# Supersymmetrie an Collidern

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

## Übungsblatt 5

Besprechung: Mo, 26.11.12

**Aufgabe 8: Pauli-Lubanski-Vektor** (*10 Punkte*)

Bei der Suche nach Casimir-Operatoren der Poincaré-Gruppe findet sich der Pauli-Lubanski-Vektor

$$W_\mu = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\nu M^{\rho\sigma} \ .$$

Zeigen Sie, dass $W^2$ mit allen Generatoren der Poincaré-Gruppe, $P^\mu$ und $M^{\mu\nu}$, vertauscht. Berechnen Sie den Kommutator $[V_\mu, W_\nu]$ für einen beliebigen Vierervektor $V^\mu$, der mit $P^\nu$ kommutiert.
Zeigen Sie außerdem, dass die zyklische Summe

$$P^{\{\lambda} L^{\mu\nu\}} := P^\lambda L^{\mu\nu} + P^\mu L^{\nu\lambda} + P^\nu L^{\lambda\mu}$$

für den Bahndrehimpulsoperator $L^{\mu\nu} = x^\mu P^\nu - x^\nu P^\mu$ verschwindet und somit nur der Spinanteil $\Sigma^{\rho\sigma}$ aus $M = L + \Sigma$ beiträgt:

$$W_\mu = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\mu \Sigma^{\rho\sigma} \ .$$

Leiten Sie daraus

$$W^0 = 0 \qquad\qquad W^i = mS^i$$

mit dem Spingenerator im dreidimensionalen Raum $S^k = \frac{1}{2}\epsilon^{ijk}\Sigma^{ij}$ her, falls wir uns im Ruhesystem des Teilchens mit $P^\mu = (m, 0, 0, 0)^T$ befinden.

**Aufgabe 9: Superspin** (*10 Punkte*)

Als nächsten Schritt verallgemeinern wir den Pauli-Lubanski-Vektor zum Superspin-Vektor:

$$Y^\mu = W^\mu - X^\mu \qquad \text{mit} \qquad X^\mu = \frac{1}{4} Q \sigma^\mu \bar{Q} \ .$$

Zeigen Sie

$$[Y_\mu, Y_\nu] = i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\rho Y^\sigma$$

unter Zuhilfenahme der SUSY-Algebra. Berechnen Sie zunächst $[W^\mu, Q]$. Zeigen Sie dann $[Y_\mu, X_\nu] = 0$, wobei die Relation $\sigma^{\mu, A\dot{B}} = \bar{\sigma}^{\mu, \dot{B}A}$ hilfreich sein kann.
Wie wir gerade gezeigt haben, ist $[W^\mu, Q] \neq 0$ und damit $W_\mu W^\mu$ kein Casimir-Operator mehr. Stattdessen definieren wir

$$C^{\mu\nu} = Y^\mu P^\nu - Y^\nu P^\mu \ .$$

Zeigen Sie, dass $C_{\mu\nu} C^{\mu\nu}$ einen Casimir-Operator der SUSY-Algebra definiert.