

## Theoretische Teilchenphysik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

### Übungsblatt 13

Abgabe: nur Aufgabe 20: Mi, 01.02.12

Besprechung: Fr, 03.02. und 10.02.12

**Aufgabe 20: Higgs-Zerfall  $H \rightarrow gg$**  (11+3+1+4+1=20 Punkte)

Bestimmen Sie die Partialbreite  $\Gamma(H \rightarrow gg)$  des Higgs-Zerfalls in der ersten nichtverschwindenden Ordnung. Die Gluonen koppeln über Quarkschleifen an das Higgs-Boson. Die Kopplungskonstante der Fermion-Higgs-Kopplung ist  $y_f = -im_f\sqrt{\sqrt{2}G_F}$ .

- (a) Berechnen Sie zunächst die Schleifendiagramme in den Amplituden in dimensionaler Regularisierung ( $D = 4 - 2\epsilon$ ). Achten Sie darauf, dass Terme der Ordnung  $\epsilon$  multipliziert mit  $\frac{1}{\epsilon}$ -Termen aus den Schleifenintegralen nichtverschwindende, endliche Beiträge liefern können. Verwenden Sie die Integrale aus Aufgabe 15. Die verbleibenden Integrationen über Feynman-Parameter sollen hier nicht ausgeführt werden.

*Ergebnis:*

$$\mathcal{M}_{fi} = \sum_q g_s^2 y_q \frac{\delta^{ab}}{24\pi^2} \frac{m_H^2}{m_q} \epsilon_{1,\mu}^* \epsilon_{2,\nu}^* \left( g^{\mu\nu} - \frac{2}{m_H^2} p_1^\nu p_2^\mu \right) f\left(\frac{m_H^2}{m_q^2}\right).$$

- (b) Überprüfen Sie die Eichinvarianz explizit, indem sie den Polarisationsvektor der Gluonen durch den Impuls ersetzen. Führen Sie dann die Polarisationssumme aus.
- (c) Bestimmen Sie schließlich die Partialbreite. Die verbleibenden Parameterintegrale lassen sich als eine dimensionslose Funktion der Form  $|f(m_h/m_q)|^2$  schreiben.

*Ergebnis:*

$$\Gamma(H \rightarrow gg) = \frac{\alpha_s^2 G_F m_H^3}{36\pi^3 \sqrt{2}} \left| \sum_q f\left(\frac{m_H^2}{m_q^2}\right) \right|^2$$

mit  $f(x) = 3 \int_0^1 dy \int_0^{1-y} dz \frac{1-4yz}{1-xyz}$ .

- (d) Führen Sie die Integrationen in  $f(x)$  mit Hilfe der Ergebnisse aus Aufgabe 19 (Dilogarithmen) aus. Benutzen Sie  $\arcsin(z) = -i \ln(iz \pm \sqrt{1-z^2}) = -i \ln \left[ \left( \frac{\sqrt{z^2-1}+z}{\sqrt{z^2-1}-z} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$ .

Ergebnis:

$$f(x) = \frac{6}{x} - \frac{6(4-x)}{x^2} \arcsin^2\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right) .$$

- (e) Was passiert für den Beitrag eines Quarks im Grenzfall großer Quarkmassen (heavy top limit)?

**Aufgabe 21: Higgs-Zerfall  $H \rightarrow b\bar{b}$**

(keine Abgabe)

Unterhalb der  $W$ -Schwelle ( $m_H < 2M_W$ ) zerfällt das Higgsboson vornehmlich in  $b\bar{b}$ -Paare.

- (a) Bestimmen Sie den führenden Beitrag zur Breite  $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})$  auf Baumgraphenniveau. Geben Sie einen numerischen Wert für die Breite an, wobei  $m_b(Q = m_b) = 4.5 \text{ GeV}$ ,  $m_H = 120 \text{ GeV}$ ,  $G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ .
- (b) Wenn  $m_H \gg 2m_b$  kann die QCD-Evolution der  $b$ -Masse nicht mehr vernachlässigt werden. Bestimmen Sie die *laufende Masse*

$$m(t) = m(0) \exp \left\{ \int_{g(1)}^{g(t)} \frac{\gamma_m(g)}{\beta(g)} dg \right\} \quad (t = \ln \mu)$$

auf Einschleifen-Niveau mit  $n_f = 5$  aktiven Quark-flavours. Der dazu notwendige  $b$ -Quark-Massen-Counterterm ist

$$\frac{\delta m}{m} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{3g_s^2}{16\pi^2} \left( \frac{1}{\epsilon} + F_m \right) ,$$

- (c) Bestimmen Sie die  $b$ -Masse bei der für den diskutierten Zerfall relevanten Skala  $Q = \frac{m_H}{2}$ . Setzen Sie zusätzlich zu den Massen aus Teil (a) auch  $\alpha_s(M_Z = 91.2 \text{ GeV}) = 0.12$ . Wie groß ist schließlich der Korrekturfaktor für die Breite  $\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})$ ?