

Klassische Theoretische Physik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 3

Abgabe: Fr, 02.05.14

Besprechung: Di, 06.05.14

Aufgabe 6: Eigenvektoren – Teil 2

(3+3=6 Punkte)

Wir betrachten nochmal die Matrix M aus Aufgabe 5:

$$M = \begin{pmatrix} -11 & 2 & 8 \\ 2 & -2 & 10 \\ 8 & 10 & -5 \end{pmatrix} .$$

Dort hatten wir gefunden, dass die Eigenwerte $\lambda_{1,2,3} = 9, -9, -18$ sind, sowie einen Eigenvektor $\vec{v}_1 = (1, 2, 2)^T$ berechnet.

- Finden Sie Eigenvektoren zu den anderen beiden Eigenwerten.
Der letzte Eigenvektor lässt sich auf zwei verschiedene Arten finden. Rechnen Sie beide Wege nach.
- Aus den **normierten** Eigenvektoren lässt sich eine Matrix $U = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$ bilden. Berechnen Sie ihre Determinante. Zeigen Sie, dass U orthogonal ist. Außerdem diagonalisiert sie M via $M_D = U^T M U$. Wie sieht M_D aus? Welche Einträge stehen auf der Diagonalen?
(Alle Rechnungen mit den aus M folgenden Werten, nicht allgemein.)

Aufgabe 7: Perle am Draht – Teil 1

(3+3+3+5=14 Punkte)

Eine kleine durchbohrte Perle (Masse m) gleite im Schwerfeld (g) reibungsfrei längs eines geraden (masselos gedachten) Drahtes, dessen eines Ende im Koordinatennullpunkt fixiert sei, und der sich unter festem Winkel Θ zur z -Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ um diese Achse drehe.

- Schreiben Sie die Zwangsbedingungen Z_μ , $\mu = 1, 2, \dots$ (Wie viele gibt es?) zunächst in den kartesischen Koordinaten (x, y, z) der Perle auf.

Nichtholonome Zwangsbedingungen können manchmal durch Integration auf holonome umgeschrieben werden. Dieser Fall tritt hier (eventuell) auf.

Von welchem Typ sind diese holonomen Zwangsbedingungen?

Welches ist die Zahl f der Freiheitsgrade?

- (b) Wählen Sie eine naheliegende Variable (neben den konstanten Größen Θ und ω) und schreiben Sie die Koordinaten x, y, z der Perle auf diese Größen um. Berechnen Sie die Zwangskraft (in kartesischen Koordinaten), ausgedrückt in diesen Größen.
- (c) Wie sehen die Lagrange-Gleichungen 1. Art in diesen Größen geschrieben aus?
Was passiert mit den Zwangsbedingungen?
Wieviele Gleichungen bleiben?
Wieviele Unbekannte gibt es?
- (d) Lösen Sie das Gleichungssystem für den Spezialfall $\Theta = \frac{\pi}{2}$. Bestimmen Sie die Lagrange-Multiplikatoren λ_i sowie die vorher gewählte Variable.