Theoretische Teilchenphysik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 4

Abgabe: Mi, 09.11.11
Besprechung: Fr, 11.11.11

Aufgabe 5: ***W*-Paarproduktion im Hochenergielimes** (*7+1+5+2+2+3=20 Punkte*)

Wir untersuchen den Streuprozess

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \to W^-(p_3) + W^+(p_4)$$

im Hochenergielimes mit $k^2 \equiv s \gg M_W^2$, wobei $k = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$. Beachten Sie, dass die Eichbosonmasse im Gegensatz zu den Fermionmassen nicht vernachlässigt werden kann.

(a) Nehmen Sie zunächst an, es gäbe keine 3-Eichboson-Selbstwechselwirkung im Standardmodell. Zeigen Sie, dass in diesem Fall das gemittelte Amplitudenquadrat in führender Ordnung in $\frac{M_W^2}{s}$ durch

$$\overline{\sum} |\mathcal{M}_{fi}|^2 \simeq \frac{\alpha^2 \pi^2}{4 s_W^4} \frac{s^2}{M_W^4} (1 - \cos^2 \theta)$$

gegeben ist, wobei θ den Streuwinkel zwischen dem einlaufenden e^- und dem auslaufenden W^- im Schwerpunktsystem darstellt. *Hinweis:* Überlegen Sie sich, dass die Polarisationssumme der W-Bosonen durch $\sum_\lambda \varepsilon_\mu(q,\lambda)\varepsilon_\nu^*(q,\lambda) \simeq \frac{q_\mu q_\nu}{M_W^2}$ genähert werden kann. Vernachlässigen Sie bei der Berechnung der Spur alle nichtführenden Terme in $\frac{M_W^2}{s}$.

(b) Berechnen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt in führender Ordnung in $\frac{M_W^2}{s}$ im Schwerpunktssystem der einlaufenden Teilchen, ausgehend von der oben berechneten Amplitude. Wie verhält sich der Wirkungsquerschnitt für $s \to \infty$?

(c) Das konsistente Hochenergieverhalten ergibt sich, wenn die 3-Eichboson-Selbstwechselwirkung berücksichtigt wird. Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts ist in diesem Fall allerdings recht langwierig, sodass wir im folgenden lediglich den Hochenergielimes einer einzelnen Helizitätsamplitude untersuchen werden.

Untersuchen Sie die Amplitude für $e_R^- e_L^+ \to W_L^- W_L^+$ und zeigen Sie, dass in führender Ordnung in $\frac{M_W^2}{s}$ die Summe aller Diagramme lautet:

$$\mathcal{M}_{fi}(e_R^- e_L^+ \to W_L^- W_L^+) \simeq \frac{ie^2}{2c_W^2}\frac{1}{s}\bar{v}_R(p_2)(\not{p}_4 - \not{p}_3)u_R(p_1) \ .$$

Hinweis: Verwenden Sie die Bewegungsgleichungen für masselose Fermionen $\bar{v}(p2)\not{p}_2 = 0$, $\not{p}_1 u(p_1) = 0$ sowie die Näherung, dass der Polarisationsvektor des longitudinalen W-Bosons im Hochenergielimes durch $\varepsilon_L^\mu(q) \simeq \frac{k^\mu}{M_W}$ gegeben ist.

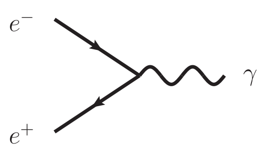
(d) Berechnen Sie den totalen Wirkungsquerschnitt für $e_R^- e_L^+ \to W_L^- W_L^+$ und untersuchen Sie wiederum das Verhalten für $s \to \infty$.

(e) Das Goldstoneboson-Äquivalenztheorem besagt, dass eine Amplitude mit longitudinal polarisierten Vektorbosonen im Hochenergielimes in die Amplitude übergeht, bei der die Vektorbosonen durch ihre Goldstonebosonen ersetzt wurden (bis auf eine unbeobachtbare Phase).
Zeigen Sie die Äquivalenz (in führender Ordnung in $\frac{M_W^2}{s}$)

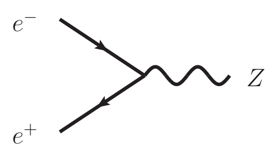
$$\mathcal{M}_{fi}(e_R^- e_L^+ \to \phi^- \phi^+) \simeq \mathcal{M}_{fi}(e_R^- e_L^+ \to W_L^- W_L^+) \ .$$

(f) Berechnen Sie die Helizitätsamplitude für $e_L^- e_R^+ \to W_L^- W_L^+$ unter Verwendung des Goldstoneboson-Äquivalenztheorems und schließlich den totalen Wirkungsquerschnitt für $e^- e^+ \to W_L^- W_L^+$.

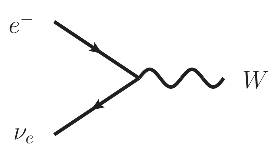
Feynmanregeln:



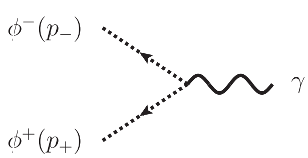
$-ie\gamma^\mu(P_L + P_R)$



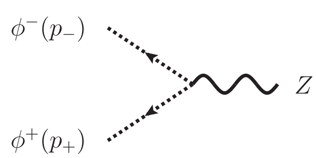
$\frac{ie\gamma^\mu}{c_W s_W}((-\frac{1}{2} + s_W^2)P_L + (s_W^2)P_R)$



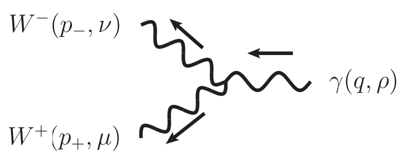
$\frac{ie}{\sqrt{2}s_W}\gamma^\mu P_L$



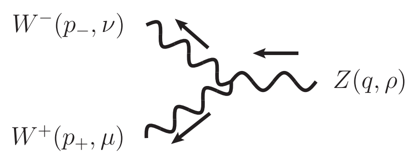
$ie(p_- - p_+)^\mu$



$\frac{ie(\frac{1}{2} - s_W^2)}{c_W s_W}(p_- - p_+)^\mu$



$ief^{\mu\nu\rho}$



$ie\frac{c_W}{s_W}f^{\mu\nu\rho}$

wobei $P_L = \frac{1-\gamma^5}{2}$, $P_R = \frac{1+\gamma^5}{2}$, $f^{\mu\nu\rho} = g^{\mu\nu}(p_- - p_+)^\rho + g^{\nu\rho}(-q - p_-)^\mu + g^{\rho\mu}(q + p_+)^\nu$.