arbeit angenommen, daß es keine Mischung zwischen den Sfermion-Generationen gibt und die CKM-Matrix näherungsweise als Einheitsmatrix betrachtet. Außerdem wurde die Anzahl der Brechungsparameter durch die Gln. (4.94), (4.65) und (4.66) stark verringert und wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt auch noch die SUSY-GUT Relation (4.95) benutzt. Damit ergeben sich die folgenden 23 Parameter:

6	Quarkmassen:	$m_u,\ m_d,\ m_c,\ m_s,\ m_t,\ m_b$
3	Leptonmassen:	$m_e,\ m_\mu,\ m_\tau$
2	Eichbosonmassen:	$M_Z,\ M_W$
2	Kopplungskonstanten:	$\alpha,\ \alpha_s$
1	Higgs-Bosonmasse:	M_A
1	Quotient der VEVs:	$\tan\beta$
5	Brechungsparameter[9]:	$M_{\text{SUSY}},\ M_2,\ M_3,\ \|A_u\|,\ \|A_d\|$
1	Mischungsparameter:	$\|\mu\|$
2	Phasen:	$\varphi_\mu,\ \varphi_A$.

Die in dieser Arbeit verwendeten experimentellen Werte sind in Anhang A zu finden.

4.7 Renormierung

4.7.1 Prinzipielles Verfahren

In dieser Arbeit wird mit der 't Hooft–Feynman-Eichung ($\xi^Z = \xi^W = \xi^\gamma = 1$ in den Gln. (2.26)) eine renormierbare Eichung gewählt. Die unphysikalischen Felder (Goldstone-Bosonen) G^0 und $G^\pm$ treten in dieser Eichung mit den Massen

$$m_{G^0} = M_Z\ , \qquad m_{G^\pm} = M_W \tag{4.100}$$

[8] 43 unphysikalische Freiheitsgrade (15 reelle Parameter und 28 Phasen) wurden dabei durch eine globale $U(3)$-Rotation entfernt.

[9] Nur 3 Brechungsparameter, falls noch $|A_u| = |A_d|$ und die SUSY-GUT Relation (4.95) angenommen wurde.

in den Feynman-Regeln auf [14]. Die weiteren Aussagen dieses Abschnitts sind unabhängig von der gewählten Eichung.

Ein Problem bei der Berechnung von Strahlungskorrekturen liegt darin, daß durch Integration über innere Schleifenimpulse divergente Ausdrücke auftreten. Diese Divergenzen lassen sich z.B. mit DREG [92] parametrisieren. Es ist jedoch bekannt, daß DREG die SUSY bricht. Ein alternatives Regularisierungsverfahren, die dimensionale Reduktion (DRED), das diesen Nachteil nicht besitzt, wurde in [96] vorgestellt. Unterschiede zwischen den beiden Verfahren treten nur als lokale Terme bei fermionischen Selbstenergien auf. Für die Fermion-Paarerzeugung in e^+e^-- und Hadron-Kollisionen ergibt sich allerdings kein Unterschied zwischen DREG und DRED (s. dazu Anhang A.7). Die so parametrisierten Divergenzen werden beseitigt, indem man die Parameter und Felder der Lagrange-Dichte renormiert. Hierdurch werden die ursprünglichen Parameter und Felder der Lagrange-Dichte zu renormierten Parametern und Feldern, deren Counterterme wiederum Divergenzen liefern. Diese müssen zu den 1-Schleifenbeiträgen addiert werden, wodurch ein insgesamt endliches Ergebnis entsteht.

Die Berechnung von Strahlungskorrekturen für die Prozesse $q\bar{q} \to e^+e^-$, $e^+e^- \to f\bar{f}$, $q\bar{q} \to t\bar{t}$ und $gg \to t\bar{t}$ erfordern eine Renormierung der Massen, Kopplungen und Felder, welche für den Eich- und Fermionsektor durchgeführt wurden. Die Renormierung erfolgt im ON-SHELL-Verfahren [62] in der Formulierung von [93]. Für das MSSM war jedoch eine Erweiterung des ursprünglich nur für das SM ausgearbeitete Schema notwendig. Da aber keine äußeren SUSY-Teilchen auftreten, können alle Felder und Parameter völlig analog zum SM renormiert werden.

Das Renormierungsschema legt die Renormierungskonstanten fest und stellt einen Zusammenhang zwischen den physikalischen Größen und den freien Parametern der Theorie her.

Die nackten Kopplungen und Felder der Lagrange-Dichte werden multiplikativ mit Renormierungskonstanten $Z_{g,\phi}$ versehen:

$$g_0 \to Z_g g \ , \qquad \phi_0 \to Z_\phi^{1/2} \phi \ .$$

Die Feldrenormierung (Wellenfunktionsrenormierung) ermöglicht es, endliche Greensche Funktionen zu erhalten. Die hieraus gewonnenen S-Matrixelemente sind identisch mit den S-Matrixelementen, welche ohne zusätzliche Feldrenormierung berechnet werden. Die in [93] durchgeführte Renormierung erhält die Eichsymmetrie der renormierten Greenschen Funktionen. Es ist keine Wellenfunktionsrenormierung erforderlich, da für alle Propagatoren das Residuum als 1 gewählt werden kann.

Die multiplikativen Renormierungskonstanten werden in 1-Schleifenordnung entwickelt:

$$Z_{g,\phi} = 1 + \delta Z_{g,\phi} \ . \tag{4.101}$$

Analog dazu werden die nackten Fermionmassen (m_0) und die nackten Bosonmassen (M_0^2) umdefiniert:

$$m_0 \to m + \delta m \ , \qquad M_0^2 \to M^2 + \delta M^2 \ . \tag{4.102}$$

Damit spaltet sich die Lagrange-Dichte in eine renormierte Lagrange-Dichte und eine Counterterm-Lagrange-Dichte auf:

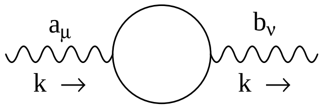
$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(Z_\phi^{1/2}\phi, Z_g g) = \mathcal{L}(\phi, g) + \delta\mathcal{L}(\phi, g, \delta Z_\phi\,\phi, \delta Z_g\,g)\ . \tag{4.103}$$

Aus der Counterterm-Lagrange-Dichte $\delta\mathcal{L}(\phi, g, \delta Z_\phi\,\phi, \delta Z_g\,g)$ werden die Counterterm-Feynman-Diagramme bestimmt, welche den benötigten divergenten Anteil liefern.

Da physikalische Observablen unabhängig von den Renormierungskonstanten sein müssen, sollten auch die Renormierungsbedingungen keinen Einfluß auf das Ergebnis der Rechnung haben. Da es sich hier jedoch um eine Störungsrechnung in endlicher Ordnung handelt, führen die Renormierungsbedingungen zu Unterschieden in höheren Ordnungen.

Die Renormierungskonstanten für die Massen und Felder werden durch die Bedingungen festgelegt, daß der Propagator einen Pol besitzt, wenn k^2 gleich dem Quadrat der physikalischen Masse ist, das Residuum dieses Pols gleich 1 ist und manche Mischungen von Teilchen auf der Massenschale verschwinden.

Um die Renormierungskonstanten Z_ϕ, δm und δM^2 aus diesen Bedingungen zu berechnen, benötigt man die renormierten und unrenormierten 1-Teilchen-irreduziblen 2-Punkt-Greensfunktionen. Die Parametrisierung für die unrenormierte 2-Punkt-Vertexfunktion der Eichbosonen lautet in der 't Hooft–Feynman-Eichung

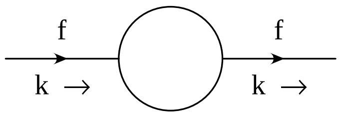


$$= \Gamma^{ab}_{\mu\nu}(k) \tag{4.104}$$

$$= -\mathrm{i}\, g_{\mu\nu}(k^2 - m_{ab}^2)\,\delta_{ab} - \mathrm{i}\left(g_{\mu\nu} - \tfrac{k_\mu k_\nu}{k^2}\right)\Sigma^{ab}(k^2) - \mathrm{i}\,\tfrac{k_\mu k_\nu}{k^2}\Sigma^{ab}_\ell(k^2)\ .$$

Hierbei ist $a, b \in \{\gamma, g, Z, W\}$, $m_{\gamma\gamma} = m_{gg} = 0$, $m_{ZZ} \equiv M_Z$, $m_{WW} \equiv M_W$ und $\Sigma^{gg}_\ell \equiv 0$.

Die unrenormierten 2-Punkt-Vertexfunktionen für die Fermionen werden wie folgt parametrisiert



$$= \Gamma^f(k) \tag{4.105}$$

$$= \mathrm{i}\,(\not{k} - m_f) + \mathrm{i}\left[\not{k}\,\Sigma^f_L(k^2) + m_f\,\Sigma^{f*}_S(k^2)\right]\omega^- + \mathrm{i}\left[\not{k}\,\Sigma^f_R(k^2) + m_f\,\Sigma^f_S(k^2)\right]\omega^+\ .$$

In dieser Arbeit werden die unrenormierten Selbstenergien und/oder ihre Ableitungen nach dem Impuls für die Fermionen (Σ^f), die Gluonen (Σ^{gg}), das Photon ($\Sigma^{\gamma\gamma}$), das Z-Boson (Σ^{ZZ}) und das W-Boson (Σ^{WW}), sowie die Mischung zwischen Photon und Z-Boson ($\Sigma^{\gamma Z}$) benötigt. Aus diesen unrenormierten Größen erhält man die renormierten, die durch ein

Dach ˆ über dem Symbol gekennzeichnet werden, durch Addition der Counterterme:

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^f(k^2) &= \not{k}\left[\Sigma_L^f(k^2) + \Re\mathrm{e}\,\delta Z_L^f\right]\omega^- + m_f\left[\Sigma_S^{f*}(k^2) - \frac{\delta Z_L^f + \delta Z_R^{f*}}{2} - \frac{\delta m_f}{m_f}\right]\omega^- \\
&\quad + \not{k}\left[\Sigma_R^f(k^2) + \Re\mathrm{e}\,\delta Z_R^f\right]\omega^+ + m_f\left[\Sigma_S^f(k^2) - \frac{\delta Z_L^{f*} + \delta Z_R^f}{2} - \frac{\delta m_f}{m_f}\right]\omega^+ \\
\hat{\Sigma}_{\mu\nu}^{\gamma\gamma}(k^2) &= \Sigma_{\mu\nu}^{\gamma\gamma}(k^2) + k^2\,\delta Z^{\gamma\gamma}\,g_{\mu\nu} \\
\hat{\Sigma}_{\mu\nu}^{gg}(k^2) &= \Sigma_{\mu\nu}^{gg}(k^2) + k^2\,\delta Z^{GG}\,g_{\mu\nu} \\
\hat{\Sigma}_{\mu\nu}^{\gamma Z}(k^2) &= \Sigma_{\mu\nu}^{\gamma Z}(k^2) + \left(k^2\frac{\delta Z^{\gamma Z} + \delta Z^{Z\gamma}}{2} - \frac{1}{2}\,M_Z\,\delta Z^{Z\gamma}\right) g_{\mu\nu} \\
\hat{\Sigma}_{\mu\nu}^{ZZ}(k^2) &= \Sigma_{\mu\nu}^{ZZ}(k^2) + \left((k^2 - M_Z^2)\,\delta Z^{ZZ} - \delta M_Z^2\right) g_{\mu\nu} \\
\hat{\Sigma}_{\mu\nu}^{WW}(k^2) &= \Sigma_{\mu\nu}^{WW}(k^2) + \left((k^2 - M_W^2)\,\delta Z^{WW} - \delta M_W^2\right) g_{\mu\nu}\ .
\end{aligned} \tag{4.106}$$

Dabei wurde die Fermionselbstenergie wie folgt zerlegt:

$$\Sigma^f(k^2) = [\not{k}\,\Sigma_L^f(k^2) + m_f\,\Sigma_S^{f*}(k^2)]\,\omega^- + [\not{k}\,\Sigma_R^f(k^2) + m_f\,\Sigma_S^f(k^2)]\,\omega^+\ , \tag{4.107}$$

mit den reellen skalaren Funktionen $\Sigma_{L,R}$ und der komplexen skalaren Funktion Σ_S.

4.7.2 Renormierungsbedingungen

Aus den oben angegebenen Forderungen an die Propagatoren, die proportional zum Inversen der 1-Teilchen-irreduziblen 2-Punkt-Green-Funktionen Γ sind, erhält man die Bedingungen [93]:

$$\widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}^{WW}(M_W^2) = 0\ , \quad \widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}^{ZZ}(M_Z^2) = 0 \tag{4.108a}$$

$$\widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(0) = 0\ , \quad \widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(M_Z^2) = 0\ , \quad \widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(0) = 0 \tag{4.108b}$$

$$\widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}'^{\gamma\gamma}(0) = 0, \quad \widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}'^{gg}(0) = 0\ , \quad \widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}'^{ZZ}(M_Z^2) = 0\ , \quad \widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}'^{WW}(M_W^2) = 0 \tag{4.108c}$$

$$m_f\ \widetilde{\Re\mathrm{e}}\left(\hat{\Sigma}_L^{f*}(m_f^2) + \hat{\Sigma}_S^f(m_f^2)\right) = 0\ , \quad m_f\ \widetilde{\Re\mathrm{e}}\left(\hat{\Sigma}_R^f(m_f^2) + \hat{\Sigma}_S^f(m_f^2)\right) = 0 \tag{4.108d}$$

$$\widetilde{\Re\mathrm{e}}\left(\hat{\Sigma}_R^f(m_f^2) + \hat{\Sigma}_L^f(m_f^2) + 2\,m_f^2\left[\hat{\Sigma}_R'^f(m_f^2) + \hat{\Sigma}_L'^f(m_f^2) + \hat{\Sigma}_S'^f(m_f^2) + \hat{\Sigma}_S'^{f*}(m_f^2)\right]\right) = 0\ . \tag{4.108e}$$

Dabei bezeichnet $\Sigma'(m^2) \equiv \frac{\partial}{\partial k^2}\,\Sigma(k^2)|_{k^2=m^2}$ immer die Ableitung nach k^2 an der angegebenen Stelle und $\widetilde{\Re\mathrm{e}}$ nimmt nur den Realteil des Schleifenintegrals, insbesondere werden Imaginärteile von Kopplungen (z.B. von komplexen Parametern des MSSM) nicht davon berührt.

Nachdem nun die Renormierungsbedingungen für die Felder und Massen aufgestellt wurden, muß noch die elektrische Ladung definiert werden. Ihre Messung erfolgt in der Elektron-Photon-Streuung im Thomson-Limes, d.h. für Elektronen auf der Massenschale und im Grenzfall des Photonimpulses gegen null. Wenn man nun verlangt, daß der

Parameter e gerade gleich der elektrischen Ladung ist, so bedeutet dies, daß alle Strahlungskorrekturen zum $e^+e^-\gamma$-Vertex verschwinden müssen. Mit Hilfe einer Ward-Identität ergibt sich aus dieser Forderung die Renormierungskonstante δZ_e.

Damit lassen sich nun die Renormierungskonstanten durch die unrenormierten Selbstenergien Σ ausdrücken.

4.7.3 Renormierungskonstanten

Nachfolgend sind alle für diese Arbeit benötigten Renormierungskonstanten aufgeführt. Die Renormierungskonstanten für das SM sind dabei um δZ^{GG} und δZ_g ergänzt worden. Da in dieser Arbeit keine QCD- sondern nur SUSY-QCD Korrekturen betrachtet werden ergibt sich $\delta Z_g = -\delta Z^{GG}/2$ (s. Abschnitt 8.2.4).

Massenrenormierung:

$$\delta m_f = \frac{m_f}{2}\, \widetilde{\Re\mathrm{e}} \left(\Sigma_L^f(m_f^2) + \Sigma_R^f(m_f^2) + \Sigma_S^f(m_f^2) + \Sigma_S^{f*}(m_f^2)\right) \tag{4.109a}$$

$$\delta M_Z^2 = \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma^{ZZ}(M_Z^2)\ , \qquad \delta M_W^2 = \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma^{WW}(M_W^2)\ . \tag{4.109b}$$

Wellenfunktionsrenormierung:

$$\Re\mathrm{e}\, \delta Z_L^f = -\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma_L^f(m_f^2) - m_f^2\, \widetilde{\Re\mathrm{e}} \left[\Sigma_L'^f(m_f^2) + \Sigma_R'^f(m_f^2) + \Sigma_S'^f(m_f^2) + \Sigma_S'^{f*}(m_f^2)\right] \tag{4.110a}$$

$$\Re\mathrm{e}\, \delta Z_R^f = -\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma_R^f(m_f^2) - m_f^2\, \widetilde{\Re\mathrm{e}} \left[\Sigma_L'^f(m_f^2) + \Sigma_R'^f(m_f^2) + \Sigma_S'^f(m_f^2) + \Sigma_S'^{f*}(m_f^2)\right] \tag{4.110b}$$

$$\delta Z^{\gamma\gamma} = -\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma'^{\gamma\gamma}(0)\ , \qquad \delta Z^{GG} = -\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma'^{gg}(0) \tag{4.110c}$$

$$\delta Z^{ZZ} = -\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma'^{ZZ}(M_Z^2)\ , \qquad \delta Z^{WW} = -\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma'^{WW}(M_W^2) \tag{4.110d}$$

$$\delta Z^{\gamma Z} = -2\, \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \frac{\Sigma^{\gamma Z}(M_Z^2)}{M_Z^2}\ , \qquad \delta Z^{Z\gamma} = 2\, \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \frac{\Sigma^{\gamma Z}(0)}{M_Z^2}\ . \tag{4.110e}$$

Abgeleitete Größen:

$$\delta c_w = \frac{c_w}{2}\left(\frac{\delta M_W^2}{M_W^2} - \frac{\delta M_Z^2}{M_Z^2}\right)\ , \qquad \delta s_w = -\frac{c_w}{s_w}\delta c_w \tag{4.111a}$$

$$\delta Z_e = -\frac{1}{2}\left(\delta Z^{\gamma\gamma} + \frac{s_w}{c_w}\delta Z^{Z\gamma}\right)\ , \qquad \delta Z_g = -\frac{1}{2}\delta Z^{GG}\ . \tag{4.111b}$$

Man sieht, daß sich alle in dieser Arbeit benötigten Renormierungskonstanten durch Selbstenergien ausdrücken lassen.

Zum Schluß soll noch der Zusammenhang zwischen der V/A-Darstellung und der L/R-Darstellung angegeben werden:

$$\delta Z_{V,A}^f = \frac{1}{2}(\delta Z_L^f \pm \delta Z_R^f)\ , \qquad \Sigma_{V,A} = \frac{1}{2}(\Sigma_R \pm \Sigma_L)\ . \tag{4.112}$$

Kapitel 5

`FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools`

5.1 Die Programme `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools`

In diesem Kapitel wird die Methode vorgestellt, die man zur Berechnung von $2 \to 2$ Prozessen mit `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools` verwendet.

Wegen der großen Anzahl von Feynman-Diagrammen, die bei 1-Schleifenrechnungen im MSSM auftreten, ist die Benutzung von Computeralgebra-Programmen notwendig geworden. Als Grundlage dienen die Programme *Mathematica* und *FORM*. Diese sind die Plattformen, auf denen dann andere Programme wie `FeynArts` oder `FormCalc` [67] laufen. Die Vorgehensweise und die Wirkungsweise der einzelnen Programme werden in diesem Kapitel kurz vorgestellt.

- **Erzeugung der Feynman-Diagramme:**
  Der erste Schritt besteht in der Erzeugung der zu dem Prozeß beitragenden Feynman-Diagramme. Hierfür verwendet man das *Mathematica*-Programm `FeynArts`. Dieses Programm erzeugt zunächst alle auftretenden Topologien. Im nächsten Schritt erzeugt `FeynArts` die Feynman-Diagramme, indem es alle möglichen Teilchen in die Topologien einsetzt. Dafür benötigt `FeynArts` ein sogenanntes *model file*, in dem festgelegt ist, welche Teilchen in dem Modell existieren, welche Teilchen untereinander wechselwirken können, und welcher Art diese Wechselwirkung ist. Da bisher nur *model files* für das SM vorhanden waren, wurde es notwendig zwei neue *model files* zu programmieren. `MSSM.mod` und `MSSMQCD.mod` enthalten zusammen *alle* Feynman-Regeln des MSSM, getrennt nach elektroschwachen- und QCD-Anteilen. Zur Behandlung der in SUSY-Theorien auftretenden fermionzahlverletzenden Vertizes wurden dabei algorithmische Feynman-Regeln benutzt, die ohne das explizite Auftreten von Ladungskonjugations-Matrizen auskommen. Das dazu notwendige Verfahren ist ausführlich in [94] beschrieben.

  Analog werden auch die Counterterm-Topologien und Diagramme erzeugt, wobei die elektroschwachen Counterterm-Vertizes in `SM.mod` bzw. `SMc.mod` eingebaut sind. Die benötigten QCD-Anteile mußten dagegen noch in `SMQCD.mod` eingebaut werden. Die 1-Schleifen Renormierungskonstanten sind gemäß dem ON-SHELL-Renormierungsschema von Ref. [93] implementiert (s. Abschnitt 4.7).

- **Erzeugung der Amplituden:**
  Im nächsten Schritt erzeugt wiederum `FeynArts` die zu den Feynman-Diagrammen gehörige Amplitude. Hierbei werden die dem jeweiligen *model file* entsprechenden Kopplungen in die Diagramme eingesetzt.

- **Algebraische Vereinfachung:**
  Die so erhaltene Amplitude wird von dem Programm `FormCalc` weiterverarbeitet. Zunächst wird die Dirac-, Lorentz-, und Farb-Struktur vereinfacht. Hierbei kann gewählt werden, ob man mit DREG [92] oder der "Constrained Differential Renormalization" (CDR) [95] arbeiten möchte. Letztere ist auf 1-Schleifenniveau äquivalent zur DRED [96]. Im nächsten Schritt werden die Tensorintegrale reduziert und Abkürzungen für verschiedene algebraische Ausdrücke eingeführt. Diese Schritte werden intern von `FormCalc` in *FORM* ausgeführt.

- **Generierung eines FORTRAN Codes:**
  Zur schnelleren numerischen Auswertung wird die so vereinfachte Amplitude, ebenfalls mit Hilfe des Programms `FormCalc.m`, in einen FORTRAN-Code umgewandelt. Außerdem werden auch die benötigten Renormierungskonstanten in DREG oder CDR als FORTRAN-Programme `renconst.F` und `renconst.h` erzeugt.

- **Driver-Programme:**
  Zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten, Asymmetrien usw. benötigt man noch die Input-Parameter des jeweiligen Modells und weitere Informationen über die Art des Prozesses. Diese sind in FORTRAN-Programmen, den sogenannten *drivers*, verfügbar. Für das SM sind das `model.h` und `sm_ini.F`. Für das MSSM mußte dazu ein weiteres Programm erstellt werden, das die Massen der SUSY-Teilchen generiert (s. Kapitel 4 und Anhang A): `mssm_ini.F`. Darüber hinaus werden noch folgende Programme benötigt: `2to2.F` und `num.F` generieren einen $2 \to 2$ Prozeß. `process.h` definiert alle prozessabhängingen Parameter. `run.F` setzt Parameter zur Berechnung des differentiellen oder totalen Wirkungsquerschnitts.

- **Berechnung der Tensorintegrale:**
  Zum Schluß berechnet das FORTRAN-Programm `LoopTools`, basierend auf der Programmbibliothek *FF* [97], die Tensorintegrale in den Konventionen von Ref. [93].

Um auch noch die Faltung mit den Partonverteilungsfunktionen zu ermöglichen und damit hadronische Wirkungsquerschnitte zu berechnen, mußten schließlich noch die Programme `hadron.F`, `hadron.h` und `integ.h` erstellt werden, um dann mit dem FORTRAN-Programm VEGAS [98] die numerische Integration durchführen zu können. Diese Programme sind aber noch nicht Bestandteil von `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools`.

5.2 Teilcheninhalt der MSSM model files

`MSSM.mod` und `MSSMQCD.mod` `Teilcheninhalt:`

Leptonen				Sleptonen			
ν_g		`F[1,{`g`}]`	`0`	$\tilde{\nu}_g$		`S[11,{`g`}]`	`MSf`
ℓ_g		`F[2,{`g`}]`	`MLE`	$\tilde{\ell}_g^s$		`S[12,{`s,g`}]`	`MSf`

Quarks				Squarks			
u_g		`F[3,{`g,o`}]`	`MQU`	$\tilde{u}_g^s$		`S[13,{`s,g,o`}]`	`MSf`
d_g		`F[4,{`g,o`}]`	`MQD`	$\tilde{d}_g^s$		`S[14,{`s,g,o`}]`	`MSf`

Eichbosonen				Neutralinos, Charginos			
γ	sc	`V[1]`	`0`	$\tilde{\chi}_n^0$	sc	`F[11,{`n`}]`	`MNeu`
Z	sc	`V[2]`	`MZ`	$\tilde{\chi}_c^-$		`F[12,{`c`}]`	`MCha`
W^-		`V[3]`	`MW`				

Higgs-Bosonen				Geister			
h^0	sc	`S[1]`	`Mh0`	u_γ		`U[1]`	`0`
H^0	sc	`S[2]`	`MHH`	u_Z		`U[2]`	`MZ`
A^0	sc	`S[3]`	`MA0`	u_+		`U[3]`	`MW`
G^0	sc	`S[4]`	`MG0`	u_-		`U[4]`	`MW`
H^-		`S[5]`	`MHp`	u_g		`U[5,{`u`}]`	`0`
G^-		`S[6]`	`MGp`				

Gluonen				Gluinos			
g	sc	`V[5,{`u`}]`	`0`	$\tilde{g}$	sc	`F[15,{`u`}]`	`MGl`

Indizes:

$$
\begin{aligned}
g &= \texttt{Index[Generation]} = 1\dots 3\\
o &= \texttt{Index[Colour]} = 1\dots 3\\
s &= \texttt{Index[Sfermion]} = 1\dots 2\\
n &= \texttt{Index[Neutralino]} = 1\dots 4\\
c &= \texttt{Index[Chargino]} = 1\dots 2\\
u &= \texttt{Index[Gluon]} = 1\dots 8
\end{aligned}
$$

5.3 Numerische Tests

Um alle *model files* (insbesondere `MSSM.mod` und `MSSMQCD.mod`) zu testen wurden, mit Hilfe von `FeynArts` und `FormCalc`, FORTRAN-Programme für die in Tabelle 5.1 aufgeführten Prozesse erzeugt. Nach Anpassung der Input-Parameter wurden die in 1-Schleifenordnung berechneten Wirkungsquerschnitte mit denjenigen anderer Autoren verglichen (s. Tabelle 5.1). Es wurde jeweils perfekte Übereinstimmung in allen differentiellen Wirkungsquerschnitten gefunden und qualitative Übereinstimmung in dem Prozeß Nr. 4 bei dem nur der totale Wirkungsquerschnitt getestet werden konnte.

Anmerkung: Einige der in Tabelle 5.1 aufgeführten FORTRAN-Programme, die mit `FeynArts` und `FormCalc` erzeugte wurden, sind unter `http://www.hep-processes.de` erhältlich.

Nr.	**Prozeß**	**Modell**	**Übereinstimmung**	**Autoren**
1	$q\bar{q} \to e^+e^-$	SM	7 Stellen	[59]
2	$gg \to HH$	SM	12 Stellen	[99]
3	$q\bar{q} \to t\bar{t}$	SUSY-QCD	11 Stellen	[100]
4	$gg \to t\bar{t}$	SUSY-QCD	qualitativ	[101]
5	$gg \to H^+H^-$	MSSM	10 Stellen	[99]
6	$e^+e^- \to H^+H^-$	MSSM	7 Stellen	[102]
7	$gg \to W^-H^+$	MSSM	3 Stellen	[103]
8	$e^+e^- \to t\bar{t}$	SM und MSSM	10 Stellen	[104]
9	$q\bar{q} \to t\bar{t}$	SM und MSSM	10 Stellen	[105, 106]
10	$gg \to t\bar{t}$	SM und MSSM	10 Stellen	[105, 106]

Tab. 5.1: *Prozesse die mit* `FeynArts`, `FormCalc` *und* `LoopTools` *getestet wurden.*

Kapitel 6

Der Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$

In früheren Studien sind komplette 1-Schleifenrechnungen für elektroschwache Präzisionsobservable an der Z-Resonanz und für die M_W-M_Z-Massenabhängigkeit durchgeführt worden [107]. Der Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ jenseits der Z-Resonanz, bei LEP2 oder an einem zukünftigen e^+e^--LC, erfordert eine Erweiterung dieser vorhergehenden Berechnungen auf die Kontinuumregion, die in diesem Kapitel untersucht werden soll.

In Abwesenheit von direkten Nachweisen von SUSY-Teilchen bei LEP ist die Frage nach indirekten Effekten in Wirkungsquerschnitten durch virtuelle SUSY-Beiträge von speziellem Interesse. Aus diesem Grund werden die elektroschwachen und die SUSY-QCD-Korrekturen zum Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ ($f = \mu, u, d, c, s, t, b$) im MSSM mit komplexen Parametern auf dem 1-Schleifenniveau berechnet und die Größe der möglichen virtuellen Effekte diskutiert.

Speziell wird die Produktion von t-Quarks numerisch diskutiert. Aufgrund ihrer großen Masse sind ihre Yukawa-Kopplungen nicht mehr vernachlässigbar, und man erwartet deshalb für diese Fermionen die größten Unterschiede zwischen dem SM und dem MSSM. Außerdem kann dieser Prozeß mit einem zukünftigen e^+e^--LC sehr genau untersucht werden.

6.1 Kinematik

Der Viererimpuls und die Helizität des Elektrons werden jeweils mit p und κ, die des Positrons mit $\bar{p}$ und $\bar{\kappa}$ bezeichnet. Für das auslaufende Fermion $f \neq e, \nu_e$ werden als entsprechende Bezeichnungen k für den Impuls und η für die Helizität bzw. $\bar{k}$ und $\bar{\eta}$ bei seinem Antiteilchen verwendet. Die Elektronmasse wird grundsätzlich immer dann vernachlässigt, wenn sie nicht als Argument von Integralen auftritt, in denen dies zu einer Massensingularität führen würde. Das ist gerechtfertigt, da die Elektronmasse viel kleiner als die anderen beteiligten Massen und kinematischen Größen ist. Auch die Verstärkung der Yukawa-Kopplungen im 2HDM-Anteil erzwingt nicht, daß die Elektron-Higgs-Kopplungen nun mitgenommen werden müssen, da diese unabhängig von den Winkeln um m_e/m_f kleiner als die an die Fermionen $f \neq e, \nu$ und damit nach wie vor vernachlässigbar sind.

Die Mandelstam-Variablen werden wie folgt festgelegt:

$$s = (p+\bar{p})^2 = (k+\bar{k})^2\ , \quad t = (p-k)^2 = (\bar{p}-\bar{k})^2\ , \quad u = (p-\bar{k})^2 = (\bar{p}-k)^2\ . \tag{6.1}$$

Da die externen Teilchen auf der Massenschale sind, gilt folgender Zusammenhang:

$$s + t + u = 2\, m_f^2\ . \tag{6.2}$$

Im CMS lassen sich die Impulse der Teilchen folgendermaßen parametrisieren:

$$\begin{aligned} p &= (E, 0, 0, E)\ , & \bar{p} &= (E, 0, 0, -E) \\ k &= (E, E\,\beta_f\ \sin\vartheta, 0, E\,\beta_f\ \cos\vartheta)\ , & \bar{k} &= (E, -E\,\beta_f\ \sin\vartheta, 0, -E\,\beta_f\ \cos\vartheta)\ . \end{aligned} \tag{6.3}$$

Dabei ist $\beta_f = \sqrt{1 - m_f^2/E^2}$ die Geschwindigkeit der auslaufenden Fermionen, ϑ der Streuwinkel zwischen Elektron und Fermion und E die Teilchenenergie im CMS. Ferner lassen sich im CMS die Mandelstam-Variablen wie folgt durch E und ϑ ausdrücken:

$$s = (2\,E)^2 \tag{6.4}$$

$$t = \frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4\,s\,m_f^2}\ \cos\vartheta - \frac{s}{2} + m_f^2 \tag{6.5}$$

$$u = -\frac{1}{2}\sqrt{s^2 - 4\,s\,m_f^2}\ \cos\vartheta - \frac{s}{2} + m_f^2\ . \tag{6.6}$$

Im Grenzfall masseloser Elektronen verschwinden die Born-Matrixelemente (6.11a) und (6.11j) für $\bar{\kappa} = \kappa$. Dies erlaubt es die Helizitätsamplitude wie folgt zu schreiben

$$\mathcal{M}(\kappa, \bar{\kappa} = -\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \cos\vartheta) = \mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \cos\vartheta)\ . \tag{6.7}$$

Daher läßt sich der differentielle WQ nach Summation über alle möglichen Endhelizitäten in der Form

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(\kappa, s, \cos\vartheta) = \frac{\sqrt{s(s-4m_f^2)}}{(8\pi s)^2}\ N_C^f \sum_{\eta,\bar{\eta}} |\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)|^2 \tag{6.8}$$

schreiben, wobei der Farbfaktor N_C^f durch Gl. (B.2) definiert ist. Als Observablen werden schließlich die beiden folgenden Größen definiert:

- Der differentielle WQ für unpolarisierte Elektronen und Positronen ergibt sich aus Mittelung über die möglichen Helizitäten

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(s, \cos\vartheta) = \frac{1}{4}\left[\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(+, s, \cos\vartheta) + \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(-, s, \cos\vartheta)\right]\ , \tag{6.9}$$

- der totale WQ

$$\sigma(s) = \int \mathrm{d}\Omega\ \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(s, \cos\vartheta)\ . \tag{6.10}$$

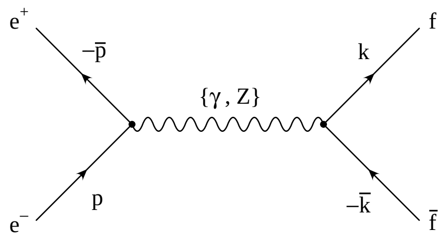


Abb. 6.1: *Die Born-Graphen. Die Pfeilrichtung gibt die Fermion- und Impulsrichtung an.*

6.2 Matrixelemente und Born-Graphen

Folgende 16 Matrixelemente wurden als Basis für die Rechnung gewählt ($\bar{\kappa} = -\kappa$)[1]:

$$\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)\,\gamma^\mu\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta}) \tag{6.11a}$$
$$\mathcal{M}_2^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})(\not{k} - \not{\bar{k}})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)(\not{\bar{p}} - \not{p})\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta}) \tag{6.11b}$$
$$\mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})(\not{k} - \not{\bar{k}})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta}) \tag{6.11c}$$
$$\mathcal{M}_4^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)(\not{\bar{p}}\gamma^\mu + \gamma^\mu\not{p})\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta}) \tag{6.11d}$$
$$\mathcal{M}_5^{\kappa\lambda} = -\overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta})\,\overline{u}(k,\eta)\,\gamma^\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11e}$$
$$\mathcal{M}_6^{\kappa\lambda} = -\overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\not{k}\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta})\,\overline{u}(k,\eta)\,\not{\bar{k}}\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11f}$$
$$\mathcal{M}_7^{\kappa\lambda} = -\overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta})\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11g}$$
$$\mathcal{M}_8^{\kappa\lambda} = -\overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\not{k}\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta})\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11h}$$
$$\mathcal{M}_9^{\kappa\lambda} = -\overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta})\,\overline{u}(k,\eta)\,\not{\bar{k}}\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11i}$$
$$\mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(\bar{k},\bar{\eta})\,\gamma^\mu\,\omega^{-\lambda}\,v(k,\eta) \tag{6.11j}$$
$$\mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\gamma_\mu\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar{k},\bar{\eta})\,\gamma^\mu\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11k}$$
$$\mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\not{\bar{k}}\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar{k},\bar{\eta})\,\not{k}\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11l}$$
$$\mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar{k},\bar{\eta})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11m}$$
$$\mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\not{\bar{k}}\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar{k},\bar{\eta})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11n}$$
$$\mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\omega^\lambda\,v(k,\eta)\,\overline{u}(\bar{k},\bar{\eta})\,\not{k}\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa) \tag{6.11o}$$
$$\mathcal{M}_{16}^{\kappa\lambda} = \overline{v}(\bar{p},\bar{\kappa})\,\omega^\kappa\,u(p,\kappa)\,\overline{u}(k,\eta)\,\omega^\lambda\,v(\bar{k},\bar{\eta})\ . \tag{6.11p}$$

Die $\omega^{\kappa,\lambda}$ ($\kappa,\lambda \in \{+,-\}$) sind die Chiralitätsprojektoren (A.9). Man beachte außerdem, daß $\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} = \mathcal{M}_{10}^{\kappa\lambda}$, was mit Hilfe der Ladungskonjugationsmatrix $C = \mathrm{i}\gamma^2\gamma^0$ gezeigt werden kann.

Bei der Fermion-Paarproduktion aus der e^+e^--Vernichtung existieren die beiden Born-Diagramme in Abb. 6.1. Sie tragen nur zum Matrixelement $\mathcal{M}_1^{\kappa\lambda}$ (6.11a) bei. Betrachtet

[1] Im Unterschied zu Kapitel 3, Gl. (3.9), in dem das SM betrachtet wurde, treten hier SUSY-Boxdiagramme auf die zusätzliche Matrixelemente erfordern. Außerdem wurde die Masse des auslaufenden Fermions hier nicht vernachlässigt.

a	b	g_e^+	g_e^-	g_f^+	g_f^-	δC^{ab}	$\delta\tilde{C}^{ab}$
γ	γ	$-Q_e$	$-Q_e$	$-Q_f$	$-Q_f$	$\delta Z^{\gamma\gamma}$	0
γ	Z	$-Q_e$	$-Q_e$	$g_{Z,R}^f$	$g_{Z,L}^f$	$\frac{1}{2}(\delta Z^{\gamma Z} + \delta Z^{Z\gamma})$	$\frac{1}{2} M_Z^2\, \delta Z^{Z\gamma}$
Z	γ	$g_{Z,R}^e$	$g_{Z,L}^e$	$-Q_f$	$-Q_f$	$\frac{1}{2}(\delta Z^{\gamma Z} + \delta Z^{Z\gamma})$	$\frac{1}{2} M_Z^2\, \delta Z^{Z\gamma}$
Z	Z	$g_{Z,R}^e$	$g_{Z,L}^e$	$g_{Z,R}^f$	$g_{Z,L}^f$	δZ^{ZZ}	$M_Z^2\, \delta Z^{ZZ} + \delta M_Z^2$

Tab. 6.1: *Kopplungen und Selbstenergie-Counterterme.*

man nun eine Störungsentwicklung der Helizitätsamplitude $\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)$ nach dem Entwicklungsparameter α, so ergibt sich einschließlich $\mathcal{O}(\alpha)$:

$$\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta) = \mathcal{M}^{(0)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta) + \mathcal{M}^{(1)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta) + \mathcal{O}(\alpha^2)\ . \tag{6.12}$$

Beim Quadrieren der Helizitätsamplitude entstehen mit $|\mathcal{M}^{(1)}|^2$ Terme, die von $\mathcal{O}(\alpha^2)$ sind und bei einer Rechnung in $\mathcal{O}(\alpha)$ weggelassen werden. Die Strahlungskorrekturen sind daher nur in dem Term

$$2\,\Re\mathrm{e}\left[\sum_{\eta,\bar{\eta}} \mathcal{M}^{(1)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)\mathcal{M}^{(0)*}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta)\right] \tag{6.13}$$

enthalten. Verwendet man nun die Basis (6.11) zur Zerlegung der Helizitätsamplitude in die Basismatrixelemente und Formfaktoren $L_i^{\kappa\lambda}$ nach

$$\mathcal{M}^{(0)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta) = \sum_{\lambda} \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} L_1^{(0)\kappa\lambda} \tag{6.14}$$

$$\mathcal{M}^{(1)}(\kappa, \eta, \bar{\eta}, s, \cos\vartheta) = \sum_{i,\lambda} \mathcal{M}_i^{\kappa\lambda} L_i^{(1)\kappa\lambda} \tag{6.15}$$

mit den Born-Formfaktoren

$$L_1^{(0)\kappa\lambda} = \mathrm{i}\, e^2 \left(\frac{Q_e Q_f}{s} + \frac{g_e^\kappa g_f^\lambda}{s - M_Z^2}\right)\ , \tag{6.16}$$

so erkennt man, daß die Summation über η und $\bar{\eta}$ ohne Kenntnis der Formfaktoren ausgeführt werden kann, da diese unabhängig von den Helizitäten sind. Die Kopplungen g_e^κ und g_f^λ sind der letzten Zeile in Tabelle 6.1 zu entnehmen, wobei folgende Abkürzungen eingeführt werden:

$$g_{Z,R}^f = \frac{s_w}{c_w} Q_f\ , \qquad g_{Z,L}^f = -\frac{I_3^f - s_w^2 Q_f}{s_w c_w}\ . \tag{6.17}$$

6.3 Die Strahlungskorrekturen

Die Strahlungskorrekturen, die zu $\mathcal{M}^{(1)}$ beitragen, lassen sich folgendermaßen unterteilen:

- Virtuelle Korrekturen, die aus den Selbstenergien der ausgetauschten Eichbosonen γ und Z, Korrekturen zum Vertex der einlaufenden Elektronen und auslaufenden Fermionen und den Boxdiagrammen bestehen:

$$\mathcal{M}^{(1)} = \mathcal{M}_S + \mathcal{M}_{eV} + \mathcal{M}_{fV} + \mathcal{M}_B \ . \tag{6.18}$$

  Dabei enthalten die Vertexkorrekturen über die Counterterme auch Selbstenergiebeiträge von den Fermion- und W-Propagatoren.

- Reelle weiche und harte Bremsstrahlung aus dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}\gamma$, wobei über den Photon-Phasenraum integriert wird. Der Beitrag der harten Bremsstrahlung ist prinzipiell vom Detektor abhängig und kann durch Monte-Carlo-Methoden simuliert werden.

Eine andere Aufteilung besteht in schwache-, QCD- und in QED-Korrekturen. Letztere tragen zu $\mathcal{M}_{eV}$, $\mathcal{M}_{fV}$ und $\mathcal{M}_B$ bei und enthalten die ganze Bremsstrahlung, die die IR-Singularitäten in den virtuellen Korrekturen (aufgrund des masselosen Photons) kompensiert.

In dieser Arbeit werden nur die schwachen und die SUSY-QCD-Korrekturen berechnet. Für eine vollständige Behandlung können die virtuellen QED-Korrekturen, einschließlich der Bremsstrahlung, aus [108], und die Standard-QCD-Korrekturen aus [109] entnommen werden.

Anmerkung: Im Unterschied zu Kapitel 3 werden hier nicht die führenden Logarithmen zu allen Ordnungen aufsummiert und es wird auch keine Z-Breite benötigt, da diese Effekte weit jenseits der Z-Resonanz vernachlässigbar sind. Die Masse des auslaufenden Fermions wird hier jedoch nicht vernachlässigt. Außerdem wird in allen `model files` das ON-SHELL-Renormierungsschema in der Formulierung von [93] benutzt, im Gegensatz zu Kapitel 3 in dem das Verfahren nach [62] benutzt wurde.

6.3.1 Die Selbstenergiekorrekturen

Die einfachsten Beiträge zu den Strahlungskorrekturen stammen von den Selbstenergien, die nachfolgenden behandelt werden.

Die Parametrisierung für die unrenormierte 2-Punkt-Vertexfunktion der Eichbosonen lautet in der 't Hooft–Feynman-Eichung

$$\Gamma^{ab}_{\mu\nu}(p) = -\mathrm{i}\, g_{\mu\nu}(p^2 - m^2_{ab})\delta_{ab} - \mathrm{i}\left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}\right)\Sigma^{ab}(p^2) - \mathrm{i}\,\frac{p_\mu p_\nu}{p^2}\Sigma^{ab}_\ell(p^2) \ . \tag{6.19}$$

Hierbei ist $a, b \in \{\gamma, Z, W\}$, $m_{\gamma\gamma} \equiv 0$, $m_{ZZ} \equiv M_Z$ und $m_{WW} \equiv M_W$. Sämtliche zu Gl. (6.19) beitragenden Diagramme und die transversalen Komponenten $\Sigma(p^2)$ sind im Anhang B.2 aufgelistet.

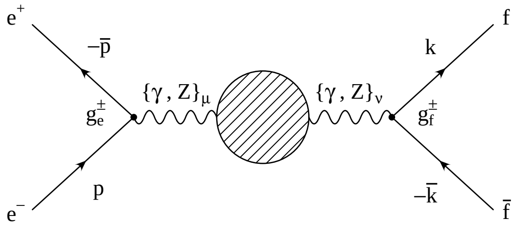


Abb. 6.2: *Die Selbstenergiekorrekturen zu $e^+e^- \to f\bar{f}$.*

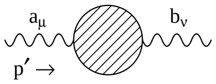
Die unrenormierten 2-Punkt-Vertexfunktionen für die Fermionen werden, wie folgt, parametrisiert

$$\Gamma^f(p) = \mathrm{i}\,(\not{p} - m_f) + \mathrm{i}\left[\not{p}\,\Sigma_L^f(p^2) + m_f\,\Sigma_S^{f*}(p^2)\right]\omega^- + \mathrm{i}\left[\not{p}\,\Sigma_R^f(p^2) + m_f\,\Sigma_S^f(p^2)\right]\omega^+ \,. \tag{6.20}$$

Bis auf die Standard-QCD-Korrekturen sind alle zu Gl. (6.20) beitragenden Diagramme im Anhang von Ref. [104] angegeben.

Man beachte, daß bei dem gewählten Renormierungsschema die Korrekturen zu den Fermionpropagatoren und dem W-Propagator in die Counterterme zu den Vertizes eingehen. Man braucht daher nur noch die Korrekturen zu den Austauschteilchen, da diese nicht auf der Massenschale sind, zu betrachten. Die vier möglichen Diagramme sind in Abb. 6.2 dargestellt.

Der schraffierte Kreis steht hier für die renormierten, 1-Teilchen-irreduziblen Selbstenergien und ist definiert durch



$$:= \; -\mathrm{i}\,(A\,g_{\mu\nu} + B\,p'_\mu p'_\nu) - \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}(p'^2\,\delta C^{ab} - \delta\tilde{C}^{ab}) \,, \tag{6.21}$$

wobei $p'^2 = (p+\bar{p})^2 = (k+\bar{k})^2 = s$ ist. Die Selbstenergie-Counterterme δC^{ab} und $\delta\tilde{C}^{ab}$ sind Tabelle 6.1 zu entnehmen. Aufgrund von Gl. (6.19) und Gl. (6.21) ist

$$A \equiv \hat{\Sigma}^{ab}(s) = \Sigma^{ab}(s) + s\,\delta C^{ab} - \delta\tilde{C}^{ab} \,. \tag{6.22}$$

Der Beitrag von Abb. 6.2 zur Helizitätsamplitude (6.18) hat daher die Gestalt:

$$\mathcal{M}_S = -\mathrm{i}\,e^2\,\overline{v}(\bar{p})\,\gamma^\mu\,(g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)\,u(p)\,\frac{(Ag_{\mu\nu} + Bp'_\mu p'_\nu)}{(s-m_{aa}^2)(s-m_{bb}^2)}\,\overline{u}(k)\,\gamma^\nu\,(g_f^+\omega^+ + g_f^-\omega^-)\,v(\bar{k}) \,. \tag{6.23}$$

Der Term mit B verschwindet jedoch, da man für den betrachteten Prozeß nur den transversalen Anteil der Eichbosonselbstenergien (6.19) benötigt, da Eichbosonen in den Born-Diagrammen nur zwischen der Elektron- und der Fermion-Linie auftreten, daher den Impuls $p' = p + \bar{p}$ tragen, und ein Term $p'_\mu p'_\nu$ bei der Kontraktion mit γ^μ in der Elektron-Linie aufgrund der Dirac-Gleichung für masselose Elektronen verschwindet. Der Beitrag

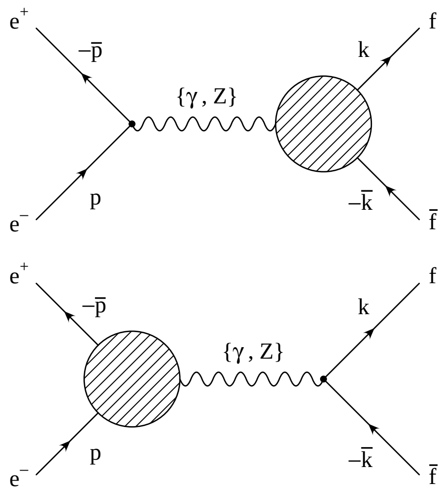


Abb. 6.3: *Die Vertexkorrekturen für das auslaufende Fermion (oben) und die Elektron-Vertexkorrekturen (unten). Der schraffierte Kreis steht jeweils für den renormierten Vertex.*

der Selbstenergien läßt sich in der Form

$$\mathcal{M}_S = -\frac{\mathrm{i}\, e^2}{(s - m_{aa}^2)(s - m_{bb}^2)}\, \hat{\Sigma}^{ab}(s)\, g_e^\kappa\, g_f^\lambda\, \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \tag{6.24}$$

schreiben. In Tabelle 6.1 sind die für die vier Diagramme relevanten Größen aufgeführt.

Somit erhält man, wenn die Counterterme δC^{ab} und $\delta\tilde{C}^{ab}$ (s. Tabelle 6.1) durch die Selbstenergien ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}(s) &= \Sigma^{\gamma\gamma}(s) - s\, \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma'^{\gamma\gamma}(0) \\
\hat{\Sigma}^{ZZ}(s) &= \Sigma^{ZZ}(s) - \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma^{ZZ}(M_Z^2) - (s - M_Z^2)\, \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma'^{ZZ}(M_Z^2) \\
\hat{\Sigma}^{\gamma Z}(s) &= \Sigma^{\gamma Z}(s) - \Sigma^{\gamma Z}(0) + \frac{s}{M_Z^2}\left(\widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma^{\gamma Z}(0) - \widetilde{\Re\mathrm{e}}\, \Sigma^{\gamma Z}(M_Z^2)\right) \,.
\end{aligned} \tag{6.25}$$

6.3.2 Die Vertexkorrekturen

Bei den Vertexkorrekturen tritt nur eine Topologie auf. Das Ergebnis dieser Topologie läßt sich stets in der Form

$$\overline{v}(\bar{p})\, \hat{\Gamma}_\mu^{Vff}\, u(p) = \overline{v}(\bar{p})\, \frac{\mathrm{i}\, e\, \alpha}{4\pi} \left[\gamma_\mu\, A_{fV}^\lambda + (p - \bar{p})_\mu\, B_{fV}^\lambda + (p + \bar{p})_\mu\, C_{fV}^\lambda\right] \omega^\lambda\, u(p) \tag{6.26}$$

schreiben, wobei $V \in \{\gamma, Z\}$ und $\lambda \in \{+, -\}$. Diese Topologie tritt nun auf der Seite des auslaufenden Fermions und auf der Elektronseite (Abb. 6.3) auf. Nach Abb. 6.3 (oben) ergibt sich also für den Beitrag zur Helizitätsamplitude (6.18):

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{fV} &= \frac{\mathrm{i}\,\alpha^2}{s - m_{VV}^2} \Big[A_{fV}^\lambda\, \overline{v}(\bar{p})\, \gamma^\mu\, (g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)\, u(p)\, \overline{u}(k)\, \gamma^\mu\, \omega^\lambda\, v(\bar{k}) \\
&\quad + B_{fV}^\lambda\, \overline{v}(\bar{p})\, (\not{k} - \bar{\not{k}})\, (g_e^+\omega^+ + g_e^-\omega^-)\, u(p)\, \overline{u}(k)\, \omega^\lambda\, v(\bar{k}) \Big] \\
&= \frac{\mathrm{i}\,\alpha^2}{s - m_{VV}^2} \left[g_e^\kappa\, A_{fV}^\lambda\, \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} + g_e^\kappa\, B_{fV}^\lambda\, \mathcal{M}_3^{\kappa\lambda} \right] \; . \qquad (6.27)
\end{aligned}$$

Dabei ist der Beitrag $\propto (p+\bar{p})\, C_{fV}^\lambda$ aufgrund der Dirac-Gleichung für masselose Elektronen verschwunden.

Auf der Elektronseite ergibt sich der Beitrag des Diagramms in Abb. 6.3 (unten) zur Helizitätsamplitude (6.18) zu

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{eV} &= \frac{\mathrm{i}\,\alpha^2}{s - m_{VV}^2}\, \overline{v}(\bar{p}) \Big[\gamma_\mu\, A_{eV}^\kappa + (p - \bar{p})_\mu\, B_{eV}^\kappa + (p + \bar{p})_\mu\, C_{eV}^\kappa \Big] \omega^\kappa\, u(p) \\
&\quad \times \overline{u}(k)\, \gamma^\mu\, (g_f^+\omega^+ + g_f^-\omega^-)\, v(\bar{k}) \\
&\approx \frac{\mathrm{i}\,\alpha^2}{s - m_{VV}^2}\, A_{eV}^\kappa\, g_f^\lambda\, \mathcal{M}_1^{\kappa\lambda} \; . \qquad (6.28)
\end{aligned}$$

Aus Dimensionsgründen müssen B_{eV}^κ und C_{eV}^κ proportional zur Elektronmasse und daher vernachlässigbar sein. Die Kopplungen g_e^κ und g_f^λ sind der ersten bzw. letzten Zeile in Tabelle 6.1 zu entnehmen.

Setzt man in die Vertextopologie nun alle möglichen Felder ein, so kommt man auf sechs generische Diagramme für schwere Fermionen und auf vier für die Elektronseite (da hier die Diagramme mit Higgs-Bosonen vernachlässigt werden), die im Anhang B aufgeführt sind.

Abschließend muß man nun noch die entsprechenden Vertex-Counterterme zu den unrenormierten Vertizes addieren, um die Vertexkorrekturen zu vervollständigen.

Für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex sind die Counterterme $\delta C_{f\gamma}^\pm$ gegeben durch:

$$\delta C_{f\gamma}^\pm = -\frac{4\,\pi\, Q_f}{\alpha} \big(\delta Z_e + \frac{1}{2} \delta Z^{\gamma\gamma} + \Re\mathrm{e}\, \{\delta Z_{R,L}^f\} \big) + \frac{4\,\pi}{\alpha}\, g_{Z,R,L}^f\, \delta Z^{Z\gamma} \; . \qquad (6.29)$$

Handelt es sich jedoch um den $Zf\bar{f}$-Vertex, so lauten die Counterterme:

$$\delta C_{fZ}^\pm = \frac{4\,\pi}{\alpha}\, g_{Z,R,L}^f \left(\frac{\delta g_{Z,R,L}^f}{g_{Z,R,L}^f} + \frac{1}{2} \delta Z^{ZZ} + \Re\mathrm{e}\, \{\delta Z_{R,L}^f\} \right) - \frac{4\,\pi\, Q_f}{2\,\alpha} \delta Z^{\gamma Z} \; . \qquad (6.30)$$

mit

$$\begin{aligned}
\delta g_{Z,R}^f &= g_{Z,R}^f \left(\delta Z_e + \frac{1}{c_w^2}\, \frac{\delta s_w}{s_w} \right) \\
\delta g_{Z,L}^f &= -\frac{I_3^f}{s_w c_w} \left(\delta Z_e + \frac{s_w^2 - c_w^2}{c_w^2}\, \frac{\delta s_w}{s_w} \right) + \delta g_{Z,R}^f \; . \qquad (6.31)
\end{aligned}$$

Dabei sind die $g^f_{Z,L,R}$ durch Gl. (6.17) definiert, die Fermion-Feldrenormierungskonstanten δZ^f_L und δZ^f_R durch Gl. (4.110a) bzw. Gl. (4.110b), $\delta Z^{\gamma\gamma}$, δZ^{ZZ}, $\delta Z^{Z\gamma}$, durch Gl. (4.110c), Gl. (4.110d) und Gl. (4.110e) und δs_w, δZ_e durch Gl. (4.111a) und Gl. (4.111b).

Zusammengefaßt ergibt sich der Formfaktor A^κ_{eV} für den Elektronvertex aus Gl. (6.28) zu

$$A^\kappa_{eV} = \left[A^\kappa_{\mathrm{I}} + A^\kappa_{\mathrm{II}} + A^\kappa_{\mathrm{III}} + A^\kappa_{\mathrm{IV}} + A^\kappa_{\mathrm{V}} + A^\kappa_{\mathrm{VI}}\right]_{eV} + \delta C^\kappa_{eV} \ . \tag{6.32}$$

Für den Vertex des auslaufenden Fermions ist A^λ_{fV} und B^λ_{fV} aus Gl. (6.27) durch

$$A^\lambda_{fV} = \left[A^\lambda_{\mathrm{I}} + A^\lambda_{\mathrm{II}} + A^\lambda_{\mathrm{III}} + A^\lambda_{\mathrm{IV}} + A^\lambda_{\mathrm{V}} + A^\lambda_{\mathrm{VI}}\right]_{fV} + \delta C^\lambda_{fV} \tag{6.33}$$

$$B^\lambda_{fV} = \left[B^\lambda_{\mathrm{I}} + B^\lambda_{\mathrm{II}} + B^\lambda_{\mathrm{III}} + B^\lambda_{\mathrm{IV}} + B^\lambda_{\mathrm{V}} + B^\lambda_{\mathrm{VI}}\right]_{fV} \tag{6.34}$$

festgelegt. Die einzelnen Formfaktoren $A^\lambda_{\mathrm{I},\dots,\mathrm{VI}}$ und $B^\lambda_{\mathrm{I},\dots,\mathrm{VI}}$ sind dem Anhang B zu entnehmen.

6.3.3 Die Boxdiagramme

Für den Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ existieren direkte und gekreuzte Boxdiagramme, die in Anhang B zu finden sind. Im SM treten diese Boxdiagramme mit Eichboson- und Higgs-Boson-Austausch auf. Da aber die Elektron-Higgs-Boson-Kopplung vernachlässigt werden kann und hier nur die schwache Wechselwirkung berücksichtigt werden soll, reduzieren sich die SM-Boxdiagramme auf solche mit zwei Z- und zwei $W^\pm$-Boson Austausch. Dabei ist zu beachten, daß das direkte Boxdiagramm mit W-Austausch nur für auslaufende d-artige Fermionen mit $I_3 = -1/2$ und das gekreuzte mit W-Austausch nur für auslaufende u-artige Fermionen mit $I_3 = +1/2$ existiert.

Da auch im MSSM die Elektron-Higgs-Boson-Kopplungen vernachlässigbar klein sind, treten in den SUSY-Boxdiagrammen nur Neutralinos und Charginos auf. Dabei ist ebenfalls zu beachten, daß das direkte Chargino-Boxdiagramm nur für auslaufende d-artige Fermionen und das gekreuzte Chargino-Boxdiagramm nur für auslaufende u-artige Fermionen existiert. Es tragen daher nur die im Anhang B dargestellten direkten und gekreuzten Boxdiagramme zur Helizitätsamplitude (6.18) bei, so daß

$$\mathcal{M}_B = \sum_V \left(\mathcal{M}^V_D + \mathcal{M}^V_C\right) + \sum_{\tilde{\chi}} \left(\mathcal{M}^{\tilde{\chi}}_D + \mathcal{M}^{\tilde{\chi}}_C\right) \tag{6.35}$$

ist, mit $V \in \{Z, W\}$ und $\tilde{\chi} \in \{\tilde{\chi}^0, \tilde{\chi}^\pm\}$. Alle dort aufgeführten Boxdiagramme sind UV-endlich (s. Anhang A.7), weshalb hier keine Counterterme benötigt werden.

Da die generischen Ergebnisse für die Boxdiagramme eine längliche Form haben, werden für die Integralterme die folgenden Abkürzungen eingeführt:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= 4\,\mathrm{i}\,\alpha^2 D_{20} \\
P_2 &= 2\,\mathrm{i}\,\alpha^2 \left[2C_0 - m_f^2(D_{11} - D_{12} + D_{13}) + (D_{11} + D_{12} - D_{13}) \begin{cases} t & \text{direkte Box} \\ u & \text{gekreuzte Box} \end{cases}\right] \\
P_3 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 D_{11} \\
P_4 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{11} - 2D_{13}) \\
P_5 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{11} - 2D_{12}) \\
P_6 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{11} + D_{24} - D_{25}) \\
P_7 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 \Big[D_{11} + 2(D_{23} - D_{13} - D_{26}) + D_{24} - D_{25}\Big] \\
P_8 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 \Big[D_{11} + 2(D_{26} - D_{12} - D_{22}) + D_{24} - D_{25}\Big] \\
P_9 &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{25} - D_{26}) \\
P_{10} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{24} - D_{26}) \\
P_{11} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{11} - D_{13}) \\
P_{12} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 D_{12} \\
P_{13} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 D_0 \\
P_{14} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 D_{13} \\
P_{15} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{25} - D_{23}) \\
P_{16} &= \mathrm{i}\,\alpha^2 (D_{24} - D_{22}) \;.
\end{aligned} \tag{6.36}
$$

Die Argumente der C- und D-Funktionen sind für die direkten Boxdiagramme festgelegt gemäß

$$
C = C(\bar{k}, p + \bar{p}, m_2, m_3, m_4) \;, \qquad D = D(\bar{p}, -\bar{k}, -k, m_1, m_2, m_3, m_4) \tag{6.37}
$$

und für die gekreuzten Boxdiagramme

$$
C = C(k, p + \bar{p}, m_2, m_3, m_4) \;, \qquad D = D(\bar{p}, -k, -\bar{k}, m_1, m_2, m_3, m_4) \;. \tag{6.38}
$$

Zusätzlich werden folgende Abkürzungen für die Kopplungsterme benutzt:

$$
\lambda_\kappa^\pm = g_1^\kappa\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{\pm\kappa} \;, \qquad \bar{\lambda}_\kappa^\pm = g_1^\kappa\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{\mp\kappa} \;, \tag{6.39}
$$

$$
\eta_\kappa^\pm = g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^\kappa \;, \qquad \eta_\kappa^\mp = g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\mp\kappa}\, g_4^\kappa \;, \tag{6.40}
$$

$$
\bar{\eta}_\kappa^\mp = g_1^{\mp\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^\kappa \;, \qquad \eta_{-\kappa}^\pm = g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{-\kappa} \;, \tag{6.41}
$$

$$
\eta_{-\kappa}^\mp = g_1^{\pm\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\mp\kappa}\, g_4^{-\kappa} \;, \qquad \bar{\eta}_{-\kappa}^\mp = g_1^{\mp\kappa}\, g_2^\kappa\, g_3^{\pm\kappa}\, g_4^{-\kappa} \;. \tag{6.42}
$$

Das Ergebnis lautet für das direkte Vektorboson-Boxdiagramm:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{M}_D^V = \mathcal{M}_1^{\kappa\kappa} & \left[P_1\, \lambda_\kappa^+ - m_f m_{\hat{f}} (P_5\, \bar{\lambda}_\kappa^- - P_4\, \bar{\lambda}_\kappa^+)\right] + \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa} \left[P_2\, \lambda_\kappa^- + m_f m_{\hat{f}} (P_5\, \bar{\lambda}_\kappa^+ - P_4\, \bar{\lambda}_\kappa^-)\right] \\
& + \mathcal{M}_2^{\kappa\kappa}\, P_6\, \lambda_\kappa^+ + \mathcal{M}_3^{\kappa\kappa} \left[m_f P_7\, \lambda_\kappa^+ - m_{\hat{f}} P_4\, \bar{\lambda}_\kappa^+\right] - \mathcal{M}_3^{\kappa-\kappa} \left[m_f P_8\, \lambda_\kappa^+ - m_{\hat{f}} P_5\, \bar{\lambda}_\kappa^-\right] \\
& + \mathcal{M}_4^{\kappa\kappa}\, m_{\hat{f}}\, P_3\, \bar{\lambda}_\kappa^+ - \mathcal{M}_4^{\kappa-\kappa}\, m_{\hat{f}}\, P_3\, \bar{\lambda}_\kappa^-
\end{aligned} \tag{6.43}
$$

und für das gekreuzte Vektorboson-Boxdiagramm:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_C^V = & -\mathcal{M}_1^{\kappa\kappa}\left[P_2\,\lambda_\kappa^+ + m_f m_{\hat{f}}(P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^- - P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^+)\right] - \mathcal{M}_1^{\kappa-\kappa}\left[P_1\,\lambda_\kappa^- - m_f m_{\hat{f}}(P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^+ - P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^-)\right] \\ & + \mathcal{M}_2^{\kappa-\kappa}\,P_6\,\lambda_\kappa^- - \mathcal{M}_3^{\kappa\kappa}\left[m_f P_7\,\lambda_\kappa^- - m_{\hat{f}} P_4\,\bar{\lambda}_\kappa^-\right] + \mathcal{M}_3^{\kappa-\kappa}\left[m_f\,P_8\,\lambda_\kappa^- - m_{\hat{f}} P_5\,\bar{\lambda}_\kappa^+\right] \\ & - \mathcal{M}_4^{\kappa\kappa}\,m_{\hat{f}}\,P_3\,\bar{\lambda}_\kappa^- + \mathcal{M}_4^{\kappa-\kappa}\,m_{\hat{f}}\,P_3\,\bar{\lambda}_\kappa^+\ ,\end{aligned} \tag{6.44}$$

wobei $\hat{f}$ entweder f oder f' ist, was aus den Tabellen in Anhang B zu entnehmen ist. Das Ergebnis für das direkte Neutralino-Boxdiagramm lautet:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}^0} = & \frac{1}{4}\mathcal{M}_5^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} - \mathcal{M}_6^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} \\ & + \mathcal{M}_7^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^{\pm} - m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^{\mp} + m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_{\tilde{\chi}_j^0}\,P_{13}\,\eta_\kappa^{\pm}\Big] \\ & + \mathcal{M}_8^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^0}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^{\mp} - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^{\mp}\Big] + \mathcal{M}_9^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^{\pm}\Big]\ .\end{aligned} \tag{6.45}$$

Für das gekreuzte Neutralino-Boxdiagramm ergibt sich:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}^0} = & \frac{1}{4}\mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} - \mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} \\ & + \mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^{\pm} - m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^{\mp} + m_{\tilde{\chi}_i^0}\,m_{\tilde{\chi}_j^0}\,P_{13}\,\eta_\kappa^{\pm}\Big] \\ & + \mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^0}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^{\mp} - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^{\mp}\Big] + \mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^0}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^{\pm}\Big]\ .\end{aligned} \tag{6.46}$$

Das Ergebnis des direkten Chargino-Boxdiagramms lautet für $f = d, s, b, e, \mu, \tau$:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}^+} = & \frac{1}{4}\mathcal{M}_5^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} - \mathcal{M}_6^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} \\ & + \mathcal{M}_7^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^{\pm} - m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^{\mp} + m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_{\tilde{\chi}_j^+}\,P_{13}\,\eta_\kappa^{\pm}\Big] \\ & + \mathcal{M}_8^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^+}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^{\mp} - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^{\mp}\Big] + \mathcal{M}_9^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^{\pm}\Big]\ ,\end{aligned} \tag{6.47}$$

und für alle anderen Fermionen ist $\mathcal{M}_D^{\tilde{\chi}^+} = 0$.

