KIT **WS 2011/12**

Theoretische Teilchenphysik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 10

Abgabe: Mi, 11.01.12
Besprechung: Fr, 13.01.12

Für die Übung am 23.12. gibt es kein Übungsblatt.
Diese Übung findet ausnahmsweise im Raum 12/1 statt.

Aufgabe 15: Tensorintegrale (*3+4+3=10 Punkte*)

Nach der Feynman-Parameterisierung lassen sich Zwei-Punkt-Integral folgendermaßen allgemein schreiben:

$$I_D(q,a) = \mu^{4-D} \int \frac{\mathrm{d}^D p}{(2\pi)^D} \frac{f(p)}{(-p^2 + 2p\cdot q + M^2)^a} \stackrel{f(p)=1}{=} \frac{i}{16\pi^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{\Gamma(a-\frac{D}{2})}{\Gamma(a)} (q^2+M^2)^{\frac{D}{2}-a} \; . \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie Gl. 1, indem Sie analog zur Berechnung von A in der Vorlesung vorgehen.

(b) Berechnen Sie die Schleifenintegrale $I_D^\mu(q,a)$ und $I_D^{\mu\nu}(q,a)$, die durch $f(p) = p^\mu$ bzw. $f(p) = p^\mu p^\nu$ im Integranden definiert sind. Differenzieren Sie dazu sukzessive nach q_μ.

(c) Die Kontraktion von $I_D^{\mu\nu}(q,a)$ mit dem metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ in D Dimensionen gibt eine Beziehung zwischen diesen drei Schleifenintegralen. Leiten Sie diese Beziehung her, ausgedrückt durch die I_D. Verifizieren Sie diese Identität mit den Resultaten aus (b) und bestätigen Sie, dass für die Spur des metrischen Tensors

$$g^\mu{}_\mu = D$$

gelten muss.

Aufgabe 16: Geisterschleife (*10 Punkte*)

Berechnen Sie den Beitrag der Geisterschleife zum Vakuumpolarisationstensor des Gluons bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ in QCD. Vernachlässigen Sie im Endergebnis Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\epsilon)$, wenn $D = 4 - 2\epsilon$.
Benutzen Sie zum Berechnen des Integrals die Feynman-Parametrisierung und verschieben die Integrationsvariable so, dass lineare Terme im Nenner verschwinden. Das Endergebnis ist proportional zu

$$\Sigma^{ab}_{\mu\nu}(k) \propto \delta^{ab} \left\{ \frac{1}{\epsilon} + \mathit{finite} \right\} .$$

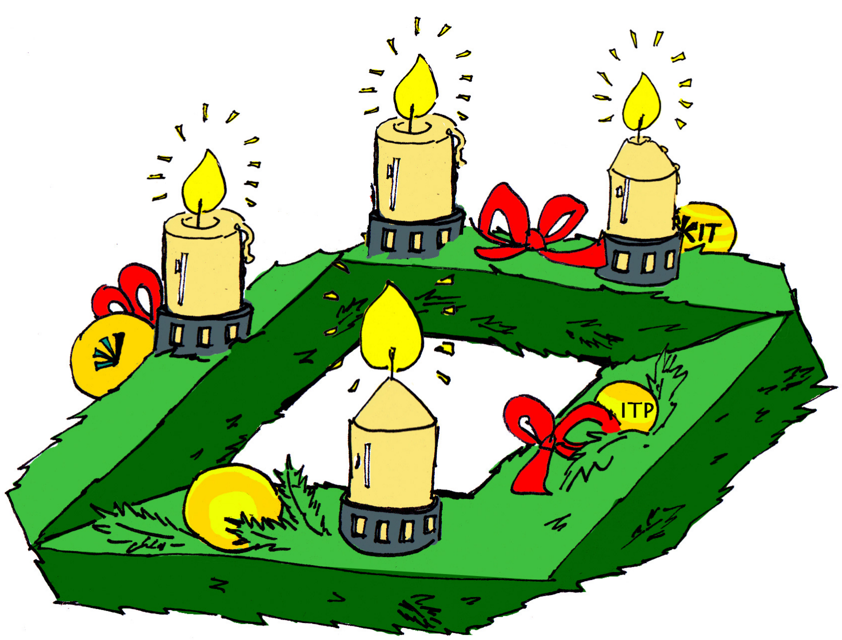
Nützliche Formeln:

$$\int_0^1 \mathrm{d}x \, x^{a-1}(1-x)^{b-1} = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$$

$$\Gamma(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \frac{1}{12}(6\gamma_E^2 + \pi^2)\epsilon$$

$$\Gamma(1+\epsilon) = 1 - \epsilon\gamma_E$$

mit der Euler-Konstanten $\gamma_E \approx 0.577$.



Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!