QCD und Colliderphysik

Prof. Dr. D. Zeppenfeld, PD Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 5

Besprechung: Mo, 26.1.'15

Aufgabe 7: $e^+e^- \to q\bar{q}g$

Berechnen Sie das quadrierte Matrixelement für den Prozess

$$e^-(k_1) + e^+(k_2) \to \gamma^* \to q(p_1) + \bar{q}(p_2) + g(p_3)\ ,$$

gemittelt (summiert) über einlaufende (auslaufende) Polarisationen und Farben. Rechnen Sie mit $D = 4 - 2\epsilon$ Raumdimensionen. Gehen Sie wie folgt vor:

(a) Bestimmen Sie die Matrixelemente aus den Feynmangraphen.

(b) Die einlaufenden und auslaufenden Fermionlinien ergeben im quadrierten Matrixelement einen leptonischen Tensor $L_{\mu\nu}$ und einen hadronischen Tensor $F_{\mu\nu}$,

$$\overline{|M|^2} = \frac{1}{4} e^4 e_q^2 L_{\mu\nu} \frac{1}{q^2} F^{\mu\nu}\ ,$$

mit dem Impuls des virtuellen Photons $q = k_1 + k_2 = p_1 + p_2 + p_3$.

(c) Zeigen Sie, dass

$$L_{\mu\nu} q^\mu = L_{\mu\nu} q^\nu = F_{\mu\nu} q^\mu = F_{\mu\nu} q^\nu = 0\ .$$

Damit vereinfacht sich die Rechnung bei Mittelung über die Winkel zwischen einlaufendem und auslaufendem System, so dass für den integrierten Wirkungsquerschnitt nur noch $g_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ berechnet werden muss.

(d) Untersuchen Sie auch den hadronischen Tensor für den Fall, dass sie den Polarisationsvektor des Gluons durch dessen Impuls ersetzen, $\varepsilon^\mu(p_3) \to p_3^\mu$. Was bedeutet das für die Summe über die Gluonenpolarisationen?

(e) Argumentieren Sie, dass schließlich lediglich $-g_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ als Summe über die Polarisationen des virtuellen Photons zum Matrixelement beiträgt. Berechnen Sie damit das quadrierte Matrixlement und drücken das Ergebnis durch die Invarianten $p_1 \cdot p_2$, $p_1 \cdot p_3$, $p_2 \cdot p_3$ aus. Finden Sie schließlich die in der Vorlesung verwendete Form, in der lediglich die 'Dalitz-Variablen' x_1, x_2, x_3 verwendet werden.