Für $f = u, c, t, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ lautet das Ergebnis des gekreuzten Chargino-Boxdiagramms:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}^+} = & \frac{1}{4}\mathcal{M}_{11}^{\kappa\lambda}\,P_1\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} - \mathcal{M}_{12}^{\kappa\lambda}\,P_9\,\bar{\eta}_{-\kappa}^{\mp} \\ & + \mathcal{M}_{13}^{\kappa\lambda}\Big[m_f^2\,P_{10}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,m_f\,P_{11}\,\eta_{-\kappa}^{\pm} - m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_f\,P_{12}\,\eta_\kappa^{\mp} + m_{\tilde{\chi}_i^+}\,m_{\tilde{\chi}_j^+}\,P_{13}\,\eta_\kappa^{\pm}\Big] \\ & + \mathcal{M}_{14}^{\kappa\lambda}\Big[m_{\tilde{\chi}_i^+}\,P_{14}\,\bar{\eta}_\kappa^{\mp} - m_f\,P_{15}\,\eta_{-\kappa}^{\mp}\Big] + \mathcal{M}_{15}^{\kappa\lambda}\Big[m_f\,P_{16}\,\eta_{-\kappa}^{\mp} - m_{\tilde{\chi}_j^+}\,(P_3 - P_{12})\,\eta_{-\kappa}^{\pm}\Big]\ ,\end{aligned} \tag{6.48}$$

während für alle anderen Fermionen $\mathcal{M}_C^{\tilde{\chi}^+} = 0$ ist.

6.4 Wirkungsquerschnitte

In diesem Kapitel werden die vorgestellten Formeln verwendet, um die Produktion von Fermionpaaren numerisch zu diskutieren. Zu diesem Zweck wurde für die numerische Auswertung ein FORTRAN-Programm geschrieben, das mit einem von `FeynArts` und `FormCalc` erzeugten FORTRAN-Programm erfoglreich verglichen wurde (s. Kapitel 5).

Da man interessiert ist, die Bereiche des MSSM zu finden, die zu den größten Unterschieden zum SM führen und dadurch eine Unterscheidung zwischen den beiden Modellen erlauben würden, definiert man die Größe:

$$\Delta(s) = \frac{\sigma^{\mathrm{MSSM}}(s) - \sigma^{\mathrm{SM}}(s)}{\sigma^{(0)}(s)} \,, \tag{6.49}$$

für den unpolarisierten WQ, die die Differenz des MSSM- zur SM-Korrektur ergibt. $\sigma^{(0)}(s)$ ist der totale WQ in der Bornschen Näherung und $\sigma(s)$ ist durch Gl. (6.10) definiert.

Die Zahlenwerte für die Eingabeparameter des SM bzw. die experimentellen Schranken an die SUSY-Teilchen des MSSM sind in Anhang A angegeben. Dazu existieren noch weitere (theoretische) Einschränkungen, die aus SUSY-Modellen resultieren:

- Da die Supersymmetrie gebrochen ist, heben sich die (logarithmisch) divergenten Anteile nicht mehr exakt auf. Da aber die Massenkorrektur der Higgs-Teilchen kleiner als die ursprüngliche Masse sein soll (um ein neues Hierarchieproblem zu vermeiden), kann eine Obergrenze der Superpartner von ~ 1 TeV angegeben werden. Damit ergibt sich für das leichte skalare Higgs-Boson h^0, unter Berücksichtigung von Strahlungskorrekturen, die folgende Obergrenze: $m_h \lesssim 130$ GeV (für $m_{\tilde{t}} \approx 1$ TeV) .

- Für die A-Parameter der gemischten Sfermionen sollte $|A| \lesssim 3 \times \mathcal{O}(M_{\tilde{Q}})$ gelten, da sonst die quadratischen Eigenwerte der Sfermion-Massenmatrix negativ werden könnten. Dies würde bedeuten, daß der $SU(3)_C \otimes U(1)_{\mathrm{em}}$ Grundzustand kein Minimum des skalaren Potentials ist.

6.4.1 Ergebnisse für $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$

Der Wirkungsquerschnitt bei LEP konnte mit einer Genauigkeit von 0.5% für $\mu^+\mu^-$ und 0.2% für hadronische Endzustände [110] gemessen werden. Daher ist es sehr wichtig, die Größe der MSSM 1-Schleifenbeiträge zu studieren, die von vielen verschiedenen experimentell und theoretisch konsistenten Modellparametern stammen. Da man für schwere nicht-Standardteilchen das SM mit einem leichten Higgs-Boson ($m_h \lesssim 130$ GeV) zurückerhält, werden die größten Unterschiede für leichte SUSY-Teilchen, nahe bei ihren Nachweisschwellen, zu erwarten sein.

Abb. 6.4 (oben) zeigt, für $\tan\beta = 1.6$, folgenden SUSY-Parameter-Scan

$$\begin{array}{rcccl} 100\ \text{GeV} & \leq & m_{\tilde{t}_1} & \leq & 500\ \text{GeV} \quad \text{in 50 GeV Schritten,} \\ -400\ \text{GeV} & \leq & |A| & \leq & 400\ \text{GeV} \quad \text{in 50 GeV Schritten,} \\ -500\ \text{GeV} & \leq & |\mu| & \leq & 500\ \text{GeV} \quad \text{in 50 GeV Schritten,} \\ 200\ \text{GeV} & \leq & M_2 & \leq & 1000\ \text{GeV} \quad \text{in 10 GeV Schritten,} \\ & & \varphi_A & = & 0\ , \\ & & \varphi_\mu & = & 0\ , \end{array} \tag{6.50}$$

für die Größe Δ, Gl. (6.49). Zusätzlich wurden, für den Fall $A = m_{\tilde{t}_1}$ ohne SUSY Boxdiagramme (ohne Abb.), Schritte von 10 GeV (anstelle von 50 GeV) gewählt. Das Ergebnis weicht um weniger als $\pm 0.1\%$ von beiden Ergebnissen in Abb. 6.4 ab.

Die Abweichungen vom SM sind immer negativ und Δ kann Werte bis zu -1.7% bei $M_2 = 1000$ GeV erreichen, was in etwa der experimentellen Genauigkeit entspricht. Diese Werte stammen von leichten Sfermionmassen, welche für diese Parameterwahl auftreten können. Es existiert praktisch kein Unterschied für die Wahl von $A = m_{\tilde{t}_1}$ (ohne Abb.) und für $-400\ \text{GeV} \leq A \leq 400\ \text{GeV}$.

Für $\tan\beta = 40$ ist der vorhergesagte Bereich für den gleichen Scan kleiner als in Abb. 6.4 ($-1\% \lesssim \Delta \lesssim 0\%$). Das rührt daher, daß für große $\tan\beta$ die leichtesten *erlaubten* Sfermionmassen i.a. größer sind als für kleine $\tan\beta$. Da die größten Werte von Δ für die leichtesten möglichen Sfermionmassen auftreten führt dies zu dem kleineren Ergebnis.

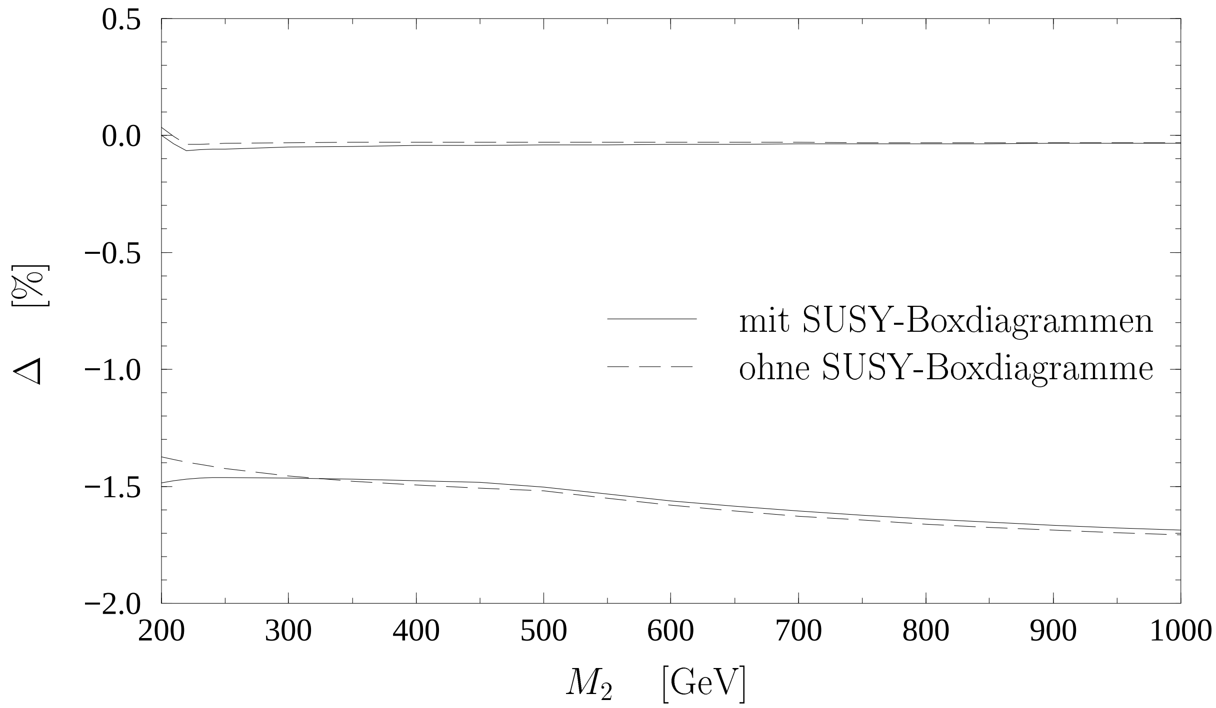
6.4.2 Ergebnisse für $e^+e^- \to \sum_{q\neq t} q\bar{q}$

Bei LEP-Energien war der hadronische Produktionsprozeß von primären Quarks $\neq t$ experimentell zugänglich mit einem großen WQ und einer Genauigkeit von 0.2% [110].

Abb. 6.4 (unten) zeigt, für $\tan\beta = 1.6$, den Parameter-Scan (6.50) für die Größe Δ. Die Abweichungen vom SM sind immer negativ und Δ kann Werte bis zu -3.7% erreichen. Es existiert praktisch kein Unterschied für die Wahl von $A = m_{\tilde{t}_1}$ (ohne Abb.) und für $-400\ \text{GeV} \leq A \leq 400\ \text{GeV}$.

Für $\tan\beta = 40$ ist der vorhergesagte Bereich für den gleichen Scan etwas kleiner als in Abb. 6.4 ($-1.8\% \lesssim \Delta \lesssim 0\%$), aus den schon in Abschnitt 6.4.1 genannten Gründen.

Die Analysen der LEP2 Daten zu den Prozessen $e^+e^- \to f\bar{f}$ erbrachten im Rahmen der experimentellen und theoretischen Genauigkeit keine signifikanten Abweichungen vom SM [5]. Daraus lassen sich also nur neue Massenschranken an die SUSY-Teilchen ableiten. Da LEP nicht mehr in Betrieb ist können weitere experimentelle Studien erst an einem zukünftigen LC fortgeführt werden. Da das t-Quark die größten Yukawa-Kopplungen besitzt ist es der ideale Kandidat um indirekte Effekte in Wirkungsquerschnitten durch virtuelle SUSY-Beiträge zu entdecken. Daher wird im folgenden Abschnitt die $t\bar{t}$-Produktion an einem LC untersucht.



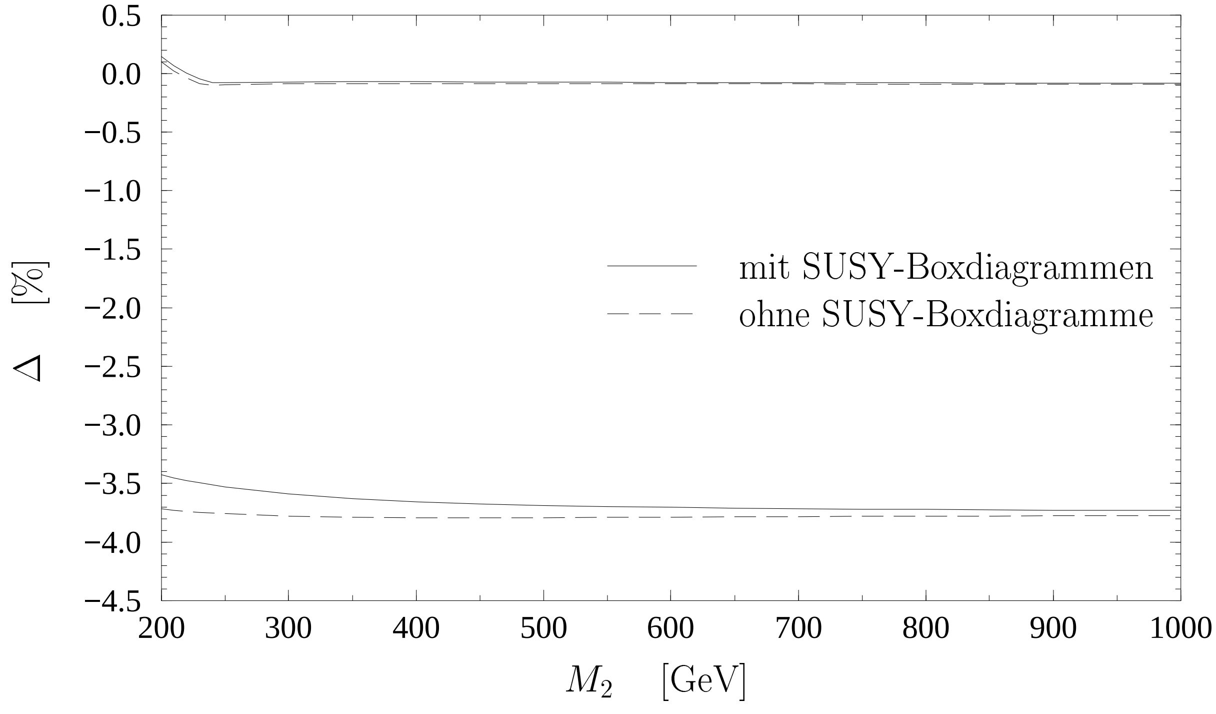


Abb. 6.4: $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ *(oben) und* $e^+e^- \to \sum_{q\neq t} q\bar{q}$ *(unten). Parameter-Scan (6.50) von* Δ *für* $\tan\beta = 1.6$ *und* $\sqrt{s} = 192$ GeV*. Der vorhergesagte Bereich befindet sich zwischen den beiden oberen und den beiden unteren Linien.*

6.4.3 Ergebnisse für $e^+e^- \to t\bar{t}$

Die Physik des t-Quarks wurde von vielen Autoren bereits eingehend untersucht [85, 108, 111, 112, 113, 114]. Die (elektro-) schwachen Strahlungskorrekturen zu $e^+e^- \to t\bar{t}$ wurden in der Nähe der Schwelle der $t\bar{t}$-Produktion ($s \simeq 4m_t^2$) für das SM [111, 112] sowie das 2HDM [113] und im Kontinuum ($s > 4m_t^2$) für das SM [108] bereits untersucht. Die Verallgemeinerung auf das 2HDM erfolgte in [113], wo die auf der Schwelle dominanten Diagramme auch für das Kontinuum berechnet wurden. Wie erwartet lassen sich im 2HDM die Diagramme mit dem Austausch eines skalaren Higgs-Bosons H^0 bzw. h^0 um einen Faktor $(\sin\alpha/\sin\beta)^2$ bzw. $(\cos\alpha/\sin\beta)^2$ verstärken oder abschwächen. Des weiteren wurde, in Übereinstimmung mit [112], gezeigt, daß diese Korrekturen schnell mit der Energie abnehmen. In [85] wurden schließlich alle schwachen Korrekturen im 2HDM für das Kontinuum berechnet. Legt man dem Higgs-Sektor des 2HDM die aus der Supersymmetrie stammenden Parameterrelationen auf, so stimmt er mit dem Higgs-Sektor des MSSM überein. Diese Beziehungen führten in [85] dazu, daß die Unterschiede zu den Vorhersagen des SM kleiner wurden. Für ein schweres, pseudoskalares Higgs-Boson A^0 wurde $|\Delta|$ (s. Definition (6.49)) stets kleiner als 2% und für ein leichtes A^0 ergaben sich kaum Werte für $|\Delta|$ über 4%.

Die dominanten Beiträge für den Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ im MSSM stammen von den SUSY-QCD-Korrekturen und den elektroschwachen SUSY-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha\, m_t^2/M_W^2)$. Die SUSY-QCD-Korrekturen für diesen Prozeß wurden bereits in [115] berechnet, ebenso die führenden elektroschwachen Korrekturen in $\mathcal{O}(\alpha\, m_t^2/M_W^2)$ [114].

Schließlich wurde in [104] die Reaktion $e^+e^- \to t\bar{t}$ im MSSM mit reellen Parametern für das Kontinuum betrachtet, unter Berücksichtigung sämtlicher elektroschwacher und SUSY-QCD-Korrekturen. Die FB- und LR-Asymmetrien wurden dort auch schon ausführlich behandelt, so daß in diesem Kapitel darauf verzichtet werden kann. In dieser Arbeit werden nun auch noch komplexe MSSM-Parameter zugelassen.

Um nicht nur einzelne Punkte aus dem MSSM-Parameterraum herauszugreifen wurde ein Parameter-Scan durchgeführt. Die Input-Parameter wurden dabei über die folgenden Werte variiert:

$$
\begin{array}{c|r@{\;=\;}l}
\text{SM} & \multicolumn{2}{c}{\text{MSSM}} \\
\hline
 & \tan\beta & 4, 40 \\
 & M_A & 200, 600, 1000\ \text{GeV} \\
 & M_2 & 200, 600, 1000\ \text{GeV} \\
M_H = 100, 110, \ldots, 300\ \text{GeV} & M_{\text{SUSY}} & 200, 400, 600\ \text{GeV} \\
 & |\mu| & 200, 600, 1000\ \text{GeV} \\
 & \varphi_\mu & 0, \pi/2, 3\pi/2 \\
 & |A| & M_{\text{SUSY}}, 2M_{\text{SUSY}} \\
 & \varphi_A & 0, \pi/2, 3\pi/2
\end{array}
\qquad (6.51)
$$

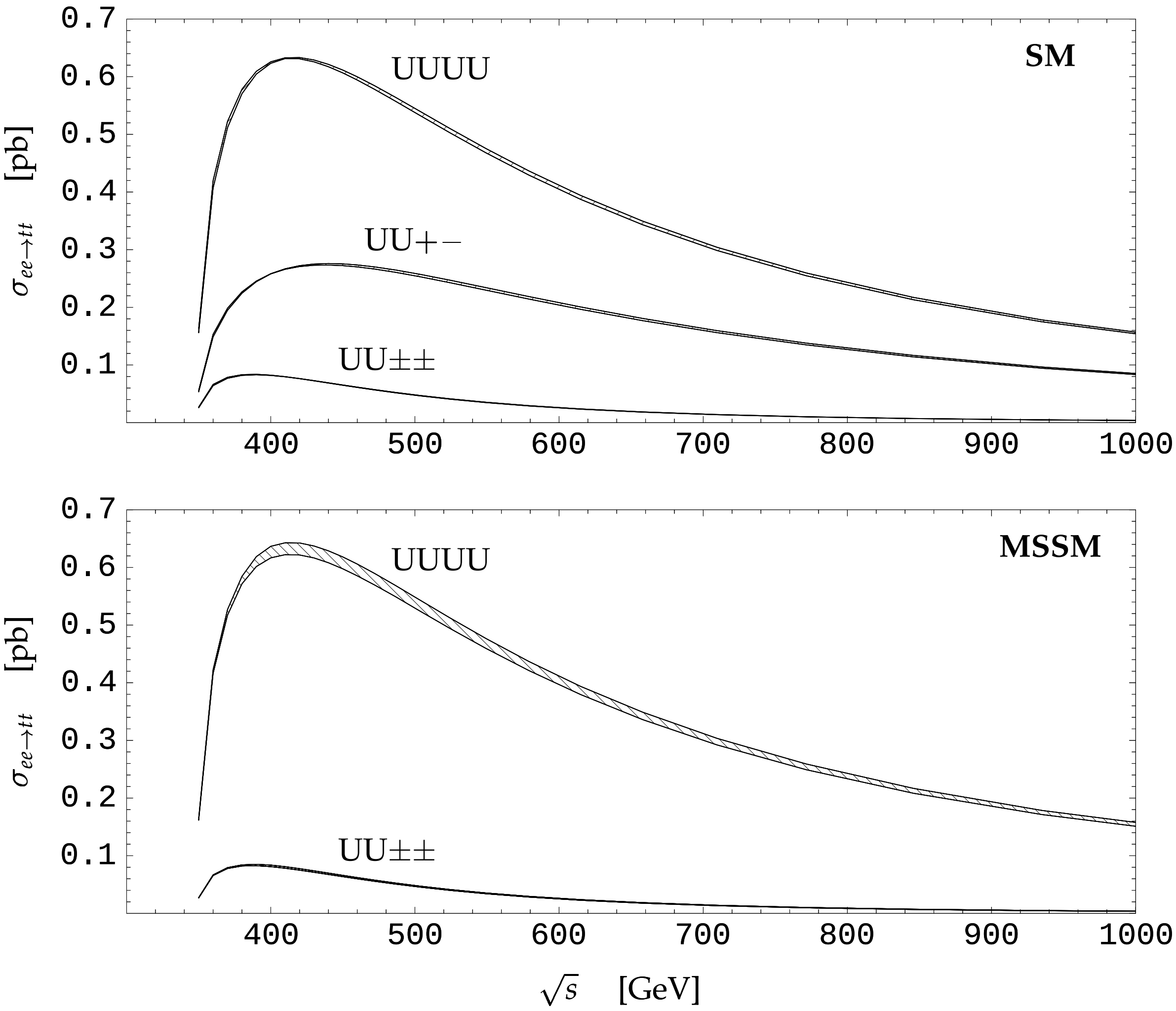


Abb. 6.5: *$e^+e^- \to t\bar{t}$. Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{ee\to tt}$ für das SM und MSSM. Die schraffierte Fläche stellt den vorhergesagten Bereich des Parameter-Scans (6.51) dar.*

Um einen Eindruck von den absoluten Zahlenwerten der Observablen zu erhalten, ist in Abb. 6.5 der WQ im SM und MSSM für verschiedene Polarisationen des t-Quarks aufgetragen: UUUU ($e^+e^-\bar{t}t$ unpolarisiert), UU+− (e^+e^- unpolarisiert, $\bar{t}_R$ und t_L) usw. Die Breiten der Kurven stellen die möglichen Ergebnisse der erlaubten Werte des Parameter-Scans (6.51) dar. Man beachte, daß die Bänder für UU++ und UU−− Polarisation für das SM identisch sind und für das MSSM so dicht beieinander liegen und so schmal sind, daß man sie in Abb. 6.5 nicht unterscheiden kann. Zur Illustration wurde für das SM auch noch die UU+− Polarisation in Abb. 6.5 (oben) aufgenommen. Der totale MSSM-WQ erreicht sein Maximum von $\sigma_{ee\to tt}^{\rm MSSM} = 0.64$ pb bei $\sqrt{s} = 410$ GeV für die folgenden SUSY-Parameter: $\tan\beta\ = 40$, $M_A = 200$, $M_2 = 1000$, $M_{\rm SUSY} = 400$, $|\mu| = 200$, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 800$, $\varphi_A = \pi$.

Abb. 6.6 zeigt die relative Abweichung

$$\Delta^{(1)-(0)}_{ee\to tt} = \frac{\sigma^{(1)}_{ee\to tt} - \sigma^{(0)}_{ee\to tt}}{\sigma^{(0)}_{ee\to tt}} \tag{6.52}$$

im SM und MSSM vom Born-WQ. Die Bänder zeigen die Variation des Wirkungsquerschnitts mit dem Parameter-Scan (6.51). Das SM-Band befindet sich größtenteils innerhalb des MSSM-Bandes, wie man es erwarten würde. Die Abweichung vom Born-WQ erreicht im SM und MSSM einige Prozent. Die Bänder für die polarisierten Wirkungsquerschnitte sind breiter als die für den unpolarisierten. Man beachte aber, daß der WQ für polarisierte t-Quarks erheblich kleiner ist als für unpolarisierte (vgl. Abb. 6.5).

Die relative Abweichung

$$\overline{\Delta}_{ee\to tt} = \frac{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{ee\to tt} - \overline{\sigma^{\mathrm{SM}}_{ee\to tt}}}{\overline{\sigma^{\mathrm{SM}}_{ee\to tt}}} \tag{6.53}$$

zwischen dem SM-Mittelwert

$$\overline{\sigma^{\mathrm{SM}}} := \frac{\max(\sigma^{\mathrm{SM}}) + \min(\sigma^{\mathrm{SM}})}{2} \tag{6.54}$$

und dem MSSM-Band ist in Abb. 6.7 gezeigt. Die größte Abweichung von -3.2% bei 846 GeV für unpolarisierte Teilchen (UUUU) wird für folgende Parameter erreicht: $\tan\beta = 4$, $M_A = 200$, $M_2 = 600$, $M_{\mathrm{SUSY}} = 200$, $|\mu| = 200$, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 400$, $\varphi_A = 0$. Ansonsten findet man Abweichungen von weniger als $\pm 2.5\%$ zum SM. Für UU$\pm\pm$ polarisierte Fermionen ergeben sich größere Abweichungen von bis zu -6.7% bei $\sqrt{s} = 1042$ GeV für die Parameter $\tan\beta = 4$, $M_A = 600$, $M_2 = 200$, $M_{\mathrm{SUSY}} = 400$, $|\mu| = 600$, $\varphi_\mu = 3\pi/2$, $|A| = 800$, $\varphi_A = 3\pi/2$. Man beachte jedoch, daß der WQ für polarisierte t-Quarks erheblich kleiner ist als für unpolarisierte (vgl. Abb. 6.5). Der Einfluß der SUSY-Boxdiagramme auf $\overline{\Delta}_{ee\to tt}$ ist im unpolarisierten Fall nur bei 1 TeV mit max. 0.8% Unterschied bemerkbar. Im polarisierten Fall macht es maximal bis zu 1.4% aus, wie Abb. 6.7 zeigt.

Gibt man die SUSY-GUT Relation (4.95) auf und setzt stattdessen $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV, ergibt sich ein ganz ähnliches Bild wie in Abb. 6.7 gezeigt. Allerdings können dann im unpolarisierten Fall (UUUU) Werte bis zu -6% bei 1 TeV erreicht werden und im polarisierten Fall (UU$\pm\pm$) Werte bis zu -9%. Die Ursache dafür ist natürlich die leichtere Gluinomasse, die im Scan (6.51) zu größeren Unterschieden zum SM führt als wenn man die SUSY-GUT Relation benutzt.

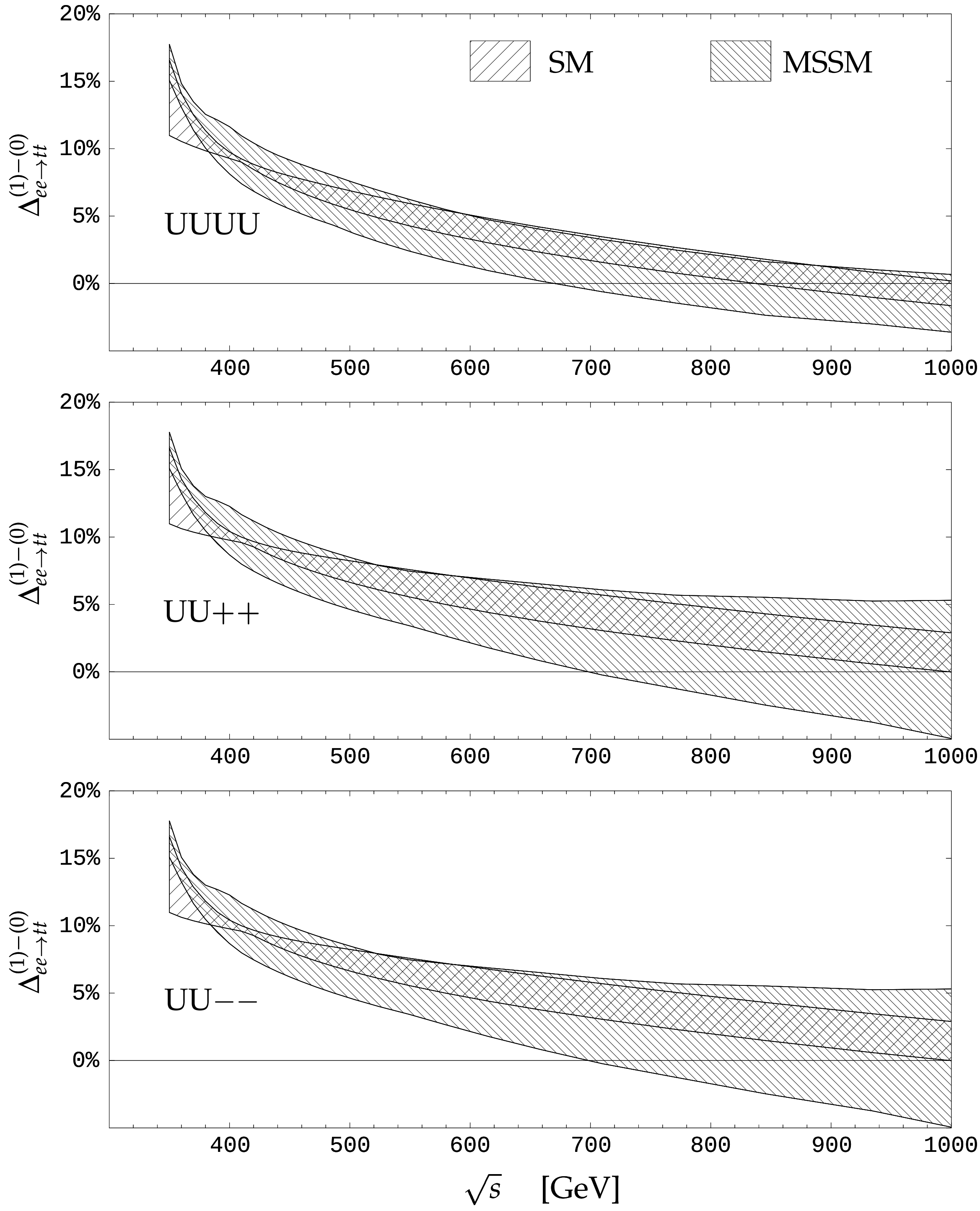


Abb. 6.6: $e^+e^- \to t\bar{t}$. *Die relative Differenz* $\Delta^{(1)-(0)}_{ee\to tt}$ *zwischen der 1-Schleifenkorrektur und dem Born-Wirkungsquerschnitt. Die schraffierten Flächen zeigen die minimal und maximal möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) für das SM und MSSM.*

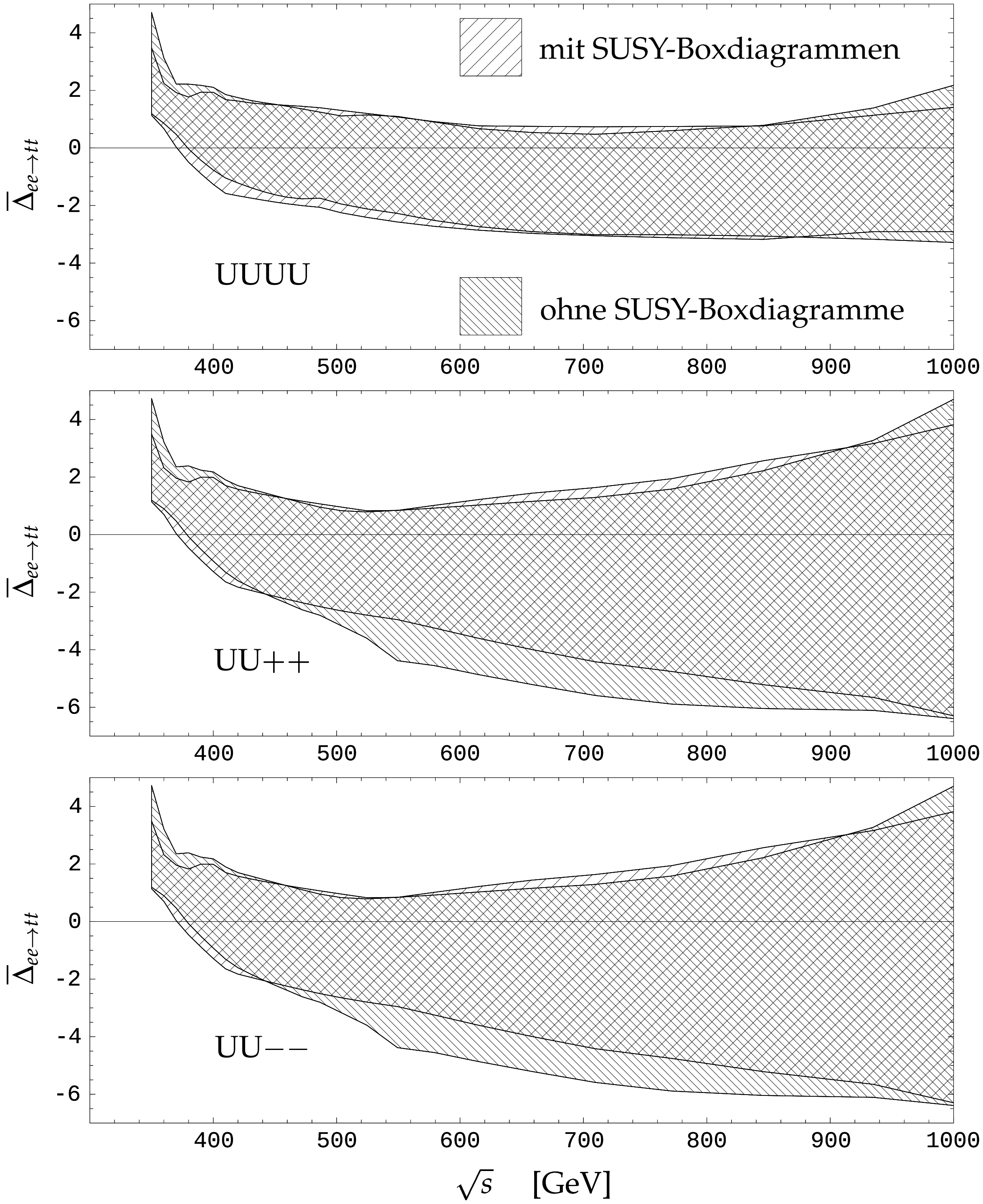


Abb. 6.7: *$e^+e^- \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\overline{\Delta}_{ee\to tt}$ zwischen dem MSSM-Wirkungsquerschnitt und dem Mittelwert des SM-Wirkungsquerschnitts. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) mit und ohne SUSY-Boxdiagramme.*

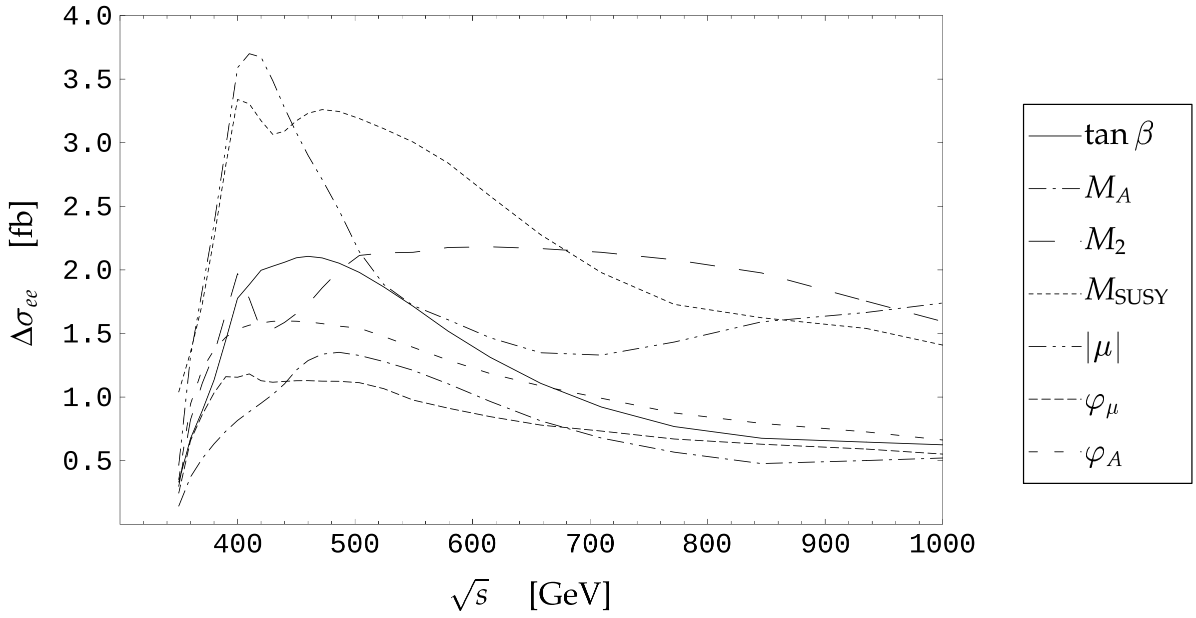


Abb. 6.8: $e^+e^- \to t\bar{t}$. *Die Variation $\Delta\sigma_{ee}$ des MSSM-Wirkungsquerschnitts für unpolarisierte Teilchen für den MSSM-Parameter-Scan (6.51). Die Variation eines Parameters X wird als Differenz des maximalen und minimalen Wirkungsquerschnitts für ein festes X, gemittelt über alle Werte von X, berechnet.*

Zum Schluß soll noch die Variation $\Delta\sigma_{ee}$ des Wirkungsquerschnitts für den MSSM-Parameter-Scan (6.51) betrachtet werden. Die Variation $\Delta\sigma_{ee}$ eines Parameters X wird als Differenz des maximalen und minimalen Wirkungsquerschnitts für ein festes X, gemittelt über alle Werte von X, berechnet:

$$\Delta\sigma_{ee} = \frac{\langle\sigma^{\max}_{ee\to tt}\rangle - \langle\sigma^{\min}_{ee\to tt}\rangle}{\#X} \ . \tag{6.55}$$

Dabei ist zu beachten, daß der Parameter $|A|$ im Parameter-Scan (6.51) nicht unabhängig variiert wurde und daher in der Variation $\Delta\sigma_{ee}$ nicht auftaucht.

In Abb. 6.8 ist $\Delta\sigma_{ee}$ dargestellt. Da man für sehr schwere SUSY-Teilchen das SM mit einem leichten Higgs-Boson ($m_h \lesssim 130$ GeV) zurückerhält [116], werden die größten Unterschiede für leichte SUSY-Teilchen nahe bei ihren Nachweisschwellen zu erwarten sein. Dies zeigt Abb. 6.8: Die größte Variation stammt von den Parametern $M_{\rm SUSY}$, $|\mu|$ und M_2. Dies ist verständlich, da diese Parameter den größten Einfluß auf die Sfermion-, Chargino- und Neutralinomassen haben. Da $\tan\beta$ allerdings nur mit zwei Werten im Parameter-Scan (6.51) variiert wurde, ist sein Einfluß eigentlich größer als aus Abb. 6.8 hervorgeht.

Im Vergleich zu allen anderen Parametern, mit Ausnahme von M_A, besitzen die komplexen Phasen φ_μ und φ_A nur einen sehr geringen Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt wie aus Abb. 6.8 deutlich hervorgeht.

Kapitel 7

$\mathcal{CP}$-verletzende Observablen

In Kapitel 6 hat sich gezeigt, daß die $\mathcal{CP}$-verletzenden Phasen den WQ weit weniger beeinflussen als andere MSSM-Parameter. Um auf den $\mathcal{CP}$-verletzenden Charakter des MSSM zu schließen ist es daher notwendig sensitivere $\mathcal{CP}$-verletzende Observablen, wie z.B. die EDFF, zu untersuchen.

Da das t-Quark sehr schwer ist, wird dieses Fermion der beste Kandidat für große EDFF sein. Im Kontinuum ($s > 4\,m_t^2$) erwartet man allerdings auch andere Effekte die zu den Observablen beitragen. Jede $\mathcal{CP}$-ungerade Observable wird nicht nur auf die EDFF, sondern auf den kompletten Satz von 1-Schleifen $\mathcal{CP}$-verletzenden Diagrammen sensitiv sein. Daher werden in diesem Kapitel[1] nicht nur die EDFF des t-Quarks sondern auch allgemeinere $\mathcal{CP}$-verletzende Spin- und Impulsobservablen in der t-Quark-Paarproduktion untersucht. Einen umfassenden Überblick über die $\mathcal{CP}$-Verletzung in der Top-Quark Physik findet man z.B. in [118].

7.1 Dipolformfaktoren

Die Formfaktoren $V_f^V(s)$, $A_f^V(s)$, $a_f^V(s)$ und $d_f^V(s)$ sind (üblicherweise) mit der folgenden Struktur definiert:

$$\Gamma_\mu^{Vff}(s) = \mathrm{i}\,e\left\{\gamma_\mu\left[V_f^V(s) - A_f^V(s)\gamma_5\right] + \sigma_{\mu\nu}(k+\bar{k})^\nu\left[\mathrm{i}\,\frac{a_f^V(s)}{2m_f} - \frac{d_f^V(s)}{e}\gamma_5\right]\right\}\,, \tag{7.1}$$

wobei $V \in \{\gamma, Z\}$, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{\mathrm{i}}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$, $s = (k+\bar{k})^2$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie ist und m_f die Masse des äußeren Fermions bezeichnet. Unter Verwendung der sogenannten Gordon-Zerlegung

$$\begin{aligned} 2\,m_f\,\bar{u}(k)\,\gamma_\mu\,v(\bar{k}) &= \bar{u}(k)\left[(k-\bar{k})_\mu + \mathrm{i}\,\sigma_{\mu\nu}\,(k+\bar{k})^\nu\right]v(\bar{k}) \\ \bar{u}(k)\,\sigma_{\mu\nu}\,(k+\bar{k})^\nu\,\gamma_5\,v(\bar{k}) &= \mathrm{i}\,\bar{u}(k)\,(k-\bar{k})_\mu\,\gamma_5\,v(\bar{k}) \end{aligned} \tag{7.2}$$

[1]Dieses Kapitel ist Teil der Veröffentlichung [117].

Formfaktor	Operator	$\mathcal{P}$	$\mathcal{CP}$	$\mathcal{T}$	Chiralitätsänderung
$V_f^V(s)$	$V^\mu(x)\overline{\Psi}(x)\gamma_\mu\Psi(x)$	+	+	+	Nein
$A_f^V(s)$	$V^\mu(x)\overline{\Psi}(x)\gamma_\mu\gamma_5\Psi(x)$	−	+	+	Nein
$a_f^V(s)$	$V^\mu(x)\overline{\Psi}(x)\,\mathrm{i}\overset{\leftrightarrow}{\partial_\mu}\,\Psi(x)$	+	+	+	Ja
$d_f^V(s)$	$V^\mu(x)\overline{\Psi}(x)\overset{\leftrightarrow}{\partial_\mu}\gamma_5\Psi(x)$	−	−	−	Ja

Tab. 7.1: *Eigenschaften der Operatoren aus der Lagrange-Dichte mit den entsprechenden Formfaktoren.*

können die Formfaktoren $V_f^V(s)$, $A_f^V(s)$, $a_f^V(s)$ und $d_f^V(s)$ durch die in Gl. (6.26) benutzten Formfaktoren A_{fV}^λ und B_{fV}^λ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} V_f^V(s) &= \frac{\alpha}{4\pi}\Big[\frac{A_{fV}^+ + A_{fV}^-}{2} + 2\,m_f\,\frac{B_{fV}^+ + B_{fV}^-}{2}\Big]\,, & A_f^V(s) &= -\frac{\alpha}{4\pi}\Big[\frac{A_{fV}^+ - A_{fV}^-}{2}\Big] \\ a_f^V(s) &= -2\,m_f\,\frac{\alpha}{4\pi}\Big[\frac{B_{fV}^+ + B_{fV}^-}{2}\Big]\,, & d_f^V(s) &= \mathrm{i}\,e\,\frac{\alpha}{4\pi}\Big[\frac{B_{fV}^+ - B_{fV}^-}{2}\Big]\,. \end{aligned} \tag{7.3}$$

Die Formfaktoren in Gl. (7.1) hängen nur von s ab. $V_f^V(s)$ und $A_f^V(s)$ parametrisieren den Vektor- und Axialvektorstrom. Sie gehören zu dem chiralitätserhaltenden $\mathcal{CP}$-geraden Sektor. Die Formfaktoren $a_f^{\gamma(Z)}(s)$ und $d_f^{\gamma(Z)}(s)$ sind für $s \neq 0$ ($s \neq M_Z^2$) als A(W)MDFF bzw. (W)EDFF bekannt. Sie stehen in Zusammenhang mit chiralitätsändernden Operatoren der zugehörigen Lagrange-Dichte (s. Tabelle 7.1). In einer renormierbaren Theorie erhalten sie ausschließlich Beiträge durch Quantenkorrekturen. Die EDFF tragen zum $\mathcal{CP}$-ungeraden Sektor bei und bilden eine Quelle für die $\mathcal{CP}$-Verletzung.

Die *Dipolmomente* sind dadurch definiert, daß die entsprechenden Vektorbosonen ON-SHELL ($s = M_V^2$) genommen werden[2]. Für $V = \gamma$ erhält man die üblichen, mit der kovarianten Ableitung (2.7) konsistenten Definitionen für die elektrische Ladung, das (A)MDM und das EDM:

$$\text{Ladung} := -e\ V_f^\gamma(0) = e\ Q_f\ , \tag{7.4}$$

$$\text{AMDM} := a_f^\gamma(0) = -Q_f\frac{g_f - 2}{2}\ , \tag{7.5}$$

$$\text{MDM} := \frac{e}{2m_f}(V_f^\gamma(0) + a_f^\gamma(0))\ , \tag{7.6}$$

$$\text{EDM} := d_f^\gamma(0)\ , \tag{7.7}$$

dabei ist g_f das gyromagnetische Verhältnis[3] und die Axialvektorkopplung A_f^γ existiert

[2]Bei der t-Quarkproduktion kann man keine t-Quark-Dipolmomente definieren sondern nur DFF, da $s \geq 4\,m_t^2$ sein muß.

[3]Die Messung von $(g_e - 2)$ [12] ist in mehreren Ordnungen der Störungstheorie in Übereinstimmung mit der SM-Vorhersage [15].

nicht. Für $V = Z$ definieren die Größen $a_f^w \equiv a_f^Z(M_Z^2)$ das AWMDM und $d_f^w \equiv d_f^Z(M_Z^2)$ das WEDM.

Alle möglichen 1-Schleifenbeiträge zu $a_f^V(s)$ und $d_f^V(s)$ sind durch die sechs Klassen von Vertexdiagrammen in Anhang B (s. Gln. (B.11–B.17) und Abb. B.4) gegeben. Alle Ausdrücke sind proportional zu Potenzen einer inneren oder äußeren Fermionmasse in Übereinstimmung mit dem chiralitätsändernden Charakter der Dipolmomente. Die Massenabhängigkeit in den Klasse III und IV Diagrammen ist in den Yukawa-Kopplungen g_N, g_C und g'_C verborgen (s. Anhang B). Daher sind die schwersten Fermionen (d.h. die dritte Generation) die aussichtsreichsten Kandidaten für große DFF. Die Gln. (B.11–B.17) zeigen auch, daß die DFF für masselose Fermionen i.a. nicht verschwinden, sondern proportional zu den Fermionmassen in den Schleifen sind. Da es im SM keine rechtshändigen Neutrinos gibt, heben sich die DFF für masselose Neutrinos auf. Abschließend sei noch bemerkt, daß nach Aufsummation aller Teilchen die Beiträge zu den EDFF proportional zum Imaginärteil von verschiedenen Kombinationen von Kopplungen sind. Eine Theorie mit reellen Kopplungen hat in 1-Schleifenordnung manifest verschwindende EDFF.

7.2 Elektrische Dipolformfaktoren des Top-Quarks

Zur Erzeugung von $t\bar{t}$-Quarkpaaren in e^+e^--Kollisionen muß man weit über die Z-Produktionsschwelle hinausgehen und daher einige Besonderheiten beachten. Das Photon-Austauschdiagramm ist in diesem Bereich nicht länger unterdrückt und daher müssen die Beiträge in elektromagnetische und schwache Formfaktoren aufgeteilt werden [120]. Darüber hinaus tragen nun nicht nur Vertex-, sondern auch Boxdiagramme auf 1-Schleifenniveau bei. Die ersteren Beiträge sind durch die (W)EDFF parametrisiert, aber für letztere muß man, wegen der allgemeineren Topologie des Prozesses, neue Observablen einführen (s. Abschnitt 7.3).

Die (W)EDFF des t-Quarks wurden auch in [119] untersucht und die numerischen Ergebnisse stimmen, nachdem einige Fehler in [119] beseitigt wurden, mit den hier präsentierten überein. Da das MSSM einen $\mathcal{CP}$-erhaltenden Higgs-Sektor beinhaltet[4] und das SM nur Beiträge ab dem 3-Schleifenniveau zu den (W)EDM liefert, sind die relevanten Diagramme nur die neuen Klasse V und VI SUSY-Graphen (s. Anhang B.3).

Zur Untersuchung der SUSY Beiträge zu den (W)EDFF des t-Quarks (t(W)EDFF) wurde für den festen Wert $\sqrt{s} = 500$ GeV ein Parameter-Scan durchgeführt. Dabei ist es wichtig, anzumerken, daß die Region des SUSY-Parameterraums, welche die maximalen Beiträge liefert, wegen Schwelleneffekten mit s variiert.

Die Massenparameter M_2, $|\mu|$ und die $\mathcal{CP}$-verletzenden Phasen φ_μ, $\varphi_{\tilde{t}} \equiv \arg(M_t^{LR})$ und $\varphi_{\tilde{b}} \equiv \arg(M_b^{LR})$ wurden für diesen Parameter-Scan über eine große Anzahl von Werten variiert (s. Abb. 7.1 und Abb. 7.2). Die Gluinomasse ($m_{\tilde{g}} = |M_3|$) ist dabei durch die GUT-Relation (4.95) gegeben.

Die Squarkmassen erhalten den gemeinsamen Wert $m_{\tilde{q}} = 200$ GeV: Das ist ein plausibler mittlerer Wert; größere Werte würden die Effekte verringern. Zum Schluß werden

[4] In einem 2HDM ist ein Beitrag zum WEDM auf 1-Schleifenniveau jedoch möglich [44].

noch die Einträge in die Nichtdiagonalelemente der $\tilde{t}$- und $\tilde{b}$-Massenmatrizen gleich und fest gewählt $|M_t^{LR}| = |M_b^{LR}| = 200$ GeV, um die Anzahl der freien Parameter zu verringern. Die Ergebnisse werden in t-Magnetons $\mu_t \equiv e/2m_t = 5.64 \times 10^{-17}\, e\,\mathrm{cm}$ angegeben.

Die einzelnen MSSM Beiträge zu den t(W)EDFF werden nachfolgend analysiert.

7.2.1 Neutralinos und $\tilde{t}$-Quarks

Neutralinos und $\tilde{t}$-Quarks liefern typischerweise nur kleine, aber sehr sensitive Beiträge zu den Werten der beiden vorkommenden Phasen φ_μ und $\varphi_{\tilde{t}}$ (s. Abb. 7.1).

Die Resultate sind größer für kleine $\tan\beta$, da die dominierenden chiralitätsändernden Massenterme des t-Quarks einen Term proportional zu $m_t \cot\beta$ besitzen. Es gibt auch einen Term proportional zu den Neutralinomassen ebenso wie einen vernachlässigbaren Term proportional zu $m_b \tan\beta$.

Im Fall des Z-Austauschs tragen die Klasse V und VI Diagramme bei, beim Photon-Austausch nur die der Klasse VI, da die Neutralinos nicht an Photonen koppeln.

Als Referenz wurden die repräsentativen Werte $M_2 = |\mu| = 200$ GeV, $\varphi_\mu = \pi/2$ und $\varphi_{\tilde{t}} = 3\pi/2$ benutzt. Die Ergebnisse für diese Inputwerte lauten:

$$d_t^\gamma[\tilde{\chi}^0] = (\ 0.080 + 0.081\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t \tag{7.8}$$

$$d_t^Z[\tilde{\chi}^0] = (-0.324 + 0.223\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t\ . \tag{7.9}$$

7.2.2 Charginos und $\tilde{b}$-Quarks

In Abb. 7.2 wird die Abhängigkeit von $\Im\mathrm{m}\,\{\mu\}$ und M_2 für $\tan\beta\ = 1.6$ gezeigt. Die einzige hier relevante $\mathcal{CP}$-verletzende Phase wurde auf $\varphi_\mu = \pi/2$ gesetzt, den vielversprechendsten Fall (die negativen Werte von $\Im\mathrm{m}\,\{\mu\}$ gehören zu $\varphi_\mu = 3\pi/2$).

Der Einfluß der Chargino-Diagramme ist, wie im Fall der Neutralinos, für kleine $\tan\beta$ größer. Die Ergebnisse hängen stark von φ_μ ab, mit einem Maximum um $\varphi_\mu = \pm\pi/2$, aber sie hängen nur sehr wenig von $\varphi_{\tilde{b}}$ ab. Für steigende $\tan\beta$ wächst die Abhängigkeit von $\varphi_{\tilde{b}}$ mit einem Faktor proportional zu $m_b \tan\beta$.

Die Symmetrie bezüglich $\Im\mathrm{m}\,\{\mu\} = 0$ in Abb. 7.2 spiegelt die (praktische) Unabhängigkeit von $\varphi_{\tilde{b}}$ wieder.[5] Dasselbe passiert aber nicht bei den Neutralino-Beiträgen für einen festen Wert von $\varphi_{\tilde{t}} \neq 0, \pi$ in der M_2-$\Im\mathrm{m}\,\{\mu\}$-Ebene. Die Plots in Abb. 7.2 zeigen für steigende Werte der Massenparameter eine Tendenz zum Entkoppeln der SUSY-Effekte [116]. Zur Orientierung sind die Isolinien für die leichtesten Chargino- und Neutralinomassen in der gleichen Ebene gegeben. Die Chargino-Beiträge bei $\sqrt{s} = 500$ GeV für die Werte $M_2 = |\mu| = 200$ GeV und $\varphi_\mu = \pi/2$ sind:

$$d_t^\gamma[\tilde{\chi}^+] = (0.869 - 1.870\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t \tag{7.10}$$

$$d_t^Z[\tilde{\chi}^+] = (0.793 - 2.524\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t\ . \tag{7.11}$$

Die Charginos tragen daher am meisten zu den t(W)EDFF bei.

[5] Alle Beiträge ändern das Vorzeichen wenn die Parameter φ_μ, $\varphi_{\tilde{t}}$, $\varphi_{\tilde{b}}$ um π rotiert werden. Sie verschwinden folglich, wenn alle Phasen null sind. Siehe Abb. 7.1 zur Illustration.

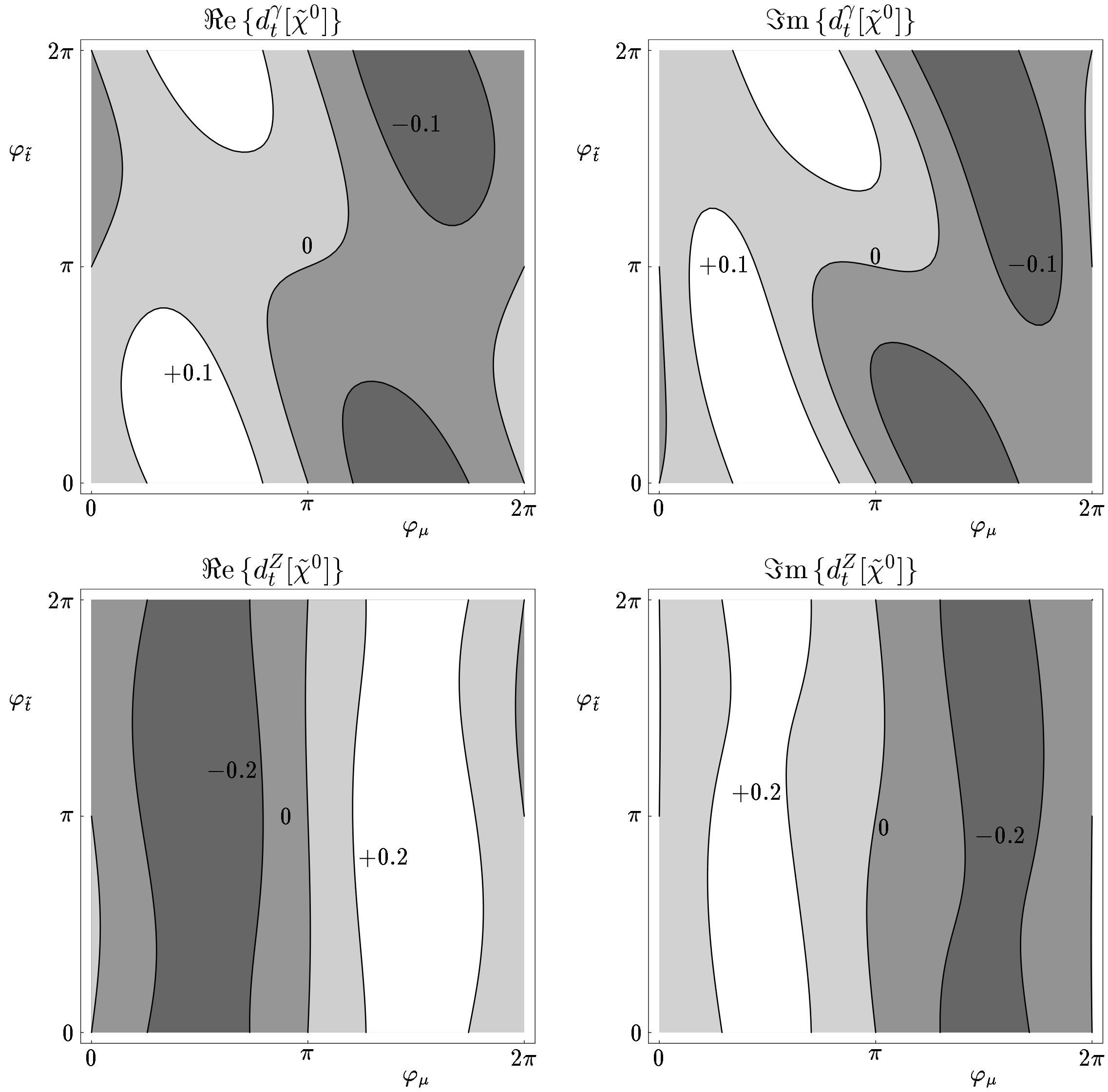


Abb. 7.1: *Neutralino-Beiträge zu den Real- und Imaginärteilen des tEDFF (oben) und tWEDFF (unten) in* $[10^{-3}\mu_t]$ *in der* $\varphi_{\tilde{t}}$*-*φ_μ*-Ebene bei* $\sqrt{s} = 500$ GeV *für* $\tan\beta\ = 1.6$ *und den Werten* $M_2 = |\mu| = |M_t^{LR}| = 200$ GeV.

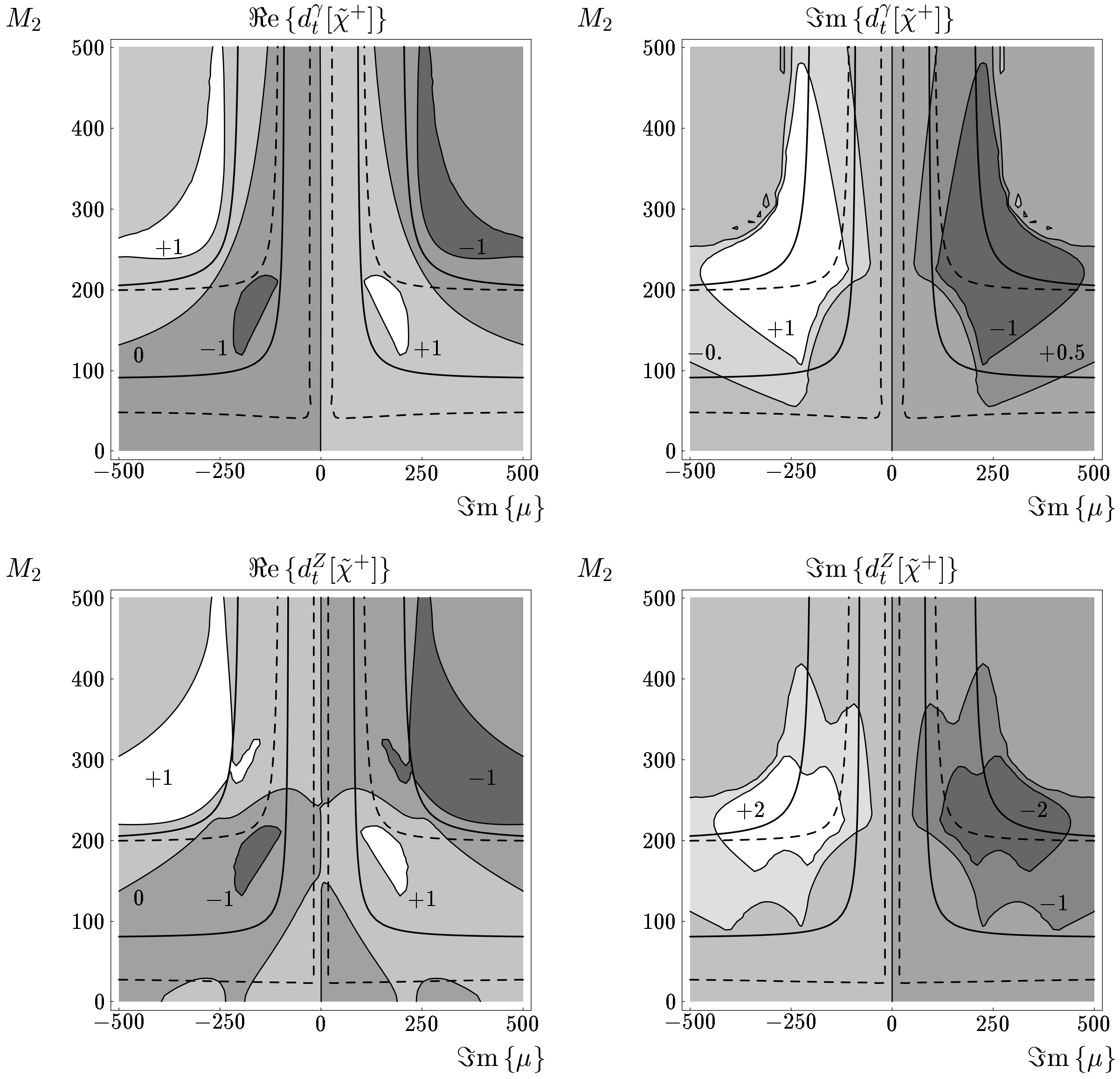


Abb. 7.2: *Chargino-Beiträge zu den Real- und Imaginärteilen des tEDFF (oben) und tWEDFF (unten) in* $[10^{-3}\mu_t]$ *in der* M_2-$\Im m\,\{\mu\}$*-Ebene für* $\tan\beta\ = 1.6$, $|M_b^{LR}| = 200$ GeV *und* $\varphi_{\tilde{b}} = \pi/2$ *bei* $\sqrt{s} = 500$ GeV. *Die untere (obere) durchgezogene Höhenlinie gehört zu* $m_{\tilde{\chi}_1^+} = 90$ (200) GeV *und die gestrichelte Höhenlinie zu* $m_{\tilde{\chi}_1^0} = 25$ (100) GeV.

7.2.3 Gluinos und $\tilde{t}$-Quarks

Der Effekt von Gluinos und $\tilde{t}$-Quarks ist, grob gesagt, proportional zu $|M_t^{LR}| \sin\varphi_{\tilde{t}}$ mal einer chiralitätsändernden Fermionmasse, entweder m_t oder $m_{\tilde{g}}$. Wegen des Entkopplungslimes ist der Effekt für schwere Gluinos und Squarks in den Schleifen stark gedämpft. Beide Terme haben entgegengesetzte Vorzeichen zu $\Im\mathrm{m}\,\{M_t^{LR}\}$ und der Term proportional zur Gluinomasse dominiert.

Das Resultat bei $\sqrt{s} = 500$ GeV für $M_2 = 200$ GeV und $\varphi_{\tilde{t}} = 3\pi/2$ ist:

$$d_t^\gamma[\tilde{g}] = (0.457 + 0.170\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t \tag{7.12}$$
$$d_t^Z[\tilde{g}] = (0.155 + 0.059\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t\ . \tag{7.13}$$

7.2.4 Der Gesamtbeitrag

Angesichts dieser Ergebnisse wird folgender Satz von SUSY-Parametern und -Phasen gewählt, bei dem sich fast alle Beiträge bei $\sqrt{s} = 500$ GeV konstruktiv aufsummieren.

$$\begin{aligned} \text{Parameter-Satz 1: } \tan\beta\ &= 1.6 \\ M_2 = |\mu| = m_{\tilde{q}} &= |M_t^{LR}| = |M_b^{LR}| = 200\ \text{ GeV} \\ \varphi_\mu = \pi/2\ , &\quad \varphi_{\tilde{t}} = \varphi_{\tilde{b}} = 3\pi/2\ , \end{aligned} \tag{7.14}$$

dafür ergeben sich die t(W)EDFF bei $\sqrt{s} = 500$ GeV zu

$$\begin{aligned} d_t^\gamma(s) &= (1.407 - 1.618\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t \\ d_t^Z(s) &= (0.624 - 2.242\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t\ . \end{aligned} \tag{7.15}$$

7.3 $\mathcal{CP}$-ungerade Spin- und Impulsobservablen

Im MSSM erwartet man, daß jede $\mathcal{CP}$-ungerade Observable nicht nur von den in den (W)EDFF enthaltenen $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekten der Vertexkorrekturen abhängt, sondern auch von möglichen $\mathcal{CP}$-verletzenden Boxdiagrammbeiträgen.

In diesem Kapitel sollen nur die SUSY $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekte in der $t\bar{t}$-Produktion am LC behandelt werden. Da die Analyse der Vertexbeiträge relativ einfach ist, wurden bisher nur die (W)EDFF betrachtet, um diese Effekte zu parametrisieren. Ziel dieses Kapitels ist es, auch alle anderen Beiträge auf ihre Signifikanz zu untersuchen[6]. Daher werden die Erwartungswerte verschiedener Observablen auf dem 1-Schleifenniveau im MSSM mit komplexen Parametern berechnet. Dann werden die Beiträge der (W)EDFF mit den Observablen, die die $\mathcal{CP}$-verletzenden Boxdiagrammbeiträge enthalten verglichen.

