Theoretische Teilchenphysik II

Prof. Dr. D. Zeppenfeld
Dr. B. Jäger

WS 2005/06
Übungsblatt 8/9

Die Besprechung der Beispiele dieses Blatts erfolgt in den Übungen am 11.1. (Aufgabe 10) und 18.1.2006 (Aufgabe 11).

Aufgabe 10: *Loopintegrale*

Die Berechnung von physikalischen Observablen im Rahmen der Störungstheorie erfordert häufig die Auswertung von sogenannten Loop- oder Schleifenintegralen. Dabei auftretende Divergenzen können mittels dimensionaler Regularisierung in einer eich- und lorentzinvarianten Form behandelt werden.
Das elementare d-dimensionale Loopintegral $I_d(q,a)$ ist von der Form

$$\begin{aligned} I_d(q,a) &= \mu^{4-d}\int \frac{d^dp}{(2\pi)^d}\,\frac{f(p)}{[-p^2+2p\cdot q+M^2]^a} \\ &= \frac{i}{16\pi^2}(4\pi\mu^2)^{\frac{4-d}{2}}\,(q^2+M^2)^{\frac{d}{2}-a}\frac{\Gamma\left(a-\frac{d}{2}\right)}{\Gamma(a)} \end{aligned} \tag{1}$$

mit $f(p)=1$.

a) Berechnen Sie mittels sukzessiver Differentiation bezüglich q_μ die Loopintegrale $I_d^\mu(q,a)$ und $I_d^{\mu\nu}(q,a)$, die sich ergeben, wenn $f(p)=p^\mu$ und $f(p)=p^\mu p^\nu$ in Glg.(1) .

b) Die Kontraktion von $I_d^{\mu\nu}(q,a)$ mit dem metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ in d Dimensionen liefert eine Relation zwischen den drei obigen Loopintegralen. Leiten Sie diese Beziehung her. Verifizieren Sie die Relation für Ihre Ergebnisse in Aufgabe a) und zeigen Sie, daß die Spur des metrischen Tensors in d Dimensionen gegeben sein muß durch

$$g^\mu{}_\mu = d\;. \tag{2}$$

Aufgabe 11: *Vakuum-Polarisationstensor*

Berechnen Sie den Beitrag der Geister-Schleife zum Vakuum-Polarisationstensor $\omega^{ab}_{\rho\sigma}(k)$ des Gluons in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ einer SU(N)-Eichtheorie. Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\varepsilon)$ können im *Endergebnis* vernachlässigt werden, wobei $\varepsilon=(4-d)/2$.