

Moderne Theoretische Physik II

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 6

Abgabe: Fr, 02.12.16

Besprechung: Di, 06.12.16

Aufgabe 19: Sphärische Tensoroperatoren

(5+3=8 Punkte)

Wir definieren die Standardkomponenten eines Vektoroperators $\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)^T$ durch die drei Operatoren

$$V_{+1} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(V_x + iV_y), \quad V_0 = V_z, \quad V_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(V_x - iV_y).$$

- (a) Konstruieren Sie sphärische Tensoroperatoren vom Rang 0 und 1, $T^{(0,1)}$, aus der Kopplung zweier Vektoren \vec{V} und \vec{W} . Drücken Sie diese durch die kartesischen Koordinaten von \vec{V} und \vec{W} aus.
Für $T^{(1)}$ lassen sich ebenso kartesische Komponenten definieren, wobei die Beziehung zu den Standardkomponenten auch hier durch o.a. Gleichungen gegeben ist. Drücken Sie schließlich die kartesischen Komponenten von $T^{(1)}$ durch \vec{V} und \vec{W} aus.
Hinweis: Benutzen Sie die Ergebnisse von Aufgabe 14.
- (b) Wählen Sie jetzt $\vec{V} = \vec{W} = \vec{r}$ und konstruieren Sie damit Tensoroperatoren vom Rang 2. Sind Ihnen die Ergebnisse, abgesehen von einem konstanten Vorfaktor, schon einmal begegnet?

Aufgabe 20: Zweidimensionaler harmonischer Oszillator

(2+6+4=12 Punkte)

Betrachten Sie einen isotropen harmonischen Oszillator in zwei Dimensionen,

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2).$$

- (a) Bestimmen Sie die Energien und Entartungen der drei niedrigsten Energieeigenzustände.

Es werde nun eine Störung $V = \delta m \omega^2 xy$ hinzugenommen. Darin ist δ ein kleiner, dimensionsloser Parameter.

- (b) Bestimmen Sie für jedes der drei niedrigsten Energieniveaus aus (a) die Energieeigenzustände in nullter und die dazugehörigen Energien in erster Ordnung Störungstheorie.
- (c) Lösen Sie das Problem exakt und vergleichen Sie das Resultat für die Energien mit den störungstheoretischen Ergebnissen aus Teil (b).
Hinweis: Finden Sie eine Substitution, die das Problem wieder in zwei unabhängige harmonische Oszillatoren separiert.