Ausgangspunkt ist ein anfänglich $\mathcal{CP}$-gerader Eigenzustand im CMS. Dies ist der Fall für unpolarisierte e^+- und e^--Strahlen, aber nur eine (gute) Approximation im Fall von longitudinal polarisierten Strahlen [122] (falls sie nicht 100% ideal polarisiert sind): Wenn die

[6] Eine ähnliche Analyse für Hadron-Beschleuniger wurde in [121] durchgeführt.

Elektronmasse vernachlässigt wird, erlaubt die Helizitätserhaltung nur Wechselwirkungen mit gleichen Helizitätszuständen, welche sich unter einer $\mathcal{CP}$-Transformation ineinander projizieren.

Im Prozeß $e^+(\mathbf{p}_+)+e^-(\mathbf{p}_-) \to t(\mathbf{k}_+, \mathbf{s_1})+\bar{t}(\mathbf{k}_-, \mathbf{s_2}) \to a(\mathbf{q}_+)+\bar{c}(\mathbf{q}_-)+X$ (Paarproduktion und Zerfall von polarisierten t-Quarks) sind die mit a und c bezeichneten Zerfallskanäle die Spinanalysatoren. Die Impuls- und Polarisationsvektoren im gesamten CMS transformieren unter $\mathcal{CP}$ und $\mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}$ wie folgt[7]:

$$\begin{array}{llcll} \mathcal{CP}: & \mathbf{p}_\pm \to -\mathbf{p}_\mp = \mathbf{p}_\pm & \qquad & \mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}: & \mathbf{p}_\pm \to \mathbf{p}_\mp = -\mathbf{p}_\pm \\ & \mathbf{k}_\pm \to -\mathbf{k}_\mp = \mathbf{k}_\pm & & & \mathbf{k}_\pm \to \mathbf{k}_\mp = -\mathbf{k}_\pm \\ & \mathbf{q}_\pm \to -\mathbf{q}_\mp & & & \mathbf{q}_\pm \to \mathbf{q}_\mp \\ & \mathbf{s_1} \leftrightarrow \mathbf{s_2} & & & \mathbf{s_1} \leftrightarrow -\mathbf{s_2} \end{array} \tag{7.16}$$

Aus dem Einheitsimpuls eines der t-Quarks im CMS (z.B. $\hat{\mathbf{k}}_+$) und ihren Polarisationen ($\mathbf{s_1}$, $\mathbf{s_2}$) kann eine linear unabhängige Basis von $\mathcal{CP}$-ungeraden *Spinobservablen* konstruiert werden [120]. Eine Liste der, nach ihren $\mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}$-Eigenschaften klassifizierten, $\mathcal{CP}$-ungeraden Spinobservablen zeigt Tabelle 7.2. Ihre Erwartungswerte als Funktion von s und dem Streuwinkel des t-Quarks im gesamten CMS sind gegeben durch

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\mathbf{ab}} = \frac{1}{2\,\mathrm{d}\sigma}\left[\sum_{\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*}=\pm\mathbf{a},\pm\mathbf{b}} + \sum_{\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*}=\pm\mathbf{b},\pm\mathbf{a}}\right]\mathrm{d}\sigma(\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*})\ \mathcal{O}\ , \tag{7.17}$$

$$\mathrm{d}\sigma = \sum_{\pm\mathbf{s_1^*},\pm\mathbf{s_2^*}} \mathrm{d}\sigma(\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*})\ . \tag{7.18}$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{s_1^*}$ ($\mathbf{s_2^*}$) den Polarisationsvektor des t-Quarks ($\bar{t}$-Quarks) in seinem Ruhesystem. Die Richtungen der Polarisationen von t und $\bar{t}$ ($\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$) sind senkrecht zur Streuebene (S), transversal (T) oder longitudinal (L). Sie können entweder parallel ($\uparrow$) oder antiparallel ($\downarrow$) zu folgenden Achsen sein: $\hat{z} = \mathbf{k}_+$, $\hat{y} = \mathbf{k}_+ \times \mathbf{p}_+/|\mathbf{k}_+ \times \mathbf{p}_+|$ und $\hat{x} = \hat{y} \times \hat{z}$.

Falls der t-Streuwinkel nicht gemessen wird, kann man integrierte Observablen betrachten

$$\langle \overline{\mathcal{O}} \rangle_{\mathbf{ab}} = \frac{1}{2\sigma}\left[\sum_{\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*}=\pm\mathbf{a},\pm\mathbf{b}} + \sum_{\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*}=\pm\mathbf{b},\pm\mathbf{a}}\right]\sigma(\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*})\,\mathcal{O}\ . \tag{7.19}$$

Man beachte daß,

$$\langle \overline{\mathcal{O}}^2 \rangle_{\mathbf{ab}} = \frac{1}{\sigma}\sum_{\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*}=\pm\mathbf{a},\pm\mathbf{b}} \sigma(\mathbf{s_1^*},\mathbf{s_2^*})\ \mathcal{O}^2\ , \tag{7.20}$$

und das gleiche gilt für den Mittelwert jeder $\mathcal{CP}$-geraden Größe.

[7] $\mathcal{T}_{\mathrm{N}}$ bedeutet Umkehrung der Spins und Impulse *ohne* Vertauschung der Anfangs- und Endzustände. Im Gegensatz zur wahren Zeitumkehr $\mathcal{T}$, unter der auch die Anfangs- und Endzustände vertauscht werden.

i	$\mathcal{CPT}_{\rm N}$	$\mathcal{O}_i$	**a**	**b**	c_1	c_2	c_3	c_4
1	gerade	$(\mathbf{s_1^*} - \mathbf{s_2^*})_y$	S↑	S↓	0.526	0.000	1.517	0.000
2	gerade	$(\mathbf{s_1^*} \times \mathbf{s_2^*})_x$	S↑	L↑	−0.465	0.000	−0.061	0.000
3	gerade	$(\mathbf{s_1^*} \times \mathbf{s_2^*})_z$	S↑	T↑	0.708	0.000	0.144	0.000
4	ungerade	$(\mathbf{s_1^*} - \mathbf{s_2^*})_x$	T↑	T↓	0.000	0.930	0.000	0.123
5	ungerade	$(\mathbf{s_1^*} - \mathbf{s_2^*})_z$	L↑	L↓	0.000	−1.417	0.000	−0.287
6	ungerade	$(\mathbf{s_1^*} \times \mathbf{s_2^*})_y$	L↑	T↓	0.000	0.263	0.000	0.758

Tab. 7.2: *Die Koeffizienten $c_{1,2,3,4}$ der $\mathcal{CP}$-verletzenden Dipolformfaktoren aus Gl. (7.21) bei $\sqrt{s} = 500$ GeV für verschiedene (integrierte) Spinobservablen.*

Die Beiträge zu den $\mathcal{CP}$-ungeraden Observablen sind linear in den t(W)EDFF und den $\mathcal{CP}$-verletzenden Anteilen der 1-Schleifen-Boxdiagramme. Die Koeffizienten $c_{1,2,3,4}$ der DFF in der linearen Entwicklung der integrierten Spinobservable,

$$\langle\overline{\mathcal{O}}\rangle_{\mathbf{ab}} \equiv \frac{2m_t}{e}\left(c_1\ \Re\mathrm{e}\left\{d_t^\gamma\right\} + c_2\ \Im\mathrm{m}\left\{d_t^\gamma\right\} + c_3\ \Re\mathrm{e}\left\{d_t^Z\right\} + c_4\ \Im\mathrm{m}\left\{d_t^Z\right\}\right)\ , \tag{7.21}$$

parametrisieren die Kinematik des zugrunde gelegten Prozesses und werden in Tabelle 7.2 für ihre integrierte Version bei $\sqrt{s} = 500$ GeV gezeigt. Sie sind modellunabhängig.

Die Spinobservablen sind verwandt mit direkt meßbaren *Impulsobservablen*, basierend auf den Impulsen der t-Quark Zerfallsprodukte [123]. Die Polarisationen können über die Winkelbeziehungen der schwachen Zerfallsprodukte im nichtleptonischen und semileptonischen Kanal analysiert werden:

$$t(\mathbf{k}_+) \to b(\mathbf{q_b})X_{\rm had}(\mathbf{q_X})\ , \tag{7.22}$$

$$t(\mathbf{k}_+) \to b(\mathbf{q_b})\ell^+(\mathbf{q}_+)\nu_\ell \qquad (\ell = e, \mu, \tau) \tag{7.23}$$

plus die ladungskonjugierten Zerfälle.[8] Unter der Annahme von $\mathcal{CP}$-erhaltenden SM-Zerfällen, zerfällt das t-Quark hauptsächlich in $b\,W^+$ da $m_t > M_W + m_b$.

Im SM ist die Winkelverteilung der geladenen Leptonen ein besserer Spinanalysator des t-Quarks als des b-Quarks oder des W-Bosons, wegen der semileptonischen oder nichtleptonischen t-Quark Zerfälle [125]. Die dimensionslosen Observablen sind einfacher zu messen, z.B. die skalaren $\mathcal{CP}$-ungeraden Observablen [120]

$$\hat{A}_1 \equiv \hat{\mathbf{p}}_+ \cdot \frac{\hat{\mathbf{q}}_+ \times \hat{\mathbf{q}}_-}{|\hat{\mathbf{q}}_+ \times \hat{\mathbf{q}}_-|} \qquad (\mathcal{CPT}_{\rm N}\text{-gerade}) \tag{7.24}$$

$$\hat{A}_2 \equiv \hat{\mathbf{p}}_+ \cdot (\hat{\mathbf{q}}_+ + \hat{\mathbf{q}}_-) \qquad (\mathcal{CPT}_{\rm N}\text{-ungerade}) \tag{7.25}$$

[8] Die führenden QCD-Korrekturen zu $e^+e^- \to t\bar{t}$, welche die Gluonemission beinhalten, haben nur einen geringen Effekt auf die t-Spin-Orientierung [124].

oder die $\mathcal{CP}$-ungeraden spurlosen Tensoren [120]

$$\hat{T}_{ij} \equiv (\hat{\mathbf{q}}_+ - \hat{\mathbf{q}}_-)_i \frac{(\hat{\mathbf{q}}_+ \times \hat{\mathbf{q}}_-)_j}{|\hat{\mathbf{q}}_+ \times \hat{\mathbf{q}}_-|} + (i \leftrightarrow j) \qquad (\mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}\text{-gerade}) \tag{7.26}$$

$$\hat{Q}_{ij} \equiv (\hat{\mathbf{q}}_+ + \hat{\mathbf{q}}_-)_i (\hat{\mathbf{q}}_+ - \hat{\mathbf{q}}_-)_j + (i \leftrightarrow j) \qquad (\mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}\text{-ungerade})\ . \tag{7.27}$$

Die Rekonstruktion des t-Systems ist für die Impulsobservablen nicht notwendig. Die Observablen $\hat{A}_2$ und $\hat{Q}_{ij}$ beinhalten keine Winkelbeziehungen, da sie durch separate Betrachtung von Testereignissen in den Reaktionen $e^+e^- \to aX$ und $e^+e^- \to \bar{a}X$ gemessen werden können. Trotzdem ist es Konvention, sie in einer Ereignis-zu-Ereignis Basis zu behandeln [120].

Die $\mathcal{CP}$-ungeraden und $\mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}$-geraden (ungeraden) Observablen sind sensitiv zu den dispersiven (absorptiven) Teilen der $\mathcal{CP}$-verletzenden Formfaktoren. Diese beinhalten die Realteile (Imaginärteile) der EDFF und WEDFF und die $\mathcal{CP}$-verletzenden Beiträge der Boxdiagramme.

Da das t-Quark ein sehr schweres Fermion ist, werden die $\mathcal{CP}$-konjugierten Moden $t_L\bar{t}_L$ und $t_R\bar{t}_R$ mit einer meßbaren Rate produziert. Dies erlaubt es eine $\mathcal{CP}$-ungerade Asymmetrie zu konstruieren

$$A^{LR} = \frac{\#(t_R\bar{t}_R) - \#(t_L\bar{t}_L)}{\#(t_R\bar{t}_R) + \#(t_R\bar{t}_L) + \#(t_L\bar{t}_R) + \#(t_L\bar{t}_L)} = \frac{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UU}++} - \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UU}--}}{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UUUU}}}\ . \tag{7.28}$$

Dabei bedeutet UUUU alle Teilchen sind unpolarisiert. UU+− bedeutet, die Elektronen sind unpolarisiert, das $\bar{t}$-Quark ist rechtshändig und das t-Quark ist linkshändig polarisiert usw.

Diese Asymmetrie wurde zuerst von Schmidt und Peskin im Zusammenhang mit der $t\bar{t}$-Produktion an Hadronen-Beschleunigern vorgeschlagen [126, 127]. Sie ist mit derjenigen verwandt, welche durch das Energiespektrum prompter Leptonen in den Zerfällen $t \to W^+ b \to \ell^+ \nu_\ell b$ (und der dazu konjugierten) gemessen werden kann. Das W^+ ist hauptsächlich longitudinal polarisiert und, unter Annahme der Standard-$(V-A)$-Wechselwirkung, ist das b-Quark vorzugsweise linkshändig. Das W^+ ist meistens kollinear mit der t-Polarisation, genauso das Antilepton ℓ^+. Über der $t\bar{t}$-Schwelle hat ein ℓ^+, das aus einem t_R-Zerfall kommt, wegen des Lorentz-Boosts mehr Energie als eines aus einem t_L-Zerfall. Das gleiche gilt für den konjugierten Kanal, das ℓ^- aus einem $\bar{t}_L$ ist im Mittel energiereicher als eines aus $\bar{t}_R$. Daher hat, im $t_R\bar{t}_R$-Zerfall, ein Antilepton aus t_R eine größere Energie E_+, während im $t_L\bar{t}_L$-Zerfall das Lepton aus $\bar{t}_L$ eine größere Energie E_- besitzt. Darum ist die Asymmetrie A^{LR} sensitiv auf die Energieasymmetrie der Leptonen [123] oder b-Quarks [128] im Endzustand.

Eine mögliche $\mathcal{CP}$-Verletzung in den t- oder $\bar{t}$-Zerfällen wird nicht betrachtet. $\mathcal{CP}$-verletzende t-Zerfälle in SUSY wurden in Ref. [34] untersucht. Es wird der Einfluß auf die $\mathcal{CP}$-ungeraden Observablen der Vertex- und Boxdiagramme durch (ideale) Spinobservablen untersucht. Die Erwartungswerte der oben angeführten Impulsobservablen werden, zum Vergleich mit experimentellen Möglichkeiten (und unter Annahme von SM t-Quark-Zerfällen), auch angegeben.

7.4 Gesamtbeitrag des MSSM zu den $\mathcal{CP}$-ungeraden Observablen

Der Wirkungsquerschnitt auf 1-Schleifenniveau für polarisierte $t\bar{t}$-Paarproduktion im MSSM besteht neben den Vertexdiagrammen aus Abb. B.4 (und den Selbstenergien) auch aus den Boxdiagrammen in Abb. B.5. Die Klasse mit Vektorbosonaustausch besitzt nur SM-Beiträge ($[eZZt]$, $[\nu_e WWb]$), wohingegen die andere rein supersymmetrisch ist ($[\tilde{e}\tilde{\chi}^0\tilde{\chi}^0\tilde{t}]$, $[\tilde{\nu}_e\tilde{\chi}^+\tilde{\chi}^+\tilde{b}]$) und die $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekte beinhaltet. Die Boxgraphen mit Higgs-Bosonaustausch sind proportional zur Elektronmasse und daher in der gesamten Rechnung vernachlässigbar (sie sind auf jeden Fall $\mathcal{CP}$-gerade). Wie im Kapitel zuvor erläutert, werden auch hier die Standard-QED- und -QCD-Korrekturen nicht berücksichtigt, da sie $\mathcal{CP}$-gerade sind und nur als Korrekturen höherer Ordnung in den Normierungsfaktor eingehen und somit die Ergebnisse kaum beeinflussen.

7.4.1 Spin- und Impulsobservablen

In Abb. 7.3 und Abb. 7.4 werden die Beiträge der DFF und Boxdiagramme zu den Spinobservablen für zwei Parameter-Sätze verglichen. Der erste Satz ist durch (7.14) gegeben und ist jener, für den in Abschnitt 7.2.4 gezeigt wurde, daß er zu großen DFF führt. Der zweite lautet

$$\begin{aligned} \text{Parameter-Satz 2: } \tan\beta\ &= 1.6 \\ M_2 = |\mu| = m_{\tilde{q}} = |M_t^{LR}| &= |M_b^{LR}| = 200 \ \text{GeV} \\ \varphi_\mu = \varphi_{\tilde{t}} = \varphi_{\tilde{b}} &= \pi/2\ , \end{aligned} \tag{7.29}$$

wobei im Vergleich zu (7.14) nur die $\mathcal{CP}$-verletzenden Phasen geändert wurden. Die Form der durchgezogenen und gestrichelten Kurven ist, wie erwartet, in allen Fällen die gleiche. Ihre verschiedenen Größen stammen von Beiträgen zu den Normierungsfaktoren von den Selbstenergien, A(W)MDFF und anderen $\mathcal{CP}$-geraden Korrekturen. Die Plots zeigen, daß die MSSM-Boxdiagramme für den Parameter-Satz 1 zu den $\mathcal{CP}$-ungeraden Observablen i.a. grob mit dem gleichen Betrag wie die (W)EDFF beitragen, aber mit verschiedenem Profil. Bei den $\mathcal{CPT}_{\rm N}$-geraden Observablen führt das schließlich zu einer starken Reduktion des Wertes, verglichen damit, wenn nur die (W)EDFF betrachtet werden.

Andere Parameter-Sätze, können dagegen *kleinere DFF, aber größere beobachtbare Effekte* liefern. Dies ist der Fall für den Parameter-Satz 2, welcher viel kleinere Werte für die Realteile der DFF bei $\sqrt{s} = 500$ GeV liefert als zuvor in Gl. (7.15),

$$d_t^\gamma(s) = (0.547 - 1.889\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t\ , \tag{7.30}$$

$$d_t^Z(s) = (0.362 - 2.319\ \mathrm{i}) \times 10^{-3}\ \mu_t\ . \tag{7.31}$$

Als Konsequenz erhalten die $\mathcal{CPT}_{\rm N}$-geraden Observablen ihre Beiträge für den Parameter-Satz 2 hauptsächlich von den Boxdiagrammen (s. Abb. 7.4).

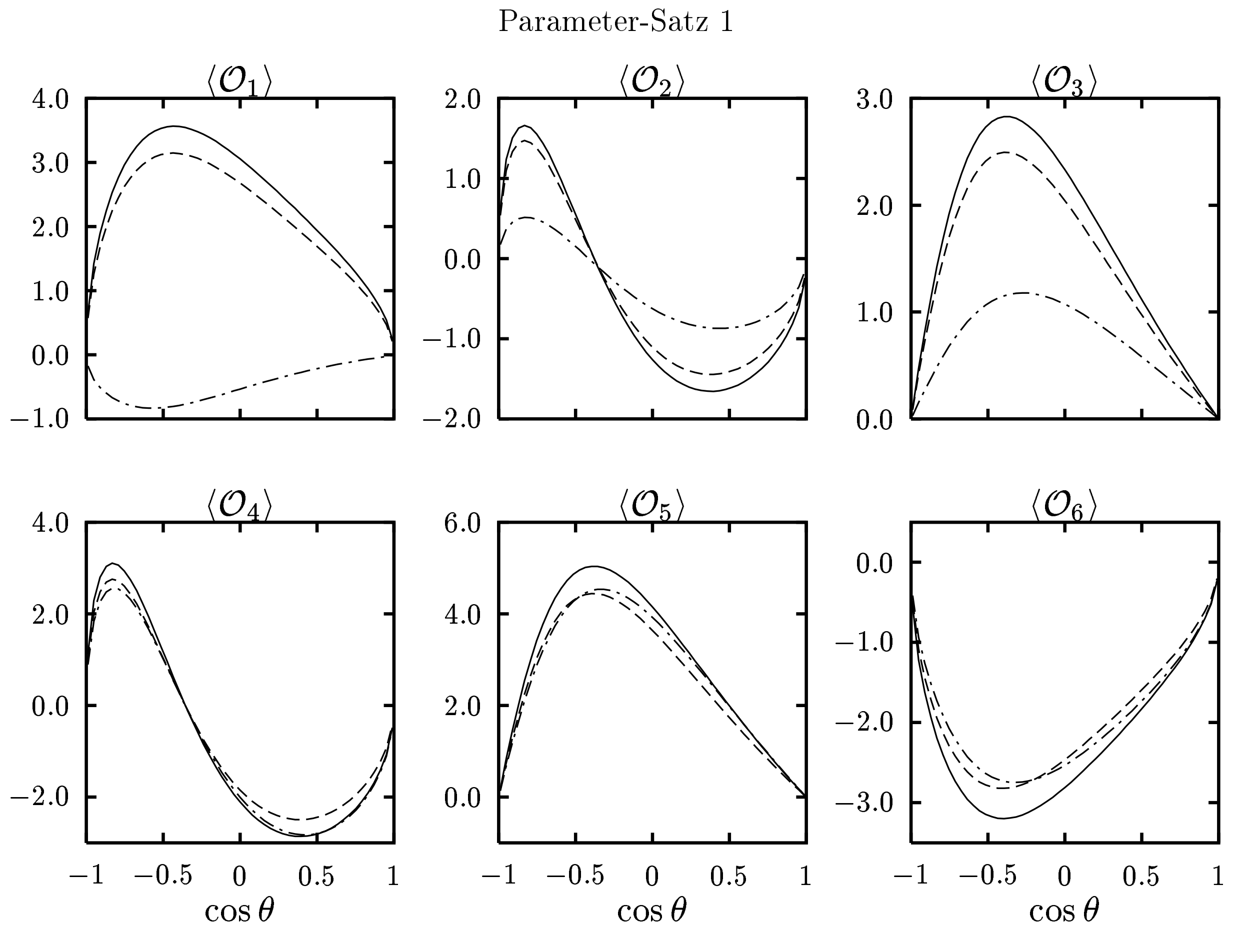


Abb. 7.3: *Die Erwartungswerte der Spinobservablen in* $[10^{-3}]$ *für den Parameter-Satz 1, mit folgenden Annahmen für den Wirkungsquerschnitt:* (i) *Born-Diagramme plus Beiträge der (W)EDFF (durchgezogene Linie);* (ii) *1-Schleifenrechnung ohne Boxdiagramme (gestrichelte Linie);* (iii) *Komplette 1-Schleifenrechnung (strichpunktierte Linie).*

Die vorhergehenden Argumente werden in Tabelle 7.3 zum Ausdruck gebracht, wobei das Signal-zu-Untergrund Verhältnis

$$r = \frac{\langle \overline{\mathcal{O}} \rangle}{\sqrt{\langle \overline{\mathcal{O}}^2 \rangle - \langle \overline{\mathcal{O}} \rangle^2}} \approx \frac{\langle \overline{\mathcal{O}} \rangle}{\sqrt{\langle \overline{\mathcal{O}}^2 \rangle}} \tag{7.32}$$

für die integrierten Spinobservablen gezeigt wird. Es werden die Ergebnisse ohne Boxdiagramme (linke Spalte), mit der kompletten 1-Schleifenrechnung (rechte Spalte) verglichen.

Die Form der Observablen als Funktion des t-Polarwinkels (Abb. 7.3 und 7.4) ist so, daß das Signal für $\mathcal{CP}$-Verletzung, r, (abhängig vom gewählten Parameter-Satz) für manche Observablen nicht sehr groß ist, aber viel besser für andere Observablen (s. Tabelle 7.3). Das zeigt, daß die DFF des t-Quarks nicht ausreichen, um beobachtbare $\mathcal{CP}$-verletzende

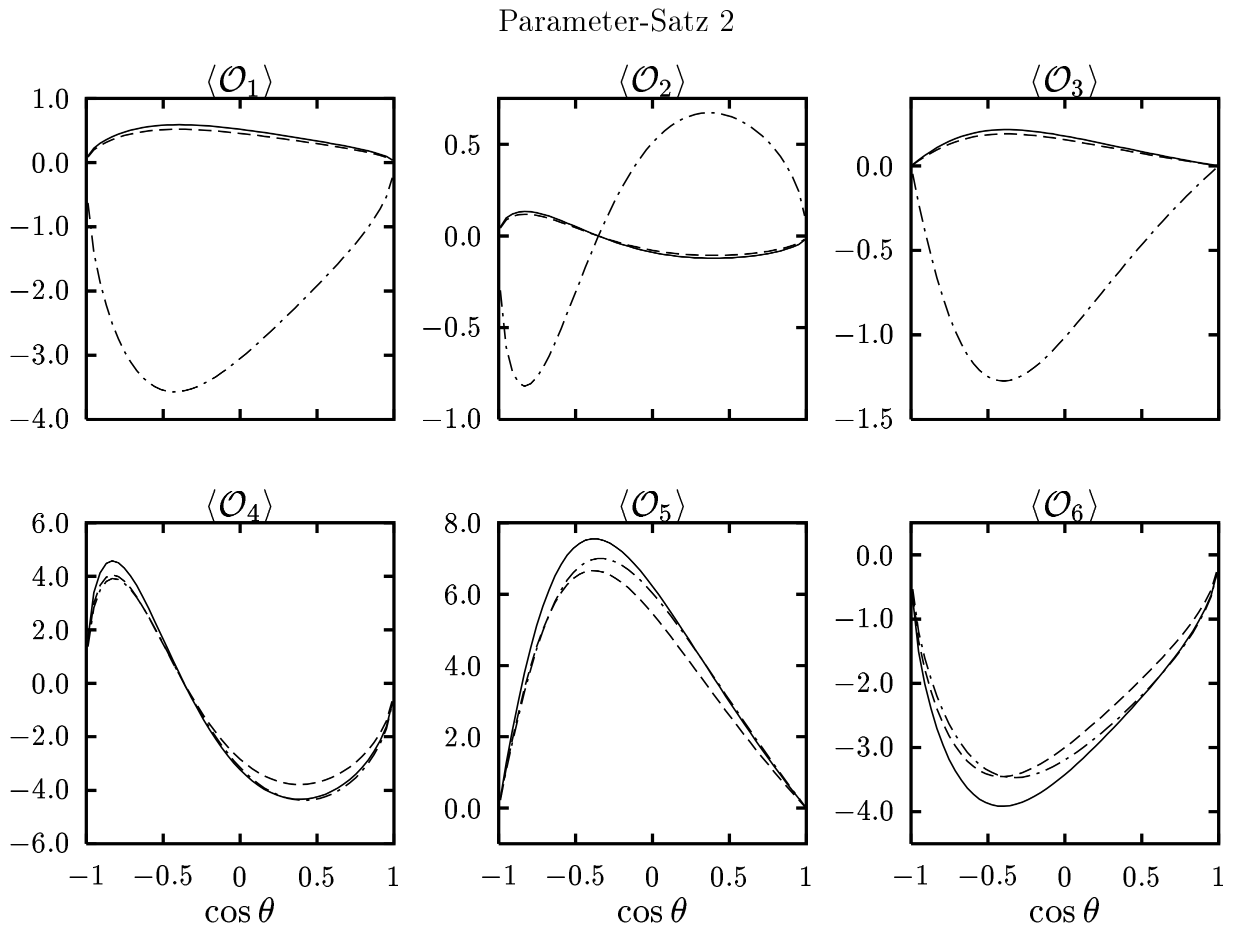


Abb. 7.4: *Erwartungswerte der Spinobservablen in* $[10^{-3}]$ *für den Parameter-Satz 2, mit folgenden Annahmen für den Wirkungsquerschnitt:* (*i*) *Born-Diagramme plus Beiträge der (W)EDFF (durchgezogene Linie);* (*ii*) *1-Schleifenrechnung ohne Boxdiagramme (gestrichelte Linie);* (*iii*) *Komplette 1-Schleifenrechnung (strichpunktierte Linie).*

Effekte zu parametrisieren und die Vorhersagen können sogar prinzipiell falsch sein.

Man beachte, daß $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle = 2\,A^{LR}$ die in Gl. (7.28) definierte Asymmetrie ist. Aus Tabelle 7.2 geht hervor, daß sie die sensitivste (optimale) Observable für den Imaginärteil des EDFF und auch die beste für einen Test der $\mathcal{CP}$-Verletzung für diese Wahl von SUSY-Parametern ist (s. Tabelle 7.3). Die Observablen $(\mathbf{s}_1^* - \mathbf{s}_2^*)$ können selbst dann noch Informationen über $\mathcal{CP}$-Verletzung liefern, wenn die Polarisation eines der t-Quarks nicht gemessen ist.[9] Die Sensitivität der Einzelspinpolarisationen auf $\mathcal{CP}$-Verletzung ist allerdings schlecht: $\langle(\mathbf{s}_1^* - \mathbf{s}_2^*)_{x,y,z}\rangle_{\mathbf{ab}} = 2\langle(\mathbf{s}_1^*)_{x,y,z}\rangle_{\mathbf{a}}$ für $\mathbf{a}(\mathbf{b}) = \mathrm{S}\uparrow(\downarrow), \mathrm{T}\uparrow(\downarrow), \mathrm{L}\uparrow(\downarrow)$.

Die durch a und c markierten Zerfallskanäle fungieren als Spinanalysatoren in $t +$

[9] Es ist jedoch ein Vergleich zwischen zwei Proben notwendig, eine mit polarisiertem t die andere mit polarisiertem $\bar{t}$, um die neue $\mathcal{CP}$-ungerade Observable aus Gl. (7.18) zu bilden.

i	$\mathcal{CPT}_{\rm N}$	$\mathcal{O}_i$	**a**	**b**	Parameter-Satz 1		Parameter-Satz 2	
1	gerade	$(\mathbf{s_1^*} - \mathbf{s_2^*})_y$	S↑	S↓	1.216	−0.231	0.207	−1.394
2	gerade	$(\mathbf{s_1^*} \times \mathbf{s_2^*})_x$	S↑	L↑	−0.755	−0.489	−0.053	0.318
3	gerade	$(\mathbf{s_1^*} \times \mathbf{s_2^*})_z$	S↑	T↑	1.184	0.625	0.090	−0.598
4	ungerade	$(\mathbf{s_1^*} - \mathbf{s_2^*})_x$	T↑	T↓	−1.230	−1.421	−1.888	−2.217
5	ungerade	$(\mathbf{s_1^*} - \mathbf{s_2^*})_z$	L↑	L↓	2.550	2.739	3.823	4.216
6	ungerade	$(\mathbf{s_1^*} \times \mathbf{s_2^*})_y$	L↑	T↓	−1.683	−1.751	−2.050	−2.216

Tab. 7.3: *Das Verhältnis* $r = \langle\overline{\mathcal{O}}\rangle/\sqrt{\langle\overline{\mathcal{O}}^2\rangle}$ *in* $[10^{-3}]$ *der integrierten Spinobservablen bei* $\sqrt{s} = 500$ GeV *für die Parameter-Sätze 1 und 2. Die jeweils linke Spalte der Parameter-Sätze enthält keine Boxdiagrammbeiträge, die rechte enthält dagegen den kompletten 1-Schleifen-Wirkungsquerschnitt für* $e^+e^- \to t\bar{t}$.

$\bar{t} \to a(\mathbf{q}_+) + \bar{c}(\mathbf{q}_-) + X$. Der Erwartungswert einer $\mathcal{CP}$-ungeraden Observablen ist durch Mittelung über den Phasenraum der Endzustandsteilchen gegeben,

$$\langle\overline{\mathcal{O}}\rangle_{ac} = \frac{1}{2}\left[\langle\overline{\mathcal{O}}\rangle_{a\bar{c}} + \langle\overline{\mathcal{O}}\rangle_{c\bar{a}}\right] = \frac{1}{2\sigma_{ac}}\int [\mathrm{d}\sigma_{a\bar{c}} + \mathrm{d}\sigma_{c\bar{a}}]\ \mathcal{O}\ , \tag{7.33}$$

wobei der Prozeß $(a\bar{c})$ und der dazu konjugierte Prozeß $(c\bar{a})$ enthalten sind und

$$\sigma_{ac} = \int \mathrm{d}\sigma_{a\bar{c}} = \int \mathrm{d}\sigma_{c\bar{a}} \tag{7.34}$$

gilt, in Analogie zu den Gln. (7.17) und (7.18). Der differentielle Wirkungsquerschnitt für t-Paarproduktion und Zerfall wurde für jeden Kanal mit Hilfe der sogenannten "Narrow-Width-Approximation" für die t-Quark und W-Boson Propagatoren ausgewertet:

$$\frac{1}{|q_x^2 - m_x^2 + \mathrm{i}\, m_x\, \Gamma_x|^2} \to \frac{\pi\, \delta(q_x^2 - m_x^2)}{m_x\, \Gamma_x}\ , \tag{7.35}$$

dabei ist $x = t, W$ und Γ_x ist die Breite von x.

In Tabelle 7.4 wird das Verhältnis r für drei verschiedene Kanäle bei $\sqrt{s} = 500$ GeV und einige Impulsobservablen aufgeführt, welche die Impulse der Zerfallsprodukte beinhalten und die t- und $\bar{t}$-Polarisationen im CMS analysieren. Dabei wurde der Parameter-Satz 2 gewählt. Die leptonischen Zerfallskanäle sind die besten t-Spinanalysatoren, aber die Zahl der leptonischen Ereignisse ist auch kleiner. Wie erwartet sind die Dipolbeiträge (linke Spalten) zu den $\mathcal{CPT}_{\rm N}$-geraden Observablen daher sehr klein, aber die eigentlichen Erwartungswerte (rechte Spalten) sind ca. eine Größenordnung größer.

Die vorhergehenden Resultate wurden für unpolarisierte Elektron- und Positronstrahlen erlangt. Jetzt sollen auch noch polarisierte Strahlen untersucht werden. Sei $P_\pm$ der

$\mathcal{CPT}_{\mathrm{N}}$	$\mathcal{O}$	$b-b$		$\ell-b$		$\ell-\ell$	
gerade	$\hat{A}_1$	-0.036	0.242	0.030	-0.202	0.068	-0.467
ungerade	$\hat{A}_2$	0.270	0.304	-0.180	-0.204	-0.501	-0.812
gerade	$\hat{T}_{33}$	-0.006	0.042	0.021	-0.140	-0.037	0.248
ungerade	$\hat{Q}_{33}$	0.486	0.542	-0.335	-0.374	-1.274	-1.420

Tab. 7.4: *Das Verhältnis r in $[10^{-3}]$ der Impulsobservablen (7.24–7.27) bei $\sqrt{s} = 500$ GeV für drei verschiedene Kanäle: $t+\bar{t} \to a(\mathbf{q}_+)+\bar{c}(\mathbf{q}_-)+X$, mit dem Parameter-Satz 2 (7.29). Die linke Spalte enthält jeweils nur die t(W)EDFF Korrekturen und die rechte Spalte jeweils den kompletten 1-Schleifen-Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \to t\bar{t}$.*

$\mathrm{P}_\pm = 0,\ \mathrm{P}_\mp = -1;\ \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{U-UU}} = 0.707$ pb				$\mathrm{P}_\pm = 0,\ \mathrm{P}_\mp = +1;\ \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{U+UU}} = 0.355$ pb			
$\mathcal{O}$	$b-b$	$\ell-b$	$\ell-\ell$	$\mathcal{O}$	$b-b$	$\ell-b$	$\ell-\ell$
$\hat{A}_1$	0.359	-0.298	-0.667	$\hat{A}_1$	0.016	-0.009	-0.053
$\hat{A}_2$	0.397	-0.254	-0.952	$\hat{A}_2$	0.134	-0.099	-0.468
$\hat{T}_{33}$	0.065	-0.214	0.383	$\hat{T}_{33}$	-0.003	0.006	-0.020
$\hat{Q}_{33}$	0.708	-0.488	-1.848	$\hat{Q}_{33}$	0.210	-0.145	-0.555

Tab. 7.5: *Das Verhältnis r in $[10^{-3}]$ der Impulsobservablen (7.24–7.27) bei $\sqrt{s} = 500$ GeV für drei verschiedene Kanäle: $t+\bar{t} \to a(\mathbf{q}_+)+\bar{c}(\mathbf{q}_-)+X$, mit dem kompletten 1-Schleifen-Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \to t\bar{t}$, dem Parameter-Satz 2 (7.29) und longitudinaler Polarisierung $\mathrm{P}_\pm$ für einen der $e^\pm$-Strahlen.*

longitudinale Polarisationsgrad der $e^\pm$-Strahlen, dann lautet der differentielle WQ jetzt

$$\mathrm{d}\sigma = \frac{1}{4}\left[(1+\mathrm{P}_+)(1+\mathrm{P}_-)\,\mathrm{d}\sigma_R + (1-\mathrm{P}_+)(1-\mathrm{P}_-)\,\mathrm{d}\sigma_L\right] , \tag{7.36}$$

wobei $\sigma_{L/R}$ dem WQ für Elektronen und Positronen mit links-/rechtshändiger Helizität entspricht. Chiralitätserhaltung unterdrückt entgegengesetzte Helizitäten. Wenn beide Strahlen voll polarisiert sind, d.h. $\mathrm{P}_+ = \mathrm{P}_- = \pm 1$, ist das Verhältnis r das gleiche wie für ($\mathrm{P}_\pm = 0$, $\mathrm{P}_\mp = \pm 1$), aber die Wirkungsquerschnitte sind doppelt so groß (7.36), was zu einer höheren statistischen Signifikanz des $\mathcal{CP}$-Signals führt. Aus einem Vergleich von Tabelle 7.4 (rechte Spalte) mit Tabelle 7.5 ist klar, daß linkshändig polarisierte Strahlen die Sensitivität der $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekte um ca. 30% gegenüber unpolarisierten Strahlen vergrößern.

Name	Kanal	Verzweigungsverhältnis	Summe	Summe ohne $\tau^\pm$
$b-b$	4 Jets $b\bar{b}$	36/81	4/9	4/9
	$e^\pm$ Jets $b\bar{b}\,\not{E}_T$	12/81		
$\ell - b$	$\mu^\pm$ Jets $b\bar{b}\,\not{E}_T$	12/81	4/9	24/81
	$\tau^\pm$ Jets $b\bar{b}\,\not{E}_T$	12/81		
	$e^+e^-\ b\bar{b}\,\not{E}_T$	1/81		
	$\mu^+\mu^-\ b\bar{b}\,\not{E}_T$	1/81		
	$\tau^+\tau^-\ b\bar{b}\,\not{E}_T$	1/81		
$\ell - \ell$	$e^\pm\mu^\mp\ b\bar{b}\,\not{E}_T$	2/81	1/9	4/81
	$e^\pm\tau^\mp\ b\bar{b}\,\not{E}_T$	2/81		
	$\mu^\pm\tau^\mp\ b\bar{b}\,\not{E}_T$	2/81		

Tab. 7.6: *Verzweigungsverhältnisse für den Zerfall eines $t\bar{t}$-Paares im SM. Da das τ-Lepton auch semileptonisch zerfällt, kann es nicht in den Kanälen $\ell - b$ und $\ell - \ell$ berücksichtigt werden. Daher ergibt sich in der Summe dieser Kanäle ein effektiv kleinerer Wert [129].*

7.4.2 Die statistische Signifikanz

Hinsichtlich der experimentellen Bedeutung dieser Analyse ist die statistische Signifikanz des Signals der $\mathcal{CP}$-Verletzung durch $S = |r|\sqrt{N}$ mit $N = \epsilon\,\mathcal{L}\,\sigma_{ee\to tt}\,B$ gegeben, wobei ϵ die Detektoreffizienz und $\mathcal{L}$ die integrierte Luminosität des Beschleunigers bezeichnet. Die Verzweigungsverhältnisse der SM t-Zerfälle sind (s. Tabelle 7.6): $B \simeq 0.44$ für den rein hadronischen $b{-}b$ Kanal, $B \simeq 0.3$ für den leptonisch-hadronischen $\ell{-}b$ Kanal und $B \simeq 0.05$ für die leptonischen $\ell - \ell$ Kanäle ($\ell = e, \mu$). Dagegen beträgt das Verzweigungsverhältnis $t \to W^+ b$ im SM annähernd 100%. Bei $\sqrt{s} = 500$ GeV ist der totale WQ für die t-Paarproduktion $\sigma_{ee\to tt} \simeq 0.54$ pbarn und die integrierte Luminosität eines LC beträgt $\mathcal{L} \simeq 50$ fbarn^{-1} [35, 129]. Unter Annahme einer perfekten Detektoreffizienz erhält man $\sqrt{N} \simeq 109, 90, 37$ für die Kanäle $b-b$, $\ell-b$, $\ell-\ell$. Mit dieser Statistik wären Werte von $|r| \simeq 10\cdot 10^{-3}, 11\cdot 10^{-3}, 27\cdot 10^{-3}$ notwendig, um einen 1-σ-Effekt (68% CL) zu erhalten. Dies ist im MSSM mit den hier betrachteten Parameter-Sätzen und der Annahme, daß das t-Quark $\mathcal{CP}$-erhaltend in $W^+\,b$ zerfällt, selbst mit polarisierten Strahlen, nicht erreichbar, wie die Tabellen 7.4, 7.5 und 7.7 zeigen.

Abb. 7.5 zeigt das Verhältnis r der Spinobservablen $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ für den MSSM-Parameter-Scan (6.51) mit einer fest gewählten Gluinomasse $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV, d.h. ohne die Ein-

Parameter-Satz 1				Parameter-Satz 2			
$\mathcal{O}_i$	$b-b$	$\ell-b$	$\ell-\ell$	$\mathcal{O}_i$	$b-b$	$\ell-b$	$\ell-\ell$
$\mathcal{O}_1$	0.058	−0.043	−0.140	$\mathcal{O}_1$	0.352	−0.259	−0.849
$\mathcal{O}_2$	0.039	−0.095	0.233	$\mathcal{O}_2$	−0.025	0.062	−0.152
$\mathcal{O}_3$	−0.049	0.121	−0.298	$\mathcal{O}_3$	0.047	−0.116	0.285
$\mathcal{O}_4$	0.245	−0.171	−0.650	$\mathcal{O}_4$	0.383	−0.267	−1.015
$\mathcal{O}_5$	−0.392	0.269	1.068	$\mathcal{O}_5$	−0.603	0.414	1.644
$\mathcal{O}_6$	0.138	0.340	0.834	$\mathcal{O}_6$	0.175	−0.430	1.056

Tab. 7.7: *Verhältnis r der Spinobservablen in $[10^{-3}]$ bei $\sqrt{s} = 500$ GeV für drei verschiedene Kanäle: $t + \bar{t} \to a(\mathbf{q}_+) + \bar{c}(\mathbf{q}_-) + X$, für die Parameter-Sätze 1 (7.14) und 2 (7.29), mit jeweils dem kompletten 1-Schleifen-Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \to t\bar{t}$.*

schränkung durch die SUSY-GUT Relation (4.95). Das Maximum bei $\sqrt{s} = 504$ GeV ist $|r| = 8.56 \cdot 10^{-3}\,(9.17 \cdot 10^{-3})$ mit (ohne) Boxdiagramme. Es wird für folgenden MSSM-Parameter-Satz erreicht:

$$\begin{aligned} &\text{Parameter-Satz 3: } \tan\beta = 4 \\ &M_A = 1000 \text{ GeV}, \quad M_2 = 600 \text{ GeV}, \quad M_{\mathrm{SUSY}} = 200 \text{ GeV}, \\ &|\mu| = 600 \text{ GeV}, \quad \varphi_\mu = \pi/2, 3\pi/2, \quad m_{\tilde{g}} = 200 \text{ GeV}, \\ &|A| = 200 \text{ GeV}, \quad \varphi_A = \pi/2, 3\pi/2\,. \end{aligned} \tag{7.37}$$

(Aus Symmetriegründen ergibt $\varphi_\mu = \varphi_A = \pi/2$ ein negatives Vorzeichen). Die Ergebnisse für das Verhältnis r der Spin- und Impulsobservablen in den verschiedenen Kanälen, mit den oben angegebenen Beschleunigerdaten, sind in Tabelle 7.8 zu finden.

Bei $\sqrt{s} = 1042$ GeV ist der maximale Wert für $|r| = 14.03 \cdot 10^{-3}\,(13.24 \cdot 10^{-3})$ mit (ohne) Boxdiagramme für folgende SUSY-Parameter: $\tan\beta = 4$, $M_A = 600$ GeV, $M_2 = 200$ GeV, $M_{\mathrm{SUSY}} = 400$ GeV, $|\mu| = 600$ GeV, $|A| = 800$ GeV, $\varphi_\mu = \varphi_A = \pi/2, 3\pi/2$. Damit erhält man $|r| = 2.00 \cdot 10^{-3}, 1.37 \cdot 10^{-3}, 5.54 \cdot 10^{-3}$ für die Kanäle $b-b$, $\ell-b$, $\ell-\ell$. Bei $\sqrt{s} = 1$ TeV ist der totale WQ für t-Paarproduktion $\sigma_{ee\to tt} \simeq 0.15$ pbarn und die integrierte Luminosität des LC ist $\mathcal{L} \simeq 200$ fbarn^{-1} [35]. Damit wären immer noch Werte von $|r| \simeq 8 \cdot 10^{-3}, 11 \cdot 10^{-3}, 25 \cdot 10^{-3}$ notwendig, um einen 1-σ-Effekt (68% CL) zu erhalten. Dies ist an einem LC, für den Parameter-Scan (6.51), d.h. also selbst wenn man die SUSY-GUT Relation (4.95) aufgibt, und unter Annahme von SM t-Quark Zerfällen, voraussichtlich weder bei $\sqrt{s} = 500$ GeV (mit $\mathcal{L} \simeq 50$ fb^{-1}) noch bei $\sqrt{s} = 1$ TeV (mit $\mathcal{L} \simeq 200$ fb^{-1}) erreichbar.

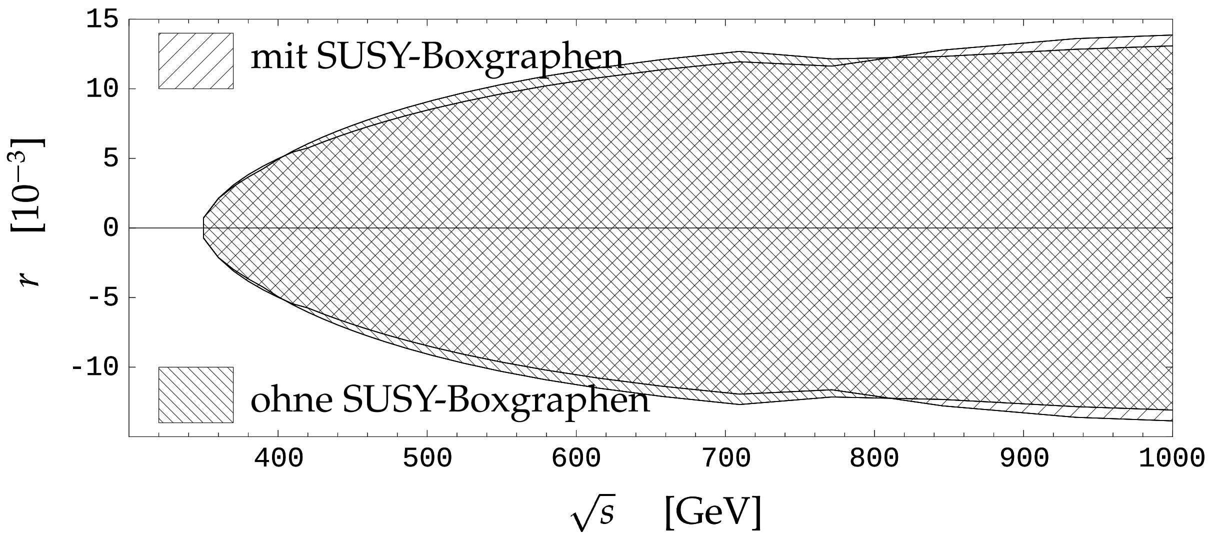


Abb. 7.5: *$e^+e^- \to t\bar{t}$. Das Verhältnis r der Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ in $[10^{-3}]$ mit $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) mit und ohne SUSY-Boxdiagramme.*

Parameter-Satz 3			
$\mathcal{O}$	$b-b$	$\ell-b$	$\ell-\ell$
$\mathcal{O}_1$	0.151	-0.113	-0.367
$\mathcal{O}_2$	-0.031	0.076	-0.188
$\mathcal{O}_3$	0.047	-0.117	0.291
$\mathcal{O}_4$	0.781	-0.555	-2.091
$\mathcal{O}_5$	-1.196	0.835	3.296
$\mathcal{O}_6$	0.199	-0.496	1.230
$\hat{A}_1$	0.115	-0.115	-0.142
$\hat{A}_2$	0.635	-0.433	-1.708
$\hat{T}_{33}$	0.042	-0.122	0.254
$\hat{Q}_{33}$	1.083	-0.757	-2.865

Tab. 7.8: *Verhältnis r der Spin- und Impulsobservablen in $[10^{-3}]$ bei $\sqrt{s} = 504$ GeV für drei verschiedene Kanäle: $t + \bar{t} \to a(\mathbf{q}_+) + \bar{c}(\mathbf{q}_-) + X$, für den Parameter-Satz 3 (7.37), mit jeweils dem kompletten 1-Schleifen-Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \to t\bar{t}$.*

Kapitel 8

Die Prozesse $pp \to t\bar{t}X$ und $p\bar{p} \to t\bar{t}X$

Am TEVATRON werden $p\bar{p}$-Kollisionen in RUN III jährlich ca. $7 \cdot 10^4$ t-Quarkpaare erzeugen, womit der WQ auf ca. 6% genau bestimmt werden kann. Am LHC sollen pp-Kollisionen jährlich ca. 10^7 $t\bar{t}$-Paare erzeugen, bei einer Genauigkeit von ca. 5%. In partonischen Streuprozessen werden t-Quarks durch $q\bar{q}$-Paarvernichtung und Gluonfusion erzeugt. In niedrigster Ordnung sind diese Prozesse von $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und in [130] berechnet worden. Wirkungsquerschnitte mit QCD-Korrekturen in $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ findet man in [131] und höhere QCD-Effekte nahe der Produktionsschwelle sind in [132] diskutiert. Die elektroschwachen 1-Schleifenkorrekturen im SM sind in [105] behandelt worden. In [106] wurden im Rahmen des MSSM mit reellen Parametern die elektroschwachen Korrekturen zu $gg \to t\bar{t}$ und die elektroschwachen und die SUSY-QCD-Korrekturen zu $q\bar{q} \to t\bar{t}$ berechnet und diskutiert. In den folgenden Abschnitten werden im MSSM mit komplexen Parametern zur Gluonfusion und zur $q\bar{q}$-Paarvernichtung die kompletten elektroschwachen 1-Schleifenkorrekturen einschließlich der SUSY-QCD-Korrekturen in $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$, $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$, $\mathcal{O}(\alpha^2\alpha_s)$ und $\mathcal{O}(\alpha^3)$ berechnet.

Sämtliche Berechnungen in diesem Kapitel wurden mit den in Kapitel 5 vorgestellten Programmen `FeynArts`, `FormCalc` und `LoopTools` durchgeführt. Physikalische Größen, die sich nur auf den partonischen Streuprozeß beziehen, werden in dieser Arbeit zur eindeutigen Unterscheidung von den hadronischen Größen durch ein Dach $\hat{}$ über der Variable gekennzeichnet (z.B. der totale partonische WQ $\hat{\sigma}(\hat{s})$). Variablen des hadronischen Streuprozesses erhalten keine zusätzliche Kennzeichnung. Das Quadrat der CMS-Energie der Hadronen wird davon abweichend mit einem großen Buchstaben S bezeichnet.

Zur Berechnung von experimentell meßbaren Größen, wie dem WQ $\sigma(S)$ in der pp- oder $p\bar{p}$-Kollision, ist es zunächst notwendig die Wirkungsquerschnitte $\hat{\sigma}(\hat{s})$ der Quark-Unterprozesse $q\bar{q} \to t\bar{t}$ und der Gluonfusion $gg \to t\bar{t}$ zu bestimmen. Danach wird der WQ für die Hadron-Kollision mit Hilfe der Partonverteilungsfunktion berechnet. Aufgrund des unterschiedlichen Quarkinhalts der am LHC und TEVATRON verwendeten Hadronen sind die berechneten Wirkungsquerschnitte der Bornschen Näherung bei gleichen CMS-Energien voneinander verschieden, wobei jener am LHC kleiner als der am TEVATRON ist. Analog zu Kapitel 7 wird dann die (sensitivste) $\mathcal{CP}$-ungerade Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ auf ihre Signifikanz in Hadron-Kollisionen untersucht.

8.1 Kinematik und Wirkungsquerschnitte

Die Hauptproduktionsmechanismen für die $t\bar{t}$-Produktion in Hochenergie pp- bzw. $p\bar{p}$-Kollisionen sind auf dem Partonniveau (die Impulse sind in Klammern):

- Die Fusion von zwei Gluonen:

$$g(p_1)\, g(p_2) \to t(p_3)\, \bar{t}(p_4)\ .$$

Die graphische Darstellung dieses Prozesses ist im Anhang als Fig. C.1 zu finden.

- Die Vernichtung eines $q\bar{q}$-Paares in $t\bar{t}$ über ein virtuelles Gluon, Photon und Z-Boson:

$$q(p_1)\, \bar{q}(p_2) \to t(p_3)\, \bar{t}(p_4)\ .$$

Die graphischen Darstellungen dieser Prozesse werden im Anhang als Fig. D.1 gezeigt.

Hier ist q ein Quark mit Flavour u, c, d, s oder b sowie $\bar{q}$ das entsprechende Antiquark. Ein $t\bar{t}$-Paar im Anfangszustand wurde in allen Berechnungen vernachlässigt, da dessen Verteilung im Hadron aufgrund der hohen Masse stark unterdrückt ist und deshalb keine Partonverteilungswerte verfügbar sind.

Die relativistisch invarianten Mandelstam-Variablen $\hat{s}, \hat{t}$ und $\hat{u}$ sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \\ \hat{t} &= (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \\ \hat{u} &= (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2\ . \end{aligned} \tag{8.1}$$

Betrachtet man den Grenzfall hoher Schwerpunktsenergien $\hat{s}$, also $\hat{s} \gg m_q^2$, dann erfüllen die Mandelstam-Variablen die ON-SHELL-Relation:

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 2\, m_t^2\ , \tag{8.2}$$

wobei die Massen der einlaufenden Partonen vernachlässigt worden sind.

Ist $\mathcal{M}(\hat{s}, \hat{t})$ das Matrixelement der Teilchenstreuung, so kann der differentielle WQ für die 2-Teilchen-Streuung $1 + 2 \to 3 + 4$ wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}}{\mathrm{d}\hat{t}} = \frac{1}{16\,\pi\,\hat{s}^2} \overline{\sum} |\mathcal{M}(\hat{s}, \hat{t})|^2\ , \tag{8.3}$$

wobei $\overline{\sum} \equiv \frac{1}{4}\,\frac{1}{N_C}\,\sum_{\eta,\bar{\eta}} |\mathcal{M}(\kappa, \eta, \bar{\eta}; \hat{s}, \hat{t})|^2$ die Mittelung über die Spins und die Farbfreiheitsgrade der Anfangszustände sowie die Summation über die Spins und die Farbfreiheitsgrade der Endzustände angibt (s. Abschnitt 3.1.1). Die Born-Matrixelemente der beiden Unterprozesse mit zwei Quarks im Anfangszustand $\mathcal{M}^{(0)}_{q\bar{q}}$ bzw. zwei Gluonen im Anfangszustand

$\mathcal{M}_{gg}^{(0)}$, sind durch die SM-QCD-Feynman-Regeln in der 't Hooft–Feynman-Eichung definiert. Bezeichnet ϑ den Streuwinkel im CMS der Partonen als Winkel zwischen dem einlaufenden Quark und dem auslaufenden t-Quark, welcher mit den in Gl. (8.1) definierten Variablen durch die Relation

$$\hat{t} = \frac{1}{2}\hat{s}\,\beta_t \cos\vartheta - \frac{\hat{s}}{2} + m_t^2 \tag{8.4}$$

mit $\beta_t = \sqrt{1 - 4m_t^2/\hat{s}}$ verknüpft ist, so sind die kinematischen Grenzen für die Berechnung des Wirkungsquerschnitts durch $-1 \leq \cos\vartheta \leq 1$ festgelegt, und der totale partonische WQ $\hat{\sigma}$ wird

$$\hat{\sigma}(\hat{s}) = \int_{\hat{t}_{\min}}^{\hat{t}_{\max}} \mathrm{d}\hat{t}\,\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}(\hat{s},\hat{t})}{\mathrm{d}\hat{t}} \ . \tag{8.5}$$

8.1.1 Der partonische Born-Wirkungsquerschnitt für $gg \to t\bar{t}$

Das Gluonfusions-Matrixelement besteht aus drei verschiedenen Produktionskanälen ($\hat{s}$-,$\hat{t}$-,$\hat{u}$-Kanal) [105]:

$$\mathcal{M}_{gg}^{(0)} = g_s^2\,\epsilon_1^{\mu}(p_1)\,\epsilon_2^{\nu}(p_2)\,\overline{u}_t^{j}(p_3,s_3)\,T_{\mu\nu}^{ab}\,v_t^{l}(p_4,s_4) \ , \tag{8.6}$$

wobei

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{ab} = {} & \frac{f^{abc}T_{c,jl}}{\hat{s}}[(\not{p}_1 - \not{p}_2)g_{\mu\nu} + (2p_2 + p_1)_\mu\gamma_\nu - (2p_1 + p_2)_\nu\gamma_\mu] && \hat{s}\text{-Kanal} \\ & - \mathrm{i}\,\frac{T_{jm}^{a}T_{ml}^{b}}{\hat{t} - m_t^2}\,\gamma_\mu\,(\not{p}_2 - \not{p}_4 + m_t)\gamma_\nu && \hat{t}\text{-Kanal} \\ & - \mathrm{i}\,\frac{T_{jm}^{b}T_{ml}^{a}}{\hat{u} - m_t^2}\,\gamma_\nu\,(\not{p}_1 - \not{p}_4 + m_t)\gamma_\mu && \hat{u}\text{-Kanal} \ . \end{aligned} \tag{8.7}$$

Da die einlaufenden Gluonen unpolarisiert sind, erfordert die Berechnung von $\overline{\sum}|\mathcal{M}_{gg}^{(0)}|^2$ eine Mittelung über die Polarisationszustände der einlaufenden Gluonen. Die Polarisationssumme der Gluonpolarisationsvektoren $\epsilon_1^{\mu}(\lambda_1,p_1)$ und $\epsilon_2^{\nu}(\lambda_2,p_2)$ muß so gewählt werden, daß nur die physikalischen (transversalen) Polarisationszustände übrig bleiben und die unphysikalischen (longitudinalen) nicht zum Matrixelement beitragen:

$$\sum_{\lambda=1,2}\epsilon_\mu^{*}(\lambda,k)\,\epsilon_\nu(\lambda,k) = -g_{\mu\nu} + Q_{\mu\nu} \ , \qquad Q_{\mu\nu} = \frac{k_\mu\eta_\nu + k_\nu\eta_\mu}{\eta k} - \frac{\eta^2 k_\mu k_\nu}{(k\eta)^2} \ , \tag{8.8}$$

wobei η die folgenden Bedingungen erfüllen muß: $k\eta \neq 0$ und $\eta\epsilon = 0$. Der Vektor η wurde als Summe der Gluonimpulse p_1, p_2 gewählt, so daß $Q_{\mu\nu}$ gegeben ist durch

$$Q_{\mu\nu} = 2\,\frac{p_{1\mu}\,p_{2\nu} + p_{1\nu}\,p_{2\mu}}{\hat{s}} \ . \tag{8.9}$$

Gl. (8.3) und Gl. (8.6) legen den differentiellen Born-WQ für $gg \to t\bar{t}$ auf dem Partonniveau völlig fest, welcher wie folgt geschrieben werden kann [105] (wobei die $\langle\ \rangle$-spitze Klammer die Faktoren der Summation (Mittelung) über die Farbfreiheitsgrade enthält):

$$\frac{\mathrm{d}\hat{\sigma}_{gg}^{(0)}}{\mathrm{d}\hat{t}} = \frac{\pi\alpha_s^2}{64\hat{s}^2}\left[\langle 12\rangle M_{ss} + \langle\frac{16}{3}\rangle M_{tt} + \langle\frac{16}{3}\rangle M_{uu} + \langle 6\rangle M_{st} + \langle 6\rangle M_{su} + \langle -\frac{2}{3}\rangle M_{tu}\right], \qquad (8.10)$$

mit

$$\begin{aligned}
M_{ss} &= \frac{4}{\hat{s}^2}\,(\hat{t}-m_t^2)(\hat{u}-m_t^2) && |\hat{s}\text{-Kanal}|^2\\
M_{tt} &= \frac{2\,[(\hat{t}-m_t^2)(\hat{u}-m_t^2) - 2\,m_t^2(\hat{t}-m_t^2) - 4\,m_t^4]}{(\hat{t}-m_t^2)^2} && |\hat{t}\text{-Kanal}|^2\\
M_{uu} &= \frac{2\,[(\hat{t}-m_t^2)(\hat{u}-m_t^2) - 2\,m_t^2(\hat{u}-m_t^2) - 4\,m_t^4]}{(\hat{u}-m_t^2)^2} && |\hat{u}\text{-Kanal}|^2\\
M_{st} &= \frac{4\,[m_t^4 - \hat{t}\,(\hat{s}+\hat{t})]}{\hat{s}(\hat{t}-m_t^2)} && 2(\hat{s}\text{-Kanal})(\hat{t}\text{-Kanal})^*\\
M_{su} &= \frac{4\,[m_t^4 - \hat{u}\,(\hat{s}+\hat{u})]}{\hat{s}(\hat{u}-m_t^2)} && 2(\hat{s}\text{-Kanal})(\hat{u}\text{-Kanal})^*\\
M_{tu} &= \frac{4\,m_t^2\,[\hat{s}-4m_t^2]}{(\hat{t}-m_t^2)(\hat{u}-m_t^2)} && 2(\hat{t}\text{-Kanal})(\hat{u}\text{-Kanal})^*\,. \qquad (8.11)
\end{aligned}$$

Nach der Integration lautet der totale partonische Born-WQ in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ für die Gluonfusion

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{gg}^{(0)}(\hat{s}) = \frac{\pi\alpha_s^2}{64\hat{s}}\Bigg(&\langle 12\rangle\,\frac{1}{3}\,(2+\rho_t)\beta_t + \langle\frac{16}{3}\rangle\,\{(4+2\rho_t)\,\ln\frac{1+\beta_t}{1-\beta_t} - 4(1+\rho_t)\beta_t\}\\
&+ \langle 6\rangle\,\{2\rho_t\,\ln\frac{1+\beta_t}{1-\beta_t} - 4(1+\rho_t)\beta_t\} + \langle -\frac{2}{3}\rangle\,2\rho_t(1-\rho_t)\,\ln\frac{1+\beta_t}{1-\beta_t}\Bigg), \qquad (8.12)
\end{aligned}$$

wobei $\beta_t = \sqrt{1-\rho_t}$ und $\rho_t = 4\,m_t^2/\hat{s}$.

8.1.2 Der partonische Born-Wirkungsquerschnitt für $q\bar{q} \to t\bar{t}$

Berechnet wird der Bornsche WQ für den Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha^2)$. Die Massen der einlaufenden Quarks ($q = u, d, c, s$) werden grundsätzlich immer dann vernachlässigt, wenn sie nicht als Argument von Integralen auftreten, in denen dies zu einer Massensingularität führen würde. Das ist aus den gleichen wie in Kapitel 6 angeführten Gründen gerechtfertigt. Auf die explizite Angabe des Bornschen Wirkungsquerschnitts in $\mathcal{O}(\alpha^2)$ wird hier verzichtet[1], da er Kapitel 6 entnommen werden kann, wenn man dort e^- durch q ersetzt.

[1] Er ist jedoch als FORTRAN- oder *Mathematica*-Code verfügbar.

Das führende QCD-Matrixelement der $q\bar{q}$-Vernichtung in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, mit den QCD-Feynman-Regeln aus Ref. [10] und der Impulskonvention aus `FeynArts` [67], ist gegeben durch

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{q\bar{q}}^{(0)} &= \delta_{\alpha\beta}\overline{u}_t(p_3,s_3)\,\Gamma^{a\mu}\,v_{\bar{t}}(p_4,s_4)\,S_{\mu\nu}^{ab}(\hat{s})\,\overline{v}_\beta(p_2,s_2)\,\Gamma^{b\nu}\,u_\alpha(p_1,s_1) \\
&= \delta_{\alpha\beta}\overline{u}_t^j(p_3,s_3)(-\mathrm{i}\,g_s T_{jl}^a\gamma^\mu)v_{\bar{t}}^l(p_4,s_4)\frac{-\mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\delta^{ab}}{\hat{s}}\overline{v}_\beta^k(p_2,s_2)(-\mathrm{i}\,g_s T_{ki}^b\gamma^\nu)u_\alpha^i(p_1,s_1) \\
&= \delta_{\alpha\beta}\overline{u}_t^j(p_3,s_3)(-\mathrm{i}\,g_s T_{jl}^a\,\gamma^\mu)\,v_{\bar{t}}^l(p_4,s_4)\frac{-\mathrm{i}\,g_{\mu\nu}}{\hat{s}}\overline{v}_\beta^k(p_2,s_2)(-\mathrm{i}\,g_s T_{ki}^a\gamma^\nu)\,u_\alpha^i(p_1,s_1)\ , \qquad (8.13)
\end{aligned}$$

wobei α, β Flavour- und a,i,j,k,l Farbindizes bezeichnen. $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ ist die starke Kopplungskonstante und $T^c = \lambda^c/2$, mit den Gell-Mann Matrizen λ^c, genügt der $SU(3)$ Kommutatorrelation $[T^a,T^b] = \mathrm{i}\,f^{abc}T_c$. Die f^{abc} sind die $SU(3)_C$-Strukturkonstanten.

Aus Gl. (8.13) ist das adjungierte Matrixelement der Bornschen Näherung bestimmt:

$$\mathcal{M}^{(0)*} = \overline{u}(p_1,s_1)\overline{\Gamma}^{b\nu}\,v(p_2,s_2)\,S_{\mu\nu}^{ab}(\hat{s})\,\overline{v}(p_4,s_4)\,\overline{\Gamma}^{a\mu}\,u(p_3,s_3)\ . \qquad (8.14)$$

Mittels der Identität

$$\overline{v}(p)\,\Gamma\,u(p') = u^T(p')\,\Gamma^T\,\overline{v}^T(p) = \overline{u}(p')\,C^T\,\Gamma^T C^{-1}v(p) = \overline{v}(p')\,(-\Gamma')\,u(p) \qquad (8.15)$$

ist das adjungierte Matrixelement außerdem als

$$\mathcal{M}^{(0)*} = \overline{u}(p_1,s_1)\overline{\Gamma}^{b\nu}\,v(p_2,s_2)\,S_{\mu\nu}^{ab}(p)\,\overline{v}(p_3,s_3)\,(-\overline{\Gamma}'^{a\mu})\,u(p_4,s_4) \qquad (8.16)$$

gegeben. Diese Darstellung von $\mathcal{M}^{(0)*}$ ist für die Kontraktion mit den Matrixelementen der gekreuzten SUSY-Boxdiagramme notwendig. Wendet man die in [94] gegebenen Feynman-Regeln an, erhält man dieses Ergebnis auch direkt durch die Vertauschung der Fermionflußrichtung im Endzustand in Fig. D.1.

