KIT **WS 2015/16**

Einführung in Theoretische Teilchenphysik

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 1

Abgabe: Di, 27.10.15, 12 Uhr
Besprechung: Mi, 28.10.15

Webseite zur Vorlesung: `http://www.itp.kit.edu/~rauch/ETTP/`

Übungen: Mi, 11:30-13:00 Uhr, Raum 11/12, erster Termin: 28.10.15

Aufgabe 1: Reichweite der Kräfte (*4+1=5 Bonuspunkte*)

Kräfte (Wechselwirkungen) zwischen zwei Teilchen werden in der Teilchenphysik als ständiger Austausch von Bosonen beschrieben. Diese Austauschbosonen können im Allgemeinen massiv sein, und ihre Ruhemasse muss, zumindest während des Austauschs, kurzfristig erzeugt werden. Klassisch ist dies nicht möglich, aber die Heisenbergsche Unschärferelation bietet hier einen Ausweg.

(a) Berechnen Sie die typische Reichweite, unter der Annahme, dass sich die Austauschteilchen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, für die
  (i) elektromagnetische Wechselwirkung
  (ii) schwache Wechselwirkung
  (Austauschteilchen: W und Z mit $M_W = 80.398\,\frac{\text{GeV}}{c^2}$, $M_Z = 91.1876\,\frac{\text{GeV}}{c^2}$).

(b) Die Kraft zwischen Nukleonen ist typischerweise von der Größenordnung 1 fm, und wird durch Pionen (gebundene Quark-Antiquark-Zustände) vermittelt. Was folgt daraus für die Masse der Pionen?

Aufgabe 2: Preonen (*3 Bonuspunkte*)

Eine vor allem in den 1970er und 1980er Jahren diskutierte Theorie ist die Annahme, dass auch die heute als fundamental angenommenen Fermionen, Leptonen oder Quarks, ihrerseits zusammengesetzt sind, aus sogenannten Preonen.
Die experimentelle Obergrenze für einen nicht-verschwindenden Radius des Elektrons liegt momentan bei 10^{-18} m. Berechnen Sie daraus die Impulsunsicherheit für die Preonen. Welche Größenordnung erwarten Sie folglich für die Masse des Elektrons? Lässt sich dies trotzdem mit dem experimentell bestimmten Wert in Einklang bringen?

Aufgabe 3: Expansion des Universums (*2+0=2 Bonuspunkte*)

Die Friedman-Gleichung beschreibt die zeitliche Entwicklung des Universums in Abhängigkeit von Materie- und Energiegehalt sowie dem Krümmungsparameter, der das geometrische Verhalten des Raums beschreibt.
In dieser Aufgabe soll die Friedman-Gleichung numerisch gelöst werden.

(a) Zeigen Sie, dass sich die in der Vorlesung angegebene Form auf

$$\frac{\mathrm{d}^2R(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{1}{2R(t)^2}\Omega_M + R(t)\Omega_\Lambda\,,$$

eine Differentialgleichung 2. Ordnung, bringen lässt. $\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}$ darf dabei als stets von Null verschieden angenommen werden.

Zur numerischen Lösung schreiben wir die 2. Ableitung als Differenzenquotienten

$$\frac{\mathrm{d}^2R(t)}{\mathrm{d}t^2} = \frac{R(t+\Delta t) - 2R(t) + R(t-\Delta t)}{(\Delta t)^2}\,.$$

Dies in die Friedman-Gleichung eingesetzt und nach $R(t+\Delta t)$ aufgelöst ergibt die Entwicklung in positive Zeitrichtung (Zukunft), nach $R(t-\Delta t)$ aufgelöst die Entwicklung in negative Zeitrichtung (Vergangenheit). Am Startpunkt $t = 1$ ist $R(1) = 1$, wegen $\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = 1$ gilt $R(1+\Delta t) = 1 + \Delta t$, $R(1-\Delta t) = 1 - \Delta t$.

(b) *(keine Abgabe)*
Schreiben Sie ein Programm, das für verschiedene Werte von Ω_M und Ω_Λ ausgehend von $t = 1$ die zeitliche Entwicklung von R zwischen $t = -2$ und $t = 18$ berechnet. Verwenden Sie zur Simulation $\Delta t = 0{,}001$.
Außerdem müssen wir zwei Spezialfälle separat behandeln (Warum?):
Falls das Ergebnis kleiner als Null ist, soll es stattdessen bei Null festgehalten werden.
Falls R bereits Null ist, ist das Ergebnis ebenfalls Null.
Betrachten Sie die folgenden Wertepaare:
(i) $\Omega_M = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$,
(ii) $\Omega_M = 0{,}6$, $\Omega_\Lambda = 0$,
(iii) $\Omega_M = 1{,}4$, $\Omega_\Lambda = 0$,
(iv) $\Omega_M = 0$, $\Omega_\Lambda = 1$,
(v) $\Omega_M = 0{,}95$, $\Omega_\Lambda = 0{,}05$,
(vi) $\Omega_M = 0{,}6$, $\Omega_\Lambda = 0{,}01$,
(vii) $\Omega_M = 1{,}4$, $\Omega_\Lambda = 0{,}01$,
(viii) $\Omega_M = 0{,}5$, $\Omega_\Lambda = 2$,
(ix) $\Omega_M = 0{,}3089$, $\Omega_\Lambda = 0{,}6911$.