

Moderne Theoretische Physik II

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 9

Abgabe: Mo, 09.01.17, 12 Uhr

Besprechung: Di, 10.01.17

Aufgabe 26: Harmonischer Oszillator mit räumlich konstanter Kraft

(6+1=7 Punkte)

Ein eindimensionaler harmonischer Oszillator der Frequenz ω ist einer räumlich konstanten, aber zeitabhängigen Kraft

$$F(t) = \frac{F_0 \tau}{\omega} \frac{1}{t^2 + \tau^2} \quad (-\infty < t < \infty)$$

ausgesetzt. Bei $t = -\infty$ befinde sich der Oszillator im Grundzustand.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, den Oszillator bei $t = \infty$ im ersten angeregten Zustand zu finden in erster Ordnung der zeitabhängigen Störungsrechnung.
- Der insgesamt wirkende Kraftpuls $\int dt F(t)$ ist unabhängig von τ . Trotzdem verschwindet für $\tau \gg 1/\omega$ die Wahrscheinlichkeit für eine Anregung. Ergibt das Sinn? Was bedeutet dies physikalisch?

Aufgabe 27: Identische Teilchen im Viereck

(4+2=6 Punkte)

Wir betrachten ein System aus vier identischen Teilchen, die sich ohne weitere Wechselwirkungen an den Ecken eines Quadrats befinden. Durch den Mittelpunkt, senkrecht zur Ebene des Quadrats verlaufe die z -Achse, um die sich das Quadrat frei drehen lässt. Die Eigenwerte von L_z werden wie üblich mit m charakterisiert.

- Welche Konsequenzen für m hat die Drehsymmetrie bei vier Bosonen?
- Welche sind es für vier Fermionen?

Die Spinwellenfunktion sei hier symmetrisch unter Austausch der Teilchen.

Aufgabe 28: Spezielle Relativitätstheorie und Vierervektoren (Wiederholung)
 (3+2+2=7 Punkte)

- (a) Leiten Sie die relativistische Additionsformel für Geschwindigkeiten ab, indem Sie die Lorentz-Transformation

$$A'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} A^{\nu}$$

für einen Boost mit Geschwindigkeit \vec{v}

$$\Lambda^{\mu}_{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma \vec{\beta}^T \\ -\gamma \vec{\beta} & \mathbb{1} + (\gamma - 1) \frac{\vec{\beta} \vec{\beta}^T}{\beta^2} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}, \quad \gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

auf den Geschwindigkeitsvektor $u^{\mu} = (c, u_x, u_y, u_z)^T / \sqrt{1 - \vec{u}^2/c^2}$ anwenden.

Betrachten Sie dabei den Spezialfall $\vec{v} = (v, 0, 0)^T$ und benutzen Sie, dass u'^{μ} von der Form $(c, u'_x, u'_y, u'_z)^T / \sqrt{1 - \vec{u}'^2/c^2}$ sein muss. (Warum?)

- (b) In 10 km Höhe über der Erdoberfläche entstehen durch kosmische Strahlung Myonen, welche mit einer Lebensdauer von $\tau = 2,20 \cdot 10^{-6}$ s in ein Elektron und zwei Neutrinos zerfallen. Die Myonen bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von $0,9952 c$ auf die Erdoberfläche zu. Wie viele der in 10 km Höhe erzeugten Myonen erreichen die Erdoberfläche?
- (c) Zeigen Sie, dass es für ein freies Elektron unmöglich ist, (masselose) Photonen zu emittieren oder zu absorbieren.

Hinweis: Betrachten Sie die Viererimpulserhaltung.