Eine einfache Berechnung dieses quadrierten, über die Anfangshelizitäten und Farbfreiheitsgrade gemittelte und über die Endhelizitäten und Farbfreiheitsgrade summierte Born-Matrixelements $\mathcal{M}_{q\bar{q}}^{(0)}(\hat{s},\hat{t})$, führt zu:

$$\overline{\sum}|\mathcal{M}_{q\bar{q}}^{(0)}(\hat{s},\hat{t})|^2 = \frac{64\pi^2\alpha_s^2}{\hat{s}^2}\,\langle\frac{2}{9}\rangle\,\left[\hat{t}^2 + (\hat{s}-2m_t^2)\,\hat{t} + \frac{\hat{s}^2}{2} + m_t^4\right]\ , \qquad (8.17)$$

wobei die $\langle\ \rangle$-spitze Klammer die Faktoren der Summation (Mittelung) über die Farbfreiheitsgrade enthält. Die Integration des differentiellen Wirkungsquerschnitts zwischen den kinematischen Grenzen

$$m_t^2 - \frac{\hat{s}}{2} - \frac{1}{2}\hat{s}\,\beta_t \le \hat{t} \le m_t^2 - \frac{\hat{s}}{2} + \frac{1}{2}\hat{s}\,\beta_t \qquad (8.18)$$

liefert den totalen Born-WQ für $q\bar{q}\to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ [105]:

$$\hat{\sigma}_{q\bar{q}}^{(0)}(\hat{s}) = \frac{4\pi\alpha_s^2}{3\,\hat{s}^2}\langle\frac{2}{9}\rangle\sqrt{1-\frac{4m_t^2}{\hat{s}}}(\hat{s}+2\,m_t^2)\ . \qquad (8.19)$$

8.2 Elektroschwache- und SUSY-QCD-Korrekturen

8.2.1 Strahlungskorrekturen

Die Strahlungskorrekturen in 1-Schleifenordnung unterteilen sich in die Korrekturen der Selbstenergie $\mathcal{M}_S$, der Vertexkorrekturen $\mathcal{M}_V$ sowie der Boxdiagramme $\mathcal{M}_B$, die aus den 'direkten' und den 'gekreuzten' Boxdiagrammen bestehen. Das Quadrat des Matrixelements der 1-Schleifenkorrekturen bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ und $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$ für $gg \to t\bar{t}$ bzw. $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$, $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$, $\mathcal{O}(\alpha^2\alpha_s)$ und $\mathcal{O}(\alpha^3)$ für $q\bar{q} \to t\bar{t}$ ist demzufolge

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= |\mathcal{M}^{(0)} + \mathcal{M}^{(1)}|^2 \\ &= |\mathcal{M}^{(0)}|^2 + 2\,\Re\mathrm{e}\,\{\mathcal{M}_S\mathcal{M}^{(0)*} + \mathcal{M}_V\mathcal{M}^{(0)*} + \mathcal{M}_B\mathcal{M}^{(0)*}\} \ . \end{aligned} \tag{8.20}$$

8.2.2 Die Struktur der 1-Schleifenbeiträge

Es werden elektroschwache und SUSY-QCD-Beiträge zu den Unterprozessen $gg \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$, und zu $q\bar{q} \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha^2)$ untersucht. Alle 1-Schleifendiagramme sind in Anhang C und Anhang D aufgeführt. Der komplette Satz ist IR-endlich. Nach einer Massenrenormierung im $\hat{t}$- und $\hat{u}$-Kanal, und der Renormierung der Photon-, Z-, und Gluon-Selbstenergie und der Photon-Z-Mischung zusammen mit der äußeren Wellenfunktionsrenormierung der Fermionen ist der komplette Satz auch UV-endlich, ohne daß eine Renormierung der starken Kopplungskonstante notwendig wird. Dies ist gleichbedeutend damit, daß $\delta Z_g = -\delta Z^{GG}/2$ ist (s. Abschnitt 8.2.4).

Die 1-Schleifenentwicklung der $q\bar{q}$-Anihilations- und der Gluonfusionsamplitude besteht aus den 1-Schleifendiagrammen und den Born-Diagrammen mitsamt den Countertermen für die Gluonselbstenergie, den gqq- und ggg-Vertizes und dem Quarkpropagator. Die Counterterme erhält man formal durch die Transformation für die links- und rechtshändigen Quarkfelder, für die Quarkmasse, die starke Kopplungskonstante und das Gluonfeld G_a^μ:

$$\begin{aligned} \Psi_{L,R} &\to \sqrt{1+\delta Z_{L,R}}\,\Psi_{L,R} \ , & m_q &\to m_q + \delta m_q \ , \\ g_s &\to \sqrt{1+\delta Z_g}\,g_s \ , & G_a^\mu &\to \sqrt{1+\delta Z^{GG}}\,G_a^\mu \ , \end{aligned}$$

(da o.B.d.A. δm_q reell gewählt werden kann, sind nur die $\delta Z_{L,R}$ komplex) dabei ist $\Psi_{L,R} = \omega^\mp\,\Psi$ in der Lagrange-Dichte, welche die freie Bewegung des Quarks, die Wechselwirkung der Quarks mit dem Gluonfeld G_a^μ und die Selbstwechselwirkung der Gluonen beschreibt:

$$\mathcal{L} = \overline{\Psi}(\not{p} - m_q)\Psi + \overline{\Psi}(-g_s\,T^a)\gamma_\mu\,\Psi\,G_a^\mu - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \ .$$

Das ergibt die folgenden Counterterme für die Quark- und Gluon-Selbstenergie, den gqq-

und ggg-Vertex:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{i}\,\delta\Sigma^q &= \mathrm{i}\left[\not{p}\,\Re\mathrm{e}\,\{\delta Z_L^q\} - m_q\,\frac{\delta Z_L^q + \delta Z_R^{q*}}{2} - \delta m_q\right]\omega^- \\
&\quad + \mathrm{i}\left[\not{p}\,\Re\mathrm{e}\,\{\delta Z_R^q\} - m_q\,\frac{\delta Z_R^q + \delta Z_L^{q*}}{2} - \delta m_q\right]\omega^+ && (8.21) \\
\mathrm{i}\,\delta\Sigma_{\mu\nu}^{gg} &= \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\,p^2\,\delta Z^{GG} - \mathrm{i}\,p_\mu p_\nu\,\delta Z^{GG} && (8.22) \\
\mathrm{i}\,\delta\Lambda_\mu^{gqq} &= -\mathrm{i}\,g_s T^c\,\gamma_\mu\left[\Re\mathrm{e}\,\{\delta Z_L^q\}\,\omega^- + \Re\mathrm{e}\,\{\delta Z_R^q\}\,\omega^+\right] && (8.23) \\
\mathrm{i}\,\delta\Lambda_{\mu\nu\rho}^{ggg} &= g_s\,f^{abc}\Big[g_{\mu\nu}(k_2-k_1)_\rho + g_{\nu\rho}(k_3-k_2)_\mu + g_{\rho\mu}(k_1-k_3)_\nu\Big]\delta Z^{GG}\ , && (8.24)
\end{aligned}
$$

wobei δm_q, δZ_L^q, δZ_R^q und δZ^{GG} durch die Gln. (8.27), (8.29), (8.30) und (8.37) gegeben sind. Die elektroschwachen Selbstenergie-Counterterme lauten:

$$
\begin{aligned}
\mathrm{i}\,\delta\Sigma_{\mu\nu}^{\gamma\gamma} &= \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\,p^2\,\delta Z^{\gamma\gamma} - \mathrm{i}\,p_\mu p_\nu\,\delta Z^{\gamma\gamma} \\
\mathrm{i}\,\delta\Sigma_{\mu\nu}^{ZZ} &= \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\,p^2\,\delta Z^{ZZ} - \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\,(M_Z^2\,\delta Z^{ZZ} + \delta M_Z^2) - \mathrm{i}\,p_\mu p_\nu\,\delta Z^{ZZ} \\
\mathrm{i}\,\delta\Sigma_{\mu\nu}^{\gamma Z} &= \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\,p^2\,\frac{1}{2}\,(\delta Z^{\gamma Z} + \delta Z^{Z\gamma}) - \mathrm{i}\,g_{\mu\nu}\,\frac{1}{2}\,M_Z^2\,\delta Z^{Z\gamma} - \mathrm{i}\,p_\mu p_\nu\,\frac{1}{2}\,(\delta Z^{\gamma Z} + \delta Z^{Z\gamma})\ . && (8.25)
\end{aligned}
$$

Die elektroschwachen Vertex-Counterterme können Abschnitt 6.3.2 entnommen werden.

Die endlichen Anteile der Counterterme sind durch die folgenden Renormierungsbedingungen festgelegt (dabei bezeichnet das Dach ˆ renormierte Größen):

- Der Pol des Quark-Propagators definiert die ON-SHELL-Quarkmasse:

$$
\widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\hat{\Sigma}^q(p^2)u_q(p)\Big|_{p^2=m_q^2} = 0\ . \qquad (8.26)
$$

  Dies legt die Massenrenormierungskonstante wie folgt fest:

$$
\delta m_q = \frac{m_q}{2}\,\widetilde{\Re\mathrm{e}}\left(\Sigma_L^q(m_q^2) + \Sigma_R^q(m_q^2) + \Sigma_S^q(m_q^2) + \Sigma_S^{q*}(m_q^2)\right)\ . \qquad (8.27)
$$

- Das Residuum des Fermionpropagators ist gleich Null:

$$
\lim_{p^2\to m_q^2}\frac{\not{p}+m_q}{p^2-m_q^2}\;\widetilde{\Re\mathrm{e}}\;\hat{\Sigma}^q(p)\,u_q(p) = 0\ . \qquad (8.28)
$$

  Dies legt die Realteile der Wellenfunktionsrenormierungskonstanten fest durch

$$
\begin{aligned}
\Re\mathrm{e}\,\delta Z_L^q &= -\,\widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\Sigma_L^q(m_q^2) - m_q^2\,\widetilde{\Re\mathrm{e}}\left[\Sigma_L'^q(m_q^2) + \Sigma_R'^q(m_q^2) + \Sigma_S'^q(m_q^2) + \Sigma_S'^{q*}(m_q^2)\right] && (8.29) \\
\Re\mathrm{e}\,\delta Z_R^q &= -\,\widetilde{\Re\mathrm{e}}\,\Sigma_R^q(m_q^2) - m_q^2\,\widetilde{\Re\mathrm{e}}\left[\Sigma_L'^q(m_q^2) + \Sigma_R'^q(m_q^2) + \Sigma_S'^q(m_q^2) + \Sigma_S'^{q*}(m_q^2)\right]\ . && (8.30)
\end{aligned}
$$

Daher sind die Counterterme, gemäß Gl. (8.21) und (8.24), durch die Quarkselbstenergie und ihre Ableitung ausgedrückt, welche wie folgt zerlegt wird:

$$\Sigma^q(p^2) = [\not{p}\, \Sigma_L^q(p^2) + m_q\, \Sigma_S^{q*}(p^2)]\, \omega^- + [\not{p}\, \Sigma_R^q(p^2) + m_q\, \Sigma_S^q(p^2)]\, \omega^+ \;, \tag{8.31}$$

mit den reellen skalaren Funktionen $\Sigma_{L,R}$ und der komplexen skalaren Funktion Σ_S. Diese Operationen führen zu endlichen Selbstenergien $\hat{\Sigma}$ und Vertexkorrekturen $\hat{\Lambda}$, welche aus der Summe der 1-Schleifendiagramme Σ, Λ und ihrer Counterterme $\delta\Sigma$, $\delta\Lambda$ bestehen:

$$\mathrm{i}\,\hat{\Sigma} = \mathrm{i}\,\Sigma + \mathrm{i}\,\delta\Sigma \;, \qquad \mathrm{i}\,\hat{\Lambda} = \mathrm{i}\,\Lambda + \mathrm{i}\,\delta\Lambda \;. \tag{8.32}$$

Die renormierten Selbstenergien lauten daher:

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}^q(p^2) &= \not{p}\left[\Sigma_L^q(p^2) + \Re\mathrm{e}\,\delta Z_L^q\right]\omega^- + m_q\left[\Sigma_S^{q*}(p^2) - \frac{\delta Z_L^q + \delta Z_R^{q*}}{2} - \frac{\delta m_q}{m_q}\right]\omega^- \\
&\quad + \not{p}\left[\Sigma_R^q(p^2) + \Re\mathrm{e}\,\delta Z_R^q\right]\omega^+ + m_q\left[\Sigma_S^q(p^2) - \frac{\delta Z_L^{q*} + \delta Z_R^q}{2} - \frac{\delta m_q}{m_q}\right]\omega^+ \\
\hat{\Sigma}^{gg}(p^2) &= \Sigma^{gg}(p^2) + p^2\,\delta Z^{GG}
\end{aligned} \tag{8.33}$$

und $\hat{\Sigma}^{\gamma\gamma}$, $\hat{\Sigma}^{ZZ}$ und $\hat{\Sigma}^{\gamma Z}$ können Gl. (6.25) entnommen werden.

8.2.3 Gluon-Selbstenergie

Die SUSY-QCD 1-Schleifenkorrekturen zum Gluon-Propagator bestehen aus einer Gluinoschleife und den Squarkschleifen. Die Feynman-Diagramme dieser Korrekturen sind in Anhang D aufgeführt. Die renormierte Selbstenergie erhält man durch Addition des Gluonfeld-Counterterms zum unrenormierten Selbstenergieterm.

Die renormierte Gluon-Selbstenergie $\hat{\Sigma}_{\rho\sigma}^{gg\,ab}(p^2)$ kann wie folgt parametrisiert werden:

$$\hat{\Sigma}_{\mu\nu}^{gg\,ab}(p^2) = \delta^{ab}\,(p^2 g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu)\,\hat{\Sigma}^{gg}(p^2) \;. \tag{8.34}$$

Der Beitrag der renormierten Korrektur, der proportional zu $p_\rho p_\sigma$ ist, verschwindet, da nur der transversale Anteil der Selbstenergie zum WQ beiträgt. $\hat{\Sigma}^{gg}(p^2)$ ist aus der unrenormierten Gluon-Selbstenergie $\Sigma^{gg}(p^2)$ und dem Counterterm δZ^{GG} gegeben:

$$\hat{\Sigma}^{gg}(p^2) = \Sigma^{gg}(p^2) + p^2\delta Z^{GG} \;. \tag{8.35}$$

Die Gluon-Selbstenergie wird folgendermaßen renormiert:

$$\widetilde{\Re\mathrm{e}}\;\frac{\partial}{\partial p^2}\hat{\Sigma}^{gg}(p^2)\Big|_{p^2=0} \equiv \widetilde{\Re\mathrm{e}}\;\hat{\Sigma}'^{gg}(0) = 0 \;. \tag{8.36}$$

Diese Bedingung sorgt dafür, daß der Gluonpropagator ein Residuum von 1 hat. Damit erhält man also

$$\delta Z^{GG} = -\,\widetilde{\Re\mathrm{e}}\;\Sigma'^{gg}(0) \;. \tag{8.37}$$

8.2.4 SUSY-QCD-Vertexkorrektur

Die SUSY-QCD-Korrektur zum gqq-Vertex besteht aus zwei unterschiedlichen Typen von Feynman-Graphen. Es treten entweder zwei Gluinos und ein Squark oder ein Gluino und zwei Squarks in den Korrekturen auf. Die Feynman-Diagramme und die zugehörigen Counterterm-Diagramme sind in Anhang D angegeben.

Von den darin enthaltenen C_{ij}-Funktionen ist nur die C_{20}-Funktion divergent (s. Anhang A.7). Um eine endliche Korrektur zu erhalten, wird ein Counterterm in die Lagrange-Dichte eingeführt, der die Divergenz absorbiert und zu einem neuen Vertex führt. Damit erhält man eine endliche Vertexkorrektur. Die renormierte Vertexkorrektur ist damit aus der unrenormierten Korrektur und dem Counterterm als

$$\hat{\Lambda}_\nu = \Lambda_\nu - g_s\, T^c\, \gamma_\nu \left(\delta Z_g + \frac{\delta Z^{GG}}{2} + \Re\mathrm{e}\,\{\delta Z_L^q\}\,\omega^- + \Re\mathrm{e}\,\{\delta Z_R^q\}\,\omega^+ \right) \tag{8.38}$$

gegeben. Daraus kann die Renormierungskonstante der starken Kopplungskonstante ermittelt werden:

$$\delta Z_g = -\frac{1}{2}\delta Z^{GG} \; . \tag{8.39}$$

8.2.5 Boxdiagramme

Die Boxdiagramm-Strahlungskorrektur besteht aus der Summe der direkten und der gekreuzten Boxdiagramme. Die Feynman-Graphen sind in Anhang D angegeben. Da alle D_{ij}-Funktionen UV-endlich sind (s. Anhang A.7), ist die gesamte Boxdiagramm-Korrektur UV-endlich.

8.2.6 Higgs-Boson-Breiten

Um Singularitäten in den Propagatoren mit Higgs-Bosonen in $gg \to t\bar{t}$ zu vermeiden und damit unphysikalische Ergebnisse in den $\hat{s}$-Kanal Diagrammen auszuschließen, wurden die folgenden Higgs-Boson-Breiten in die entsprechenden Propagatoren eingebaut:

$$\Gamma_H = -\frac{\widetilde{\Im\mathrm{m}}\,\Sigma^H(m_H^2)}{m_H} \; , \qquad \Gamma_A = -\frac{\widetilde{\Im\mathrm{m}}\,\Sigma^A(M_A^2)}{M_A} \; . \tag{8.40}$$

$\widetilde{\Im\mathrm{m}}$ nimmt nur den Imaginärteil des Schleifenintegrals, insbesondere werden Imaginärteile von Kopplungen (z.B. von komplexen Parametern des MSSM) nicht davon berührt.

8.3 Die partonischen Wirkungsquerschnitte

Nach der Beseitigung aller Divergenzen durch Counterterme sind die Wirkungsquerschnitte der partonischen Streuprozesse $q\bar{q} \to t\bar{t}$ und $gg \to t\bar{t}$ bestimmt und endlich. Die explizite Angabe der vollständigen renormierten Matrixelemente wäre zu umfangreich, daher wird hier aus Platzgründen darauf verzichtet.[2]

Die totalen partonischen Born-Wirkungsquerschnitte $\hat{\sigma}^{(0)}$ sind durch Gl. (8.19) und (8.12) gegeben. Der WQ $\hat{\sigma}_{gg}^{(0)}$ ($\hat{\sigma}_{qq}^{(0)}$) besitzt nach einem kurzen, starken Anstieg ein Maximum von 13.7 (16.7) pbarn bei $\sqrt{\hat{s}} = 530\,(413)$ GeV und fällt bis $\sqrt{\hat{s}} = 14$ TeV auf einen um drei Größenordnungen kleineren Wert ab (ohne Abb.). Wegen diesem starken Abfall ist der hadronische WQ hauptsächlich durch $\hat{\sigma}$ bei $\sqrt{\hat{s}} \sim 530\,(410)$ GeV bestimmt.

Die Ergebnisse der 1-Schleifenkorrekturen zum partonischen Streuprozeß sind in Abschnitt 8.3.3, 8.3.4 und 8.3.5 aufgezeigt. Zur numerischen Berechnung wurde der Parameter-Scan (6.51) verwendet. Die SUSY-GUT Relation (4.95) wurde, wenn nicht anders angegeben, *nicht* verwendet und statt dessen $m_{\tilde{g}} = |M_3| = 200$ GeV gewählt, um maximale $\mathcal{CP}$-verletzende Effekte zu erhalten. Die Berechnung der Squarkmassen und Squarkmischungswinkel erfolgte mit den in Abschnitt 4.5 angegebenen Formeln. Die Massen der Sfermionen der ersten und zweiten Generation werden von den Parametern M_f^{LR} wenig beeinflußt und sind im Wesentlichen durch den Brechungsparameter M_{SUSY} (4.65) gegeben. Durch geeignete Wahl der Parameter M_{SUSY}, A_t und μ können die $\tilde{t}_1$- und $\tilde{t}_2$-Massen so variiert werden, daß eine Massendifferenz $\Delta m = |m_{\tilde{t}_1} - m_{\tilde{t}_2}|$ von 700 GeV erzeugt wird. Aufgrund der Beiträge der $\tilde{t}$- und $\tilde{b}$-Schleifen zu den elektroschwachen Eichboson-Selbstenergien folgt jedoch, daß beliebige Massendifferenzen nicht möglich sind. Der ρ-Parameter [133] mißt bei verschwindenden Impulsüberträgen die relative Stärke der Prozesse mit neutralen zu denjenigen mit geladenen Strömen (s. Anhang A). Um in Einklang mit den experimentellen Werten zu sein, sollte $\Delta\rho^{\text{SUSY}}$ den Wert $3 \cdot 10^{-3}$ nicht übersteigen und wird daher in allen Rechnungen berücksichtigt (s. Anhang A.6).

8.3.1 Wahl der Skala μ_F und μ_R

Der hadronische WQ hängt von der Faktorisierungsskala μ_F der Partonverteilungsfunktion und der Renormierungsskala μ_R der starken Kopplungskonstante α_s ab (s. Abschnitt 2.6.2).

Die Wahl der Skalen μ_F und μ_R kann bei $\sigma^{(0)}$ einen Unterschied von ca. 5% ausmachen. Der hadronische WQ variiert bei $m_{\tilde{t}} \leq \mu \leq 2m_t$ für die Parameter des TEVATRON zwischen 3.5 und 6.5 pb. Die Größe der relativen Korrektur $(\sigma^{(1)} - \sigma^{(0)})/\sigma^{(0)}$ wird fast ausschließlich durch die μ_R-Abhängigkeit der Kopplungskonstante α_s bestimmt. Die relative Korrektur ändert sich in dem Bereich $m_{\tilde{t}} \leq \mu \leq 2m_t$ um ca. $\pm 0.5\%$, ausgehend von der Größe der Korrektur an dem Punkt $\mu_R = \mu_F = m_t$. Damit lassen sich noch sinnvolle Aussagen über $(\sigma^{(1)} - \sigma^{(0)})/\sigma^{(0)}$ treffen.

Die Wahl der Skala μ_F wird aus dem SM übernommen. In [134] wird der Prozeß der t-Quark-Produktion am TEVATRON behandelt. Während der Born-WQ eine sehr große

[2] Sie sind jedoch als FORTRAN- oder *Mathematica*-Code verfügbar.

Änderung in Abhängigkeit der Skala μ zeigt, ist die Abhängigkeit unter Einbeziehung der SM 1-Schleifenkorrekturen bereits wesentlich kleiner [134]. Für die numerischen Berechnungen wird die t-Quarkmasse als typische Skala gewählt mit

$$\mu_F = \mu_R = m_t \ . \tag{8.41}$$

8.3.2 Numerische Berechnung

Für die numerische Berechnung wurde mit Hilfe der Programme `FeynArts` und `FormCalc` ein FORTRAN-Programm erzeugt (s. Kapitel 5). Die in den Matrixelementen auftretenden Ein- und Mehrpunktintegrale A_0, B_i, C_{ij} und D_{ij} (s. Anhang A.7) wurden mit Hilfe des FORTRAN-Programmes `LoopTools` [67] berechnet. Die Berechnung der Partonverteilungsfunktionen und der Kopplungskonstante α_s erfolgte mit den in der PDFLIB [135] zur Verfügung gestellten FORTRAN-Routinen. Zur Berechnung von $\hat{\sigma}(\hat{s})$ für die direkten und die gekreuzten Boxdiagramme muß über die Mandelstam-Variable $\hat{t}$ integriert werden. Dies erfolgte mit der Gauß-Integrationsmethode, die hier schnell konvergente Werte liefert. Die numerische Berechnung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts erwies sich als weniger stabil. Infolge des übermäßig starken Anstiegs für kleine Werte von $\hat{s}$ ist hier ein einfacher Gauß-Algorithmus nicht mehr ausreichend. Die numerische Integration für den hadronischen WQ wurde daher mit dem FORTRAN-Programm VEGAS [98] durchgeführt.

Für das TEVATRON wurden die SUSY-QCD-Korrekturen zum partonischen differentiellen WQ $\hat{\sigma}_{q\bar{q}\to t\bar{t}}$ und zum hadronischen WQ $\sigma(S)$ mit den Angaben in [100] verglichen und perfekte Übereinstimmung gefunden. Außerdem sind die partonischen differentiellen Wirkungsquerschnitte der Prozesse $gg \to t\bar{t}$ und $q\bar{q} \to t\bar{t}$ gegen die Ergebnisse aus [106] getestet worden und ergaben ebenfalls eine perfekte Übereinstimmung. Diese und weitere Tests findet man in Kapitel 5. Zur Feststellung der möglichen Korrekturen wurde der Parameter-Scan (6.51) durchgeführt.

8.3.3 Ergebnisse für $gg \to t\bar{t}$

In Abb. 8.1 sind die absoluten Werte des totalen Wirkungsquerschnitts für $gg \to t\bar{t}$ im SM und MSSM für verschiedene Polarisationen des t-Quarks aufgetragen[3]: TTUU (Gluonen und t-Quarks unpolarisiert), TT+− (Gluonen unpolarisiert, $\bar{t}_R$ und t_L) usw. Die Breiten der Kurven stellen die möglichen Ergebnisse der erlaubten Werte des Parameter-Scans (6.51) dar. Man beachte, daß die Bänder für TT++ und TT−− Polarisationen für das SM identisch sind und für das MSSM so dicht beieinander liegen, daß man sie in Abb. 8.1 nicht unterscheiden kann. Der totale MSSM-WQ erreicht sein Maximum von $\sigma^{\text{MSSM}}_{gg\to tt} = 13.7$ pb bei $\sqrt{\hat{s}} = 530$ GeV für die folgenden SUSY-Parameter: $\tan\beta\ = 40$, $M_A = 1000$, $M_2 = 1000$, $M_{\text{SUSY}} = 400$, $|\mu| = 600$, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 800$, $\varphi_A = 0$. Die deutlich sichtbare Struktur bei $\sqrt{\hat{s}} = 603$ GeV stammt von dem Propagator $1/(\hat{s} - M^2_{H^0} + i\, M_{H^0}\, \Gamma_{H^0})$ des $\hat{s}$-Kanal Higgs-Boson-Austauschdiagamms. Dieser Propagator wird für $\tan\beta\ = 4$, $M_A = 600$ GeV,

[3] Am LHC liefert die Gluonfusion den Hauptteil am hadronischen WQ.

$M_2 = 1000$ GeV, $M_{\rm SUSY} = 200$ GeV, $|\mu| = 200$ GeV, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 200$ GeV und $\varphi_A = 3\pi/2$ sehr groß, da der Pol des H^0-Bosons bei $M_{H^0} = 602$ GeV liegt.

Abb. 8.2 zeigt die relative Abweichung

$$\Delta^{(1)-(0)}_{gg\to tt} = \frac{\hat{\sigma}^{(1)}_{gg\to tt} - \hat{\sigma}^{(0)}_{gg\to tt}}{\hat{\sigma}^{(0)}_{gg\to tt}} \tag{8.42}$$

im SM und MSSM vom Born-WQ. Die Bänder zeigen die Änderung des Wirkungsquerschnitts mit dem Parameter-Scan (6.51). Das SM-Band befindet sich teilweise innerhalb des MSSM-Bandes wie man es erwarten würde. Die größte Abweichung von -30% für die TTUU-Polarisation wird bei 10 TeV erreicht. Man beachte aber, daß der WQ bei 10 TeV extrem klein wird. Bei $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV befindet sich eine Produktionsschwelle für Gluinos, da die SUSY-GUT Relation (4.95) nicht verwendet wurde und stattdessen $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV gesetzt wurde. Die Struktur bei $\sqrt{\hat{s}} = 1018$ GeV stammt ebenfalls aus dem Propagator $1/(\hat{s} - M^2_{H^0} + i\, M_{H^0}\, \Gamma_{H^0})$, da für $\tan\beta = 4$, $M_A = 1000$ GeV, $M_2 = 1000$ GeV, $M_{\rm SUSY} = 400$ GeV, $|\mu| = 1000$ GeV, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 800$ GeV, $\varphi_A = 3\pi/2$ die Masse $M_{H^0} = 1001$ GeV beträgt. Ansonsten sind die Bänder von vergleichbarer Breite von einigen Prozent. Allerdings wird der WQ für polarisierte t-Quarks erheblich kleiner als für unpolarisierte (vgl. Abb. 8.1). Legt man die SUSY-GUT Relation (4.95) zugrunde, ergibt sich ein ganz ähnliches Bild, allerdings ohne die Gluino-Produktionsschwelle.

Die relative Abweichung

$$\overline{\Delta}_{gg\to tt} = \frac{\hat{\sigma}^{\rm MSSM}_{gg\to tt} - \overline{\hat{\sigma}^{\rm SM}_{gg\to tt}}}{\overline{\hat{\sigma}^{\rm SM}_{gg\to tt}}} \tag{8.43}$$

zwischen dem in Gl. (6.54) definierten SM-Mittelwert $\overline{\hat{\sigma}^{\rm SM}_{gg\to tt}}$ und dem MSSM-Band wird in Abb. 8.3 gezeigt. Die größte Abweichung von 22% für unpolarisierte Gluonen und t-Quarks (TTUU) ergibt sich, wie oben beschrieben, bei der Schwelle $m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{g}} = 400$ GeV. Die Abweichungen sind jedoch meistens im negativen Bereich mit bis zu -15% bei $\sqrt{\hat{s}} = 603$ GeV und bei 10 TeV. Im, für den hadronischen WQ, relevanten Bereich bei 530 GeV findet man als maximale Abweichung nur $+1.6\%$ zum SM für die folgenden Parameter: $\tan\beta = 4$, $M_A = 1000$ GeV, $M_2 = 1000$ GeV, $M_{\rm SUSY} = 400$ GeV, $|\mu| = 600$ GeV, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 800$ GeV, $\varphi_A = 0$. Die Relevanz der SUSY-Boxdiagramme wird aus Abb. 8.3 besonders ersichtlich. An der Gluino-Produktionsschwelle können die SUSY-Boxdiagramme bis zu 20% Unterschied zum SM erreichen. Im übrigen Bereich allerdings nur noch bis zu 2% Unterschied.

Für die TT$\pm\pm$-Polarisationen ergeben sich ähnliche Abweichungen zum SM-Wert wie im unpolarisierten Fall. Im Bereich von 10 TeV können jedoch bis zu -22% Abweichung erreicht werden. Dieser Bereich trägt jedoch kaum etwas zum hadronischen WQ bei. Man beachte wieder, daß der WQ für polarisierte t-Quarks kleiner ist als für unpolarisierte t-Quarks (vgl. Abb. 8.1).

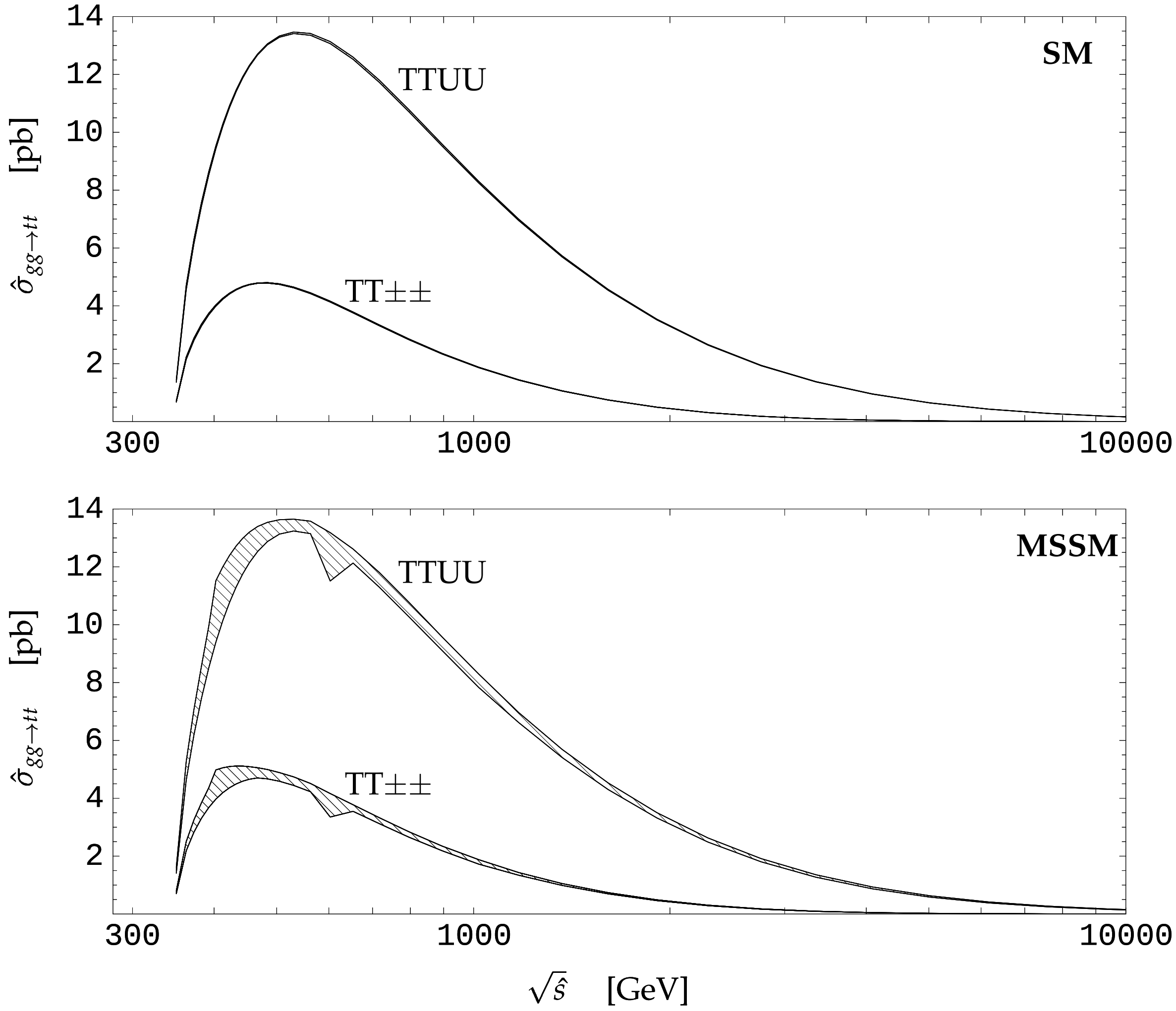


Abb. 8.1: *$gg \to t\bar{t}$. Der totale Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{gg\to tt}$ für das SM und das MSSM. Die schraffierte Fläche stellt den vorhergesagten Bereich des Parameter-Scans (6.51) dar.*

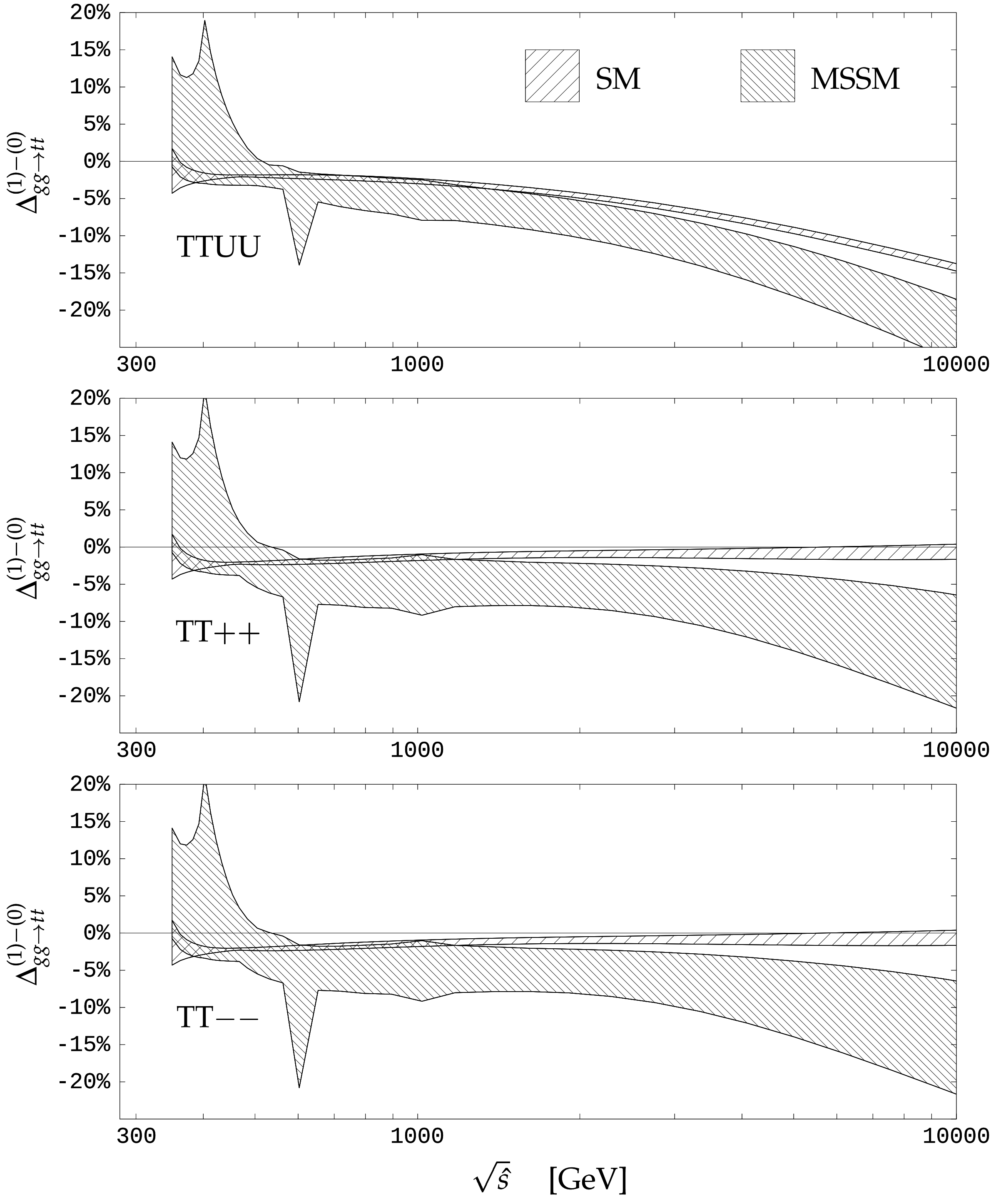


Abb. 8.2: *$gg \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\Delta^{(1)-(0)}_{gg\to tt}$ zwischen der 1-Schleifenkorrektur und dem Born-WQ. Die schraffierten Flächen zeigen die minimal und maximal möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) für das SM und das MSSM.*

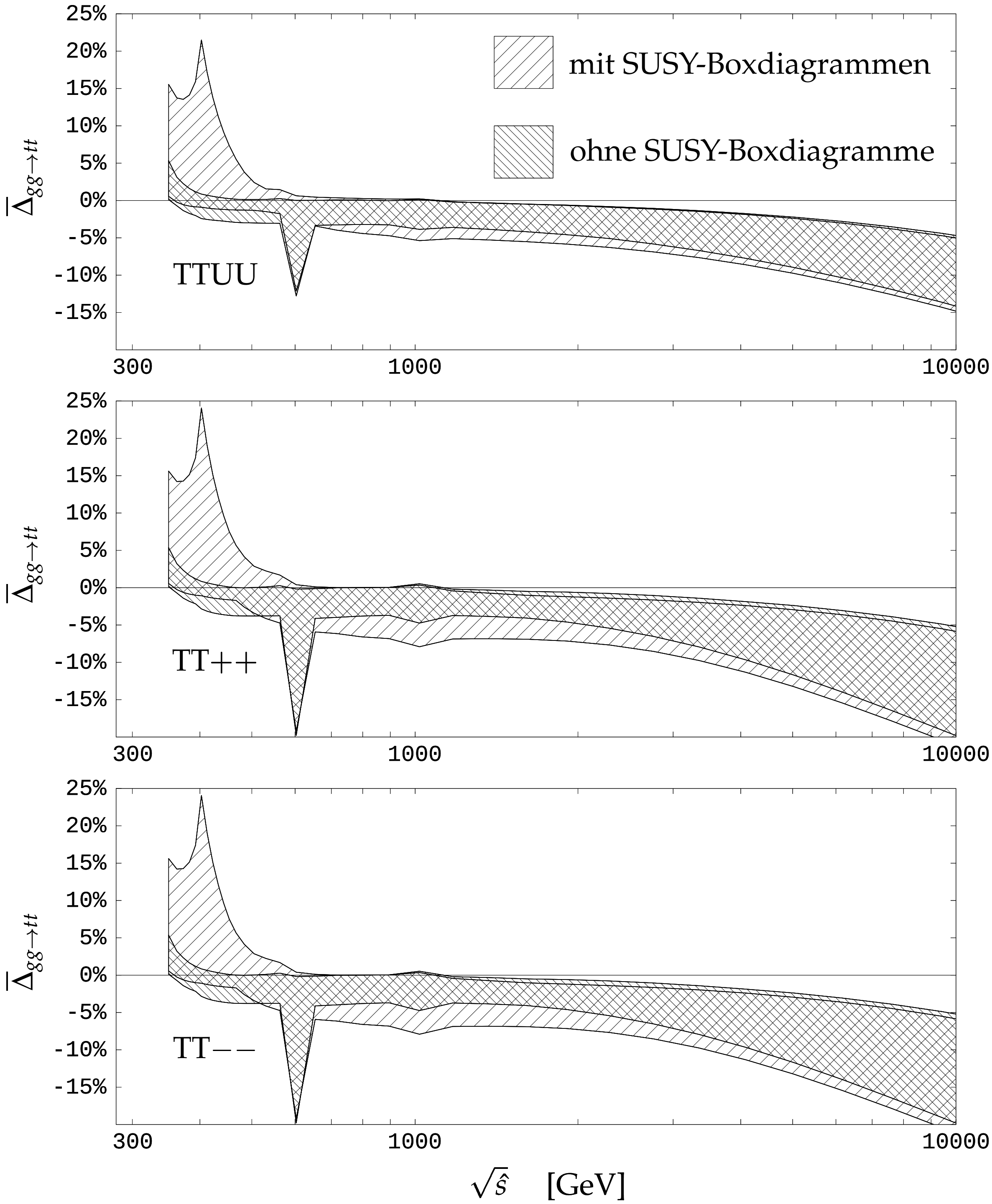


Abb. 8.3: *$gg \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\overline{\Delta}_{gg\to tt}$ zwischen dem MSSM-WQ und dem Mittelwert des SM-Wirkungsquerschnitts. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) mit und ohne SUSY-Boxdiagramme.*

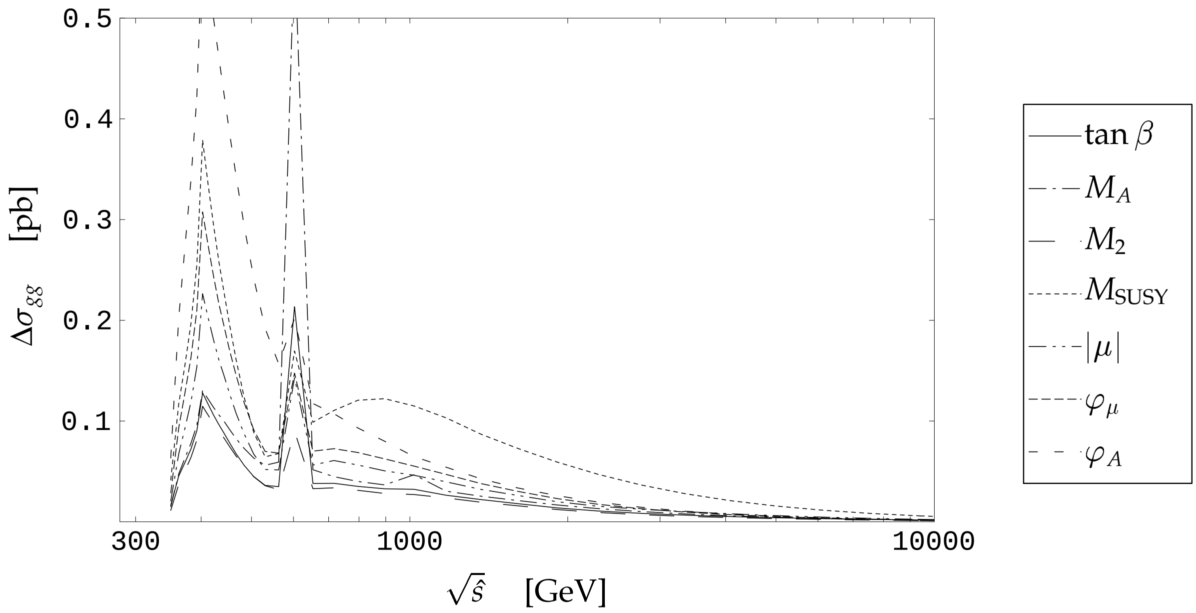


Abb. 8.4: *$gg \to t\bar{t}$. Die Variation $\Delta\sigma_{gg}$ des MSSM-Wirkungsquerschnitts für unpolarisierte Teilchen für den MSSM-Parameter-Scan (6.51). Die Variation eines Parameters X wird als Differenz des maximalen und minimalen Wirkungsquerschnitts für ein festes X, gemittelt über alle Werte von X, berechnet.*

Die Variation $\Delta\sigma_{gg}$ des Wirkungsquerschnitts für den MSSM-Parameter-Scan (6.51) wird in Abb. 8.4 dargestellt. Die Variation eines Parameters X wird als Differenz des maximalen und minimalen Wirkungsquerschnitts für ein festes X, gemittelt über alle Werte von X, berechnet:

$$\Delta\sigma_{gg} = \frac{\langle \hat{\sigma}^{\max}_{gg\to tt} \rangle - \langle \hat{\sigma}^{\min}_{gg\to tt} \rangle}{\# X} \ . \tag{8.44}$$

Über weite Bereiche stammt die größte Variation von dem Parameter M_{SUSY}. Da dieser Parameter den größten Einfluß auf die Sfermionmassen hat und sich, wegen des Entkopplungslimes [116], für leichte Sfermionen die größten Unterschiede zum SM ergeben. Wie erwartet liefert M_A den Hauptbeitrag für $M_{H^0} = 602$ GeV aus dem Propagator des $\hat{s}$-Kanal H^0-Boson-Austauschdiagamms. Da die Gluinomasse nicht variiert wurde, wird die Gluino-Produktionsschwelle bei $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV von der Phase φ_A dominiert, die in den Quark-Squark-Gluino-Vertex eingeht.

Zur Untersuchung der $\mathcal{CP}$-Verletzung sind die in Abschnitt 7.3 eingeführten $\mathcal{CP}$-verletzenden Observablen wesentlich besser geeignet als der WQ. Um einen Eindruck von der Größe der $\mathcal{CP}$-Verletzung im Prozeß $gg \to t\bar{t}$ zu erhalten genügt es jedoch die sensitivste (integrierte) Spinobservable $\langle \overline{\mathcal{O}}_5 \rangle$ zu betrachten, die durch Gl. (7.19) definiert ist.

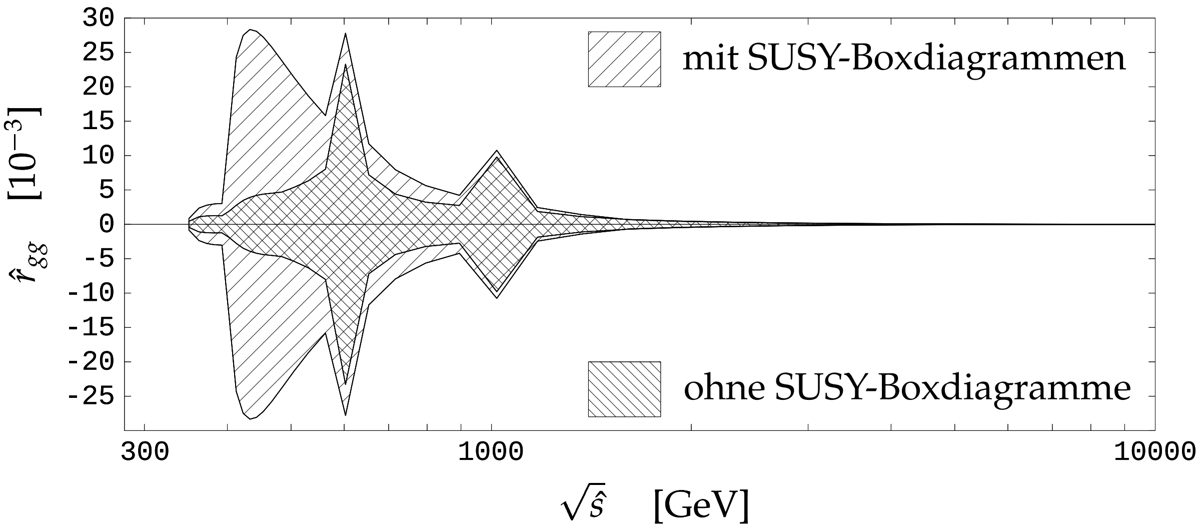


Abb. 8.5: *$gg \to t\bar{t}$. Das Verhältnis $\hat{r}_{gg}$ der polarisierten MSSM-Wirkungsquerschnitte. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) mit und ohne SUSY-Boxdiagramme.*

In Abb. 8.5 ist, auf dem Partonniveau, das Signal-zu-Untergrund Verhältnis

$$\hat{r}_{gg} = \frac{\langle \overline{\mathcal{O}}_5 \rangle}{\sqrt{\langle \overline{\mathcal{O}}_5^2 \rangle - \langle \overline{\mathcal{O}}_5 \rangle^2}} \approx \frac{\langle \overline{\mathcal{O}}_5 \rangle}{\sqrt{\langle \overline{\mathcal{O}}_5^2 \rangle}} = \frac{\hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}++} - \hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}--}}{\sqrt{\hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TTUU}}}\sqrt{\hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}++} + \hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}--}}} \tag{8.45}$$

aufgetragen, wobei der Beitrag der SUSY-Boxdiagramme extra gezeigt wird. Bei $\sqrt{\hat{s}} = 433$ GeV wird das Maximum $\hat{r}_{gg} = \pm 28.3 \cdot 10^{-3}$ ($\pm 3.9 \cdot 10^{-3}$) mit (ohne) Boxdiagramme erreicht. Im relevanten Bereich bei $\sqrt{\hat{s}} = 530$ GeV ist $\hat{r}_{gg} = \pm 18.7 \cdot 10^{-3}$. Beide Werte werden für folgenden MSSM-Parameter-Satz erreicht

$$\begin{aligned} \text{Parameter-Satz 4: } \tan\beta &= 4 \\ M_A = 200 \ \text{GeV} \ , \quad & M_2 = 200 \ \text{GeV} \ , \quad M_{\mathrm{SUSY}} = 200 \ \text{GeV} \ , \\ |\mu| = 200 \ \text{GeV} \ , \quad & \varphi_\mu = 3\pi/2, \pi/2 \ , \quad m_{\tilde{g}} = 200 \ \text{GeV} \ , \\ |A| = 400 \ \text{GeV} \ , \quad & \varphi_A = \pi/2, 3\pi/2 \ . \end{aligned} \tag{8.46}$$

Alle anderen Werte sind,obwohl sie bis zu $|\hat{r}_{gg}| = 27.8 \cdot 10^{-3}$ für $\sqrt{\hat{s}} = 603$ GeV und $M_{H^0} =$ 602 GeV erreichen, irrelevant, da ihr Beitrag zum hadronischen WQ wesentlich kleiner ist. Hier zeigt sich auch wieder sehr deutlich die Relevanz der SUSY-Boxdiagrammbeiträge die den Wert von $\hat{r}_{gg}$ um eine Größenordnung steigern können. Betrachtet man also nur die Chromo-elektrischen Dipolformfaktoren (CEDFF) kann das zu völlig falschen Resultaten führen.[4]

[4]Die CEDFF sind ganz analog zu den EDFF definiert, wenn man das Photon durch ein Gluon ersetzt (vgl. Kapitel 7).

Nimmt man die SUSY-GUT Relation (4.95) an, dann sind für den gleichen Parameter-Scan (6.51) nur noch Werte bis maximal $|\hat{r}_{gg}| = 4 \cdot 10^{-3}$ bei $\sqrt{\hat{s}} = 504$ GeV möglich.

8.3.4 Ergebnisse für $u\bar{u} \to t\bar{t}$

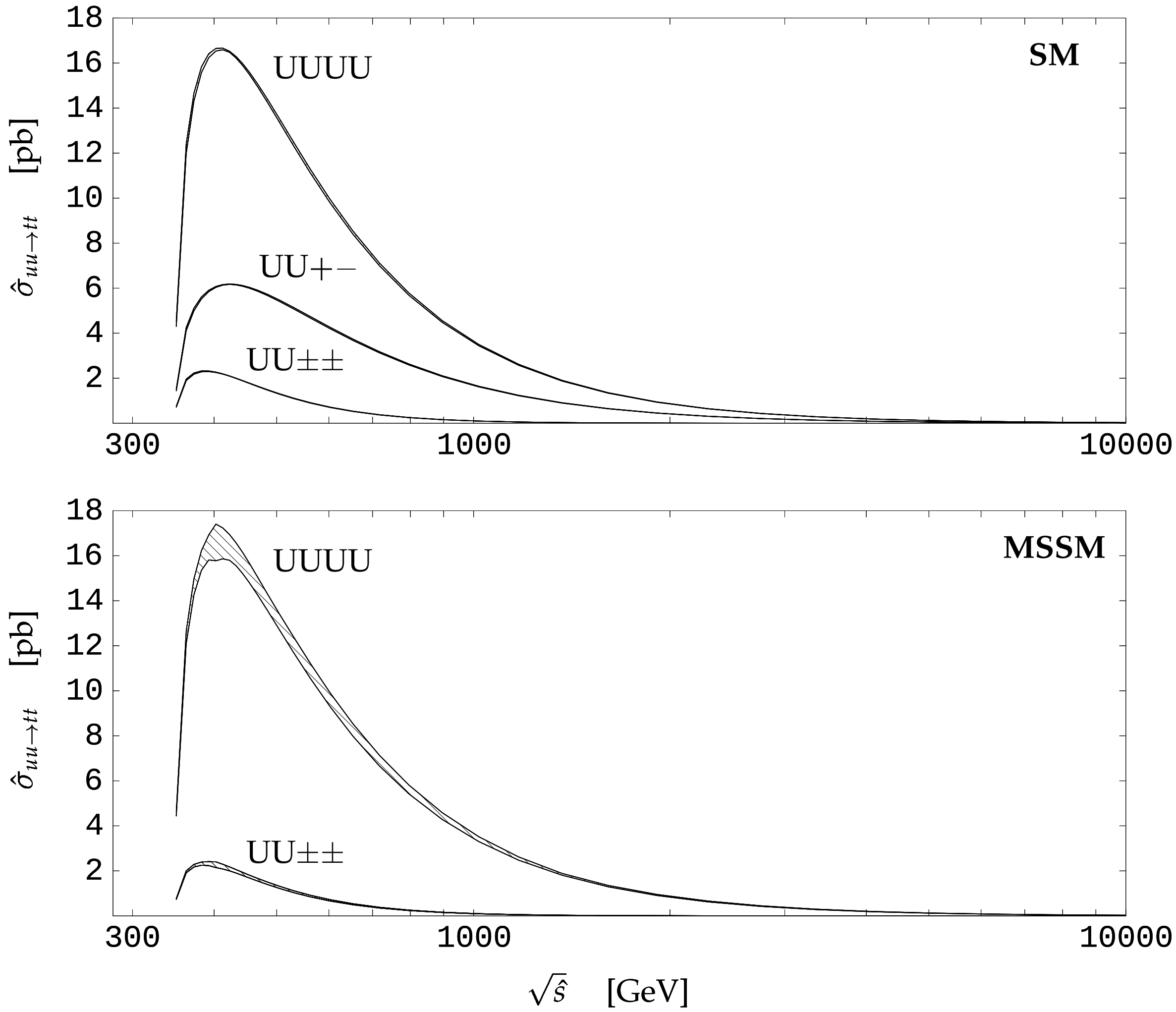


Abb. 8.6: *$u\bar{u} \to t\bar{t}$. Der totale Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{uu \to tt}$ für das SM und MSSM. Die schraffierte Fläche stellt den vorhergesagten Bereich des Parameter-Scans (6.51) dar.*

In Abb. 8.6 sind die absoluten Werte des totalen Wirkungsquerschnitts für $u\bar{u} \to t\bar{t}$ im SM und MSSM für verschiedene Polarisationen des t-Quarks aufgetragen: UUUU (alle Teilchen unpolarisiert), UU+− (u-Quarks unpolarisiert, $\bar{t}_R$ und t_L) usw. Die Breiten der Kurven stellen die möglichen Ergebnisse der erlaubten Werte des Parameter-Scans (6.51) dar. Die Bänder für UU++ und UU−− Polarisation sind im SM identisch. Im MSSM sind sie so schmal und liegen so dicht beieinander, daß man sie in Abb. 8.6 nicht unterscheiden kann. Zur Illustration wurde für das SM auch noch die UU+− Polarisation in Abb. 8.6 (oben) aufgenommen. Der maximale WQ von $\hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{uu\to tt} = 17.4$ pb wird bei $\sqrt{\hat{s}} = 403$ GeV für folgende Parameter erreicht: $\tan\beta = 4$, $M_A = 200$ GeV, $M_2 = 600$ GeV, $M_{\mathrm{SUSY}} = 400$ GeV, $|\mu| = 600$ GeV, $\varphi_\mu = \pi$, $|A| = 800$ GeV, $\varphi_A = 0$.

Abb. 8.7 zeigt die relative Abweichung

$$\Delta^{(1)-(0)}_{uu\to tt} = \frac{\hat{\sigma}^{(1)}_{uu\to tt} - \hat{\sigma}^{(0)}_{uu\to tt}}{\hat{\sigma}^{(0)}_{uu\to tt}} \tag{8.47}$$

im SM und MSSM vom Born-WQ. Die Bänder zeigen die Änderung des Wirkungsquerschnitts mit dem Parameter-Scan (6.51). Das SM-Band befindet sich meistens innerhalb des MSSM-Bandes, wie man es erwarten würde. Die größte Abweichung von −32% vom Born-WQ wird für unpolarisierte t-Quarks bei 10 TeV erreicht. Man beachte aber, daß der WQ bei 10 TeV extrem klein wird. Die für alle Polarisationen deutlich sichtbare Struktur bei $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV wird von einer Gluino-Produktionsschwelle ($m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{g}} = \sqrt{\hat{s}}$) verursacht, da $m_{\tilde{g}} = 200$ GeV gesetzt wurde. Ansonsten sind die Bänder von vergleichbarer Breite von bis zu 20% Unterschied zum Born-WQ. Man beachte aber, daß der WQ für polarisierte t-Quarks erheblich kleiner ist als für unpolarisierte (vgl. Abb. 8.6).

In Abb. 8.8 wird die relative Abweichung

$$\overline{\Delta}_{uu\to tt} = \frac{\hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{uu\to tt} - \overline{\hat{\sigma}^{\mathrm{SM}}_{uu\to tt}}}{\overline{\hat{\sigma}^{\mathrm{SM}}_{uu\to tt}}} \tag{8.48}$$

zwischen dem durch Gl. (6.54) definierten SM-Mittelwert $\overline{\hat{\sigma}^{\mathrm{SM}}_{uu\to tt}}$ und dem MSSM-Band gezeigt. Die größte Abweichung von 10% vom SM-Mittelwert wird bei 10 TeV für unpolarisierte Quarks (UUUU) erreicht. Im relevanten Bereich bei $\sqrt{\hat{s}} = 403$ GeV findet man eine maximale Abweichung von −4.9% zum SM (UUUU) für folgende Parameter: $\tan\beta = 4$, $M_A = 200$, $M_2 = 600$, $M_{\mathrm{SUSY}} = 400$, $|\mu| = 600$, $\varphi_\mu = \pi$, $|A| = 800$, $\varphi_A = 0$. Die Struktur bei 400 GeV ist die Gluino-Produktionsschwelle für $m_{\tilde{g}} + m_{\tilde{g}} = \sqrt{\hat{s}}$. Abb. 8.8 bringt die Bedeutung der SUSY-Boxdiagramme besonders zur Geltung, die sich nämlich im Bereich um 400 GeV großteils gegen die Vertexkorrekturen wegheben. Für die UU±±-Polarisationen ergeben sich bei 10 TeV noch weit größere Abweichungen zum SM-Wert von bis zu 39% mit den SUSY-Boxdiagrammen und −30% ohne die SUSY-Boxdiagramme. Dieser Energiebereich trägt jedoch praktisch nichts zum hadronischen WQ bei. Im relevanten Bereich bei $\sqrt{\hat{s}} = 403$ GeV findet man noch bis zu 6% Unterschied zum SM für die gleichen Parameter wie im unpolarisierten Fall. Für polarisierte t-Quarks ist der WQ allerdings erheblich kleiner als für unpolarisierte (vgl. Abb. 8.6).

