

# Einführung in Theoretische Teilchenphysik

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

## Übungsblatt 12

Abgabe: Mo, 08.02.16

Besprechung: Mi, 10.02.16

### Aufgabe 25: Higgs-Massen im 2-Higgs-Dublett-Modell (3+5+6+6=20 Punkte)

Eine mögliche Erweiterung des Standardmodells besteht im Hinzufügen eines weiteren Higgsdubletts mit denselben Quantenzahlen. Das Potential dieses 2-Higgs-Dublett-Modells (2HDM) ist dann gegeben durch

$$\begin{aligned}
 V = & m_{11}^2 \Phi_1^\dagger \Phi_1 + m_{22}^2 \Phi_2^\dagger \Phi_2 - m_{12}^2 \left( \Phi_1^\dagger \Phi_2 + \Phi_2^\dagger \Phi_1 \right) \\
 & + \frac{\lambda_1}{2} \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right)^2 + \frac{\lambda_2}{2} \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right)^2 + \lambda_3 \left( \Phi_1^\dagger \Phi_1 \right) \left( \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right) \\
 & + \lambda_4 \left( \Phi_1^\dagger \Phi_2 \right) \left( \Phi_2^\dagger \Phi_1 \right) + \frac{\lambda_5}{2} \left[ \left( \Phi_1^\dagger \Phi_2 \right)^2 + \left( \Phi_2^\dagger \Phi_1 \right)^2 \right]
 \end{aligned}$$

mit zwei Dubletts  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$

$$\Phi_a = \begin{pmatrix} \varphi_a^+ \\ \frac{v_a + \rho_a + i\eta_a}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_a \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_a}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad a = 1, 2.$$

Alle Parameter  $m_{11,22,12}^2$ ,  $\lambda_{1-5}$  und  $v_{1,2}$  sowie die Komponentenfelder  $\rho_a$  und  $\eta_a$  sind reell,  $\varphi_a^+$  sind komplex mit  $(\varphi_a^+)^* \equiv \varphi_a^-$ .

- (a) Die obenstehende Entwicklung der Dublett-Felder geschieht am Minimum des Potentials, das durch die folgenden Bedingungen gegeben ist, wobei  $\Phi_a$  und  $\Phi_a^\dagger$  in Bezug auf die Ableitung unterschiedliche Felder sind:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \Phi_a^\dagger} \right|_{\Phi_i = \langle \Phi_i \rangle} = 0, \quad a = 1, 2.$$

Zeigen Sie, dass dies auf die folgenden beiden Gleichungen für die Potentialparameter führt, die erfüllt sein müssen:

$$\begin{aligned}
 m_{11}^2 + \frac{\lambda_1 v_1^2}{2} + \frac{\lambda_3 v_2^2}{2} &= m_{12}^2 \frac{v_2}{v_1} - (\lambda_4 + \lambda_5) \frac{v_2^2}{2}, \\
 m_{22}^2 + \frac{\lambda_2 v_2^2}{2} + \frac{\lambda_3 v_1^2}{2} &= m_{12}^2 \frac{v_1}{v_2} - (\lambda_4 + \lambda_5) \frac{v_1^2}{2}.
 \end{aligned}$$

Die Frage, welche Parameterbereiche tatsächlich zu einem Minimum führen, soll dabei nicht weiter betrachtet werden.

Um die Massenterme der Felder zu bestimmen, benötigen wir nun wieder alle Terme aus dem in die einzelnen Komponentenfelder  $\rho_a, \eta_a, \varphi_a^\pm$  entwickelten Potential, die quadratisch in den Feldern sind.

- (b) Überlegen Sie sich zuerst allgemein  $\Phi_a^\dagger \Phi_b$  ausgedrückt in den Komponentefeldern, um mögliche Kombinationen zu sehen.  
Vergewissern Sie sich, dass im Potential keine Mischterme der Form  $\rho_a \eta_b$ ,  $a, b = 1, 2$  auftreten.
- (c) Finden Sie alle Terme der Form  $\varphi_a^- \varphi_b^+$  im Potential und bestimmen Sie daraus  $\mathcal{M}_C$ , das definiert ist über

$$V|_{\varphi^-\varphi^+} = (\varphi_1^-, \varphi_2^-) \mathcal{M}_C \begin{pmatrix} \varphi_1^+ \\ \varphi_2^+ \end{pmatrix}.$$

Eliminieren Sie  $m_{11}$  und  $m_{22}$  über die Minimumsbedingung. Berechnen Sie dann die Eigenwerte von  $\mathcal{M}_C$ , welche die Massenquadrate der beiden Bosonen sind. Berechnen Sie schließlich noch  $\tan \beta$ , wobei  $\beta$  den Winkel der Drehmatrix  $U_C$  bezeichnet, die  $\mathcal{M}_C$  diagonalisiert.

*Zwischenergebnis:*  $\mathcal{M}_C = \left( m_{12}^2 - (\lambda_4 + \lambda_5) \frac{v_1 v_2}{2} \right) \begin{pmatrix} \frac{v_2}{v_1} & -1 \\ -1 & \frac{v_1}{v_2} \end{pmatrix}$

- (d) Extrahieren Sie alle Massenterme der CP-ungeraden Komponenten  $\eta_a \eta_b$  und bringen Sie das Ergebnis wieder in Matrixform analog zur vorherigen Aufgabe.  
Bestimmen Sie die beiden Masseneigenwerte.  
Zeigen Sie, dass die zugehörige orthogonale Transformationsmatrix identisch zu der ist, die wir schon für den geladenen Fall gefunden haben.

*Zwischenergebnis:*  $\mathcal{M}_P = \frac{1}{2} \left( m_{12}^2 - \lambda_5 v_1 v_2 \right) \begin{pmatrix} \frac{v_2}{v_1} & -1 \\ -1 & \frac{v_1}{v_2} \end{pmatrix}$