

# Theoretische Teilchenphysik II

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: PD Dr. S. Gieseke

## Übungsblatt 10

Besprechung: Mi, 27.1.'16

### Aufgabe 11: Renormierungsschemata

Der QCD Skalenparameter  $\Lambda$  ist durch

$$\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} = - \int_{\alpha_S(Q)}^{\infty} \frac{d\alpha}{\beta(\alpha)}$$

definiert. Darin ist die  $\beta$ -Funktion durch

$$\beta(\alpha_S) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_S}{\partial \mu^2} = -b\alpha_S^2 \left( 1 + b'\alpha_S + b''\alpha_S^2 + O(\alpha_S^3) \right)$$

gegeben.

- (a) Wie hängen die Konstanten  $b, b', b''$  mit den Koeffizienten  $\beta_0, \beta_1, \dots$  aus der Vorlesung zusammen?
- (b) Untersuchen Sie zwei Renormierungsschemata  $A$  und  $B$ , in denen die Kopplungen durch

$$\alpha_S^B = \alpha_S^A \left( 1 + c_1 \alpha_S^A + c_2 (\alpha_S^A)^2 + O((\alpha_S^A)^3) \right)$$

in Beziehung stehen. Zeigen Sie, dass die ersten beiden Koeffizienten der  $\beta$ -Funktion unabhängig vom Renormierungsschema sind und der dritte Koeffizient durch

$$b''_B = b''_A + c_2 - b'c_1 - c_1^2$$

gegeben ist.

- (c) Zeigen Sie, dass die Skalenparameter der beiden Schemata durch

$$\Lambda_B = \Lambda_A \exp \left( \frac{c_1}{2b} \right)$$

zusammenhängen.

- (d) Das  $\overline{\text{MS}}$ - und das  $\overline{\text{MS}}$ -Schema unterscheiden sich durch die zusätzlich absorbierten Terme  $(\ln 4\pi - \gamma)$  im letzteren,  $c_1 = b(\ln 4\pi - \gamma)$ . Wie groß ist der Unterschied zwischen  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$  und  $\Lambda_{\overline{\text{MS}}}$  (numerisch)?

### Aufgabe 12: Higgs Zerfall $h^0 \rightarrow b\bar{b}$

Der dominierende Zerfallskanal des SM Higgs Bosons ist  $h^0 \rightarrow b\bar{b}$ .

- (a) Bestimmen Sie den führenden Beitrag zur Breite  $\Gamma(h^0 \rightarrow b\bar{b})$  auf dem tree level. Geben Sie einen numerischen Wert für die Breite an, wobei  $m_b = 4.5 \text{ GeV}$ ,  $v = 246 \text{ GeV}$ ,  $m_h = 125 \text{ GeV}$ .
- (b) Zunächst haben wir die  $b$ -Masse als Konstante angenommen. Die QCD Evolution der  $b$ -Masse von der kleinen Skala  $Q_0 = m_b$  zu einer grossen Skala  $Q$  kann jedoch nicht vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die *laufende Masse*

$$m(t) = m(0) \exp \left\{ \int_{g(1)}^{g(t)} \frac{\gamma_m(g)}{\beta(g)} dg \right\} \quad (t = \ln \mu)$$

auf Einschleifen-Niveau mit  $n_f = 5$  aktiven Quark flavours.

- (c) Bestimmen Sie die  $b$ -Masse bei der für den diskutierten Zerfall relevanten Skala  $Q = m_h/2$ . Setzen Sie zusätzlich zu den Massen aus Teil (a) auch  $\alpha_s(m_Z = 91.2 \text{ GeV}) = 0.12$ . Wie groß ist schließlich der Korrekturfaktor für die Breite  $\Gamma(h^0 \rightarrow b\bar{b})$ ?