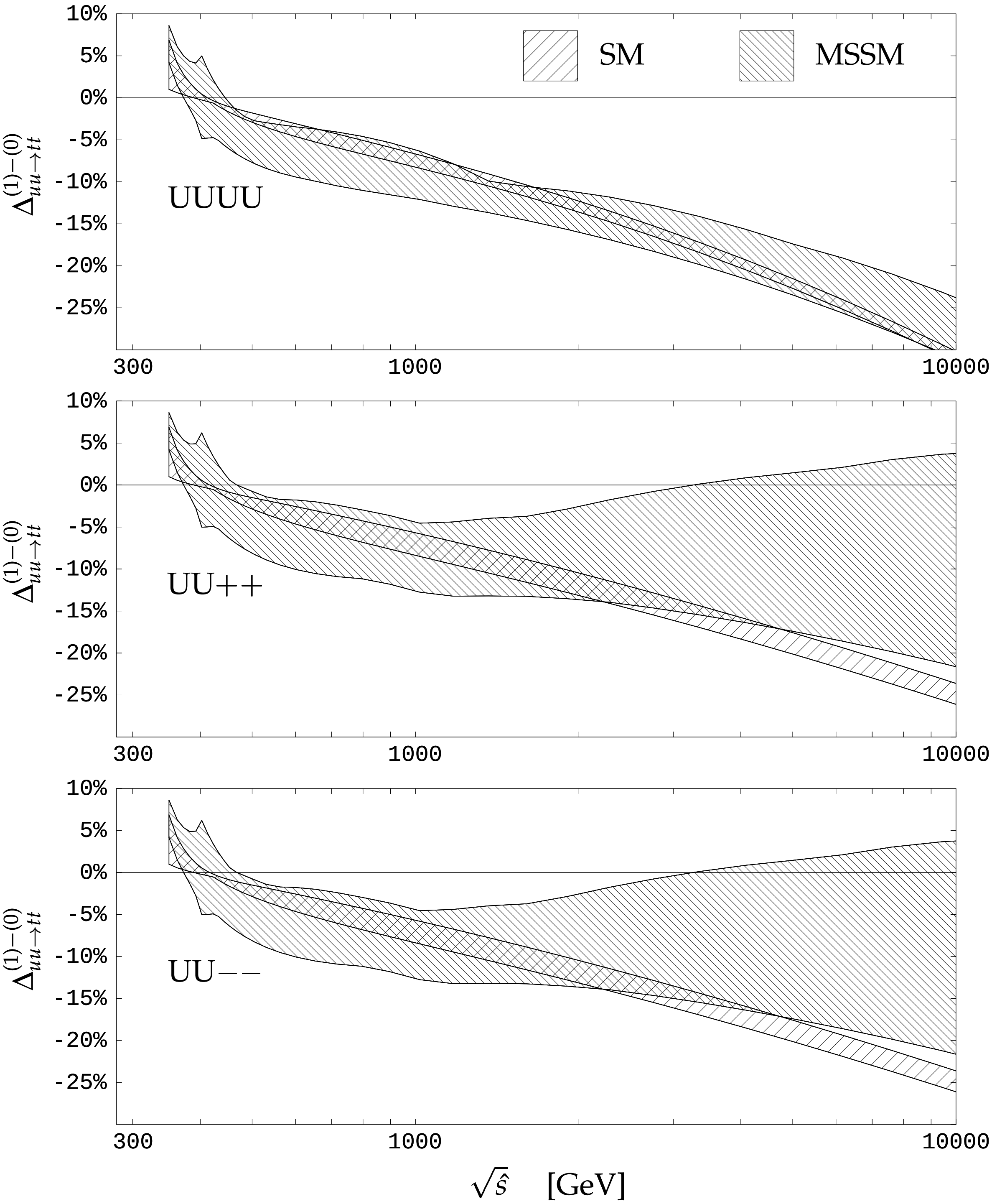


Abb. 8.7: *$u\bar{u} \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\Delta^{(1)-(0)}_{uu\to tt}$ zwischen der 1-Schleifenkorrektur und dem Born-WQ. Die schraffierten Flächen zeigen die minimal und maximal möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) für das SM und das MSSM.*

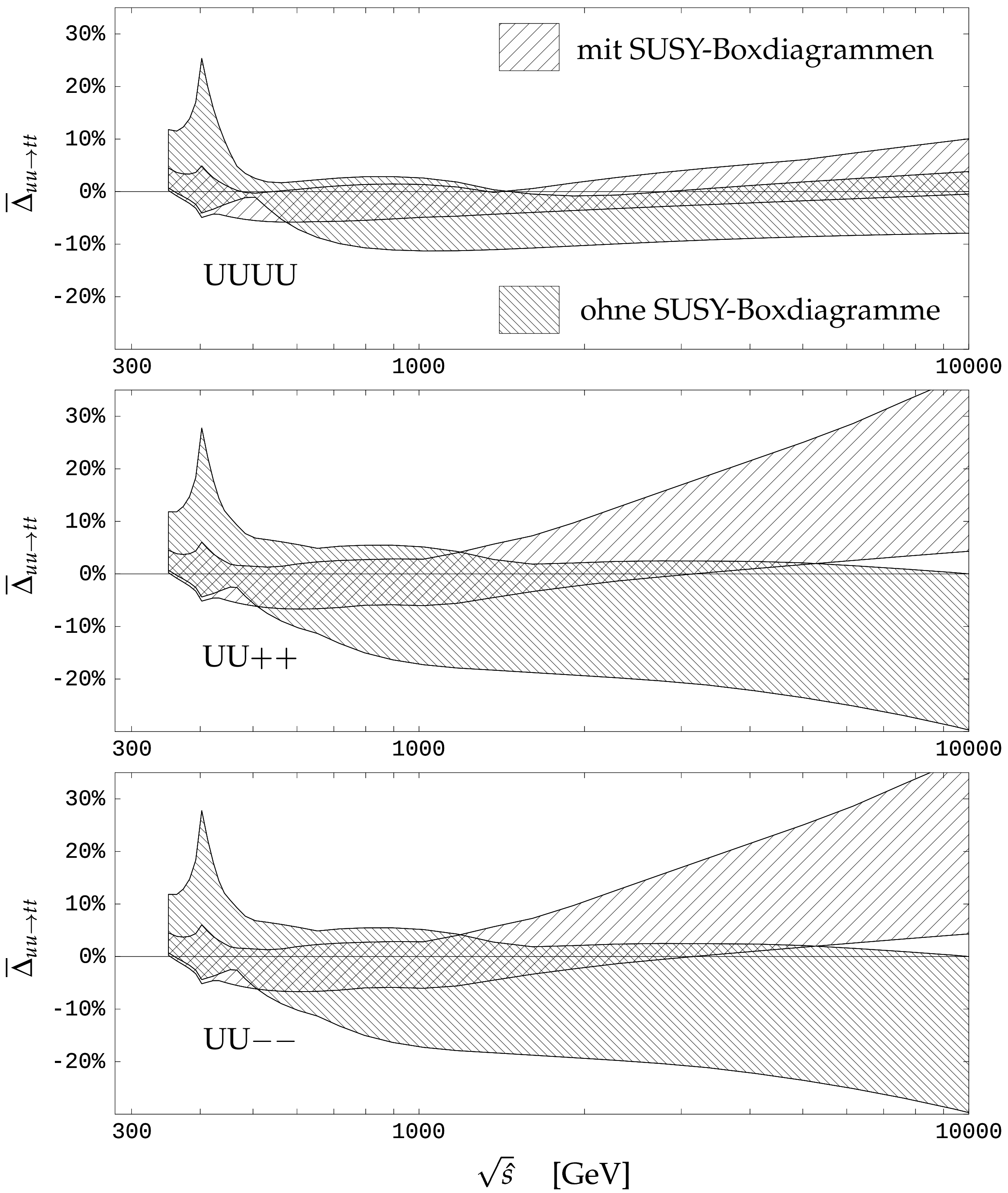


Abb. 8.8: *$u\bar{u} \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\overline{\Delta}_{uu\to tt}$ zwischen dem MSSM-WQ und dem Mittelwert des SM-Wirkungsquerschnitts mit und ohne SUSY-Boxdiagramme. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51).*

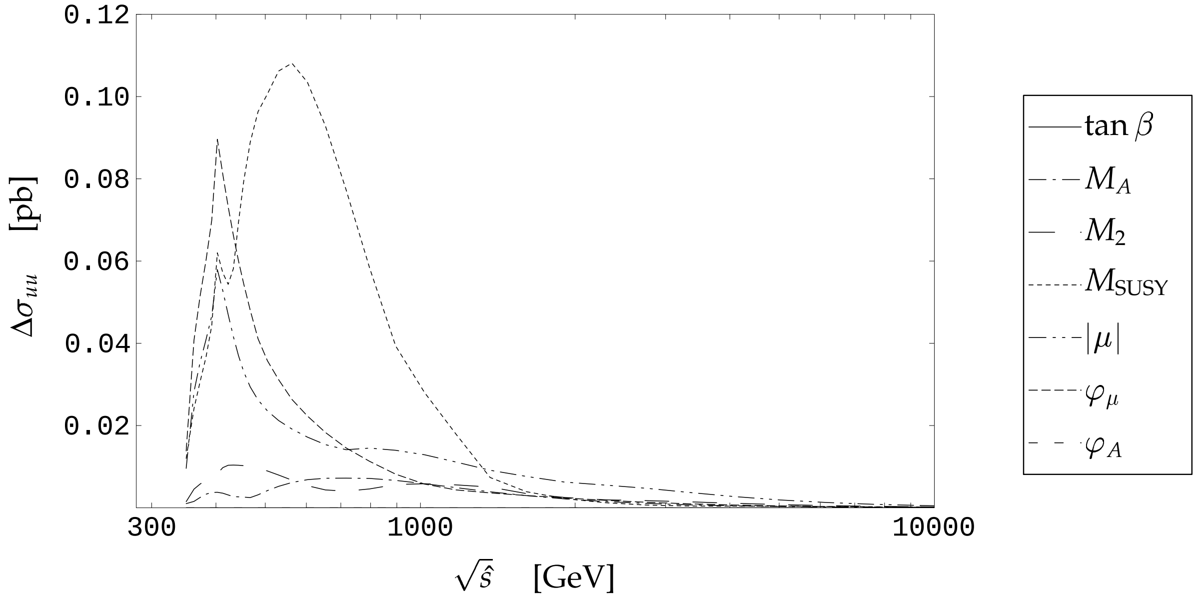


Abb. 8.9: *$u\bar{u} \to t\bar{t}$. Die Variation $\Delta\sigma_{uu}$ des MSSM-Wirkungsquerschnitts für unpolarisierte Teilchen für den MSSM-Parameter-Scan. Die Variation eines Parameters X wird als Differenz des maximalen und minimalen Wirkungsquerschnitts für ein festes X, gemittelt über alle Werte von X, berechnet.*

Abb. 8.9 zeigt die Variation $\Delta\sigma_{uu}$

$$\Delta\sigma_{uu} = \frac{\langle \hat{\sigma}^{\max}_{uu\to tt}\rangle - \langle \hat{\sigma}^{\min}_{uu\to tt}\rangle}{\# X} \tag{8.49}$$

des Wirkungsquerschnitts mit den variierten MSSM-Parametern (6.51). Die Gluino-Produktionsschwelle bei $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV wird von den Parametern φ_μ, M_{SUSY} und $|\mu|$ beherrscht, die in den Quark-Squark-Gluino-Vertex eingehen. Die größte Variation stammt jedoch auch hier wieder von dem Parameter M_{SUSY}. Dieser Parameter hat den größten Einfluß auf die Sfermionmassen, und für leichte Sfermionen ergeben sich die größten Unterschiede zum SM.

Da der WQ ungeeignet ist um einen Eindruck von der Größe der $\mathcal{CP}$-Verletzung zu erhalten, ist es notwendig die in Abschnitt 7.3 eingeführten $\mathcal{CP}$-verletzenden Observablen, die durch Gl. (7.19) definiert sind, zu untersuchen. Daher wird im folgenden das Signal-zu-Untergrund Verhältnis der in Gl. (7.19) definierten (sensitivsten) Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$

$$\hat{r}_{uu} = \frac{\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle}{\sqrt{\langle\overline{\mathcal{O}}_5^2\rangle - \langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle^2}} \approx \frac{\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle}{\sqrt{\langle\overline{\mathcal{O}}_5^2\rangle}} = \frac{\hat{\sigma}^{\text{MSSM}}_{\text{UU++}} - \hat{\sigma}^{\text{MSSM}}_{\text{UU}--}}{\sqrt{\hat{\sigma}^{\text{MSSM}}_{\text{UUUU}}}\sqrt{\hat{\sigma}^{\text{MSSM}}_{\text{UU++}} + \hat{\sigma}^{\text{MSSM}}_{\text{UU}--}}} \tag{8.50}$$

untersucht, um die maximal möglichen $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekte zu erhalten.

Das Verhältnis $\hat{r}_{uu}$ wird in Abb. 8.10 veranschaulicht, wobei der Beitrag der SUSY-Boxdiagramme extra gezeigt wird. Diese Boxdiagrammbeiträge spielen hier eine wichtige

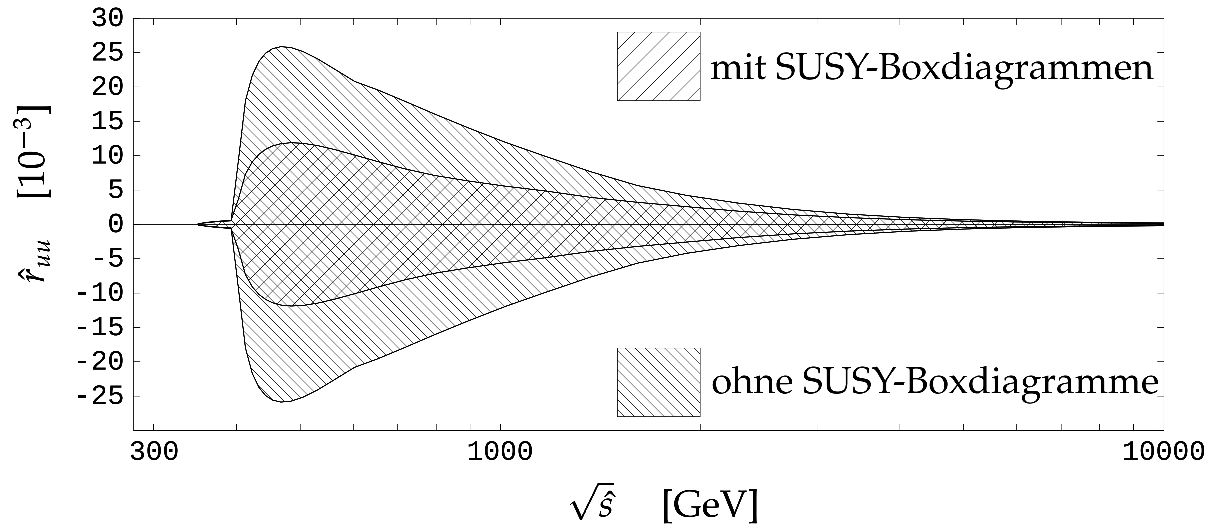


Abb. 8.10: *$u\bar{u} \to t\bar{t}$. Das Verhältnis $\hat{r}_{uu}$ der polarisierten MSSM-Wirkungsquerschnitte. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) mit und ohne SUSY-Boxdiagramme.*

Rolle, wie Abb. 8.10 zeigt, da sie sich teilweise gegen die Vertexbeiträge wegheben. Das ist ganz analog zum Fall $e^+e^- \to t\bar{t}$ (s. Kapitel 7) und umgekehrt wie für $gg \to t\bar{t}$ wo sich die Vertexbeiträge und die SUSY-Boxdiagramme konstruktiv aufsummieren. Die CEDFF und (W)EDFF allein können auch hier wieder zu falschen Ergebnissen führen.

Im, für den hadronischen WQ relevanten, Bereich bei $\sqrt{\hat{s}} = 403$ GeV ist $\hat{r}_{uu} = \pm 3.66 \cdot 10^{-3}\,(\pm 9.24 \cdot 10^{-3})$ mit (ohne) Boxdiagramme für folgenden SUSY-Parameter-Satz:

$$\begin{aligned}
&\text{Parameter-Satz 5: } \tan\beta = 4 \\
&M_A = 1000 \text{ GeV} , \quad M_2 = 1000 \text{ GeV} , \quad M_{\text{SUSY}} = 400 \text{ GeV} , \\
&|\mu| = 600 \text{ GeV} , \quad \varphi_\mu = \pi/2, 3\pi/2 , \quad m_{\tilde{g}} = 200 \text{ GeV} , \\
&|A| = 800 \text{ GeV} , \quad \varphi_A = \pi/2, 3\pi/2 . \qquad (8.51)
\end{aligned}$$

Alle anderen Werte sind weniger wichtig, obwohl sie sogar noch wesentlich größere Werte erreichen können (Maximalwert $|\hat{r}_{uu}| = 11.9 \cdot 10^{-3}\,(25.7 \cdot 10^{-3})$ bei $\sqrt{\hat{s}} = 483$ GeV für den Parameter-Satz 5), da ihr Beitrag zum hadronischen WQ kleiner ist.

Benutzt man dagegen die SUSY-GUT Relation (4.95), dann sind für den gleichen Parameter-Scan (6.51) nur noch Werte bis maximal $|\hat{r}_{uu}| = 0.47 \cdot 10^{-3}$ bei $\sqrt{\hat{s}} = 504$ GeV möglich.

8.3.5 Ergebnisse für $d\bar{d} \to t\bar{t}$

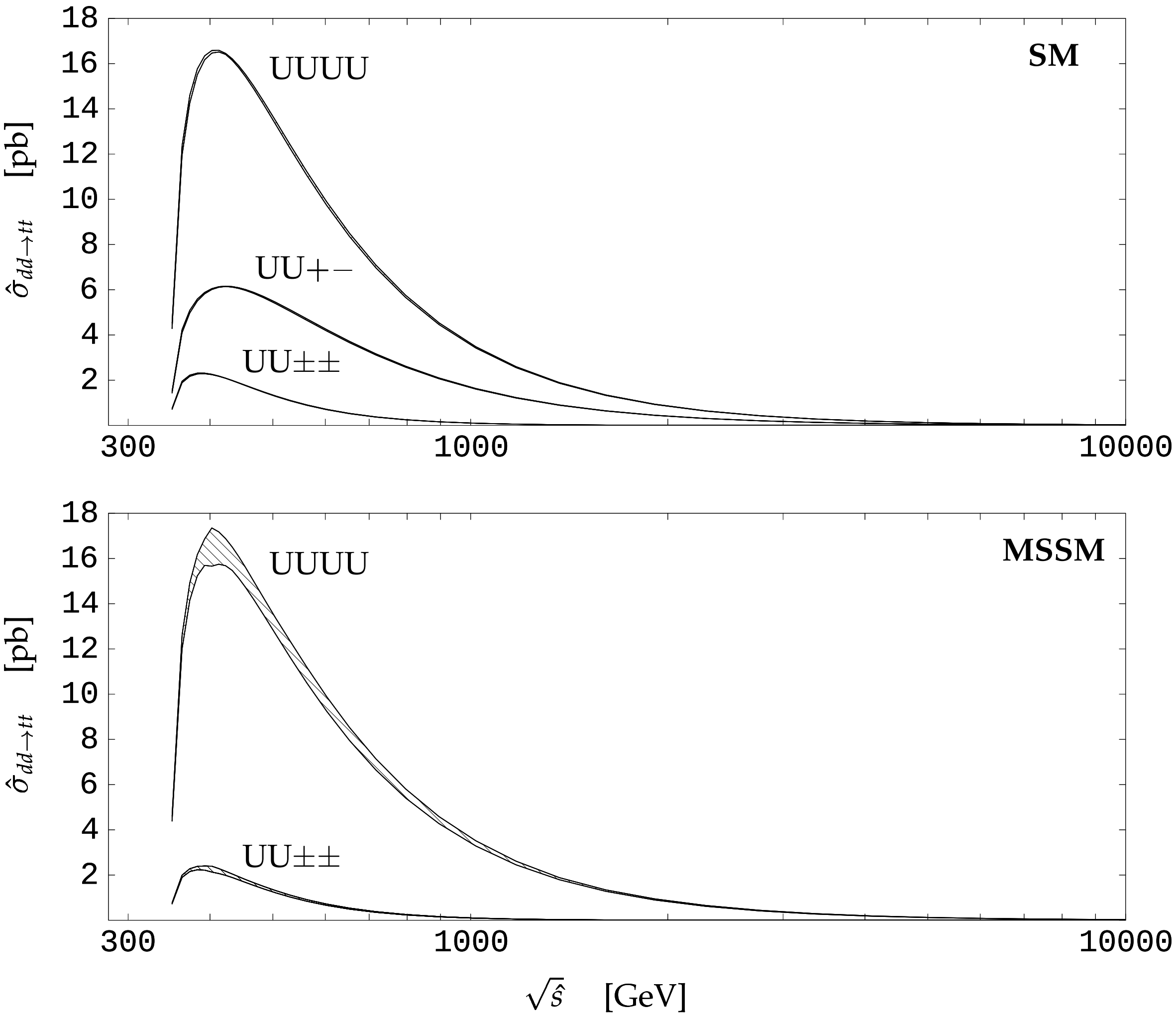


Abb. 8.11: *$d\bar{d} \to t\bar{t}$. Der totale Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}_{dd\to tt}$ für das SM und MSSM. Die schraffierte Fläche stellt den vorhergesagten Bereich des Parameter-Scans (6.51) dar.*

Naturgemäß ergeben sich für den Prozeß $d\bar{d} \to t\bar{t}$ ähnliche Ergebnisse wie für $u\bar{u} \to t\bar{t}$. Daher gilt hier prinzipiell auch das schon in Abschnitt 8.3.4 gesagte, so daß die Diskussion im weiteren Verlauf etwas kürzer gehalten werden kann.

In Abb. 8.11 sind die absoluten Werte des totalen WQ $\hat{\sigma}_{d\bar{d}\to t\bar{t}}$ im SM und MSSM für verschiedene Polarisationen des t-Quarks aufgetragen. Die Breiten der Kurven stellen die möglichen Ergebnisse der erlaubten Werte des Parameter-Scans (6.51) dar. In Abb. 8.11 kann man die Bänder für UU++ und UU−−-Polarisation nicht unterscheiden, da sie im SM identisch sind und im MSSM sehr dicht beieinander liegen und sehr schmal sind. Bei $\sqrt{\hat{s}} = 403$ GeV wird der maximale WQ $\hat{\sigma}^{\mathrm{MSSM}}_{dd\to tt} = 17.4$ pb für die folgenden Parameter erreicht: $\tan\beta = 4$, $M_A = 200$ GeV, $M_2 = 200$ GeV, $M_{\rm SUSY} = 400$ GeV, $|\mu| = 600$ GeV, $\varphi_\mu = \pi$, $|A| = 800$ GeV, $\varphi_A = 0$.

In Abb. 8.12 wird die relative Abweichung $\Delta^{(1)-(0)}_{dd\to tt} = (\hat\sigma^{(1)}_{dd\to tt} - \hat\sigma^{(0)}_{dd\to tt})/\hat\sigma^{(0)}_{dd\to tt}$ im SM und MSSM vom Born-WQ gezeigt. Die Bänder zeigen die Änderung des Wirkungsquerschnitts mit dem Parameter-Scan (6.51). Das SM-Band befindet sich auch hier wieder meistens innerhalb des MSSM-Bandes. Die größte Abweichung von -32% wird für unpolarisierte t-Quarks bei 10 TeV erreicht. An dieser Stelle wird der WQ jedoch sehr klein. Die für alle Polarisationen deutlich sichtbare Struktur bei $m_{\tilde g} + m_{\tilde g} = 400$ GeV wird von einer Gluino-Produktionsschwelle verursacht, da $m_{\tilde g} = 200$ GeV gesetzt wurde. Ansonsten sind die Bänder von vergleichbarer Breite von bis zu 20%. Dabei ist allerdings wieder zu beachten, daß der WQ für polarisierte t-Quarks wesentlich kleiner ist als für unpolarisierte (vgl. Abb. 8.11).

Die relative Abweichung $\overline{\Delta}_{dd\to tt} = (\hat\sigma^{\rm MSSM}_{dd\to tt} - \overline{\hat\sigma^{\rm SM}_{dd\to tt}})/\overline{\hat\sigma^{\rm SM}_{dd\to tt}}$ zwischen dem durch Gl. (6.54) definierten SM-Mittelwert $\overline{\hat\sigma^{\rm SM}_{dd\to tt}}$ und dem MSSM Band wird in Abb. 8.13 gezeigt. Die größte Abweichung von 9.8% (mit SUSY-Boxdiagrammen) wird bei 10 TeV für unpolarisierte Quarks (UUUU) erreicht. Im wichtigen Bereich bei $\sqrt{\hat s} = 403$ GeV findet man eine maximale Abweichung von -5.2% zum SM (UUUU) für folgende Parameter: $\tan\beta = 40$, $M_A = 200$, $M_2 = 1000$, $M_{\rm SUSY} = 600$, $|\mu| = 1000$, $\varphi_\mu = 0$, $|A| = 1200$, $\varphi_A = \pi$. Die Struktur bei 400 GeV ist die Produktionsschwelle bei $m_{\tilde g} + m_{\tilde g} = \sqrt{\hat s}$. Wie aus Abb. 8.13 ersichtlich ist, heben sich die SUSY-Boxdiagramme bei 400 GeV großteils gegen die Vertexkorrekturen weg. Für die UU$\pm\pm$-Polarisationen ergeben sich Abweichungen zum SM-Wert von bis zu 45% bei 10 TeV. Im relevanten Bereich bei $\sqrt{\hat s} = 403$ GeV findet man noch bis zu 6.2% Unterschied zum SM.

Ganz analog zu Gl. (8.49) definiert man die Variation $\Delta\sigma_{dd}$. Die Variation des Wirkungsquerschnitts für den MSSM-Parameter-Scan (6.51) ist in Abb. 8.14 dargestellt. Die Gluino-Produktionsschwelle bei $\sqrt{\hat s} = 400$ GeV wird von den Parametern φ_A und $M_{\rm SUSY}$ dominiert, die in den Quark-Squark-Gluino-Vertex eingehen. Die über weite Bereiche größte Variation stammt auch hier wieder von dem Parameter $M_{\rm SUSY}$, da er den größten Einfluß auf die Sfermionmassen hat und für leichte Sfermionen sich die größten Unterschiede zum SM ergeben.

In Abb. 8.15 ist das Verhältnis $\hat r_{dd}$, das analog zu Gl. (8.50) definiert ist, aufgetragen. Dabei wird der Beitrag der SUSY-Boxdiagramme extra gezeigt, um die Relevanz der SUSY-Boxdiagrammbeiträge für $\hat r_{dd}$ deutlich zu machen. Bei $\sqrt{\hat s} = 403$ GeV, d.h. im, für den hadronischen WQ relevanten Bereich, ist $\hat r_{dd} = \pm 3.73 \cdot 10^{-3}\,(\pm 9.31 \cdot 10^{-3})$ mit (ohne) Boxdiagramme für den MSSM-Parameter-Satz 5 (8.51). Alle anderen Werte sind weniger wichtig, obwohl sie sogar noch wesentlich größere Werte erreichen können (Maximalwert $|\hat r_{dd}| = 12.1 \cdot 10^{-3}\,(25.9 \cdot 10^{-3})$ bei $\sqrt{\hat s} = 483$ GeV), da ihr Beitrag zum hadronischen WQ kleiner ist.

Benutzt man dagegen die SUSY-GUT Relation (4.95), dann sind für den gleichen Parameter-Scan (6.51) nur noch Maximalwerte möglich die eine Größenordnung kleiner sind.

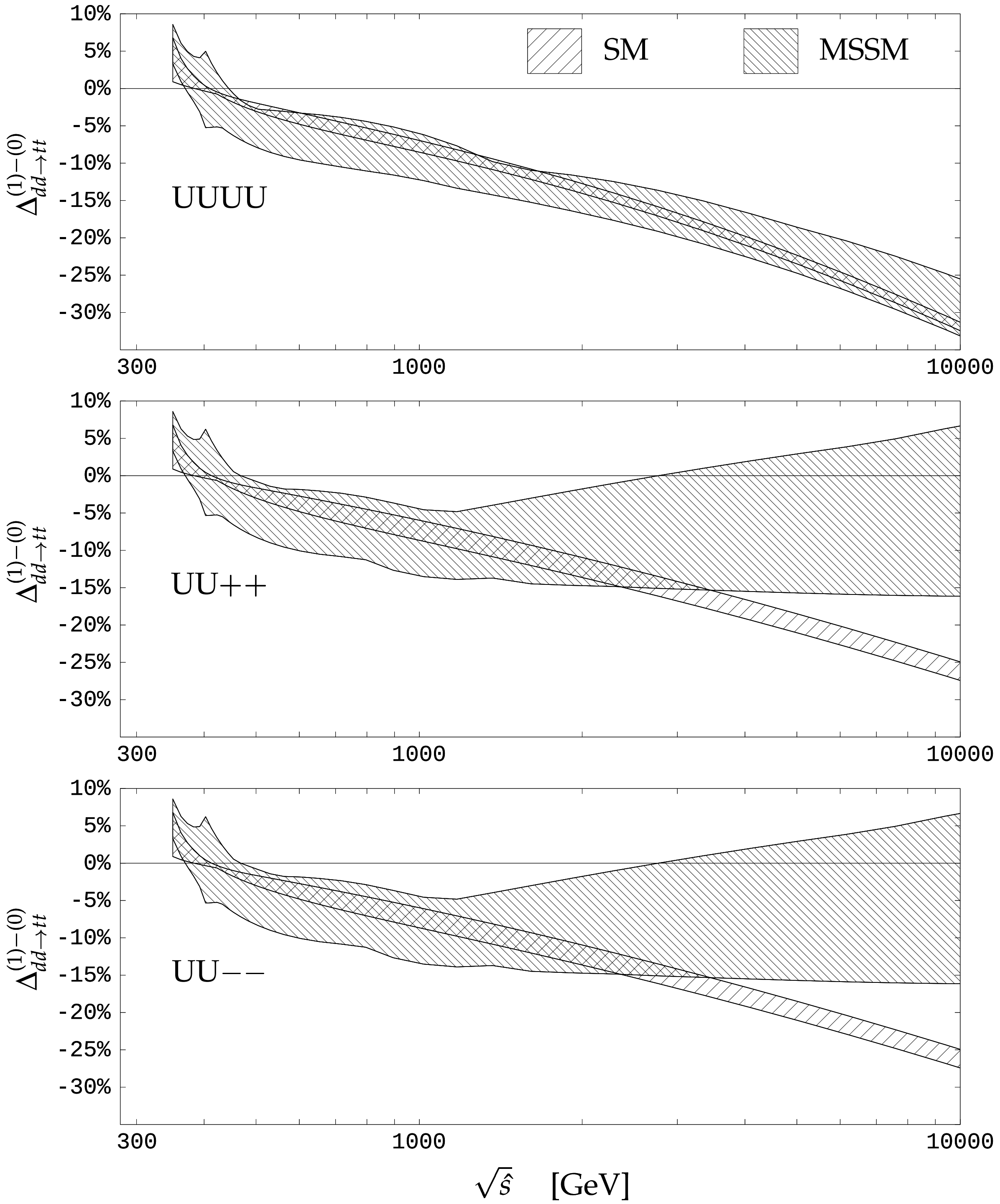


Abb. 8.12: *$d\bar{d} \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\Delta^{(1)-(0)}_{dd\to tt}$ zwischen der 1-Schleifenkorrektur und dem Born-WQ. Die schraffierten Flächen zeigen die minimal und maximal möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) für das SM und das MSSM.*

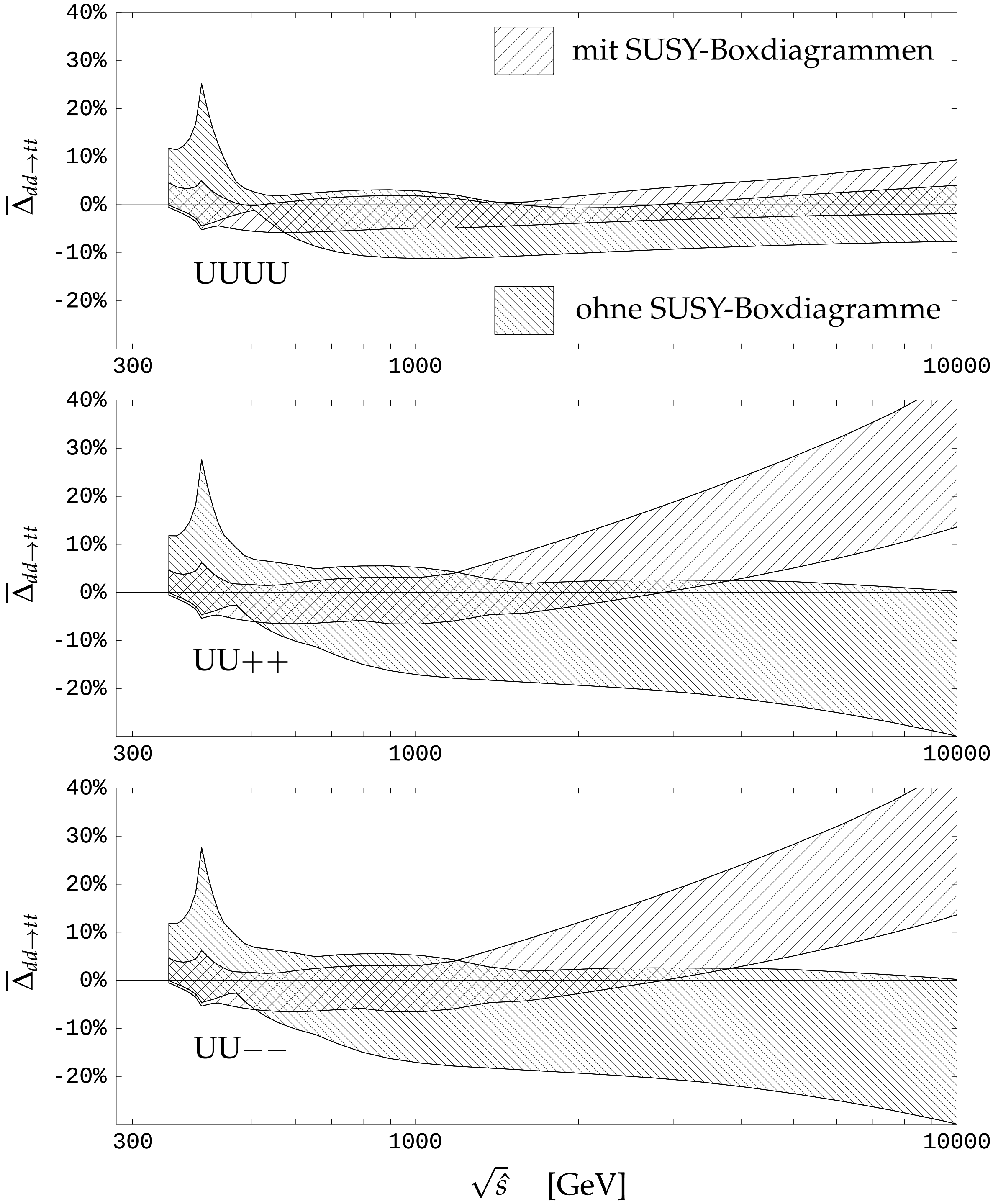


Abb. 8.13: *$d\bar{d} \to t\bar{t}$. Die relative Differenz $\overline{\Delta}_{dd\to tt}$ zwischen dem MSSM-WQ und dem Mittelwert des SM-Wirkungsquerschnitts. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51) mit und ohne SUSY-Boxdiagramme.*

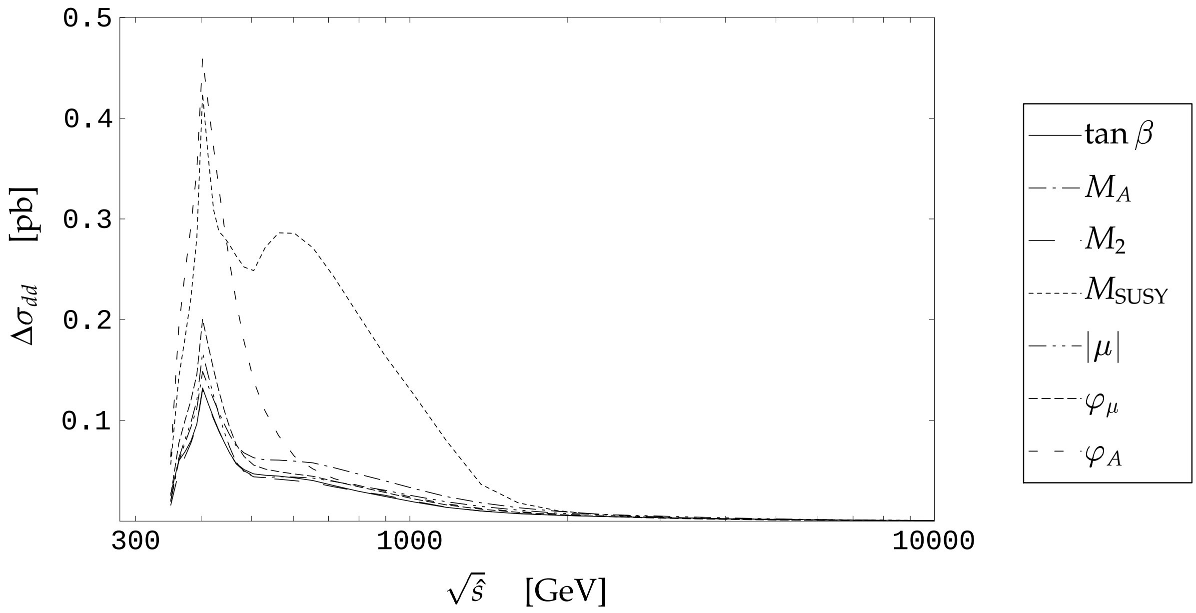


Abb. 8.14: *$d\bar{d} \to t\bar{t}$. Die Variation $\Delta\sigma_{dd}$ des MSSM-Wirkungsquerschnitts für unpolarisierte Teilchen für den MSSM-Parameter-Scan. Die Variation eines Parameters X wird als Differenz des maximalen und minimalen Wirkungsquerschnitts für ein festes X, gemittelt über alle Werte von X, berechnet.*

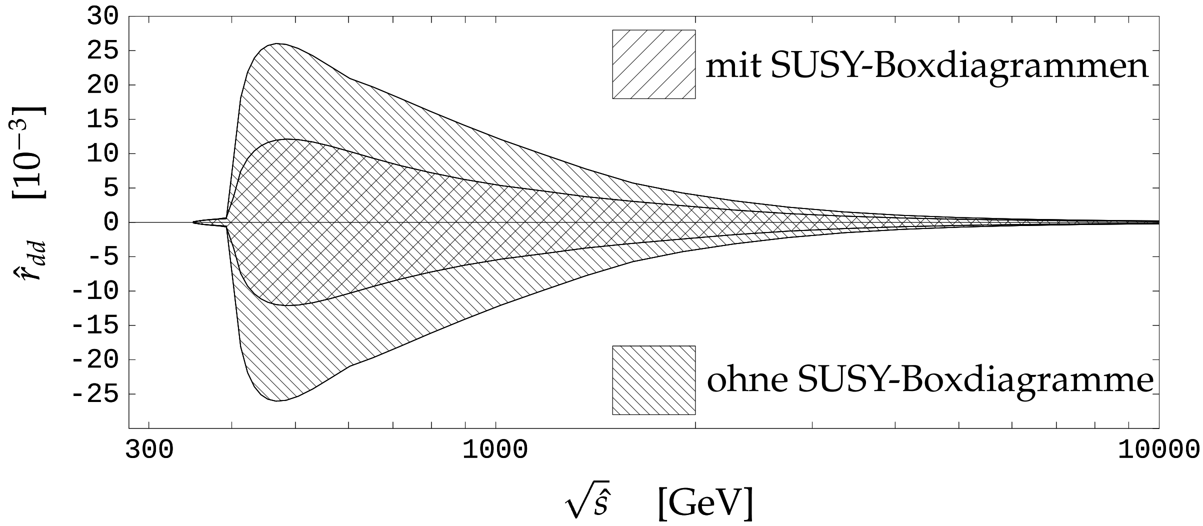


Abb. 8.15: *$d\bar{d} \to t\bar{t}$. Das Verhältnis $\hat{r}_{dd}$ der polarisierten MSSM Wirkungsquerschnitte. Die schraffierte Fläche zeigt die möglichen Werte des Parameter-Scans (6.51).*

LHC: $\sigma_{nm\to t\bar{t}}$			
nm	Born	SM	MSSM
gg	435.57	427.05	434.10
$u\bar{u}$	35.79	35.14	34.07
$d\bar{d}$	22.93	22.46	21.64
$c\bar{c}$	1.44	1.42	1.38
$s\bar{s}$	4.08	4.03	3.88
$b\bar{b}$	1.49	1.49	1.51
$\sigma(S = 14\ \text{TeV})$	501.30	491.59	496.58

TEVATRON: $\sigma_{nm\to t\bar{t}}$			
nm	Born	SM	MSSM
gg	0.5919	0.5822	0.5977
$u\bar{u}$	4.2266	4.1956	4.1600
$d\bar{d}$	0.6630	0.6610	0.6561
$c\bar{c}$	0.0017	0.0017	0.0017
$s\bar{s}$	0.0087	0.0088	0.0087
$b\bar{b}$	0.0008	0.0008	0.0008
$\sigma(S = 2\ \text{TeV})$	5.4927	5.4501	5.4250

Tab. 8.1: *Die einzelnen Beiträge zum hadronischen Wirkungsquerschnitt (mit $\mu_F = \mu_R = m_t$) für den LHC (links) und das TEVATRON (rechts). Für das SM wurde $m_H = 120$ GeV gewählt und für das MSSM der Parameter-Satz 4 (8.46) für den LHC und der Satz 5 (8.51) für das TEVATRON. Alle Angaben sind in pbarn.*

8.4 $\mathcal{CP}$-verletzende Spinobservablen und hadronische Wirkungsquerschnitte

Der hadronischen WQ $\sigma(S)$ berechnet sich aus dem partonischen WQ und der Partonverteilungsfunktion nach (2.42). Die Werte für $\sqrt{\hat{s}} = 400$ GeV bis $\sqrt{\hat{s}} = 1000$ GeV fallen um mehr als zwei Größenordnungen ab. Dieser deutlich stärkere Effekt im Vergleich zur Abnahme des partonischen Wirkungsquerschnitts ist durch die Partonverteilungsfunktion (Abschnitt 2.6.2) begründet. Für kleiner werdende Werte von $\tau = \hat{s}/S$ steigt die Verteilung sehr steil an. Da zur Berechnung von $\sigma(S)$ immer über einen Bereich von $\tau_{\min} = \hat{s}_{\min}/S < \tau < 1$ mit $\hat{s}_{\min} = 4\,m_t^2$ integriert wird, wird $\sigma(S)$ durch $\hat{\sigma}(\hat{s})$ bei $\tau_{\min}$ und damit durch $\hat{s}_{\min}$ dominiert.

Wegen der unterschiedlichen Quarkinhalte der verwendeten Hadronen und der damit unterschiedlichen Luminosität (2.41) des pp- bzw. des $p\bar{p}$-Streuprozesses ist der WQ der pp-Streuung am LHC bei gleicher Energie kleiner als der der $p\bar{p}$-Streuung am TEVATRON. Aber mit ca. 760 pb wird der bei 14 TeV am LHC erreichte gesamte WQ aufgrund der viel höheren CMS-Energie deutlicher größer sein als der WQ von 7.5 pb am TEVATRON [129].

Für den LHC wird der Parameter-Satz 4 verwendet und für das TEVATRON der Parameter-Satz 5, um die maximalen $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekte zu erhalten. In Tabelle 8.1 sind die einzelnen Beiträge $\sigma_{nm\to t\bar{t}}$ des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts $\sigma(S)$ für den LHC und das TEVATRON aufgelistet.[5] Für die dargestellten Korrekturen wurde die Partonverteilungsfunktion MRS(G) [52] verwendet.

[5]Im Gegensatz zu allen anderen partonischen Prozessen wurden in $b\bar{b} \to t\bar{t}$ auf 1-Schleifenniveau nur die Ordnungen $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha_s\alpha)$ berücksichtigt.

LHC:		TEVATRON:	
nm	Δ_{nm}	nm	Δ_{nm}
gg	$+1.6\%$	gg	$+2.6\%$
$u\bar{u}$	-3.0%	$u\bar{u}$	-0.8%
$d\bar{d}$	-3.6%	$d\bar{d}$	-0.7%
$c\bar{c}$	-3.4%	$c\bar{c}$	-0.2%
$s\bar{s}$	-3.7%	$s\bar{s}$	-0.2%
$b\bar{b}$	$+1.5\%$	$b\bar{b}$	$+0.2\%$
$\Delta(S = 14\ \text{TeV})$	$+1.0\%$	$\Delta(S = 2\ \text{TeV})$	-0.5%

Tab. 8.2: *Die einzelnen Beiträge zu $\Delta(S)$ für den LHC (links) und das TEVATRON (rechts). Für das SM wurde $m_H = 120$ GeV gewählt und für das MSSM der Parameter-Satz 4 (8.46) für den LHC und der Satz 5 (8.51) für das TEVATRON.*

Beim TEVATRON stammen 89% des elektroschwachen hadronischen WQ im SM aus der $q\bar{q}$-Vernichtung. Dagegen stammen beim LHC 87% aus der Gluonfusion.

Für $\mu_F = \mu_R = \sqrt{\hat{s}}$ ergibt sich $\sigma^{\text{SM}}(S = 2\ \text{TeV}) = 3.7$ pb für das TEVATRON und $\sigma^{\text{SM}}(S = 14\ \text{TeV}) = 363$ pb für den LHC. Das ergibt einen Unterschied von rund 31% für das TEVATRON und 26% für den LHC im Vergleich zur Skala $\mu_F = \mu_R = m_t$ und ist hauptsächlich durch die Wahl der Skala μ_R der laufenden starken Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu_R)$ verursacht. Für das TEVATRON ergeben sich hier 78% des elektroschwachen hadronischen Wirkungsquerschnitts im SM aus der $q\bar{q}$-Vernichtung und beim LHC 85% aus der Gluonfusion.

Die Werte von $\sigma(S)$ unterscheiden sich für die verschiedenen Partonverteilungen um ca. 5%, also in einer Größenordnung, die der maximalen SUSY-QCD-Korrektur entspricht. Damit ist die Zuordnung einer eventuell gemessenen Abweichung von den Vorhersagen des SM zu SUSY-Korrekturen nicht möglich. Der experimentelle Fehler bei der Messung der Wirkungsquerschnitte wurde dabei noch nicht berücksichtigt. Die Größe der 1-Schleifenkorrekturen ist weniger sensitiv auf die Skala μ_R als der Born-WQ [134]. Deshalb werden in Tabelle 8.2 auch die relativen Korrekturen

$$\Delta_{gg}(S) = \frac{\sigma^{\text{MSSM}}_{\text{TTUU}} - \sigma^{\text{SM}}_{\text{TTUU}}}{\sigma^{(0)}_{\text{TTUU}}} \qquad \text{und} \qquad \Delta_{q\bar{q}}(S) = \frac{\sigma^{\text{MSSM}}_{\text{UUUU}} - \sigma^{\text{SM}}_{\text{UUUU}}}{\sigma^{(0)}_{\text{UUUU}}} \tag{8.52}$$

in Abhängigkeit der Parameter-Sätze 4 (8.46) und 5 (8.51) betrachtet. Außerdem ist $\Delta(S) = \Delta_{gg} + \sum_{q \neq t} \Delta_{q\bar{q}}$ von den Standard-QCD- und -QED-Korrekturen unabhängig.

Wie aus Tabelle 8.2 ersichtlich wird, ist die Abweichung vom SM $\Delta(S = 14\ \text{TeV}) = +1.0\%$ für den LHC und $\Delta(S = 2\ \text{TeV}) = -0.5\%$ für das TEVATRON. Da die Parameter-Sätze 4 und 5 nur zur Maximierung der $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekte gewählt wurden, können hier für $\Delta(S)$ nicht die größtmöglichen Abweichungen zum SM erwartet werden. Die Tabellen 8.1 und 8.2 dienen hier lediglich zu Demonstrationszwecken. In [106] wurde gezeigt,

	LHC: Parameter-Satz 4	TEVATRON: Parameter-Satz 5
r_{gg}	$\pm(14.88 \pm 0.55)$	$\pm(11.26 \pm 0.47)$
r_{uu}	$\pm(0.83 \pm 0.19)$	$\pm(6.22 \pm 0.17)$
r_{dd}	$\pm(1.37 \pm 0.20)$	$\pm(5.62 \pm 0.18)$
r_{cc}	$\pm(0.69 \pm 0.22)$	$\pm(4.03 \pm 0.20)$
r_{ss}	$\pm(1.32 \pm 0.20)$	$\pm(4.19 \pm 0.20)$
r_{bb}	$\mp(0.01 \pm 0.25)$	$\pm(0.44 \pm 0.33)$
$\|r\|$	19.08 ± 1.60	31.76 ± 1.55

Tab. 8.3: *Die einzelnen Beiträge zum Verhältnis r der Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ in $[10^{-3}]$ für den LHC (links) und das TEVATRON (rechts).*

daß die Abweichungen vom Born-WQ bis zu -10% erreichen können und durch Schwelleneffekte sogar noch mehr.

Um die Größe der $\mathcal{CP}$-Verletzung in den hadronischen Prozessen $pp \to t\bar{t}$ und $p\bar{p} \to t\bar{t}$ zu studieren ist die durch Gl. (7.19) definierte (sensitivste) Observable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$, besonders geeignet (s. Kapitel 7). Die Signal-zu-Untergrund Verhältnisse r_{nm} dieser Observable lauten

$$r_{gg} = \frac{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}++} - \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}--}}{\sqrt{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TTUU}}}\sqrt{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}++} + \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{TT}--}}} \quad \text{und} \quad r_{qq} = \frac{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UU}++} - \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UU}--}}{\sqrt{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UUUU}}}\sqrt{\sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UU}++} + \sigma^{\mathrm{MSSM}}_{\mathrm{UU}--}}} \,. \tag{8.53}$$

In Tabelle 8.3 sind die einzelnen Beiträge der Verhältnisse r_{nm} und das Gesamtergebnis $|r| = |r_{gg} + \sum_{q\neq t} r_{qq}|$ für das TEVATRON und den LHC aufgelistet. Aufgrund der Rechengenauigkeit von VEGAS [98] wird auch der mögliche numerische Fehler in r_{nm} angegeben. Interessanterweise stammt der größte Beitrag zum Verhältnis r bei $p\bar{p} \to t\bar{t}X$ (TEVATRON) aus $gg \to t\bar{t}$ und nicht aus $q\bar{q} \to t\bar{t}$. Dies liegt zum einen daran, daß schon $\hat{r}_{gg}$ im relevanten Bereich wesentlich größer ist als $\hat{r}_{uu}$ bzw. $\hat{r}_{dd}$ und zum anderen daran, daß die Strukturfunktionen im Verhältnis r keine so große Rolle mehr spielen.

Hinsichtlich der experimentellen Relevanz dieser Analyse ist die statistische Signifikanz des Signals der $\mathcal{CP}$-Verletzung durch $S = |r|\sqrt{N}$ mit $N = \epsilon\,\mathcal{L}\,\sigma_{tt}\,B$ gegeben, wobei ϵ die Detektoreffizienz und $\mathcal{L}$ die integrierte Luminosität des Beschleunigers bezeichnet. Die Verzweigungsverhältnisse der t-Zerfälle sind (s. Tabelle 7.6): $B \simeq 0.44$ für den $b-b$ Kanal, $B \simeq 0.3$ für den $\ell - b$ Kanal und $B \simeq 0.05$ für die leptonischen Kanäle ($\ell = e, \mu$).

Bei $\sqrt{S} = 14$ TeV ist der totale WQ für die $t\bar{t}$-Produktion $\sigma_{tt} \simeq 760$ pbarn und die geplante integrierte Luminosität des LHC ist $\mathcal{L} \simeq 100$ fbarn^{-1} [129]. Unter Annahme einer Detektoreffizienz von 10% ($\epsilon = 0.1$) erhält man jeweils 5-σ-, 2.8-σ- und 4.6-σ-Effekte, wie die Tabelle 8.4 (oben) zeigt.

Nimmt man jedoch die SUSY-GUT Relation (4.95) an, dann ist selbst ein 1-σ-Effekt nicht mehr erreichbar. Denn dazu wären Werte von $|r| \sim 0.54 \cdot 10^{-3}, 0.66 \cdot 10^{-3}, 1.6 \cdot 10^{-3}$ notwendig. Tabelle 8.4 (oben, rechts) zeigt jedoch, daß das nicht erreichbar ist.

			$m_{\tilde{g}} = 200$ GeV		$m_{\tilde{g}} = \frac{\alpha_s}{\alpha} s_w^2 \lvert M_2 \rvert$	
	Kanal	$\sqrt{N}$	r	S	r	S
	$b-b$	1838	∓ 2.71	$5.0\,\sigma$	∓ 0.40	$0.74\,\sigma$
LHC	$\ell - b$	1510	± 1.86	$2.8\,\sigma$	± 0.27	$0.41\,\sigma$
	$\ell - \ell$	616	± 7.40	$4.6\,\sigma$	± 1.08	$0.67\,\sigma$
	$b-b$	100	∓ 4.52	$0.5\,\sigma$	∓ 0.32	$0.03\,\sigma$
TEVATRON	$\ell - b$	82	± 3.10	$0.3\,\sigma$	± 0.22	$0.02\,\sigma$
	$\ell - \ell$	35	± 12.31	$0.4\,\sigma$	± 0.86	$0.03\,\sigma$

Tab. 8.4: *Das Verhältnis r der Spinobservable $\langle \overline{\mathcal{O}}_5 \rangle$ in $[10^{-3}]$ und die statistische Signifikanz S für drei verschiedene Kanäle mit und ohne SUSY-GUT Relation: $t + \bar{t} \to a(\mathbf{q}_+) + \bar{c}(\mathbf{q}_-) + X$, mit dem Parameter-Satz 4 (8.46) für $pp \to t\bar{t}X$ (oben) und dem Parameter-Satz 5 (8.51) für $p\bar{p} \to t\bar{t}X$ (unten).*

Am TEVATRON, bei $\sqrt{S} = 2$ TeV, ist der totale WQ für die t-Paarproduktion $\sigma_{tt} \simeq 7.5$ pbarn und die integrierte Luminosität bei RUN III wird $\mathcal{L} \simeq 30$ fbarn^{-1} erreichen [129]. Mit einer Detektoreffizienz von $\epsilon = 0.1$ erhält man $\sqrt{N} \simeq 100, 82, 35$ für die Kanäle $b-b$, $\ell - b$, $\ell - \ell$. Mit dieser Statistik wären Werte von $|r| \sim 10 \cdot 10^{-3}, 12 \cdot 10^{-3}, 29 \cdot 10^{-3}$ notwendig, um einen 1-σ-Effekt zu erhalten. Dies ist jedoch, selbst wenn die SUSY-GUT Relation (4.95) aufgegeben wird, nicht möglich (s. Tabelle 8.4 unten).

Als Schlußbemerkung beachte man, daß der Anfangszustand (pp) am LHC kein $\mathcal{CP}$-Eigenzustand ist. Daher stammt die Energieasymmetrie im Zerfallsspektrum nicht notwendigerweise aus der $\mathcal{CP}$-Verletzung. Die Protonen im Anfangszustand produzieren energiereichere Quarks als Antiquarks. Der partonische Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ hat eine, durch α_s-Korrekturen verursachte, kleine FB-Asymmetrie. Daher haben die erzeugten t-Quarks eine leicht höhere Energie als die $\bar{t}$-Quarks, was zu einer Energieasymmetrie der Zerfallsprodukte führt. Dieser Effekt, der also von QCD-Korrekturen höherer Ordnung stammt, verursacht einen irreduzible Untergrund. Obwohl der führende Prozeß $gg \to t\bar{t}$ keine solche FB-Asymmetrie verursacht ist der Untergrund von der Ordnung $\mathcal{O}(10^{-4})$ [126]. Die Beiträge aus $q\bar{q} \to t\bar{t}$ $(q = u, c, b)$ zum Verhältnis r der Spinobservable $\langle \overline{\mathcal{O}}_5 \rangle$ sind von vergleichbarer Größenordnung (s. Tabelle 8.3).

Die Strukturfunktionen von polarisierten Gluonen hängen vom Betrag des Protonenspins ab den die Gluonen tragen, und sind deshalb noch nicht so gut bekannt. Daher wird in dieser Arbeit nicht auf Effekte mit polarisierten Gluonen eingegangen.

Damit ist eine Entdeckung von $\mathcal{CP}$-Verletzung in der $t\bar{t}$-Produktion, im Rahmen des MSSM, voraussichtlich nur am LHC möglich. Da sich die Wirkungsqerschnitte von LHC und TEVATRON um zwei Größenordnungen unterscheiden und die Luminositäten nur um eine, ist dafür vor allem die hohe CMS-Energie des LHC ausschlaggebend, weniger die Luminosität.

Kapitel 9

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Fermion-Paarproduktion in e^+e^-- und Hadron-Kollisionen im Rahmen des SM und des MSSM mit komplexen Parametern und somit mit expliziter $\mathcal{CP}$-Verletzung auf dem 1-Schleifenniveau untersucht.

Nach einem kurzen Überblick über das SM wurden in Kapitel 3 die elektroschwachen 1-Schleifenkorrekturen zu dem hadronischen Prozeß $pp \to q\bar{q} \to e^+e^-X$ ($q = u, d, c, s, b$) im SM berechnet. Sie dienen der Untersuchung von Prozessen mit neutralen Strömen am LHC und deshalb wurden dazu quantitative numerische Studien über die Größe der virtuellen SM-Effekte für die Lepton-Paarerzeugung durchgeführt.

In der Nähe der Z-Resonanz sind die Boxdiagramme vernachlässigbar und daher beschreibt ein effektiver Born-Wirkungsquerschnitt das komplette 1-Schleifenergebnis recht gut. Aber die Beiträge der Boxdiagramme wachsen stark mit steigender Energie und tragen daher für große invariante Lepton-Paarmassen merklich bei. Eine Beschreibung durch einen effektiven Born-Wirkungsquerschnitt weit oberhalb der Z-Resonanz ist aus zwei Gründen unzureichend: Die effektiven Kopplungen, die nur auf Selbstenergien und Vertexkorrekturen basieren, sind nicht statisch, sondern wachsen wie eine Funktion von $\hat{s}$, und die Boxdiagrammbeiträge können nicht in die Born-artige Struktur der effektiven Vektor- und Axialvektorkopplungen absorbiert werden.

Es wurde gezeigt, daß bei großen invarianten Massen die Strahlungskorrekturen so groß werden, daß sie bei Studien mit hohen Schwerpunktsenergien berücksichtigt werden sollten, z.B. bei der Suche nach neuer Physik die von schweren zusätzlichen Z'-Bosonen stammt.

Nach einem Überblick über allgemeine SUSY-Modelle wurde in Kapitel 4 das MSSM vorgestellt und die Unterschiede zum SM hervorgehoben (vgl. dazu Kapitel 2).

Für die Berechnung der in dieser Arbeit vorkommenden Prozesse mußten die Programmpakete `FeynArts` und `FormCalc` [67] auf das MSSM mit komplexen Parametern erweitert werden. Die damit verbundenen umfangreichen Tests sind zusammen mit den Programmpaketen und ihren Erweiterungen in Kapitel 5 beschrieben.

In Kapitel 6 sind die virtuellen Effekte des MSSM im Vergleich zum SM in der Produktion von Top-Quarks gemäß der Reaktion $e^+e^- \to t\bar{t}$ untersucht worden. Dieser Prozeß kann an einem zukünftigen e^+e^--Linearbeschleuniger sehr genau untersucht werden, da das

t-Quarkpaar aufgrund seiner großen Masse schwach zerfällt ($t\bar{t} \to bW^+\bar{b}W^-$), bevor die Hadronisierung eintritt. Anders als bei leichten Fermionen können die Yukawa-Kopplungen hier sehr groß werden.

Die Renormierung wurde im ON-SHELL-Schema durchgeführt. Die für den Prozeß relevanten Counterterme sind mit den dafür benötigten bosonischen und fermionischen Selbstenergien in den Kapiteln 4 und 6, bzw. im Anhang B, aufgeführt.

Die schwachen und die SUSY-QCD-Strahlungskorrekturen für den Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ wurden in Kapitel 6 aus den generischen Feynman-Diagrammen berechnet, welche komplett in Anhang B zu finden sind. Da nur die Elektronmasse, nicht jedoch die Masse des auslaufenden Fermions und dessen Isospinpartners vernachlässigt wurde, sind die vorgestellten Formeln auch für die Produktion von leichten Fermionen ($f \neq e, \nu_e$) anwendbar. Die QED-Korrekturen im MSSM stammen aus den selben Diagrammen wie im SM, so daß man die Ergebnisse von [108] übernehmen kann. Das gleiche gilt für die Standard-QCD-Korrekturen, die [109] entnommen werden können.

Mit Hilfe eines von `FeynArts` und `FormCalc` erzeugten FORTRAN-Programms wurde schließlich die Größe der virtuellen 1-Schleifenbeiträge der $\mu^+\mu^-$-, $\sum_{q\neq t} q\bar{q}$-, und $t\bar{t}$-Produktion untersucht. Dabei wurde die Differenz zwischen dem MSSM und dem SM für den totalen Wirkungsquerschnitt betrachtet.

Es zeigte sich in Kapitel 6, daß im Kontinuum für $e^+e^- \to \mu^+\mu^-$ die Abweichungen vom SM immer negativ sind und die relative Differenz Δ (6.49) Werte bis maximal -1.7% erreichen kann, bei einer experimentellen Genauigkeit von 0.5% [110]. Für $e^+e^- \to \sum_{q\neq t} q\bar{q}$ kann Δ Werte bis zu -3.7% erreichen bei einer Genauigkeit von 0.2% [110]. Die Analysen der LEP2 Daten zu den Prozessen $e^+e^- \to f\bar{f}$ erbrachten im Rahmen der experimentellen Genauigkeit jedoch keine signifikanten Abweichungen vom SM [5]. Im Fall der $t\bar{t}$-Produktion kann im Kontinuum der Betrag der relativen Abweichung $\overline{\Delta}_{ee\to tt}$ (6.53) die 4%-Marke nicht übersteigen und wird für schwere SUSY-Teilchen meist kleiner als 1%. Da es mit einem e^+e^--Linearbeschleuniger wahrscheinlich möglich sein wird, alle verschiedene Produktions- und Zerfalls-Formfaktoren des Top-Quarks bis auf wenige Prozent genau zu messen [136], könnten diese Effekte mit einem Linearbeschleuniger nachweisbar sein, für die Parameterbereiche, wo die Unterschiede zwischen dem SM und dem MSSM im Prozentbereich liegen.

Es stellte sich heraus, daß die drei physikalischen $\mathcal{CP}$-verletzenden Phasen φ_μ, $\varphi_{\tilde{t}}$ und $\varphi_{\tilde{b}}$ (wobei allerdings immer $\varphi_{\tilde{b}} = \varphi_{\tilde{t}}$ gewählt worden ist, oder äquivalent dazu φ_μ und φ_A) nur einen sehr geringen Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt haben. Daher wurden in Kapitel 7 die 1-Schleifenausdrücke der Fermion-Dipolformfaktoren, für beliebige komplexe Kopplungen, im MSSM in der 't Hooft–Feynman-Eichung hergeleitet. Die $\mathcal{CP}$-verletzenden Dipolformfaktoren hängen explizit vom Imaginärteil von Kombinationen der Kopplungen und damit den komplexen Phasen ab.

Als Anwendung wurden die elektromagnetischen und die schwachen Dipolformfaktoren des t-Quarks (für $s > 4m_t^2$) im MSSM, mit R-Paritätserhaltung und nicht-universalen Soft-Brechungsparametern, berechnet. Der MSSM Parameterraum wurde für die Suche nach den größten Beiträgen zu den Dipolformfaktoren variiert. Die t-Quark-Dipolformfaktoren sind für kleine $\tan\beta$ größer als für $\tan\beta = 40$. Die Werte hängen stark von der Schwerpunktsenergie und den gewählten SUSY-Parametern ab. Die Real- und Imaginärteile können die gleiche Größe erreichen: Bei $\sqrt{s} = 500$ GeV sind die elektrischen und die schwachen elektrischen Dipolformfaktoren des t-Quarks von der Ordnung $\mathcal{O}(10^{-19})\, e\,\text{cm}$.

Jenseits der Z-Resonanz sind die elektromagnetischen und die schwachen Dipolformfaktoren von gleicher Relevanz, aber nicht ausreichend um alle physikalischen Effekte (speziell die $\mathcal{CP}$-Verletzung) zu parametrisieren. Die t-Paarproduktion bei e^+e^--Beschleunigern illustriert diese Tatsache.

Die verschiedenen Beiträge der Vertex- und Boxdiagramme zu den $\mathcal{CP}$-ungeraden Spinobservablen, welche auf den t- und $\bar{t}$-Polarisationsvektoren basieren, wurden berechnet. Es gibt keine 1-Schleifenbeiträge aus dem SM-Sektor. Es wurde gezeigt, daß für den Parameter-Satz, der zu großen Dipolformfaktoren führt, die SUSY-Boxdiagramme von gleicher Größenordnung, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen beitragen. Dies zusammen ergibt einen viel kleineren $\mathcal{CP}$-verletzenden Effekt.

Ein anderer Parameter-Satz zeigte für kleinere Dipolformfaktoren einen größeren kombinierten Effekt. Mit ähnlichem Ergebnis wurde die gleiche Analyse auch für Impulsobservable, basierend auf den Impulsen der t- und $\bar{t}$-Zerfallsprodukte, durchgeführt. Die Kanäle, in welchen die Leptonen und b-Quarks als Spinanalysatoren fungieren, wurden unter der Annahme von $\mathcal{CP}$-erhaltenden SM-Zerfällen des t-Quarks und der "Narrow-Width-Approximation" benutzt. Wie erwartet sind die Leptonen die besten t-Spinanalysatoren. Das Signal-zu-Untergrund Verhältnis r (7.32) der Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ (7.19) ist am sensitivsten auf die $\mathcal{CP}$-Verletzung in der t-Paarproduktion. Im leptonischen Kanal werden daher auch die maximalen Werte $r \simeq 3\cdot 10^{-3}$ erreicht. Für einen 1-σ-Effekt wäre jedoch ca. eine Größenordnung mehr notwendig. Das gleiche gilt auch für die anderen Kanäle, obwohl da die Statistik für solche Ereignisse größer ist.

Schließlich wurden in Kapitel 8 die hadronischen Wirkungsquerschnitte für die Prozesse $pp \to t\bar{t}$ und $p\bar{p} \to t\bar{t}$ berechnet und die $\mathcal{CP}$-verletzende Spinobservable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ untersucht und die Ergebnisse diskutiert. Dazu mußten zuerst die partonischen Unterprozesse $gg \to t\bar{t}$ und $q\bar{q} \to t\bar{t}$ $(q = u, d, c, s, b)$ berechnet werden. Dies geschah, nach dem Erstellen der MSSM *model files* und einigen *driver files* und dem Einbau der Counterterme in `SMQCD.mod`, wieder mit Hilfe der von `FeynArts` und `FormCalc` erzeugten FORTRAN-Programme. Danach wurde die Faltung mit den Partonverteilungsfunktionen vorgenommen. Durch einen MSSM-Parameter-Scan wurden jeweils die beiden MSSM-Parameter-Sätze für den LHC (8.46) bzw. das TEVATRON (8.51) ausgesucht, die die größten Werte für die $\mathcal{CP}$-verletzende Observable $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ lieferten und damit die maximale $\mathcal{CP}$-Verletzung. Das Signal-zu-Untergrund Verhältnis r der Spinobservablen $\langle\overline{\mathcal{O}}_5\rangle$ kann dabei am LHC, in den Kanälen $b-b$, $\ell-b$ und $\ell-\ell$, die folgenden Werte erreichen: $|r| = 2.71\cdot 10^{-3}, 1.86\cdot 10^{-3}, 7.40\cdot 10^{-3}$. Dies entspricht jeweils einem 5-σ-, 2.8-σ- und 4.6-σ-Effekt. Dagegen ist am TEVATRON nicht einmal ein 1-σ-Effekt möglich. Der hadronische Wirkungsquerschnitt (ohne Standard-QED- und -QCD-Korrekturen) ergibt sich mit den für die $\mathcal{CP}$-verletzenden Observablen optimierten Parameter-Sätzen zu $\sigma = 497$ pb am LHC und $\sigma = 5.4$ pb am TEVATRON. Die relative Differenz Δ erreicht mit diesen Parametern für den LHC $+1\%$ und für das TEVATRON -0.5%. Für andere Parameter können jedoch bis zu -10% Abweichung vom Born-Wirkungsquerschnitt erreicht werden [106].

Anhang A

Konventionen, Massen und Integrale

A.1 Abkürzungen

(A)(W)(M)DFF	(Anomalous) (Weak) (Magnetic) Dipol Form Factor ((Anomaler) (Schwacher) (Magnetischer) Dipolformfaktor)
(A)(W)MDM	(Anomalous) (Weak) Magnetic Dipole Moment ((Anomales) (Schwaches) Magnetisches Dipolmoment)
CDR	Constrained Differential Renormalization
CEDFF	Chromo-Electric Dipol Form Factor (Chromo-elektrischer DFF)
CKM	Cabbibo-Kobayashi-Maskawa
CMS	Center-of-Mass System (Schwerpunktsystem)
DRED	Dimensionale REDuktion
DREG	Dimensionale REGularisierung
FCNC	Flavour Changing Neutral Current (Flavour-ändernder neutraler Strom)
GUT	Grand Unified Theory (Große vereinheitlichte Theorie)
IR	InfraRot
LC	Linear Collider (Linearbeschleuniger)
LEP	Large Electron Positron Collider
LHC	Large Hadron Collider
MSSM	Minimales Supersymmetrisches Standard Modell
QED	QuantenElektroDynamik
QCD	QuantenChromoDynamik
SLC	Stanford Linear Collider
SM	StandardModell
SUGRA	SUperGRAvitation
SUSY	SUperSYmmetrie (oder SUperSYmmetrisch)
VEV	Vacuum Expectation Value (Vakuumerwartungswert)
(W)(E)DFF	(Weak) (Electric) Dipole Form Factor ((Schwacher) (Elektrischer) DFF)
(W)(E)DM	(Weak) (Electric) Dipole Moment ((Schwaches) (Elektrisches) Dipolmoment)
WQ	WirkungsQuerschnitt
2HDM	2-Higgs-Dublett-Modell

A.2 Konventionen

Wenn nicht anders angegeben, wird über wiederholte Indizes summiert (Einsteinsche Summenregel), wobei römische Buchstaben von 1 bis 3 und griechische von 0 bis 3 laufen. Die Ausnahme von dieser Regel sind κ und λ, die entweder '+' oder '−' sind. Es werden durchgehend "natürliche" Einheiten verwendet mit $\hbar = c = 1$.

- Minkowski-Metrik (nach Bjorken/Drell):

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \mathbf{diag}(1, -1, -1, -1) \ , \qquad ds^2 = dt^2 - d\vec{x}^2 \ . \tag{A.1}$$

Ko- und kontravariante Vierervektoren:

$$x_\mu = (x_0, x_1, x_2, x_3) = (x_0, -\vec{x}) \ , \qquad x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (x^0, \vec{x}) \ . \tag{A.2}$$

Ko- und kontravariante Vierergradienten:

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}) \ , \qquad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla}) \ . \tag{A.3}$$

- γ-Matrizen: Sie sind definiert durch die Antikommutatorrelation

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}\mathbb{1} \ . \tag{A.4}$$

Aus den vier γ-Matrizen läßt sich eine fünfte definieren, gemäß

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \ , \qquad \gamma^5\gamma_5 = \mathbb{1} \ , \qquad \{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \ . \tag{A.5}$$

Dirac-Darstellung der γ-Matrizen (Die σ^k $(k = 1, 2, 3)$ sind die Pauli-Matrizen.):

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \ , \qquad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix} \ , \qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \ . \tag{A.6}$$

Weyl- oder chirale Darstellung der γ-Matrizen:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \ , \qquad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix} \ , \qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -\mathbb{1} & 0 \\ 0 & \mathbb{1} \end{pmatrix} \ . \tag{A.7}$$

Spur-Relationen:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Tr}(\mathbb{1}) &= 4 \\
\mathrm{Tr}(\gamma_\mu\gamma_\nu) &= 4g_{\mu\nu} \\
\mathrm{Tr}(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) &= 4(g_{\mu\nu}g_{\rho\sigma} - g_{\mu\rho}g_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}g_{\nu\rho}) \\
\mathrm{Tr}(\text{ungerade } \# \text{ von } \gamma's) &= Tr(\gamma_5) = \mathrm{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu) = Tr(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu) = \mathrm{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho) = 0 \\
\mathrm{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) &= -4i\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \ .
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Eine Definition von γ_5 in D Dimensionen erfordert eine besondere Sorgfalt [137]. Es reicht für diese Arbeit jedoch aus, die Antikommutatorrelation (A.5) und die Spur-Relationen (A.8) in 4 Dimensionen zu fordern.

