Theoretische Teilchenphysik II

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: PD Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 4

Besprechung: Mi, 25.11.'15 (+ ggf. 2.12.'15)

Aufgabe 5: μ–Paarproduktion bei LEP

Die Kopplung von Fermionen an das Z^0 boson ist durch den Vertex

$$ie\gamma_\mu \left(v_f - a_f\gamma_5\right)$$

gegeben. Darin lauten die Vektor– und Axialvektorkopplungen

$$v_f = \frac{I^3_{W,f} - 2\sin^2\theta_W Q_f}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}\,, \qquad a_f = \frac{I^3_{W,f}}{2\sin\theta_W\cos\theta_W}\,.$$

Wir untersuchen die Myonenpaarproduktion am LEP, also den Prozess

$$e^+(p_2)e^-(p_1) \to \mu^+(p_4)\mu^-(p_3).$$

Da die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ von LEP genau auf der Z^0 Masse M liegt, können wir uns für die folgenden Betrachtungen auf den Z^0 Prozess beschränken. Wir wollen allerdings die endliche Breite des Z^0, Γ, berücksichtigen, so dass der Propagatorterm einen Imaginärteil bekommt:

$$\frac{1}{q^2 - M^2} \quad \longrightarrow \frac{1}{q^2 - M^2 + iM\Gamma}\,.$$

(a) Berechnen Sie das invariante Matrixelement $|M|^2$ für diesen Prozess. Mitteln/summieren Sie über einlaufende auslaufende Spins und verwenden dann bekannte Techniken, um die Spuren über die γ–Matrizen auszurechnen. Sie erhalten zunächst

$$|M|^2 = \frac{4e^4}{(s-M^2)^2 + M^2\Gamma^2}\Big\{8(v_e^2 + a_e^2)(v_\mu^2 + a_\mu^2)\left[p_1\cdot p_3 p_2\cdot p_4 + p_1\cdot p_4 p_2\cdot p_3\right] - 32 v_e a_e v_\mu a_\mu\left[p_1\cdot p_3 p_2\cdot p_4 - p_1\cdot p_4 p_2\cdot p_3\right]\Big\}\,.$$

Verwenden sie insbesondere auch die Formeln

$$\mathrm{tr}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5 = -4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \quad \text{und} \quad \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} = -2(g^\alpha_\rho g^\beta_\sigma - g^\alpha_\sigma g^\beta_\rho)\,.$$

(b) Drücken Sie die Impulse im CM System durch den Streuwinkel θ und s aus. Zeigen Sie, dass der differenzielle Wirkungsquerschnitt in der Form

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\cos\theta} = \frac{\pi\alpha^2}{2s}\left\{A(s)\left(1+\cos^2\theta\right) + B(s)\cos\theta\right\}$$

geschrieben werden kann. Darin lauten

$$A(s) = (v_e^2 + a_e^2)(v_\mu^2 + a_\mu^2)|P(s)|^2 , \qquad B(s) = 8 v_e a_e v_\mu a_\mu |P(s)|^2 ,$$

mit dem Breit–Wigner Term

$$P(s) = \frac{s}{s - M^2 + iM\Gamma} .$$

(c) (Optional) Wer möchte, kann mit ähnlichen Techniken den Beitrag vom Photon und den dann hinzukommenden Interferenzterm berechnen. Das Resultat hat die gleiche Struktur, jedoch bekommen $A(s)$ und $B(s)$ weitere Beiträge.
Hinweis: In der Chiralitätsbasis (mit den Projektoren $P_{L,R}$) lässt sich die Struktur vom Z^0–Resultat leicht auf die hinzukommenden Terme verallgemeinern.

(d) Der differenzielle Wirkungsquerschnitt ist asymmetrisch bezüglich Vorwärts– und Rückwärtsrichtung. Berechnen Sie die leptonische *forward–backward asymmetry* A_{FB},

$$A_{FB} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B} .$$

Mit

$$\sigma_F = \int_0^1 \mathrm{d}\cos\theta \, \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\cos\theta} , \qquad \sigma_B = \int_{-1}^0 \mathrm{d}\cos\theta \, \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\cos\theta} .$$

Verwenden Sie $\sin^2\theta_W = 0.231$ und die Quantenzahlen aus der Tabelle in der Vorlesung. In der Übung vergleichen wir mit dem experimentellen Resultat!

(e) Bestimmen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess.

(f) Wie gross wird A_{FB} für b Quark Ereignisse?