

Theoretische Physik E — Quantenmechanik II

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: PD Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 3

Abgabe: Fr, 15.11.'19, 11:30 Uhr, Besprechung: Di, 19.11.'19

Aufgabe 9: Zweidimensionaler harmonischer Oszillator (Fortsetzung) [8]

Betrachten Sie noch einmal den zweidimensionalen harmonischen Oszillator aus Aufgabe 5 und berechnen Sie die erste nichtverschwindende Korrektur zum Zustand mit der Energie $\frac{7}{2}\hbar\omega$.

Aufgabe 10: Wandernder Puls [12]

Wir betrachten ein Teilchen in einer Dimension in einem zunächst zeitlich konstanten Potential und betrachten das zeitunabhängige Problem als gelöst, d.h. wir kennen die Energieeigenzustände und -eigenwerte des Systems. Das Teilchen werde nun einem wandernden Puls ausgesetzt, beschrieben durch das Potential

$$V(t) = A\delta(x - ct) .$$

Angenommen, das Teilchen befindet sich bei $t = -\infty$ im Grundzustand mit Eigenfunktion $\langle x | i \rangle = u_i(x)$. Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen bei $t = +\infty$ in einem angeregten Zustand mit Eigenfunktion $\langle x | f \rangle = u_f(x)$ zu finden in erster Ordnung zeitabhängiger Störungsrechnung? Was bedeutet das physikalisch, wenn Sie den Puls als Superposition harmonischer Störungen auffassen, also

$$\delta(x - ct) = \frac{1}{2\pi c} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{i\omega(x/c - t)} .$$

Welche Rolle spielt hier die Energieerhaltung?

Aufgabe 11: Harmonischer Oszillator mit räumlich konstanter Kraft [12]

Ein eindimensionaler harmonischer Oszillator der Frequenz ω ist einer räumlich konstanten, aber zeitabhängigen Kraft

$$F(t) = \frac{F_0\tau}{\omega} \frac{1}{t^2 + \tau^2} \quad (-\infty < t < \infty)$$

ausgesetzt. Bei $t = -\infty$ befindet sich der Oszillator im Grundzustand. Berechnen Sie Wahrscheinlichkeit, den Oszillator bei $t = \infty$ im ersten angeregten Zustand zu finden in erster Ordnung der zeitabhängigen Störungsrechnung.

Der insgesamt wirkende Kraftpuls $\int F(t) dt$ ist unabhängig von τ . Trotzdem verschwindet für $\tau \gg 1/\omega$ die Wahrscheinlichkeit für eine Anregung. Macht das Sinn? Was bedeutet das physikalisch?

Aufgabe 12: Tritium–Helium Übergang**[8]**

Das Elektron eines Tritium Atoms (${}^3\text{H}$) befinde sich im Grundzustand. Durch β -Zerfall erhöht sich die Ladung des Kerns plötzlich auf $Z = 2$ und wir bekommen ein geladenes ${}^3\text{He}$ -Atom. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich das Elektron nach dem Zerfall immer noch im Grundzustand befindet. Die Wellenfunktion des Einelektronatoms lautet

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_0} .$$

 $\Sigma_{\text{Blatt3}} = 40$