- Projektionsoperatoren für rechts-/linkshändige Felder:

$$\omega^\pm = \frac{1}{2}(\mathbb{1} \pm \gamma_5) \ . \tag{A.9}$$

A.3 Massen und Konstanten aus dem SM

In diesem Abschnitt werden alle Massen und Konstanten angegeben, die aus dem SM in das MSSM übernommen werden und in dieser Arbeit verwendet worden sind. Wenn nicht anders angegeben, wurden die Werte aus [12] entnommen.

- Leptonmassen:

$$\begin{aligned} m_e &= 0.510998902 \text{ MeV} , & m_{\nu_e} &= 0 \text{ GeV} , \\ m_\mu &= 0.105658357 \text{ GeV} , & m_{\nu_\mu} &= 0 \text{ GeV} , \\ m_\tau &= 1.77703 \text{ GeV} , & m_{\nu_\tau} &= 0 \text{ GeV} . \end{aligned} \tag{A.10}$$

- Quarkmassen:

$$\begin{aligned} m_u &= 51.4 \text{ MeV} , & m_d &= 51.4 \text{ MeV} , \\ m_c &= 1.55 \text{ GeV} , & m_s &= 150 \text{ MeV} , \\ m_t &= 174.3 \text{ GeV} , & m_b &= 4.7 \text{ GeV} . \end{aligned} \tag{A.11}$$

  Bei den Größen für m_u und m_d handelt es sich um effektive Parameter, die sich durch Anpassung der hadronischen Beiträge zu $\Delta\alpha$ ergeben [138]:

$$\Delta\alpha^{(5)}_{\text{had}}(M_Z^2) = \frac{\alpha}{\pi} \sum_{f=u,c,d,s,b} Q_f^2 \Big(\log \frac{M_Z^2}{m_f^2} - \frac{5}{3}\Big) \stackrel{!}{=} 0.027896 .$$

- Die CKM-Matrix wurde in dieser Arbeit näherungsweise als Einheitsmatrix angenommen.

- Eichbosonmassen:

$$m_\gamma = 0 \text{ GeV} , \qquad M_Z = 91.1882 \text{ GeV} , \qquad M_W = 80.419 \text{ GeV} . \tag{A.12}$$

- Fermi-Konstante:

$$G_\mu = 1.16639 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} . \tag{A.13}$$

- Kopplungskonstanten:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = 1/137.03599976 , \qquad \alpha_s(M_Z^2) = 0.1185 . \tag{A.14}$$

- Laufende $\overline{\text{MS}}$-Kopplungskonstanten:

$$\overline{\alpha}(s) = \frac{\overline{\alpha}(M_Z^2)}{1 - \frac{20}{9} \frac{\overline{\alpha}(M_Z^2)}{\pi} \ln \frac{s}{M_Z^2}} , \tag{A.15}$$

  mit $\overline{\alpha}(M_Z^2)^{-1} = 127.934$ [12]. Die laufende starke $\overline{\text{MS}}$-Kopplungskonstante $\alpha_s(s)$ wird mit Hilfe der Programmbibliothek PDFLIB [135] berechnet.

A.4 MSSM Higgs-Bosonmassen

Der neutrale Higgs-Sektor ist durch die Wahl von $\tan\beta = v_2/v_1$ und der Masse M_A des $\mathcal{CP}$-ungeraden neutralen Higgs-Bosons A^0 festgelegt. Für die anderen neutralen Higgs-Bosonmassen, welche signifikante Strahlungskorrekturen erhalten, wird die 2-Schleifenapproximation aus Ref. [139] benutzt.

A.4.1 Massenformel für neutrale $\mathcal{CP}$-gerade Higgs-Bosonen

Hier folgen nun die Massenformeln für die neutralen $\mathcal{CP}$-geraden Higgs-Bosonen des MSSM, so wie sie in `mssm_ini.F` implementiert wurden. Die Notationen und eine ausführlichere Beschreibung kann aus den Referenzen [139, 140, 141, 142] entnommen werden.

Die Massenmatrix der neutralen $\mathcal{CP}$-geraden Higgs-Bosonen mit Korrekturen aus höheren Ordnungen kann in der Basis der schwachen Eigenzustände ϕ_1, ϕ_2 durch M_Z, M_A und $\tan\beta$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{pmatrix} M_A^2 \sin^2\beta + M_Z^2 \cos^2\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) & -(M_A^2 + M_Z^2)\sin\beta\cos\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) \\ -(M_A^2 + M_Z^2)\sin\beta\cos\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) & M_A^2\cos^2\beta + M_Z^2\sin^2\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_2}(0) \end{pmatrix} . \tag{A.16}$$

Die Higgs-Bosonmassen m_h und m_H können in guter Näherung aus der Diagonalisierung der korrigierten Higgs-Massenmatrix mit Mischungswinkel α_{eff} gewonnen werden:

$$\alpha_{\text{eff}} = \arctan\left[\frac{-(M_A^2 + M_Z^2)\sin\beta\cos\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}}{M_Z^2\cos^2\beta + M_A^2\sin^2\beta - \hat{\Sigma}_{\phi_1} - m_h^2}\right] , \tag{A.17}$$

dabei bezeichnet $\hat{\Sigma}_\phi(0)$ ($\phi = \phi_1, \phi_1\phi_2, \phi_2$) die jeweilige renormierte Higgs-Boson Selbstenergie in der ϕ_1-ϕ_2-Basis und m_h^2 ist durch Gl. (A.32) gegeben.

Die Massen der Higgs-Bosonen erhalten Beiträge aus allen Sektoren des MSSM, aber nicht alle sind numerisch von gleicher Relevanz. Führende Ordnungen jenseits $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ wurden durch Verwendung der $\overline{\text{MS}}$-Top-Quarkmasse (anstelle der Polmasse m_t) in den $t/\tilde{t}$-Beiträgen berücksichtigt.

$$\overline{m}_t = \overline{m}_t(m_t) \approx \frac{m_t}{1 + \frac{4}{3\pi}\alpha_s}\,(m_t^2) , \tag{A.18}$$

Dies führt zu einem zusätzlichen Beitrag in $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$.

Die renormierten Higgs-Boson Selbstenergien $\hat{\Sigma}_\phi(0)$ umfassen die folgenden Beiträge:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) &= \hat{\Sigma}_{\phi_1}^{(1)}(0) + \hat{\Sigma}_{\phi_1}^{(2)}(0) + (\Delta\mathcal{M}_{11}^2)_{1\text{LL}} + (\Delta\mathcal{M}_{11}^2)_{\text{mix}} \\ \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) &= \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}^{(1)}(0) + \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}^{(2)}(0) + (\Delta\mathcal{M}_{12}^2)_{1\text{LL}} + (\Delta\mathcal{M}_{12}^2)_{\text{mix}} \\ \hat{\Sigma}_{\phi_2}(0) &= \hat{\Sigma}_{\phi_2}^{(1)}(0) + \hat{\Sigma}_{\phi_2}^{(2)}(0) + (\Delta\mathcal{M}_{22}^2)_{1\text{LL}} + (\Delta\mathcal{M}_{22}^2)_{\text{mix}} \end{aligned} \tag{A.19}$$

Hierbei bezeichen $\hat{\Sigma}_{\phi}^{(1)}$ und $\hat{\Sigma}_{\phi}^{(2)}$ 1- bzw. 2-Schleifenbeiträge des $t/\tilde{t}$-Sektors [140]. $(\Delta\mathcal{M}^2_{ij})_{\rm 1LL}$ bezeichnet die 1-Schleifenbeiträge aller anderen Sektoren außer der $\tilde{b}$-Mischung. $(\Delta\mathcal{M}^2_{ij})_{\rm mix}$ schließlich bezeichnet die 1-Schleifenbeiträge für $\tilde{b}$-Mischung.

In 1-Schleifenordnung erhält man (für allgemeines M_A) die folgenden Beiträge zu den renormierten Higgs-Boson Selbstenergien (ausgedrückt durch die t-Quark Polmasse):

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1}^{(1)}(0) = \frac{G_\mu \sqrt{2}}{\pi^2}\, M_Z^4\, \Lambda\, \cos^2\beta\, \ln\left(\frac{m_t^2}{M_S^2}\right) , \tag{A.20}$$

$$\hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}^{(1)}(0) = -\frac{G_\mu \sqrt{2}}{\pi^2}\, M_Z^2\, \cot\beta\, \left[-\frac{3}{8}\, m_t^2 + M_Z^2\, \Lambda\, \sin^2\beta\right] \ln\left(\frac{m_t^2}{M_S^2}\right) , \tag{A.21}$$

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}_{\phi_2}^{(1)}(0) = \frac{G_\mu \sqrt{2}}{\pi^2}\, \frac{m_t^4}{8\,\sin^2\beta} \Bigg\{ &-2\,\frac{M_Z^2}{m_t^2} + \frac{11}{10}\,\frac{M_Z^4}{m_t^4} \\ &+ \left[12 - 6\,\frac{M_Z^2}{m_t^2}\,\sin^2\beta\, + 8\,\frac{M_Z^4}{m_t^4}\,\Lambda\,\sin^4\beta\right] \ln\left(\frac{m_t^2}{M_S^2}\right) \\ &+ \frac{\left(M_t^{LR}\right)^2}{M_S^2}\left[-12 + 4\,\frac{M_Z^2}{m_t^2} + 6\,\frac{m_t^2}{M_S^2}\right] + \frac{\left(M_t^{LR}\right)^4}{M_S^4}\left[1 - 4\,\frac{m_t^2}{M_S^2} + 3\,\frac{m_t^4}{M_S^4}\right] \\ &+ \frac{\left(M_t^{LR}\right)^6}{M_S^6}\left[\frac{3}{5}\,\frac{m_t^2}{M_S^2} - \frac{12}{5}\,\frac{m_t^4}{M_S^4} + 2\,\frac{m_t^6}{M_S^6}\right] \\ &+ \frac{\left(M_t^{LR}\right)^8}{M_S^8}\left[\frac{3}{7}\,\frac{m_t^4}{M_S^4} - \frac{12}{7}\,\frac{m_t^6}{M_S^6} + \frac{3}{2}\,\frac{m_t^8}{M_S^8}\right]\Bigg\} ,\end{aligned} \tag{A.22}$$

mit

$$\Lambda = \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{3}\,s_w^2 + \frac{4}{9}\,s_w^4\right), \qquad s_w^2 = 1 - \frac{M_W^2}{M_Z^2} . \tag{A.23}$$

Dabei ist M_S gegeben durch

$$M_S = \left[M_{\tilde{Q}}^2 M_{\tilde{U}}^2 + m_t^2(M_{\tilde{Q}}^2 + M_{\tilde{U}}^2) + m_t^4\right]^{\frac{1}{4}} . \tag{A.24}$$

Die 2-Schleifen-Yukawa-Korrektur des $t/\tilde{t}$-Sektors der Theorie lautet:

$$\begin{aligned}\hat{\Sigma}_{\phi_1}^{(2)}(0) &= \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}^{(2)}(0) = 0 , \\ \hat{\Sigma}_{\phi_2}^{(2)}(0) &= \frac{G_\mu\sqrt{2}}{\pi^2}\,\frac{\alpha_s(m_t^2)}{\pi}\,\frac{\overline{m}_t^4}{\sin^2\beta}\Bigg[3\,\ln^2\left(\frac{\overline{m}_t^2}{\overline{M}_S^2}\right) - 6\,\ln\left(\frac{\overline{m}_t^2}{\overline{M}_S^2}\right) - 6\,\frac{M_t^{LR}}{\overline{M}_S} \\ &\qquad - 3\frac{\left(M_t^{LR}\right)^2}{\overline{M}_S^2}\ln\left(\frac{\overline{m}_t^2}{\overline{M}_S^2}\right) + \frac{3}{4}\,\frac{\left(M_t^{LR}\right)^4}{\overline{M}_S^4}\Bigg] .\end{aligned} \tag{A.25}$$

$\overline{M}_S$ erhält man dadurch, daß in Gl. (A.24) m_t durch $\overline{m}_t$ ersetzt wird.

Um die führenden QCD-Korrekturen jenseits $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ zu berücksichtigen, wurde die t-Quark Polmasse durch die $\overline{\text{MS}}$-Top-Quarkmasse (A.18), wie oben beschrieben, in den 2-Schleifenbeiträgen ersetzt.

Nun werden noch die 1-Schleifenbeiträge der anderen Sektoren des MSSM aus den Referenzen [143, 144] aufgelistet.

Alle anderen Sektoren ohne $\tilde{b}$-Mischung:

$$\begin{aligned}
(\Delta\mathcal{M}^2_{11})_{1\mathrm{LL}} &= \frac{G_\mu\, M_Z^4}{12\,\sqrt{2}\,\pi^2}\Bigg[\Bigg(\frac{12\,N_C\,m_b^4}{M_Z^4\,\cos^4\beta} - \frac{6\,N_C\,m_b^2}{M_Z^2\,\cos^2\beta} + P_b + P_f + P_g + P_{2H}\Bigg)\ln\left(\frac{M^2_{\mathrm{SUSY}}}{M_Z^2}\right) \\
&\quad + \Theta(M_A - M_Z)\,(P_{1H} - P_{2H})\,\ln\left(\frac{M_A^2}{M_Z^2}\right)\Bigg]\cos^2\beta \;\;, \\
(\Delta\mathcal{M}^2_{22})_{1\mathrm{LL}} &= \frac{G_\mu\, M_Z^4}{12\,\sqrt{2}\,\pi^2}\Bigg[\Big(P_b + P_f + P_g + P_{2H}\Big)\ln\left(\frac{M^2_{\mathrm{SUSY}}}{M_Z^2}\right) \\
&\quad + \Theta(M_A - M_Z)\,(P_{1H} - P_{2H})\,\ln\left(\frac{M_A^2}{M_Z^2}\right)\Bigg]\sin^2\beta \;\;, \\
(\Delta\mathcal{M}^2_{12})_{1\mathrm{LL}} &= -\frac{G_\mu\, M_Z^4}{12\,\sqrt{2}\,\pi^2}\Bigg[\Bigg(P_b - \frac{3\,N_C\,m_b^2}{M_Z^2\,\cos^2\beta} + P_f + P_g' + P_{2H}'\Bigg)\ln\left(\frac{M^2_{\mathrm{SUSY}}}{M_Z^2}\right) \\
&\quad - \Theta(M_A - M_Z)\,(P_{1H} + P_{2H}')\,\ln\left(\frac{M_A^2}{M_Z^2}\right)\Bigg]\sin\beta\,\cos\beta \;\;,
\end{aligned} \tag{A.26}$$

mit

$$\begin{aligned}
P_b &= N_C(1 + 4Q_b s_w^2 + 8Q_b^2 s_w^4) \\
P_f &= N_C(N_G - 1)(2 - 4s_w^2 + 8(Q_t^2 + Q_b^2)s_w^4) + N_G(2 - 4s_w^2 + 8s_w^4) \\
P_g &= -44 + 106\,s_w^2 - 62\,s_w^4 \;, \qquad P_g' = 10 + 34\,s_w^2 - 26\,s_w^4 \\
P_{1H} &= -9\cos^4 2\beta \; + (1 - 2\,s_w^2 + 2\,s_w^4)\cos^2 2\beta \\
P_{2H} &= -10 + 2\,s_w^2 - 2\,s_w^4 \;, \qquad P_{2H}' = 8 - 22\,s_w^2 + 10\,s_w^4 \\
Q_t &= \frac{2}{3}\;, \quad Q_b = -\frac{1}{3}\;, \quad N_C = 3\;, \quad N_G = 3\;,
\end{aligned} \tag{A.27}$$

und

$$\Theta(M_A - M_Z) = \begin{cases} 1 & \text{für } M_A \geq M_Z \\ 0 & \text{für } M_A \leq M_Z \end{cases} \;. \tag{A.28}$$

$\tilde{b}$-Mischung in 1-Schleifenordnung:

$$\begin{aligned}
(\Delta\mathcal{M}^2_{11})_{\mathrm{mix}} &= \frac{G_\mu\,N_C}{4\,\sqrt{2}\,\pi^2\,M^2_{\mathrm{SUSY}}}\Bigg[\frac{4\,m_b^4\,A_b\,M_b^{LR}}{\cos^2\beta}\left(1 - \frac{A_b\,M_b^{LR}}{12\,M^2_{\mathrm{SUSY}}}\right) \\
&\quad - M_Z^2\,m_b^2\,A_b\left(M_b^{LR} + \frac{1}{3}\,A_b\right)\Bigg] \;,
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
(\Delta\mathcal{M}^2_{22})_{\rm mix} = & \frac{-G_\mu\, N_C}{4\,\sqrt{2}\,\pi^2\, M^2_{\rm SUSY}} \left[\frac{m_b^4\, \mu^2\, (M_b^{LR})^2}{3\, M^2_{\rm SUSY}\, \cos^2\beta} \right. \\
& \left. + M_Z^2\, m_b^2\, \mu\, \tan\beta\, \left(M_b^{LR} + \frac{1}{3}\, \mu\, \tan\beta \right) \right] , \\
(\Delta\mathcal{M}^2_{12})_{\rm mix} = & \frac{-G_\mu\, N_C}{8\,\sqrt{2}\,\pi^2\, M^2_{\rm SUSY}} \left[\frac{4\, m_b^4\, \mu\, M_b^{LR}}{\cos^2\beta} \left(1 - \frac{A_b\, M_b^{LR}}{6\, M^2_{\rm SUSY}} \right) \right. \\
& \left. - M_Z^2\, m_b^2\, \tan\beta\, \left[M_b^{LR}\, (A_b + \mu\, \cot\beta\,) + \frac{1}{3}\, (\mu^2 + A_b^2) \right] \right] . \qquad \text{(A.29)}
\end{aligned}
$$

Um noch die führenden 2-Schleifen-Yukawa-Korrekturen in $\mathcal{O}(\alpha^2)$ für das leichteste Higgs-Boson mitzunehmen, benutzt man noch das Ergebnis aus Ref. [145, 146]:

$$
\Delta m_h^{2,\alpha^2} = \frac{3}{4\,\pi^2}\, \frac{\overline{m}_t^4}{v^2} \left[\frac{1}{16\,\pi^2} \left(\frac{3}{2}\, \frac{\overline{m}_t^2}{v^2} \right) \left(\tilde{X}_t t + t^2 \right) \right] , \qquad \text{(A.30)}
$$

wobei

$$
\begin{aligned}
\tilde{X}_t = & \left(\frac{m^2_{\tilde{t}_2} - m^2_{\tilde{t}_1}}{4\,\overline{m}_t^2}\, \left(2\, U^t_{11}\, U^t_{12} \right)^2 \right)^2 \left(2 - \frac{m^2_{\tilde{t}_2} + m^2_{\tilde{t}_1}}{m^2_{\tilde{t}_2} - m^2_{\tilde{t}_1}}\, \ln\left(\frac{m^2_{\tilde{t}_2}}{m^2_{\tilde{t}_1}} \right) \right) \\
& + \frac{m^2_{\tilde{t}_2} - m^2_{\tilde{t}_1}}{2\,\overline{m}_t^2}\, \left(2\, U^t_{11}\, U^t_{12} \right)^2 \ln\left(\frac{m^2_{\tilde{t}_2}}{m^2_{\tilde{t}_1}} \right) , \\
v = & \, v(\overline{m}_t) = 174.1\ \text{GeV} , \qquad t = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{m^2_{\tilde{t}_1}\, m^2_{\tilde{t}_2}}{\overline{m}_t^4} \right) . \qquad \text{(A.31)}
\end{aligned}
$$

Die U^q_{ij} sind die Einträge der Matrix $\mathbf{U}_{\tilde{f}}$ in Gl. (4.62).

Die kombinierten Selbstenergien (A.19) müssen in die Higgs-Massenmatrix (A.16) eingesetzt werden. Dann ergibt die Diagonalisierung von (A.16) die Massenquadrate der neutralen $\mathcal{CP}$-geraden Higgs-Bosonen:

$$
\begin{aligned}
m^2_{H,h} = & \frac{1}{2}(M_A^2 + M_Z^2 - \hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) - \hat{\Sigma}_{\phi_2}(0)) \pm \left\{ \frac{1}{4} \Big[(M_A^2 + M_Z^2)^2 + (\hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) - \hat{\Sigma}_{\phi_2}(0))^2 \Big] \right. \\
& - M_A^2\, M_Z^2\, \cos^2 2\beta\, + \frac{1}{2}(\hat{\Sigma}_{\phi_1}(0) - \hat{\Sigma}_{\phi_2}(0)) \cos 2\beta\, (M_A^2 - M_Z^2) \\
& \left. + \hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0) \sin 2\beta\, (M_A^2 + M_Z^2) + (\hat{\Sigma}_{\phi_1\phi_2}(0))^2 \right\}^{\frac{1}{2}} + \begin{cases} 0 & \text{für } H \\ \Delta m_h^{2,\alpha^2} & \text{für } h \end{cases} . \qquad \text{(A.32)}
\end{aligned}
$$

A.4.2 Massenformel für komplexe Parameter

Im Fall komplexer Phasen muß eine einfachere Approximation benutzt werden. Für die Higgs-Massen sind die dominanten 1-Schleifenbeiträge die führenden m_t^4-Terme [147].

In dieser einfachen Näherung mit ungemischten $\tilde{t}_L$ und $\tilde{t}_R$ lautet die Higgs-Boson-Selbstenergie:

$$\hat{\Sigma}^{(1)}_{\phi_2}(0) = \frac{N_C\, G_\mu}{\sqrt{2}\,\pi^2} \frac{m_t^4}{\sin^2\beta} \ln\left(\frac{m_{\tilde{t}_L} m_{\tilde{t}_R}}{m_t^2}\right) , \tag{A.33}$$

dabei ist $N_C = 3$ der Farbfaktor.

Wird zusätzlich die Aufspaltung der $\tilde{t}$-Massen vernachlässigt (sie verschwindet bei $\tan\beta = 1$), so gilt $m_{\tilde{t}_L} m_{\tilde{t}_R} = M_S^2$ (M_S ist in Gl. (A.24) definiert). Die führenden Terme der Strahlungskorrekturen sind dann proportional zur vierten Potenz der t-Masse und dem Logarithmus der Soft-Brechungsparameter $M_{\tilde{Q}}$ und $M_{\tilde{U}}$. Sie lassen sich nun unter Verwendung der $\overline{\text{MS}}$-Top-Quarkmasse schreiben als

$$\hat{\Sigma}^{(1)}_{\phi_2}(0) = \frac{N_C\, G_\mu}{\sqrt{2}\,\pi^2} \frac{\overline{m}_t^4}{\sin^2\beta} \ln\sqrt{1 + \frac{M_{\tilde{Q}}^2\, M_{\tilde{U}}^2}{\overline{m}_t^4} + \frac{M_{\tilde{Q}}^2 + M_{\tilde{U}}^2}{\overline{m}_t^2}} \,. \tag{A.34}$$

Alle anderen Beiträge sind null.

In Abb. A.1 wird m_h in Abhängigkeit von $A = A_t = A_b$ bzw. μ für verschiedene Parameter dargestellt. In der oberen Abbildung läßt sich die gepunktete Linie nicht weiter nach unten fortsetzen, da sonst die quadratischen Eigenwerte der $\tilde{t}$-Massenmatrix negativ werden.

A.4.3 Massenformel für geladene Higgs-Bosonen

Für die geladenen Higgs-Bosonen ergeben sich nur kleine Strahlungskorrekturen. Die folgende Formel ist Ref. [144] entnommen und dabei wurden die Werte $N_C = 3$, $N_G = 3$ und $N_H = 2$, welche die Anzahl der Farben, Familien und Higgs-Dubletts bezeichnen, schon eingesetzt:

$$\begin{aligned} M_{H^\pm}^2 = M_A^2 + M_W^2 + \frac{5\,\alpha\, M_W^2}{2\,\pi\, c_w^2} \ln\left(\frac{M_{\text{SUSY}}}{M_W}\right) + \frac{3\,\alpha}{4\,\pi\, s_w^2\, M_W^2} \left[\frac{2\,\overline{m}_t^2\, m_b^2}{\sin^2\beta\, \cos^2\beta}\right. \\ \left. - M_W^2 \left(\frac{\overline{m}_t^2}{\sin^2\beta} + \frac{m_b^2}{\cos^2\beta}\right) + \frac{2}{3} M_W^4\right] \ln\left(\frac{M_{\text{SUSY}}}{\overline{m}_t}\right) , \end{aligned} \tag{A.35}$$

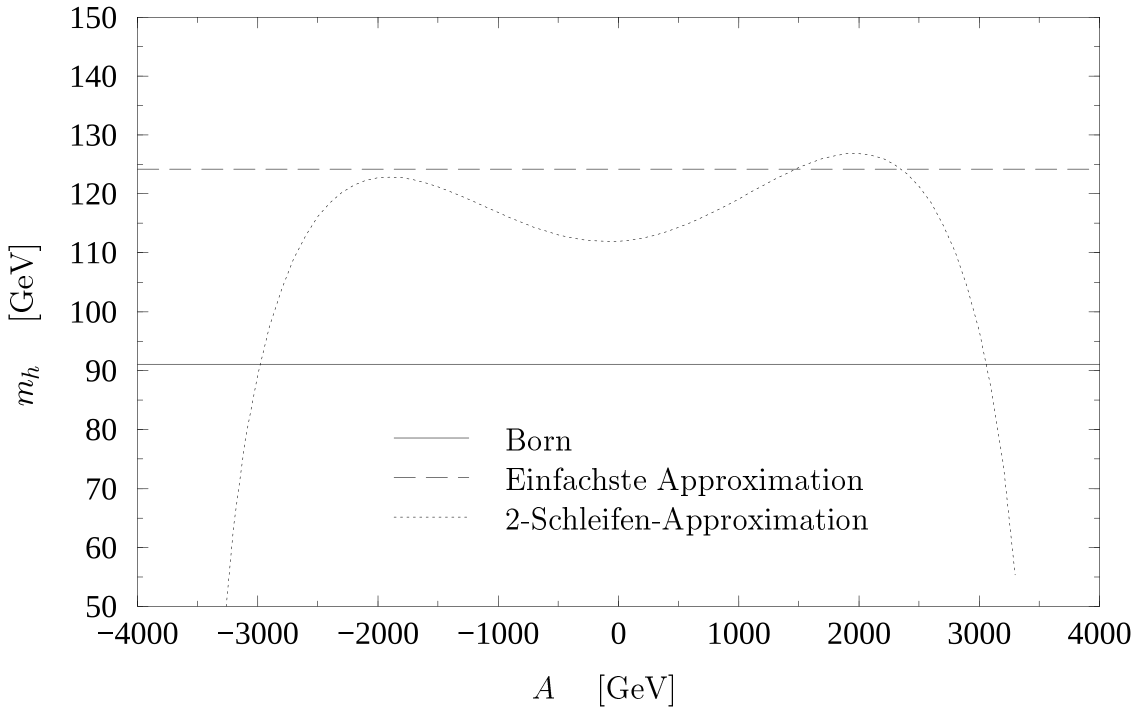
M_{SUSY} charakterisiert die Skala für die SUSY-Brechung und ist in dieser Arbeit durch Gl. (4.65) festgelegt. Es ist außerdem zu beachten, daß Gl. (A.35) nur für $M_A \sim \mathcal{O}(M_Z)$ und $M_{\text{SUSY}}^2 \gg M_Z^2$ anwendbar ist [144]. (In der Praxis wurde $M_A \leq 250$ GeV und $M_{\text{SUSY}} \geq 250$ GeV benutzt.)

Da die Strahlungskorrekturen für das h^0-Boson relativ groß werden können, wurden die oben angegebenen Massenformeln (A.32) und (A.35) durchgehend benutzt.

A.5 Massenschranken an SUSY-Teilchen

Die untere Massenschranke für das A^0-Boson liegt bei

$$M_A \geqslant 80 \text{ GeV [12]} \,. \tag{A.36}$$



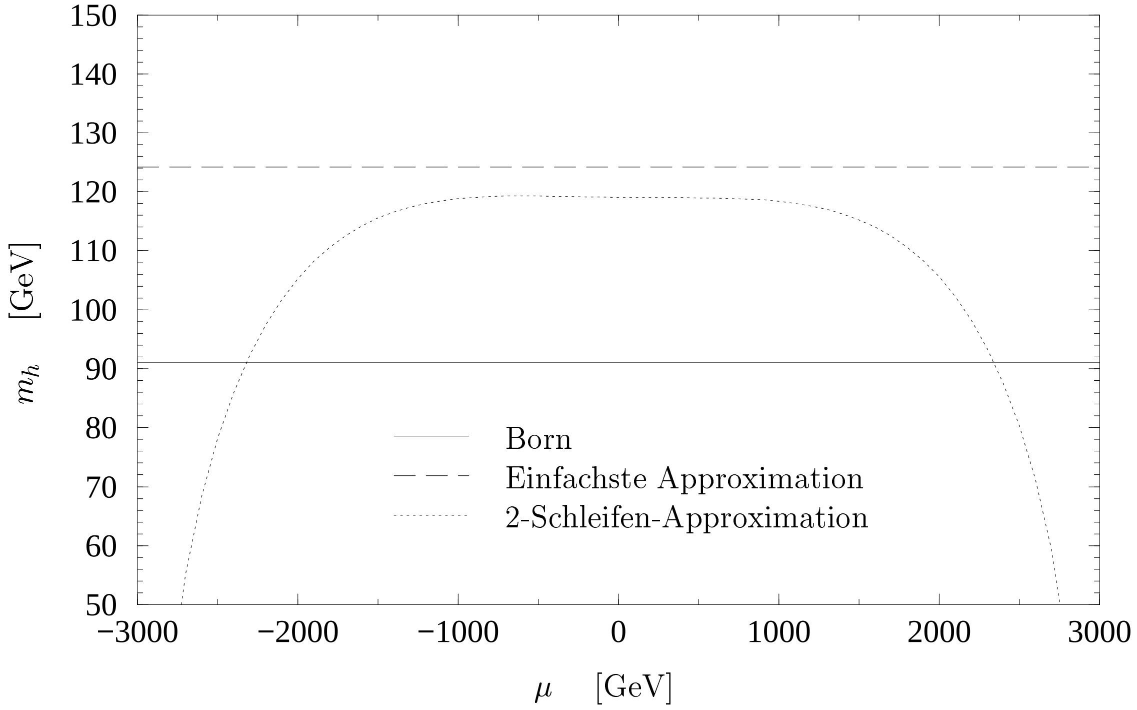


Abb. A.1: *m_h in Abhängigkeit von A für* $M_{\mathrm{SUSY}} = 1000$ GeV, $\mu = -200$ GeV *(oben) und in Abhängigkeit von μ für* $A = M_{\mathrm{SUSY}} = 1000$ GeV *(unten). Dabei ist* $\tan\beta = 40$, $M_A = 500$ GeV *und* $m_t = 175$ GeV.

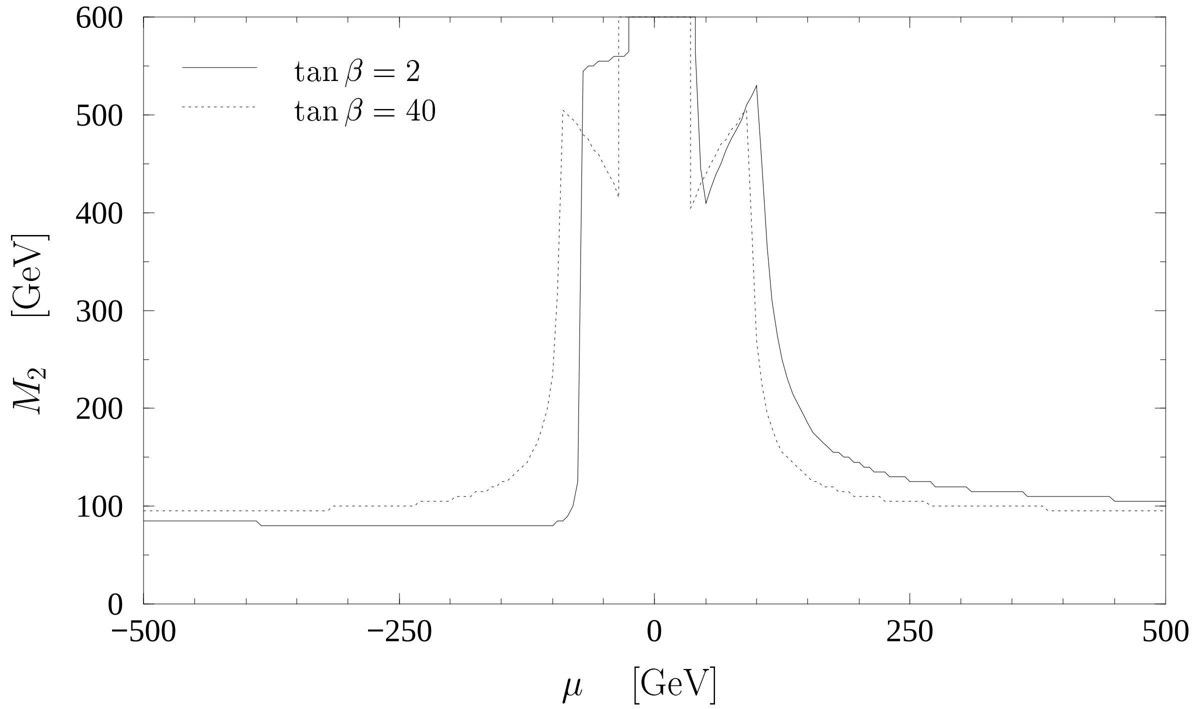


Abb. A.2: *μ-M_2-Parameterbereich der unterhalb der durchgezogenen bzw. gestrichelten Linie durch* $(m_{\tilde{\chi}_1^+} - m_{\tilde{\chi}_1^0} < 10 \text{ GeV} \vee m_{\tilde{\chi}_1^+} > 90 \text{ GeV}) \wedge m_{\tilde{\chi}_1^+} > m_{\tilde{\chi}_1^0} > 23 \text{ GeV} \wedge m_{\tilde{g}} > 175 \text{ GeV}$ *ausgeschlossen ist.*

Die Einschränkungen an $\tan\beta$ sind in spontan gebrochenen SUGRA-Theorien

$$2 \lesssim \tan\beta \lesssim \frac{m_t}{m_b} \approx 40 \, , \tag{A.37}$$

in Einklang mit der experimentellen oberen und unteren Grenze.

Wenn die Teilchenmassen aus diesen Input-Parametern berechnet werden, überprüft das FORTRAN-Programm, ob sie mit den aktuellen unteren Massenschranken konsistent sind. Falls nicht, wird dieser Parameter-Satz übersprungen und eine Warnung ausgegeben. Die experimentellen unteren Schranken der Massen für die SUSY-Teilchen sind:

$$\begin{aligned} m_{\tilde{t}_1} &\geqslant 80 \text{ GeV [148]} \, , & m_h &\geqslant 85 \text{ GeV [150]} \, , \\ m_{\tilde{b}_1} &\geqslant 70 \text{ GeV [148]} \, , & m_{\tilde{\chi}_1^0} &\geqslant 30 \text{ GeV [151]} \, , \\ m_{\tilde{q}\neq\tilde{b},\tilde{t}} &\geqslant 150 \text{ GeV [148]} \, , & m_{\tilde{\chi}_1^-} &\geqslant 90 \text{ GeV [151]} \, , \\ m_{\tilde{\ell}} &\geqslant 70 \text{ GeV [149]} \, , & m_{\tilde{g}} &\geqslant 175 \text{ GeV [12]} \, . \end{aligned} \tag{A.38}$$

Die 1-Schleifenkorrekturen zu den Chargino- und Neutralinomassen liegen typischerweise im Prozentbereich [91] und werden deshalb hier vernachlässigt. In Abb. A.2 ist jeweils der μ-M_2-Parameterbereich unterhalb der durchgezogenen bzw. gestrichelten Linie für die angegebenen Parameter experimentell ausgeschlossen.

A.6 Supersymmetrische Beiträge zu $\Delta\rho$

Der ρ-Parameter [133] mißt bei verschwindenden Impulsüberträgen die relative Stärke der Prozesse mit neutralen zu denjenigen mit geladenen Strömen:

$$\rho = \frac{1}{1-\Delta\rho}\,, \qquad \Delta\rho = \frac{\Pi_{ZZ}(0)}{M_Z^2} - \frac{\Pi_{WW}(0)}{M_W^2}\,, \tag{A.39}$$

wobei $\Pi_{ZZ}(0)$ und $\Pi_{WW}(0)$ die transversalen W- und Z-Bosonselbstenergie sind.

In SUSY-Theorien induzieren die Squarks zusätzliche Beiträge. Daher wurden die MSSM-Beiträge zu $\Delta\rho$ berechnet [152]. Während die $\tilde{t}/\tilde{b}$-Schleifenkorrekturen berücksichtigt wurden, sind die Gluinobeiträge vernachlässigt worden, da sie für große Gluinomassen verschwinden und diese durch die SUSY-GUT-Relation (4.95) meist sehr groß werden ($\mathcal{O}(1~\mathrm{TeV})$). Der ρ-Parameter kann, zusätzlich zu den experimentellen Schranken, Einschränkungen an die Squarkmassen liefern. Ein Wert von $\Delta\rho$ außerhalb des experimentell bevorzugten Bereichs von $\Delta\rho^{\mathrm{SUSY}} \lesssim 3\times 10^{-3}$ [12] zeigt experimentell ausgeschlossene $\tilde{t}$- und $\tilde{b}$-Massen an.

$\tilde{q}_{L,R}$ mischen zu den Masseneigenzuständen $\tilde{q}_{1,2}$ und die nicht-Diagonalelemente der Mischungsmatrix sind proportional zu den Quarkmassen und daher nur für die dritte Generation der Squarks wichtig. Daher ist $\Delta\rho^{\mathrm{SUSY}}$ auf dem 2-Schleifenniveau gleich

$$\begin{aligned}\Delta\rho^{\mathrm{SUSY}} &= U^t_{11}\,U^t_{22}\,U^{t*}_{12}\,U^{t*}_{21}\,f(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{t}_2}) + U^b_{11}\,U^b_{22}\,U^{b*}_{12}\,U^{b*}_{21}\,f(m^2_{\tilde{b}_1}, m^2_{\tilde{b}_2}) \\ &\quad + |U^t_{11}|^2\,|U^b_{11}|^2\,f(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{b}_1}) + |U^b_{21}|^2\,|U^t_{11}|^2\,f(m^2_{\tilde{t}_1}, m^2_{\tilde{b}_2}) \\ &\quad + |U^b_{11}|^2\,|U^t_{21}|^2\,f(m^2_{\tilde{t}_2}, m^2_{\tilde{b}_1}) + |U^t_{21}|^2\,|U^b_{21}|^2\,f(m^2_{\tilde{t}_2}, m^2_{\tilde{b}_2})\Big]\,,\end{aligned} \tag{A.40}$$

dabei sind die U^q_{ij} die Einträge der Matrix $\mathbf{U}_{\tilde{f}}$ Gl. (4.62) und die Funktion

$$f(x,y) = \frac{3\,G_\mu}{8\,\sqrt{2}\,\pi^2} F_1(x,y) + \frac{G_\mu\,\alpha_s(m_t^2)}{4\,\sqrt{2}\,\pi^3} F_2(x,y) \tag{A.41}$$

enthält die 1- und 2-Schleifenbeiträge

$$\begin{aligned}F_1(x,y) &= x + y - \frac{2\,x\,y}{x-y}\ln\frac{x}{y} \\ F_2(x,y) &= x + y - \frac{2\,x\,y}{x-y}\big(2 + \frac{x}{y}\ln\frac{x}{y}\big)\ln\frac{x}{y} + \frac{(x+y)\,x^2}{(x-y)^2}\ln^2\frac{x}{y} \\ &\quad - 2\,(x-y)\,\mathrm{Li}_2\big(1-\frac{x}{y}\big)\,.\end{aligned} \tag{A.42}$$

Die Funktion F_1 verschwindet, wenn $\tilde{t}$ und $\tilde{b}$ die gleiche Masse haben: $F_1(m^2, m^2) = 0$; Im Grenzfall für große Massenaufspaltung gilt: $F_1(m^2, 0) = m^2$. F_2 ist symmetrisch unter Vertauschung von x und y. Wie im Fall der 1-Schleifenfunktion F_1, verschwindet sie für gleiche Massen $F_2(m,m) = 0$, während sie im Fall von großer Massenaufspaltung mit der schweren Squarkmasse anwächst: $F_2(m,0) = m(1+\pi^2/3)$. Die 2-Schleifenbeiträge sind von der Ordnung 10 bis 15% des 1-Schleifenergebnis.

A.7 Tensorintegrale

A.7.1 Dimensionale Regularisierung

Die Berechnung von 1-Schleifendiagrammen beinhaltet eine Integration über den inneren Impuls, die UV-divergent ist. Um diese Integrale wohldefiniert zu machen, müssen die Divergenzen regularisiert werden. In dieser Arbeit wird DREG [92] benutzt, da es die Eichinvarianz erhält. Es ist jedoch bekannt, daß DREG die SUSY bricht. Ein alternatives Regularisierungsverfahren, DRED, das diesen Nachteil nicht besitzt, wurde in [96] vorgestellt. Unterschiede zwischen den beiden Verfahren treten nur als lokale Terme bei fermionischen Selbstenergien auf. Für die Fermion-Paarerzeugung in e^+e^-- und Hadron-Kollisionen ergibt sich allerdings kein Unterschied zwischen DREG und DRED bzw. CDR [95][1]. Dies wurde numerisch mit CDR überprüft.

Die Vorgehensweise bei DREG besteht darin, die vierdimensionale Raumzeit durch eine D-dimensionale zu ersetzen, so daß das Integral über den Schleifenimpuls q in ein konvergentes Integral übergeht

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 q}{(2\pi)^4} \quad \rightarrow \quad \mu^{4-D} \int \frac{\mathrm{d}^D q}{(2\pi)^D} \,. \tag{A.43}$$

Dabei ist μ ein beliebiger Parameter, der die Einheit einer Masse besitzt, um die Dimension der Kopplungskonstanten unverändert zu lassen.

Für $D = 4 - \epsilon$ müssen dann nach der Feld- und Kopplungskonstantenrenormierung alle Green-Funktionen beim Grenzübergang $\epsilon \to 0$ endlich bleiben, so daß auch alle Observablen UV-konvergent sind.

A.7.2 Mehrpunkt-Integrale

Bei der Berechnung von 1-Schleifenkorrekturen treten Tensorintegrale auf, wie sie ausführlich in [62, 93, 153, 154] diskutiert werden. Zur numerischen Berechnung der nachfolgend beschriebenen Mehrpunktintegrale wurde auf die Programmbibliothek `LoopTools` [67] zurückgegriffen, die FORTRAN-Unterprogramme zur Verfügung stellt, die Tensorintegrale und ihre Ableitungen berechnen. Benötigt werden in dieser Arbeit nur Ein-, Zwei-, Drei- und Vierpunkt-Tensorintegrale (nur bis zweiter Stufe), weshalb auch nur auf diese eingegangen werden soll. Zu beachten ist, daß hier die gleiche Konvention wie in [62, 97] verwendet wird.

Das (skalare) Einpunktintegral (Einpunktfunktion) ist definiert durch

$$\frac{\mathrm{i}}{16\pi^2} A_0(m) = \mu^{4-D} \int \frac{\mathrm{d}^D q}{(2\pi)^D} \, \frac{1}{q^2 - m^2 + \mathrm{i}\,\varepsilon} \,. \tag{A.44}$$

[1] CDR ist auf 1-Schleifenniveau äquivalent zu DRED.

Es läßt sich für beliebiges D mit $n - D/2 \neq 0, -1, -2, \ldots$ analytisch berechnen und führt für $D = 4 - \epsilon$ auf

$$A_0(m) = m^2(\Delta - \ln\frac{m^2}{\mu^2} + 1) + \mathcal{O}(\epsilon) \ , \tag{A.45}$$

mit

$$\Delta = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \ln 4\pi \ , \qquad \gamma_E = -\Gamma'(1) = 0.577215664901532\ldots \ . \tag{A.46}$$

Der divergente Teil des Integrals ist hier also übergegangen in einen Term $\propto 1/\epsilon$, der für $\epsilon \to 0$ einen Pol hat. Die Beiträge mit positiven Potenzen von ϵ brauchen nicht weiter berücksichtigt zu werden, da sie im Grenzübergang $\epsilon \to 0$ verschwinden, jedoch liefern die Terme $\propto \Delta$ wegen $\epsilon A_0(m) = 2m^2 + \mathcal{O}(\epsilon)$ endliche Beiträge zu den Strahlungskorrekturen.

Die Zweipunkt-Tensorintegrale (nullter, erster bzw. zweiter Stufe)

$$\frac{\mathrm{i}}{16\pi^2} B_{0;\mu;\mu\nu}(p^2, m_1, m_2) = \mu^{4-D} \int \frac{\mathrm{d}^D q}{(2\pi)^D} \frac{1; q_\mu; q_\mu q_\nu}{[q^2 - m_1^2 + \mathrm{i}\,\varepsilon][(q+p)^2 - m_2^2 + \mathrm{i}\,\varepsilon]} \tag{A.47}$$

lassen sich durch eine Zerlegung nach Lorentz-Kovarianten

$$\begin{aligned} B_\mu &= p_\mu\, B_1(p^2, m_1, m_2) \\ B_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}\, B_{22}(p^2, m_1, m_2) + p_\mu\, p_\nu\, B_{21}(p^2, m_1, m_2) \end{aligned} \tag{A.48}$$

mit den Koeffizienten (s. [62])

$$\begin{aligned} B_1(p^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{2p^2}\left[A_0(m_1) - A_0(m_2) + (m_2^2 - m_1^2 - p^2) B_0(p^2, m_1, m_2)\right] \\ B_{21}(p^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{3p^2}\Big[A_0(m_2) - m_1^2 B_0(p^2, m_1, m_2) \\ &\quad - 2(p^2 + m_1^2 - m_2^2) B_1(p^2, m_1, m_2) - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{p^2}{6}\Big] \\ B_{22}(p^2, m_1, m_2) &= \frac{1}{6}\Big[A_0(m_2) + 2m_1^2 B_0(p^2, m_1, m_2) \\ &\quad + (p^2 + m_1^2 - m_2^2) B_1(p^2, m_1, m_2) + m_1^2 + m_2^2 - \frac{p^2}{3}\Big] \ , \end{aligned} \tag{A.49}$$

zurückführen auf die Einpunktfunktion (A.44) und das skalare Zweipunktintegral (Zweipunktfunktion) $B_0(p^2, m_1, m_2)$, welches durch eine Feynman-Parametrisierung, eine Wick-Rotation und nach Ausführung der Impulsintegration übergeht in ein einfaches Integral der Form

$$B_0(p^2, m_1, m_2) = \Delta - \int_0^1 \mathrm{d}x\ \ln\frac{x^2 p^2 - x(p^2 + m_1^2 - m_2^2) + m_1^2 - \mathrm{i}\,\varepsilon}{\mu^2} \ . \tag{A.50}$$

Dieses kann dann analytisch [62, 93] oder numerisch ausgewertet werden.

Die Ableitung $\partial B_0/\partial p^2$ der B_0-Funktion ist gegeben durch

$$\begin{aligned} B_0'(p^2,m_1,m_2) &= \frac{1}{N}\Bigg[(m_1^2+m_2^2)B_0(p^2,m_1,m_2) - m_1^2 B_0(0,m_1,m_1) - m_2^2 B_0(0,m_2,m_2) \\ &\qquad - p^2 - \frac{(m_1^2-m_2^2)^2}{p^2}\Big(B_0(p^2,m_1,m_2) - B_0(0,m_1,m_2)\Big)\Bigg] \\ N &= [p^2-(m_1-m_2)^2][p^2-(m_1+m_2)^2] \ . \end{aligned} \tag{A.51}$$

Nur für den Fall $p^2 = (m_1+m_2)^2$ ist der Real- und Imaginärteil der B_0-Funktion nicht differenzierbar.

Dreipunkt-Tensorintegrale $C_{0;\mu;\mu\nu}(p_1,p_2,m_1,m_2,m_3$ (nullter, erster bzw. zweiter Stufe) werden definiert durch

$$\frac{\mathrm{i}}{16\pi^2}\,C_{0;\mu;\mu\nu} = \mu^{4-D}\int \frac{\mathrm{d}^D q}{(2\pi)^D}\frac{1;q_\mu;q_\mu q_\nu}{[q^2-m_1^2][(q+p_1)^2-m_2^2][(q+p_1+p_2)^2-m_3^2]} \ , \tag{A.52}$$

dabei wurde der Term $+\mathrm{i}\,\varepsilon$ unterdrückt. Dreipunktintegrale können durch eine kovariante Zerlegung der Art

$$\begin{aligned} C_\mu &= p_{1\mu}\,C_{11} + p_{2\mu}\,C_{12} \\ C_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}C_{20} + p_{1\mu}p_{1\nu}\,C_{21} + p_{2\mu}p_{2\nu}\,C_{22} + (p_{1\mu}p_{2\nu}+p_{1\nu}p_{2\mu})C_{23} \end{aligned} \tag{A.53}$$

auf skalare Funktionen zurückgeführt werden. Zur Auswertung von Gl. (A.53) s. [62, 93].

Analog zu den Dreipunktintegralen (A.52) kann man die Vierpunkt-Tensorintegrale $D_{0;\mu;\mu\nu}(p_1,p_2,p_3,m_1,m_2,m_3,m_4)$ (nullter, erster bzw. zweiter Stufe) definieren. Sie können ebenfalls durch eine Lorentz-Zerlegung

$$\begin{aligned} D_\mu &= p_{1\mu}\,D_{11} + p_{2\mu}\,D_{12} + p_{3\mu}\,D_{13} \\ D_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu}\,D_{20} + p_{1\mu}p_{1\nu}\,D_{21} + p_{2\mu}p_{2\nu}\,D_{22} + p_{3\mu}p_{3\nu}\,D_{23} + (p_{1\mu}p_{2\nu}+p_{2\mu}p_{1\nu})\,D_{24} \\ &\qquad + (p_{1\mu}p_{3\nu}+p_{3\mu}p_{1\nu})\,D_{25} + (p_{2\mu}p_{3\nu}+p_{3\mu}p_{2\nu})\,D_{26} \end{aligned} \tag{A.54}$$

auf skalare Funktionen zurückgeführt werden. Zur Auswertung von Gl. (A.54) s. [93, 154].

A.7.3 Endliche Anteile aus UV-Divergenzen

Durch Multiplikation eines divergenten Integrals mit ϵ entsteht ein endlicher Beitrag (für $\epsilon \to 0$). Für alle in dieser Arbeit relevanten Fälle sind die Größen hier angegeben:

$$\begin{aligned} \epsilon A_0 &= 2m^2 \ , & \epsilon B_{22} &= -\frac{1}{6}(p^2-3m_1^2-3m_2^2) \ , \\ \epsilon B_0 &= 2 \ , & \epsilon C_0 &= \epsilon C_{ij} = 0 \qquad \forall\, i\in\{1,2\},\ j\in\{1,\dots,4\} \ , \\ \epsilon B_1 &= -1 \ , & \epsilon C_{20} &= \frac{1}{2} \ , \\ \epsilon B_{21} &= \frac{2}{3} \ , & \epsilon D_0 &= \epsilon D_{ij} = 0 \qquad \forall\, i\in\{1,2\},\ j\in\{1,\dots,7\} \ . \end{aligned} \tag{A.55}$$

Anhang B

Feynman-Diagramme zum Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$

Die MSSM-Feynman-Regeln sind Ref. [10, 11, 13] entnommen. Alle Formeln sind in der 't Hooft–Feynman-Eichung berechnet. Die Ein- und Zweipunktfunktionen A_0, B_0, B_1, B_{22} sind im Anhang A.7 diskutiert. Der Isospinpartner von f wird mit f' bezeichnet und analog ist $\tilde{f}'$ der Isospinpartner von $\tilde{f}$. Des weiteren sind f^+ Fermionen mit schwachem Isospin $I_3 = +1/2$ (u-artig) und f^- Fermionen mit $I_3 = -1/2$ (d-artig). Das gilt analog für Sfermionen. Die ungemischten Sfermion-Zustände $\tilde{f}_{L,R}$ erhält man aus den hier angegebenen Formeln, indem man $U^f_{11} = U^f_{22} = 1$ und $U^f_{12} = U^f_{21} = 0$ setzt und dann $\tilde{f}_1$ durch $\tilde{f}_L$ und $\tilde{f}_2$ durch $\tilde{f}_R$ ersetzt.

B.1 Born-Diagramme

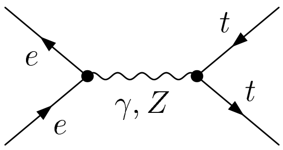


Abb. B.1: *Die Born-Diagramme zum Prozeß* $e^+e^- \to t\bar{t}$.

B.2 Selbstenergien

Die transversalen Komponenten der Vektorboson-Selbstenergien werden nach 2HDM-, Sfermion-, und Chargino-Neutralino-Beiträgen getrennt.

$$\Sigma^{\gamma\gamma}_{\mathrm{2HDM}}(p^2) = -\frac{\alpha}{4\pi}\Big\{4B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, m_{H^\pm}) + 2B_{22}(p^2, M_W, M_W)$$
$$- 2M_W^2 B_0(p^2, M_W, M_W) - 2A_0(m_{H^\pm}) - 8A_0(M_W) + 4M_W^2$$

$$
\begin{aligned}
&+ F_2(p^2, M_W, M_W) + \sum_f N_C^f Q_f^2 F_1(p^2, m_f, m_f, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})\Big\} \\
\Sigma_{\tilde{f}}^{\gamma\gamma}(p^2) &= -\frac{\alpha}{4\pi}\, 2 \sum_f N_C^f Q_f^2 \Big\{ 2B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_1}, m_{\tilde{f}_1}) + 2B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_2}, m_{\tilde{f}_2}) \\
&- A_0(m_{\tilde{f}_1}) - A_0(m_{\tilde{f}_2})\Big\} \\
\Sigma_{\tilde{\chi}}^{\gamma\gamma}(p^2) &= -\frac{\alpha}{4\pi} \sum_{i=1}^{2} F_1(p^2, m_{\tilde{\chi}_i^\pm}, m_{\tilde{\chi}_i^\pm}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \; . \qquad \text{(B.1)}
\end{aligned}
$$

Dabei ist Q_f die Ladung des Fermions und N_C^f der Farbfaktor, für den gilt

$$
N_C^f = \begin{cases} 3 & \text{für Quarks und Squarks} \\ 1 & \text{für Leptonen und Sleptonen} \end{cases} \; . \qquad \text{(B.2)}
$$

Die Fermion-Schleifenbeiträge der Vektorboson-Selbstenergien werden durch die Funktionen $F_{1,2}$ beschrieben, die außer den Fermionmassen auch deren Kopplungen enthalten

$$
\begin{aligned}
F_1(p^2, m_1, m_2, a, b, a', b') &= 8\Big\{(aa' + bb')\Big[- 2B_{22}(p^2, m_1, m_2) + A_0(m_2) \\
&+ m_1^2 B_0(p^2, m_1, m_2) + p^2 B_1(p^2, m_1, m_2)\Big] \\
&- (ab' + ba') m_1 m_2 B_0(p^2, m_1, m_2)\Big\} \\
F_2(p^2, m_1, m_2) &= 10 B_{22}(p^2, m_1, m_2) + \Big[4p^2 + m_1^2 + m_2^2\Big] B_0(p^2, m_1, m_2) \\
&+ A_0(m_1) + A_0(m_2) - 2\Big[m_1^2 + m_2^2 - \frac{p^2}{3}\Big] \; . \qquad \text{(B.3)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Sigma_{\text{2HDM}}^{ZZ}(p^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{s_w^2 c_w^2} \Big\{ &- \sin^2(\beta - \alpha)\, \Big[B_{22}(p^2, M_A, m_H) + B_{22}(p^2, M_Z, m_h)\Big] \\
&- \cos^2(\beta - \alpha)\, \Big[B_{22}(p^2, M_A, m_h) + B_{22}(p^2, M_Z, m_H)\Big] \\
&- \cos^2 2\theta_w \Big[B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, m_{H^\pm}) + B_{22}(p^2, M_W, M_W)\Big] \\
&+ 2c_w^4 B_{22}(p^2, M_W, M_W) + \frac{1}{4}\Big[A_0(m_h) + A_0(m_H) + A_0(M_A) + A_0(M_Z)\Big] \\
&+ \frac{\cos^2 2\theta_w}{2}\Big[A_0(M_W) + A_0(m_{H^\pm})\Big] + M_Z^2\Big[2s_w^4 c_w^2 B_0(p^2, M_W, M_W) \\
&+ \sin^2(\beta - \alpha)\, B_0(p^2, m_h, M_Z) + \cos^2(\beta - \alpha)\, B_0(p^2, m_H, M_Z)\Big] \\
&+ c_w^4\Big[6A_0(M_W) - 4M_W^2\Big] - c_w^4 F_2(p^2, M_W, M_W)
\end{aligned}
$$

$$- s_w^2 c_w^2 \sum_f N_C^f F_1(p^2, m_f, m_f, \frac{v_f + a_f}{2}, \frac{v_f - a_f}{2}, \frac{v_f + a_f}{2}, \frac{v_f - a_f}{2})\Big\}$$

$$\Sigma_{\tilde{f}}^{ZZ}(p^2) = -\frac{\alpha}{4\pi} \sum_f N_C^f \Big\{ \frac{|U_{11}^f|^2 \, |U_{21}^f|^2}{s_w^2 c_w^2} \Big[B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_1}, m_{\tilde{f}_2}) + B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_2}, m_{\tilde{f}_1}) \Big]$$
$$+ \frac{4(I_3^f |U_{11}^f|^2 - Q_f s_w^2)^2}{s_w^2 c_w^2} B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_1}, m_{\tilde{f}_1})$$
$$+ \frac{4(I_3^f |U_{21}^f|^2 - Q_f s_w^2)^2}{s_w^2 c_w^2} B_{22}(p^2, m_{\tilde{f}_2}, m_{\tilde{f}_2})$$
$$- 2 \frac{(I_3^f - Q_f s_w^2)^2 |U_{11}^f|^2 + Q_f^2 s_w^4 |U_{12}^f|^2}{s_w^2 c_w^2} A_0(m_{\tilde{f}_1})$$
$$- 2 \frac{(I_3^f - Q_f s_w^2)^2 |U_{21}^f|^2 + Q_f^2 s_w^4 |U_{22}^f|^2}{s_w^2 c_w^2} A_0(m_{\tilde{f}_2}) \Big\}$$

$$\Sigma_{\tilde{\chi}}^{ZZ}(p^2) = -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{4 s_w^2 c_w^2} \Big\{ \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{4} F_1(p^2, m_{\tilde{\chi}_j^0}, m_{\tilde{\chi}_i^0}, O''^L_{ij}, O''^R_{ij}, O''^L_{ji}, O''^R_{ji})$$
$$+ \sum_{i,j=1}^{2} F_1(p^2, m_{\tilde{\chi}_j^\pm}, m_{\tilde{\chi}_i^\pm}, O'^L_{ij}, O'^R_{ij}, O'^L_{ji}, O'^R_{ji}) \Big\} \,, \tag{B.4}$$

mit den Vektor- und Axialvektorkopplung ($I_3^f = \pm 1/2$ ist der schwache Isospin)

$$v_f = -\frac{I_3^f - 2 s_w^2 Q_f}{2 s_w c_w} \,, \qquad a_f = -\frac{I_3^f}{2 s_w c_w} \,. \tag{B.5}$$

Die Mischungsausdrücke der Chargino- und Neutralinokopplungen lauten:

$$O'^L_{ij} = -V_{i1} V_{j1}^* - \frac{1}{2} V_{i2} V_{j2}^* + \delta_{ij} s_w^2 \,, \qquad O''^L_{ij} = -\frac{1}{2} N_{i3} N_{j3}^* + \frac{1}{2} N_{i4} N_{j4}^*$$
$$O'^R_{ij} = -U_{i1}^* U_{j1} - \frac{1}{2} U_{i2}^* U_{j2} + \delta_{ij} s_w^2 \,, \qquad O''^R_{ij} = -O''^{L*}_{ij} \,, \tag{B.6}$$

wobei die Chargino-Mischungsmatrizen U_{ij}, V_{ij} und die Neutralino-Mischungsmatrix N_{ij} in den Abschnitten 4.5.2 und 4.5.3 angegeben sind.

$$\Sigma_{\rm 2HDM}^{WW}(p^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{s_w^2} \Big\{ - \sin^2(\beta - \alpha) \Big[B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, m_H) + B_{22}(p^2, M_W, m_h) \Big]$$
$$- \cos^2(\beta - \alpha) \Big[B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, m_h) + B_{22}(p^2, M_W, m_H) \Big] - B_{22}(p^2, M_W, M_Z)$$
$$- B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, M_A) + 2 s_w^2 B_{22}(p^2, 0, M_W) + 2 c_w^2 B_{22}(p^2, M_W, M_Z)$$
$$+ \frac{1}{4} \Big[A_0(m_h) + A_0(m_H) + A_0(M_A) + A_0(M_Z) + 2 A_0(M_W) + 2 A_0(m_{H^\pm}) \Big]$$

$$+ M_W^2 \Big[\sin^2(\beta-\alpha)\, B_0(p^2, m_h, M_W) + \cos^2(\beta-\alpha)\, B_0(p^2, m_H, M_W)$$
$$+ s_w^2 B_0(p^2, M_W, 0) + \frac{s_w^4}{c_w^2} B_0(p^2, M_W, M_Z)\Big] + 3A_0(M_W) - 2M_W^2$$
$$+ c_w^2 \Big[3A_0(M_Z) - 2M_Z^2 \Big] - c_w^2 F_2(p^2, M_Z, M_W) - s_w^2 F_2(p^2, 0, M_W)$$
$$- \sum_{\text{Dubletts}} \frac{N_C^f}{2} F_1(p^2, m_{f^+}, m_{f^-}, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0) \Big\}$$
$$\Sigma_{\tilde f}^{WW}(p^2) = -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{2}{s_w^2} \sum_{\text{Dubletts}} N_C^f \Big\{ |U_{11}^{f^+}|^2 |U_{11}^{f^-}|^2 B_{22}(p^2, m_{\tilde f_1^+}, m_{\tilde f_1^-})$$
$$+ |U_{11}^{f^+}|^2 |U_{21}^{f^-}|^2 B_{22}(p^2, m_{\tilde f_1^+}, m_{\tilde f_2^-})$$
$$+ |U_{21}^{f^+}|^2 |U_{11}^{f^-}|^2 B_{22}(p^2, m_{\tilde f_2^+}, m_{\tilde f_1^-}) + |U_{21}^{f^+}|^2 |U_{21}^{f^-}|^2 B_{22}(p^2, m_{\tilde f_2^+}, m_{\tilde f_2^-}) \Big\}$$
$$+ \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{2\, s_w^2} \sum_f N_C^f \Big\{ |U_{11}^f|^2 A_0(m_{\tilde f_1}) + |U_{21}^f|^2 A_0(m_{\tilde f_2}) \Big\}$$
$$\Sigma_{\tilde\chi}^{WW}(p^2) = -\frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{4 s_w^2} \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{2} F_1(p^2, m_{\tilde\chi_j^\pm}, m_{\tilde\chi_i^0}, O_{ij}^L, O_{ij}^R, O_{ij}^{L*}, O_{ij}^{R*}) \ , \tag{B.7}$$

mit

$$O_{ij}^L = -\frac{1}{\sqrt{2}} N_{i4} V_{j2}^* + N_{i2} V_{j1}^* \ , \qquad O_{ij}^R = \frac{1}{\sqrt{2}} N_{i3}^* U_{j2} + N_{i2}^* U_{j1} \ . \tag{B.8}$$

$$\Sigma_{\text{2HDM}}^{\gamma Z}(p^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \Big\{ -\frac{2\cos 2\theta_w}{s_w c_w} \Big[B_{22}(p^2, m_{H^\pm}, m_{H^\pm}) + B_{22}(p^2, M_W, M_W) \Big]$$
$$+ \frac{2c_w}{s_w} B_{22}(p^2, M_W, M_W) - 2 s_w c_w M_Z^2 B_0(p^2, M_W, M_W)$$
$$+ \frac{\cos 2\theta_w}{s_w c_w} \Big[A_0(m_{H^\pm}) + A_0(M_W) \Big]$$
$$+ \frac{c_w}{s_w} \Big[6\, A_0(M_W) - 4\, M_W^2 - F_2(p^2, M_W, M_W) \Big]$$
$$- \sum_f N_C^f Q_f F_1(p^2, m_f, m_f, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{v_f - a_f}{2}, \frac{v_f + a_f}{2}) \Big\}$$
$$\Sigma_{\tilde f}^{\gamma Z}(p^2) = -\frac{\alpha}{4\pi} 2 \sum_f N_C^f Q_f \Big\{ \frac{I_3^f\, |U_{11}^f|^2 - Q_f s_w^2}{s_w c_w} \Big[2B_{22}(p^2, m_{\tilde f_1}, m_{\tilde f_1}) - A_0(m_{\tilde f_1}) \Big]$$
$$+ \frac{I_3^f\, |U_{21}^f|^2 - Q_f s_w^2}{s_w c_w} \Big[2B_{22}(p^2, m_{\tilde f_2}, m_{\tilde f_2}) - A_0(m_{\tilde f_2}) \Big] \Big\}$$
$$\Sigma_{\tilde\chi}^{\gamma Z}(p^2) = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{2 s_w c_w} \sum_{i=1}^{2} F_1(p^2, m_{\tilde\chi_i^\pm}, m_{\tilde\chi_i^\pm}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, O_{ii}^{\prime L}, O_{ii}^{\prime R}) \ . \tag{B.9}$$

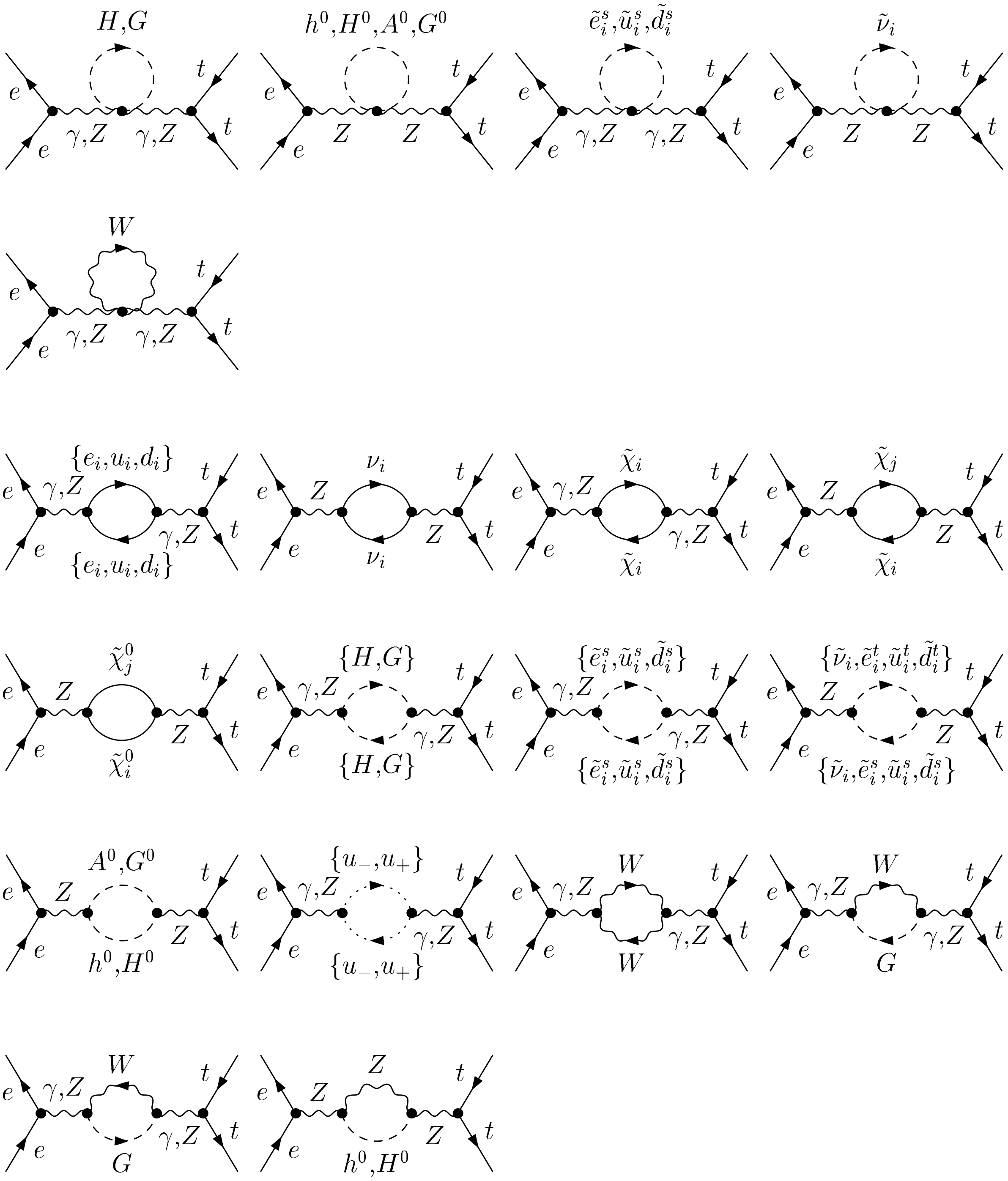


Abb. B.2: *Die MSSM s-Kanal-Selbstenergiekorrekturen zum Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha^2)$.*

B.3 Vertexkorrekturen

In diesem Paragraphen sind alle *relevanten*[1] Vertexdiagramme aufgeführt, die bei dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ $(f \neq e, \nu_e)$ in erster Ordnung im MSSM auftreten können. Dreipunktfunktionen C sind in Anhang A.7 diskutiert. Im Elektronvertex sind die Vertizes mit Higgs-Teilchen vernachlässigbar, da sie proportional der Elektronmasse sind.

