KIT **SS 2013**

Theoretische Teilchenphysik I

V: Prof. Dr. M.M. Mühlleitner, Ü: Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 9

Abgabe: Mo., 8.7.'13, 14.00 Uhr, EG Physikhochhaus.

Aufgabe 16: Myon–Zerfall **[10]**

Wir untersuchen den schwachen Zerfall eines Myons mit Impuls p_1

$$\mu^-(p_1) \longrightarrow \nu_\mu(p_2) + e^-(p_3) + \nu_e(p_4)\,.$$

In der Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung enthält das dazugehörige Matrixelement den Austausch eines W^-–Bosons mit Impuls $q = p_3 + p_4$ und lautet,

$$\mathcal{M} = \bar{u}(p_2)\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma^\alpha\frac{1-\gamma_5}{2}u(p_1)\frac{-ig_{\alpha\beta}}{q^2 - M_W^2}\bar{u}(p_3)\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma^\beta\frac{1-\gamma_5}{2}v(p_4)\,.$$

Darin ist $g = e/\sin\theta_W$ die schwache Kopplung mit der Positronladung e und dem Weinbergwinkel θ_W. Die massgebliche Impulsskala ist die Myonenmasse, so dass wir in guter Näherung

$$m_\mu^2 \sim q^2 \ll M_W^2$$

annehmen können. Die Elektronenmassen können wir ebenfalls vernachlässigen. Damit erhalten wir das Matrixelement einer Vierpunktwechselwirkung

$$\mathcal{M} = -i\frac{G_F}{\sqrt{2}}\bar{u}(p_2)\gamma^\alpha(1-\gamma_5)u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma_\alpha(1-\gamma_5)v(p_4)\,.$$

wobei wir die *Fermikonstante* $G_F/\sqrt{2} = g^2/(8M_W^2)$ eingeführt haben. Durch Mittelung über einlaufende und Summation über auslaufende Spins können wir das Matrixelement durch Spuren über die Dirac–Matrizen ausdrücken:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{G_F^2}{4}\,\mathrm{tr}\left[\,\not{p}_2\gamma^\alpha(1-\gamma_5)(\not{p}_1 + m_\mu)\gamma^\beta(1-\gamma_5)\right]\mathrm{tr}\left[\,\not{p}_3\gamma_\alpha(1-\gamma_5)\,\not{p}_4\gamma_\beta(1-\gamma_5)\right]$$

Berechnen Sie die Spuren mit Hilfe der Spurtheoreme, die Sie in den Aufgaben 2 und 11 bewiesen haben und zeigen Sie, dass

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = 64G_F^2(p_1\cdot p_4)(p_2\cdot p_3)\,.$$

Hinweis: Sie benötigen die folgende Kontraktion zweier antisymmetrischer Tensoren,

$$\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\epsilon_{\alpha\beta}{}^{\rho\sigma} = -2(g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho})\,.$$