Aus den Tabellen sind die verschiedenen Kopplungen und Massen zu entnehmen. In diesen Tabellen wurden noch zusätzlich folgende Abkürzungen für die Kopplungen verwendet:

$$\begin{aligned} g_{Z,R} &= \frac{s_w}{c_w} Q_f \,, \quad & g_{Z,L} &= -\frac{I_3^f - s_w^2 Q_f}{s_w c_w} \,, \quad & g_C &= \frac{1}{\sqrt{2} s_w} \frac{m_f}{M_W} \,, \quad & g_N &= -\frac{1}{2 s_w} \frac{m_f}{M_W} \\ g'_{Z,R} &= \frac{s_w}{c_w} Q_{f'} \,, \quad & g'_{Z,L} &= -\frac{I_3^{f'} - s_w^2 Q_{f'}}{s_w c_w} \,, \quad & g'_C &= \frac{1}{\sqrt{2} s_w} \frac{m_{f'}}{M_W} \,. \end{aligned} \tag{B.10}$$

Die Argumente der C-Funktionen sind $C(p_1, p_2, m_1, m_2, m_3)$, wobei beim Elektronvertex $p_1 = p$, $p_2 = -p-\bar{p}$, $p_3 = \bar{p}$ und beim Vertex des auslaufenden Fermions $p_1 = -\bar{k}$, $p_2 = k+\bar{k}$, $p_3 = -k$ ist. Die Massen- und Impulskonstellation, die bei der Berechnung benutzt wurde, ist in Anhang A.7 dargestellt.

Diagrammtyp I

$$\begin{aligned} A_{\mathrm{I}}^{\pm} &= \Big[4\,C_{20} - 2 + 2m_f^2(2\,C_0 + 3\,C_{11} + C_{21}) - 2s(C_0 + C_{11} + C_{23} - C_{22})\Big] g_1^{\pm} g_2^{\pm} g_3^{\pm} \\ &\quad + 2m_f^2(C_0 + C_{11}) g_1^{\mp} g_2^{\mp} g_3^{\mp} - 2m_{\tilde{f}}^2\, C_0\, g_1^{\pm} g_2^{\pm} g_3^{\mp} \\ B_{\mathrm{I}}^{\pm} &= 2\,m_{\tilde{f}}(C_0 + C_{11}) g_1^{\mp} g_2^{\pm}(g_3^{\pm} + g_3^{\mp}) - 2\,m_f\Big[(C_0 + C_{11} + C_{12} + C_{23}) g_1^{\pm} g_2^{\pm} g_3^{\pm} \\ &\quad + 2\,(C_0 + 2\,C_{11} - C_{12} + C_{21} - C_{23}) g_1^{\mp} g_2^{\mp} g_3^{\mp}\Big] \,. \end{aligned} \tag{B.11}$$

Massen und Kopplungen für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex I						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
$Z\ \ f\ \ f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$-Q_f$	$-Q_f$
$W\ \ f'\ \ f'$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}\,s_w}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$

[1]Reine QED und QCD-Korrekturen wurden nicht betrachtet. Außerdem wurde die Elektronmasse, wann immer möglich und sinnvoll, vernachlässigt.

Massen und Kopplungen für den $Zf\bar{f}$-Vertex I						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
$Z\quad f\quad f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$W\quad f'\quad f'$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$

Diagrammtyp II

$$\begin{aligned}
A^+_{\mathrm{II}} &= 3m_f^2\, C_{11}\, g_1^- g_2^- g_3^- \\
A^-_{\mathrm{II}} &= \Big[12\, C_{20} - 2 + 2m_f^2\, C_{21} - 2s(C_{23} - C_{22}) + (5m_f^2 - 2s) C_{11}\Big] g_1^- g_2^- g_3^- \\
B^+_{\mathrm{II}} &= m_f(2C_{21} - 2C_{23} - C_{12}) g_1^- g_2^- g_3^- \\
B^-_{\mathrm{II}} &= m_f(2\, C_{23} - C_{11} + C_{12}) g_1^- g_2^- g_3^- \ .
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Massen und Kopplungen für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex II					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
$f'\ \ W\ W$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$-2I_3^f$

Massen und Kopplungen für den $Zf\bar{f}$-Vertex II					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
$f'\ \ W\ W$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$-2I_3^f\, \dfrac{c_w}{s_w}$

Diagrammtyp III

$$\begin{aligned}
A^\pm_{\mathrm{III}} &= m_f(C_{11} - C_{12}) g_1^\mp g_2^\mp g_3^\pm - C_{12}\, g_1^\pm g_2^\pm g_3^\pm + m_{\hat{f}}\, C_0\, g_1^\mp g_2^\pm g_3^\pm \\
B^\pm_{\mathrm{III}} &= (C_{12} - C_{11}) g_1^\pm g_2^\pm g_3^\pm \ ,
\end{aligned} \tag{B.13}$$

Massen und Kopplungskonstanten für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex III					
m_1 m_2 m_3	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f' W $G^\pm$	$2I_3^{f'}\, g'_C$	$2I_3^f\, g_C$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	M_W

Massen und Kopplungen für den $Zf\bar{f}$-Vertex III					
m_1 m_2 m_3	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f Z H^0	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$M_W\, \dfrac{\cos(\beta-\alpha)}{s_w\, c_w^2}$
f Z h^0	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$M_W\, \dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{s_w\, c_w^2}$
f' W $G^\pm$	$2I_3^{f'}\, g'_C$	$2I_3^f\, g_C$	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$-M_W\, \dfrac{s_w}{c_w}$

Diagrammtyp IV

$$
\begin{aligned}
A_{\mathrm{IV}}^\pm &= m_f(C_{12}-C_{11})g_1^\mp g_2^\pm g_3^\pm + C_{12}\, g_1^\pm g_2^\mp g_3^\pm + m_{\hat{f}}\, C_0\, g_1^\pm g_2^\pm g_3^\pm \\
B_{\mathrm{IV}}^\pm &= -C_{12}\, g_1^\pm g_2^\mp g_3^\pm \ .
\end{aligned}
\tag{B.14}
$$

Massen und Kopplungen für den $\gamma f\bar{f}$-Vertex IV					
m_1 m_2 m_3	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f' $G^\pm$ W	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$2I_3^f\, g_C$	$2I_3^{f'}\, g'_C$	M_W

Massen und Kopplungen für den $Zf\bar{f}$-Vertex IV					
m_1 m_2 m_3	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
f H^0 Z	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$M_W\, \dfrac{\cos(\beta-\alpha)}{s_w\, c_w^2}$
f h^0 Z	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$M_W\, \dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{s_w\, c_w^2}$
f' $G^\pm$ W	0	$-\dfrac{1}{\sqrt{2}\, s_w}$	$2I_3^f\, g_C$	$2I_3^{f'}\, g'_C$	$-M_W\, \dfrac{s_w}{c_w}$

Diagrammtyp V

$$\begin{aligned}
A_{\mathrm{V}}^{\pm} = & \Big[2\,C_{20} - \frac{1}{2} + m_f^2(C_{11}+C_{21}) - s(C_{23}-C_{22})\Big] g_1^{\mp} g_2^{\pm} g_3^{\mp} \\
& - m_2 m_3\, C_0\, g_1^{\mp} g_2^{\pm} g_3^{\pm} - m_f^2 (C_0 + C_{11}) g_1^{\pm} g_2^{\mp} g_3^{\pm} \\
& - m_f m_2 \Big[(C_0 + C_{12}) g_1^{\pm} g_2^{\pm} g_3^{\pm} - (C_{11} - C_{12}) g_1^{\mp} g_2^{\mp} g_3^{\mp}\Big] \\
& - m_f m_3 \Big[(C_0 + C_{11} - C_{12}) g_1^{\mp} g_2^{\mp} g_3^{\pm} - C_{12}\, g_1^{\pm} g_2^{\pm} g_3^{\mp}\Big] \\
B_{\mathrm{V}}^{\pm} = & -\Big[m_2 (C_{11} - C_{12}) g_3^{\pm} + m_3\, C_{12}\, g_3^{\mp}\Big] g_1^{\pm} g_2^{\pm} \\
& - m_f \Big[(C_{11} - C_{12} + C_{21} - C_{23}) g_1^{\pm} g_2^{\mp} g_3^{\pm} + (C_{12} + C_{23}) g_1^{\mp} g_2^{\pm} g_3^{\mp}\Big]\ .
\end{aligned} \tag{B.15}$$

Dabei ist zu beachten, daß bei d-artigen äußeren Fermionen (Elektronvertex) und Chargino-Austausch ein fermionzahlverletzender Vertex vorliegt, der nach den in [94] angegebenen Regeln behandelt worden ist. Dabei ist

$$O_a^f = \begin{cases} \dfrac{O'^{R}_{ji}}{s_w\, c_w} & \text{für } f = u\text{-artig} \\ \dfrac{-O'^{L}_{ij}}{s_w\, c_w} & \text{für } f = d\text{-artig} \end{cases}, \qquad O_b^f = \begin{cases} \dfrac{O'^{L}_{ji}}{s_w\, c_w} & \text{für } f = u\text{-artig} \\ \dfrac{-O'^{R}_{ij}}{s_w\, c_w} & \text{für } f = d\text{-artig} \end{cases}. \tag{B.16}$$

Die $O'^{L,R}_{ij}$ und $O''^{L,R}_{ij}$ sind in Gl. (B.6) und die v^f_{kl}, v'^f_{kl}, a^f_{kl} und a'^f_{kl} sind in Gl. (B.24) definiert.

Massen und Kopplungen für den $\gamma f \bar{f}$-Vertex V						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
$H^0\ f\ f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$-Q_f$	$-Q_f$
$h^0\ f\ f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$-Q_f$	$-Q_f$
$A^0\ f\ f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$-Q_f$	$-Q_f$
$G^0\ f\ f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$-Q_f$	$-Q_f$
$H^\pm\ f'\ f'$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$g_C\, g_{H^\pm}^f$	$g_C\, g_{H^\pm}^f$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$
$G^\pm\ f'\ f'$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$-Q_{f'}$	$-Q_{f'}$
$\tilde{f}'_1\ \tilde{\chi}_i^\pm\ \tilde{\chi}_i^\pm$	v_{i1}^f	a_{i1}^{f*}	a_{i1}^f	v_{i1}^{f*}	$-2I_3^f$	$-2I_3^f$
$\tilde{f}'_2\ \tilde{\chi}_i^\pm\ \tilde{\chi}_i^\pm$	v_{i2}^f	a_{i2}^{f*}	a_{i2}^f	v_{i2}^{f*}	$-2I_3^f$	$-2I_3^f$

Massen und Kopplungen für den $Z f \bar{f}$-Vertex V						
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-
$H^0\ f\ f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$h^0\ f\ f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$A^0\ f\ f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$G^0\ f\ f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$g_{Z,R}$	$g_{Z,L}$
$H^\pm\ f'\ f'$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$g_C\, g_{H^\pm}^f$	$g_C\, g_{H^\pm}^f$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$
$G^\pm\ f'\ f'$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g'_{Z,R}$	$g'_{Z,L}$
$\tilde{f}_1\ \tilde{\chi}_i^0\ \tilde{\chi}_j^0$	v'^f_{j1}	a'^{f*}_{j1}	a'^f_{i1}	v'^{f*}_{i1}	$\dfrac{O''^R_{ji}}{s_w\, c_w}$	$\dfrac{O''^R_{ji}}{s_w\, c_w}$
$\tilde{f}_2\ \tilde{\chi}_i^0\ \tilde{\chi}_j^0$	v'^f_{j2}	a'^{f*}_{j2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}	$\dfrac{O''^R_{ji}}{s_w\, c_w}$	$\dfrac{O''^R_{ji}}{s_w\, c_w}$
$\tilde{f}'_1\ \tilde{\chi}_i^\pm\ \tilde{\chi}_j^\pm$	v_{j1}^f	a_{j1}^{f*}	a_{i1}^f	v_{i1}^{f*}	O_a^f	O_b^f
$\tilde{f}'_2\ \tilde{\chi}_i^\pm\ \tilde{\chi}_j^\pm$	v_{j2}^f	a_{j2}^{f*}	a_{i2}^f	v_{i2}^{f*}	O_a^f	O_b^f

Diagrammtyp VI

$$
\begin{aligned}
A^{\pm}_{\mathrm{VI}} &= 2\, C_{20}\, g_1^{\mp} g_2^{\pm} g_3^{\pm} \\
B^{\pm}_{\mathrm{VI}} &= m_f \Big[(C_{12} + C_{23}) g_1^{\mp} g_2^{\pm} g_3^{\pm} + (C_{11} - C_{12} + C_{21} - C_{23}) g_1^{\pm} g_2^{\mp} g_3^{\pm} \Big] \\
&\quad - m_1 (C_0 + C_{11}) g_1^{\pm} g_2^{\pm} g_3^{\pm} \ . \qquad \text{(B.17)}
\end{aligned}
$$

Bei d-artigen äußeren Fermionen und Chargino-Austausch liegt ein fermionzahlverletzender Vertex vor, der mit den in [94] angegebenen Regeln behandelt worden ist. Es werden hier noch folgende Abkürzungen eingeführt:

$$
\begin{aligned}
g_Z &= \frac{I_3^f\, U_{11}^{f*} U_{21}^f}{s_w\, c_w} \ , \quad g_{Z,1} = -\frac{I_3^f\, |U_{11}^f|^2 - Q_f\, s_w^2}{s_w\, c_w} \ , \quad g_{Z,2} = -\frac{I_3^f\, |U_{21}^f|^2 - Q_f\, s_w^2}{s_w\, c_w} \ , \\
g'_Z &= \frac{I_3^{f'}\, U_{21}^{f'*} U_{11}^{f'}}{s_w\, c_w} \ , \quad g'_{Z,1} = -\frac{I_3^{f'}\, |U_{11}^{f'}|^2 - Q_{f'}\, s_w^2}{s_w\, c_w} \ , \quad g'_{Z,2} = -\frac{I_3^{f'}\, |U_{21}^{f'}|^2 - Q_{f'}\, s_w^2}{s_w\, c_w} \ . \qquad \text{(B.18)}
\end{aligned}
$$

Die T^a_{ij} ($a = 1, 2, \ldots, 8;\ i, j = 1, 2, 3$) sind die Matrixelemente der Generatoren der $SU(3)_C$, für sie gilt:

$$
\sum_{a,j} T^a_{ij}\, T^a_{jk} = \frac{1}{4} \sum_{a,j} \lambda^a_{ij}\, \lambda^a_{jk} = \frac{1}{4} \sum_j \left(-\frac{2}{3}\, \delta_{ij}\, \delta_{jk} + 2\, \delta_{ik}\, \delta_{jj}\right) = \frac{4}{3}\, \delta_{ik} \overset{i=k}{=} \frac{4}{3} =: C_F \ . \qquad \text{(B.19)}
$$

Die v^f_{kl}, v'^f_{kl}, a^f_{kl} und a'^f_{kl} sind in Gl. (B.24) definiert. Es ist zu beachten, daß wegen der Definition der Matrixelemente (6.27) und (6.28) die Gluino-Kopplungen noch mit einem Faktor $1/e$ multipliziert werden müssen.

Massen und Kopplungen für den $\gamma f \bar{f}$-Vertex VI					
$m_1\ m_2\ m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
$f'\ H^{\pm} H^{\pm}$	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g_C\, g^f_{H^\pm}$	$g'_C\, g^{f'}_{H^\pm}$	$-2I_3^f$
$f'\ G^{\pm} G^{\pm}$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$-2I_3^f$
$\tilde{\chi}^0_i\ \tilde{f}_1\ \tilde{f}_1$	v'^f_{i1}	a'^{f*}_{i1}	a'^f_{i1}	v'^{f*}_{i1}	$-Q_f$
$\tilde{\chi}^0_i\ \tilde{f}_2\ \tilde{f}_2$	v'^f_{i2}	a'^{f*}_{i2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}	$-Q_f$
$\tilde{\chi}^{\pm}_i\ \tilde{f}'_1\ \tilde{f}'_1$	v^f_{i1}	a^{f*}_{i1}	a^f_{i1}	v^{f*}_{i1}	$-Q_{f'}$
$\tilde{\chi}^{\pm}_i\ \tilde{f}'_2\ \tilde{f}'_2$	v^f_{i2}	a^{f*}_{i2}	a^f_{i2}	v^{f*}_{i2}	$-Q_{f'}$
$\tilde{g}_a\ \tilde{q}_1\ \tilde{q}_1$	$-\sqrt{2} g_s U^{f*}_{11} T^a_{jk}$	$\sqrt{2} g_s U^{f*}_{12} T^a_{jk}$	$\sqrt{2} g_s U^f_{12} T^a_{ij}$	$-\sqrt{2} g_s U^f_{11} T^a_{ij}$	$-Q_q$
$\tilde{g}_a\ \tilde{q}_2\ \tilde{q}_2$	$-\sqrt{2} g_s U^{f*}_{21} T^a_{jk}$	$\sqrt{2} g_s U^{f*}_{22} T^a_{jk}$	$\sqrt{2} g_s U^f_{22} T^a_{ij}$	$-\sqrt{2} g_s U^f_{21} T^a_{ij}$	$-Q_q$

Massen und Kopplungen für den $Zf\bar{f}$-Vertex VI					
$m_1\, m_2\, m_3$	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	$g_3^+ = g_3^-$
$f\;\; H^0\;\; A^0$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$\mathrm{i}\,\dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; H^0\;\; G^0$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$-\mathrm{i}\,\dfrac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; h^0\;\; A^0$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$-\mathrm{i}\,\dfrac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; h^0\;\; G^0$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$-\mathrm{i}\,\dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; A^0\;\; H^0$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$-\mathrm{i}\,\dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; G^0\;\; H^0$	$g_N\, g_H^f$	$g_N\, g_H^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\,\dfrac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; A^0\;\; h^0$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, g_A^f$	$\mathrm{i}\,\dfrac{\cos(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f\;\; G^0\;\; h^0$	$g_N\, g_h^f$	$g_N\, g_h^f$	$-\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\, g_N\, 2I_3^f$	$\mathrm{i}\,\dfrac{\sin(\beta-\alpha)}{2s_w c_w}$
$f'\;\; H^\pm H^\pm$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$g_C\, g_{H^\pm}^f$	$g_C\, g_{H^\pm}^f$	$g'_C\, g_{H^\pm}^{f'}$	$2I_3^f\,\dfrac{s_w^2-c_w^2}{2s_w c_w}$
$f'\;\; G^\pm G^\pm$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$g_C\, 2I_3^f$	$g_C\, 2I_3^f$	$g'_C\, 2I_3^{f'}$	$2I_3^f\,\dfrac{s_w^2-c_w^2}{2s_w c_w}$
$\tilde{\chi}_i^0\;\; \tilde{f}_j\;\; \tilde{f}_j$	$v_{ij}'^f$	$a_{ij}'^{f*}$	$a_{ij}'^f$	$v_{ij}'^{f*}$	$g_{Z,j}$
$\tilde{\chi}_i^0\;\; \tilde{f}_1\;\; \tilde{f}_2$	$v_{i2}'^f$	$a_{i2}'^{f*}$	$a_{i1}'^f$	$v_{i1}'^{f*}$	g_Z
$\tilde{\chi}_i^0\;\; \tilde{f}_2\;\; \tilde{f}_1$	$v_{i1}'^f$	$a_{i1}'^{f*}$	$a_{i2}'^f$	$v_{i2}'^{f*}$	g_Z
$\tilde{\chi}_i^\pm\;\; \tilde{f}'_j\;\; \tilde{f}'_j$	v_{ij}^f	a_{ij}^{f*}	a_{ij}^f	v_{ij}^{f*}	$g'_{Z,j}$
$\tilde{\chi}_i^\pm\;\; \tilde{f}'_1\;\; \tilde{f}'_2$	v_{i2}^f	a_{i2}^{f*}	a_{i1}^f	v_{i1}^{f*}	g_Z
$\tilde{\chi}_i^\pm\;\; \tilde{f}'_2\;\; \tilde{f}'_1$	v_{i1}^f	a_{i1}^{f*}	a_{i2}^f	v_{i2}^{f*}	g_Z
$\tilde{g}_a\;\; \tilde{q}_1\;\; \tilde{q}_1$	$-\sqrt{2}g_s U_{11}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{12}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{12}^{f} T_{ij}^a$	$-\sqrt{2}g_s U_{11}^{f} T_{ij}^a$	$g_{Z,1}$
$\tilde{g}_a\;\; \tilde{q}_1\;\; \tilde{q}_2$	$-\sqrt{2}g_s U_{21}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{22}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{12}^{f} T_{ij}^a$	$-\sqrt{2}g_s U_{11}^{f} T_{ij}^a$	g_Z
$\tilde{g}_a\;\; \tilde{q}_2\;\; \tilde{q}_1$	$-\sqrt{2}g_s U_{11}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{12}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{22}^{f} T_{ij}^a$	$-\sqrt{2}g_s U_{21}^{f} T_{ij}^a$	g_Z
$\tilde{g}_a\;\; \tilde{q}_2\;\; \tilde{q}_2$	$-\sqrt{2}g_s U_{21}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{22}^{f*} T_{jk}^a$	$\sqrt{2}g_s U_{22}^{f} T_{ij}^a$	$-\sqrt{2}g_s U_{21}^{f} T_{ij}^a$	$g_{Z,2}$

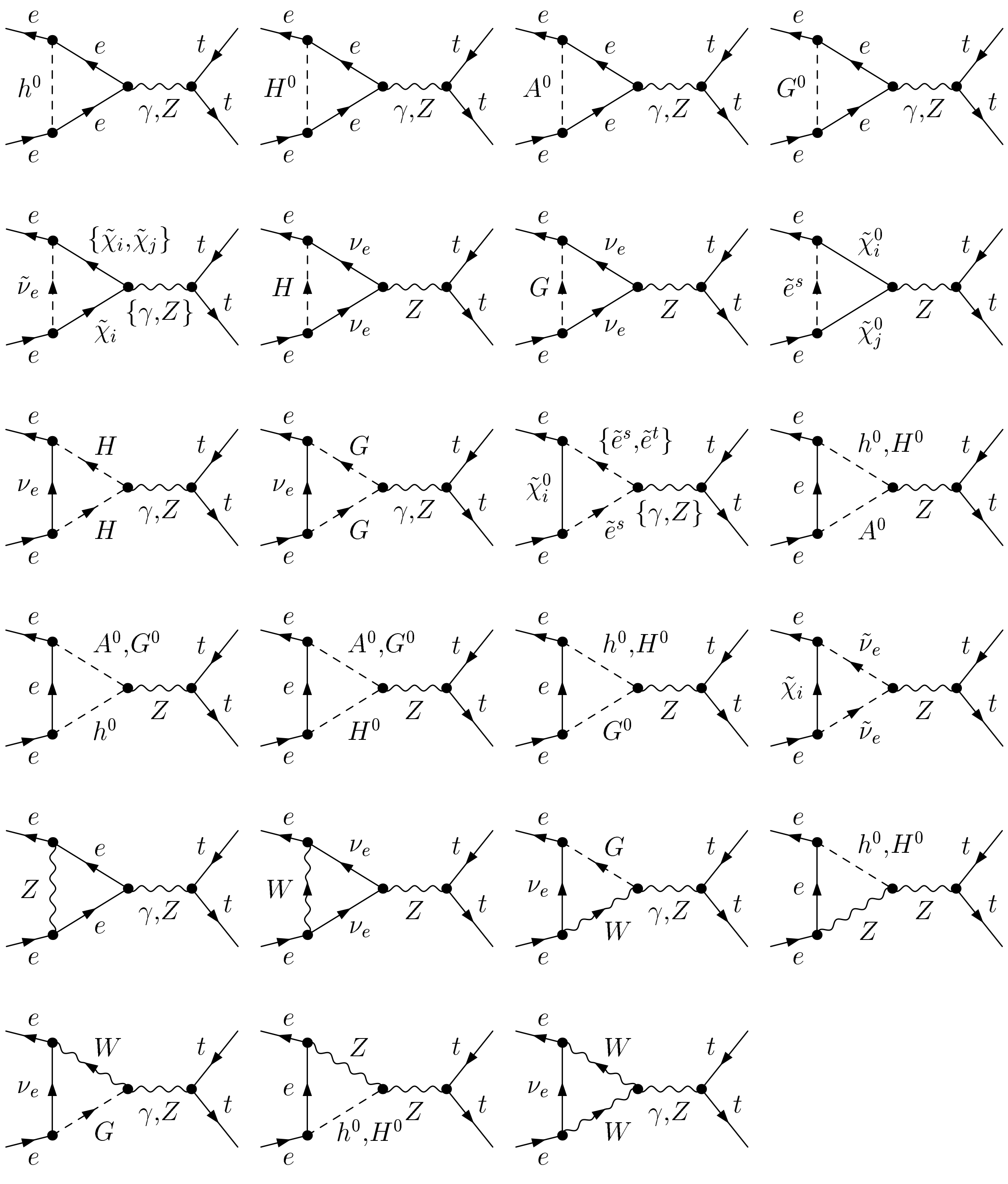


Abb. B.3: *Die MSSM s-Kanal-Anfangszustand-Vertexkorrekturen zum Prozeß* $e^+e^- \to t\bar{t}$ *in* $\mathcal{O}(\alpha^2)$. *s und t sind die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*

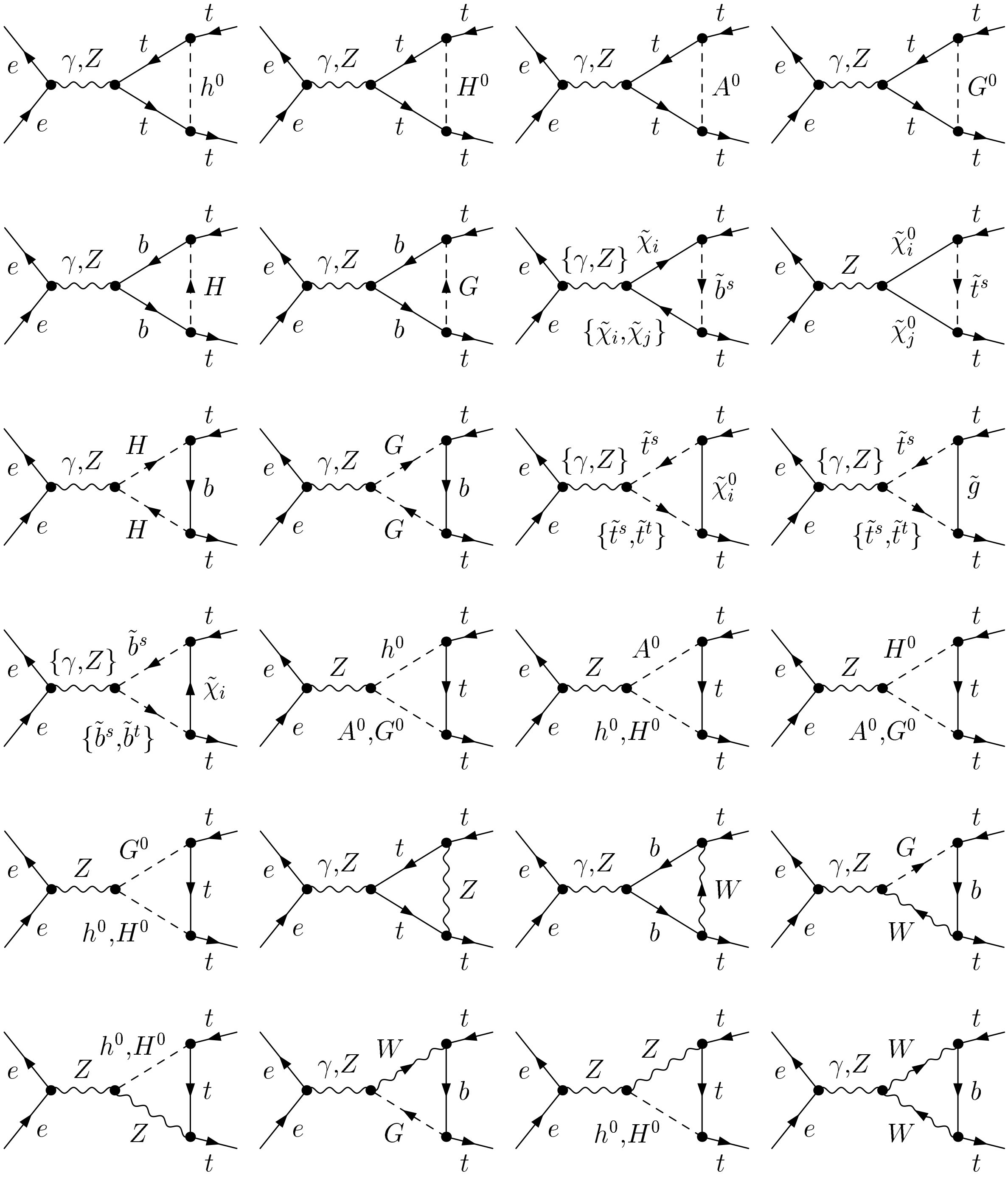


Abb. B.4: *Die MSSM s-Kanal-Endzustands-Vertexkorrekturen zum Prozeß* $e^+e^- \to t\bar{t}$ *in* $\mathcal{O}(\alpha^2)$ *und* $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$. *s und t sind die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*

B.4 Boxdiagramme

In diesem Anhang sind alle *relevanten*[2] Boxdiagramme aufgeführt, die bei dem Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ ($f \neq e, \nu_e$) in erster Ordnung im MSSM auftreten können.

Die Kopplungen und Massen finden sich in den folgenden Tabellen. Dabei ist zu beachten, daß in den gekreuzten Chargino- und Neutralino-Boxdiagrammen und dem direkten Chargino-Boxdiagramm fermionzahlverletzende Vertizes vorkommen, die mit den in [94] angegebenen Regeln behandelt worden sind.[3]

Dreipunktfunktionen C und Vierpunktfunktionen D und die Massen- und Impulskonstellationen, die bei der Berechnung benutzt wurden, sind in Anhang A.7 dargestellt.

Für das direkte Boxdiagramm sind die Argumente der C-Funktion $C(-p_2, p_1 + p_4, m_2, m_3, m_4)$ und die Argumente der D-Funktionen sind $D(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4)$, wobei $p_1 = \bar{p}$, $p_2 = -\bar{k}$, $p_3 = -k$ und $p_4 = p$ ist.

Für das gekreuzte Boxdiagramm sind die Argumente der C-Funktion $C(-p_2, p_1 + p_4, m_2, m_3, m_4)$ und die Argumente der D-Funktionen sind $D(p_1, p_2, p_3, m_1, m_2, m_3, m_4)$, wobei $p_1 = \bar{p}$, $p_2 = -k$, $p_3 = -\bar{k}$ und $p_4 = p$ ist.

Die Massen für die C- und D-Funktionen lassen sich aus der ersten Spalte der Tabelle ablesen. Die Kopplungen $g_{Z,R}$ und $g_{Z,L}$ sind durch die Definitionen (B.10) gegeben, während die SUSY-Kopplungen v^f_{kl}, v'^f_{kl}, a^f_{kl} und a'^f_{kl} in den Gln. (B.24) definiert sind.

Massen und Kopplungen des direkten Vektorboson-Boxdiagramms								
m_1 m_2 m_3 m_4	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
e Z f Z	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$

Massen und Kopplungen des gekreuzten Vektorboson-Boxdiagramms								
m_1 m_2 m_3 m_4	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
e Z f Z	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^e_{Z,R}$	$g^e_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$	$g^f_{Z,R}$	$g^f_{Z,L}$
ν_e W f' W	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}\,s_w}$	0	$\frac{-1}{\sqrt{2}\,s_w}$

[2]Reine QED und QCD-Korrekturen wurden nicht betrachtet. Außerdem wurde die Elektronmasse, wann immer möglich und sinnvoll, vernachlässigt.

[3]Ein Faktor (-1), der bei den direkten Boxdiagrammen wegen der Referenzflußrichtung auftritt, wurde schon bei den Matrixelementen (6.11e) bis (6.11i) in Kapitel 6 berücksichtigt.

Massen und Kopplungen des direkten Neutralino-Boxdiagramms											
m_1	m_2	m_3	m_4	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{e}_1$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_1$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j1}	a'^{e*}_{j1}	a'^e_{i1}	v'^{e*}_{i1}	a'^f_{j1}	v'^{f*}_{j1}	v'^f_{i1}	a'^{f*}_{i1}
$\tilde{e}_1$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_2$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j1}	a'^{e*}_{j1}	a'^e_{i1}	v'^{e*}_{i1}	a'^f_{j2}	v'^{f*}_{j2}	v'^f_{i2}	a'^{f*}_{i2}
$\tilde{e}_2$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_1$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j2}	a'^{e*}_{j2}	$a'e_{i2}$	v'^{e*}_{i2}	a'^f_{j1}	v'^{f*}_{j1}	v'^f_{i1}	a'^{f*}_{i1}
$\tilde{e}_2$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_2$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j2}	a'^{e*}_{j2}	a'^e_{i2}	v'^{e*}_{i2}	a'^f_{j2}	v'^{f*}_{j2}	v'^f_{i2}	a'^{f*}_{i2}

Massen und Kopplungen des gekreuzten Neutralino-Boxdiagramms											
m_1	m_2	m_3	m_4	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{e}_1$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_1$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j1}	a'^{e*}_{j1}	a'^e_{i1}	v'^{e*}_{i1}	v'^f_{j1}	a'^{f*}_{j1}	a'^f_{i1}	v'^{f*}_{i1}
$\tilde{e}_1$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_2$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j1}	a'^{e*}_{j1}	a'^e_{i1}	v'^{e*}_{i1}	v'^f_{j2}	a'^{f*}_{j2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}
$\tilde{e}_2$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_1$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j2}	a'^{e*}_{j2}	a'^e_{i2}	v'^{e*}_{i2}	v'^f_{j1}	a'^{f*}_{j1}	a'^f_{i1}	v'^{f*}_{i1}
$\tilde{e}_2$	$\tilde{\chi}_j^0$	$\tilde{f}_2$	$\tilde{\chi}_i^0$	v'^e_{j2}	a'^{e*}_{j2}	a'^e_{i2}	v'^{e*}_{i2}	v'^f_{j2}	a'^{f*}_{j2}	a'^f_{i2}	v'^{f*}_{i2}

Massen und Kopplungen des direkten Chargino-Boxdiagramms											
m_1	m_2	m_3	m_4	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{\nu}_e$	$\tilde{\chi}_j^\pm$	$\tilde{f}'_1$	$\tilde{\chi}_i^\pm$	v^e_{j1}	a^{e*}_{j1}	a^e_{i1}	v^{e*}_{i1}	a^f_{j1}	v^{f*}_{j1}	v^f_{i1}	a^{f*}_{i1}

Massen und Kopplungen des gekreuzten Chargino-Boxdiagramms											
m_1	m_2	m_3	m_4	g_1^+	g_1^-	g_2^+	g_2^-	g_3^+	g_3^-	g_4^+	g_4^-
$\tilde{\nu}_e$	$\tilde{\chi}_j^\pm$	$\tilde{f}'_1$	$\tilde{\chi}_i^\pm$	v^e_{j1}	a^{e*}_{j1}	a^e_{i1}	v^{e*}_{i1}	v^f_{j1}	a^{f*}_{j1}	a^f_{i1}	v^{f*}_{i1}
$\tilde{\nu}_e$	$\tilde{\chi}_j^\pm$	$\tilde{f}'_2$	$\tilde{\chi}_i^\pm$	v^e_{j1}	a^{e*}_{j1}	a^e_{i1}	v^{e*}_{i1}	v^f_{j2}	a^{f*}_{j2}	a^f_{i2}	v^{f*}_{i2}

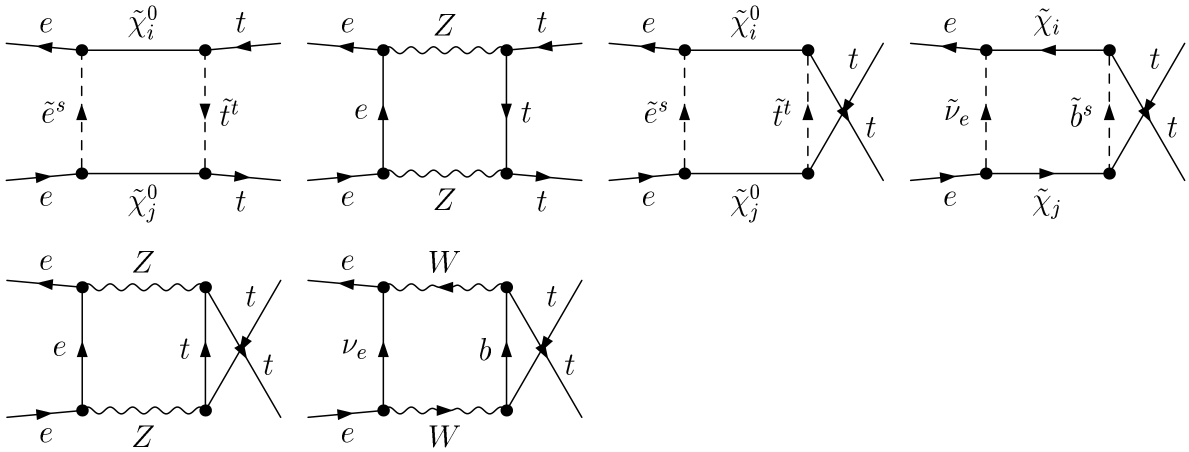


Abb. B.5: *Die Boxdiagramme zum Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha^2)$. s und t sind die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*

B.5 Counterterm-Diagramme

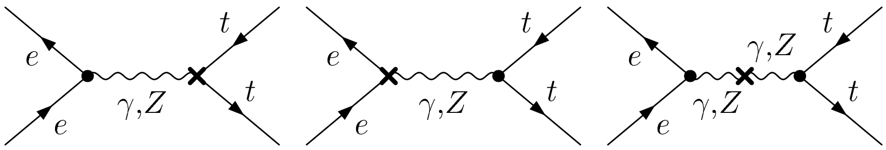


Abb. B.6: *Die Counterterm-Diagramme zum Prozeß $e^+e^- \to t\bar{t}$.*

Die Fermion-Selbstenergie, die für die Berechnung der Counterterme benötigt wird, kann durch skalare Funktionen $\Sigma^f_{S,V,A}$ als Entwicklungskoeffizienten für den skalaren-, Vektor-, und Axialvektoranteil dargestellt werden:

$$\Sigma^f(p) = \not{p}\Sigma^f_V(p^2) + \not{p}\gamma_5\Sigma^f_A(p^2) + m_f\Sigma^f_S(p^2) \ . \tag{B.20}$$

Zur besseren Übersicht sind die Beiträge in einen (schwachen) 2HDM-Anteil, einen SUSY-Anteil und einen SUSY-QCD-Anteil (Gluino-Anteil) getrennt.

g^f_X	$X =$ SM-Higgs	$X = h^0$	$X = H^0$	$X = A^0$	$X = H^\pm$
$f = u$-artig	1	$\dfrac{\cos\alpha}{\sin\beta}$	$\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$	$\cot\beta$	$\cot\beta$
$f = d$-artig	1	$-\dfrac{\sin\alpha}{\cos\beta}$	$\dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta}$	$\tan\beta$	$\tan\beta$

Tab. B.1: *Faktoren der Yukawa-Kopplungen.*

Der skalare Anteil $\Sigma_S^f(p^2)$:

$$
\begin{aligned}
\Sigma_S^{\rm 2HDM} &= -\frac{\alpha}{4\pi}\Bigg\{(v_f^2 - a_f^2)\Big[4B_0(p^2, m_f, M_Z) - 2\Big] \\
&+ \frac{m_{f'}^2}{2s_w^2 M_W^2}\Big[B_0(p^2, m_{f'}, M_W) - B_0(p^2, m_{f'}, m_{H^\pm})\Big] \\
&+ \frac{m_f^2}{4s_w^2 M_W^2}\Big[B_0(p^2, m_f, M_Z) - (g_h^f)^2 B_0(p^2, m_f, m_h) \\
&- (g_H^f)^2 B_0(p^2, m_f, m_H) + (g_A^f)^2 B_0(p^2, m_f, M_A)\Big]\Bigg\} \\
\Sigma_S^{\rm SUSY} &= \frac{\alpha}{4\pi}\Bigg\{\sum_{i=1}^{2}\frac{m_{\tilde\chi_i^\pm}}{m_f}\Big[\Re\mathrm{e}\{v_{i1}^f a_{i1}^f\}B_0(p^2, m_{\tilde\chi_i^\pm}, m_{\tilde f_1'}) + \Re\mathrm{e}\{v_{i2}^f a_{i2}^f\}B_0(p^2, m_{\tilde\chi_i^\pm}, m_{\tilde f_2'})\Big] \\
&+ \sum_{i=1}^{4}\frac{m_{\tilde\chi_i^0}}{m_f}\Big[\Re\mathrm{e}\{v_{i1}'^f a_{i1}'^f\}B_0(p^2, m_{\tilde\chi_i^0}, m_{\tilde f_1}) + \Re\mathrm{e}\{v_{i2}'^f a_{i2}'^f\}B_0(p^2, m_{\tilde\chi_i^0}, m_{\tilde f_2})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma_S^{\rm Gluino} &= -\frac{\alpha_s}{4\pi}\,\frac{2\,C_F\,m_{\tilde g}}{m_f}\,\Big[U_{11}^{f*}U_{12}^f B_0(p^2, m_{\tilde g}, m_{\tilde q_1}) - U_{21}^{f*}U_{22}^f B_0(p^2, m_{\tilde g}, m_{\tilde q_2})\Big]\ .
\end{aligned}
\tag{B.21}
$$

Der Vektoranteil $\Sigma_V^f(p^2)$:

$$
\begin{aligned}
\Sigma_V^{\rm 2HDM} &= -\frac{\alpha}{4\pi}\Bigg\{(v_f^2 + a_f^2)\Big[2B_1(p^2, m_f, M_Z) + 1\Big] + \frac{1}{4s_w^2}\Big[2B_1(p^2, m_{f'}, M_W) + 1\Big] \\
&+ \frac{m_f^2}{4s_w^2 M_W^2}\Big[(g_h^f)^2 B_1(p^2, m_f, m_h) + (g_H^f)^2 B_1(p^2, m_f, m_H) \\
&+ (g_A^f)^2 B_1(p^2, m_f, M_A) + B_1(p^2, m_f, M_Z)\Big] \\
&+ \frac{1}{4s_w^2 M_W^2}\Big[(m_f^2 + m_{f'}^2) B_1(p^2, m_{f'}, M_W) \\
&+ (m_f^2 (g_{H^\pm}^f)^2 + m_{f'}^2 (g_{H^\pm}^{f'})^2) B_1(p^2, m_{f'}, m_{H^\pm})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma_V^{\rm SUSY} &= -\frac{\alpha}{4\pi}\Bigg\{\sum_{i=1}^{2}\Big[\frac{|v_{i1}^f|^2 + |a_{i1}^f|^2}{2}B_1(p^2, m_{\tilde\chi_i^\pm}, m_{\tilde f_1'}) + \frac{|v_{i2}^f|^2 + |a_{i2}^f|^2}{2}B_1(p^2, m_{\tilde\chi_i^\pm}, m_{\tilde f_2'})\Big] \\
&+ \sum_{i=1}^{4}\Big[\frac{|v_{i1}'^f|^2 + |a_{i1}'^f|^2}{2}B_1(p^2, m_{\tilde\chi_i^0}, m_{\tilde f_1}) + \frac{|v_{i2}'^f|^2 + |a_{i2}'^f|^2}{2}B_1(p^2, m_{\tilde\chi_i^0}, m_{\tilde f_2})\Big]\Bigg\} \\
\Sigma_V^{\rm Gluino} &= -\frac{\alpha_s}{4\pi}\,C_F\,\Big[B_1(p^2, m_{\tilde g}, m_{\tilde q_1}) + B_1(p^2, m_{\tilde g}, m_{\tilde q_2})\Big]\ .
\end{aligned}
\tag{B.22}
$$

Der Axialvektoranteil $\Sigma_A^f(p^2)$:

$$\begin{aligned}
\Sigma_A^{\text{2HDM}} &= -\frac{\alpha}{4\pi}\Big\{ -2v_f a_f\Big[2B_1(p^2,m_f,M_Z)+1\Big] - \frac{1}{4s_w^2}\Big[2B_1(p^2,m_{f'},M_W)+1\Big] \\
&\quad + \frac{1}{4s_w^2 M_W^2}\Big[(m_f^2-m_{f'}^2)B_1(p^2,m_{f'},M_W) \\
&\quad + (m_f^2(g_{H^\pm}^f)^2 - m_{f'}^2(g_{H^\pm}^{f'})^2)B_1(p^2,m_{f'},m_{H^\pm})\Big]\Big\} \\
\Sigma_A^{\text{SUSY}} &= \frac{\alpha}{4\pi}\Big\{\sum_{i=1}^{2}\Big[\frac{|v_{i1}^f|^2-|a_{i1}^f|^2}{2}B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^\pm},m_{\tilde f_1'}) + \frac{|v_{i2}^f|^2-|a_{i2}^f|^2}{2}B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^\pm},m_{\tilde f_2'})\Big] \\
&\quad + \sum_{i=1}^{4}\Big[\frac{|v_{i1}'^f|^2-|a_{i1}'^f|^2}{2}B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^0},m_{\tilde f_1}) + \frac{|v_{i2}'^f|^2-|a_{i2}'^f|^2}{2}B_1(p^2,m_{\tilde\chi_i^0},m_{\tilde f_2})\Big]\Big\} \\
\Sigma_A^{\text{Gluino}} &= -\frac{\alpha_s}{4\pi}C_F\Big\{(|U_{12}^f|^2-|U_{11}^f|^2)B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_1}) \\
&\quad + (|U_{22}^f|^2-|U_{21}^f|^2)B_1(p^2,m_{\tilde g},m_{\tilde q_2})\Big\}\ . \qquad \text{(B.23)}
\end{aligned}$$

Dabei ist der Faktor $C_F = 4/3$ (s. Gl. (B.19)) und die Faktoren der Yukawa-Kopplungen g_X^f sind der Tabelle B.1 zu entnehmen. Außerdem wurden folgende Definitionen für die SUSY-Kopplungen benutzt ($N_{i1}' := N_{i1}c_w + N_{i2}s_w$ und $N_{i2}' := N_{i2}c_w - N_{i1}s_w$):

$$\begin{aligned}
v_{i1}^{\{d;u\}} &:= -\frac{1}{s_w}\{V_{i1};U_{i1}\}U_{11}^{f'*} + \frac{m_{f'}}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{V_{i2}}{\sin\beta};\frac{U_{i2}}{\cos\beta}\Big\}U_{12}^{f'*} \\
v_{i2}^{\{d;u\}} &:= -\frac{1}{s_w}\{V_{i1};U_{i1}\}U_{21}^{f'*} + \frac{m_{f'}}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{V_{i2}}{\sin\beta};\frac{U_{i2}}{\cos\beta}\Big\}U_{22}^{f'*} \\
a_{i1}^{\{d;u\}} &:= +\frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{U_{i2}}{\cos\beta};\frac{V_{i2}}{\sin\beta}\Big\}U_{11}^{f'} \\
a_{i2}^{\{d;u\}} &:= +\frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{U_{i2}}{\cos\beta};\frac{V_{i2}}{\sin\beta}\Big\}U_{21}^{f'} \\
v_{i1}'^{\{d;u\}} &:= -\sqrt{2}\Big[Q_f N_{i1}' \mp \frac{\frac{1}{2}\pm Q_f s_w^2}{s_w c_w}N_{i2}'\Big]U_{11}^{f*} - \frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\Big\}U_{12}^{f*} \\
v_{i2}'^{\{d;u\}} &:= -\sqrt{2}\Big[Q_f N_{i1}' \mp \frac{\frac{1}{2}\pm Q_f s_w^2}{s_w c_w}N_{i2}'\Big]U_{21}^{f*} - \frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\Big\}U_{22}^{f*} \\
a_{i1}'^{\{d;u\}} &:= -\frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\Big\}U_{11}^{f} + \sqrt{2}\Big[Q_f N_{i1}' - \frac{Q_f s_w}{c_w}N_{i2}'\Big]U_{12}^{f} \\
a_{i2}'^{\{d;u\}} &:= -\frac{m_f}{\sqrt{2}M_W s_w}\Big\{\frac{N_{i3}}{\cos\beta};\frac{N_{i4}}{\sin\beta}\Big\}U_{21}^{f} + \sqrt{2}\Big[Q_f N_{i1}' - \frac{Q_f s_w}{c_w}N_{i2}'\Big]U_{22}^{f}\ , \qquad \text{(B.24)}
\end{aligned}$$

Die Matrixelemente der Chargino- und Neutralino-Mischungsmatrizen U_{ij}, V_{ij} und N_{ij} erhält man aus der numerischen Diagonalisierung (s. Abschnitte 4.5.2 und 4.5.3).

Anhang C

Feynman-Diagramme für $gg \to t\bar{t}$

Die MSSM-Feynman-Regeln der *model files* `MSSMQCD.mod` und `MSSM.mod`, welche für die Berechnung der 1-Schleifenkorrekturen erforderlich sind, wurden Ref. [10, 11, 13] entnommen und auf komplexe Parameter erweitert.

C.1 Born-Diagramme

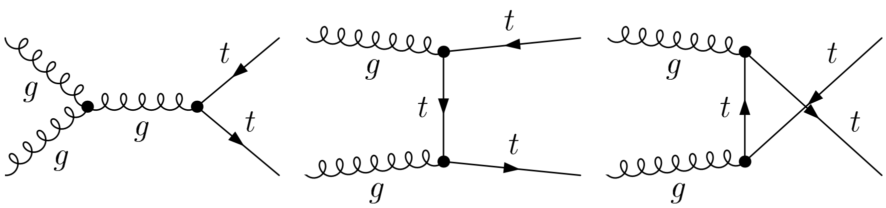
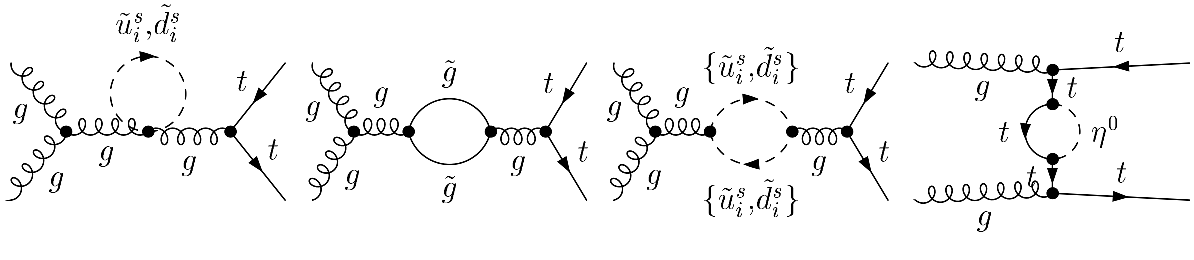


Abb. C.1: *Die Born-Diagramme zum Prozeß $gg \to t\bar{t}$.*

C.2 Selbstenergien



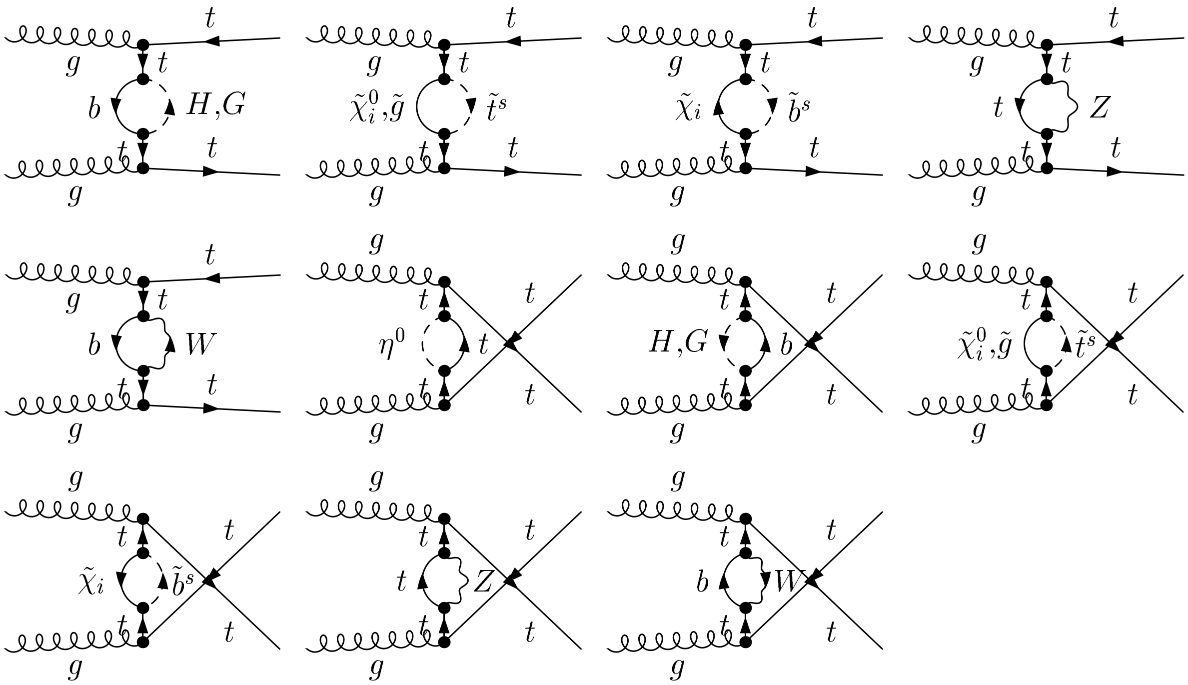
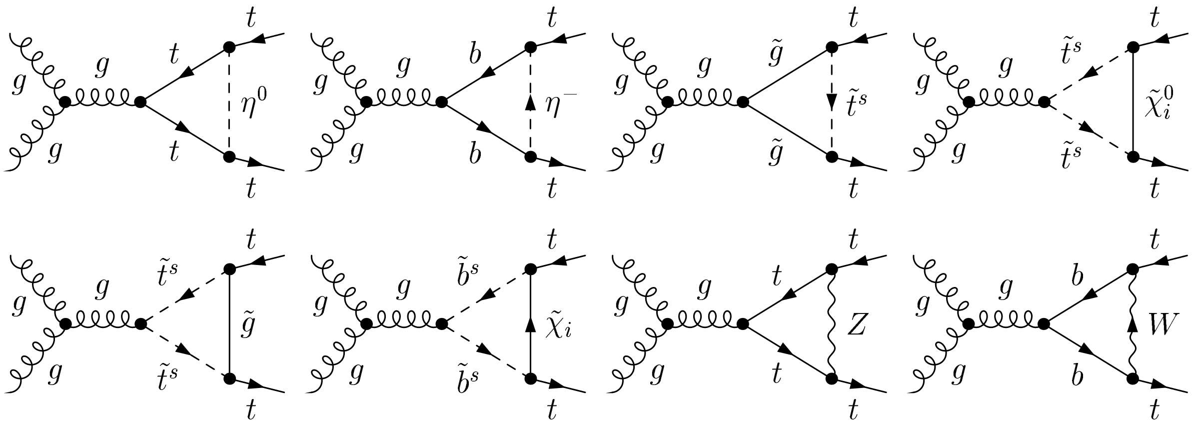
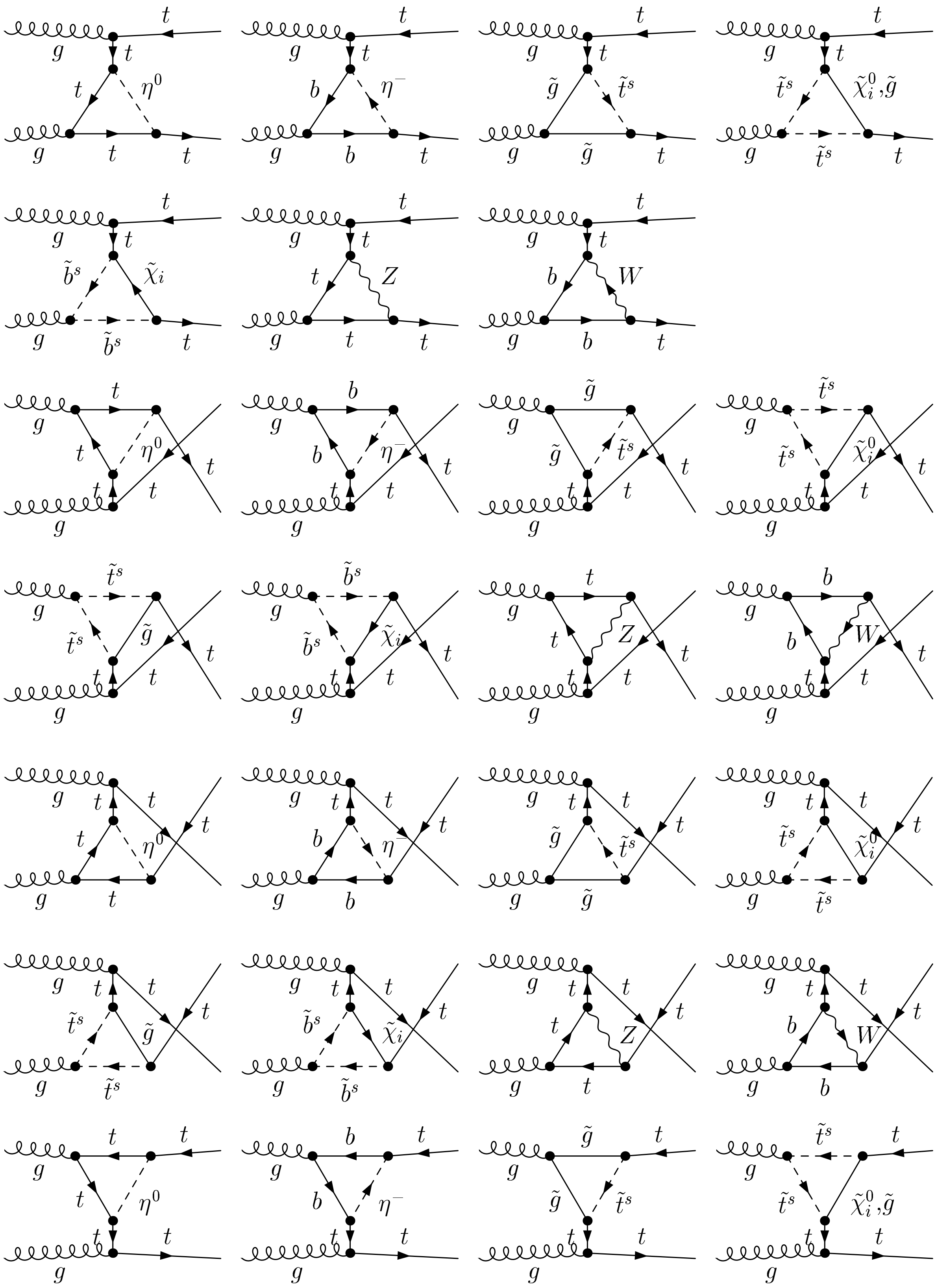


Abb. C.2: *Die MSSM s-, t- und u-Kanal-Selbstenergiekorrekturen zum Prozeß $gg \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$. Dabei ist $\eta^0 = h^0, H^0, A^0, G^0$ und s bezeichnet den Sfermion-Index 1,2 bzw. L, R.*

C.3 Vertexkorrekturen





g t t t η^0 g t t
g t t b η^- g b t
g t t $\tilde{g}$ $\tilde{t}^s$ g $\tilde{g}$ t
g t t $\tilde{t}^s$ $\tilde{\chi}_i^0,\tilde{g}$ g $\tilde{t}^s$ t
g t t $\tilde{b}^s$ $\tilde{\chi}_i$ g $\tilde{b}^s$ t
g t t t Z g t t
g t t b W g b t
g t t η^0 t t t g
g b b η^- t t t g
g $\tilde{g}$ $\tilde{g}$ $\tilde{t}^s$ t t t g
g $\tilde{t}^s$ $\tilde{t}^s$ $\tilde{\chi}_i^0$ t t t g
g $\tilde{t}^s$ $\tilde{t}^s$ $\tilde{g}$ t t t g
g $\tilde{b}^s$ $\tilde{b}^s$ $\tilde{\chi}_i$ t t t g
g t t Z t t t g
g b b W t t t g
g t t t t η^0 g t
g t t t b η^- g b
g t t t $\tilde{g}$ $\tilde{t}^s$ g $\tilde{g}$
g t t t $\tilde{t}^s$ $\tilde{\chi}_i^0$ g $\tilde{t}^s$
g t t t $\tilde{t}^s$ $\tilde{g}$ g $\tilde{t}^s$
g t t t $\tilde{b}^s$ $\tilde{\chi}_i$ g $\tilde{b}^s$
g t t t t Z g t
g t t t b W g b
t t g t η^0 t t g
b t g b η^- t t g
$\tilde{g}$ t g $\tilde{g}$ $\tilde{t}^s$ t t g
$\tilde{t}^s$ t g $\tilde{t}^s$ $\tilde{\chi}_i^0,\tilde{g}$ t t g

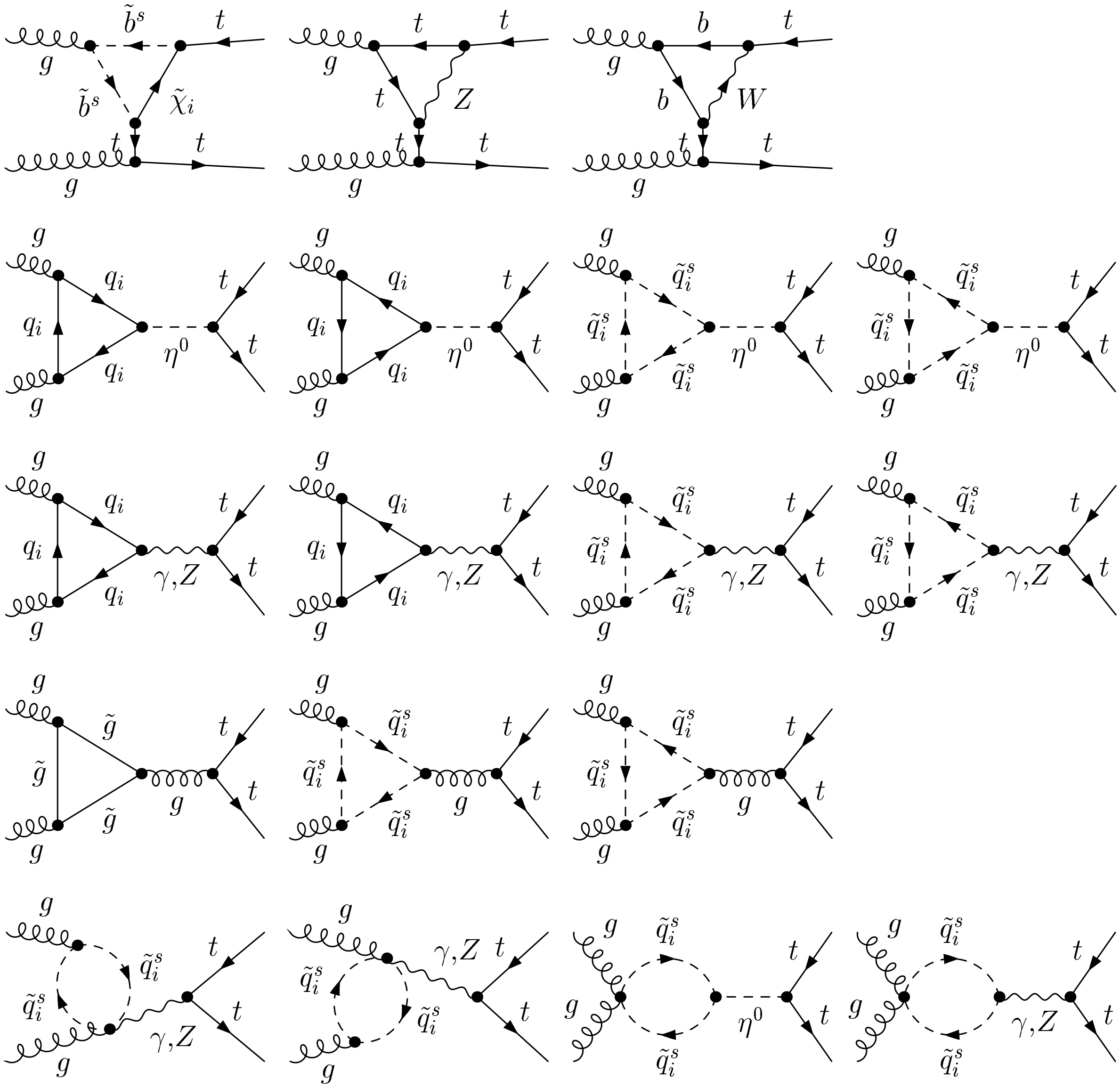


Abb. C.3: *Die MSSM s-, t- und u-Kanal-Vertexkorrekturen zum Prozeß $gg \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$. Dabei ist $\eta^0 = h^0, H^0, A^0, G^0$ und $\eta^- = H^-, G^-$. s bezeichnet den Sfermion-Index 1,2 bzw. L, R. Die irreduziblen 2-Punkt-Diagramme der letzten Reihe werden hier, zusammen mit den irreduziblen 3-Punkt-Diagrammen, als Vertexdiagramme geführt.*

C.4 Boxdiagramme

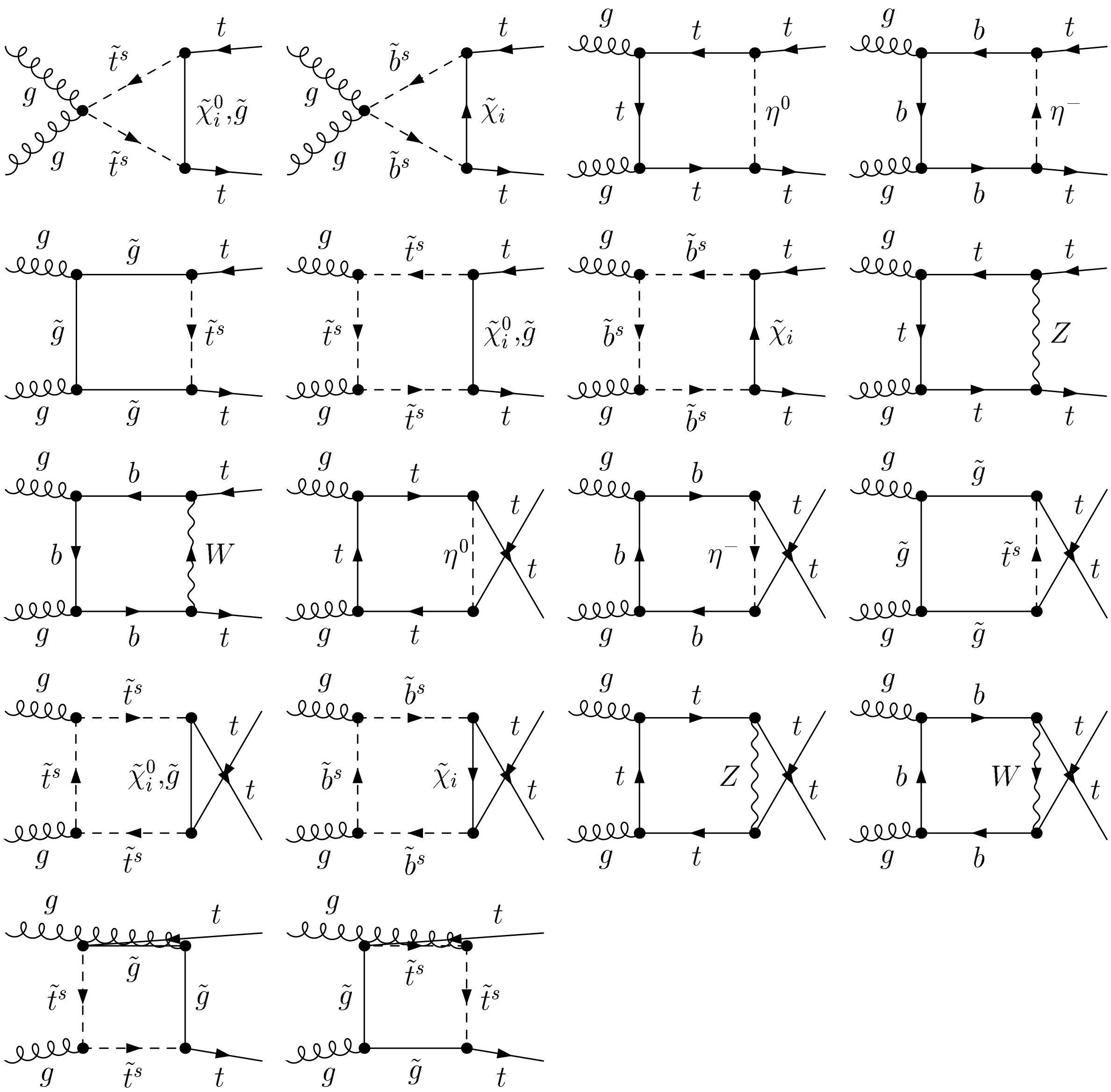


Abb. C.4: *Die direkten und gekreuzten MSSM Boxdiagramme zum Prozeß $gg \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$. Dabei ist $\eta^0 = h^0, H^0, A^0, G^0$ und $\eta^- = H^-, G^-$. s ist der Sfermion-Index 1,2 bzw. L, R. Die ersten beiden irreduziblen 3-Punkt-Diagramme werden hier, zusammen mit den irreduziblen 4-Punkt-Diagrammen, als Boxdiagramme geführt.*

C.5 Counterterm-Diagramme

Die Feynman-Regeln des *model file* `SMc.mod`, welche für die Berechnung der Counterterme erforderlich sind, sind aus Ref. [93] entnommen. Dabei ist jedoch zu beachten, daß in [93] eine andere kovariante Ableitung benutzt wird als in [10, 11, 13]. Um dies in Einklang zu bringen, muß $\sin\theta_w$ durch $-\sin\theta_w$ ersetzt werden. Außerdem ist die Phase der Higgs-Felder verschieden gewählt, d.h. für jedes Higgs-Feld muß ein zusätzlicher Faktor (-1) angebracht werden. Dies wurde bei der Benutzung der verschiedenen *model files* stets berücksichtigt.

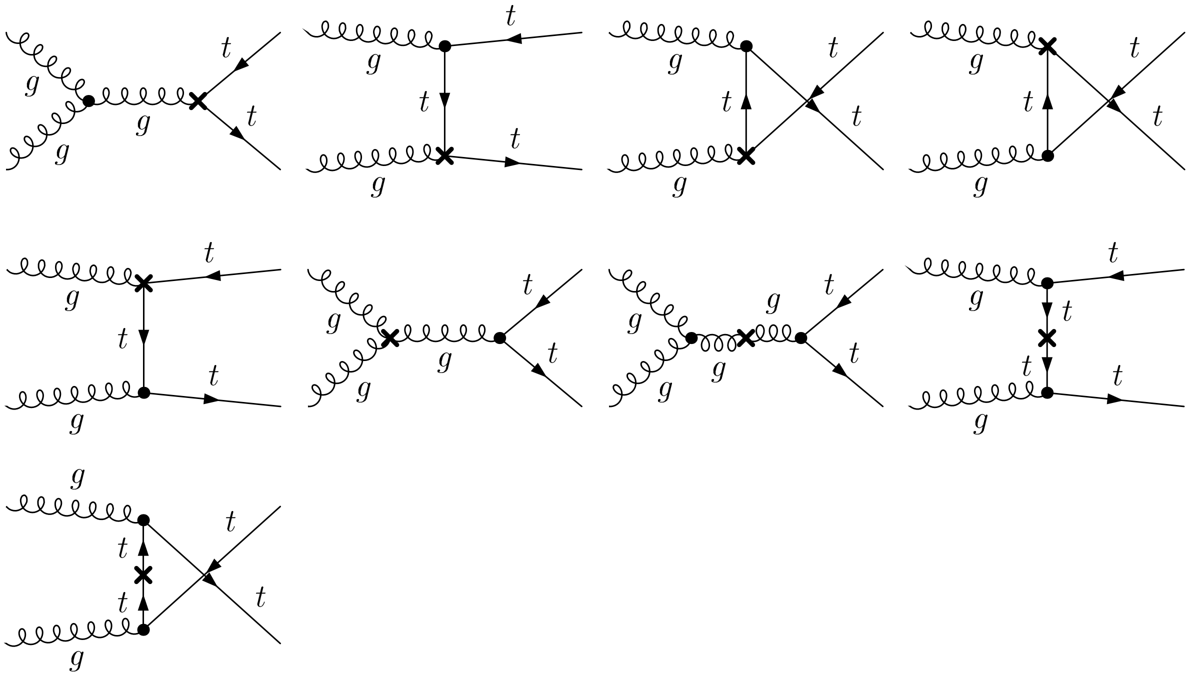


Abb. C.5: *Die Counterterm-Diagramme zum Prozeß $gg \to t\bar{t}$.*

Anhang D

Feynman-Diagramme für $q\bar{q} \to t\bar{t}$

Die MSSM-Feynman-Regeln der *model files* `MSSMQCD.mod` und `MSSM.mod`, welche für die Berechnung der 1-Schleifenkorrekturen erforderlich sind, sind Ref. [10, 11, 13] entnommen und auf komplexe Parameter erweitert.

D.1 Born-Diagramme

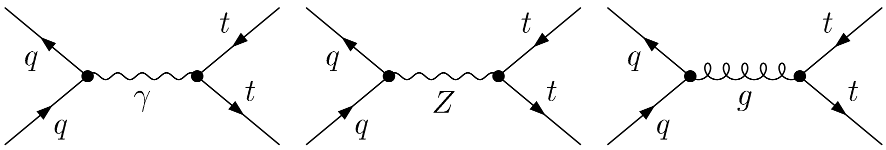
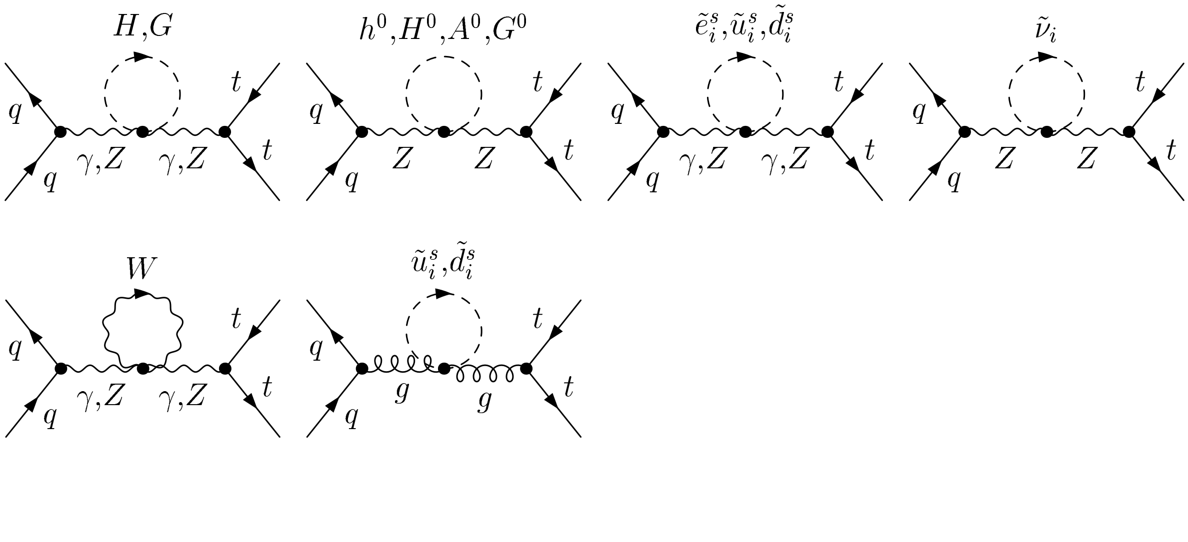


Abb. D.1: *Die Born-Diagramme zum Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$. Dabei ist $q = u, d$.*

D.2 Selbstenergien



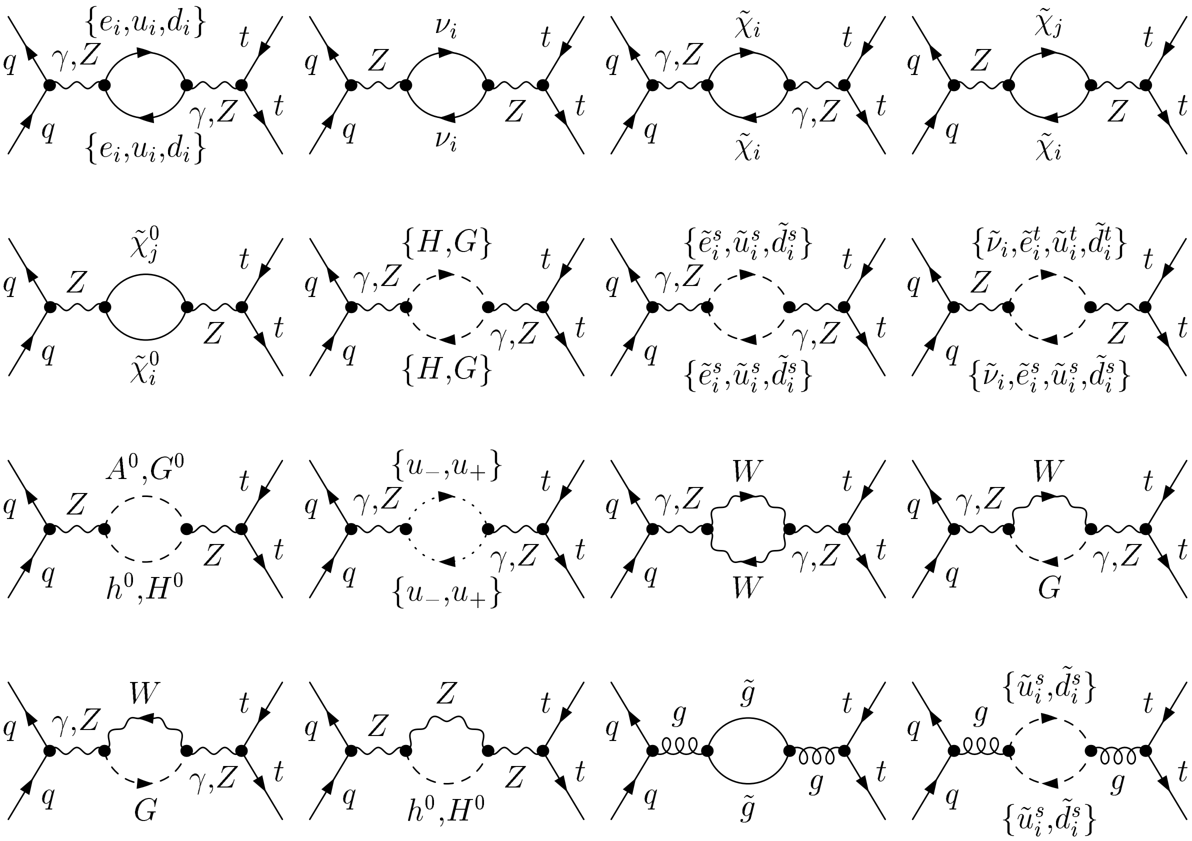
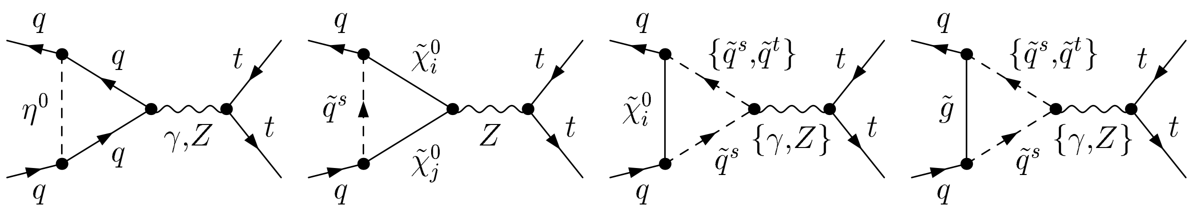
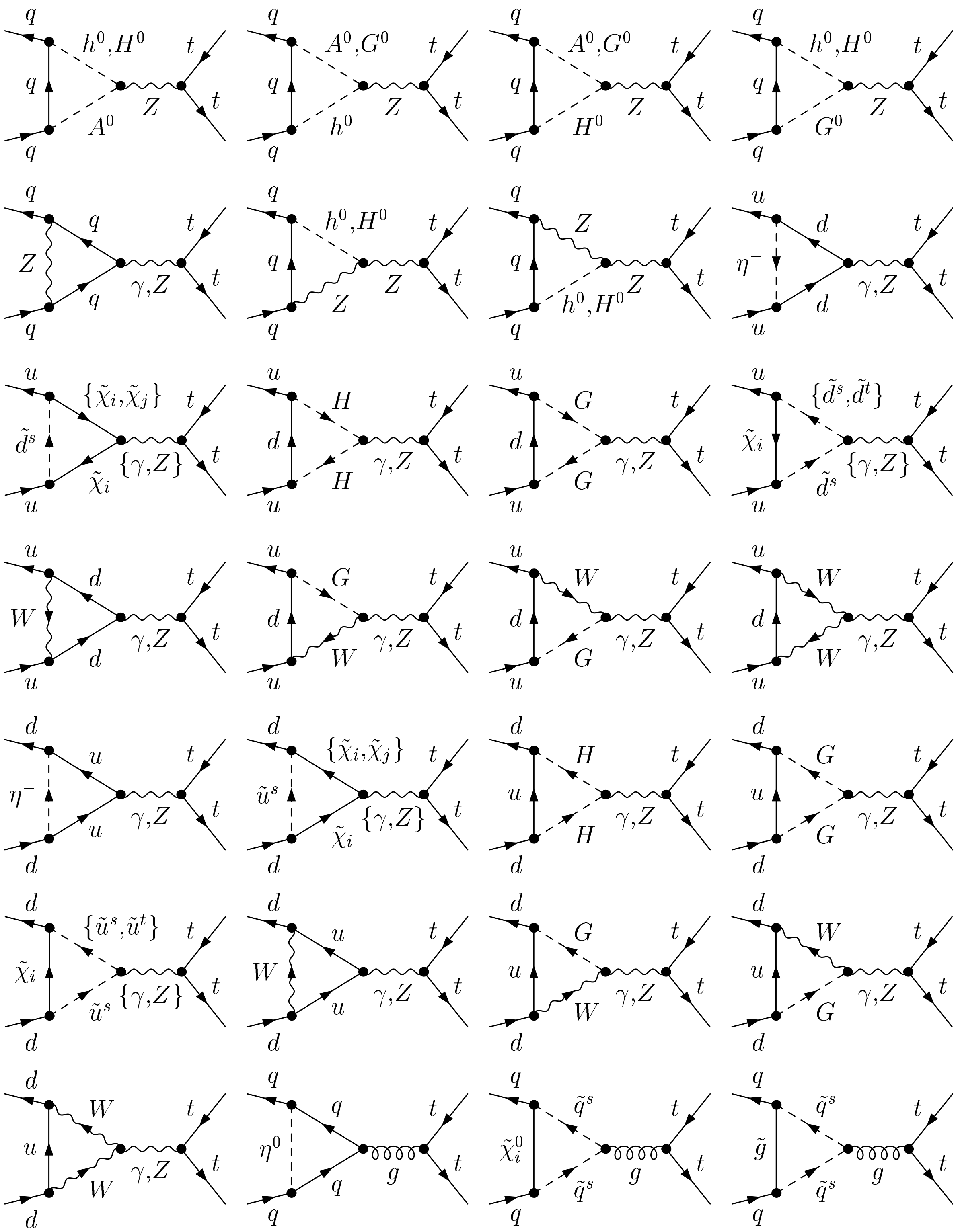


Abb. D.2: *Die MSSM-Selbstenergiekorrekturen zum Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ und $\mathcal{O}(\alpha^2)$. Dabei ist $q = u, d$ und s und t bezeichnen die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*

D.3 Vertexkorrekturen




q h^0,H^0 t q Z t A^0 q
q A^0,G^0 t q Z t h^0 q
q A^0,G^0 t q Z t H^0 q
q h^0,H^0 t q Z t G^0 q
q q t Z t q γ,Z q
q h^0,H^0 t q Z t Z q
q Z t q Z t h^0,H^0 q
u d t η^- t d γ,Z u
u $\{\tilde{\chi}_i$,$\tilde{\chi}_j\}$ t $\tilde{d}^s$ t $\tilde{\chi}_i$ $\{\gamma$,$Z\}$ u
u H t d t H γ,Z u
u G t d t G γ,Z u
u $\{\tilde{d}^s$,$\tilde{d}^t\}$ t $\tilde{\chi}_i$ t $\tilde{d}^s$ $\{\gamma$,$Z\}$ u
u d t W t d γ,Z u
u G t d t W γ,Z u
u W t d t G γ,Z u
u W t d t W γ,Z u
d u t η^- t u γ,Z d
d $\{\tilde{\chi}_i$,$\tilde{\chi}_j\}$ t $\tilde{u}^s$ t $\tilde{\chi}_i$ $\{\gamma$,$Z\}$ d
d H t u t H γ,Z d
d G t u t G γ,Z d
d $\{\tilde{u}^s$,$\tilde{u}^t\}$ t $\tilde{\chi}_i$ t $\tilde{u}^s$ $\{\gamma$,$Z\}$ d
d u t W t u γ,Z d
d G t u t W γ,Z d
d W t u t G γ,Z d
d W t u t W γ,Z d
q q t η^0 t q g q
q $\tilde{q}^s$ t $\tilde{\chi}^0_i$ t $\tilde{q}^s$ g q
q $\tilde{q}^s$ t $\tilde{g}$ t $\tilde{q}^s$ g q

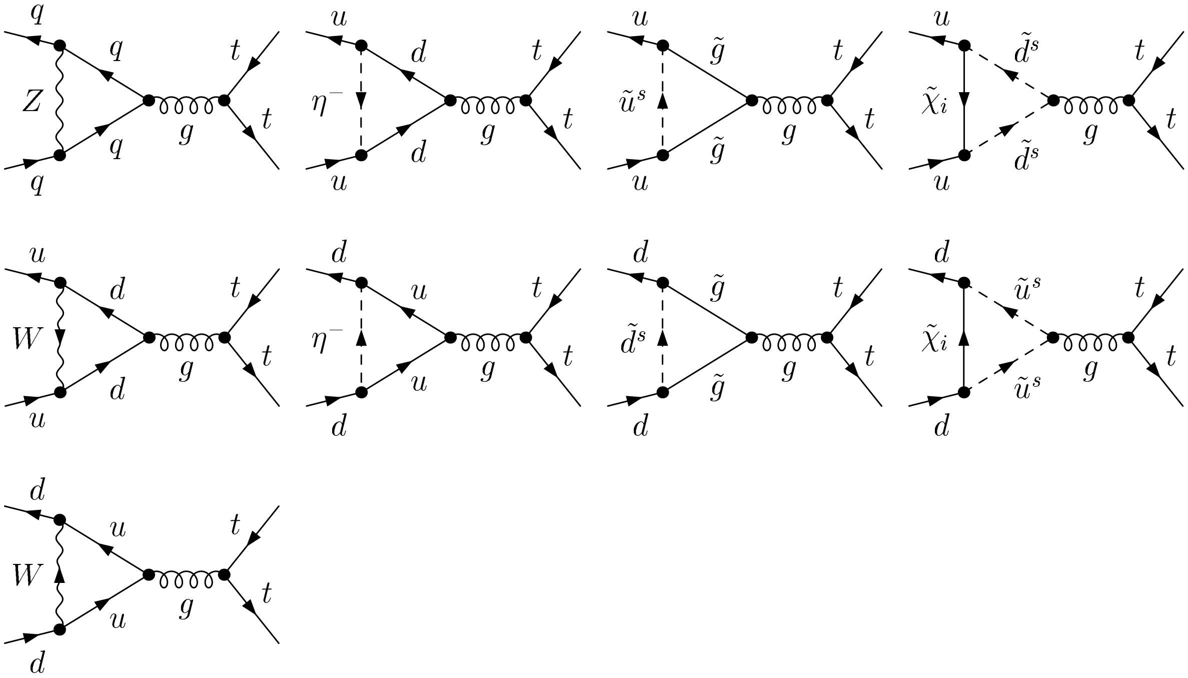
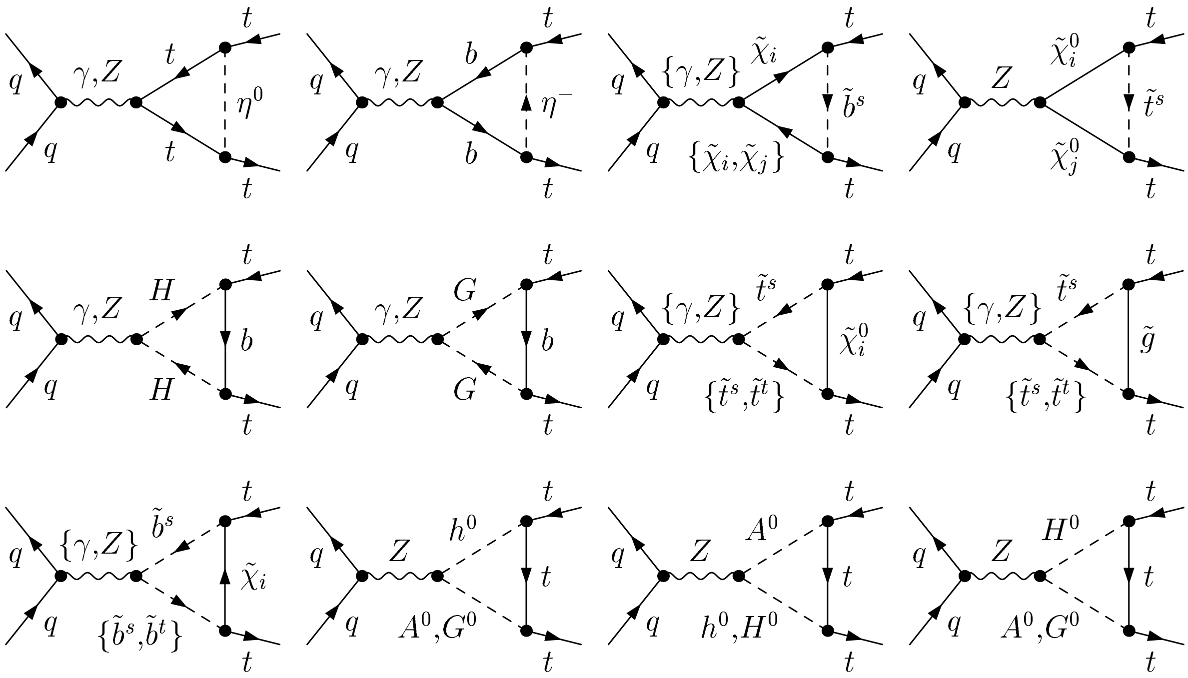


Abb. D.3: *Die MSSM s-Kanal-Anfangszustand-Vertexkorrekturen zum Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ und $\mathcal{O}(\alpha^2)$. Dabei ist $q = u, d$; $\tilde{q}^s = \tilde{u}^s, \tilde{d}^s$; $\eta^0 = h^0, H^0, A^0, G^0$ und $\eta^- = H^-, G^-$. s und t sind die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*



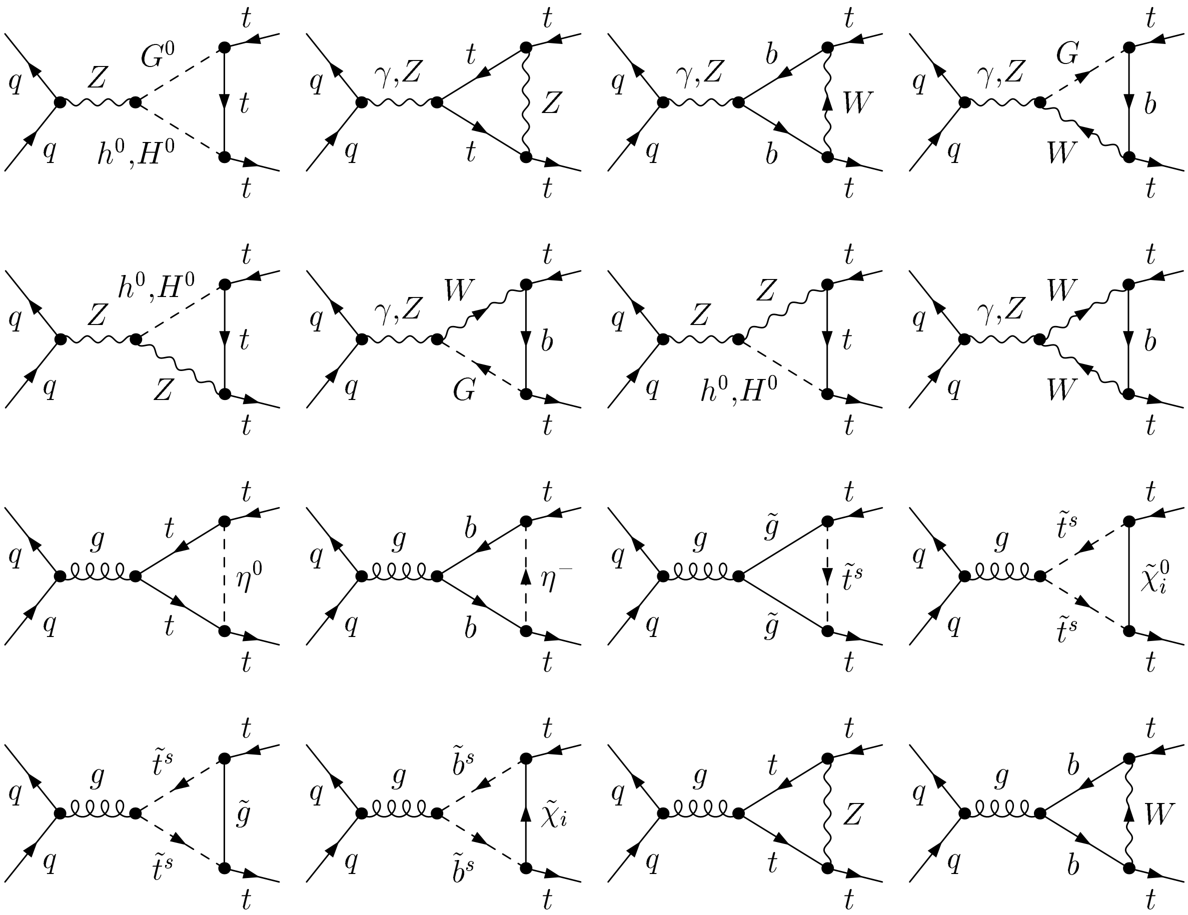


Abb. D.4: *Die MSSM s-Kanal-Endzustand-Vertexkorrekturen zum Prozeß* $q\bar{q} \to t\bar{t}$ *in* $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ *und* $\mathcal{O}(\alpha^2)$. *Dabei ist* $q = u, d$; $\eta^0 = h^0, H^0, A^0, G^0$ *und* $\eta^- = H^-, G^-$. *s und t sind die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*

D.4 Boxdiagramme

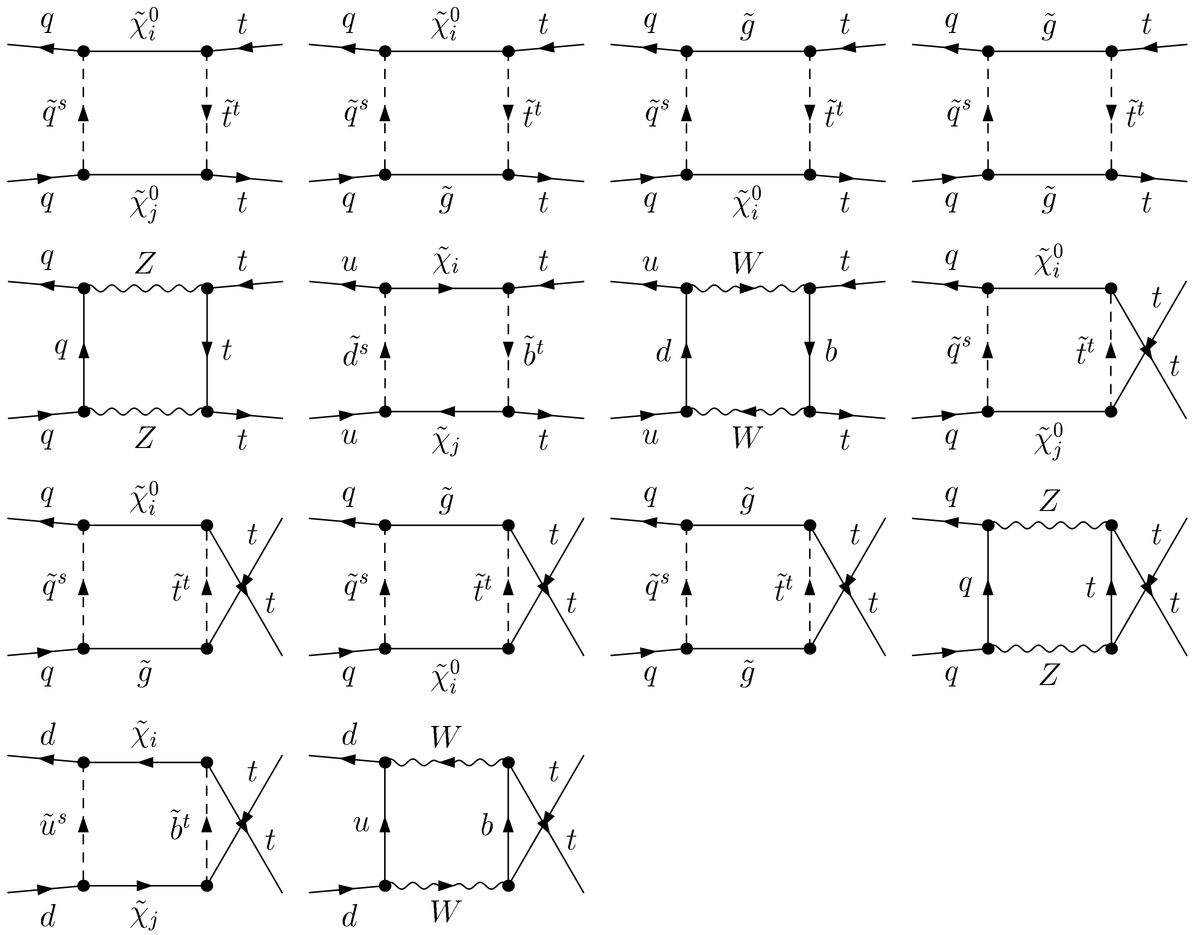


Abb. D.5: *Die MSSM-Boxdiagramme zum Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ und $\mathcal{O}(\alpha^2)$. Dabei ist $q = u, d$ und $\tilde{q}^s = \tilde{u}^s, \tilde{d}^s$. s und t sind die Sfermion-Indizes 1,2 bzw. L, R.*

D.5 Counterterm-Diagramme

Die Feynman-Regeln des *model file* `SMc.mod`, welche für die Berechnung der Counterterme erforderlich sind, sind aus Ref. [93] entnommen. Dabei ist jedoch zu beachten, daß in [93] eine andere kovariante Ableitung benutzt wird als in [10, 11, 13]. Um dies in Einklang zu bringen, muß $\sin\theta_w$ durch $-\sin\theta_w$ ersetzt werden.

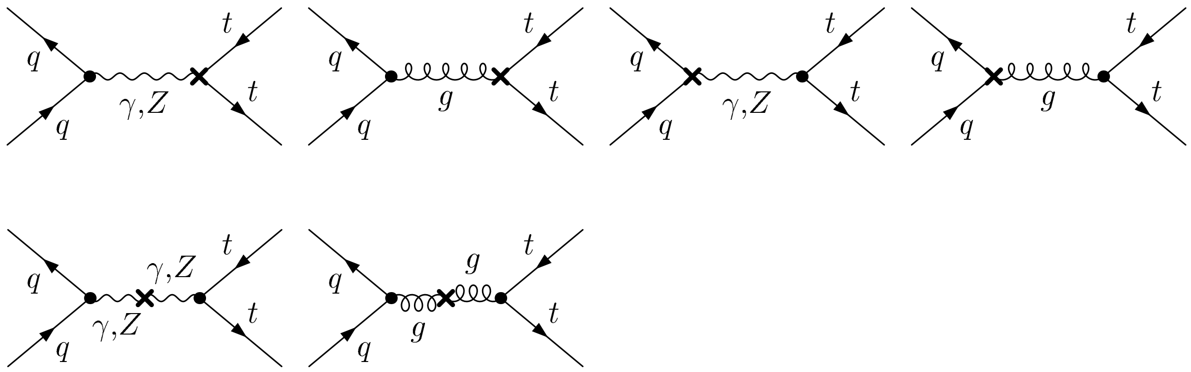


Abb. D.6: *Die Counterterm-Diagramme zum Prozeß $q\bar{q} \to t\bar{t}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und $\mathcal{O}(\alpha)$. Dabei ist $q = u, d$.*

Literaturverzeichnis

[1] S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579;
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 19;
A. Salam, in: *Proceedings of the 8th Nobel Symposium*, Editor N. Svartholm, Stockholm, 1968.

[2] S.L. Glashow, J. Illiopoulos, L. Maiani, *Phys. Rev* **2** (1970) 1285.

[3] H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler, *Phys. Lett.* **B47** (1973) 365.

[4] P.W. Higgs, *Phys. Lett.* **12** (1964) 132, *Phys. Lett.* **13** (1964) 508, *Phys. Rev.* **145** (1970) 1285;
R. Brout, F. Englert, *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 321;
T.W.B. Kibble, *Phys. Rev.* **155** (1967) 1554.

[5] The LEP Collaborations ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, the LEP Electroweak Working Group and the SLD Heavy Flavor and Electroweak Groups, **hep-ex/0112021**.

[6] H.P. Nilles, *Phys. Rep.* **110** (1984) 1;
H.P. Nilles, "The Supersymmetric Standard Model" in: *Phenomenological Aspects of Supersymmetry*, W. Hollik, R. Rückl, J. Wess (eds.), Lecture Notes in Physics 405, Springer-Verlag, 1992.

[7] P. Fayet, S. Ferrara, *Phys. Rep.* **23** (1977) 249.

[8] M.F. Sohnius, *Phys. Rep.* **128** (1985) 39.

[9] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmerty and Supergravity*, 2.nd Edition, Princeton Series in Physics, 1992.

[10] H.E. Haber, G. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1985) 75.

[11] J.F. Gunion, H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B272** (1986) 1.

[12] D.E. Groom *et al.*, *Eur. Phys. J.* **C15** (2000) 1 and 2001 off-year partial update for the 2002 edition available on the PDG WWW pages (`URL: http://pdg.lbl.gov/`).

[13] J.F. Gunion, H.E. Haber, G. Kane, S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, Frontiers in Physics Vol. 80, Addison-Wesley, 1990.

[14] T.-P. Cheng, L.-F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford University Press, New York, 1989.

[15] T. Kinoshita, B. Nizic, Y. Okamoto, *Phys. Rev.* **D31** (1985) 2108;
T. Kinoshita, W. Marciano, in: *Quantum Electrodynamics*, ed. T. Kinoshita, World Scientific 1990 (S. 419);
J. Bijnens, E. Pallante, J. Prades, *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 1447,
Erratum: *Phys. Rev. Lett.* **75** (1995) 3781;
S. Eidelman, F. Jegerlehner, *Z. Phys.* **C67** (1995) 585;
J. Bijnens, E. Pallante, J. Prades, *Nucl. Phys.* **B474** (1996) 379.

[16] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531;
M. Kobayashi, K. Maskawa, *Progr. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.

[17] R.D. Peccei, H.R. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 1440;
R.D. Peccei, H.R. Quinn, *Phys. Rev.* **D16** (1977) 1791.

[18] J.H. Christenson et. al., *Phys. Rev. Lett.* **13** (1964) 138.

[19] B. Aubert et. al., BaBar Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 091801.

[20] A. Sakharov, *JETP Lett.* **5** (1967) 24.

[21] G.R. Farrar, M.E. Shaposhnikov, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 774;
M.B. Gavela *et al.*, *Nucl. Phys.* **B430** (1994) 382;
P. Huet, E. Sather, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 379.

[22] W. Buchmüller, D. Wyler, *Phys. Lett.* **B121** (1983) 321;
J. Polchinski, M.B. Wise, *Phys. Lett.* **B125** (1983) 393;
F. del Águila, M.B. Gavela, J.A. Grifols, A. Méndez, *Phys. Lett.* **B126** (1983) 71,
Erratum: *Phys. Lett.* **B129** (1983) 473.

[23] M. Dugan, B. Grinstein, L.J. Hall, *Nucl. Phys.* **B255** (1985) 413.

[24] S. Dimopoulos, S. Thomas, *Nucl. Phys.* **B465** (1996) 23.

[25] N. Turok, J. Zadrozny, *Nucl. Phys.* **B369** (1992) 729;
M. Dine, P. Huet, R. Singelton Jr., *Nucl. Phys.* **B375** (1992) 625;
A. Cohen, A. Nelson, *Phys. Lett.* **B297** (1992) 111;
D. Comelli, M. Pietroni, A. Riotto, *Phys. Lett.* **B343** (1995) 343;
P. Huet, A.E. Nelson, *Phys. Rev.* **D53** (1996) 4578;
M. Aoki, N. Oshimo, A. Sugamoto, *Prog. Theor. Phys.* **98** (1997) 1179, *Prog. Theor. Phys.* **98** (1997) 1325;
M. Carena, M. Quirós, A. Riotto, I. Vilja, C.E.M. Wagner, *Nucl. Phys.* **B503** (1997) 387;
G.M. Cline, M. Joyce, K. Kaimulainen, *Phys. Lett.* **B417** (1998) 417.

[26] X.-G. He, B.H.J. Mc Kellar, S. Pakvasa, *Int. J. Mod. Phys.* **A4** (1989) 5011;
W. Bernreuther, M. Suzuki, *Rev. Mod. Phys.* **63** (1991) 313;
Y. Kizukuri, N. Oshimo, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 1806, *Phys. Rev.* **D46** (1992) 3025;
S. Bertolini, F. Vissani, *Phys. Lett.* **B324** (1994) 164.

[27] J.F. Donoghue, *Phys. Rev.* **D18** (1978) 1632;
E.P. Shabalin, *Sov. J. Nucl. Phys.* **28** (1978) 75;
A. Czarnecki, B. Krause, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 4339.

[28] N.F. Ramsey, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **40** (1990) 1;
I.S. Altarev *et al.*, *Phys. Lett.* **B276** (1992) 242.

[29] J. Bailey *et al.*, *J. Phys.* **C4** (1978) 345, *Nucl. Phys.* **B150** (1979) 1;
Y. Semertzidis *et al.*, E821 Collaboration at BNL, *AGS Expression of Interest: Search for an Electric Dipole Moment of Muon*, Sep. 1996.

[30] P. Nath, *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) 2565.

[31] J. Edsjo, P. Gondolo, *Phys. Rev.* **D56** (1997) 1879.

[32] R. Kuchimanchi, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 3486;
R. Mohapatra, A. Rasin, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 3490;
Y. Nir, A. Rattazzi, *Phys. Lett.* **B382** (1996) 363.

[33] E. Christova, M. Fabbrichesi, *Phys. Lett.* **B315** (1993) 113, *Phys. Lett.* **B315** (1993) 338, *Phys. Lett.* **B320** (1994) 299;
E. Grzadkowski, W.Y. Keung, *Phys. Lett.* **B316** (1993) 137;
M. Aoki, N. Oshimo, *Mod. Phys. Lett.* **A13** (1998) 3225.

[34] M. Aoki, N. Oshimo, *Nucl. Phys.* **B531** (1998) 49.

[35] E. Accomando et al., *ECFA/DESY LC Physics Working Group*, *Phys. Rep.* **299** (1998) 1.

[36] R. Garisto, J.D. Wells, *Phys. Rev.* **D55** (1997) 1611.

[37] T. Ibrahim, P. Nath, *Phys. Lett.* **B418** (1998) 98;
T. Ibrahim, P. Nath, *Phys. Rev.* **D57** (1998) 478,
Erratum: *Phys. Rev.* **D58** (1998) 019901.

[38] T. Falk, K.A. Olive, *Phys. Lett.* **B439** (1998) 71.

[39] M. Brhlik, G.J. Good, G.L. Kane, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 115004.

[40] J. Bernabéu, G.A. González-Sprinberg, M. Tung, J. Vidal, *Nucl. Phys.* **B436** (1995) 474.

[41] J. Bernabéu, G.A. González-Sprinberg, J. Vidal, *Phys. Lett.* **B397** (1997) 255.

[42] J. Bernabéu, D. Comelli, L. Lavoura, J.P. Silva, *Phys. Rev.* **D53** (1996) 5222.

[43] W. Hollik, J.I. Illana, S. Rigolin, D. Stöckinger, *Phys. Lett.* **B416** (1998) 345;
B. de Carlos, J.M. Moreno, *Nucl. Phys.* **B519** (1998) 101.

[44] G.C. Branco, M.N. Rebelo, *Phys. Lett.* **B160** (1985) 11;
S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D42** (1990) 860;
W. Bernreuther, T. Schröder, T.N. Pham, *Phys. Lett.* **B279** (1992) 389.

[45] W. Bernreuther, A. Brandenburg, P. Overmann, *Phys. Lett.* **B391** (1997) 413.

[46] W. Hollik, J.I. Illana, S. Rigolin, D. Stöckinger, *Phys. Lett.* **B425** (1998) 322.

[47] C.N. Yang, R.L. Mills, *Phys. Rev.* **96** (1954) 191.

[48] L.D. Faddeev, V.N. Popov, *Phys. Lett.* **B25** (1967) 29.

[49] R.P. Feynman, *Phys. Rev. Lett.* **23** (1969) 1415;
J.D. Bjorken, E.A. Paschos, *Phys. Rev.* **185** (1969) 1975.

[50] SLAC-Report 508, *The Strong Interaction from Hadrons to Partons*, Stanford, California 1996.

[51] V.N. Gribov, L.N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **15** (1972) 438;
L.N. Lipatov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **20** (1975) 95;
G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys.* **B126** (1977) 298;
Yu.L. Dokshitzer, *Sov. Phys. JETP* **46** (1977) 641.

[52] A.D. Martin, R. Roberts, W.J. Stirling, *Phys. Lett.* **B354** (1995) 155;
A.D. Martin, R. Roberts, W.J. Stirling, RAL Preprint, RAL/95-021 (1995).

[53] F. Abe *et al.* (CDF Collaboration), *Phys. Rev.* **D49** (1994) 1;
F. Abe *et al.* (CDF Collaboration), *Phys. Rev.* **D59** (1999) 052002.

[54] C. Albajar *et al.* (UA1 Collaboration), *Z. Phys.* **C44** (1989) 15;
F. Abe *et al.* (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 1502;
T. Affolder *et al.* (CDF Collaboration), **hep-ex/0106047**.

[55] S. Abachi *et al.* (DØ Collaboration), *Phys. Lett.* **B385** (1996) 471;
F. Abe *et al.* (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 2191;
A. Bodek, U. Baur, **hep-ph/0102160**.

[56] B. Abbott *et al.* (DØ Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 1156;
G. Giudice, R. Rattazi, J. Wells, *Nucl. Phys.* **B544** (1999) 3;
T. Han, J.D. Lykken, R.-J. Zhang, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 105006;
J.L. Hewett, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 4765.

[57] F. Abe *et al.* (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 2198;
B. Abbott *et al.* (DØ Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 4769.

[58] U. Baur, S. Keller, W.K. Sakumoto, *Phys. Rev.* **D57** (1998) 199.

[59] S. Haywood, P.R. Hobson, W. Hollik, Z. Kunszt (Conveners), *Electroweak Physics* (**hep-ph/0003275**) in: "Proceedings of the Workshop on Standard Model Physics (And More) at the LHC", Editors: G. Altarelli, M.L. Mangano, CERN 2000-004, Geneva 2000.

[60] U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher, D. Wackeroth, **hep-ph/0108274**.

[61] S. Catani, M. Dittmar, D. Soper, W.J. Stirling, S. Tapprogge (Convenors), *QCD* in: "Proceedings of the Workshop on Standard Model Physics (And More) at the LHC", Editors: G. Altarelli, M.L. Mangano, CERN 2000-004, Geneva 2000, **hep-ph/0005025**.

[62] M. Böhm, W. Hollik, H. Spiesberger, *Fortschr. Phys.* **Vol. 34** (1986) 687;
W. Hollik, "Renormalisation of the Standard Model" in: *Precision Tests of the Standard Model*, Advanced series on Directions in High Energy Physics, World Scientific, 1995.

[63] W. Hollik, *Fortschr. Phys.* **Vol. 38** (1990) 165.

[64] W. Hollik, "Predictions for e^+e^-Processes" in: *Precision Tests of the Standard Model*, Advanced Series on Directions in High Energy Physics, World Scientific, 1995;
D. Bardin, W. Hollik, G. Passarino (Editors), *Reports of the Working Group on Precision Calculations for the Z Resonance*, CERN 95-03, Geneva 1995.

[65] K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn, A. Kwiatkowski, in: *Reports of the Working Group on Precision Calculations for the Z Resonance*, CERN 95-03, Geneva 1995;
K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn, A. Kwiatkowski, *Phys. Lett.* **B282** (1992) 221;
K.G. Chetyrkin, A. Kwiatkowski, *Phys. Lett.* **B305** (1993) 285;
K.G. Chetyrkin, A. Kwiatkowski, M. Steinhauser, *Mod. Phys. Lett.* **A29** (1993) 2785.

[66] A.L. Kataev, *Phys. Lett.* **B287** (1992) 209.

[67] J. Küblbeck, M. Böhm, A. Denner, *Comp. Phys. Commun.* **60** (1990) 165;
T. Hahn, M. Perez-Victoria, *Comp. Phys. Commun.* **118** (1999) 153;
T. Hahn, *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* **B89** (2000) 231;
T. Hahn, *Comp. Phys. Commun.* **140** (2001) 418.

[68] G. Degrassi, P. Gambino, M. Passera, A. Sirlin, *Phys. Lett.* **B418** (1998) 209.

[69] D.E. Soper, **hep-ph/9702203**;
R.K. Ellis, N.J. Stirling, *QCD and Collider Physics*, in: 1988 CERN School of Physics, Proceedings, CERN-Report 91-01;
G. Sterman et al., *Rev. Mod. Phys.* **67** (1995) 1.

[70] J. Drees, in: Proceedings of the 20th International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies (Lepton Photon 01), Rome, Italy, 23-28 Jul. 2001, **hep-ex/0110077**.

[71] U. Amaldi, W. de Boer, H. Fürstenau, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447.

[72] R. Haag, J.T. Łopuszánski, M. Sohnius, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 257.

[73] S. Coleman, J. Mandula, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251.

[74] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.* **B76** (1974) 477;
S. Ferrara, J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 239.

[75] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 39;
B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B89** (1975) 535.

[76] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B78** (1974) 1.

[77] F.A. Berezin, *The Method of Second Quantization*, Academic Press, New York, 1966.

[78] S. Ferrara, B. Zumino, *Nucl. Phys.* **B79** (1974) 413.

[79] M.T. Grisaru, W. Siegel, M. Roček, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 429.

[80] L. O'Raifeartaigh, *Nucl. Phys.* **B96** (1975) 331;
P. Fayet, J. Iliopoulos, *Phys. Lett.* **B51** (1974) 461.

[81] L. Giradello, M.T. Grisaru, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

[82] I. Simonsen, **hep-ph/9506369**.

[83] H.E. Haber, **hep-ph/930207**, in: *Recent Directions in Particle Theory*, Proc. of the 1992 Theoretical Advanced Study Institute in Particle Physics (TASI 92), edited by J. Harvey and J. Polchinski, World Scientific, Singapore, 1993, S. 589.

[84] S.L. Glashow, S. Weinberg, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 1958.

[85] A. Kraft, Diplomarbeit, Theory Division, CERN, Nov. 1992;
W. Beenakker, A. Denner, A. Kraft, *Nucl. Phys.* **B410** (1993) 219.

[86] P. Fayet, *Nucl. Phys.* **B90** (1975) 104.

[87] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.* **B87** (1975) 85.

[88] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 223;
F.A. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 279.

[89] M. Kobayashi, T. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.

[90] E. Anderson *et al.*, *LAPACK user's guide*, SIAM Press, Philadelphia (1999), *Linear Algebra PACKage*, erhältlich unter `http://www.netlib.org/lapack`.

[91] D. Pierce, A. Papadopoulos, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 565;
T. Fritzsche, Diplomarbeit, Uni. Karlsruhe, Dez. 2000.

[92] C. Bollini, J. Giambiagi, *Nuovo Cim.* **12B** (1972) 20;
J. Ashmore, *Nuovo Cim. Lett.* **4** (1972) 289;
G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189.

[93] A. Denner, *Fortschr. Phys.* **Vol. 41** (1993) 307.

[94] A. Denner, H. Eck, O. Hahn, J. Küblbeck, *Nucl. Phys.* **B387** (1992) 467.

[95] F. del Águila, A. Culatti, R. Muñoz Tapia, M. Pérez-Victoria, *Nucl. Phys.* **B537** (1999) 561;
T. Hahn, M. Pérez-Victoria, *Comp. Phys. Commun.* **118** (1999) 153.

[96] W. Siegel, *Phys. Lett* **B84** (1979) 193;
D.M. Capper, D.R.T. Jones, P. van Nieuwenhuizen, *Nucl. Phys.* **B167** (1980) 479.

[97] G.J. van Oldenborgh, J.A.M Vermaseren, *Z. Phys.* **C46** (1990) 425;
G.J. van Oldenborgh, *FF a package to evaluate one-loop Feynman diagrams*, 1990, erhältlich über anonymous ftp nach `nikhefh.nikhef.nl`, NIKHEF-H/90-15.

[98] G.P. Lepage, *VEGAS: An Adaptive Multidimensional Integration Program*, Report CLNS-80/447 (Cornell U., LNS).

[99] O. Brein, W. Hollik, *Eur. Phys. J.* **C13** (2000) 175.

[100] S. Berge, Diplomarbeit, Uni. Karlsruhe, Aug. 1999.

[101] Y. Zeng-Hui, H. Pietschmann, M. Wen-Gan, H. Liang, J. Yi, *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 463.

[102] A. Kraft, Dissertation, Uni. Karlsruhe, Jun. 1999;
J. Guasch, W. Hollik, A. Kraft, *Nucl. Phys.* **B596** (2001) 66.

[103] O. Brein, W. Hollik, S. Kanemura, *Phys.Rev.* **D63** (2001) 095001.

[104] C. Schappacher, Diplomarbeit, Uni. Karlsruhe, Dez. 1996;
W. Hollik, C. Schappacher, *Nucl. Phys.* **B545** (1999) 98.

[105] W. Beenakker, A. Denner, W. Hollik, R. Mertig, T. Sack, D. Wackeroth, *Nucl. Phys.* **B411** (1994) 343.

[106] W. Hollik, W.M. Mösle, D. Wackeroth, *Nucl. Phys.* **B516** (1998) 29;
W. Hollik, W.M. Mösle, C. Kao, D. Wackeroth, **hep-ph/9711419**;
D. Wackeroth, **hep-ph/9807558**.

[107] W. de Boer, A. Dabelstein, W. Hollik, W. Mösle, U. Schwickerath, *Z. Phys.* **C75** (1997) 627.

[108] W. Beenakker, S.C. van der Marck, W. Hollik, *Nucl. Phys.* **B365** (1991) 24.

[109] J. Jerzak, E. Laermann, P.M. Zerwas, *Phys. Rev.* **D25** (1980) 1218;
A. Djouadi, *Z. Phys.* **C39** (1988) 561;
K. Chetyrkin, A. Hoang, J.H. Kühn, M. Steinhauser, T. Teubner, *Eur. Phys. J.* **C2** (1998) 137.

[110] M. Kobel *et al.* (Two Fermion Working Group), **hep-ph/0007180**.

[111] R.J. Guth, J. Kühn, *Nucl. Phys.* **B368** (1992) 38.

[112] W. Beenakker, W. Hollik, *Phys. Lett.* **B269** (1991) 425.

[113] A. Denner, R.J. Guth, J. Kühn, *Nucl. Phys.* **B377** (1992) 3;
R.J. Guth, Diplomarbeit, Uni. München, Dez. 1989.

[114] C.-H. Chang, C.S. Li, R.J. Oakes, J.M. Yang, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 2125.

[115] A. Djouadi, M. Drees, H. König, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 3081.

[116] T. Appelquist, J. Carrazone, *Phys. Rev.* **D11** (1975) 2856;
A. Dobado, M.J. Herrero, S. Peñaranda, *Eur. Phys. J.* **C7** (1999) 313, *Eur. Phys. J.* **C12** (2000) 673, *Eur. Phys. J.* **C17** (2000) 487.

[117] W. Hollik, J.I. Illana, S. Rigolin, C. Schappacher, D. Stöckinger, *Nucl. Phys.* **B551** (1999) 3;
Erratum: *Nucl. Phys.* **B557** (1999) 407

[118] D. Atwood, S. Bar-Shalom, G. Eilam, A. Soni, *Phys. Rept.* **347** (2001) 1.

[119] A. Bartl, E. Christova, W. Majerotto, *Nucl. Phys.* **B460** (1996) 235,
Erratum: *Nucl. Phys.* **B465** (1996) 365;
A. Bartl, E. Christova, T. Gajdosik, W. Majerotto, *Nucl. Phys.* **B507** (1997) 35,
Erratum: *Nucl. Phys.* **B531** (1998) 653.

[120] W. Bernreuther, G.W. Botz, O. Nachtmann, P. Overmann, *Z. Phys.* **C52** (1991) 567;
W. Bernreuther, O. Nachtmann, P. Overmann, T. Schröder, *Nucl. Phys.* **B388** (1992) 53, Erratum: *Nucl. Phys.* **B406** (1993) 516.

[121] H.-Y. Zhou, *Phys. Rev.* **D58** (1998) 114002.

[122] W. Bernreuther, P. Overmann, *Z. Phys.* **C72** (1996) 461.

[123] W. Bernreuther, O. Nachtmann, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 2787,
Erratum: *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1072;
W. Bernreuther, O. Nachtmann, P. Overmann, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 78.

[124] A. Brandenburg, M. Flesch, P. Uwer, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 014001;
J. Kodaira, T. Nasuno, S. Parke, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 014023.

[125] A. Czarnecki, M. Jezabek, J.H. Kühn, *Nucl. Phys.* **B351** (1991) 70.

[126] C.R. Schmidt, M.E. Peskin, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 410;
C.R. Schmidt, *Phys. Lett.* **B293** (1992) 111;
D. Chang, W.-Y. Keung, I. Phillips, *Nucl. Phys.* **B408** (1993) 286,
Erratum: *Nucl. Phys.* **B429** (1994) 255.

[127] J. Bernabéu, G.A. González-Springberg, J. Vidal, "Weak Dipole Moments at e^+e^- Colliders" in: *Proceedings of the Ringberg Workshop on Perspectives for Electroweak Interactions in e^+e^- Collisions*, edited by B.A. Kniehl, World Scientific, 1995, S.329.

[128] A. Bartl, E. Christova, T. Gajdosik, W. Majerotto, **hep-ph/9712380**.

[129] R. Frey et al., **hep-ph/9704243**.

[130] L.M. Jones, H. Wyld, *Phys. Rev* **D17** (1978), 782;
B.L. Combridge, *Nucl. Phys.* **B151** (1978), 429;
H. Georgi et al., *Ann. Phys. (N.Y.)* **114** (1978), 273.

[131] P. Nason, S. Dawson, R.K. Ellis, *Nucl. Phys.***B303** (1988), 607;
G. Altarelli, M. Diemoz, G. Martinelli, P. Nason, *Nucl. Phys.***B308** (1988), 724;
W. Beenakker, H. Kuijf, W.L. van Neerven, J. Smith, *Phys. Rev.***D40** (1989), 54.

[132] V. Fadin, V. Khoze, *JETP Lett.* **46** (1987), 525;
V. Fadin, V. Khoze, T. Sjöstrand, *Z. Phys.* **C48** (1990), 613.

[133] M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B123** (1977) 89.

[134] R.K. Ellis, W.J. Stirling, B.R. Webber, *QCD and Collider Physics*, Cambridge University Press, 1996.

[135] H. Plothow-Besch, *PDFLIB: User's Manual*, CERN-ETT-TT 2000.04.17, erhältlich unter `http://consult.cern.ch/writeups/pdflib`.

[136] M.E. Peskin, in: *Physics and Experiments with Linear Colliders*, Proceedings of the Workshop, Saariselkä, Finland, 1991, edited by R. Orava, P. Eerola and M. Nordberg, World Scientific, Singapore, 1992.

[137] P. Breitenlohner, D. Maison, *Comm. Math. Phys.* **52** (1977) 11,39,55;
M. Chanowitz, M. Furman, I. Hinchliffe, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 225.

[138] F. Jegerlehner, **hep-ph/0105283**.

[139] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, *Phys. Lett.* **B455** (1999) 179; **hep-ph/0002213**; **KA-TP-5-2001**.

[140] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, *Phys. Rev.* **D58** (1998) 091701.

[141] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, *Phys. Lett.* **B440** (1998) 296.

[142] S. Heinemeyer, W. Hollik, G. Weiglein, *Eur. Phys. J.* **C9** (1999) 343.

[143] H. Haber, R. Hempfling, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 4280.

[144] H. Haber, R. Hempfling, A. Hoang, *Z. Phys.* **C75** (1997) 539.

[145] M. Carena, J. Espinosa, M. Quirós, C. Wagner, *Phys. Lett.* **B355** (1995) 209;
M. Carena, M. Quirós, C. Wagner, *Nucl. Phys.* **B461** (1996) 407.

[146] M. Carena, P. Chankowski, S. Pokorski, C. Wagner, *Phys. Lett.* **B441** (1998) 205.

[147] A. Dabelstein, Dissertation, München 1993, MPI-Ph/93-64;
A. Dabelstein, *Z. Phys.* **C67** (1995) 495.

[148] L3 Collaboration, *Phys. Lett.* **B471** (1999) 308.

[149] L3 Collaboration, *Phys. Lett.* **B471** (1999) 280.

[150] Aleph Collaboration, **hep-ex/9908016**.

[151] L3 Collaboration, *Phys. Lett.* **B472** (2000) 420;
OPAL Collaboration, *Eur. Phys. J.* **C14** (2000) 187,
Erratum: *Eur. Phys. J.* **C16** (2000) 187.

[152] A. Djouadi, P. Gambino, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. Jünger, G. Weiglein, *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3626;
A. Djouadi, P. Gambino, S. Heinemeyer, W. Hollik, C. Jünger, G. Weiglein, *Phys. Rev.* **D57** (1998) 4179.

[153] G. 't Hooft, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B153** (1979) 365.

[154] G. Passarino, M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 151.

Danksagung

Es ist eine große Freude für mich an dieser Stelle den Menschen zu danken, die mich während meiner Promotion tatkräftig unterstützt haben.

- Meinem Doktorvater Prof. Dr. W. Hollik, für die Möglichkeit bei ihm zu promovieren und dafür, daß er meine Arbeit in die richtigen Bahnen gelenkt hat.
- Prof. Dr. F. Klinkhamer, für die Übernahme des Korreferats.
- Thomas Hahn, von dessen außergewöhnlichen Computer-Algebra Kenntnissen ich sehr profitiert habe. Außerdem danke ich ihm für das Korrekturlesen.
- Dominik Stöckinger, Georg Weiglein, Torsten Blank, Thomas Fritzsche und Arnd Kraft, die immer ein offenes Ohr für meine Fragen hatten.
- José I. Illana und Doreen Wackeroth für die gute Zusammenarbeit bei verschiedenen Projekten.
- Sven Heinemeyer, der vor meinen Fragen auch nicht verschont blieb und mir einige Teile seines Programms *FeynHiggsFast* überlassen hat.
- Den Admins T. Blank, O. Brein, K.P. Diener, M. Frank, T. Fritzsche, T. Hahn, G. Jahn und W. Walter, für das stets reibungslose Funktionieren der Computer.
- Meinen Zimmergenossen Peter Zweydinger und Heidi Rzehak für die interessanten Gespräche und Diskussionen.
- Allen anderen Mitarbeitern des Instituts für die angenehme und arbeitsfördernde Atmosphäre.
- Meinen Eltern und meiner Schwester, die durch ihre moralische und finanzielle Unterstützung diese Arbeit ermöglicht haben.

Christian Schappacher
Karlsruhe, den 14. Januar 2002

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name:	Christian Schappacher
Adresse:	Emil-Gött-Str. 27, D-76131 Karlsruhe
Geburtsdatum:	30.11.1965
Geburtsort:	Karlsruhe
Familienstand:	ledig
Staatsangehörigkeit:	deutsch

Schul- und Berufsausbildung:

1972 - 1976	Tulla-Grundschule in Karlsruhe.
1976 - 1977	Kant-Gymnasium in Karlsruhe.
1977 - 1982	Tulla-Realschule in Karlsruhe.
1982 - 1983	Walter-Eucken-Wirtschaftsschule in Karlsruhe.
1983 - 1987	Ausbildung zum Feinmechaniker am Institut für Technische Mechanik der Universität Karlsruhe.
1987 - 1989	Carl-Engler-Schule in Karlsruhe. (Technische Oberschule zur Erlangung der Hochschulreife)

Wehrdienst:

1989 - 1990	Wehrdienst in Walldürn.

Studium:

1990 - 1997	Studium der Physik an der Universität Karlsruhe. 01.07.95 - 31.12.96 Diplomarbeit in Theoretischer Physik bei Prof. Dr. W. Hollik. Thema: *Supersymmetrische 1-Schleifen-Korrekturen zum Prozeß* $e^+e^- \to t\bar{t}$.
1997 - 2002	Promotion am Institut für Theoretische Physik bei Prof. Dr. W. Hollik. Thema: *Fermion-Paarerzeugung in* e^+e^-*- und Hadron-Kollisionen im Standardmodell und im Minimalen Supersymmetrischen Standardmodell mit expliziter* $\mathcal{CP}$*-Verletzung.*

Karlsruhe, den 14.01.2002